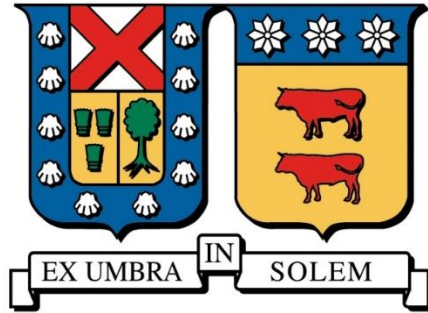




UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA DEPARTAMENTO DE
INDUSTRIAS ECONOMÍA Y NEGOCIO

**“ANÁLISIS Y PROPUESTA DE MEJORAS EN ESTIMACIÓN DEL
TIEMPO EN LA PLANIFICACIÓN MEDIANTE LA UTILIZACIÓN DEL
MODELO PERT.”**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

AUTOR:

CARLOS PATRICIO PIZARRO SOBARZO

PROFESOR GUÍA:

EDWARD JOHNS NEWMAN

PROFESOR CORREFERENTE:

HUGO OSORIO

SANTIAGO DE CHILE, 24 DE SEPTIEMBRE, 2015.

INDICE

1	RESUMEN EJECUTIVO.	5
2	INTRODUCCIÓN.	6
3	PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.	8
4	OBJETIVOS.	10
4.1	Objetivo General	10
4.2	Objetivos Específicos	10
4.3	Justificación.	10
5	ALCANCE	12
6	MARCO TEÓRICO	13
6.1	Modelo De Redes	13
6.1.1	Conceptos y términos a utilizar para modelos de redes.	14
6.1.2	Modelo De Redes Para Optimizar Los Trueques.	15
6.2	Pert/Cpm	15
6.3	Críticas Al Modelo Pert	21
6.4	NUEVOS APORTES AL MODELO.	23
6.4.1	Propuesta De Apuntamiento.	23
6.4.2	Mejoras En La Varianza Del Modelo.	27
6.4.3	Propuesta De Distribución Trapezoidal Para El Modelo.	28
7	METODOLOGÍA.	35
7.1	Definición del problema.	35
7.2	Recopilación de estudios por investigadores	36

7.2.1	Análisis de los métodos de estudio.....	36
7.3	Diagnóstico de metodología comúnmente utilizada.....	40
7.4	Comparación de metodologías con un caso práctico en Chile.....	40
7.5	Conclusión de análisis de metodologías.....	40
8	RESULTADOS.....	41
9	DISCUSIÓN.....	49
10	CONCLUSIÓN.....	52
11	REFERENCIAS.....	55
TABLA 6.1.	CLASIFICACIÓN SEGÚN GRADO DE APUNTAMIENTO.....	26
TABLA 6.2.	CLASIFICACIÓN SEGÚN SIMETRÍA (CALLEJÓN, 1996).	30
TABLA 8.1.	PARÁMETROS PERICIALES EMPÍRICOS.	41
TABLA 8.2.	PARÁMETROS ESTADÍSTICOS MUESTRales	41
TABLA 8.3.	PARÁMETROS ESTADÍSTICOS SEGÚN DISTRIBUCIÓN TRAPEZOIDAL DE JEFE TALLER Y MECÁNICO.....	42
TABLA 8.4.	PARÁMETROS ESTADÍSTICOS PARA DISTINTOS GRADOS DE APUNTAMIENTO DEL JEFE DE TALLER Y MECÁNICO.....	42
TABLA 8.5.	PARÁMETROS ESTADÍSTICOS PARA JEFE DE TALLER Y MECÁNICO SEGÚN BETA PERT CLÁSICA.....	43
TABLA 8.6.	PARÁMETROS ESTADÍSTICOS PARA JEFE DE TALLER Y MECÁNICO SEGÚN DISTRIBUCIÓN TRIANGULAR.	43
TABLA 8.7.	DIFERENCIAS DE ÁREAS ENTRE DISTRIBUCIÓN LOG-NORMAL Y DISTRIBUCIONES PROPUESTAS (ELABORACIÓN PROPIA)	45
TABLA 8.8.	DIFERENCIAS DE ÁREAS ENTRE DISTRIBUCIÓN LOG-NORMAL Y DISTRIBUCIONES PROPUESTAS (ELABORACIÓN PROPIA)	46
TABLA 9.1.	VARIACIÓN PORCENTUAL RESPECTO A LOS DATOS MUESTRales DE LA DISTRIBUCIÓN CLÁSICA Y BETA CON GRADO DE APUNTAMIENTO DE JEFE DE TALLER	49
TABLA 9.2.	VARIACIÓN PORCENTUAL CON RESPECTO A DATOS MUESTRales DE LAS DISTRIBUCIONES CLÁSICAS, TRAPEZOIDAL Y BETA CON APUNTAMIENTO DE MECÁNICO SENIOR.	50
ILUSTRACIÓN 6-1.	GRAFO CON TRAYECTORIA (ELABORACIÓN PROPIA)	15
ILUSTRACIÓN 6-2.	DIAGRAMA FLUJO DE PLANIFICACIÓN DE LOS TIEMPOS DE UN PROYECTO (TAHA, 2012)	16
ILUSTRACIÓN 6-3.	APUNTAMIENTO MUY ALTO SIMÉTRICO.....	24
ILUSTRACIÓN 6-4.	APUNTAMIENTO MUY ALTO ASIMETRÍA IZQUIERDA	24
ILUSTRACIÓN 6-5.	APUNTAMIENTO MUY ALTO ASIMETRÍA DERECHA.....	24
ILUSTRACIÓN 6-6.	APUNTAMIENTO ALTO SIMÉTRICO	24
ILUSTRACIÓN 6-7.	APUNTAMIENTO ALTO ASIMETRÍA IZQUIERDA.....	24

ILUSTRACIÓN 6-8. APUNTAMIENTO ALTO ASIMETRÍA DERECHA	24
ILUSTRACIÓN 6-9. APUNTAMIENTO MEDIO SIMÉTRICO	25
ILUSTRACIÓN 6-10. APUNTAMIENTO MEDIO ASIMETRÍA IZQUIERDA	25
ILUSTRACIÓN 6-11. APUNTAMIENTO MEDIO ASIMETRÍA DERECHA.....	25
ILUSTRACIÓN 6-12. APUNTAMIENTO BAJO SIMÉTRICO	25
ILUSTRACIÓN 6-13. APUNTAMIENTO BAJO ASIMETRÍA IZQUIERDA	25
ILUSTRACIÓN 6-14. APUNTAMIENTO BAJO ASIMETRÍA DERECHA.....	25
ILUSTRACIÓN 6-15. APUNTAMIENTO MUY BAJO SIMÉTRICO.....	25
ILUSTRACIÓN 6-16. APUNTAMIENTO MUY BAJO ASIMETRÍA IZQUIERDA	25
ILUSTRACIÓN 6-17. APUNTAMIENTO MUY BAJO ASIMETRÍA DERECHA	25
ILUSTRACIÓN 6-18. (CALLEJÓN, 1996)	32
ILUSTRACIÓN 6-19. (CALLEJÓN, 1996)	32
ILUSTRACIÓN 7-1. DIAGRAMA DE METODOLOGÍA.....	35
ILUSTRACIÓN 7-2. FUNCIÓN DENSIDAD BETA CON GRADO DE APUNTAMIENTO $K=10$ SEGÚN PÉREZ & HERRERÍAS (ILUSTRACIÓN PROPIA)	37
ILUSTRACIÓN 7-3. FUNCIÓN DENSIDAD TRAPEZOIDAL SEGÚN CALLEJÓN, PÉREZ, RAMOS (ILUSTRACIÓN PROPIA)	38
ILUSTRACIÓN 7-4. FUNCIÓN DENSIDAD TRAPEZOIDAL SEGÚN HERRERÍAS & HERRERÍAS (ILUSTRACIÓN PROPIA)	39
ILUSTRACIÓN 7-5. FUNCIÓN DENSIDAD TRAPEZOIDAL SEGÚN VIVO & FRANCO (ILUSTRACIÓN PROPIA)...	40
ILUSTRACIÓN 8-1. RESULTADOS DE TEST DE BONDAD DE AJUSTE Y PARÁMETROS DE LOCALIZACIÓN, FORMA, ESCALA Y LÍMITE INICIAL (ILUSTRACIÓN PROPIA MINITAB 17).....	43
ILUSTRACIÓN 8-2. TEST DE BONDAD DE AJUSTE CON INTERVALOS DE CONFIANZA PARA ALFA DEL 5%	44
ILUSTRACIÓN 8-3. DISTRIBUCIÓN LOG-NORMAL, BETA $K=1$ Y BETA $K=1,25$ OPTIMIZADO.....	45
ILUSTRACIÓN 8-4. DISTRIBUCIÓN LOG-NORMAL, BETA $K=1$, TRAPEZOIDALES (CPR, VF Y HH)	46
ILUSTRACIÓN 8-5. DISTRIBUCIÓN LOG-NORMAL, BETA $K=4$ Y BETA $K=4,73$ OPTIMIZADO.....	47
ILUSTRACIÓN 8-6. DISTRIBUCIÓN LOG-NORMAL, BETA $K=4$, TRAPEZOIDALES (CPR, VF Y HH)	48

1 RESUMEN EJECUTIVO.

En el presente estudio se analiza la precisión de la distribución Beta Pert y triangular con sus parámetros periciales, para ello se recopilamos estudios de los últimos años que cuestionan esta distribución y aportan diferentes propuestas de mejora, luego se aplicaron estas propuestas a un caso práctico en una empresa de venta y reparación de grupos electrógenos. La aplicación fue registrar los tiempos de reparación de un grupo electrógeno durante un mes y preguntarle a un experto los parámetros periciales para contrastar los resultados de la muestra v/s los resultados entregados por los estimadores de las distribuciones, por lo que con esto se llega a una conclusión respecto a las diferentes propuestas y la Beta Pert clásica.

2 INTRODUCCIÓN.

En el área de planificación de proyectos existen técnicas para estimar los tiempos de las actividades y la duración del proyecto, dentro de estas hay unas que consideran la variabilidad siendo probabilistas y otras que no la consideran siendo deterministas. Un método muy conocido que contempla la variabilidad de los tiempos y trata a las actividades como una variable aleatoria es el método PERT, lo cual permite utilizar conocimientos del ámbito de probabilidad y estadística, esto hace a la herramienta mucho más profunda en su análisis y por lo tanto acercarse más a la realidad y a los escenarios posibles, es por esto que el estudio estará enfocado en este método, esta herramienta está avalada por el PMBOK, la cual presenta normas y estándares para la gestión de proyectos.

El método PERT es creado por Malcolm al finalizar la década de los 50, como una técnica para medir y controlar el progreso y desarrollo para el proyecto “Polaris Fleet Ballistic Missile” de la Marina de Estados Unidos (Malcolm, 1959), este método es usado actualmente de la misma forma que fue exhibido hace más de cinco décadas (Guía PMBOK, 2013). En 1986, Sasieni un profesor reconocido y pionero en el mundo de la Investigación de Operaciones, dejó una pregunta abierta que revolucionó y retomó la investigación del método PERT

“¿Cómo surgió la historia de la distribución Beta para el PERT y por qué los autores la han repetido durante 25 años sin verificarla?” (Sasieni, 1986),

con esta pregunta aparecieron críticas y aportes al modelo.

A continuación, se mencionan las principales críticas al modelo desarrollado por Malcolm, las cuales se ven con mayor profundidad en el desarrollo de la memoria.

- El modelo conduce a resultados excesivamente optimistas. (Herrerías, 1991)
- El criterio experto y la acuracidad de sus predicciones. (Herrerías, 1999)
- Imposibilidad de determinar los cuatro parámetros de la distribución beta, a partir de las tres estimaciones periciales. (Pérez, 1995)
- Las fórmulas de estimación de la media y la varianza, son eminentemente prácticas y sustentadas por intuiciones atractivas (Hillier, F., & Lieberman, G, 1982).

Asimismo, el modelo PERT presenta varias propuestas de variación para las críticas mencionadas anteriormente. Las cuales buscan mejorar la precisión en la estimación y robustecer el modelo a través de:

- Ajuste de la distribución beta con información adicional sobre su curtosis. (Perez,1995)
- Un método para contrastar la bondad de un experto. (Herrerías, 1995)
- Nueva estimación de la esperanza y la varianza. (Perez & Herrerías,1995)
- Distribución trapezoidal como alternativa. (Herrerías, 2013)

En la presente memoria se analizarán los estudios más recientes de este método, con el fin de poner a prueba la efectividad del modelo desarrollado hace más de cinco décadas y utilizado actualmente. Adicionalmente a esto se buscará una propuesta de modelo actualizado, en la cual se indagará la mejor alternativa propuesta por los autores.

3 PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

En la planificación de los proyectos, es relevante la buena estimación de los tiempos debido a que se pierden beneficios al tener proyectos fuera de plazo, es por esto que es necesario utilizar técnicas de desarrollo y control de proyectos, las cuales sirven para cuantificar estos tiempos. Muchas de estas herramientas están en continua investigación y han evolucionado a través de los años, cabe destacar que algunas de ellas incluyen la variabilidad de las actividades utilizando métodos estadísticos para estimarlas.

En la mayoría de las empresas donde se produce software para apoyar el negocio, las prácticas de estimación y planificación son débiles. En general, los administradores estiman el costo y la duración del proyecto a desarrollar utilizando solamente el juicio de un experto, lo que produce cronogramas y presupuestos poco acertados (Salazar, 2009).

Todos hemos oído hablar de diversos proyectos de alto perfil que han fracasado espectacularmente con excesos de presupuesto y retrasos masivos. Sin embargo, cualquier ejemplo de alto perfil que se pueda imaginar es sólo indicativo de una industria que pierde más de \$120 mil millones al año en los Estados Unidos solamente, debido a los retrasos fuera de control, los costos en exceso y otras ineficiencias, según el autor Barry B. LePatner en su libro “Broken Buildings, Busted Budgets” (Edificios rotos, presupuestos destrozados). Sin embargo, estas mismas ineficiencias están presentes en los proyectos de construcción de todos los tamaños. (Harley, 2011)

Tomando las palabras de Garret Harley (2011), este indica que el mercado de construcción e ingeniería actualmente enfrenta nuevos desafíos, la cantidad de normas han aumentado y son más exigentes, la inversión se ha contraído y todos los stakeholders han buscado formas mejores de optimizar beneficios y mejorar la eficiencia. La industria debe adecuarse a la restricción presupuestaria y una demanda cada vez más rigurosa de los interesados. Lo único que no es variable es el cambio en el tiempo.

Frente a la dificultad de obtener datos reales de los tiempos de las actividades en un proyecto industrial se muestra la siguiente cita: “Es simplemente imposible ponerse cómodo y suponer que tendremos los datos que se necesitan para cumplir con los requerimientos regulatorios de los informes a tiempo. Se requiere una visión a futuro para anticipar y reaccionar rápidamente a los cambios inesperados” (Harley, 2011). Al estimar los tiempos de los proyectos se puede recurrir a diversas herramientas, las cuales son conocidas en el área de desarrollo y control de proyectos, la gama es muy amplia existen algunas más sofisticadas que otras, sin embargo en la estimación existe la incertidumbre, en el caso del método CPM este es del tipo determinista y busca dejar grandes holguras para no fallar en la duración final del proyecto, este criterio es basado en la experiencia de quien estima el tiempo de cada actividad sin considerar la variabilidad de cada una de ellas, para mitigar esto las empresas le agregan a cada actividad holguras, para no fallar en sus tiempos y en algunos casos aumentan los recursos. Este método al no considerar la variabilidad de cada actividad y en consecuencia la variabilidad en la duración del proyecto puede provocar una mala estimación de los tiempos provocando atrasos, los cuales pueden generar una pérdida del beneficio esperado y costos asociados a multas, aumento de recursos por actividad para lograr los tiempos, entre otros.

4 OBJETIVOS

4.1 Objetivo General

- Mejorar la precisión en la estimación de un proyecto usando el método PERT, actualizado con los últimos estudios realizados, para disminuir los atrasos asociadas a la mala estimación de un proyecto industrial enfocándose principalmente en la distribución Beta PERT.

4.2 Objetivos Específicos

- Investigar en profundidad las publicaciones más relevantes del método.
- Buscar aportes y actualizaciones propuestas del modelo.
- Probar en un caso práctico los nuevos métodos y compararlos con los resultados entregados con la Beta PERT clásica.
- Analizar resultados, mediante métodos estadísticos para verificar efectividad del modelo.

4.3 Justificación

Este trabajo nos va a permitir conocer alternativas para la estimación de tiempos en una evaluación de proyectos, asimismo también nos va a proveer de técnicas actualizadas y su utilización práctica.

Hecha la investigación de estudios recientes nos permitirá contextualizarnos de las principales críticas hechas al modelo y con esto darle un verdadero compromiso al método a utilizar.

Al emplear los diferentes aportes encontrados en la investigación y aplicarlos en un caso práctico industrial, se pueden comparar los modelos empíricamente de manera exploratoria. Luego con la comparación es posible verificar (de manera exploratoria) y corroborar la efectividad del método clásico.

5 ALCANCE

El tipo de estudio que se realiza es de tipo exploratorio, ya que recoge e identifica antecedentes generales de investigaciones pasadas proponiendo alternativas a la distribución clásica del método PERT, generando sugerencias de aspectos relacionados que deberían examinarse en profundidad en futuras investigaciones.

6 MARCO TEÓRICO

6.1 Modelo De Redes

El modelo de redes en el área de investigación de operaciones es ampliamente usado, porque es capaz de modelar y esquematizar procesos y actividades.

Esta representación se utiliza en áreas como distribución, planeación de proyectos, producción, localización de instalaciones, planificación financiera, administración de recursos, etc.

La gran ventaja que posee es un gran apoyo visual y conceptual a la hora de modelar un problema, mostrando relaciones entre componentes de los sistemas por esto mismo se utiliza en otras disciplinas también.

Actualmente en la literatura, (Taha, 2012) este modelo ha ido en constante evolución y ha podido fusionarse complementarse con la tecnología, es por ello que han aparecido algunos algoritmos que han tenido un impacto importante en la investigación de operaciones, hoy en día existen algoritmos y paquetes de computadora que utilizan este modelo para resolver problemas de gran envergadura que en décadas anteriores no se hubiesen podido manejar si no existiesen.

Existen cinco tipos de problemas de redes que son los más utilizados, estos son:

- Ruta más corta
- Árbol de mínima expansión
- Flujo máximo
- Flujo de costo mínimo
- Trueques entre tiempo y costos

Para este trabajo se profundizará en el modelo de redes para optimizar los trueques entre tiempo y costo de un proyecto.

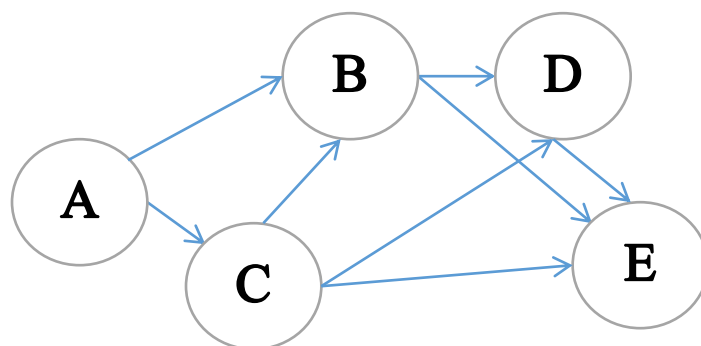
6.1.1 Conceptos y términos a utilizar para modelos de redes

En este apartado se hará un resumen de la terminología básica necesaria a utilizar en este trabajo

- **Nodos:** son los vértices de las redes.
- **Arcos:** Son ligaduras que unen un nodo con otro nodo.
- **Arco dirigido:** es un arco con una flecha al final de este, indicando una dirección.
- **Trayectoria:** es una sucesión de arcos distintos conectados a través de nodos.
- **Definición de red:** a es un conjunto de nodos unidos por arcos este es expresado a través de un grafo.
- **Red dirigida:** es una red que solo contiene arcos dirigidos.
- **Ruta:** es un conjunto de arcos que unen dos nodos distintos y que pasan a través de otros nodos en la red.

La notación a utilizar para describir una red es (N, A) , donde N es un conjunto de nodos y A es el conjunto de arcos.

En la figura (3.1) se muestra una red dirigida en la cual $N=\{A,B,C,D,E\}$ y sus Arcos $A=\{(A,B), (A,C), (B,D), (B,E), (C,B), (C,D), (C,E), (D,E)\}$, un ejemplo de ruta sería los arcos $(A,C), (C,B), (B,D), (D,E)$ forman una ruta entre los nodos A y E .



6.1.2 Modelo De Redes Para Optimizar Los Trueques

El modelo de redes proporciona una forma gráfica para mostrar el flujo de actividades, por lo tanto, este modelo puede aportar a la gestión de proyectos en forma de esquema y matemática la cual se basa en la teoría de grafos.

Al final de la década de 1950 se desarrollaron técnicas de investigación de operaciones basadas en modelo de redes, una de ellas fue PERT (Program Evaluation and Review Technique o Técnica de evaluación y revisión de programas) y la otra CPM (Critical Path Method o método de la ruta crítica) con el paso de los años estas técnicas han tendido a fusionarse y se les conoce como PERT/CPM expone Hillier (2010).

El objetivo de estos métodos es idear herramientas analíticas para programar las actividades, diseñados principalmente para ayudar a planificar, programar y controlar proyectos. Un proyecto es un conjunto de actividades interrelacionadas cada una de ellas tiene como parámetros tiempo y costos.

Las dos técnicas CPM y Pert son desarrolladas de forma independiente y su única diferencia es que CPM supone duración de tiempos de las actividades de forma determinista y PERT supone que las duraciones son probabilísticas.

6.2 Pert/Cpm

Como se dijo anteriormente en ambos casos la metodología es la misma salvo en la duración de las actividades.

Una forma muy útil de resumir los pasos es como lo describe Taha (2012) en un diagrama en el cual lo ordena en etapas clave

- a) Definir actividades del proyecto, sus relaciones de precedencia y requerimientos en tiempo.
- b) Modelar relaciones de precedencia entre las actividades como una red.
- c) Cálculos específicos para desarrollar el cronograma.
- d) Generar el cronograma
- e) Retroalimentación (durante la fase de ejecución real, es posible que la ejecución de actividades no sea como se planeó y algunas actividades pueden ser demoradas o incluso eliminadas.

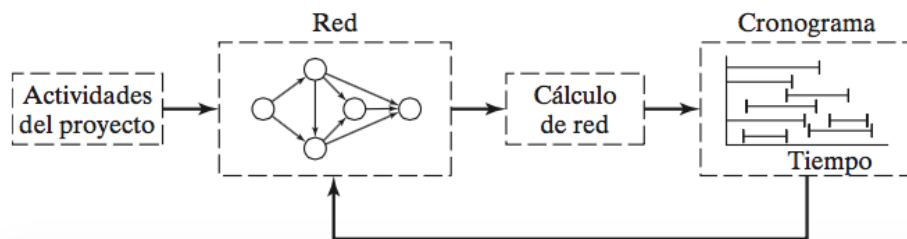


Ilustración 6-2. Diagrama flujo de planificación de los tiempos de un proyecto (Taha, 2012)

Para la representación en forma de red, esta es una red dirigida, la cual siempre apunta en dirección del avance del proyecto. Los nodos de la red establecen relaciones de precedencia entre las diferentes actividades.

El método PERT Malcolm (1959) nace como una técnica para medir y controlar el progreso y desarrollo para el programa “Polaris Fleet Ballistic Missile”, para la Marina de

Estados Unidos fue configurado para desarrollar, testear e implementar una metodología para proveer administración con evaluación cuantitativa de:

- Progreso de las fechas y cumplimiento de objetivos del programa.
- Validar y establecer planes y agendarlos para cumplir con los objetivos del programa.
- Los efectos de los cambios propuestos en los planes establecidos

Para decidir mediante el método PERT, una empresa debe analizar los cursos de acción, la elección entre los mismos y la actividad específica. Las decisiones se pueden agrupar en decisiones de planificación y política. La diferenciación surge en función de los sucesos o hechos con que se ha de enfrentar el proceso de decisión.

Las decisiones de política, o políticas Cuervo (1977), se caracterizan por ser una específica respuesta a repetidas situaciones. Las características de los sucesos que implican son: sucesos ciertos y repetidos en un razonable periodo (se supone un sistema cerrado, sin influencia del entorno en el sistema, o entorno estacionario); sucesos estables, de acuerdo con un marco periódico que se repite (cíclico); sucesos estables o inestables en periodos cortos, pero estables a largo plazo.

Las decisiones de planificación se distinguen por sus caracteres de particularidad y unicidad Cuervo (1977), (sucesos no repetitivos, inestables). Al contrario que las decisiones de política, que tienen un alcance a corto plazo, aquellas son más bien a largo. No cabe reservarse por anticipado un dispositivo de medios para elaborar dichas decisiones. La planificación es un proceso, mediante el cual, la empresa adapta sus cursos al marco externo, a los objetivos, y a su realidad dinámica interna. Es, en síntesis, un proceso de

preparación de decisiones. Proceso que se dirige hacia la producción de un futuro deseado, que es posible que no ocurra si no se prepara la acción.

Para este método se utilizarán los siguientes conceptos:

- Distribución beta. Distribución probabilística utilizada originalmente por los creadores de PERT para la estimación del tiempo de actividad esperado.
- Tiempo optimista (a). Es el menor tiempo en el cual es probable que sea terminada una actividad si todo marcha a la perfección.
- Tiempo más probable (m). Es el tiempo más probable que tome finalizar una actividad si se repitiera una y otra vez, en otras palabras, es el tiempo más frecuente que se utilizaría en circunstancias ordinarias.
- Tiempo pesimista (b). Es el tiempo máximo o más largo posible en el cual es probable sea terminada una actividad bajo las condiciones más desfavorables.
- Tiempo esperado para una actividad (Te). Es el tiempo promedio de la actividad, representa la esperanza matemática del tiempo de ejecución.

$$Te = \frac{a + 4m + b}{6} \quad (6.1)$$

- Varianza de los tiempos. Como cualquier varianza, representa la variabilidad entre los tiempos de ejecución de las actividades, en PERT es calculada como

$$\sigma^2 = \frac{(b - a)^2}{36} \quad (6.2)$$

- Ruta crítica: Es el arco dirigido de principio a fin de la red de nodos, que contiene el escenario más desfavorable considerando todas las posibles rutas.

Asimismo, el (PMBOK, 2013) considera la distribución triangular también válida para estimar los tres parámetros con esto media y la varianza.

$$T_e = \frac{a + m + b}{3} \quad (6.3)$$

$$\sigma^2 = \frac{a^2 + m^2 + b^2 - ab - am - bm}{18} \quad (6.4)$$

De forma matemática se puede obtener la duración del proyecto siempre y cuando, sea t_i la duración de la actividad i -ésima una variable aleatoria, $\forall i \in I$, siendo I el conjunto de actividades presentes en un proyecto y J el conjunto de actividades presentes en la ruta crítica, $\forall j \in J, J \subseteq I$ cada t_i tienen el mismo tipo de distribución de probabilidad, entonces se tiene que la esperanza de todo el proyecto industrial es $\sum_{i \in I} E(t_i)_i$ y la varianza es $\sum_{i \in I} VAR(t_i)_i$. Luego considerando lo anterior, por el teorema del límite central la duración del proyecto completo se distribuye de forma normal siempre y cuando $|J| > 15$, por lo que el tiempo total del proyecto $T \sim N\left(\sum_{j \in J} E(t_j)_j; \sum_{j \in J} VAR(t_j)_j\right)$.

Ventajas de PERT/CPM

- 1) Enseña una disciplina lógica para planificar y organizar un programa detallado de largo alcance.
- 2) Proporciona una metodología normalizada de comunicar los planes del proyecto mediante un cuadro de tres dimensiones (tiempo, personal, costo).
- 3) Identifica los elementos (segmentos) más críticos del plan, en los cuales problemas potenciales puedan perjudicar el cumplimiento del programa propuesto.
- 4) Ofrece la posibilidad de simular los efectos de las decisiones alternativas o situaciones imprevistas y una oportunidad para estudiar sus consecuencias en relación a los plazos de cumplimiento de los programas.
- 5) Aporta la probabilidad de cumplir exitosamente los plazos propuestos.
- 6) Es un sistema dinámico, que se mueve con el progreso del proyecto, reflejando en cualquier momento el status presente del plan de acción.

Como se explicó anteriormente el método PERT posee muchas ventajas, sin embargo, la poca información que tiene hace que sea muy difícil hacer un proceso estadístico, por lo que, si se supone que la duración de una actividad es una variable aleatoria, sobre un intervalo finito, se sabe que la distribución Beta es un buen modelo para la distribución de esa variable, porque puede adoptar múltiples formas. Además, como se dijo anteriormente la información muestral es nula por lo que es necesario recurrir al conocimiento subjetivo de la actividad de estudio, es por esto que en las aplicaciones PERT se determinan subjetivamente (Herrerías, 1991).

6.3 Críticas Al Modelo Pert

En la década de los ochenta Sasieni (1986) tiro una pregunta abierta acerca del modelo PERT, el preguntó “¿Cómo surgió la historia de la distribución beta y por qué los autores la han repetido durante 25 años sin verificarla?”, esta pregunta abierta se refería a la distribución beta del modelo PERT, con esto surgieron muchas innovaciones y mejoras al modelo, uno de los grandes problemas que posee el modelo es la imposibilidad de encontrar los cuatro parámetros de la distribución beta clásica a partir de las tres estimaciones entregadas por el experto (Pérez, 1995).

Otra crítica importante al modelo son las estimaciones de la media y la varianza, las formulas a las cuales llegaron son eminentemente prácticas y sustentadas por intuiciones atractivas (Hillier y Lieberman 1982). Estas fórmulas no se pueden obtener de la función densidad de la distribución Beta, con los parámetros entregados por el experto (Chuen-Tao, 1980). Sasieni al observar la media se da cuenta

$$\mu = \frac{b(1 - \alpha) + a(1 + \beta)}{\alpha + \beta + 2} \quad (6.5)$$

Con esto su moda es

$$m = \frac{b\alpha + a\beta}{\alpha + \beta} \quad (6.6)$$

si se elige $\alpha + \beta = 4$ se puede obtener la media del modelo, no existe ninguna razón para elegir que la suma sea 4 y no otro valor particular (Sasieni,1986), si la suma es 4 esto equivale a suponer un alto grado de apuntamiento, sin disponer de ninguna información al respecto (Pérez, 1995).

Una de las críticas más habituales del modelo PERT es que entrega resultados excesivamente optimistas (Herrerías, 1991) generando tiempos esperados menores, generando tardanzas y falta de precisión.

Al analizar el criterio experto no se toma en cuenta la acuracidad de sus predicciones, por lo que es una variable a indagar si el experto es sesgado o no (Herrerías, 1999), por lo que se es indiferente sobre la calidad del experto al realizar la estimación de las actividades.

6.4 NUEVOS APORTES AL MODELO.

6.4.1 Propuesta De Apuntamiento.

Una propuesta de mejora creada por (Pérez, 1995) es la obtención de datos blandos sobre el apuntamiento de la distribución beta con lo cual propone cinco modelos para el apuntamiento solicitando una respuesta más fiable por parte del experto. Para ello utiliza un parámetro $K=p+q-2$, siendo p y q parámetros de la distribución beta clásica, con esto:

$$m = \frac{p-1}{p+q-2} b + \frac{q-1}{p+q-2} a \quad (6.7)$$

$$\mu = \frac{p}{p+q} b + \frac{q}{p+q} a \quad (6.8)$$

$$\sigma^2 = \frac{pq(b-a)^2}{(p+q+1)(p+q)^2} \quad (6.9)$$

Utilizando el parámetro K antes mencionado se puede obtener una expresión para los parámetros de la distribución beta clásica p y q los cuales van a depender de los parámetros de la beta Pert y de K .

$$p = 1 + K \frac{m-a}{b-a} \quad (6.10)$$

$$q = 1 + K \frac{b-m}{b-a} \quad (6.11)$$

Los valores a los cuales se llegarán estarán tipificados, luego para llegar a los valores no tipificados se tiene:

$$X = Z(b-a) + a \quad (6.12)$$

En este apartado se mostrarán las clasificaciones de apuntamiento ofrecidos por (Pérez, 1995) en las cuales se tomarán tres casos,

$$m - a = b - m \quad (6.13)$$

$$m - a < b - m \quad (6.14)$$

$$m - a > b - m \quad (6.15)$$

1) Apuntamiento muy alto:

$K=10$

a) $m - a = b - m$

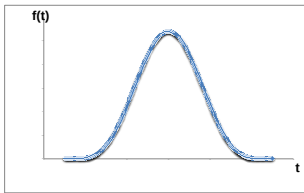


Ilustración 6-3. Apuntamiento muy alto simétrico

b) $m - a < b - m$

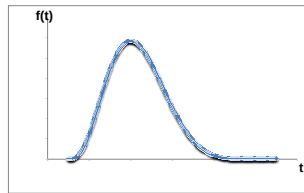


Ilustración 6-4. Apuntamiento muy alto asimetría izquierda

c) $m - a > b - m$

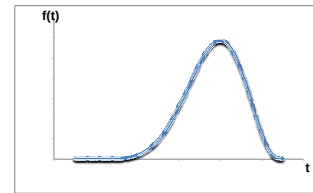


Ilustración 6-5. Apuntamiento muy alto asimetría derecha

2) Apuntamiento alto:

$K=4$

a) $m - a = b - m$

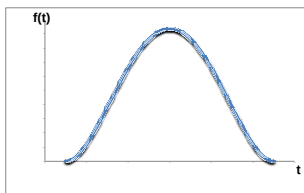


Ilustración 6-6. Apuntamiento alto simétrico

b) $m - a < b - m$

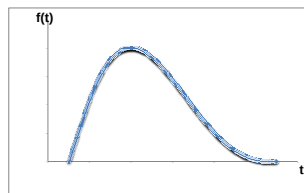


Ilustración 6-7. Apuntamiento alto asimetría izquierda

c) $m - a > b - m$

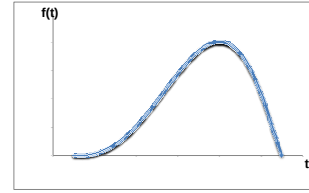


Ilustración 6-8. Apuntamiento alto asimetría derecha

3) Apuntamiento medio:

$$K=2$$

a) $m-a = b-m$

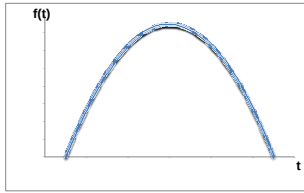


Ilustración 6-9. Apuntamiento medio simétrico

b) $m-a < b-m$

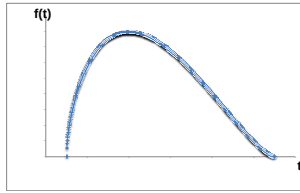


Ilustración 6-10. Apuntamiento medio asimetría izquierda

c) $m-a > b-m$

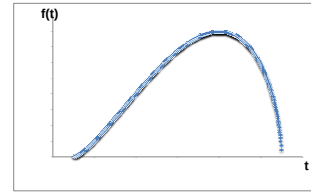


Ilustración 6-11. Apuntamiento medio asimetría derecha

4) Apuntamiento bajo:

$$K=1$$

a) $m-a = b-m$

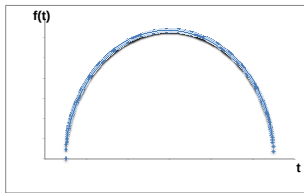


Ilustración 6-12. Apuntamiento bajo simétrico

b) $m-a < b-m$

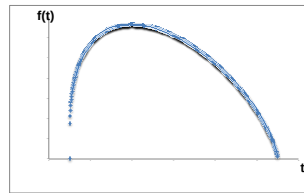


Ilustración 6-13. Apuntamiento bajo asimetría izquierda

c) $m-a > b-m$

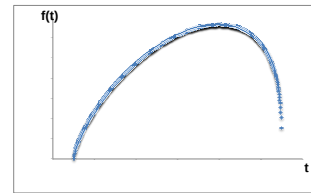


Ilustración 6-14. Apuntamiento bajo asimetría derecha

5) Apuntamiento muy bajo:

$$K=2/5$$

a) $m-a = b-m$

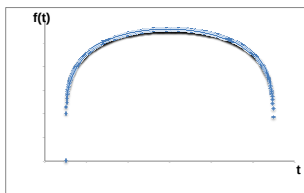


Ilustración 6-15. Apuntamiento muy bajo simétrico

b) $m-a < b-m$

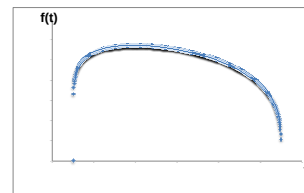


Ilustración 6-16. Apuntamiento muy bajo asimetría izquierda

c) $m-a > b-m$

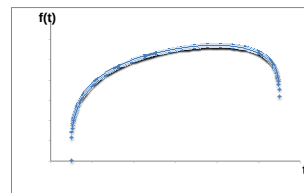


Ilustración 6-17. Apuntamiento muy bajo asimetría derecha

Se puede observar que ha mayor grado de apuntamiento menor es la desviación estándar, y también la media está más cercana a la moda, esto se deduce a continuación.

Para hacer esta clasificación (Pérez, 1995) generó un parámetro “ α ” que relaciona la media con la moda, si la moda es cercana a la media el apuntamiento es superior, este parámetro va de 0 a 1.

$$\mu = \alpha m + (1 - \alpha)c \quad (6.16)$$

con $c=(b+a)/2$, por lo que si $\alpha=1$ la media es igual a la moda, y si esta entre 0 y 1 la media va a ser una combinación lineal entre la moda y el centro de la distribución.

$$K = \frac{2\alpha}{1 - \alpha} \quad (6.17)$$

De las expresiones anteriores (Pérez, 1995) deduce esta tabla.

Grado de Apuntamiento	α	K	Media	Varianza
Muy bajo	1/6	2/5	$\frac{5a + 2m + 5b}{12}$	$\frac{20(m - a)(b - m) + 175(b - a)^2}{2448}$
Bajo	1/3	1	$\frac{a + m + b}{3}$	$\frac{(m - a)(b - m) + 2(b - a)^2}{36}$
Medio	1/2	2	$\frac{a + 2m + b}{4}$	$\frac{4(m - a)(b - m) + 3(b - a)^2}{80}$
Alto	2/3	4	$\frac{a + 4m + b}{6}$	$\frac{16(m - a)(b - m) + 5(b - a)^2}{252}$
Muy Alto	5/6	10	$\frac{a + 10m + b}{12}$	$\frac{100(m - a)(b - m) + 11(b - a)^2}{1872}$

Tabla 6.1. CLASIFICACIÓN SEGÚN GRADO DE APUNTAMIENTO

La clásica formula de la Beta PERT, se asume siempre un apuntamiento alto ($\alpha=2/3$), independiente de la información al respecto. Por lo que esto soluciona en gran parte el grado de apuntamiento de la distribución, teniendo en cuenta ahora un cuarto parámetro el valor de “K” el cual va ser el grado de apuntamiento que le queremos dar al experto, el cual va a ser traspasado a la distribución Beta PERT.

6.4.2 Mejoras En La Varianza Del Modelo.

Al introducir el parámetro k, en la ecuación (3.4) se puede llegar a una relación para la media y también para la varianza, respetando los parámetros periciales.

$$\mu = \frac{a + km + b}{k + 2} \quad (6.18)$$

Análogamente sustituyendo el parámetro k en (3.5) se obtiene: (Herrerías, 1995)

$$\sigma^2 = \frac{(1 + k \frac{m - a}{b - a})(1 + k \frac{b - m}{b - a})(b - a)^2}{(k + 3)(k + 2)^2} \quad (6.19)$$

Luego después de algebra Herrerías encontró que se puede llegar a que la varianza depende de la media

$$\sigma^2 = \frac{(\frac{a + km + ba}{k + 2} - a)(b - \frac{a + km + ba}{k + 2})}{(k + 3)} \quad (6.20)$$

$$\sigma^2 = \frac{(\mu - a)(b - \mu)}{k + 3} \quad (6.21)$$

Se puede observar que los dos estimadores de la Beta dependen del parámetro k y que la varianza depende de la media, esto permite calcular la varianza y la media solo con la información que entrega el experto.

Permite generalizar los cálculos de la varianza y la media para cualquier valor k, por lo que simplifica el cálculo haciéndolo más práctico.

Herrerías nombra ciertas ventajas, de las cuales se resaltan:

- a) Respeta la información pericial, al ocupar los mismos parámetros.
- b) La varianza proporcionada es superior a la del PERT clásico para todo m comprendido entre a y b

6.4.3 Propuesta De Distribución Trapezoidal Para El Modelo.

Los modelos probabilísticos utilizados para la duración de diferentes tareas o actividades son:

- Distribución rectangular o uniforme.
- Triangular.
- Beta.

Según (Callejón, 1996) estas distribuciones son sobradamente utilizadas para la duración de tareas o actividades. Para la primera se requiere de un nivel de información mínimo que sea suficiente para estimar los valores mínimo y máximo (a, b) en cambio para la segunda y la tercera se requiere de un nivel de información más comprometida, la cual corresponde al valor modal “m”.

Por otro lado, en el caso de la Beta, aplicado al modelo Pert no parece coherente después de haber solicitado información más comprometida que la moda no aparezca en la varianza calculada, la cual está representada en la formula (3.2).

Una alternativa para este problema es ocupar la varianza de la forma que propone el autor anterior, otra forma es ocupar la distribución trapezoidal como lo propone (Callejón, 1996), la cual es un híbrido de distribuciones triangular y uniforme.

La función densidad para la distribución trapezoidal es:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{2}{b-a+m_2-m_1} \frac{x-a}{m_1-a}, & a \leq x \leq m_1 \\ \frac{2}{b-a+m_2-m_1}, & m_1 \leq x \leq m_2 \\ \frac{2}{b-a+m_2-m_1} \frac{b-x}{b-m_2}, & m_2 \leq x \leq b \\ 0, & x \geq b \end{cases} \quad (6.22)$$

Siendo (m_1, m_2) el intervalo donde se encuentra m . Si la distribución es simétrica con respecto a la recta $x=(a+b)/2$ entonces se pueden verificar que

$$m_1 - a = b - m_2; \quad b - m_1 = m_2 - a; \quad a + b = m_1 + m_2 \quad (6.23)$$

Con esto se puede hacer una simplificación quedando la función de densidad de esta manera:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ h \frac{x-a}{m_1-a}, & a \leq x \leq m_1 \\ h, & m_1 \leq x \leq m_2 \\ h \frac{b-x}{b-m_2}, & m_2 \leq x \leq b \\ 0, & x \geq b \end{cases} \quad (6.24)$$

Donde sí hay simetría se cumple que:

$$h = \frac{2}{b-a+m_2-m_1} = \frac{1}{b-m_1} = \frac{1}{m_2-a} \quad (6.25)$$

La media y la varianza para una distribución simétrica queda especificada de esta forma:

$$E(x) = c = \frac{a + b}{2} \quad (6.26)$$

$$V(x) = \frac{1}{12} [(m_2 - a)^2 + (b - m_2)^2] = \frac{1}{12} [(m_1 - a)^2 + (b - m_1)^2] \quad (6.27)$$

El autor decide clasificar el modelo según su simetría, por lo que usa el centro “c” (6.26) de la distribución por lo que si la moda “m” entregada por el experto es distinta del centro quedará una distribución trapezoidal asimétrica. Esto se podrá entender mejor en la siguiente tabla.

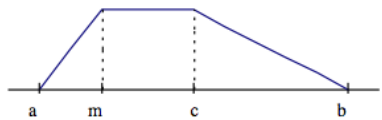
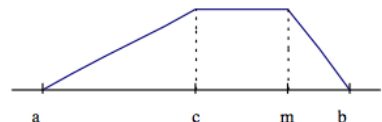
Condición	Simetría	Cambio de variable en (6.22)	Gráfica
c>m	Asimetría derecha	$m_1=m$; $m_2=c$	
c<m	Asimetría izquierda	$m_1=c$; $m_2=m$	

Tabla 6.2. CLASIFICACIÓN SEGÚN SIMETRÍA (CALLEJÓN, 1996).

Con esto queda resuelto la existencia de los parámetros m_1 y m_2 , con lo que se pueden utilizar las estimaciones periciales.

La media y la varianza para una distribución asimetría derecha $c>m$ queda especificada de esta forma:

$$E(x) = \frac{1}{3} \left(a + m + c + b - \frac{bc - am}{b - m + c - a} \right) \quad (6.28)$$

$$V(x) = \frac{1}{18} \left[(b-m)^2 + (c-a)^2 + (m-a)(b-c) - \frac{2(b-a)(c-m)(c-a)(b-m)}{(b-m+c-a)^2} \right] \quad (6.29)$$

La media y la varianza para una distribución asimetría izquierda $c < m$ queda especificada de esta forma:

$$E(x) = \frac{1}{3} \left(a + c + m + b - \frac{bm - ac}{b - c + m - a} \right) \quad (6.30)$$

$$V(x) = \frac{1}{18} \left[(b-c)^2 + (m-a)^2 + (c-a)(b-m) - \frac{2(b-a)(m-c)(m-a)(b-c)}{(b-c+m-a)^2} \right] \quad (6.31)$$

(Callejón, 1996) al comparar los modelos, fijando “a” como 0 y “b” como 1, la esperanza queda en función de la moda, y la media de los 3 modelos coincide cuando la moda está al centro del intervalo.

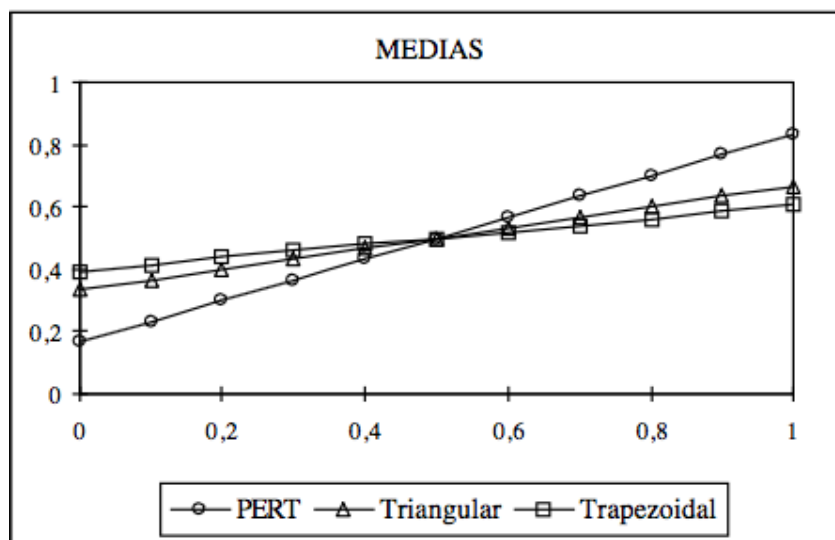


Ilustración 6-18. (Callejón, 1996)

Análogamente para las varianzas se puede observar que la varianza de la distribución triangular es muy similar a la trapezoidal.

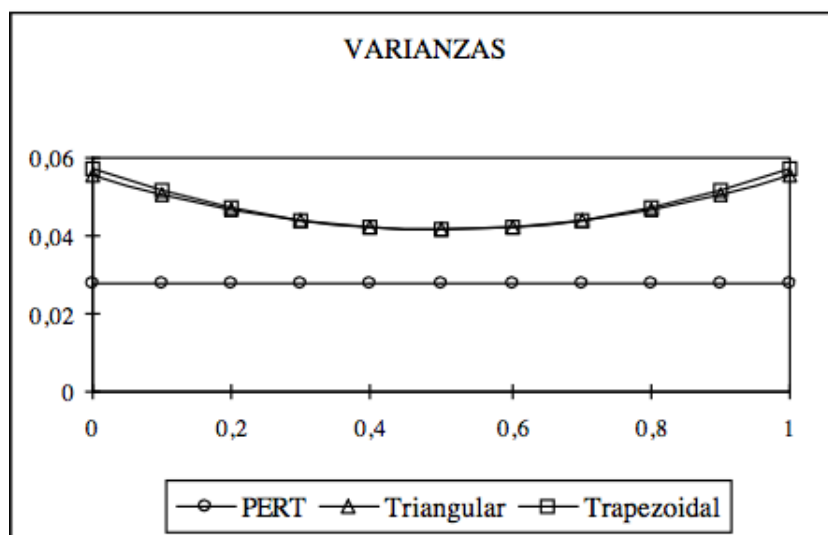


Ilustración 6-19. (Callejón, 1996)

Por otro lado las distribuciones trapezoidales de los autores Vivo y Franco 2006 y Herrerías, 2013, serán presentadas a continuación:

Desde un punto de vista conservador o de aversión al riesgo, la distribución Vivo y Franco tiene la mayor varianza de las distribuciones trapezoidales, lo que hace que esta

distribución sea preferida a otra, ya que se evitan los resultados excesivamente optimistas en las decisiones empresariales, véase Suárez (2007). Por ello, la distribución Trapezoidal Vivo y Franco es la preferida en el intervalo estandarizado $m \in (0,027491837;0,97250816)$ y sólo fuera de él, la distribución Trapezoidal de Callejón tiene una varianza mayor, por lo que será favorita en dichas aplicaciones.

Vivo y Franco obtuvieron la siguiente distribución a partir de los 3 parámetros periciales (a, m, b) manteniendo la hipótesis de extremos finitos a y b de la distribución trapezoidal:

$$\left\{ \begin{array}{ll} m_1 = a ; m_2 = 2m - a & \text{si } a < m \leq \frac{4a + b}{5} \\ m_1 = \frac{5m - a - b}{3} ; m_2 = \frac{a + m + b}{3} & \text{si } \frac{4a + b}{5} < m < c \\ m_1 = \frac{a + m + b}{3} ; m_2 = \frac{5m - a - b}{3} & \text{si } c < m < \frac{a + 4b}{5} \\ m_1 = 2m - b ; m_2 = b & \text{si } \frac{a + 4b}{5} \leq m < b \end{array} \right. \quad (6.32)$$

Herrerías por su parte determina otra distribución trapezoidal con los mismos parámetros en el año 2009, siendo (a, b) los extremos de la distribución, la cual está determinada

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 = m - \frac{(m-a)}{2} ; m_2 = m + \frac{(m-a)}{2} \\ m_1 = \frac{3m-c}{2} ; m_2 = \frac{m+c}{2} \\ m_1 = \frac{m+c}{2} ; m_2 = \frac{3m-c}{2} \\ m_1 = m - \frac{b-m}{2} ; m_2 = m + \frac{b-m}{2} \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{si } m < \frac{3a+b}{4} \\ \text{si } m \in \left[\frac{(3a+b)}{4}, c \right] \\ \text{si } m \in \left[c, \frac{3b+a}{4} \right] \\ \text{si } m > \frac{3b+a}{4} \end{array} \quad (6.33)$$

Para ambos casos su media y varianza es la que se muestra en las siguientes ecuaciones.

$$E(x) = \frac{1}{3} \left(a + m_1 + m_2 + b - \frac{bm_2 - am_1}{b - m_1 + m_2 - a} \right) \quad (6.34)$$

$$V(x) = \frac{1}{18} \left[(b - m_1)^2 + (m_2 - a)^2 + (m_1 - a)(b - m_2) - \frac{2(b-a)(m_2 - m_1)(m_2 - a)(b - m_1)}{(b - m_1 + m_2 - a)^2} \right] \quad (6.35)$$

7 METODOLOGÍA.

Para desarrollar este estudio se estableció la siguiente metodología de trabajo



Ilustración 7-1. Diagrama de metodología

7.1 Definición del problema

El problema a resolver es comparar la imprecisión de los tiempos en un proyecto industrial (utilizando técnicas que aún se utilizan en el PMBOK) con las técnicas investigadas en las publicaciones. Esto se hará utilizando como método base la distribución Beta PERT y la triangular.

7.2 Recopilación de estudios por investigadores

La búsqueda de información será principalmente de publicaciones y libros, los cuales están en bases de datos autorizadas como fuente de investigación. Para la aplicación de los diferentes modelos se usarán datos reales proporcionados por una empresa nacional.

Los métodos estudiados en esta memoria son los mencionados anteriormente, pero para mayor precisión se listan a continuación:

- Propuesta de apuntamiento de Pérez - Herrerías (PH)
- Propuesta de distribución Trapezoidal Callejón - Pérez - Ramos (CPR)
- Propuesta de distribución Trapezoidal Herrerías - Herrerías (HH)
- Propuesta de distribución Trapezoidal Vivo - Franco (VF)

7.2.1 Análisis de los métodos de estudio

Cada método debe ser analizado en forma particular para una posterior aplicación. Para ello se desarrolla un procedimiento que detalla los pasos en la construcción de las funciones densidad aplicadas en cada caso.

Para este procedimiento se utilizó el software Microsoft Excel 2011

Las variables de entradas comunes a los métodos estudiados son (a, m, b).

7.2.1.1 Propuesta de apuntamiento de Pérez – Herrerías (PH)

- I. Registro de parámetros periciales (a, m, b) y adicionalmente seleccionar un $K=\{2/5, 1, 2, 4\}$
- II. Obtener parámetros de Distribución Beta $BETA(p, q)$ a través de formula (6.10 y 6.11)

- III. Establecer longitud del paso y numero de iteraciones entre a y b. Siendo cada iteración un “t” este debe ser tipificado siendo $z = \frac{t-a}{b-a}$, por cada intervalo.
- IV. Utilizando el “Z” del punto III se aplica la función densidad $f(Z)=\text{DISTR.BETA}(Z,p,q)$.
- V. A continuación se presenta un ejemplo el gráfico t, f(z) con los siguientes datos de entrada a=1, m=3, b=8 y K=10

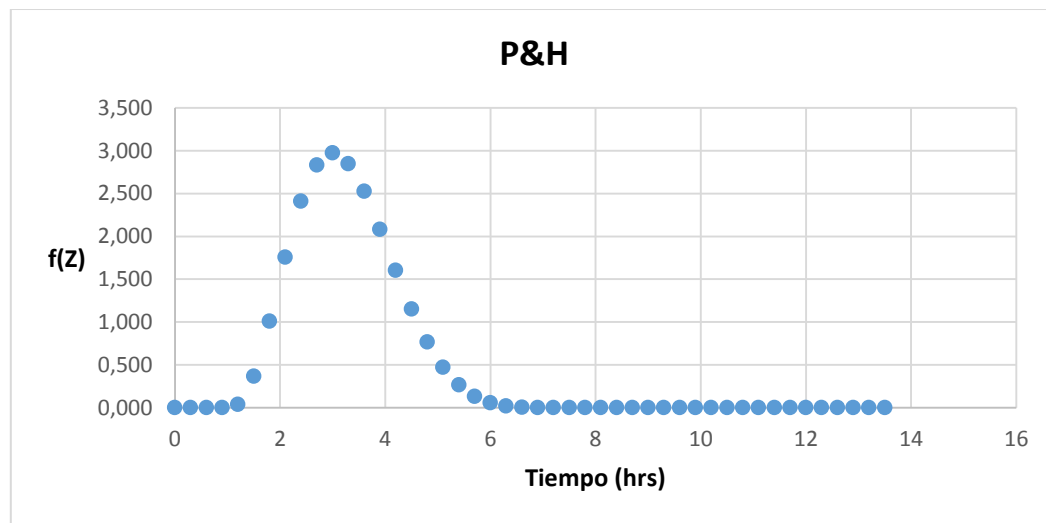


Ilustración 7-2. función densidad Beta con grado de apuntamiento K=10 según Pérez & Herrerías (Ilustración propia)

7.2.1.2 Propuesta de distribución Trapezoidal Callejón - Pérez - Ramos (CPR)

- I. Registro de parámetros periciales (a, m, b)
- II. Se debe calcular el centro $c = \frac{a+b}{2}$, con esto definir simetría (ver tabla 2).
- III. Sustituir en la función (6.22) los cambios de parámetros del punto anterior, el tiempo es analizado por tramos.
- IV. Se aplica la función por tramos para cada t, con los siguientes datos de entrada a=1, m=3, b=8 se obtiene el gráfico t, f(t) mostrado a continuación.

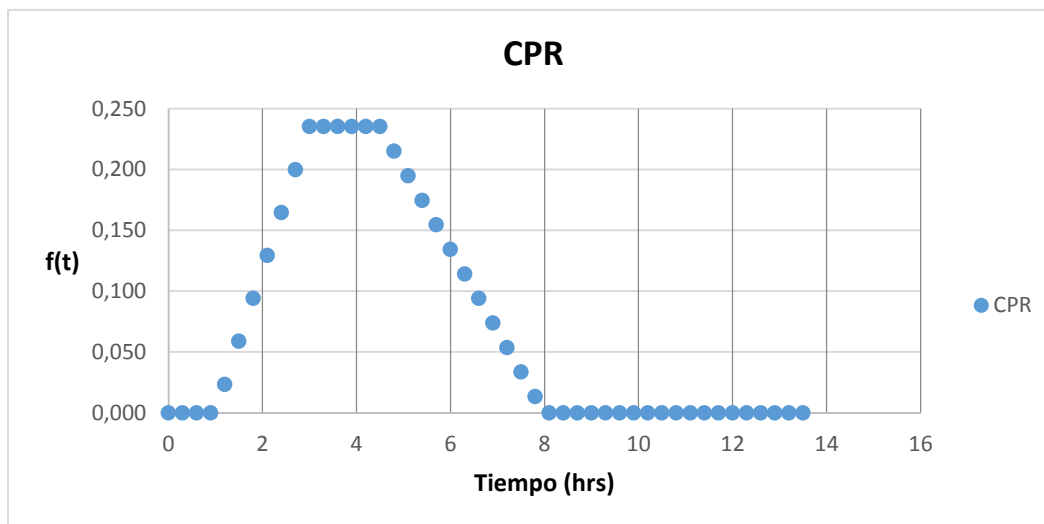


Ilustración 7-3. función densidad Trapezoidal según Callejón, Pérez, Ramos (Ilustración propia).

7.2.1.3 Propuesta de distribución Trapezoidal Herrerías –Herrerías (HH)

- I. Registro de parámetros periciales (a, m, b) y calculo “c” descrito anteriormente.
- II. Evaluar en las ecuaciones (6.33) a que tramo pertenece “m” y sustituir los parámetros correspondientes en (6.22).
- III. Se aplica la función por tramos (6.22) para cada t, con los siguientes datos de entrada a=1, m=3, b=8 se obtiene el gráfico t, f(t) mostrado a continuación.

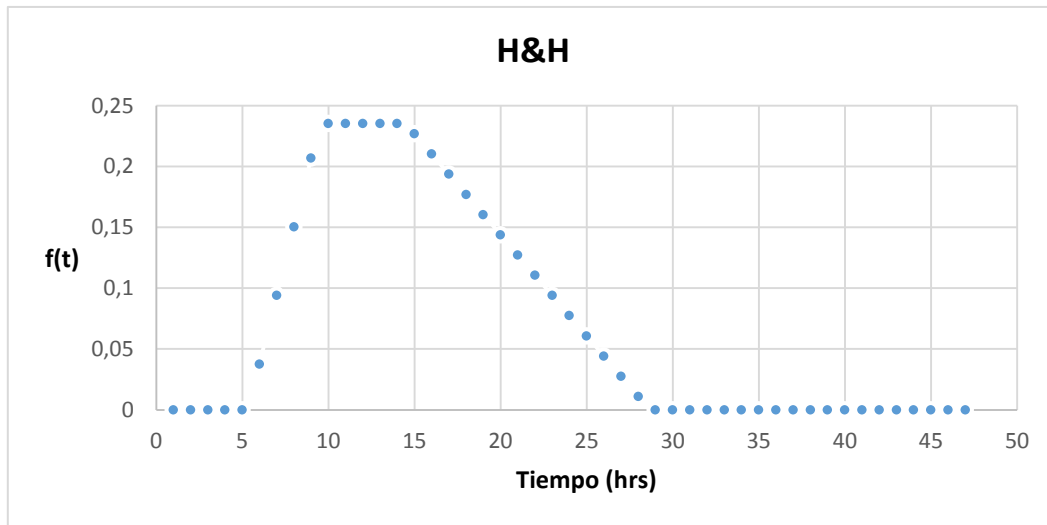


Ilustración 7-4. función densidad Trapezoidal según Herrerías & Herrerías (Ilustración propia)

7.2.1.4 Propuesta de distribución Trapezoidal Vivo & Franco VF

- I. Registro de parámetros periciales (a , m , b) y calculo “ c ” descrito anteriormente.
- II. Evaluar en las ecuaciones (6.32) a que tramo pertenece “ m ” y sustituir los parámetros correspondientes en (6.22).
- III. Se aplica la función por tramos (6.22) para cada t , con los siguientes datos de entrada $a=1$, $m=3$, $b=8$ se obtiene el gráfico t , $f(t)$ mostrado a continuación.

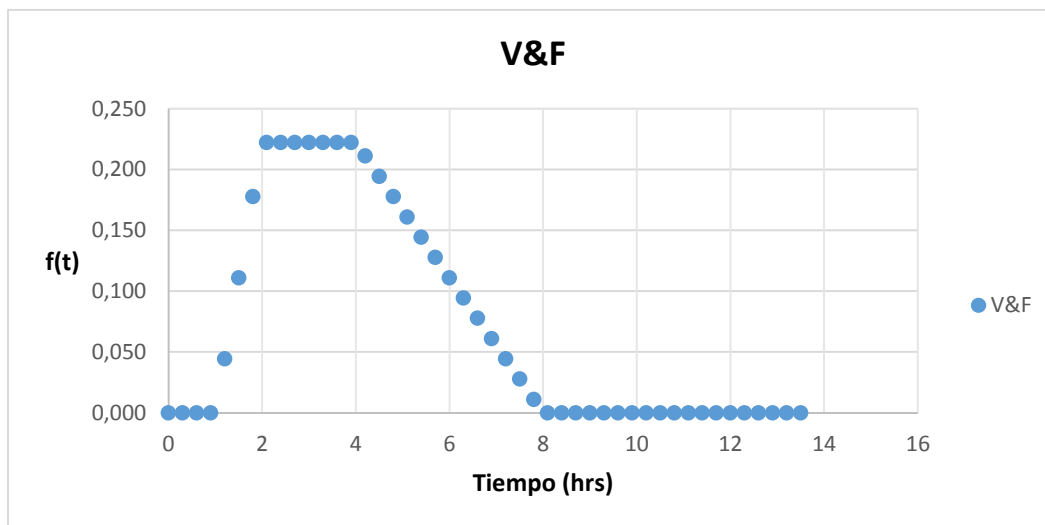


Ilustración 7-5. función densidad Trapezoidal según Vivo & Franco (Ilustración propia)

7.3 Diagnóstico de metodología comúnmente utilizada

La base de estudio será evaluar con los datos registrados creando dos bases de comparación la primera respecto medidas de tendencia central y dispersión de la muestra y la segunda respecto a la mejor distribución que se puede ajustar a los datos obtenidos. Con estas dos bases de comparación se contrastarán respecto a las distribuciones propuestas por los autores, teniendo como inputs datos periciales proporcionados por dos expertos.

7.4 Comparación de metodologías con un caso práctico en Chile

Una vez obtenidos los resultados, se evalúa la precisión de los tiempos contrastándolo con la realidad del caso en estudio chileno.

7.5 Conclusión de análisis de metodologías

Luego de haber ocupado técnicas estadísticas para obtener los resultados, se concluye el mejor modelo que representa la realidad para el caso práctico industrial chileno elegido.

8 RESULTADOS.

Para el cálculo de los resultados se tomaron datos reales de una empresa dedicada a la reparación y venta de grupos electrógenos. El análisis hecho en esta memoria fue tomar datos de tiempos de reparación, medidos en horas, del generador modelo KDE12STA3, 12KVA trifásico diésel. Se escogió este modelo debido a que es el que tiene mayor presencia o volumen de reparación en el servicio técnico. Se registraron los tiempos de reparación durante todo el mes de mayo 2016 (días hábiles).

Los parámetros (a, m, b) fueron obtenidos por dos técnicos expertos de la empresa, Jefe de Taller y Mecánico Senior.

Los resultados fueron los siguientes:

Datos de entrada:

Experto	a	m	b
Jefe Taller	1	3	8
Mecánico	1	3	13

Tabla 8.1. PARÁMETROS PERICIALES EMPÍRICOS.

Se recopilaron 22 datos en el mes de mayo de diferentes tiempos de reparación para el equipo KDE12STA3:

Parámetros estadísticos	Datos muestra
n	22
Media	4,08
Varianza	8,80
Desviación	2,97
Max	10,00
Min	0,83
Mediana	2,88

Tabla 8.2. PARÁMETROS ESTADÍSTICOS MUÉSTRALES

Cálculo de medidas de tendencia central para los diferentes modelos de distribución propuestos por los autores:

	Distribucion Trapezoidal					
	CPR		VF		HH	
	Jefe Taller	Mecánico	Jefe Taller	Mecánico	Jefe Taller	Mecánico
E(t)	4,21	6,17	3,89	5,33	3,91	5,48
VAR(t)	2,18	6,97	2,38	7,89	2,30	7,27
Desvest(t)	1,48	2,64	1,54	2,81	1,52	2,70

Tabla 8.3. PARÁMETROS ESTADÍSTICOS SEGÚN DISTRIBUCIÓN TRAPEZOIDAL DE JEFE TALLER Y MECÁNICO.

Beta con grado de apuntamiento								
K=2/5	PH		K=1	PH		K=2	PH	
	Jefe Taller	Mecánico		Jefe Taller	Mecánico		Jefe Taller	Mecánico
E(t)	4,25	6,33	E(t)	4,00	5,67	E(t)	3,75	5,00
VAR(t)	3,58	10,46	VAR(t)	3,00	8,56	VAR(t)	2,34	6,40
Desvest(t)	1,89	3,23	Desvest(t)	1,73	2,92	Desvest(t)	1,53	2,53

K=4	PH		K=10	PH	
	Jefe Taller	Mecánico		Jefe Taller	Mecánico
E(t)	3,50	4,33	E(t)	3,25	3,67
VAR(t)	1,61	4,13	VAR(t)	0,82	1,91
Desvest(t)	1,27	2,03	Desvest(t)	0,91	1,38

Tabla 8.4. PARÁMETROS ESTADÍSTICOS PARA DISTINTOS GRADOS DE APUNTAMIENTO DEL JEFE DE TALLER Y MECÁNICO.

Medidas de tendencia central para distribuciones del PERT clásico:

Beta Pert Clásica		
Tendencia Central	Jefe Taller	Mecánico
E(t)	3,50	4,33
VAR(t)	1,36	4,00
Desvest(t)	1,17	2,00

Tabla 8.5. PARÁMETROS ESTADÍSTICOS PARA JEFE DE TALLER Y MECÁNICO SEGÚN BETA PERT CLÁSICA.

Triangular		
Tendencia Central	Jefe Taller	Mecánico
E(t)	4,00	5,67
VAR(t)	2,17	6,89
Desvest(t)	1,47	2,62

Tabla 8.6. PARÁMETROS ESTADÍSTICOS PARA JEFE DE TALLER Y MECÁNICO SEGÚN DISTRIBUCIÓN TRIANGULAR.

A las 22 observaciones se le realizó una décima de bondad de ajuste con el software Minitab 17, para saber cual es la mejor distribución teórica que se ajustaba a los datos y estos fueron los resultados.

Goodness of Fit Test				
Distribution	AD	P		
Lognormal	0,543	0,144		
Exponential	1,254	0,055		
3-Parameter Weibull	0,656	0,092		
Normal	1,570	<0,005		
ML Estimates of Distribution Parameters				
Distribution	Location	Shape	Scale	Threshold
Lognormal*	1,14889		0,74281	
Exponential			4,07955	
3-Parameter Weibull		1,22508	3,78375	0,54933
Normal*	4,07955		2,96591	

Ilustración 8-1. Resultados de Test de bondad de ajuste y parámetros de localización, forma, escala y límite inicial (Ilustración propia Minitab 17).

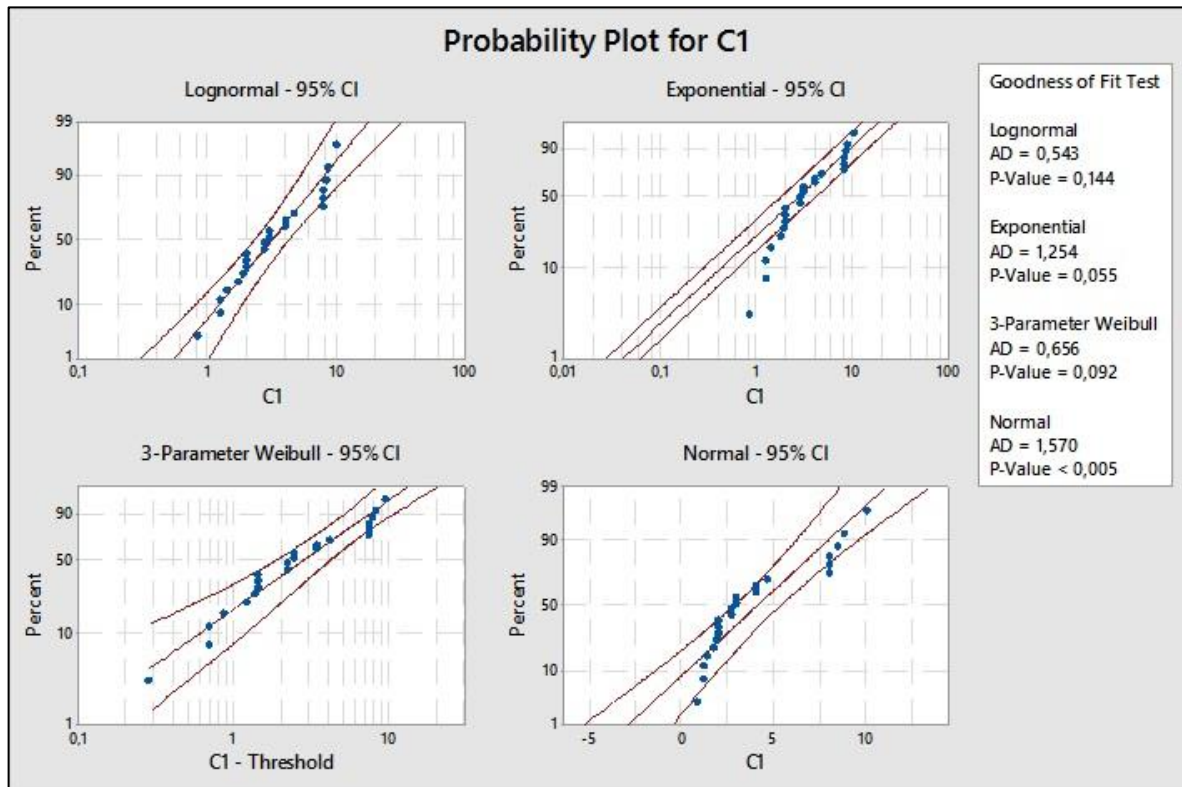


Ilustración 8-2. Test de bondad de ajuste con intervalos de confianza para alfa del 5%

La que tiene mejor Anderson-Darling y mejor valor P es la distribución Lognormal, por lo que la base de comparación con respecto a las otras distribuciones será la Lognormal.

Se compararán las distribuciones propuestas con respecto a la distribución Log normal, para ello se cálculo la diferencia entre el area de la distribución ajustada y la distribución propuesta ($\sum_i |F_{i,lognormal} - F_{i,j}|$, $i=\{\text{pasos}\}$, $j=\{\text{distribución: PH, HH, VF, CPR}\}$):

DIFERENCIAS DE ÁREAS ENTRE DISTRIBUCIÓN LOGNORMAL Y DISTRIBUCIONES PROPUESTAS PARA EFET				
k	P&H	H&H	V&F	CPR
2/5	16,0477	16,1319	15,7317	19,2385
1,00	14,6882			
2,00	15,0626			
4,00	17,5298			
10,00	22,1255			
1,25	14,5919			

solver

Tabla 8.7. DIFERENCIAS DE ÁREAS ENTRE DISTRIBUCIÓN LOG-NORMAL Y DISTRIBUCIONES PROPUESTAS (ELABORACIÓN PROPIA)

La última fila corresponde a un “K” optimizado con Solver de Excel en el cual se hizo variar la celda K entre [0,10] y como función objetivo a minimizar era la diferencia de áreas entre la distribución Log-normal y la distribución Beta con apuntamiento.

En el siguiente gráfico se puede observar la distribución Log-normal en negro y Beta K=1 en celeste y Beta K*=1,25 optimizado con solver en rojo.

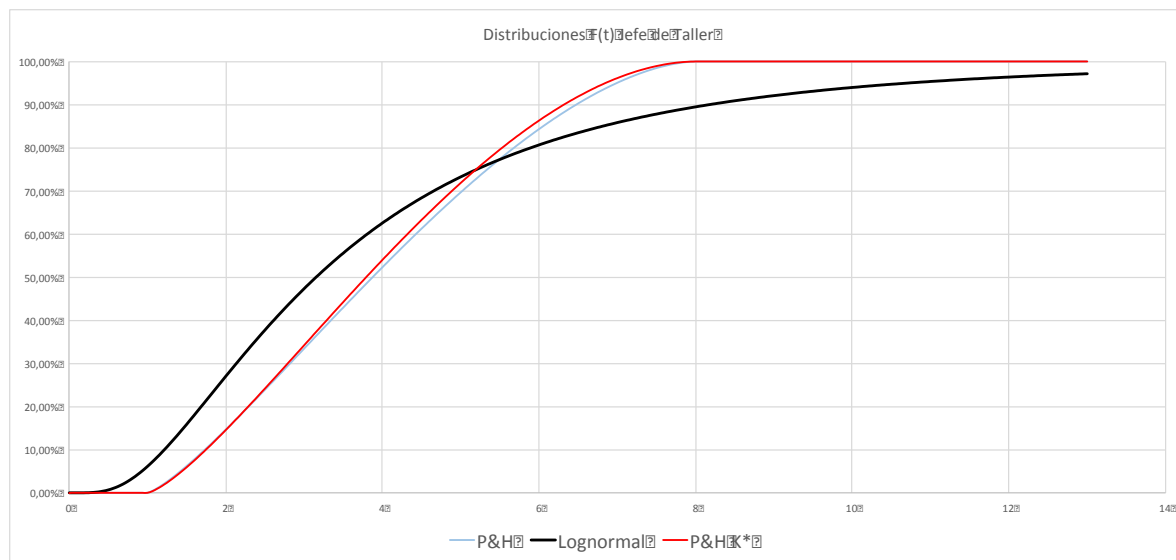


Ilustración 8-3. distribución Log-normal, Beta K=1 y Beta K=1,25 optimizado.

En la figura siguiente se muestran la diferentes distribuciones graficadas y en color negro la distribución Log-normal, para este gráfico se eligio un $K=1$.

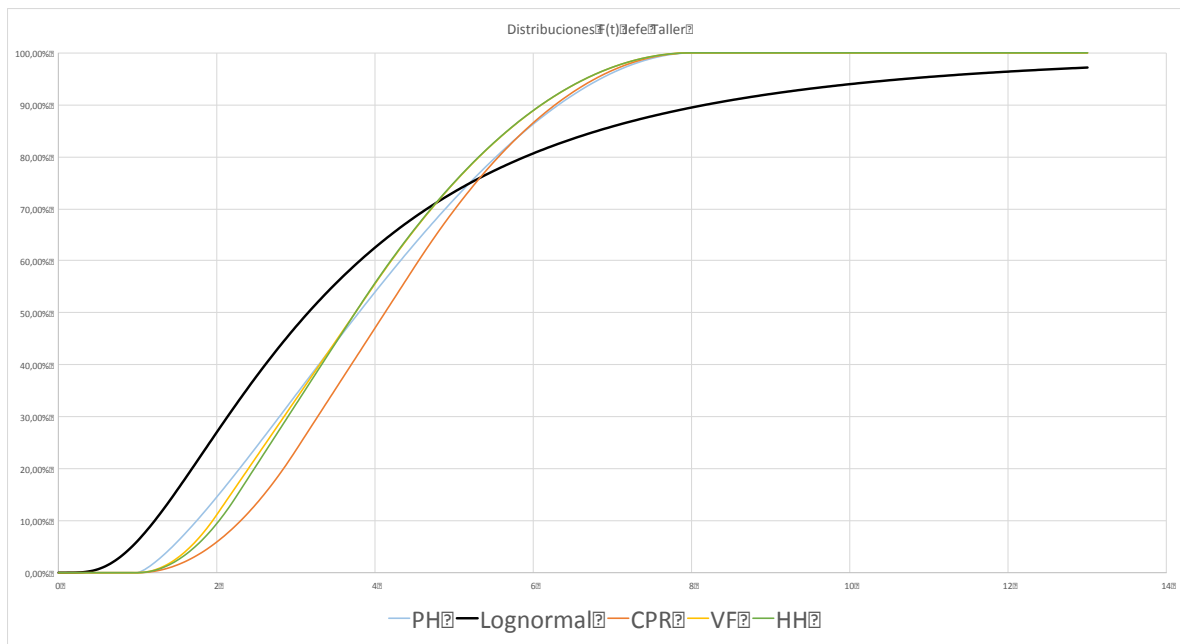


Ilustración 8-4. distribución Log-normal, Beta $K=1$, Trapezoidales (CPR, VF y HH)

Análogo para Mecánico Senior:

DIFERENCIA DE ÁREAS ENTRE DISTRIBUCIÓN LOGNORMAL Y DISTRIBUCIÓN PROPUESTA PARA MECÁNICO SENIOR				
k	P&H	H&H	V&F	CPR
2/5	37,5742	25,1785	22,9178	35,8743
1	27,7093			
2	19,0860			
4	13,9939			
10	16,8368			
solver 4,7349	13,8008			

Tabla 8.8. DIFERENCIAS DE ÁREAS ENTRE DISTRIBUCIÓN LOG-NORMAL Y DISTRIBUCIONES PROPUESTAS (ELABORACIÓN PROPIA)

La última fila corresponde a un “K” optimizado con Solver de Excel en el cual se hizo variar la celda K entre [0,10] y como función objetivo a minimizar era la diferencia de áreas entre la distribución Log-normal y la distribución Beta con apuntamiento.

En el siguiente gráfico se puede observar la distribución Log-normal en negro y Beta K=4 en celeste y Beta K*=4,7349 optimizado con solver en rojo

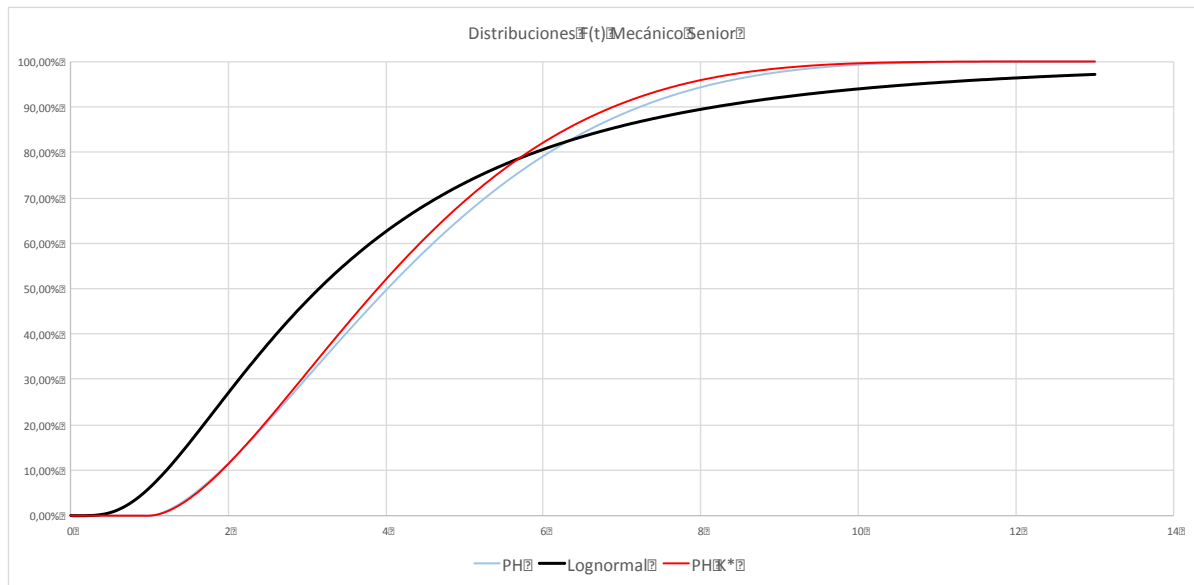


Ilustración 8-5. Distribución Log-normal, Beta K=4 y Beta K=4,73 optimizado.

En la figura siguiente se muestran las diferentes distribuciones graficadas y en color negro la distribución Log-normal, para este gráfico se eligió un $K=4$.

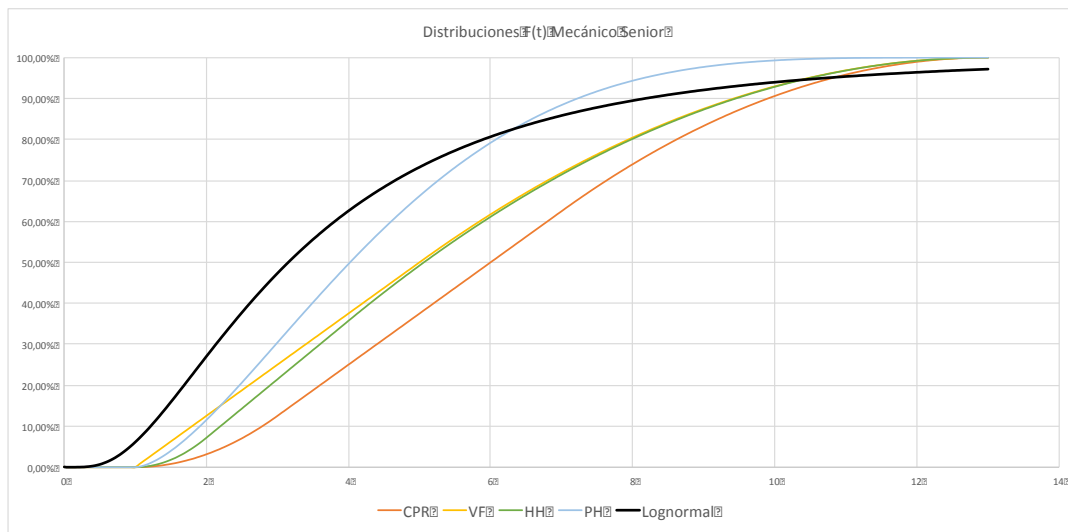


Ilustración 8-6. distribución Log-normal, Beta K=4, Trapezoidales (CPR, VF y HH)

9 DISCUSIÓN.

De los resultados para el Jefe de Taller:

	CLÁSICAS		TRAPEZOIDALES		
	BETA PERT	TRIANGULAR	CPR	VF	HH
Media	-14,21%	-1,95%	3,10%	-4,67%	-4,11%
Varianza	-84,53%	-75,37%	-75,27%	-72,98%	-73,89%
Desviación	-60,66%	-50,37%	-50,27%	-48,02%	-48,90%

	BETA CON GRADO DE APUNTAMIENTO				
	2/5	1	2	4	10
Media	4,18%	-1,95%	-8,08%	-14,21%	-20,33%
Varianza	-59,25%	-65,90%	-73,43%	-81,73%	-90,65%
Desviación	-36,16%	-41,60%	-48,45%	-57,26%	-69,43%

Tabla 9.1. VARIACIÓN PORCENTUAL RESPECTO A LOS DATOS MUÉSTRALES DE LA DISTRIBUCIÓN CLÁSICA Y BETA CON GRADO DE APUNTAMIENTO DE JEFE DE TALLER

Comparación con respecto a medidas de tendencia central y dispersión de la muestra

- Las que presentan mejor media con respecto a la muestra es la triangular y la beta con grado de apuntamiento $K=1$ con una variación porcentual del 1,95%, pero la beta con grado de apuntamiento tiene mejor desviación -41,6%.
- La mejor desviación la beta con grado de apuntamiento de 2/5.
- El mínimo valor de la muestra es 0,83 hrs y el tiempo óptimo es 1, el máximo valor encontrado en la muestra es 10 hrs y el tiempo pesimista es 8.

Comparación con respecto a distribución teórica ajustada

Según diferencias de áreas entre distribución Log-normal y distribuciones propuestas (ver tabla 9).

- La que presenta una menor diferencia de áreas es el K optimizado por solver.
- El K óptimo con solver es mejor al $K=1$ sin embargo la variación porcentual del $K=1$ con el optimo es aproximadamente 0,66%.

De los resultados para el Mecánico Senior, medidos en horas:

	CLÁSICAS		TRAPEZOIDALES		
	BETA PERT	TRIANGULAR	CPR	VF	HH
Media	6,22%	38,90%	51,16%	30,73%	34,24%
Varianza	-54,53%	-21,69%	-20,74%	-10,32%	-17,32%
Desviación	-32,57%	-11,51%	-10,97%	-5,30%	-9,07%

	BETA CON GRADO DE APUNTAMIENTO				
	2/5	1	2	4	10
Media	55,25%	38,90%	22,56%	6,22%	-10,12%
Varianza	18,88%	-2,74%	-27,24%	-53,08%	-78,24%
Desviación	9,03%	-1,38%	-14,70%	-31,51%	-53,35%

Tabla 9.2. VARIACIÓN PORCENTUAL CON RESPECTO A DATOS MUESTRALES DE LAS DISTRIBUCIONES CLÁSICAS, TRAPEZOIDAL Y BETA CON APUNTAMIENTO DE MECÁNICO SENIOR.

Comparación con respecto a medidas de tendencia central y dispersión de la muestra

- i. Las que presentan mejor media con respecto a la muestra es la Beta Pert clásica y la beta con grado de apuntamiento $K=4$ con una variación porcentual del 6,22% con respecto a la media muestral, pero la beta con grado de apuntamiento $K=4$ tiene una ligera mejor desviación -53,08% respecto de la desviación muestral.
- ii. La mejor desviación la beta con grado de apuntamiento de $K=1$ con un -1,38% con respecto a la desviación muestral.
- iii. El mínimo valor de la muestra es 0,83 hrs y el tiempo óptimo es 1, el máximo valor encontrado en la muestra es 10 hrs y el tiempo pesimista es 13.

Al observar ambos resultados se puede decir que el Mecánico Senior $K=4$ es más preciso en la estimación, logrando resultados con menor variación porcentual con respecto a los valores muestrales que el Jefe de Taller $K=1$.

Comparación con respecto a distribución teórica ajustada

Según diferencias de áreas entre distribución Log-normal y distribuciones propuestas (ver tabla 10).

- i. La que presenta una menor diferencia de áreas, es el K optimizado por solver
- ii. El K óptimo con solver es mejor al K=4 sin embargo la variación porcentual del K=4 con el optimo es aproximadamente 0,14%.

10 CONCLUSIÓN.

De la investigación, aportes y críticas se puede concluir que el método PERT es ampliamente utilizado dentro del ámbito académico como en el desarrollo y control de proyectos. Existe un cuestionamiento al origen de la varianza y la esperanza utilizada en el modelo PERT desarrollado por Malcolm, de los cuales los más relevantes son Herrerías, Callejón, Vivo & Franco, Perez, Ramos y Sasieni.

Se realizó una comparación de los parámetros estadísticos periciales entre Jefe de taller y Mecánico Senior de un servicio técnico de reparación de grupos electrógenos y se seleccionaron por su criterio experto.

La distribución Beta con grado de apuntamiento es más sencilla de utilizar puesto que tiene información adicional al incluir el cuarto parámetro, lo cual hace que se adapte de mejor forma para ambas situaciones.

Por medio del análisis se observó que el Mecánico senior entregó información más acertada con respecto a los valores muestrales. Adicionalmente se puede concluir a través de la información proporcionada por el Jefe de Taller que si esta entrega información imprecisa al aplicar el modelo este no entregara buenos resultados independiente de la calidad de la distribución.

La Beta con grado de apuntamiento es un gran aporte en la estimación de tiempos como variable a aleatoria porque en primer lugar es de más fácil aplicación y en segundo lugar permite afinar la precisión y mejorar la adaptabilidad de la distribución con un cuarto parámetro, el peso del experto “k”.

Por lo que con la distribución Beta con grado de apuntamiento integra los parámetros periciales con el encargado de la planificación del proyecto, entregándole participación, responsabilidad en la estimación, con esto se verifican estadísticamente de manera exploratoria que con este modelo se obtienen mejores resultados que las opciones clásicas.

En resumen:

- I. La distribución Beta PERT clásica, la triangular y la Beta con grado de apuntamiento son las que mejor representan a la muestra.
- II. Para este caso de estudio distribución beta con grado de apuntamiento tiene una mayor flexibilidad para ajustarse a una distribución teórica.
- III. La distribución beta con grado de apuntamiento tiene una varianza y una esperanza matemática que es derivada de la función densidad de la distribución Beta.
- IV. La Beta con grado de apuntamiento hace participar al planificador del proyecto entregándole responsabilidad al evaluar el grado de precisión de los expertos.
- V. Fue posible construir cada función densidad y distribución propuesta por lo que es posible utilizarlas en la práctica, sin embargo la más fácil de utilizar es la beta con grado de apuntamiento, puesto que muchos software tienen integrada la función densidad beta.
- VI. Las distribuciones trapezoidales son complejas de construir y tuvieron una mayor imprecisión en este estudio.

Por lo tanto, en esta investigación exploratoria la beta con apuntamiento es la mejor decisión como distribución de probabilidad para estimar tiempos.

11 REFERENCIAS

Malcolm, D. G., Roseboom, J. H., Clark, C. E., & Fazar, W. (1959). Application of a technique for research and development program evaluation. *Operations research*, 7(5), 646-669.

Donaldson, W. A. (1965). The Estimation of the Mean and Variance of a “PERT” Activity Time. *Operations Research*, 13(3), 382-385.

Carrillo Vargas, G., & González-Haba González, P. (1967). Estimación estadística de la duración de actividades en una programación Pert. *Informes de la Construcción*, 20(191).

ROMERO, C. (1977). Valoración por el método de las dos distribuciones beta: una extensión. *Revista de Economía Política*, (75).

Cuervo García, J. (1977, October - December). Programación de proyectos estudio sobre el método pert. *Revista Española De Financiación Y Contabilidad*, 31-60.

Cuervo Garcia, J. A. (1977). Programación De Proyectos. Estudio Sobre El Método Pert. *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, 697-726.

Sasieni, M. W. (1986). Note—A Note on Pert Times. *Management Science*, 32(12), 1652-1653.

Farnum, N. R., & Stanton, L. W. (1987). Some results concerning the estimation of beta distribution parameters in PERT. *Journal of the Operational Research Society*, 287-290.

Herrerías, R. (1989). Utilización de modelos probabilísticos alternativos para el método PERT. Aplicación al análisis de inversiones. Estudios de economía aplicada, 89-112

Herrerías, R., & PÉREZ, E. (1991). Estimación de una distribución beta como modelo para su utilización en el método PERT. Actas de la V Reunión Asepelt-España, 1191-1199.

Moitra, S. D. (1990). Skewness and the beta distribution. Journal of the Operational Research Society, 953-961.

Herrerías, R. (1995). Un nuevo uso de las tres estimaciones subjetivas del PERT. IX Reunión ASEPELT-España, 4, 411-416.

Palacios, F. (1997). Modelización de la opinión del experto expresada en términos de valor pesimista, más verosímil y optimista. Propiedades del valor esperado y soluciones alternativas al PERT clásico. Actas de la I reunión científica de programación, selección y control de proyectos celebrada en Almería, ASEPELT-ESPAÑA. Recogido en Programación, selección y control de proyectos en ambiente de incertidumbre, Rafael Herrerías Pleguezuelo (2001, ed.), 89-110.

Gujarati, D. N., & Porter, D. C. (1999). Essentials of econometrics.

González, F. P., Rodríguez, E. P., & Céspedes, J. C. (2001). Programación, selección y control de proyectos en ambiente de incertidumbre. R. H. Pleguezuelo (Ed.). Universidad de Granada.

Montgomery, D. C., Runger, G. C., Bermúdez Rojas, T., Maisel, L., Arley, N., Buch, R., ... & CATIE, Turrialba (Costa Rica). (2006). Probabilidad y estadística aplicadas a la ingeniería. Applied statistics and probability for engineers.Exedra. Sección 10: Matemáticas (España), (2).

Alvarado, H., Batanero, C., & Universidad de Jaén. (2006). El significado del teorema central del límite: Evolución histórica a partir de sus campos de problemas. In A. Contreras, L. Ordoñez, & C. Batanero (Eds.), *Investigación en Didáctica de las Matemáticas/Congreso Internacional sobre Aplicaciones y Desarrollos de la Teoría de las Funciones Semióticas* (pp. 257-277).

Lee, Y. (2008). 8.044 Statistical Physics I, Spring 2008.

Salazar, G. (2009). Estimación de proyectos de software: un caso práctico. *Ingeniería y Ciencia-ing. cienc.*, 5(9), 123-143.

Hillier, F., & Lieberman, G. (2010). Introducción a la investigación de operaciones (9a ed., pp. 332-398). México, D. F.: McGraw-Hill.

Garret, H. (2011). Cómo eliminar las demoras y los costos en exceso en los proyectos con entornos virtuales. Recuperado de: <http://www.oracle.com/lad/products/applications/primavera/eliminating-project-es-1551350-es.pdf>

Taha, H. (2012). Investigación de operaciones (9a ed., pp. 209-265). México D.F.:Pearson Educación.

Sanz-Lobera, A., & Sebastián, M. A. (2012). Consideraciones en la utilización de elementos estocásticos en técnicas gráficas de planificación de proyectos en la industria aeronáutica. In Actas del XVI Congreso Internacional de Ingeniería de Proyectos (pp. 1997-2009).

(2013). *Fundamentos para la dirección de proyectos (Guía del PMBOK)* (quinta edición ed., Vol., pp.). Newtown Square, Pensilvania EE.UU.,

Velasco, J. M. H., Céspedes, J. C., & Pleguezuelo, R. H. (2013). Análisis comparativo de tres distribuciones trapezoidales. *Anales de ASEPUMA*, (21), 15-19.