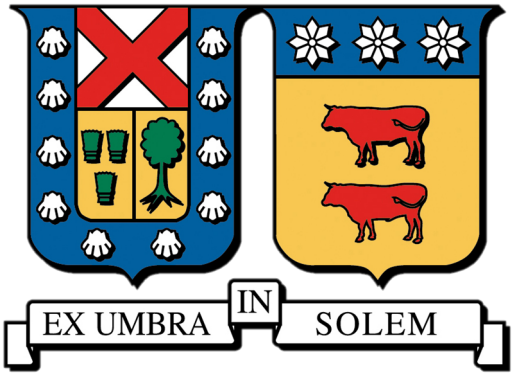


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

DEPARTAMENTO DE INDUSTRIAS

OPTIMIZACIÓN DE PORTAFOLIOS CONTRA BENCHMARK's APLICADO AL MERCADO DE FOREX

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

AUTOR

JOAQUÍN ANDRÉS ARÉVALO SANHUEZA

PROFESOR GUÍA: DR. WERNER KRISTJANPOLLER R.

PROFESOR CORREFERENTE: DR. JAVIER SCAVIA D.

CAMPUS VITACURA SANTIAGO, MAYO 2023

Tabla de Contenidos

1. **Problema De Investigación** 4

2. **Objetivos** 6

2.1. Objetivo General . . . 6

2.2. Objetivos Específicos . . . 6

3. **Marco Teórico** 7

3.1. Los Mercados Financieros . . . 7

3.1.1. Forex . . . 10

3.2. Estrategias de Inversión . . . 16

3.2.1. Estrategias y Señales de Inversiones . . . 18

3.3. Análisis Cuantitativo y Trading Algorítmico . . . 21

3.3.1. Reversión a la media . . . 25

3.3.2. Momentum . . . 30

3.4. Gestión de Portafolio . . . 33

3.4.1. Markowitz y modelos de Media-Varianza . . . 33

3.4.2. Optimización contra un Benchmark . . . 37

3.4.3. Black-Litterman . . . 40

3.5. Inteligencia Artificial . . . 42

3.5.1. Estructura y Modelamiento general . . . 43

3.5.2. Redes Neuronales 44

3.5.3. Redes Neuronales Recurrentes y LSTM 47

3.5.4. Hiperparámetros y Optimización 50

4. Metodología de Investigación **54**

4.1. Información y Consideraciones 55

4.2. Programación 59

5. Resultados **61**

5.1. Modelo ANN 62

5.1.1. Optimización contra Benchmark´s 63

5.2. Modelo LSTM 65

5.3. Optimización contra Benchmark´s 66

6. Conclusiones y Recomendaciones **69**

7. Anexos **72**

Gracias a la pierna que no me falló, y a mí, por lograrlo.

1. Problema De Investigación

El Trading es un problema de búsqueda en el que los compradores deben encontrar vendedores y los vendedores deben buscar compradores. Cada agente intenta operar a un precio favorable; los vendedores buscan compradores dispuestos a pagar precios elevados, mientras que los compradores buscan vendedores que acepten precios bajos (Harris, 2003).

De manera abstracta, el Trading puede resumirse como la toma inteligente de decisiones basada en la constante filtración del ruido en la información (Campbell y Kyle, 1993), teniendo en cuenta el contexto, la secuencia temporal de eventos y el impacto que tendrán una vez ocurridos. Además, el proceso ampliado debe considerar la cantidad dispuesta a operar, evaluando los riesgos involucrados y estableciendo límites y objetivos claros para la entrada y salida de cada operación. Existe una amplia literatura al respecto, donde el consenso general vincula el estudio y análisis del valor intrínseco del activo junto con el movimiento del precio de mercado del mismo.

En este contexto, en los últimos años, el Trading gestionado de forma algorítmica ha adquirido un papel más prominente en las operaciones del mercado. Este tipo de estrategia es capaz de aprovechar una combinación de patrones de mercado y fenómenos estadísticos que permiten operar de manera favorable en el mercado. En la práctica, se han desarrollado o aplicado nuevas técnicas para tareas como proveer liquidez en el ámbito del market making, gestión de portafolios y generación de señales (Cumming et al., 2015). El principal desafío de esta estrategia es el posible arbitraje de la fuente de alpha de la misma (Guo y Ou-Yang, 2021), siendo el desarrollo constante, la adaptabilidad y la escalabilidad características deseadas para esta forma de gestionar inversiones.

Asimismo, existen numerosas restricciones propias del contexto en el que se desarrolla un modelo. Estas deben ser consideradas para que el modelo en su totalidad sea viable, así como un monitoreo que sirva para auditar las distintas decisiones y magnitudes de estas tomadas al momento de tomar una decisión en el contexto financiero. Un caso particular de estos desafíos es la optimización de un portafolio frente a un Benchmark, cuyo objetivo es obtener un mayor rendimiento respecto al índice de comparación, manteniendo niveles de riesgo que sean compatibles con las preferencias del inversor, o incluso abordándolos como una restricción al modelo (Jorion, 2003).

Además de los aspectos mencionados anteriormente, el Trading algorítmico también se beneficia del uso de tecnologías avanzadas y análisis de datos en tiempo real. La inteligencia artificial (IA) y el aprendizaje automático (ML) están desempeñando un papel cada vez más importante en la identificación de oportunidades de inversión y la gestión de riesgos en el Trading algorítmico. Estas tecnologías permiten a los inversores analizar grandes volúmenes de datos y extraer patrones útiles que pueden ser aplicados en la toma de decisiones de inversión (Vijh et al., 2020).La aplicación de inteligencia interfacial se ha convertido en una poderosa herramienta en distintos campos de estudio, en donde las principales capacidades reconocidas son el reconocimiento de patrones y/o relaciones, clasificar y pronosticar. En donde en las Finanzas ha demostrado tener la capacidad de lidiar con problemas como lo son la no estacionalidad y no linealidad presente en las distintas series de tiempo financieras o problemas involucrados en la gestión financiera (E. P. Chan, 2017).

Considerando lo propuesto, el objetivo a estudiar corresponde al posible impacto, en términos de exceso de retorno y volatilidad, de la optimización de Portafolio contra un Benchmark, utilizando modelos auxiliares de inteligencia artificial.

2. Objetivos

2.1. Objetivo General

Desarrollar y evaluar modelos que permitan optimizar un portafolio contra el posicionamiento de un índice como Benchmark.

2.2. Objetivos Específicos

- Identificar, analizar y comparar distintas estrategias de inversión y formas de optimización de portafolio, así como los parámetros y condiciones de mercados idóneas para estos.
- Desarrollar sistemas que permitan simular y realizar distintos análisis de rentabilidad y riesgo para estrategias que optimicen contra un Benchmark.
- Investigar el comportamiento de distintos modelos de inteligencia artificial, así como sus interpretaciones y sesgos al enfrentarse a información financiera.
- Desarrollar y optimizar distintos modelos de inteligencia artificial que permitan tomar un posicionamiento considerado la recomendación entregada por estos.
- Estudiar las diferencias de comportamiento de las estrategias de inversión intervenidas con Machine Learning, así como la clasificación de la información generada por esta.
- Comparar los resultados obtenidos bajo distintas configuraciones de redes neuronales, así como funciones de activación.
- Identificar y proponer mejorar a los modelos de inversión propuesta en vista de aplicación de estos.

3. Marco Teórico

3.1. Los Mercados Financieros

Los mercados Financieros corresponden a un espacio diseñado de manera de emparejar necesidades opuestas de compra y venta por distintas razones. Debido a la intrínseca adaptación de los mercados financieros, en conjunto con el desarrollo histórico humano, estos han evolucionado tanto en los activos como en la forma de tranzar estos (Farmer y Lo, 1999). Así mismo, modelos para explicar el funcionamiento de estos tipos de mercados son desarrollados girando en torno a la toma de decisiones en función del grado de información y eficiencia misma de los mercados.

La hipótesis de mercados eficientes plantea la no posibilidad de predicción de un precio futuro en base de información pasada, debido a que la serie de tiempo del precio realmente sigue una caminata aleatoria, siendo este producto a distintos grados de conocimiento de información y a la toma de decisiones de manera racional (Fama, 1970), así mismo se distinguen tres tipos de formas de eficiencia de mercado en función de la fuerza de eficiencia presente en el mercado. Una forma débil de eficiencia de mercado, considera que la información pasada ya se encuentra reflejada en el precio actual de la serie, es por esto que tanto ya en la forma débil, como en formas más fuertes de configuraciones de eficiencia, se plantea la imposibilidad de superar de manera consistente el rendimiento del mercado en general (Leigh et al., 2002).

Adaptaciones a esta teoría son la consideración de racionalidad al momento de la toma de decisiones, en específico la racionalidad al momento de avaluar un activo (De Bondt y Thaler, 1990). El relajamiento de este supuesto permite llegar a distintos modelos, en los cuales es posible dar cabida a episodios posibles de observar en la práctica, como lo son la sobre-reacción (De Bondt y Thaler, 1985), momentum en el corto plazo, reversión a la media, posibilidades de arbitraje y episodios de alta volatilidad (Daniel et al., 1998). Así mismo, distintos tópicos que se pueden considerar al momento de analizar distintas dimensiones de un mercado financiero, tales como:

- **Liquidez:** La facilidad con la que es operar un activo es importante al estudiar y operar en este, ya que puede distorsionar los retornos y comportamiento, de una simulación de una estrategia al pasar a operar en tiempo real.
- **Asimetrías de Información:** Existen Agentes Económicos con más información sobre el valor o comportamiento de otros agentes operando en los mercados. Así mismo, la adquisición y conocimiento de nueva información genera la posibilidad de arbitraje de distintas estrategias de mercado al explotar la misma fuente de retorno.
- **Estructura de Mercado:** Esta corresponde a las reglas intrínsecas asociadas con operar un mercado específico. Ya sea algún tipo de sistema, tecnología, tamaños de posición, secuencias de ejecución, etc. Normando que es lo que pueden hacer y saber los agentes económicos al operar por ese mercado.
- **Relaciones entre Precios:** Debido a relaciones fundamentales que entregan y sustenta el valor de distintos activos, se tiene una base que permite la correlación entre movimientos de distintos activos en distintos mercados, generando así patrones de comportamiento que son posible explotar para generar un retorno por sobre el de mercado.

- **Externalidades:** Los agentes de mercado por el hecho de operar, generar efectos en las creencias y visión de otros Agentes Económicos. Considerar esto, es aceptar la existencia de sesgos que desvíen el precio de mercado del fundamental de un activo.

Este tipo de modelos que anexaban la psicología del humano producto de su participación en el mercado, traspasando a este, efectos tales como sesgos de sobre - reacción y la aversión al riesgo (Shiller y McCulloch, 1990). Considerando la posibilidad de que anomalías de mercado son un evento posible, el uso de información pasada para analizar distintos patrones de comportamiento, han demostrado ser capaces de rentar mejor que el mercado(Lam, 2004), siendo los principales acercamientos combinaciones de Análisis Fundamental sobre información histórica del activo y el sector, como el Análisis Técnico del precio.

3.1.1. Forex

El mercado FOREX (Foreign Exchange) es el mercado financiero en el que ocurren transacciones de intercambio entre distintos tipos de monedas. El mercado de divisas funciona a través de una red de bancos, corredores y otras instituciones financieras. Estas instituciones actúan como intermediarios entre compradores y vendedores de divisas, permitiéndoles intercambiar divisas a un precio acordado.

El comercio de divisas se realiza por pares, en los que se compra una divisa y se vende otra. Por ejemplo, si operara con el par de divisas EUR/USD, estaría comprando euros y vendiendo dólares estadounidenses (o viceversa).

El precio de un par de divisas viene determinado por la oferta y la demanda del mercado. Si hay mucha demanda de una divisa concreta, su precio subirá. Si hay poca demanda de una divisa, su precio bajará. Esta es la razón por la que las divisas se negocian por pares, ya que el precio de una divisa es siempre relativo al de otra. Los principales Agentes Económicos que participan en el mercado Forex son:

- **Inversionistas:** Empresas que tengas operaciones en más de un país, o que dentro de su cadena de operaciones requieran de algún bien o servicio importado, son agentes que se ven en la necesidad de intercambiar divisas. Así mismo, este tipo de identidades podría verse en la necesidad de cubrir ciertos riesgos, como lo son las fluctuaciones en los tipos de cambio, generando así también una alta demanda e influencia en los mercados de derivados de monedas.
- **Gobiernos:** Debido al alto grado de Globalización de las economías modernas, el tipo de cambios de divisas, en específico con respecto al dólar, es una de las principales labores realizadas por los distintos Bancos Centrales del Mundo. Ya que tanto altos

niveles de volatilidad, como subidas o caídas sostenidas del tipo de cambio, podrían afectar y desestabilizar ecosistema financiero interno de la economía nacional, así mismo en función de las dinámicas internas de la economía, las distintas fluctuaciones traen consigo una variación y efecto en el nivel de precios de la economía, así como un dinamismo directo en las Exportaciones netas de la economía.

- **Instituciones Fianncieras:** En su rol de mediador, las instituciones financieras se relacionan con los mercados, ya sea de manera directa, como contraparte, asumiendo distintos riesgos asociados con mercados en específicos. Estos se prestan para estos servicios debido al potencial retornor de manjar distintas operaciones coo una contraparte

Además, existen una considerable cantidad de distintos tipos de derivados financieros, así como simples operaciones financieras, que en su naturaleza, significarían una exposición en moneda, la cual podría ser gestionada de manera similar a la de la razón raíz de la inversión, generar retorno.

En la actualidad, la principal moneda dominante a nivel mundial corresponde al dólar americano (USD), estando involucrada la divisa 83 % de los distintos pares transidos anualmente («Triennial Central Bank Survey - Bank for International Settlements», s.f.), de esta misma forma, las principales divisas involucradas en la transacción en el mercado Forex son las siguientes:

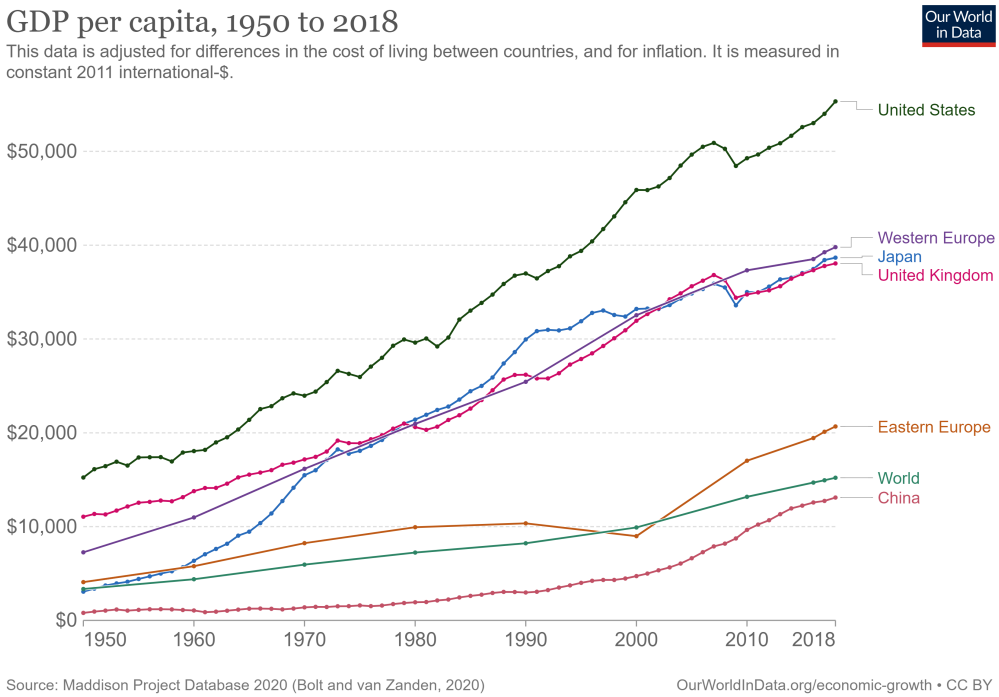
Símbolo-Ticker	Moneda
USD	Dólar Estadounidense
EUR	Euro
JPY	Yen Japonés
GBP	Libra Esterlina
CHF	Franco Suizo
CAD	Dólar Canadiense
AUD	Dólar Australiano
CNY	Yuan Chino

Tabla 3.1: Principales divisas tranzadas a nivel mundial. Elaboración Propia

Una de las razones de común acuerdo, que tratan de explicar el tamaño, movimiento y crecimiento del mercado Forex, es la globalización y relación históricas de las naciones del mundo (Bergsten, 1997). Considerando como nacimiento del mercado Forex el año 1971, cuando Estados Unidos abandona el tratado de Bretton Woods, dejando el estándar del oro que respaldaba el dólar Estadounidense.

Debido a al proceso de globalización, sea ha tenido que las naciones han podido gozar de mayores facilidades para incorporar las exportaciones netas como uno de los componentes importantes de su economía. Generando que una potenciación de la industria nacional que presentara una ventaja comparativa con respecto a las otras naciones (Eaton y Kortum, 2002). Debido a esto, es que existen además estrechas relaciones entre el mercado Forex y otros Mercados, como lo son el de materias primas y el mercado Accionario.

Figura 3.1: Gráfico del desarrollo del producto interno bruto de las principales economías del mundo.



Fuente.«our world in data», s.f.

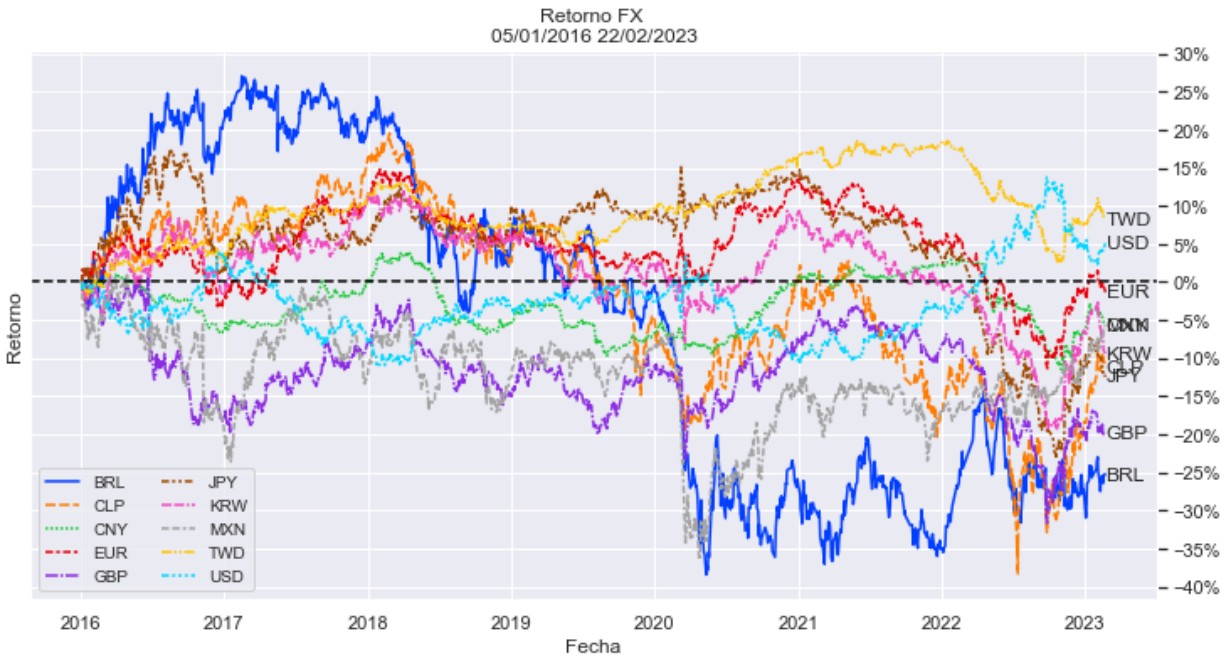
El mercado Forex además se ha visto potenciado por la creación y desarrollo en paralelo del mercado de derivados financieros, donde estos afectan al estar basados en algún tipo de intercambio que involucra el mercado Forex, generando así expectativas por sobre relaciones entre tasas de interés y tasas de cambio.

Ejemplo directo de esto sería un derivado como un *Forward* de monedas, El cual establece la obligación entre dos partes, de intercambiar un par de divisas a un tipo de cambio y monto establecidos, reflejando esto a su vez un rendimiento en función del diferencial de tasas entre las divisas.

Este tipo de relaciones establece distintos ejes para abordar la problemática que conlleva

operar en el mercado Forex. Siendo en general la línea de análisis, una que contextualice a la divisa con respecto al resto de pares tranzados, considerando además un contexto propio de la situación Financiera y Fiscal de la nación de la divisa. Asimismo, el mercado de derivados financieros también ha dado lugar a una mayor sofisticación en las estrategias de trading en el mercado Forex. Los inversores pueden utilizar instrumentos como opciones, futuros y swaps de divisas para gestionar el riesgo de cambio y aprovechar las oportunidades de inversión que surgen en el mercado Forex.

Figura 3.2: Gráfico del retorno acumulado de los principales, las principales economías del mundo, calculado con base en la diferencia logarítmica de los precios de cierre para cada día en estudio.



Nota. Este gráfico representa los retorno acumulados de la diferencia logaritmia del precio historico para cada par de divisa, ademas se agrecgo el simbolo *DXY*, el cual correspone al indice *Dollar Index* el cual mide la fortaleza relativa del dolar contra un portafolio de las pricnipales economias del mundo. *Elaboración Propia*

Por ejemplo, un inversor que tiene una exposición en una divisa determinada puede utilizar opciones de divisas para protegerse contra una posible fluctuación desfavorable en el tipo de cambio. Por otro lado, un inversor que busca obtener beneficios de una fluctuación en el tipo de cambio puede utilizar futuros de divisas para tomar una posición larga o corta en el mercado Forex.

En definitiva, el mercado de derivados financieros ha permitido a los inversores de todo el mundo acceder al mercado Forex y operar en él de manera más eficiente y rentable. Sin embargo, es importante destacar que el trading en el mercado Forex conlleva un alto nivel de riesgo y es importante contar con una adecuada gestión de riesgos y una comprensión profunda de los mercados financieros antes de invertir en él.

3.2. Estrategias de Inversión

Las estrategias de inversiones nacen como respuesta al problema de un inversionista frente al problema de cómo asignar sus recursos financieros. Estas estrategias se basan en diversos factores, como los objetivos del inversor, su tolerancia al riesgo, su horizonte temporal y las condiciones del mercado. A sí mismo, es necesario definir objetivos y métricas tanto de rentabilidad, como de control y riesgo.

Las distintas etapas necesarias para llevar a la práctica una estrategia de inversión son:

- **Definición de los objetivos de inversión:** El primer paso en la gestión de Portafolio es definir los objetivos de inversión. Esto implica comprender la tolerancia al riesgo del inversor, su horizonte de inversión y sus objetivos financieros.
- **Asignación de activos:** El siguiente paso es determinar la asignación de activos, que es la combinación de diferentes clases de activos, como acciones, bonos y equivalentes de efectivo. La asignación de activos se basa en la tolerancia al riesgo, el horizonte de inversión y los objetivos financieros del inversor.
- **Selección de valores:** Selección de valores: El tercer paso consiste en seleccionar los valores individuales que se incluirán en la cartera. Esto implica analizar las distintas empresas y sus datos financieros para determinar qué valores proporcionarán los mejores rendimientos.
- **Optimización de la cartera:** Optimización de la cartera: El cuarto paso consiste en optimizar la cartera seleccionando la mejor combinación de valores que proporcione la máxima rentabilidad para un determinado nivel de riesgo. Para ello se utilizan herramientas como la Teoría Moderna de Portafolio para determinar la mejor combinación de activos.

- **Seguimiento y reequilibrio de la cartera:** El último paso consiste en supervisar periódicamente la cartera y realizar los ajustes necesarios. Esto implica reequilibrar la cartera ajustando la asignación de activos si cambia la tolerancia al riesgo o los objetivos financieros del inversor.

Además de estas etapas, es importante tener en cuenta que una estrategia de inversión exitosa también implica un enfoque disciplinado y una comprensión profunda del mercado y los factores que lo impulsan. Los inversores deben estar atentos a los cambios en la economía global, los mercados de valores y los acontecimientos políticos y sociales que puedan afectar la rentabilidad de su cartera.

Asimismo, es fundamental contar con una adecuada gestión de riesgos en la cartera de inversión. Esto implica diversificar la cartera en diferentes clases de activos y reducir la exposición a activos de alto riesgo. También es importante establecer límites de pérdidas y tener un plan de salida en caso de que las condiciones del mercado cambien repentinamente. La gestión de portafolio y las estrategias de inversión son fundamentales para los inversores que buscan maximizar sus rendimientos y controlar su riesgo. A través de un enfoque disciplinado y una comprensión profunda del mercado, los inversores pueden crear una cartera diversificada y optimizada que les permita alcanzar sus objetivos financieros a largo plazo.

3.2.1. Estrategias y Señales de Inversiones

Se han catalogado distintas estrategias de inversión en función de la información y tipo de anomalía que busca explotar, para lograr rentar por sobre el mercado. El resultado de un modelo primario, es un conjunto de señales de compra y venta sobre la base de la entrada de nueva información al algoritmo. La información utilizada para el desarrollo de un modelo debe ser consistente con la hipótesis que se busca probar, siendo esta de las principales tareas al momento de desarrollar y mantener modelos de Trading Algorítmicos (Chen y Hao, 2017). Las principales categorías de variables utilizadas en distintos modelos de inversión (Kumbure et al., 2022) son:

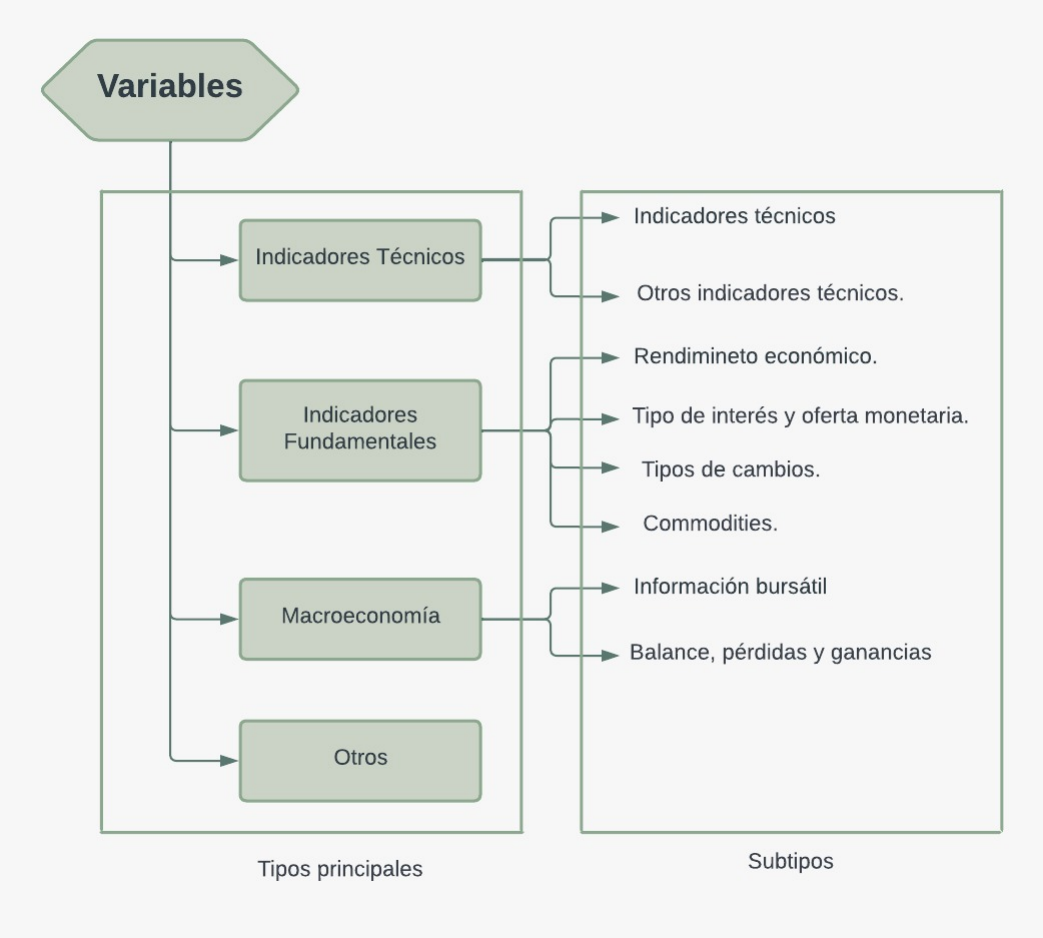
- **Análisis Fundamental:** En el análisis de un activo, la información fundamental se utiliza principalmente para valuar el precio real"del activo a un horizonte de tiempo determinado. Esto permite comparar el resultado del análisis con el precio de mercado, logrando, en el caso de realizarse bien, capturar utilidades de la falla de mercado. En el contexto del Forex, información utilizada para un análisis fundamental en general nace o del país de la divisa analizada, o de su relación con otras naciones. Considerando información como factores políticos, fiscales, de producción, etc.
- **Análisis Técnico:** El Análisis Técnico corresponde a un análisis realizado sobre algún factor relacionado con el activo (en general Precio y Volumen), en búsqueda de algún tipo de patrón o señal que permita operar favorablemente el mercado (Edwards et al., 2018).

- **Macroeconómica**: La información Macroeconómica viene a permitir dar un contexto al modelo, esta información corresponden a distintos factores fiscales como económicos de cada nación. Lo anterior hace que este tipo de datos sea bastante influyente en el mercado del Forex, sobre todo debido a que tanto el Gobierno como el Banco Central de cada nación, puede tener incentivos a intervenir abiertamente el mercado (Bonser-Neal y Tanner, 1996).

- **Ánalisis Cuantitativo**: El análisis cuantitativo es un método de evaluación de valores mediante el análisis de datos numéricos y matemáticos. Implica el uso de técnicas estadísticas y modelos matemáticos para identificar patrones y tendencias en datos financieros como precios, volúmenes y otros indicadores del mercado. El objetivo del análisis cuantitativo es utilizar estos datos para hacer predicciones sobre futuros movimientos del mercado e identificar posibles oportunidades de inversión.

  Es importante señalar que el análisis cuantitativo es sólo un enfoque para evaluar valores y tomar decisiones de inversión, y no está exento de limitaciones. Las predicciones de los modelos cuantitativos se basan en suposiciones y datos históricos, y no siempre predicen con exactitud los movimientos futuros del mercado. Además, los modelos cuantitativos pueden verse afectados por las cambiantes condiciones del mercado y otros factores externos.

Figura 3.3: Principales tipos de variables utilizadas al construir un modelo, con base en la revisión de la literaria



Elaboracion propia

Habiendo creado y optimizado el modelo de señales, a se le debe complementar con uno que acompañe la gestión de la operación, definiendo y gestionado el riesgo asociado a un tamaño de posición determinado. Pudiendo así añadir parámetros tales como un retorno objetivo, Número de operaciones máximas, etc. Siendo este modelo una forma de optimización de gestión de operaciones del modelo primario, impactando tanto en la utilidad final, como en métricas como lo son la volatilidad y costos totales por operación.

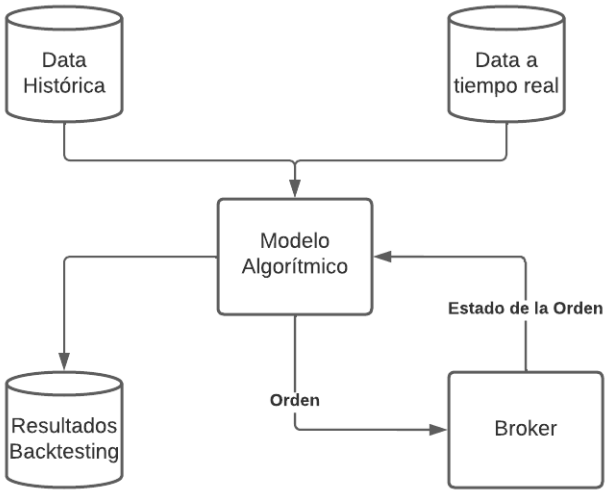
3.3. Análisis Cuantitativo y Trading Algorítmico

El Trading Algorítmico y Análisis Cuantitativo se ha convertido en una parte principal de mercados financieros modernos. En general, se refiere como Trading Algorítmico al uso de sofisticados algoritmos informáticos y modelos matemáticos para ejecutar operaciones con instrumentos financieros como acciones, bonos, divisas y otros activos a gran velocidad y con una intervención humana mínima. mientras que el Análisis Cuantitativo hace referencia al estudio y explotación de distintos fenómenos estadísticos presentes en la información relacionada con los mercados financieros.

El crecimiento y la adopción del Trading Algorítmico pueden atribuirse a varios factores. Entre ellos cabe citar los rápidos avances en la potencia de cálculo, la creciente disponibilidad de datos financieros en tiempo real y la búsqueda constante de la eficiencia en la negociación y la reducción de costes. El Trading Algorítmico ha cambiado radicalmente la forma en que los inversores y las instituciones financieras interactúan con el mercado. Les permite gestionar el riesgo con mayor eficacia, aprovechar oportunidades fugaces y reducir la posibilidad de error humano en el proceso de toma de decisiones.

El proceso del Análisis Cuantitativo e implementación del Trading Algorítmico general de operar conlleva la generación de un modelo con base en un análisis histórico de los retornos de este. Es decir, en base a un conjunto de información, es necesario determinar decisiones tales como las de operar o no, tamaño de posición, retorno y riesgo. Los procesos involucrados en el desarrollo de las tareas descritas, ha sido automatizado de manera sistemática en conjunto con el desarrollo e integración de estas por parte de los Agentes Económicos que participan en el mercado Forex (Chaboud et al., 2014).

Figura 3.4: Esquema general del desarrollo, mantenimiento y operación de una estrategia de Trading Algorítmico.



Elaboración Propia.

El desarrollo de una estrategia de Trading Algorítmico se compone de varias etapas que incluyen la selección de datos, la formulación de hipótesis, la construcción y validación del modelo, así como la optimización de sus parámetros.

1. **Selección de datos:** Consiste en identificar y recolectar datos históricos relevantes para el mercado en el que se desea operar. Estos datos pueden incluir precios, volúmenes, indicadores económicos y otras variables que puedan afectar el comportamiento del mercado.

2. **Formulación de hipótesis:** En esta etapa, se busca plantear una serie de hipótesis basadas en su conocimiento del mercado y la información disponible. Estas hipótesis pueden ser relaciones observadas en los datos históricos, teorías económicas o heurística del Trading previamente establecidas.

3. **Construcción y validación del modelo:** Una vez planteadas las hipótesis, se procede a construir un modelo cuantitativo que las incorpore. Este modelo debe ser validado utilizando técnicas estadísticas y de aprendizaje automático para asegurar que es robusto y capaz de adaptarse a diferentes condiciones de mercado.

4. **Optimización de parámetros:** Después de validar el modelo, se ajustan sus parámetros para maximizar su desempeño en términos de rentabilidad y gestión de riesgos. La optimización debe realizarse cuidadosamente para evitar el sobreajuste, que puede llevar a un rendimiento pobre en datos futuros.

EL Análisis Cuantitativo, a veces denominado quant trading, utiliza modelos matemáticos avanzados, análisis estadísticos y algoritmos informáticos para identificar oportunidades de negociación rentables en los mercados financieros. Estas sofisticadas estrategias han ganado popularidad entre los inversores institucionales, los hedge funds y las empresas de negociación por cuenta propia porque su enfoque sistemático y basado en datos permite una toma de decisiones más objetiva y eficiente en unos mercados financieros muy complejos y volátiles.

El impulso y la reversión a la media son dos de las estrategias de negociación cuantitativa más utilizadas. Estas estrategias abordan diferentes condiciones de mercado y perfiles de riesgo de los inversores y se basan en principios diferentes. En esta introducción, exploraremos los conceptos básicos de las estrategias de momentum y de reversión a la media y discutiremos sus aplicaciones en el campo de las finanzas cuantitativas.

La estrategia de momentum se basa en la idea de que los activos que históricamente han obtenido buenos resultados seguirán haciéndolo mejor, mientras que los activos que han obtenido malos resultados lo harán peor. Esta estrategia trata de explotar la tendencia del mercado a mostrar persistencia o tendencias en distintos horizontes temporales. Las

estrategias de impulso suelen aplicarse mediante sofisticados algoritmos que clasifican los activos en función de sus resultados anteriores, a menudo combinados con factores técnicos o fundamentales adicionales para mejorar la rentabilidad y reducir el riesgo. La premisa básica de este enfoque es aprovechar las tendencias existentes en el mercado. Para ello, se compran activos que suben de valor y se venden o venden en corto los que bajan.

La reversión a la media, por su parte, se basa en la creencia de que los precios de los activos tienden a volver a las medias históricas con el paso del tiempo. El objetivo de esta estrategia es aprovechar la tendencia del mercado a reaccionar de forma exagerada ante nueva información o desequilibrios temporales, que pueden provocar que los precios de los activos se desvíen significativamente de sus fundamentos subyacentes. Los operadores cuantitativos que utilizan estrategias de reversión a la media identifican los activos que están sobrecomprados o sobrevendidos y ejecutan operaciones anticipándose a su eventual retorno al valor razonable. Este enfoque suele implicar la estimación de los niveles y horizontes temporales de reversión esperados mediante técnicas estadísticas como el análisis de regresión.

Tanto las estrategias de impulso como las de reversión a la media tienen sus propias ventajas y dificultades. Su eficacia depende de varios factores, como las condiciones del mercado, el horizonte temporal de las operaciones y la tolerancia al riesgo del inversor. Comprender los principios básicos y las aplicaciones de estas estrategias permite a los operadores cuantitativos tomar decisiones con conocimiento de causa y desarrollar estrategias de inversión globales que naveguen eficazmente por el dinámico panorama financiero.

3.3.1. Reversión a la media

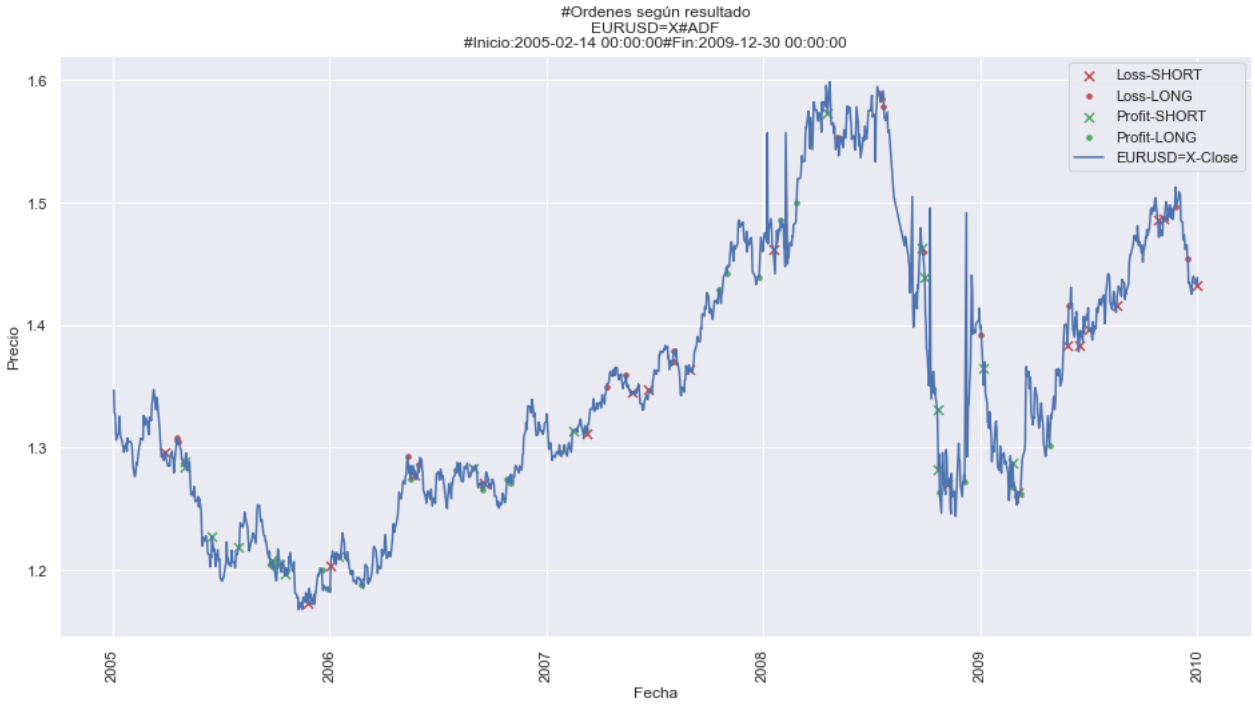
La Reversión a la media es un fenómeno ampliamente encontrado en distintos eventos naturales, en donde se tiene que una serie tiende a oscilar sobre una media, este fenómeno también puede ser explicado como que la serie tiene la cualidad de ser estacionaria. Esta cualidad es posible encontrarla en serie de tiempo financiero como lo son el Precio de un par de divisas. La posibilidad de abordar este tipo de fenómeno de maneras distintas plantea diferentes formas de observar la presencia de estos.

En términos de precio, si se considera que la serie de tiempo se encuentra revirtiendo sobre su media, se podría especular sobre que el cambio de precio futuro, en el corto plazo, tiene una proporcionalidad con la diferencia entre el precio actual y su media. La docima de Dickey-Fuller aumentada, es una prueba que permite rechazar la hipótesis nula de que esta proporcionalidad es igual a cero. Describiendo la variación de precios usando un modelo linear:

$$\Delta y(t) = \lambda y(t-1) + \mu + \beta t + \alpha_1 \Delta y(t-1) + ... + \alpha_k \Delta y(t-k) + \epsilon_t$$

Donde $\Delta y(t) = y(t) - y(t-1)$, $\Delta y(t-1) = y(t-1) - y(t-2)$, λ corresponde al coeficiente de la regresión con $\Delta y(t)$ como variable dependiente y $\Delta y(t-1)$ como independiente, siendo esté además consistente como una constante de proporcionalidad función del nivel de precios del periodo anterior, agregando la posible existencia de μ la Media y ϵ el Error. la prueba ADF permitiría rechazar la hipóstasis de que λ es igual a 0, por tanto, la serie deja de comportarse como una caminata aleatoria y es posible realizar una inferencia de cuál sería el posible movimiento del activo.

Figura 3.5: Gráfico del retorno acumulado de los principales, las principales economías del mundo, calculado con base en la diferencia logarítmica de los precios de cierre para cada día en estudio.



Nota. Este gráfico representa las distintas señales generadas por una estrategia en base a una prueba ADF con un estadistitco con un 1 % de ser posible la hipostesis nula, sobre el tipo de cambio EUR/USD *Elaboración Propia*

Una forma de optimizar este tipo de estrategias es eliminado el de*Drift* (βt) y los rezagos de las variaciones ($\alpha_1 \Delta y(t-1) + ... + \alpha_k \Delta y(t-k)$) de la ecuación (3.3.1). La ecuación se convierte en la fórmula de Ornstein-Uhlenbeck para un proceso de reversión de la media:

$$dy(t) = (\lambda y(t-1) + \mu)dt + d\epsilon \tag{1}$$

La ventaja (E. Chan, 2013) de escribir la ecuación en forma diferencial es que permite una

solución analítica para el valor esperado de $y(t)$, como se muestra en la ecuación:

$$E(y(t)) = y_0 e^{\lambda t} - \frac{\mu}{\lambda}(1 - e^{\lambda t}) \tag{2}$$

Dado que λ es negativo para un proceso de reversión a la media, el valor esperado del precio decae exponencialmente hasta el valor $-\frac{\mu}{\lambda}$, siendo la semi-vida del decaimiento igual a $-\frac{\log(2)}{\lambda}$.

Esta relación entre el coeficiente de regresión λ y la semi-vida de la reversión a la media permite plantear las siguientes relaciones:

1. Si λ es positivo, indica que la serie de precios no es de reversión a la media, y no debe intentarse una estrategia de reversión a la media.

2. Si λ es cercano a cero, la vida media será muy larga y una estrategia de inversión de la media no será muy rentable porque no se pueden completar muchas operaciones de ida y vuelta en un periodo de tiempo determinado.

3. El coeficiente λ también determina una escala temporal natural para muchos parámetros de una estrategia de negociación. Por ejemplo, no sería ideal utilizar ventana de observación de 5 días para una media móvil o una desviación típica en una estrategia de reversión a la media si la vida media es de 20 días. Por lo general, lo óptimo es fijar el tiempo de retrospección en un múltiplo pequeño de la semi-vida.

Un Acercamiento más heurístico a este tipo de fenómenos el uso de indicadores técnicos como las *Bandas de Bollinger*. Las bandas de Bollinger constan de tres líneas: una media móvil simple (SMA) del precio, una banda superior y una banda inferior. Las bandas superior e inferior se establecen normalmente a dos desviaciones estándar de la SMA.

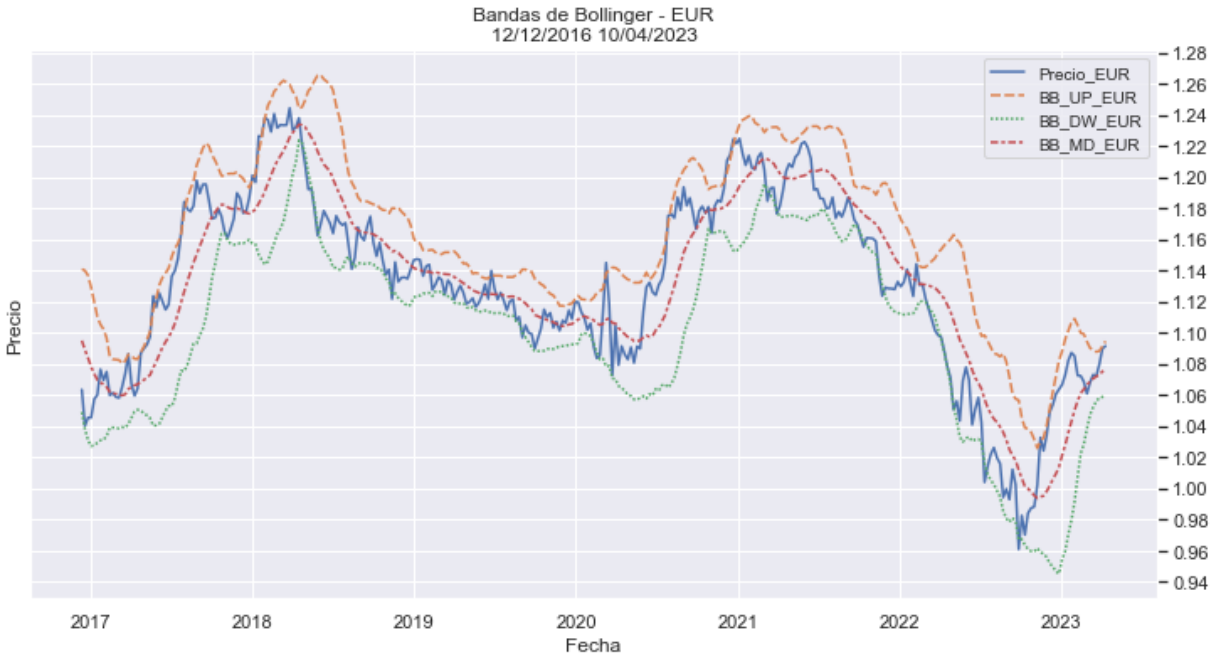
En primer lugar, debe decidir el periodo de retrospectiva para los cálculos de la SMA y la desviación estándar (STD). Como se ha mencionado, una ventana de revisión igual a un pequeño múltiplo de la vida media de reversión a la media puede ser óptimo. Por ejemplo, puede elegir un periodo de retrospección de 20 ó 40 días si la semivida es de 20 días. La banda superior es la SMA más dos desviaciones estándar, mientras que la banda inferior es la SMA menos dos desviaciones estándar.

$$\text{Banda Superior} = \text{SMA} + 2 \times \text{STD}$$

$$\text{Banda inferior} = \text{SMA} - 2 \times \text{STD}$$

La lectura de este indicador es tal que se interpreta como una instancia de sobre-venta cuando el precio toca o cruza la banda inferior de Bollinger, generando asi una señal de compra, ya que se espera que el precio revierta a la SMA. Por el contrario, cuando el precio toca o traspasa la banda superior de Bollinger, se considera sobre-comprado y se genera una posible señal de venta en previsión de una reversión a la media.

Figura 3.6: Gráfico del precio del par EUR/USD y el valor de las bandas de Bollinger calculadas mediante (3.3.1)

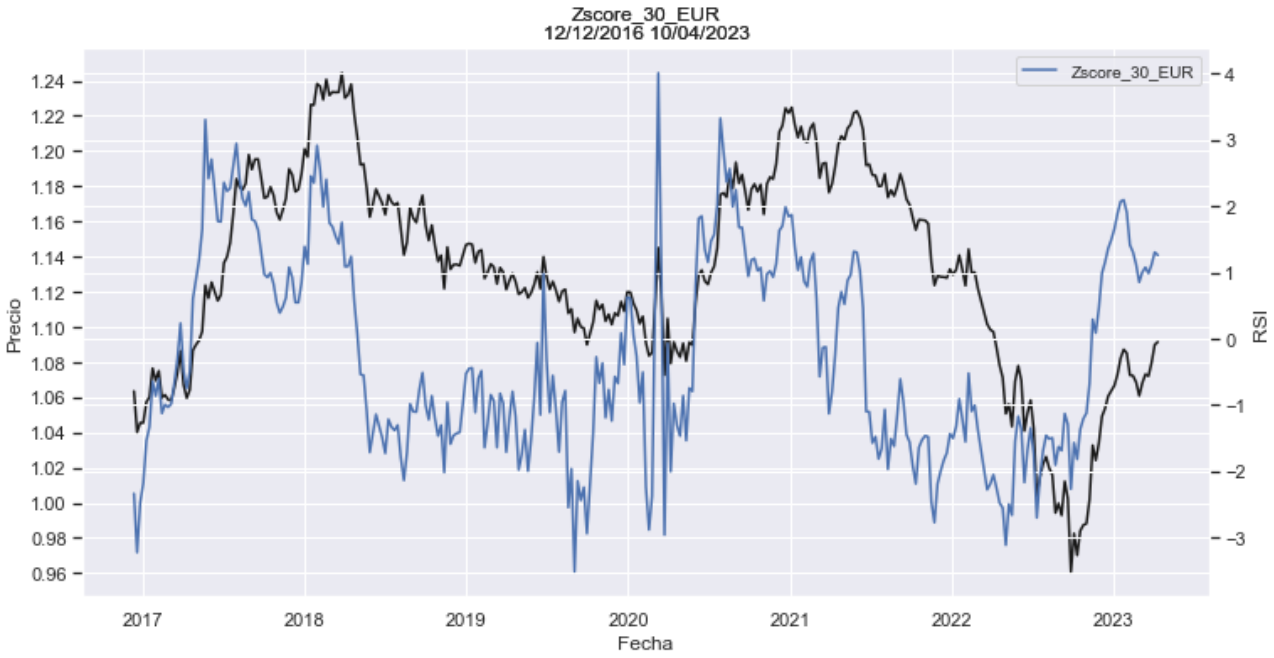


Elaboración Propia

Observando (3.3.1) y la forma de interpretar el indicador técnico es claro el supuesto de normalidad en la distribución de los retornos, al considerar que eventos sobre 2 desviaciones estándar como extremos, de esta manera se esperaría que una vez la serié se comportará de esta manera, le siguiera un periodo en donde está revirtiera a la media. De esta manera, Las bandas de Bollinger pueden ser consideradas un homólogo de un análisis mediante un Z_{score}, donde este corresponde a una estandarización de la serie del precio, al restarle un precio calculado mediante una media móvil, y dividiéndolo por alguna unidad de volatilidad como la desviación estándar o la desviación media absoluta (MAD):

$$Z_{score} = \frac{P_t - SMA_t}{STD_t}$$

Figura 3.7: Gráfico del precio del par EUR/USD y el valor del Z_{score} calculado mediante (3.3.1)



Elaboración Propia

3.3.2. Momentum

El **Momentum** de un activo es un fenómeno ampliamente estudiado en finanzas (HONG y STEIN, 1999). Se refiere a la tendencia del precio de un activo a seguir moviéndose en su dirección actual, ya sea al alza o a la baja. Los operadores e inversores suelen utilizarlo como herramienta para predecir los movimientos futuros de los precios e identificar posibles oportunidades de inversión. Así mismo, la perdida de esta unidad de medida es posible considerarla como un punto de inflexión para un cambio de tendencia en el precio del activo.

Existen distintas formas de plantear una medida que trate de capturar dicho comportamiento. un primer acercamiento es plantearlo como la razón del precio en un periodo t con

respecto al precio en $t - n$, siendo n la ventana utilizada para caracterizar el movimiento del Momentum, siendo en la práctica este paramente optimizado la mayor auto-correlación entre el retorno pasado y futuro del activo.

$$R_i = \frac{P_{i,t} - P_{i,t-n}}{P_{i,t-n}}$$

Otra forma típica y más heurística (Rodrıguez-González et al., 2010) de abordar la medición del momentum es mediante el indicador técnico **RSI** (Relative Strength Index):

$$RSI = 100 - \frac{100}{1 + RS}$$

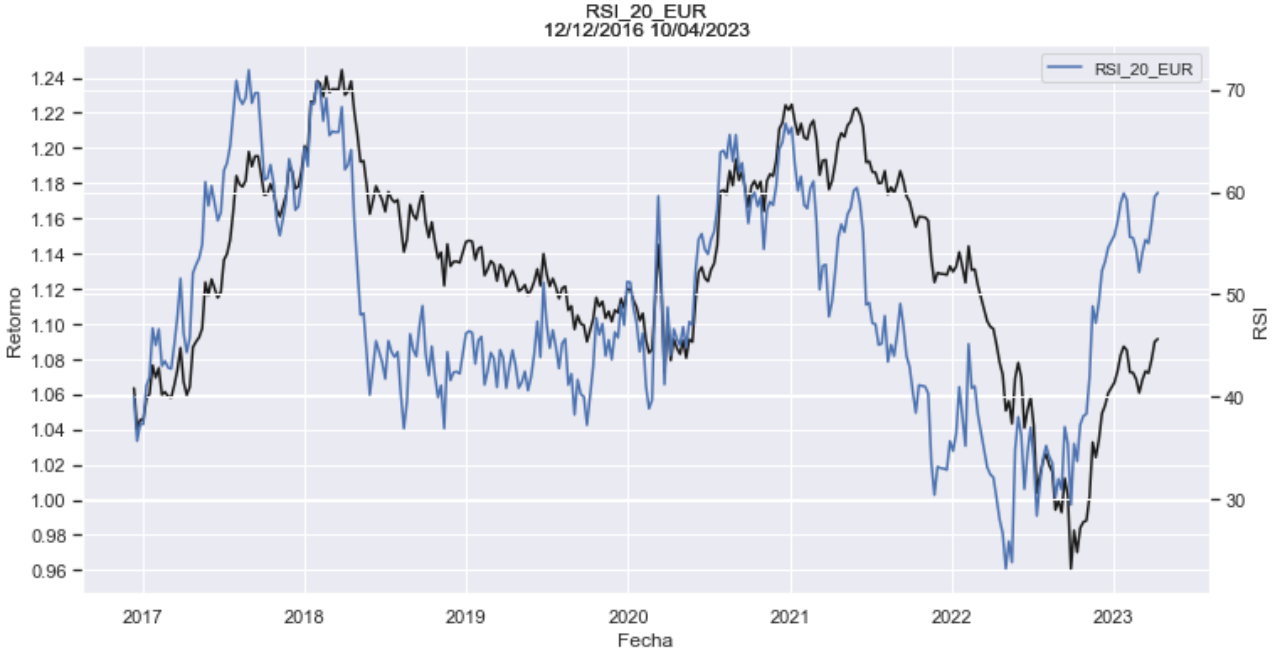
Donde RS es llamado Fuerza Relativa, medido como la razón entre las ganancias y perdidas en perdido promedio, ventana de tiempo

$$RS = \frac{Ganancia\ Promedio}{Perdida\ Promedio}$$

.

El RSI tiene un rango de valores de 0 a 100 y suele utilizarse para identificar condiciones de sobre-compra o sobre-venta en el precio de un activo. Una lectura del RSI superior a 70 suele considerarse un nivel de sobre-compra. Esto indica que el activo puede estar sobrevalorado y que se espera una corrección del precio. Por el contrario, un RSI por debajo de 30 se considera sobre-vendido, lo que sugiere que el activo puede estar infravalorado y preparado para una subida de precios.

Figura 3.8: Gráfico del precio del par EUR/USD y el valor del RSI calculado mediante (3.3.2)



Elaboración Propia

En el contexto de un Portafolio, este tipo de medida puede utilizarse para filtrar que tipo de activos se quiere en cartera, tomando posiciones largas y cortas en función del posicionamiento relativo de cada activo con respecto a la muestra de Momentum. Otro tipo de análisis vendría al incorporar las distintas correlaciones entre las medidas de Momentum de los activos en cartera, pudiendo este tipo de medida ser utilizada nuevamente como una manera de ordenar y comparar distintos activos, así como una forma de abordar la presente integración en el corto-mediano plazo de distintos activos considerados para invertir,

3.4. Gestión de Portafolio

La gestión de un Portafolio viene a ser un camino práctico de la implementación de una estrategia de inversión, La gestión de Portafolio es el proceso de seleccionar y gestionar un grupo de inversiones que sean coherentes con los objetivos financieros y la tolerancia al riesgo de una persona o institución. El objetivo de la gestión de Portafolio es maximizar el rendimiento de las inversiones minimizando el riesgo.

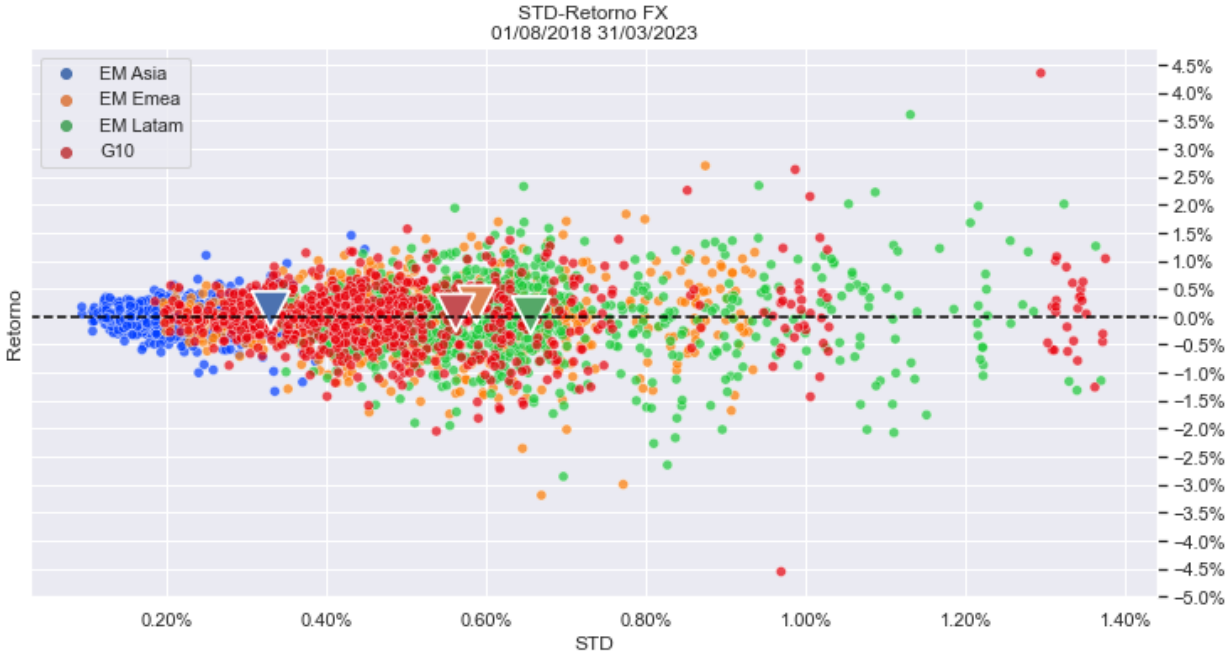
Es importante considerar que una estrategia de inversión ya pude de manera previa discriminar dentro del universo posible de activos en los cuales se puede invertir, así como la posible existencia de distintos límites tanto de inversión como cobertura típica del problema del inversionista institucional. A sí mismo, es necesario considerar dentro de la gestión de un portafolio la propia operativa necesaria para el mantenimiento y re-balanceo de este,

3.4.1. Markowitz y modelos de Media-Varianza

Henry Markowitz es el padre de la Teoría Moderna de Portafolio. Su trabajo catapultó la manera considera moderna de abordar el problema del inversionista, dotando así al inversionista con distintos supuestos traídos desde el análisis micro-económico, como lo son la racionalidad, aversión al riesgo y una función de utilidad (Markowitz, 1952).

Markowitz plantea que el retorno esperado de un portafolio ($E[R_P]$) es proporcional al retorno de cada activo ponderado por su peso dentro del portafolio ($\omega_i \cdot E[r_i]$), donde estos además siguen una distribución aleatoria normal $r_i \sim (\mu_i, \sigma_i^2)$, así mismo plantea que la varianza del retorno del portafolio (σ_P^2) estará definida por la suma de las distintas varianzas y covarianzas entre los activos que componen el Portafolio.

Figura 3.9: Gráfico de la dispersión entre el riesgo y el retorno promedio diario para distintos pares de divisas agrupadas por categoría



Nota. El marcador resaltado corresponde a la media muestral para cada categoria. *Elaboración Propia*

Considerando esto, Markowitz señala que para maximizar la rentabilidad esperada, el inversor puede optimizar el retorno esperado del portafolio sujeto a un nivel de riesgo definido por este último, de manera similar, se puede abordar mediante la minimización del riesgo sujeto a un nivel de retorno definido por el inversionista. Teniendo en cuenta cómo se mueven los activos entre sí, los inversores pueden construir un portafolio con la misma rentabilidad esperada y menos riesgo que una cartera construida, ignorando estas interacciones. Esta teoría demuestra que los valores no pueden seleccionarse únicamente en función de sus características individuales, sino que también hay que tener en cuenta cómo interactúan con otros valores.

El problema planteado por markowitz queda descrito corresponde a:

$$Max \sum_{(i)\in P} \omega_i \cdot E(r_i)$$

$$\sum_{(i)\in P} \omega_i = 1 \tag{3}$$

$$\sum_{(i)\in P} \sum_{(j)\in P} \omega_i \cdot \omega_j \cdot \sigma_{i,j} \leq \sigma_0^2 \tag{4}$$

Donde la ecuación (3) satisface que el portafolio debe estar completamente invertido, mientras la ecuación (4) iguala obliga a que el portafolio óptimo encontrado tenga una varianza menor o igual a una varianza establecida como parámetro (σ_0^2).

La frontera eficiente viene determinada por el riesgo y el rendimiento de cada uno de los activos de la cartera, así como por la correlación entre esos activos. Markowitz demostró que los inversores pueden crear portafolio que se sitúen en la frontera eficiente eligiendo activos con baja correlación. Esto se debe a que los activos con baja correlación tienen menores fluctuaciones de valor que se mueven en direcciones opuestas, reduciendo así el riesgo global de la cartera.

Haciendo uso del Lagrangeano del problema, es posible llegar a una formulación clásica para un modelo de optimización de media-varianza, en donde al optimizar se observa que el peso óptimo de cada activo será una relación entre el retorno y la volatilidad de este:

$$\mathcal{L} = \mu^T \cdot \omega - \lambda(\omega^T \Sigma \omega)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \omega} = \mu - \lambda \Sigma \omega = 0$$

$$\omega^* = \frac{\mu}{\lambda \Sigma} \tag{5}$$

Para entender la esencia de los modelos de media-varianza, es necesario considerar el Lagrangeano como la función de utilidad del inversionista, siendo esta función creciente

en función del retorno y peso de cada activo, y decreciente en términos de la volatilidad, donde el multiplicador λ es abiertamente interpretado como un coeficiente de aversión al riesgo (Idzorek, 2007), el cual perfila las preferencias entre retorno y riesgo propias del inversionista que se concluyen al observar el óptimo encontrado en (5).

Si bien la relación entre el retorno y la volatilidad de un activo es una relación, común en el contexto de la gestión de portafolio moderna. Parte de las razones que sustentan el uso de este tipo de modelos es el supuesto que plantea la hipótesis de mercados eficientes (HME) planteada por Fama en 1970 (Fama, 1970), donde está asume que el precio del mercado sigue un camino aleatorio, y que los cambios futuros en el precio del mercado no se pueden predecir utilizando la información existente.

La HME distingue tres formas de eficiencia del mercado: eficiencia débil, eficiencia semi-fuerte y eficiencia fuerte. La eficiencia débil asume que la información contenida en los precios pasados de una serie temporal ya se refleja en el precio actual de las acciones y no ayuda a predecir los movimientos futuros del precio. La eficiencia semi-fuerte establece que los precios de las acciones reflejan completamente toda la información pública disponible, incluidos los datos fundamentales, lo que significa que la gestión activa que utiliza toda la información pública disponible no producirá consistentemente mayores rendimientos ajustados al riesgo que la gestión pasiva.

La forma fuerte de la HME establece que toda la información, incluida la información privilegiada, se refleja en los precios de las acciones, lo que impide que cualquier inversor, incluso aquellos con información privilegiada, logre consistentemente mayores rendimientos esperados que el mercado. Sin embargo, ha habido varias anomalías del mercado que representan desafíos a la HME, lo que llevó a la aparición de las finanzas conductuales, que cuestionan la racionalidad perfecta de los inversores debido a los sesgos conductuales, como

la aversión a la pérdida, la sobre-reacción y la sobre-reacción. La hipótesis de los mercados adaptativos (HMA) intenta conciliar la HME y las finanzas conductuales reconociendo y explicando la existencia de anomalías en los mercados financieros.

El análisis media-varianza de Markowitz se ha utilizado mucho en la práctica, pero también ha sido criticado por varias razones. Una de las principales críticas es que supone que los inversores tienen información perfecta sobre la distribución de los rendimientos, pero en la práctica no necesariamente retornos pasados aseguran retornos en el futuro. Otras críticas vienen por los supuestos de aversión al riesgo, en específico que su función de utilidad es cuadrática, lo que puede no ser el caso para todos los inversores.

3.4.2. Optimización contra un Benchmark

La restricción o característica de un manejo de portafolio medido contra un Benchmark (BM) puede ser manejada desde distintos puntos de vista. un acercamiento general al problema, corresponde a maximizar un exceso de retorno $E(r) = E(r_p - r_{BM})$, sujeto a algún nivel de error con respecto al Benchmark, siendo esto normalmente calculado mediante la desviación estándar del exceso de retorno $TE = \sqrt{\text{Var}(r_p - r_{BM})}$, donde el retorno del Benchmark corresponde al producto entre el retorno de los activos (r) y el posicionamiento del Benchmark (ω_{BM}). Por otro lado, el posicionamiento de la cartera es planteado en término de desviaciones (x) respecto al Benchmark. Con esto se tiene que el exceso de retorno queda de la forma:

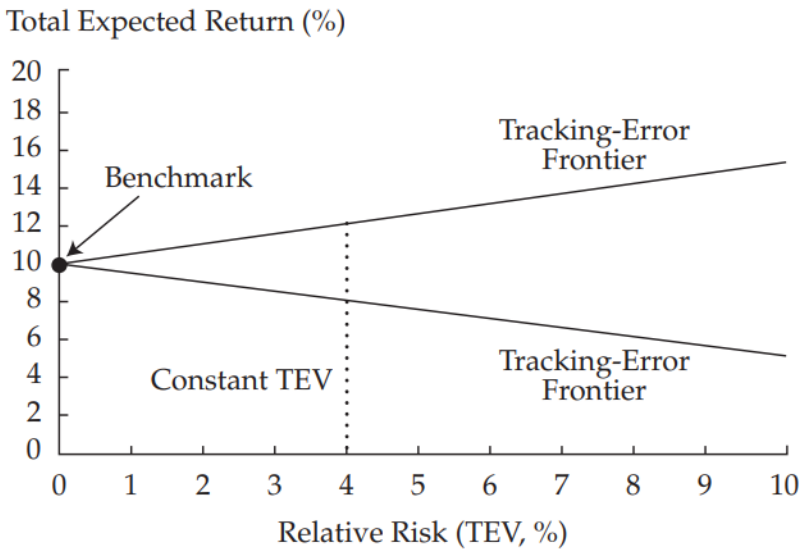
$$E[r] = E[r_p - r_{BM}] = E[r \cdot (\omega_{BM} + x) - r \cdot \omega_{BM}] = xE[r]$$

Mientras que la desviación de los retornos contra el Benchmark:

$$TE = \sqrt{\text{Var}(r_p - r_{BM})} = \sqrt{\text{Var}(xr)} = \sqrt{x^T \Sigma x}$$

Donde Σ corresponde a la matriz de covarianza de los retornos de los activos en el portafolio. Observando el resultado de plantear el problema de optimización en el espacio de exceso de retorno, se ve que el posicionamiento del Benchmark desaparece, dejando solo a las desviaciones como variable para explicar el retorno y el riesgo del portafolio (Jorion, 2003).

Figura 3.10: Gráfico de la frontera eficiente de un modelo de optimización contra un Benchmark en el espacio de exceso de retorno.



(Jorion, 2003)

Este enfoque es riesgoso, ya que, al no considerar al Benchmark el modelo de optimización no tiene una visión general del riesgo total del portafolio ya aportado por el propio posicionamiento del Benchmark, además, como se observa en (3.10), la frontera eficiente resultante de este modelo es constante en términos de la relación riesgo-retorno. Es por esto que el modelo de optimización requiere de restricciones extras, como lo son una con

respecto a la volatilidad total del portafolio, como a la máxima cantidad de desviación con respecto al Benchmark. El modelo general queda:

$$\text{máx} \quad x'E[r]$$

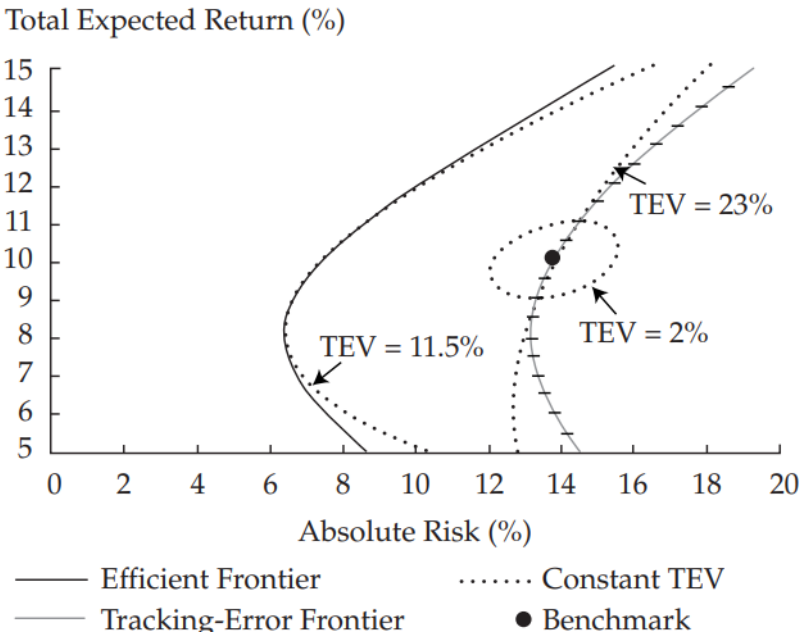
$$\text{S.a:} \quad \sum_{(i)\in P} x_i = 0 \tag{6}$$

$$x^T \Sigma x \leq T \tag{7}$$

$$(q+x)^T \Sigma (q+x) \leq \sigma^2 \tag{8}$$

En donde la restricción (6) mantiene que el posicionamiento final del portafolio, incluyendo desviaciones, sume 1, mientras que las restricciones (7) y (8) fijan el valor máximo de las desviaciones con respecto al Benchmark y la volatilidad del portafolio a los parámetros T y σ^2 respectivamente.

Figura 3.11: Gráfico de la frontera eficiente de un modelo de optimización contra un Benchmark en el espacio de exceso de retorno restringido por volatilidad.



(Jorion, 2003)

En este caso se observa como al restringir la volatilidad relativa al Benchmark dota al modelo de una noción de sentido entre el Benchmark y la frontera eficiente. Se nota en (7.39), restringir con poca volatilidad relativa abre una vecindad alrededor del posicionamiento del Benchmark y que se fija un mayor valor, el modelo es capaz de crear distintas fronteras que entre la frontera eficiente y la relación riesgo retorno del Benchmark.

3.4.3. Black-Litterman

El modelo Black-Litterman genera portafolios estables y eficientes en términos de varianza media, pudiendo a su vez ponderar la visión única del inversor. La estimación del retorno esperado es un factor crítico de la optimización de media-varianza. Sin embargo, Best y Grauer (Best y Grauer, 1991) demuestran que un pequeño aumento de la rentabilidad esperada de uno de los activos de la cartera puede forzar la salida de la mitad de los activos de la cartera. Black y Litterman (Black y Litterman, 1992) examinan varias previsiones alternativas como rentabilidades históricas, rentabilidades medias iguales para todos los activos y rentabilidades medias iguales ajustadas al riesgo, con el fin de encontrar un punto de partida razonable para las rentabilidades esperadas.

Como punto de partida neutral, el modelo Black-Litterman utiliza rendimientos de equilibrio. El conjunto de rentabilidades de equilibrio del mercado se denomina rentabilidad de equilibrio. Estos rendimientos de equilibrio se obtienen mediante un método de optimización inversa en el que el vector exceso de retorno implícito se extrae de la información conocida. Siendo finalmente Π el anclaje a una optimización de media varianza considerando la información pasada de mercado.

$$\Pi = \lambda \Sigma \omega_{mkt}$$

Donde Π es el vector de exceso de retornos (vector de columnas $N \times 1$), λ es el coeficiente de

aversión al riesgo; Σ es la matriz de covarianza de los excesos de retornos (matriz $N \times N$); y, w_{mkt} corresponde a los pesos óptimos de una optimización de media-Varianza de los activos.

Considerando esto, los retornos obtenidos mediante el modelo de Black-Litterman queda de la forma:

$$E[R] = (\tau\Sigma^{-1} + P^T\Omega^{-1}P)^{-1}(\tau\Sigma^{-1}\Pi + P^T\Omega^{-1}Q)$$

Donde:

- $E[R]$ es el nuevo vector de retornos esperados ($N \times 1$)
- τ es un escalar que representa la certeza sobre las opiniones incorporadas en los *views*.
- Σ es la matriz de covarianza del exceso de rentabilidad (matriz $N \times N$)
- P es una matriz que identifica los activos implicados en las opiniones (matriz $K \times N$, o vector de filas $1 \times N$ en el caso especial de una opinión)
- Ω es una matriz de covarianza diagonal de términos de error de las views expresadas, que representa la incertidumbre en cada vista (matriz $K \times K$)
- Π es el vector de rentabilidad implícita de equilibrio ($N \times 1$ vector de columnas)
- Q es el vector de opiniones (vector de columnas $K \times 1$).

Al analizar el modelo, se ve que el retorno esperado, corresponde a la razón entre el retorno esperado explicado mediante los retornos reversa-mente optimizados $\tau\Sigma^{-1}\Pi$ y los retornos basados en información externa $\Pi + P^T\Omega^{-1}Q$, mientras esto se encuentra normalizado por la volatilidad producto de la optimización de media-varianza $\tau\Sigma^{-1}$ y la derivada producto de la incertidumbre agregada por la información externa $(P^T\Omega^{-1}P)^{-1}$.

3.5. Inteligencia Artificial

El aprendizaje automático (Machine Learning, ML) es una rama de la Inteligencia Artificial (IA) que se centra en el desarrollo de algoritmos y modelos estadísticos que permiten a los ordenadores aprender y hacer predicciones o tomar decisiones sin estar explícitamente programados. Los modelos de ML lo hacen identificando patrones y relaciones en los datos. Esto les permite adaptarse a nuevos datos y mejorar su rendimiento con el tiempo. Este proceso de aprendizaje a partir de los datos permite a los modelos de aprendizaje automático generalizar más allá de los ejemplos concretos sobre los que se han entrenado, lo que les proporciona un marco potente y flexible para resolver una amplia gama de problemas.

Los años de formación de la informática y la IA se remontan a los orígenes del aprendizaje automático. Alan Turing introdujo la noción de máquinas capaces de aprender de la experiencia (Turing, 2009). En los años siguientes, los investigadores desarrollaron una gran variedad de algoritmos y técnicas para abordar los retos del aprendizaje. El primer algoritmo de aprendizaje supervisado, conocido como perceptrón (Rosenblatt, 1958), sentó las bases para modelos de redes neuronales más sofisticados. Los árboles de decisión, los algoritmos de agrupación y algoritmos de retropropagación para el entrenamiento de redes neuronales se desarrollaron en las décadas de 1970 y 1980.

En los 90 y principios de los 2000, el campo del aprendizaje automático siguió floreciendo. Se desarrollaron las máquinas de vectores soporte (SVM), los métodos ensamble y los métodos kernel. La convergencia de la informática de alto rendimiento. Donde la mejora de los algoritmos y la disponibilidad de grandes conjuntos de datos catalizaron avances significativos en este campo. La aparición de arquitecturas de aprendizaje profundo, como las redes neuronales convoluciones (CNN) y las redes neuronales recurrentes (RNN), a

finales de la década de 2000 y principios de 2010, marcó un momento crucial para el aprendizaje automático. Se produjeron grandes avances en diversas aplicaciones, como el reconocimiento de imágenes, el procesamiento del lenguaje natural y el reconocimiento del habla.

En la actualidad, con la aparición constante de nuevas técnicas y aplicaciones, el aprendizaje automático está experimentando un crecimiento exponencial. La abundancia de datos a gran escala, el aumento de la potencia de cálculo y el avance continuo de los algoritmos han facilitado la adopción generalizada del aprendizaje automático en una amplia gama de sectores, consolidando su posición como componente indispensable de los sistemas de IA actuales.

3.5.1. Estructura y Modelamiento general

La preparación de modelos sienta las bases para desarrollar y evaluar modelos sólidos y precisos, y es un paso fundamental en el proceso de aprendizaje automático. El proceso implica organizar, pre-procesar y transformar los datos. También implica la optimización de los parámetros del modelo para lograr el mejor rendimiento posible. Una preparación adecuada del modelo garantiza que los patrones subyacentes en los datos se capten de forma eficaz, al tiempo que minimiza el riesgo de sobre ajuste y errores de generalización. Esto, a su vez, se traduce en modelos mejor equipados para hacer predicciones precisas sobre datos desconocidos y para mantener su rendimiento en toda una serie de escenarios.

En la preparación de un modelo intervienen distintas etapas que pueden afectar de manera significativa el desarrollo y construcción, así como calidad del modelo a construir. En conjunto, contribuyen al desarrollo de modelos de aprendizaje automático de alta calidad. A grandes rasgos, estos pasos pueden clasificarse en las siguientes áreas:

- **Partición de datos**: Partición del conjunto de datos en conjuntos de entrenamiento, validación y prueba. Esto permite el entrenamiento del modelo, el ajuste de hiperparámetros y la evaluación del rendimiento en datos desconocidos.

- **Ingeniería de características**: Identificación, selección y transformación de características (o variables, regresores, etc.) en el conjunto de datos para mejorar el rendimiento y la interpretabilidad del modelo. Incluye técnicas de selección, escalado y transformación de características.

- **Optimización de hiperparámetros**: Ajuste de los parámetros del modelo que rigen el proceso de aprendizaje. Se realiza para encontrar el equilibrio óptimo entre la complejidad del modelo y el rendimiento de la generalización. Las técnicas incluyen la búsqueda en cuadrícula, la búsqueda aleatoria, la optimización bayesiana y los algoritmos evolutivos.

- **Selección y evaluación de modelos**: Comparación y selección del mejor modelo para una tarea determinada. Para ello se utilizan métricas de evaluación y herramientas de diagnóstico. Esto incluye la comprensión y selección de las métricas adecuadas para las tareas de regresión y clasificación. También incluye la realización de análisis de errores y diagnósticos de modelos para identificar posibles áreas de mejora.

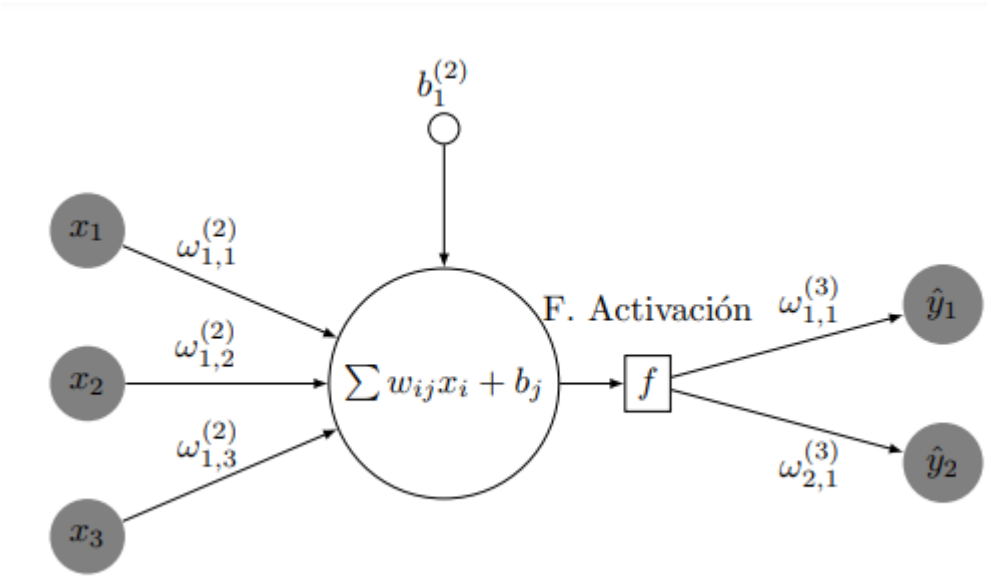
3.5.2. Redes Neuronales

Las redes neuronales artificiales (ANN) consisten en una serie de unidades de procesamiento interconectadas denominadas neuronas, que se organizan en capas. Estas conexiones entre neuronas se asocian a pesos que representan la fuerza de la conexión. La entrada de una neurona se calcula como la suma ponderada de las salidas de las neuronas en la capa anterior:

$$a_j = \sum_{i=1}^{n} w_{ij} x_i + b_j$$

Donde a_j es la entrada de la neurona j, x_i es la salida de la neurona i de la capa anterior, w_{ij} es el peso de la conexión entre las neuronas i y j, y b_j es el término de sesgo para la neurona j. A continuación, para calcular la salida de la neurona, la función de activación, denotada f, se aplica a la entrada de la neurona $y_j = f(a_j)$.

Figura 3.12: Esquema general del proceso de optimización y modelamiento de una red neuronal



Elaboración propia

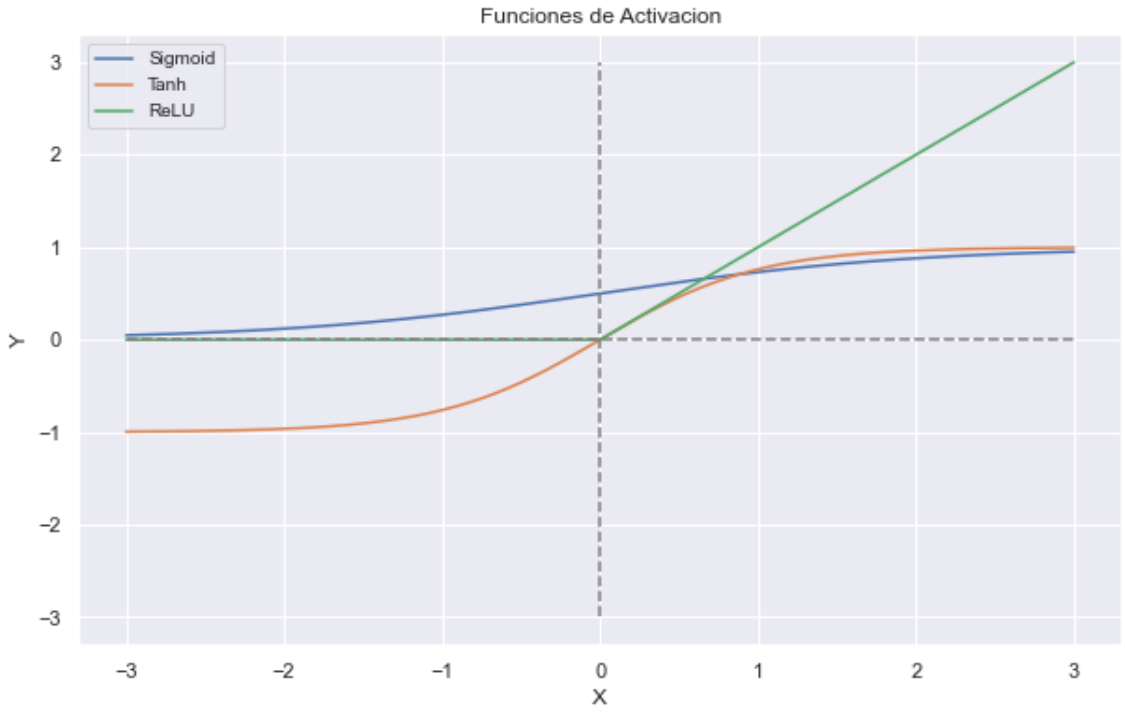
Las funciones de activación juegan un papel esencial en el funcionamiento de los modelos de aprendizaje automático, especialmente en el contexto de las ANN. Estas funciones actúan como transformaciones no lineales aplicadas a la suma ponderada de las entradas y los términos de sesgo de una neurona (Sharma et al., 2017). Como resultado, se genera una salida que se transmite a las siguientes neuronas en la red. La inclusión de funciones de

activación en la arquitectura de las ANN ofrece múltiples ventajas clave, lo que las hace fundamentales para aprender patrones y relaciones complejas en los datos.

Entre las funciones de activación más comunes se encuentran la sigmoide, la tangente hiperbólica ($tanh$) y la unidad lineal rectificada ($ReLU$).

- **Sigmoide**: $f(a_j) = \frac{1}{1+e^{-a_j}}$.
- **Tangente hiperbólica (tanh)**: $f(a_j) = \tanh(a_j) = \frac{e^{a_j}-e^{-a_j}}{e^{a_j}+e^{-a_j}}$.
- **Unidad lineal rectificada (ReLU)**: $f(a_j) = \text{máx}(0, a_j)$.

Figura 3.13: Gráfico de distintas funciones de activación en el dominio [-3,3].



Elaboración propia

El problema del desvanecimiento y explosión del gradiente es un problema común que enfrentan las Redes Neuronales Recurrentes (RNN) cuando se entrenan con datos que

involucran dependencias a largo plazo. Este problema surge cuando los gradientes que se propagan a través del tiempo se vuelven muy pequeños o muy grandes, lo que dificulta que la red aprenda patrones a largo plazo.

El desvanecimiento del gradiente ocurre cuando los gradientes se vuelven muy pequeños, lo que significa que las actualizaciones de los pesos son muy pequeñas y el modelo tarda mucho en converger. Por otro lado, la explosión del gradiente se produce cuando los gradientes se vuelven muy grandes, lo que puede llevar a que los pesos se actualicen en exceso y a que el modelo se vuelva inestable. Ambos problemas pueden hacer que la red converja a un mínimo local en lugar de a un mínimo global, lo que puede reducir su rendimiento.

Un avance que permitió abordar el problema del desvanecimiento del gradiente es el uso de redes neuronales con memoria a largo plazo, como las Redes Neuronales Recurrentes de Memoria a Corto y Largo Plazo (LSTM). Las LSTMs utilizan una celda de memoria adicional que puede almacenar información durante múltiples pasos de tiempo y evitar que los gradientes se desvanezcan a lo largo del tiempo.

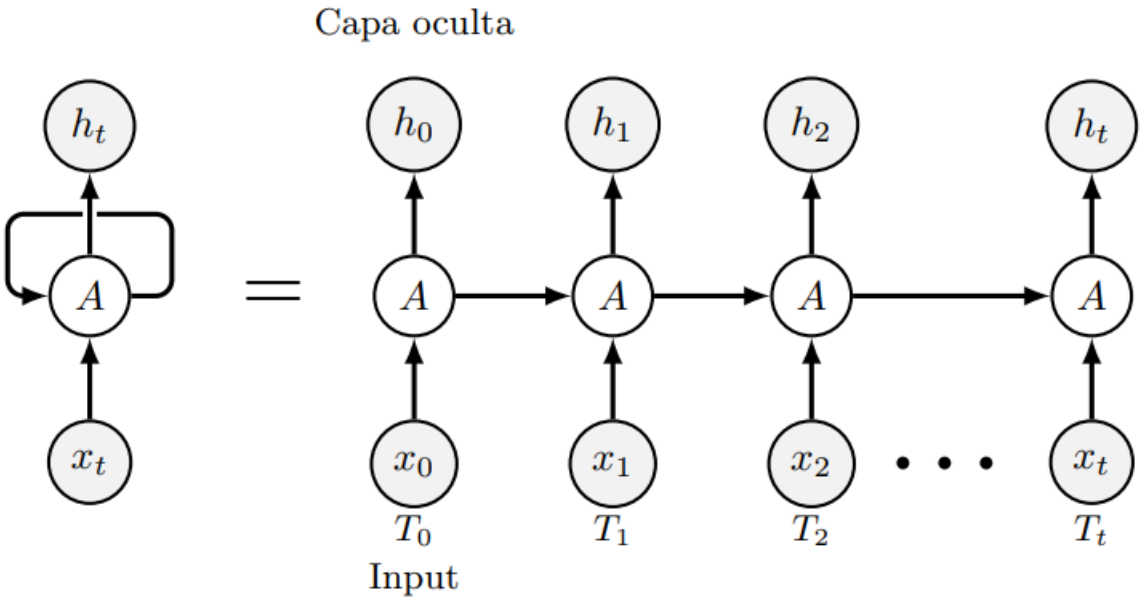
En resumen, el problema del desvanecimiento y explosión del gradiente es un desafío clave en el entrenamiento de RNN y puede afectar negativamente su capacidad para aprender dependencias a largo plazo. Sin embargo, con el uso de técnicas adecuadas como la inicialización de pesos y la normalización de lotes, así como el uso de redes neuronales con memoria a largo plazo, se pueden abordar estos problemas y mejorar el rendimiento de la red en tareas que involucran dependencias a largo plazo.

3.5.3. Redes Neuronales Recurrentes y LSTM

Las Redes Neuronales Recurrentes (RNN) son un tipo de redes neuronales artificiales diseñadas específicamente para procesar secuencias de datos. A diferencia de las redes

neuronales convencionales, las RNN tienen conexiones recurrentes que les permiten mantener información a lo largo del tiempo. Esto hace que las RNN sean capaces de mantener un estado interno que puede capturar información de entradas anteriores, lo que resulta útil para procesar datos secuenciales.

Figura 3.14: Estructura básica de una Red Neuronal Recurrente.



Elaboración propia

En una RNN, las neuronas de una capa oculta se conectan no solo con las neuronas de la capa anterior y posterior, sino también consigo mismas a través de un bucle temporal. Esto permite que la red recuerdeïnformación de pasos de tiempo anteriores, lo que influye en las decisiones tomadas en pasos de tiempo posteriores.

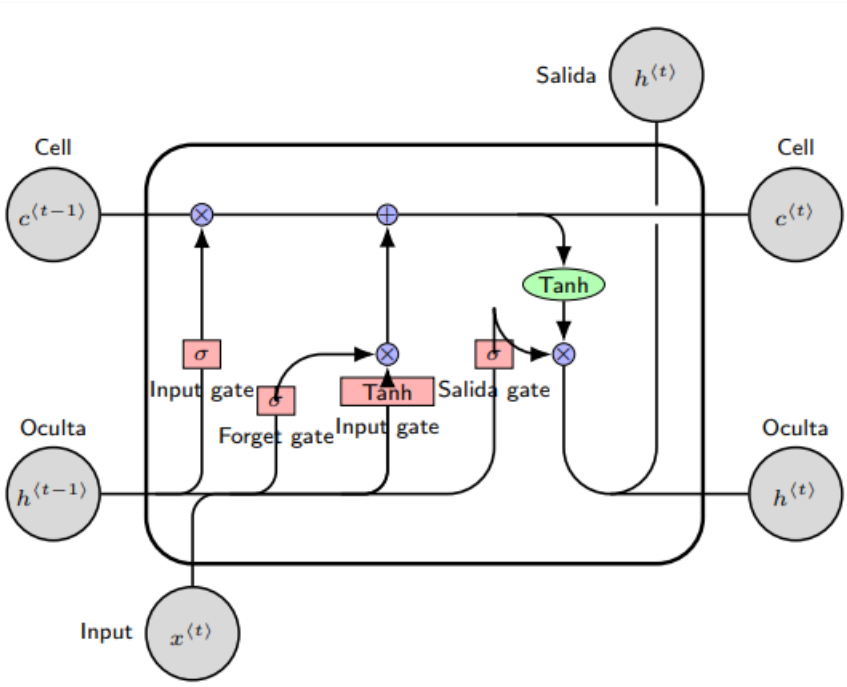
La estructura básica de una RNN se puede describir mediante la siguiente ecuación:

$$h_t = f(W_{hh}h_{t-1} + W_{xh}x_t + b_h)$$

Donde h_t es el estado oculto en el tiempo t, f es la función de activación, W_{hh} y W_{xh} son las matrices de pesos para el estado oculto y la entrada, respectivamente, x_t es la entrada en el tiempo t, y b_h es el término de sesgo.

A pesar de su capacidad para manejar secuencias temporales, las RNN básicas tienen dificultades para aprender dependencias a largo plazo debido al problema del desvanecimiento y explosión del gradiente. Para abordar este problema, se han desarrollado variantes más avanzadas de RNN, como las Redes Neuronales Recurrentes de Memoria a Corto y Largo Plazo (LSTM).

Figura 3.15: Estructura básica de una LSTM



Elaboración propia

Las LSTM son una variante de las RNN diseñadas para abordar el problema del degradado del gradiente en el aprendizaje de dependencias temporales de largo alcance. La arquitectura LSTM introduce una estructura de memoria llamada celda de estado, que se utiliza para

almacenar información a lo largo del tiempo. Además, las LSTM cuentan con mecanismos de puertas que permiten controlar el flujo de información dentro y fuera de la celda de estado.

Las LSTM constan de tres puertas principales: la puerta de entrada, la puerta de olvido y la puerta de salida. Estas puertas controlan cómo se actualiza la información en la celda de estado, permitiendo que las LSTM aprendan a retener información relevante y a descartar información innecesaria.

3.5.4. Hiperparámetros y Optimización

El proceso de entrenamiento en una red neuronal implica ajustar los pesos y los términos de sesgo para minimizar una función de pérdida, que mide la discrepancia entre las salidas de la red y los valores deseados. Este proceso se realiza mediante un algoritmo de optimización, como el descenso del gradiente o sus variantes.

El descenso del gradiente es un algoritmo iterativo que actualiza los pesos y términos de sesgo en la dirección opuesta al gradiente de la función de pérdida con respecto a estos parámetros. La tasa de aprendizaje, un hiperparámetro que controla la magnitud de las actualizaciones, es crucial para garantizar la convergencia del algoritmo. Los hiperparámetros, que son ajustables antes del entrenamiento, pueden tener un impacto significativo en el desempeño y la precisión de modelo ML.

El entrenamiento de una red neuronal se puede dividir en varias etapas:

- **Inicialización**: Los pesos y los términos de sesgo se inicializan con valores aleatorios pequeños.
- **Propagación hacia adelante**: Se calculan las salidas de todas las neuronas en cada

capa, desde la capa de entrada hasta la capa de salida, utilizando las entradas, los pesos, los términos de sesgo y las funciones de activación.

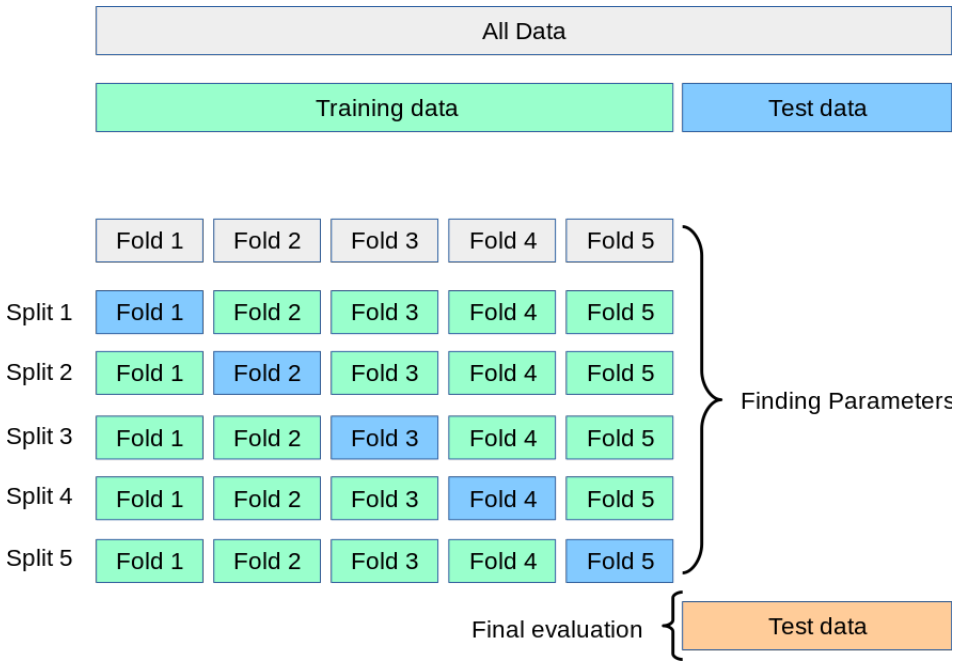
- **Cálculo de la pérdida**: Se evalúa la función de pérdida comparando las salidas de la red con los valores deseados.
- **Retropropagación del error**: Se calculan las derivadas parciales de la función de pérdida con respecto a cada peso y término de sesgo utilizando la regla de la cadena.
- **Actualización de los parámetros**: Los pesos y los términos de sesgo se actualizan en función de las derivadas parciales calculadas y la tasa de aprendizaje.
- **Iteración**: El proceso se repite desde el paso 2 hasta que se cumplan ciertos criterios de convergencia o se alcance un número máximo de iteraciones.

La optimización de los Hiperparámetros, así como del número de capaz, fue optimizado mediante el método de *Grilla*. El proceso de ajuste de hiperparámetros consiste en encontrar el conjunto óptimo de hiperparámetros para un determinado modelo de ML que maximice el rendimiento del modelo.

El método de **Grilla** consiste en definir un rango de valores para cada hiperparámetro. A continuación, el modelo se entrena y evalúa para todas las combinaciones posibles de hiperparámetros dentro del rango definido. El rendimiento del modelo se evalúa utilizando una métrica de evaluación elegida, como la precisión o el error cuadrático medio (MSE). El conjunto óptimo de hiperparámetros para el modelo es la combinación de hiperparámetros que ofrece el mejor rendimiento en la métrica de evaluación. Sin embargo, cuando se trata de un gran número de hiperparámetros o de un amplio rango de valores para cada hiperparámetro, esta búsqueda exhaustiva puede resultar costosa desde el punto de vista computacional.

Una forma de método de Grilla corresponde a la Validación Cruzada *K-fold*. En la validación cruzada de k pliegues, los datos de entrenamiento se dividen en k particiones, o pliegues, de igual tamaño. En cada iteración, se conserva un pliegue para la validación. Los k-1 pliegues restantes se utilizan para entrenar el modelo. Este proceso se repite k veces. Cada pliegue se utiliza exactamente una vez como conjunto de validación.

Figura 3.16: Esquema general de un proceso de optimización de hiperparámetros aplicando el método de validación cruzada *K-fold*



(«3.1. cross-validation: Evaluating estimator performance», s.f.)

La validación cruzada K-fold ofrece varias ventajas. Por ejemplo, permite aprovechar al máximo los datos disponibles y reducir el riesgo de sobre ajuste. La validación cruzada de K-fold proporciona una estimación más fiable del rendimiento del modelo que una única división entrenamiento-prueba al promediar el rendimiento en múltiples iteraciones.

Dos métricas populares utilizadas para evaluar el rendimiento de un modelo de aprendizaje automático, especialmente en tareas de regresión, son el Error Medio Absoluto (MAE) y el

Error Cuadrático Medio (RMSE). Ambas métricas miden la diferencia entre los valores predichos y los reales. Sin embargo, hacen hincapié en diferentes aspectos del error. Por un lado, el MAE es la media de las diferencias absolutas entre los valores de predicción y los valores reales. Proporciona una medida de la magnitud de los errores sin tener en cuenta su dirección.

$$\text{MAE} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|y_i - \hat{y}_i|$$

Donde n es el número de muestras, y_i es el valor real de la muestra y $\hat{y}_i$ es el valor predicho de la muestra. Por otro lado, el RMSE es la raíz cuadrada de la media de las diferencias al cuadrado entre las predicciones y los valores reales. Es más sensible a los errores importantes que el MAE. Tiende a penalizar más estos errores. La ecuación del RMSE viene dada por la fórmula:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}$$

Tanto el MAE como el RMSE tienen ventajas y limitaciones. El MAE es una buena opción cuando no hay valores atípicos significativos en los datos porque es menos sensible a los valores atípicos y da la misma importancia a todos los errores. El RMSE, por otro lado, es más sensible a los errores grandes y puede hacer un mejor trabajo a la hora de resaltar la presencia de dichos errores en las predicciones del modelo. Es importante que la elección entre las dos métricas dependa del contexto específico y de los requisitos del problema en cuestión.

4. Metodología de Investigación

Esta sección tiene como fin explicar las distintas consideraciones y pasos a seguir para la obtención de los resultados de investigación.

La presente investigación tiene como fin el desarrollo de un modelo capaz de optimizar el retorno esperado de un portafolio planteado en términos de desviaciones con respecto a un Benchmark. El modelo corresponde a un modelo de optimización de Media-Varianza, donde los retornos esperados utilizados en la optimización corresponden a los resultantes de aplicar el modelo de Black-Litterman utilizando como views las estimaciones de modelos de Machine Learning, siendo en concreto utilizado para la construcción los modelos *ANN* y *LSTM*.

Temporalmente, la secuencia de simulación sería tal que en un tiempo t se recopila la información de los precios de los distintos activos en el portafolio, calculando así los distintos indicadores utilizados como regresores para los modelos ML, para luego obteniendo los retornos optimizados $E[r_t^{BL}]$ optimizar el portafolio contra el posicionamiento ω_t^{BM}. donde el resultado de la optimización $\omega_t^{BM} + x_t$ sería considerado como el posicionamiento del portafolio un periodo posterior ω_{t+1}.

El modelo de optimización propuesto es el siguiente:

- **Conjuntos**
  - A: $i \in A, i = 0, \ldots, A$ Como el conjunto de Activos.
  - T: $t \in T, i = 0, \ldots, T$ Como el conjunto de periodos.
- **Parámetros**:
  - μ_{it}: Retorno esperado del activo i en el periodo t.

- Σ_{ijt}: Covarianza entre los activos i y j en el periodo t.
- ω_{it}^{BM}: posicionamiento del Benchmark para el activo i en el periodo t .

- **Variables**:
  - X_{ij}: Desviaciones respecto al Benchmark.

- **Función objetivo**:

$$\max_{x_{i,t}} \sum_{t\in T}\sum_{i\in I} \frac{\mu_{i,t}x_{i,t}}{\sqrt{\sum_{i\in I}\sum_{j\in I}\Sigma_{i,j,t}(x_{i,t}+\omega_{i,t}^{BM})(x_{j,t}+\omega_{j,t}^{BM})}}$$

- **Restricciones**:
  - Portafolio completamente invertido:

$$\sum_{i\in A} x_{i,t} + \omega_{i,t}^{BM} = 1 \quad \forall t \in T$$

  - Solo posiciones en Largo:

$$x_{i,t} + \omega_{i,t}^{BM} \geq 0 \quad \forall i \in A, t \in T$$

  - Las desviaciones iniciales son iguales a 0:

$$x_{i,0} = 0 \quad \forall i \in I$$

4.1. Información y Consideraciones

La investigación considera la optimización de un portafolio contra el Posicionamiento de un Benchmark, para esto se acota el universo de activos presentes en los distintos Benchmark a las siguientes Monedas:

Tabla 4.1: Tabla de distintas estadísticas de la serie de retorno del universo de monedas considerado como opciones de inversión para la optimización de Portafolio.

	AUD	**BRL**	**CLP**	**CNY**	**EUR**	**GBP**	**JPY**	**KRW**	**MXN**	**TWD**	**USD**
Media	-0,01 %	-0,03 %	-0,01 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	-0,01 %	-0,01 %	0,01 %	0,00 %	0,00 %
STD	0,73 %	1,19 %	0,98 %	0,32 %	0,52 %	0,68 %	0,60 %	0,59 %	0,88 %	0,29 %	0,47 %
Min	-5,79 %	-7,27 %	-5,29 %	-1,59 %	-2,43 %	-5,55 %	-3,35 %	-3,34 %	-4,27 %	-1,68 %	-3,43 %
25 %	-0,42 %	-0,70 %	-0,48 %	-0,15 %	-0,29 %	-0,35 %	-0,32 %	-0,33 %	-0,42 %	-0,11 %	-0,25 %
50 %	0,01 %	-0,02 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	-0,01 %	-0,01 %	0,06 %	0,00 %	0,00 %
75 %	0,38 %	0,62 %	0,49 %	0,15 %	0,29 %	0,36 %	0,26 %	0,32 %	0,52 %	0,11 %	0,25 %
Max	4,69 %	7,64 %	7,12 %	1,61 %	3,17 %	4,82 %	3,86 %	4,37 %	6,22 %	1,96 %	3,10 %

Elaboración propia

El universo de muestras considera la información semanal de los precios de los Activos en portafolio, considerando universo muestral entre los años 2017 a 2022, donde se consideró una división tal que él 60 % de la información fue utilizada para el entrenamiento de los modelos, para luego purgar un 10 % dejando el resto como el periodo de testeo utilizando el resultado de los modelos como input para la optimización del portafolio.

Para el entrenamiento, se calcularon los siguientes indicadores como regresores del modelo para cada moneda:

Tabla 4.2: Tabla de los distintos tipos de indicadores utilizados como variables explicativas para la regresión sobre el retorno hecha para cada moneda.

Indicador	Tipo
Retorno	Volatilidad
Retorno ABS	Volatilidad
RSI	Momentum
MACD	Momentum
Z_{score}	Mean-reversion
Vida media de la Reversión	Mean-reversion
Bandas de Bollinger	Mean-reversion
Difusión-Momentum	Mometun
Difusión-Volatilidad	Volatilidad

Elaboración propia

Donde los índices de difusión corresponden a la media móvil calculada sobre la serie de manera que:

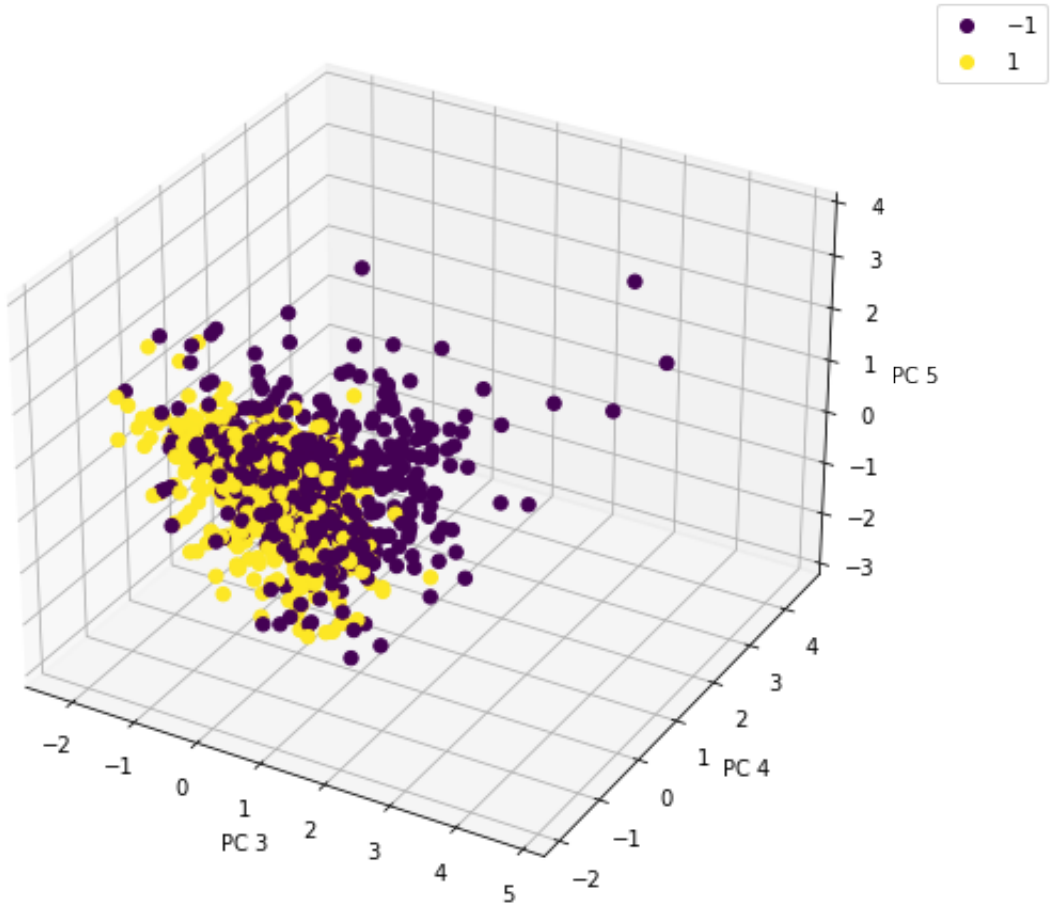
$$Label_t^{Momentum} = \begin{cases} 1 & \text{Si } retorno_t > retorno_{t-1} \\ 0 & \text{eoc.} \end{cases}$$

$$Label_t^{Volatilidad} = \begin{cases} 1 & \text{Si } Abs(retorno_t) > Abs(retorno_{t-1}) \\ 0 & \text{eoc.} \end{cases}$$

Donde la inclusión de este tipo de indicadores, es para dar una cierta intuición al modelo

en términos del contexto y condiciones del mercado para cada periodo. Gráficamente, se observa que es posible, en términos de estos distintos indicadores, categorizar y discriminar estos distintos tipos de regímenes de mercado.

Figura 4.1: Gráfico de dispersión sobre distintos indicadores, categorizados según $Label^{Momentum}$



Nota. Los ejes PC 3, PC 4 y PC 5 corresponden a la estandarizacion de los indicadores RSI, MACD y Z_{score} respectivamente. *Elaboración Propia*

4.2. Programación

Para lograr los objetivos propuestos se planteó el desarrollo completo en el lenguaje de programación *Python*, específico se usó la librería *Pandas* (McKinney et al., 2011) para la limpieza, manejo y orden de la información utilizada en la investigación. Por otro lado, el modelo de optimización fue planteado y optimizado mediante el uso de la librería *Pyomo* (Hart et al., 2017), mientras que los modelos de Machine Learning fueron programados usando la librería *TesorFlow*, optimizado los Hiperparámetros y analizando los modelos mediantes herramientas provistas por la librería *Scikit-learn* (Raschka y Mirjalili, 2019).

La programación de los modelos ML fue realizada mediante programación orientada al objeto (*POO*), creando así una clase base llamada *modelo*, la cual de manera general como clase base, los distintos métodos y características necesarias para la optimización de hiperparámetros y evaluación de resultados.

```
from dataclasses import dataclass
from abc import ABC
@dataclass(order=True)
class modelo(ABC):
    def optimizar(self):
        grid = GridSearchCV(estimator=self.model,
                            param_grid=self.param_grid, cv=3,
                            scoring=self.ScM[self.tipo])
        self.grid_result = grid.fit(self.Data.X_t_train,
                            self.Data.Y_train)
        self.best_model = self.grid_result.best_estimator_
        self.__procesar_resultados()
```

```
    def predict(self,X):
        pass
    def __metricas(self):
        pass
    def __procesar_resultados(self):
        pass
```

De esta forma, creado el modelo ML, es optimizado uno en específico para cada moneda:

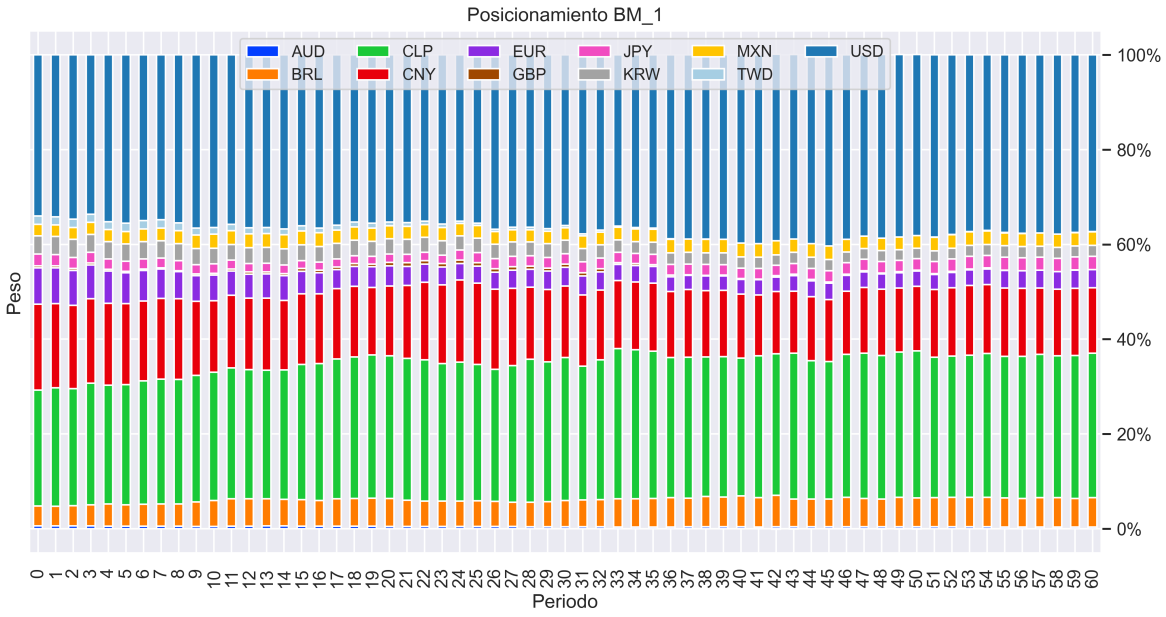
```
dict_modelos={}
for moneda in monedas:
    shift=1
    X=filtrar_pais(moneda,df_data)
    Y=X.loc[:,[f'Retorno_{moneda}']]
    X=X.shift(shift).dropna()
    prc_data=procesador_data(X=X,Y=Y,
            shift=shift,tranform_X=True)

    modelo = Modelo(Prc_data=prc_data,activo=moneda)
    modelo.optimizar()
    modelo.print_metricas()
    modelo.grafo_test()
    dict_modelos[moneda]=modelo
```

5. Resultados

En esta sección se detallarán los resultados obtenidos tanto en términos de la predicción del retorno de las distintas monedas consideradas en el universo de inversión, como los resultados de la optimización contra distintos Benchmark´s que varían desde una distribución balanceada hasta una composición concentrada.

Figura 5.1: Ejemplo de del posicionamiento de BM_1 utilizado para la optimización.



Elaboración propia

5.1. Modelo ANN

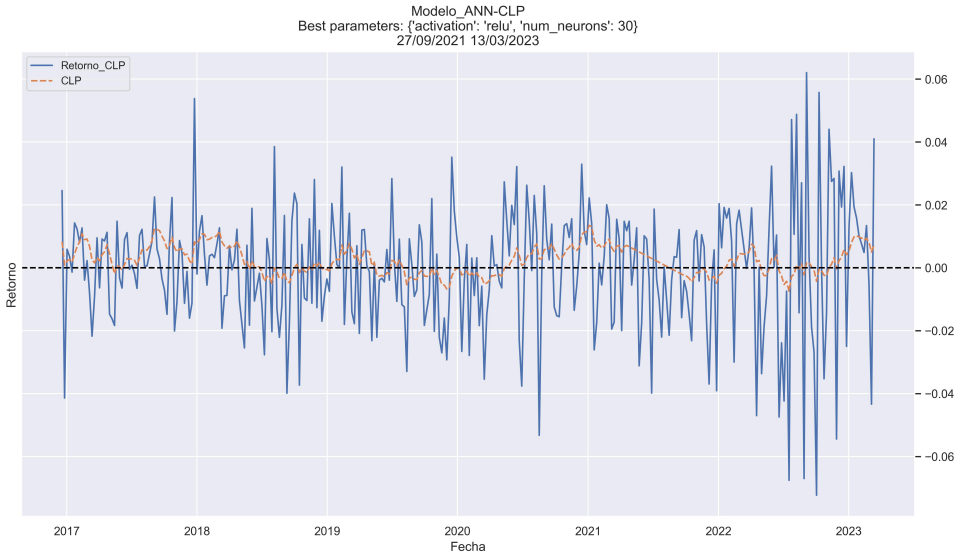
Tabla 5.1: Resultados obtenidos de los distintos modelos de regresión ANN para cada moneda

Moneda	R^2	MAE	RMSE
AUD	0,437	0,910 %	0,150 %
BRL	0,332	1,388 %	0,36 %
CLP	0,377	1,122 %	0,223 %
CNY	0,534	0,385 %	0,073 %
EUR	0,500	0,686 %	0,087 %
GBP	0,455	0,854 %	0,096 %
JPY	0,495	0,691 %	0,093 %
KRW	0,511	0,771 %	0,073 %
MXN	0,362	1,300 %	0,032 %
TWD	0,514	0,342 %	0,122 %
USD	0,488	0,638 %	0,069 %

Elaboración propia

Las predicciones resultantes por los distintos modelos ANN optimizados muestran resultados aceptables, considerando la fuerte volatilidad presente por las distintas series de tiempos de las distintas monedas. No se observan indicios de sobre ajuste de los modelos a la información de entrenamiento. No se observan patrones claros en términos de características propias de las series de tiempos y los hiperparámetros encontrados como óptimos.

Figura 5.2: Ejemplo de gráfico comparativo entre el retorno esperado por el Modelo ANN y el realizado para el cruce CLP/USD.

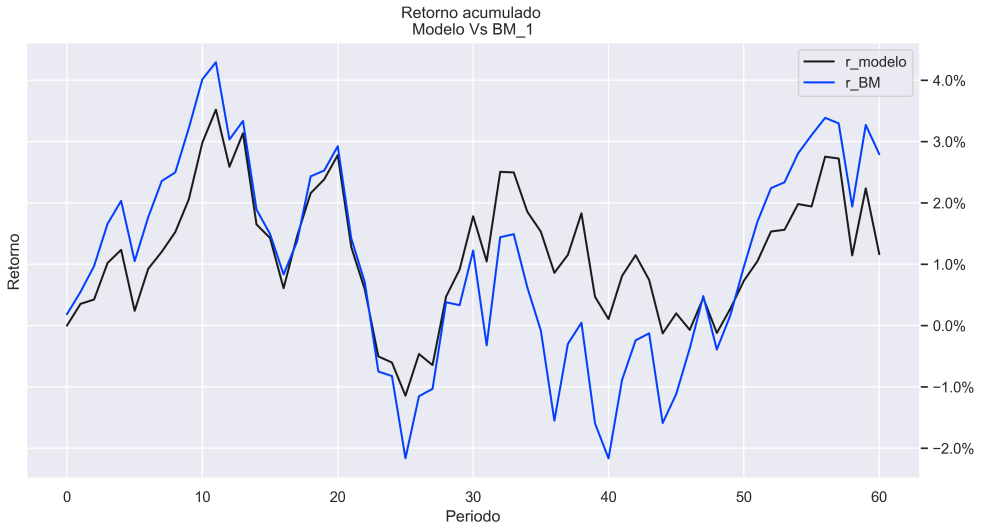


Nota. La fecha en el titulo corresponde al periodo de taos utilizados como prueba para el modelo. *Elaboración propia*

5.1.1. Optimización contra Benchmark´s

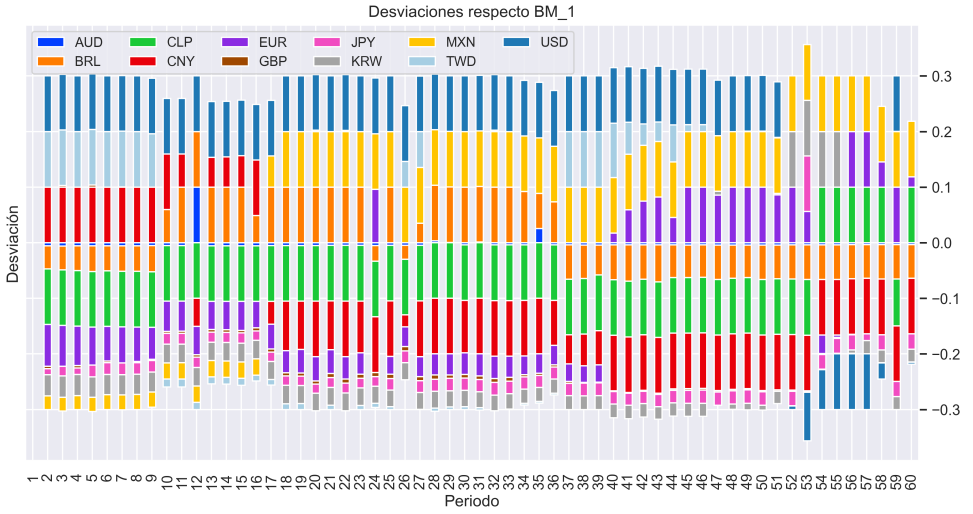
Los resultados obtenidos de utilizar los pronósticos de los modelos ANN como esperanza de retorno como input para la optimización de Media-Varianza son mixtos, se observa que la optimización es apto de generar un posicionamiento dinámico y relativamente consistente en términos de posiciones de compra y venta, siendo capaz de en periodo de alta volatilidad, disminuir en parte la cantidad de desviaciones.

Figura 5.3: Gráfico comparativo entre el retorno de BM_1 y el portafolio resultante de la optimización contra el Benchmark utilizando el retorno esperado obtenido mediante modelos ANN.



Elaboración propia

Figura 5.4: Gráfico de las desviaciones tomadas con respecto a BM_1 resultantes de la optimización utilizando el retorno esperado obtenido mediante modelos ANN.



Elaboración propia

Por otro lado, en términos de retorno, se observa que el retorno de los distintos modelos es capaz de seguir el retorno de los distintos Benchmark´s, observándose la tendencia de una mejor rentabilidad en periodos negativos para el Benchmark, pero de un menor rendimiento en periodos donde el Benchmark renta de manera positiva, este disminuye a medida que se optimiza contra un Benchmark mas concentrado.

5.2. Modelo LSTM

Tabla 5.2: Resultados obtenidos de los distintos modelos de regresión LSTM para cada moneda

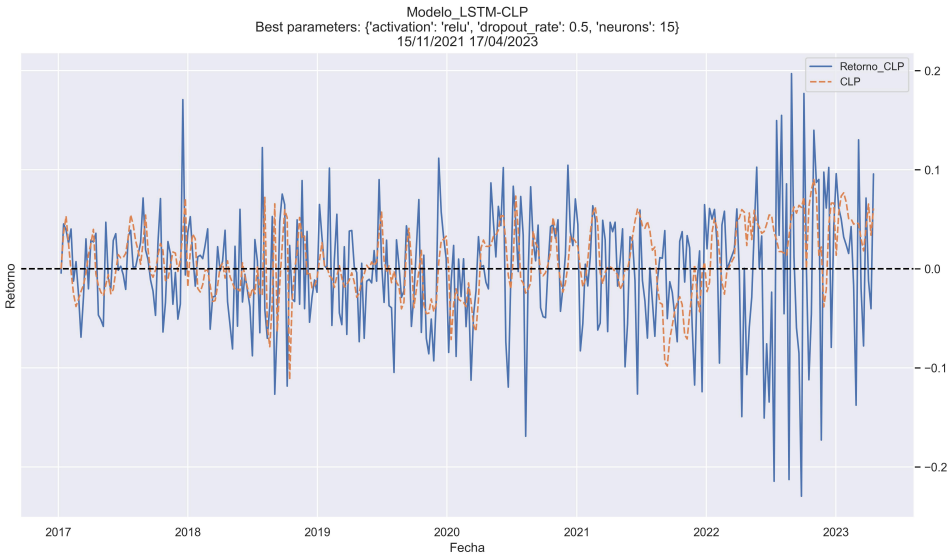
Moneda	R^2	MAE	RMSE
AUD	0,590	3,310 %	0,211 %
BRL	0,415	5,335 %	0,598 %
CLP	0,426	3,930 %	0,263 %
CNY	0,361	1,311 %	0,029 %
EUR	0,507	2,489 %	0,115 %
GBP	0,496	3,211 %	0,238 %
JPY	0,300	2,637 %	0,145 %
KRW	0,323	3,204 %	0,162 %
MXN	0,324	4,440 %	0,449 %
TWD	0,423	1,239 %	0,029 %
USD	0,144	2,239 %	0,090 %

Elaboración propia

Las predicciones obtenidas a través de diversos modelos LSTM optimizados presentan

resultados satisfactorios. Se observa que este tipo de modelos es capaz de reaccionar a distintos periodos con distintos regímenes de heteroscedasticidad. aun así la bondad de las predicciones de estos modelos varía de manera considerable entre distintos pares de monedas, así como entre la información de entrenamiento y prueba.

Figura 5.5: Gráfico comparativo entre el retorno esperado por el Modelo LSTM y el realizado para el cruce CLP/USD.

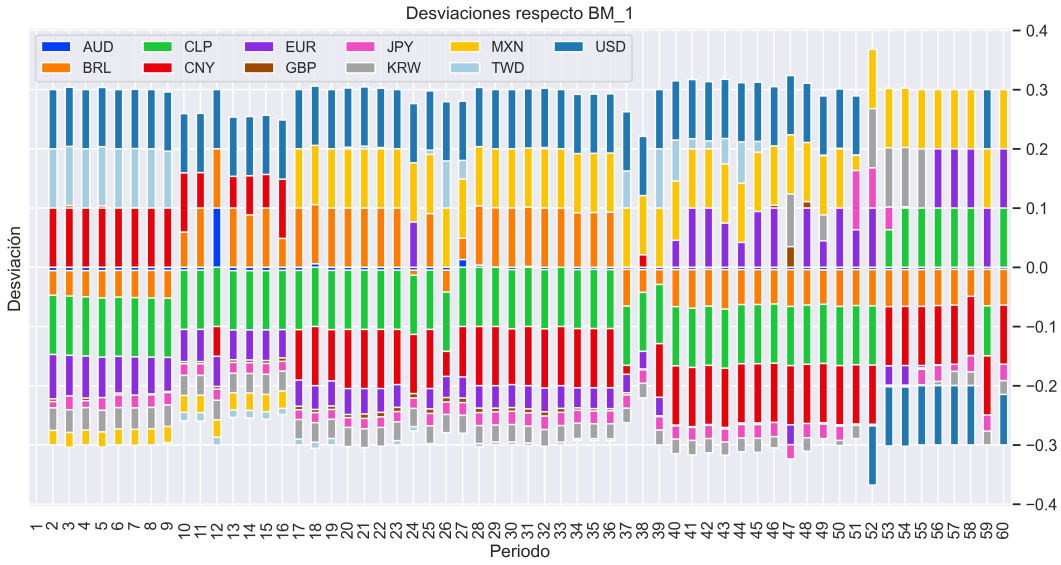


Elaboración propia

5.3. Optimización contra Benchmark´s

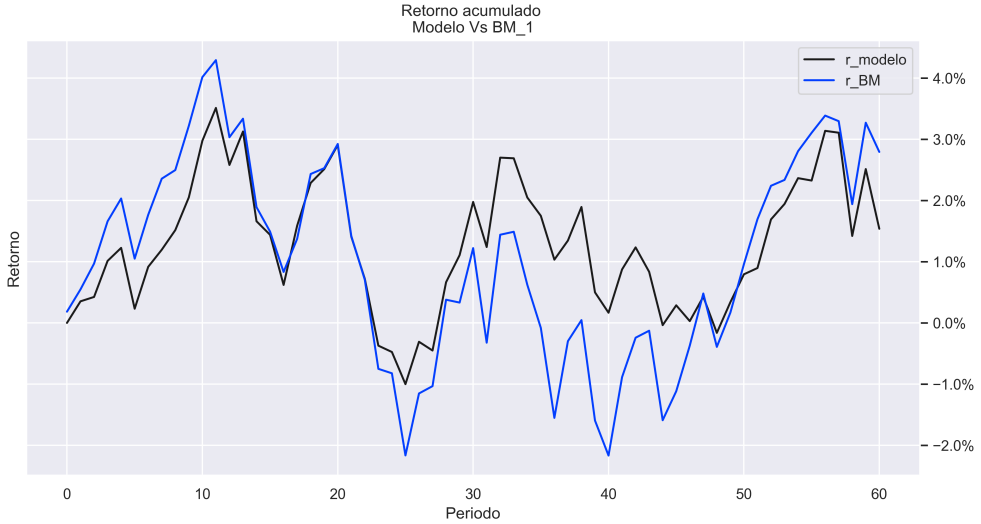
Los resultados derivados de emplear las predicciones de los modelos LSTM como expectativa de retorno en la entrada para la optimización Media-Varianza son positivos. Se constata que dicha optimización es capaz de generar un posicionamiento que compite de manera más estrecha con respecto al Benchmark.

Figura 5.6: Gráfico de las desviaciones tomadas con respecto a BM_1 resultantes de la optimización utilizando el retorno esperado obtenido mediante modelos LSTM.



Elaboración propia

Figura 5.7: Gráfico comparativo entre el retorno de BM_1 y el portafolio resultante de la optimización contra el Benchmark utilizando el retorno esperado obtenido mediante modelos LSTM.



Elaboración propia

Se observa que el modelo es capaz de mover el posicionamiento hacia una cartera más defensiva, siendo este producto de la optimización Media-Varianza, al considerar las predicciones de los modelos LSTM, contribuye a la diversificación de la cartera de inversiones, equilibrando los riesgos y retornos esperados de los Activos, así mismo permiten una mejor gestión del riesgo al reducir parcialmente la cantidad de desviaciones, lo que podría llevar a una disminución en las pérdidas potenciales.

6. Conclusiones y Recomendaciones

La toma de decisiones informada, así como la incorporación de nueva información, es un tanto un proceso como habilidad indispensable en el contexto de las inversiones. Así mismo, es necesario traducir esa información a una opinión y posicionamiento sobre distintos Activos de manera de alcanzar los objetivos de inversión.

Se han identificado, analizado y comparado diversas estrategias de inversión y métodos de optimización de portafolio, lo que ha permitido establecer las condiciones de mercado ideales para su implementación. Además, se han desarrollado sistemas de simulación y análisis que facilitan la evaluación de rentabilidad y riesgo en función de un Benchmark, mejorando así la toma de decisiones en la gestión de portafolios. Se ha llevado a cabo un estudio exhaustivo sobre el comportamiento de distintos modelos de inteligencia artificial en el ámbito financiero, lo que ha permitido identificar sus interpretaciones y sesgos, y comprender las oportunidades y limitaciones que presentan. Gracias a estos hallazgos, se han desarrollado y optimizado modelos de IA capaces de generar recomendaciones de inversión basadas en sus análisis.

Asimismo, se han investigado las diferencias de comportamiento en estrategias de inversión que incorporan Machine Learning, así como la clasificación de la información generada por estos sistemas. Este análisis ha permitido comprender cómo la IA puede mejorar el proceso de inversión y optimizar la gestión de portafolios.

Se ha comprobado que el empleo de nuevos modelos, como los de Inteligencia Artificial, resulta eficaz al predecir el retorno esperado en diversas series temporales con distintos niveles de tendencia y heterocedasticidad. Se observa que los modelos de redes neuronales artificiales (ANN) pueden pronosticar de forma aceptable los retornos de varios activos, siendo este enfoque más dinámico al considerar la media de una serie temporal, lo cual

permite que la distribución del error en la estimación, tanto en términos de Desviación Media Absoluta (MAD) como de Raíz del Error Cuadrático Medio (RMSE), sea relativamente uniforme entre los activos estudiados.

Por otro lado, las predicciones realizadas por los modelos de Memoria a Largo Plazo y Corto Plazo (LSTM) presentan una mayor heterogeneidad en cuanto a los resultados obtenidos, mostrando en general una buena capacidad para adaptarse a distintos regímenes de volatilidad y proporcionando una estimación más cercana al valor real de la serie. Sin embargo, este tipo de modelos tiende a reaccionar excesivamente a periodos pasados de volatilidad, lo que puede llevar a ciertos casos de sobre-reacción y, en términos de MAD y RMSE, hacer que estos modelos parezcan menos adecuados para este tipo de información. Dado esto, se concluye que la mayor adaptabilidad y consideración de información pasada son las características principales que hacen a los modelos LSTM más atractivos para pronosticar retornos futuros de activos.

Desde el punto de vista de la optimización de carteras, se logra plantear un modelo de optimización frente a Benchmark's con el objetivo de maximizar la relación riesgo-retorno del portafolio final. La inclusión de las predicciones de retorno esperado de los modelos mediante el uso del modelo de Black-Litterman permite un equilibrio adecuado entre el retorno esperado y el error inherente al modelo. De esta manera, se concluye que la optimización frente a los distintos Benchmarks es exitosa, tanto por la explotación de fuentes de alfa no consideradas por el índice de referencia como por la posible ineficiencia en el posicionamiento de estos últimos.

Además, al analizar los modelos de Inteligencia Artificial en la optimización de carteras, es crucial considerar el ajuste de los parámetros y la selección de las variables que mejor representen el comportamiento de los activos. El empleo de técnicas de selección de

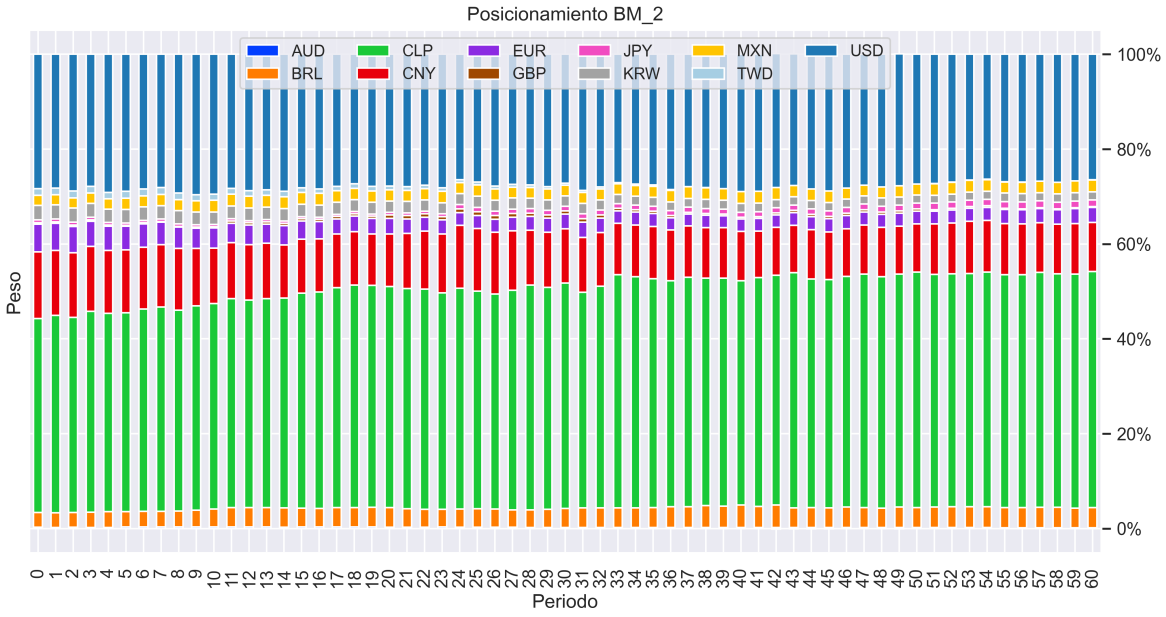
características y la validación cruzada pueden mejorar la eficacia de los modelos ANN y LSTM, lo que, a su vez, puede aumentar la precisión en la predicción de los retornos futuros de los activos.

Asimismo, es esencial evaluar el desempeño de estos modelos en distintos contextos de mercado, como periodos de alta volatilidad o de cambios estructurales en la economía. Esto permitirá a los inversores y gestores de carteras comprender mejor cómo se comportan estos modelos bajo diferentes condiciones de mercado y, en consecuencia, ajustar sus estrategias de inversión en función de las características específicas de cada modelo.

En resumen, la incorporación de modelos de Inteligencia Artificial, como ANN y LSTM, en la predicción de retornos esperados y en la optimización de carteras, puede brindar ventajas significativas en términos de rendimiento y gestión de riesgos. Sin embargo, es crucial tener en cuenta las limitaciones y particularidades de cada modelo para asegurar una implementación exitosa y adaptada a las condiciones del mercado y a las necesidades específicas de cada inversor o gestor de carteras. Al combinar estos enfoques innovadores con un sólido conocimiento del mercado y un análisis exhaustivo, se pueden obtener resultados más efectivos y rentables en la administración de inversiones.

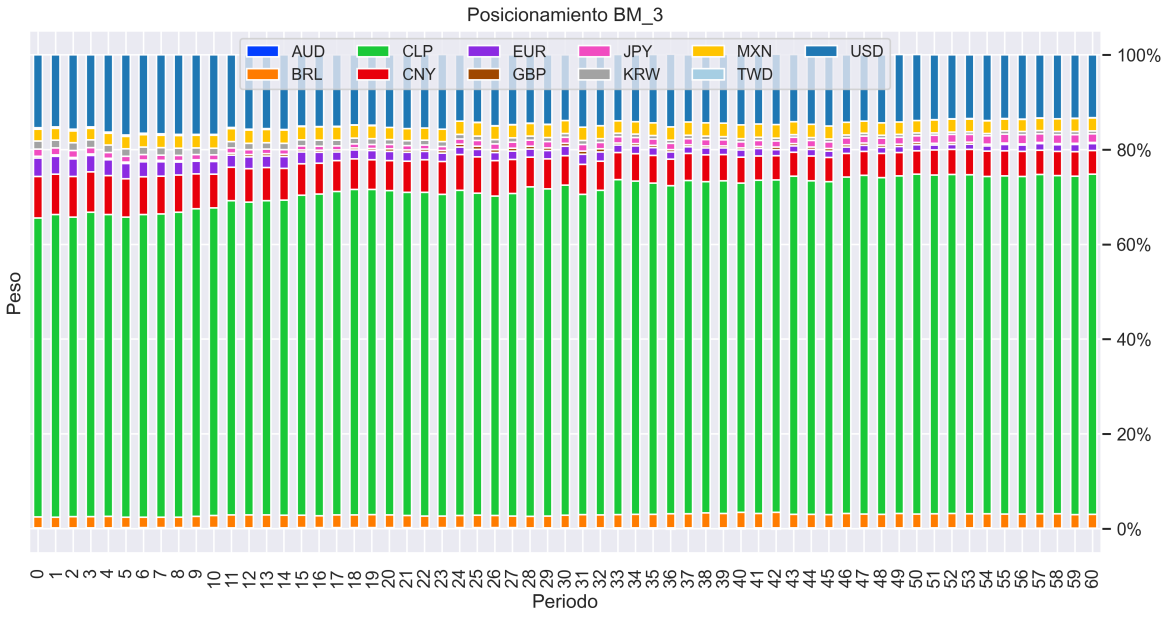
7. Anexos

Figura 7.1: Gráfico del posicionamiento del BM_2 utilizado para la optimización.



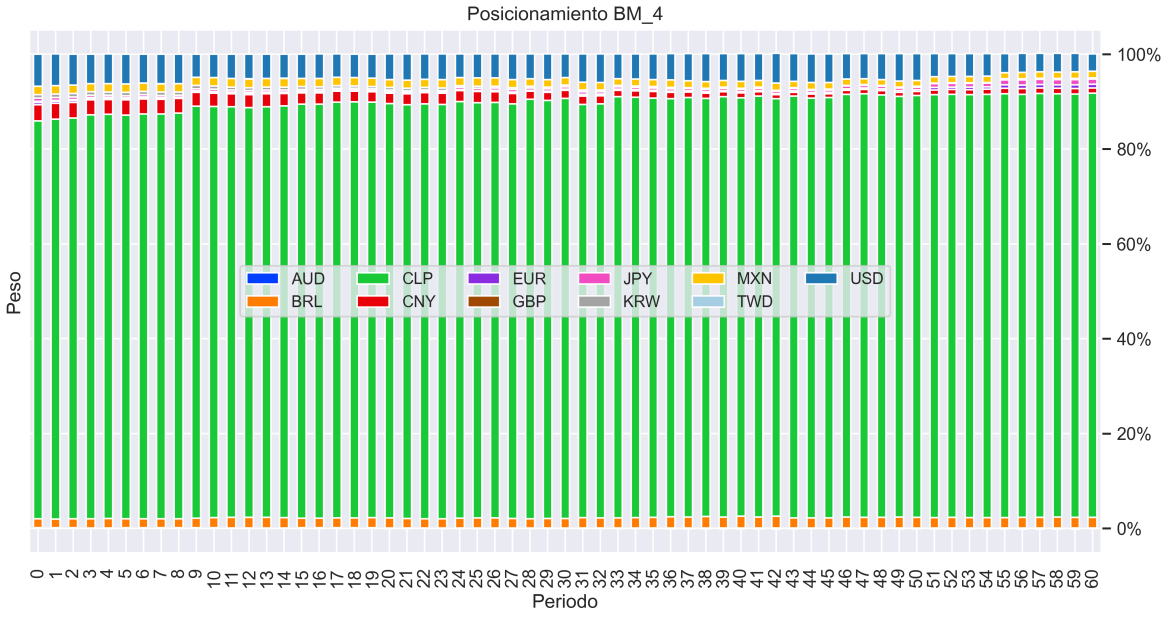
Elaboración propia

Figura 7.2: Gráfico del posicionamiento del BM_3 utilizado para la optimización.



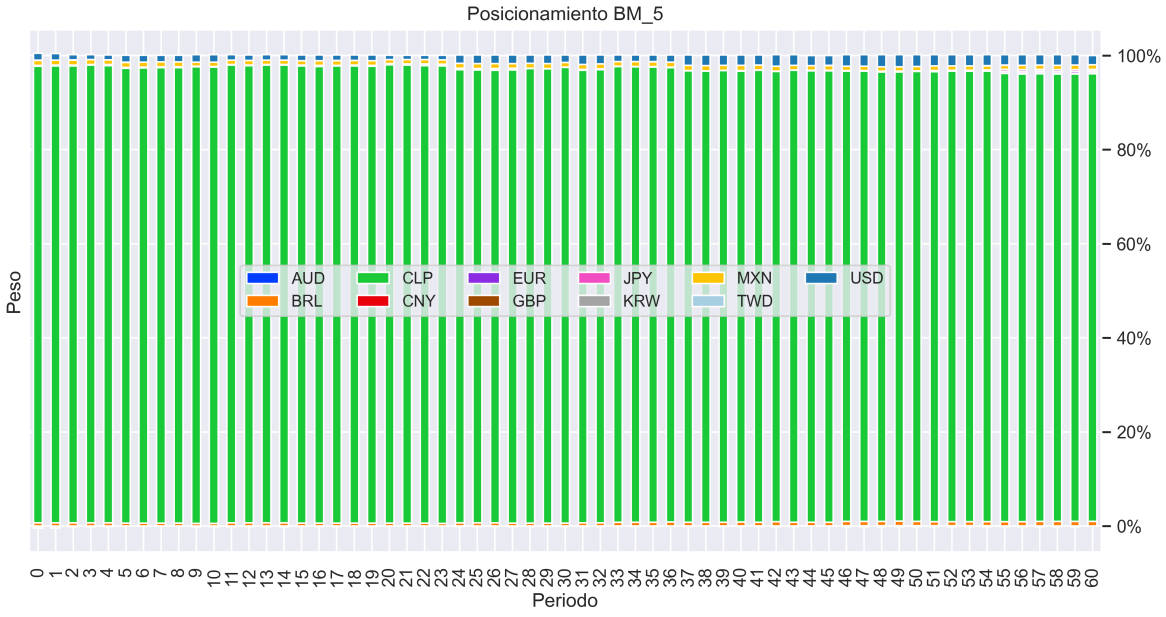
Elaboración propia

Figura 7.3: Gráfico del posicionamiento del BM_4 utilizado para la optimización.



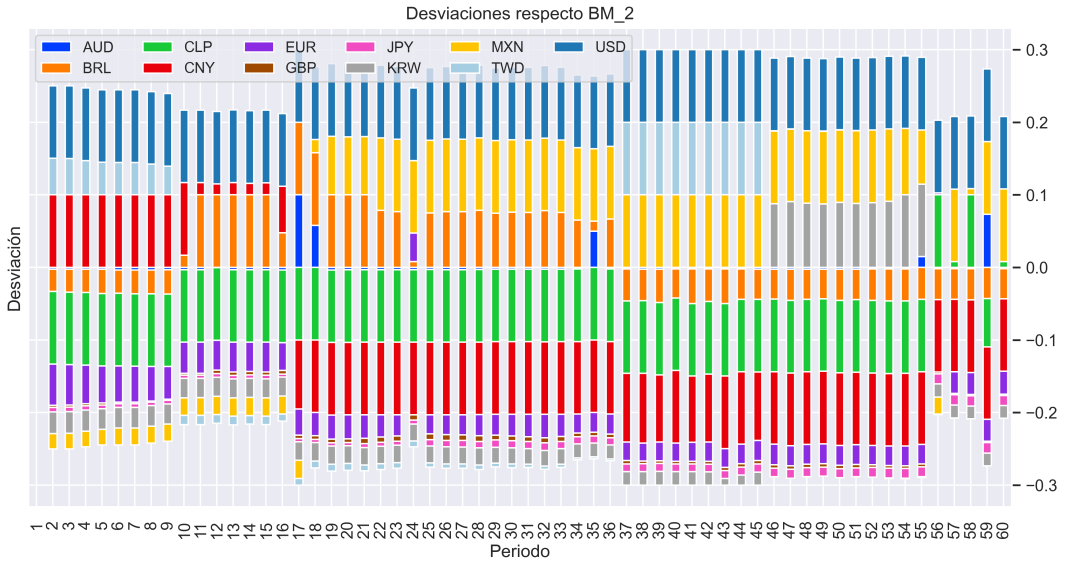
Elaboración propia

Figura 7.4: Gráfico del posicionamiento del BM_5 utilizado para la optimización.



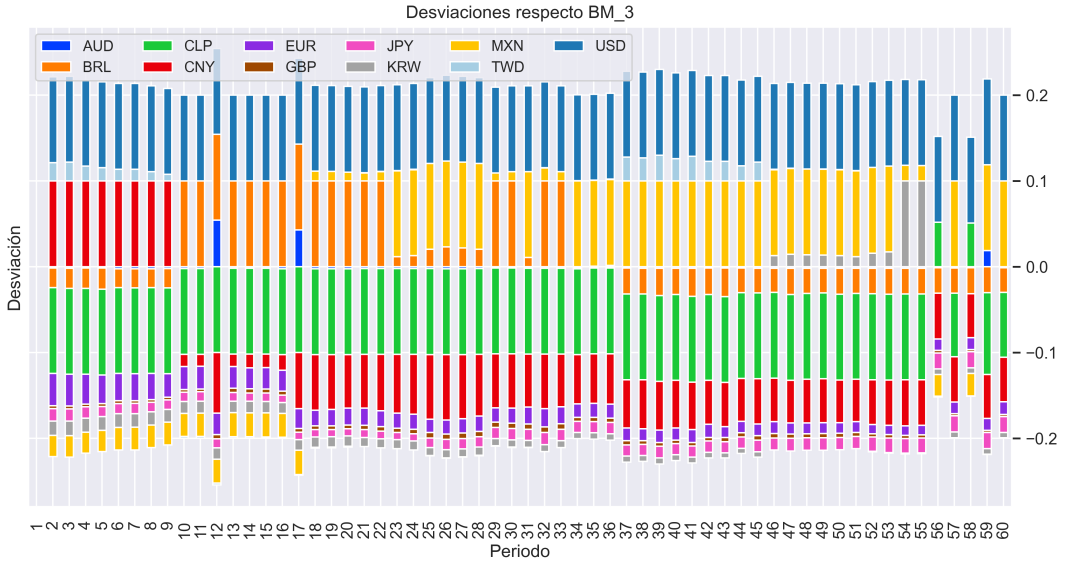
Elaboración propia

Figura 7.5: Gráfico de las desviaciones tomadas con respecto a BM_2 resultantes de la optimización utilizando el retorno esperado obtenido mediante modelos ANN.



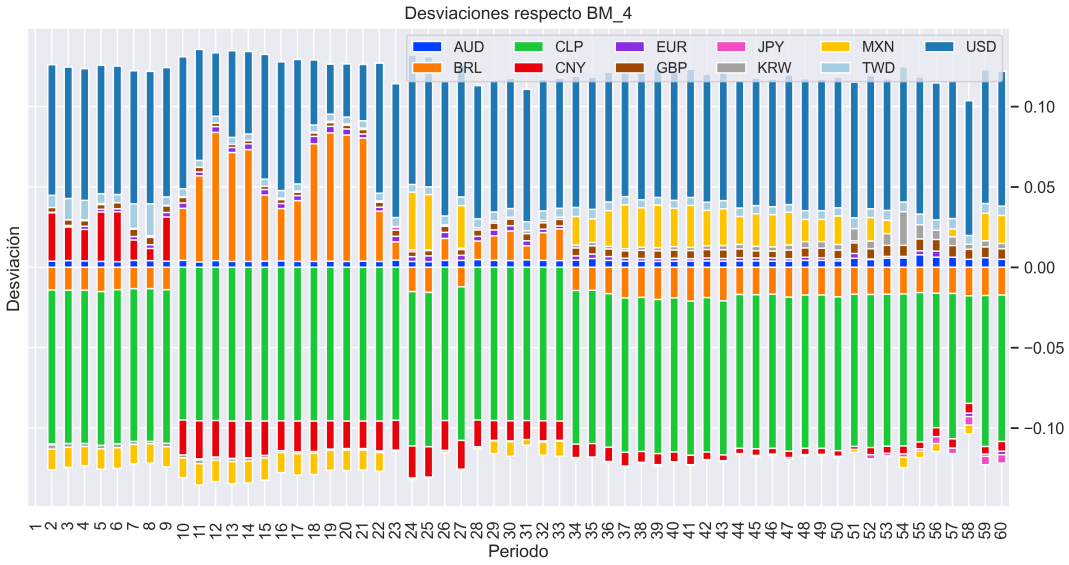
Elaboración propia

Figura 7.6: Gráfico de las desviaciones tomadas con respecto a BM_3 resultantes de la optimización utilizando el retorno esperado obtenido mediante modelos ANN.



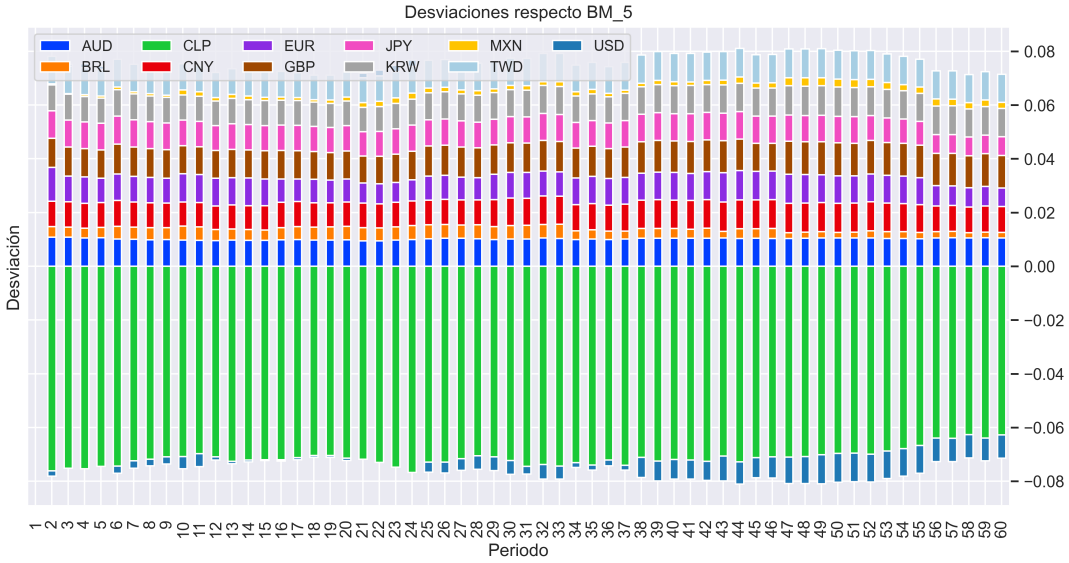
Elaboración propia

Figura 7.7: Gráfico de las desviaciones tomadas con respecto a BM_4 resultantes de la optimización utilizando el retorno esperado obtenido mediante modelos ANN.



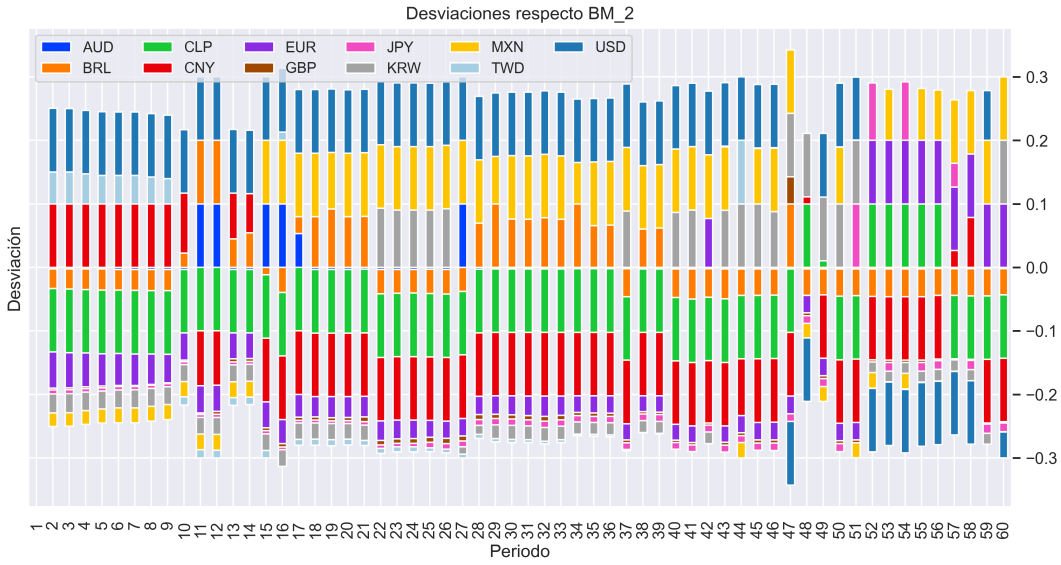
Elaboración propia

Figura 7.8: Gráfico de las desviaciones tomadas con respecto a BM_5 resultantes de la optimización utilizando el retorno esperado obtenido mediante modelos ANN.



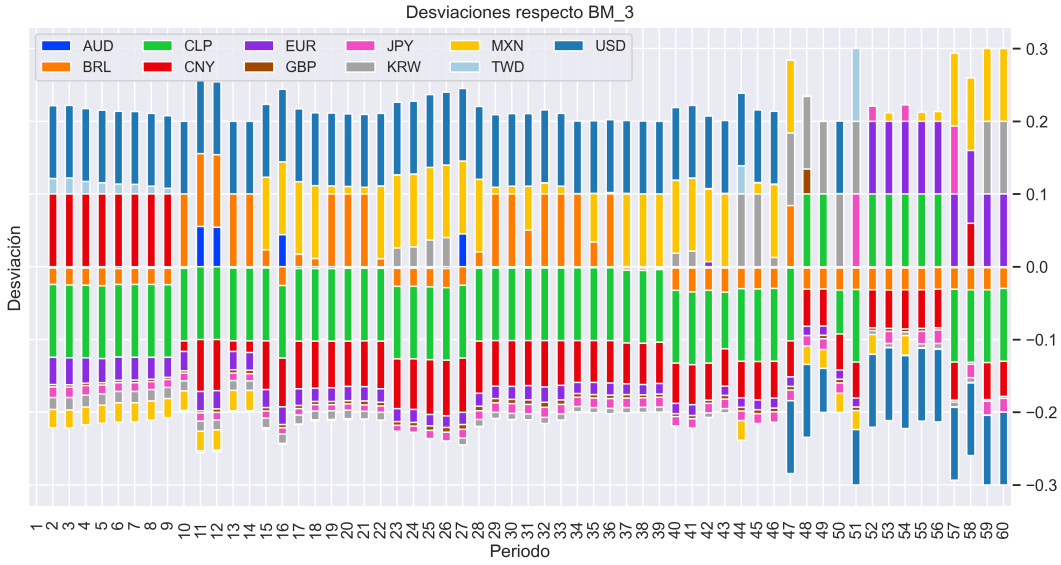
Elaboración propia

Figura 7.9: Gráfico de las desviaciones tomadas con respecto a BM_2 resultantes de la optimización utilizando el retorno esperado obtenido mediante modelos LSTM.



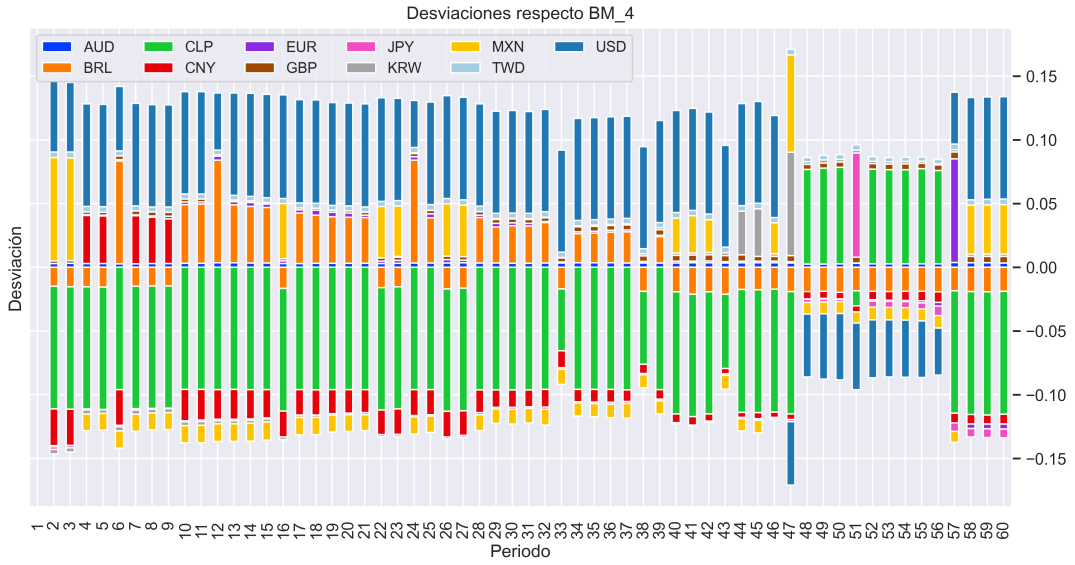
Elaboración propia

Figura 7.10: Gráfico de las desviaciones tomadas con respecto a BM_3 resultantes de la optimización utilizando el retorno esperado obtenido mediante modelos LSTM.



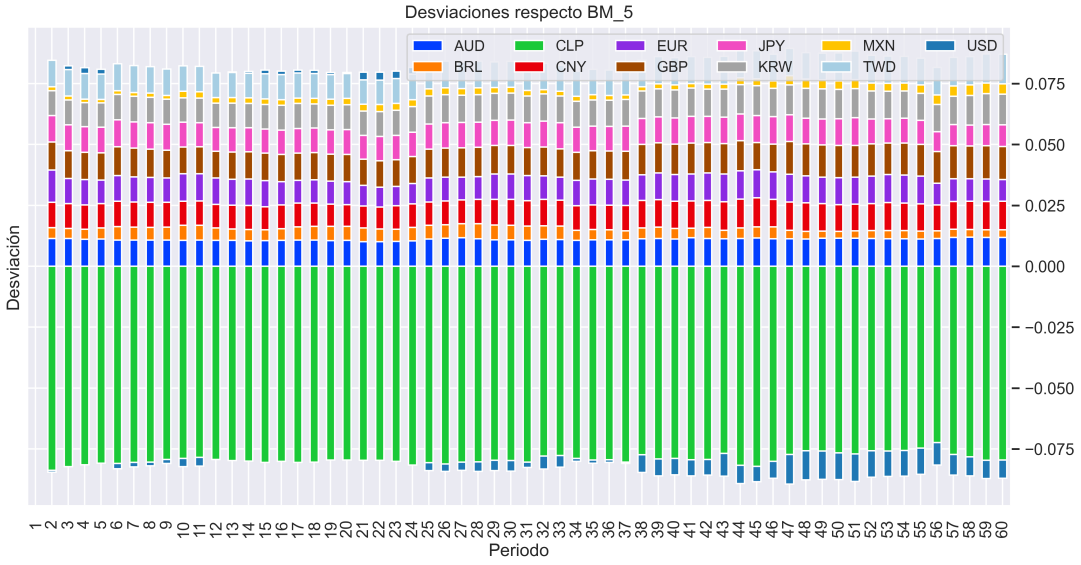
Elaboración propia

Figura 7.11: Gráfico de las desviaciones tomadas con respecto a BM_4 resultantes de la optimización utilizando el retorno esperado obtenido mediante modelos LSTM.



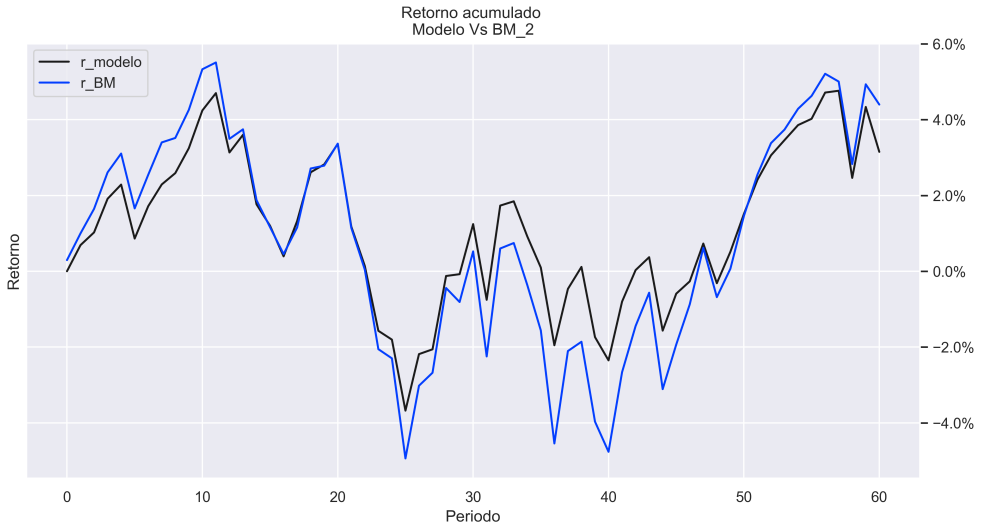
Elaboración propia

Figura 7.12: Gráfico de las desviaciones tomadas con respecto a BM_5 resultantes de la optimización utilizando el retorno esperado obtenido mediante modelos LSTM.



Elaboración propia

Figura 7.13: Gráfico comparativo entre el retorno de BM_2 y el portafolio resultante de la optimización contra el Benchmark utilizando el retorno esperado obtenido mediante modelos ANN.



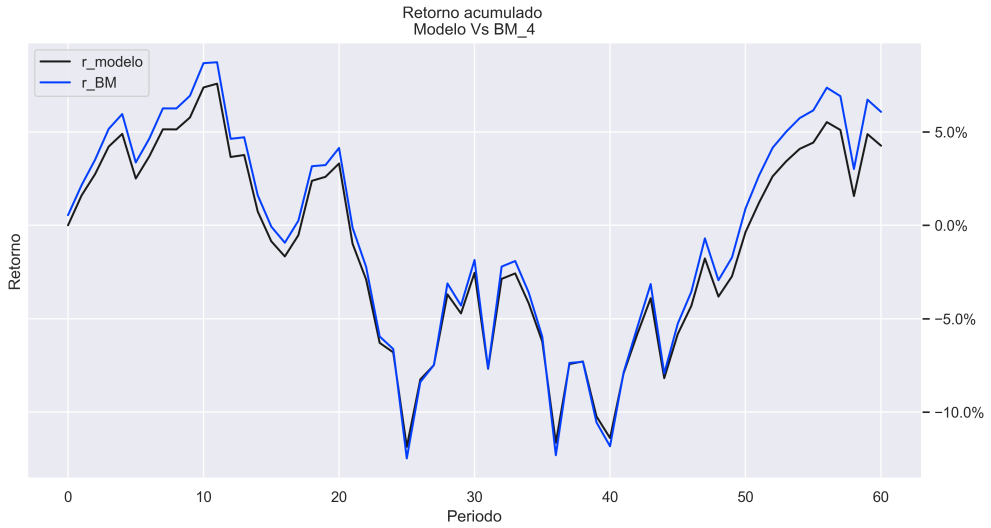
Elaboración propia

Figura 7.14: Gráfico comparativo entre el retorno de BM_3 y el portafolio resultante de la optimización contra el Benchmark utilizando el retorno esperado obtenido mediante modelos ANN.



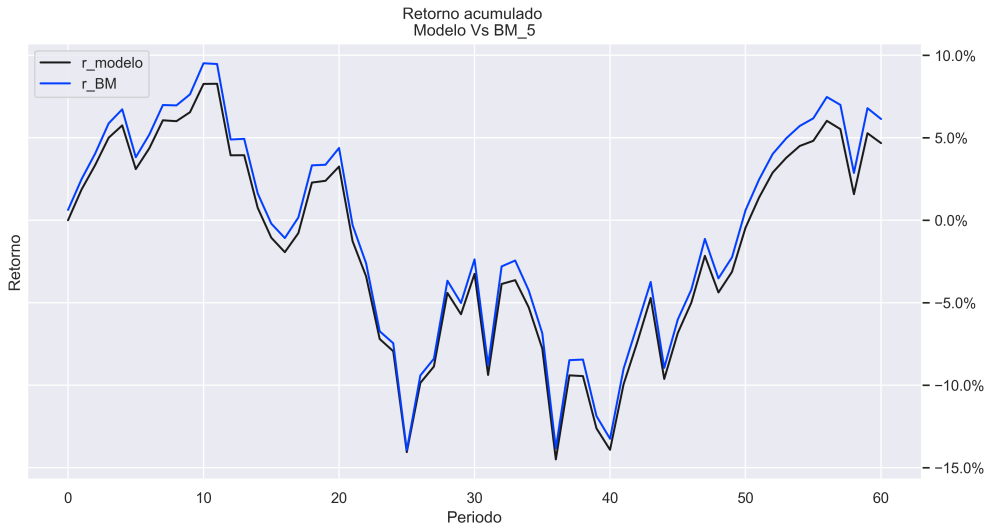
Elaboración propia

Figura 7.15: Gráfico comparativo entre el retorno de BM_4 y el portafolio resultante de la optimización contra el Benchmark utilizando el retorno esperado obtenido mediante modelos ANN.



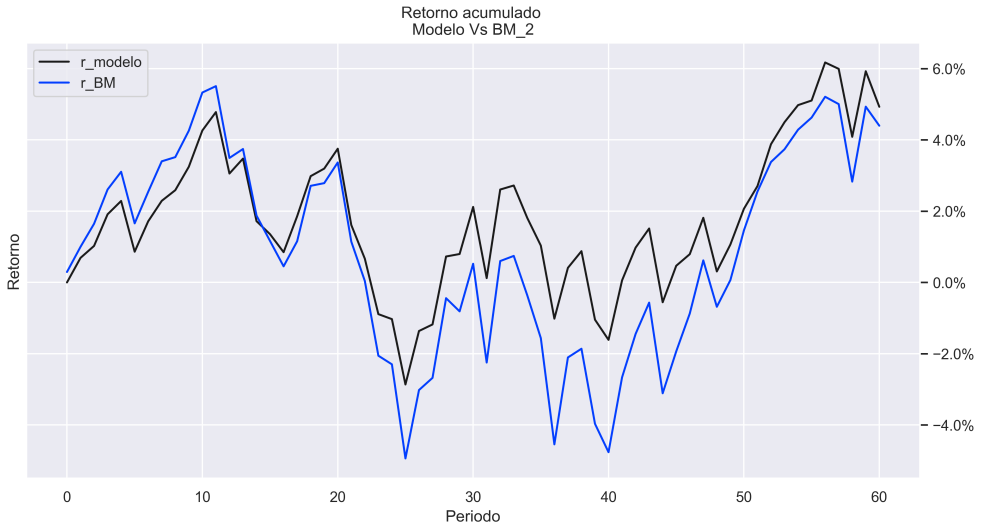
Elaboración propia

Figura 7.16: Gráfico comparativo entre el retorno de BM_5 y el portafolio resultante de la optimización contra el Benchmark utilizando el retorno esperado obtenido mediante modelos ANN.



Elaboración propia

Figura 7.17: Gráfico comparativo entre el retorno de BM_2 y el portafolio resultante de la optimización contra el Benchmark utilizando el retorno esperado obtenido mediante modelos LSTM.



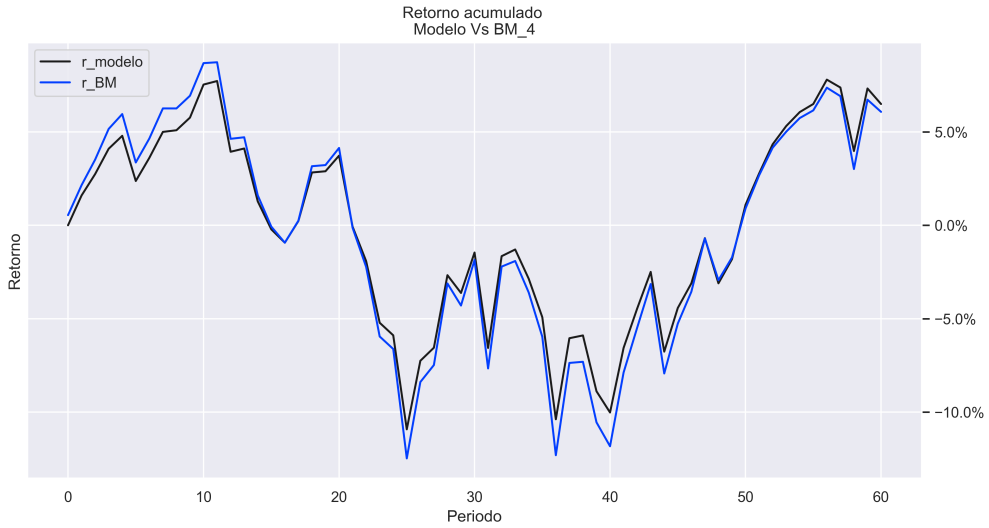
Elaboración propia

Figura 7.18: Gráfico comparativo entre el retorno de BM_3 y el portafolio resultante de la optimización contra el Benchmark utilizando el retorno esperado obtenido mediante modelos LSTM.



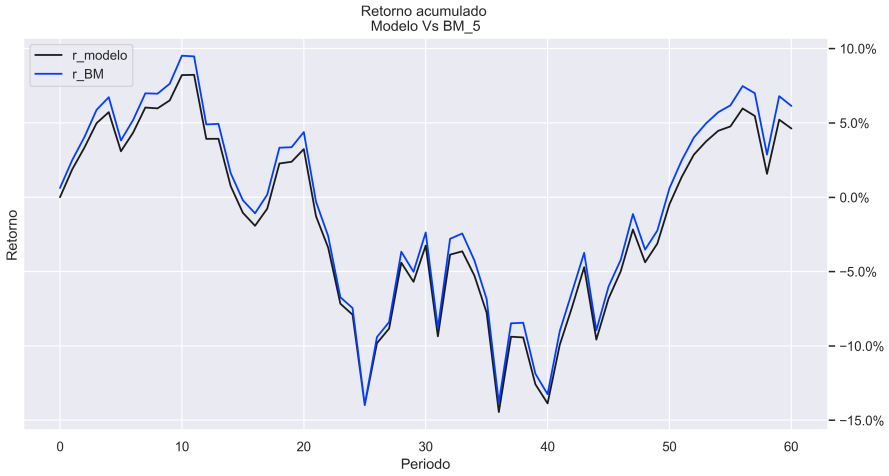
Elaboración propia

Figura 7.19: Gráfico comparativo entre el retorno de BM_4 y el portafolio resultante de la optimización contra el Benchmark utilizando el retorno esperado obtenido mediante modelos LSTM.



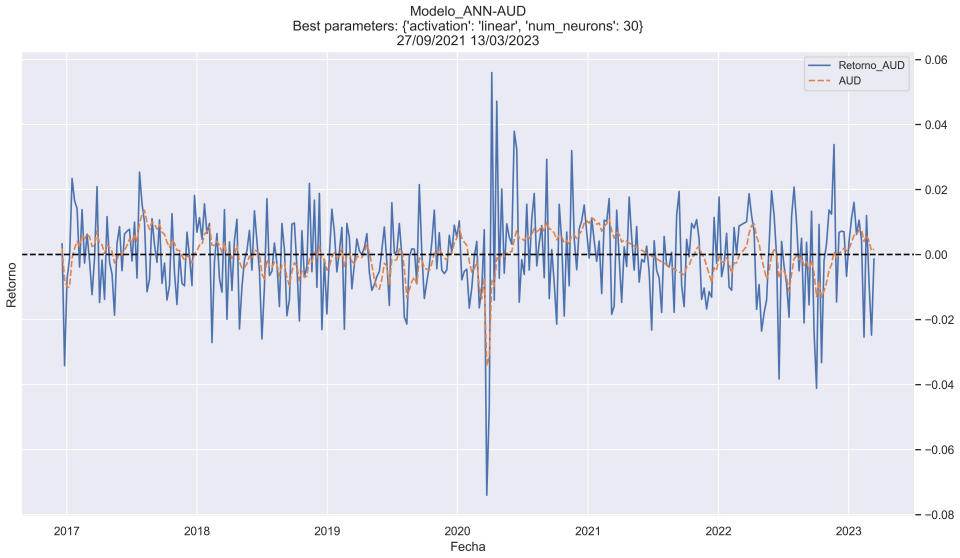
Elaboración propia

Figura 7.20: Gráfico comparativo entre el retorno de BM_5 y el portafolio resultante de la optimización contra el Benchmark utilizando el retorno esperado obtenido mediante modelos LSTM.



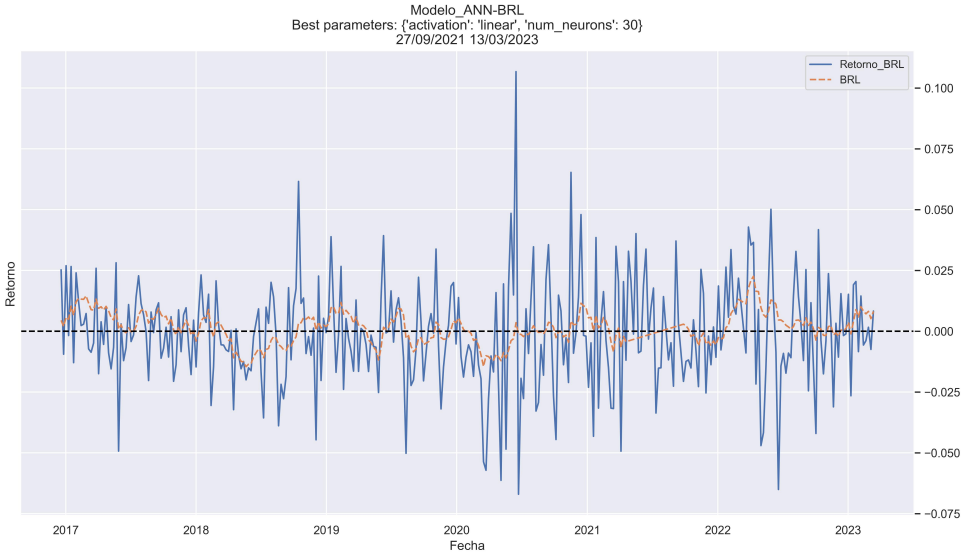
Elaboración propia

Figura 7.21: Gráfico comparativo entre el retorno esperado por el Modelo ANN y el realizado para el cruce AUD/USD.



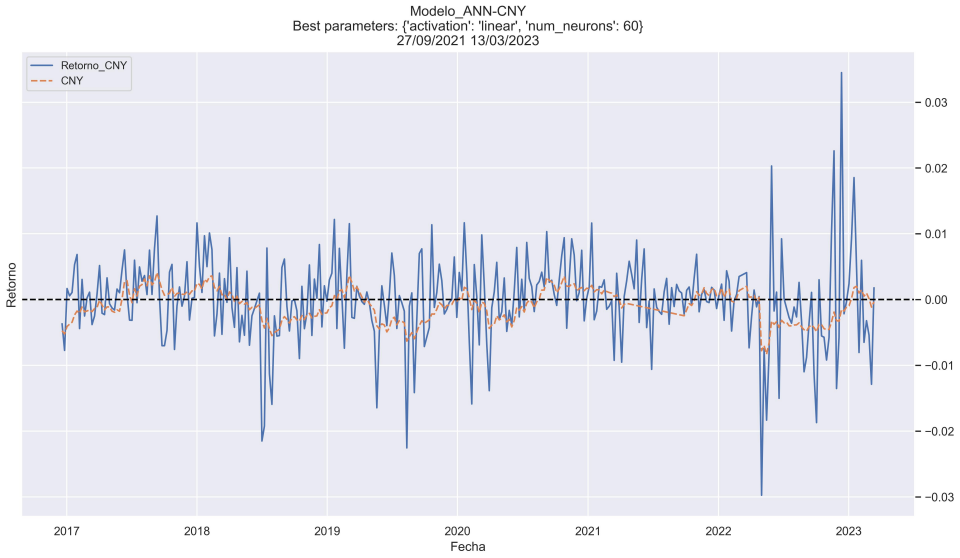
Nota. La fecha en el titulo corresponde al periodo de taos utilizados como prueba para el modelo. *Elaboración propia*

Figura 7.22: Gráfico comparativo entre el retorno esperado por el Modelo ANN y el realizado para el cruce BRL/USD.



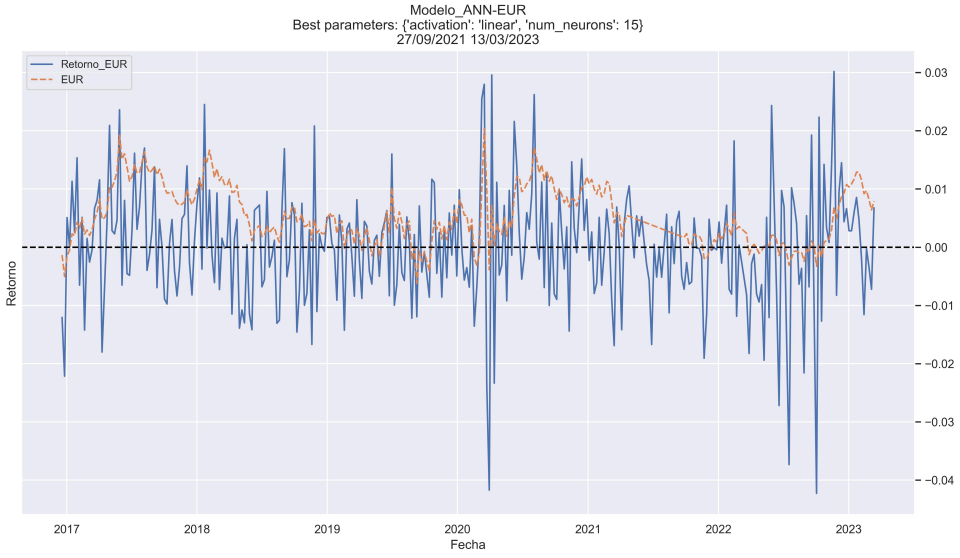
Elaboración propia

Figura 7.23: Gráfico comparativo entre el retorno esperado por el Modelo ANN y el realizado para el cruce CNY/USD.



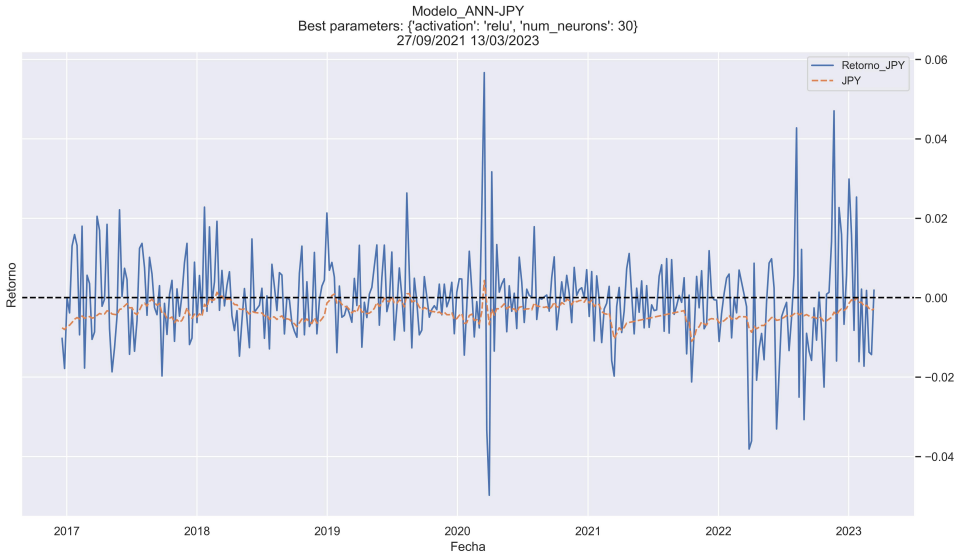
Elaboración propia

Figura 7.24: Gráfico comparativo entre el retorno esperado por el Modelo ANN y el realizado para el cruce EUR/USD.



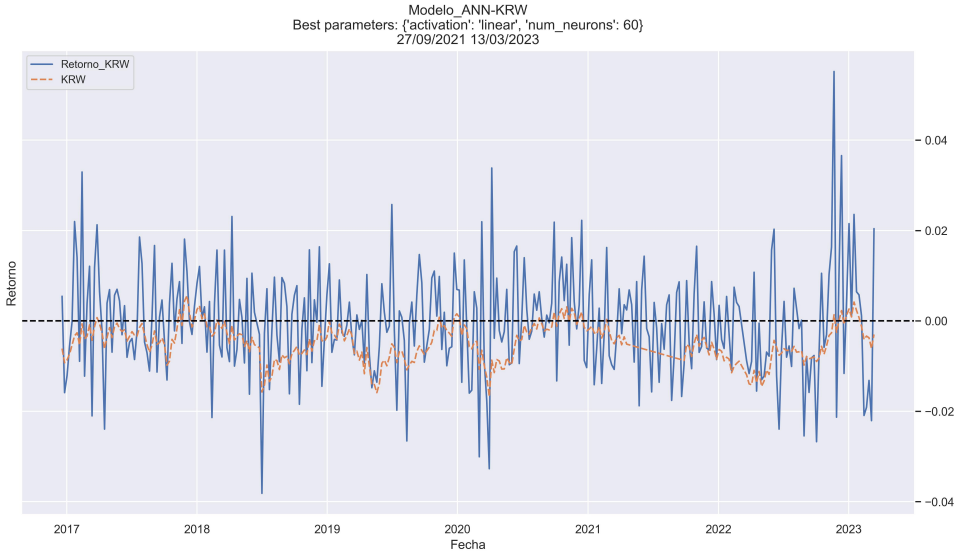
Elaboración propia

Figura 7.25: Gráfico comparativo entre el retorno esperado por el Modelo ANN y el realizado para el cruce JPY/USD.



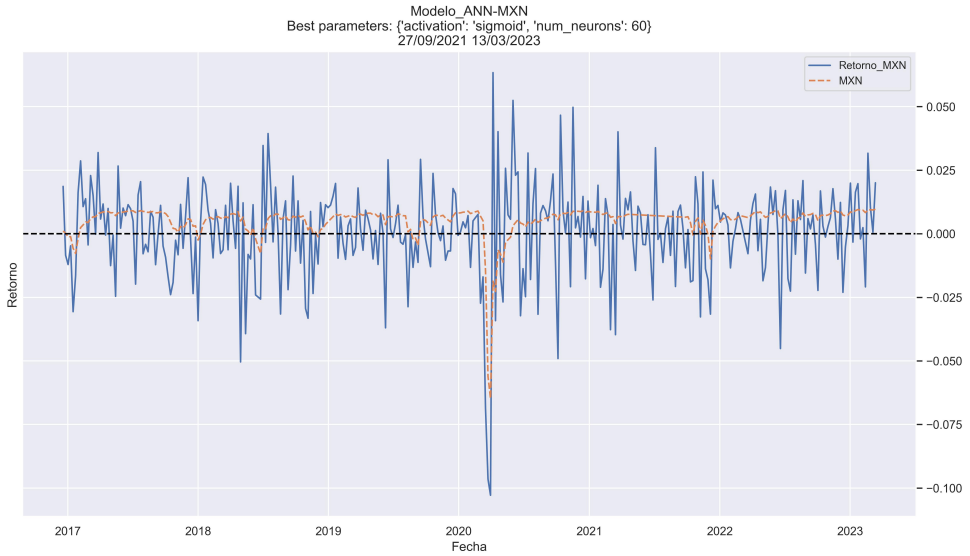
Elaboración propia

Figura 7.26: Gráfico comparativo entre el retorno esperado por el Modelo ANN y el realizado para el cruce KRW/USD.



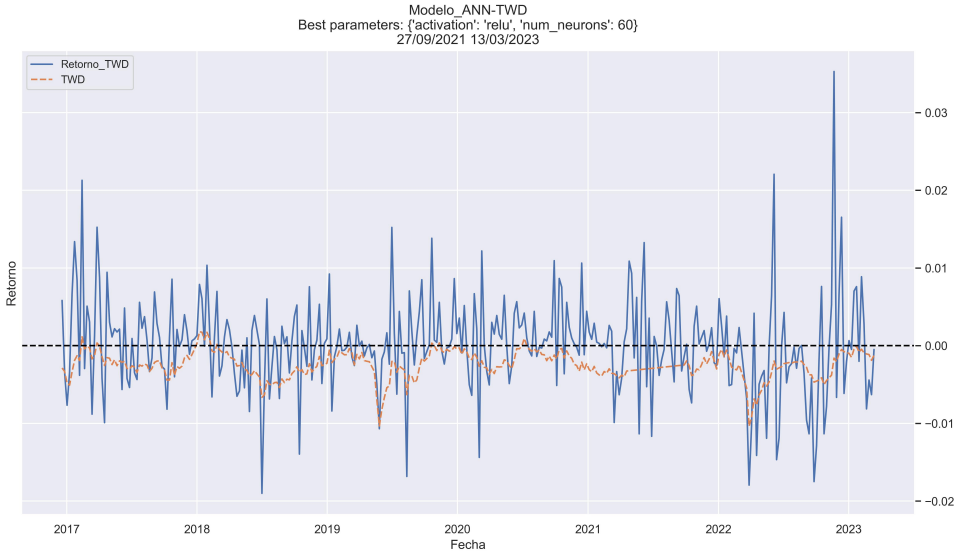
Elaboración propia

Figura 7.27: Gráfico comparativo entre el retorno esperado por el Modelo ANN y el realizado para el cruce MXN/USD



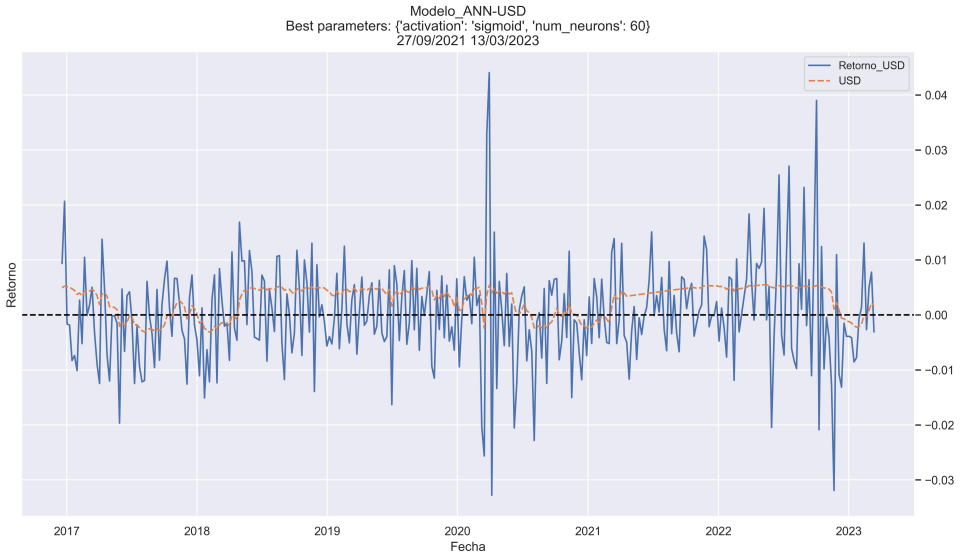
Elaboración propia

Figura 7.28: Gráfico comparativo entre el retorno esperado por el Modelo ANN y el realizado para el cruce TWD/USD.



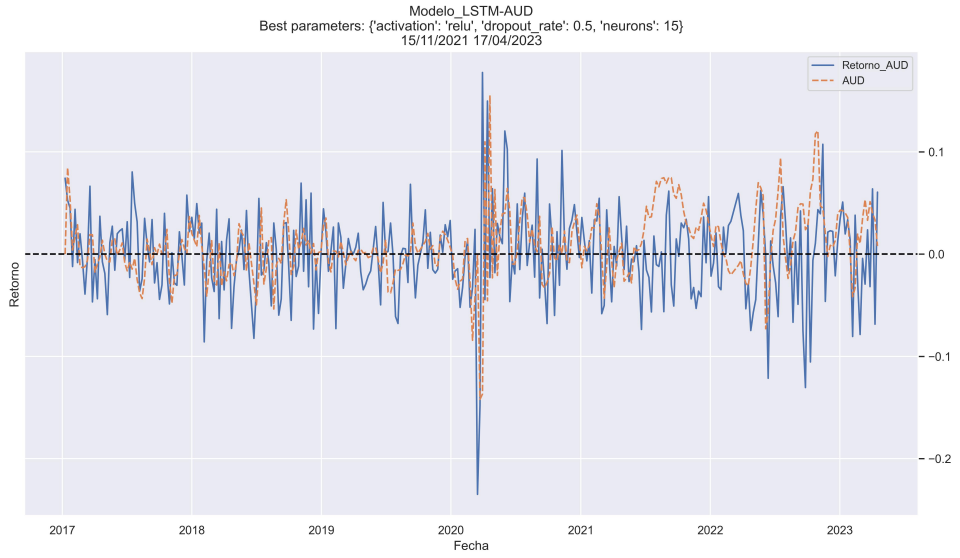
Elaboración propia

Figura 7.29: Gráfico comparativo entre el retorno esperado por el Modelo ANN y el realizado para el índice DXY.



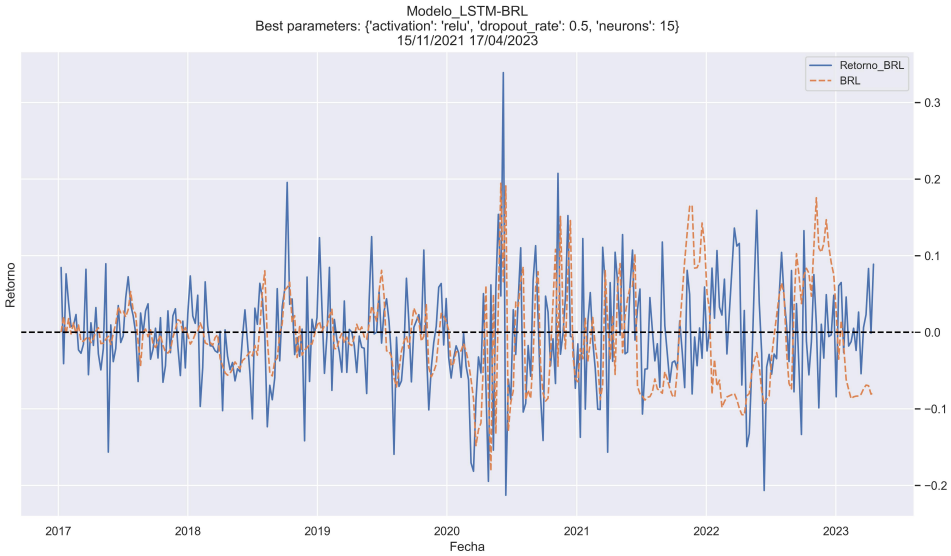
Elaboración propia

Figura 7.30: Gráfico comparativo entre el retorno esperado por el Modelo LSTM y el realizado para el cruce AUD/USD.



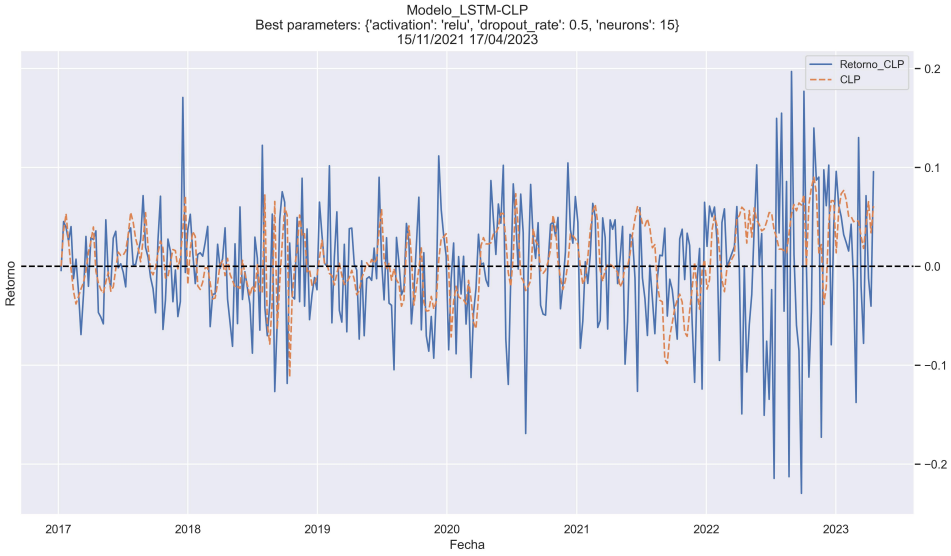
Nota. La fecha en el titulo corresponde al periodo de taos utilizados como prueba para el modelo.*Elaboración propia*

Figura 7.31: Gráfico comparativo entre el retorno esperado por el Modelo LSTM y el realizado para el cruce BRL/USD.



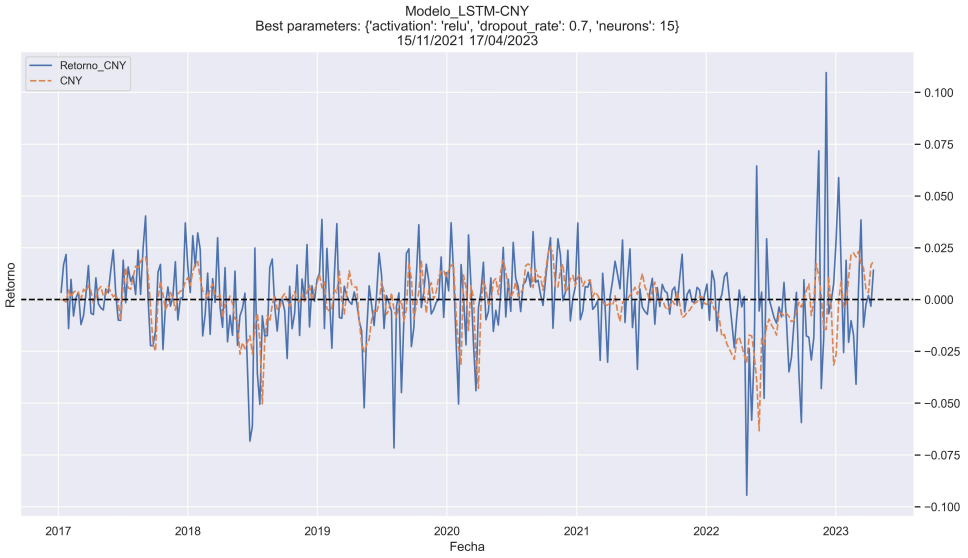
Elaboración propia

Figura 7.32: Gráfico comparativo entre el retorno esperado por el Modelo LSTM y el realizado para el cruce CLP/USD.



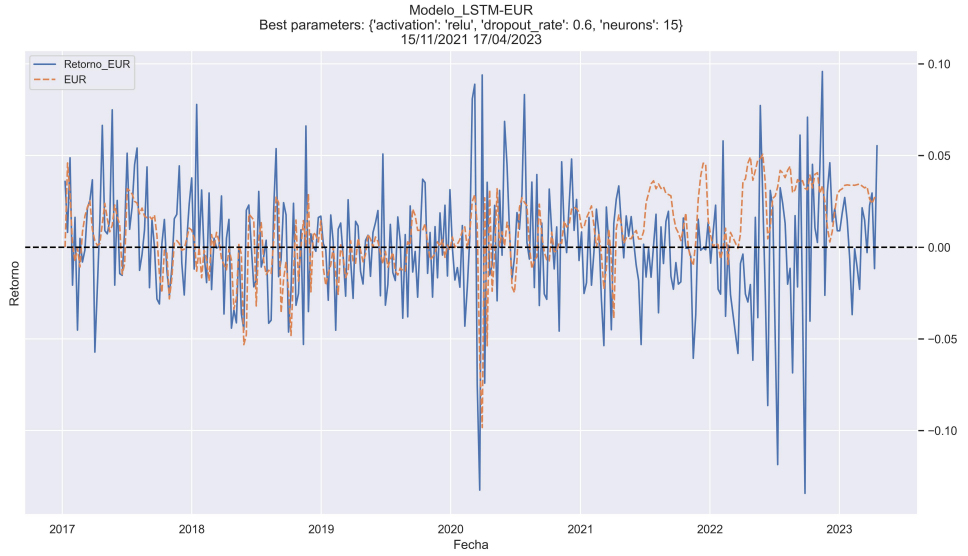
Elaboración propia

Figura 7.33: Gráfico comparativo entre el retorno esperado por el Modelo LSTM y el realizado para el cruce CNY/USD.



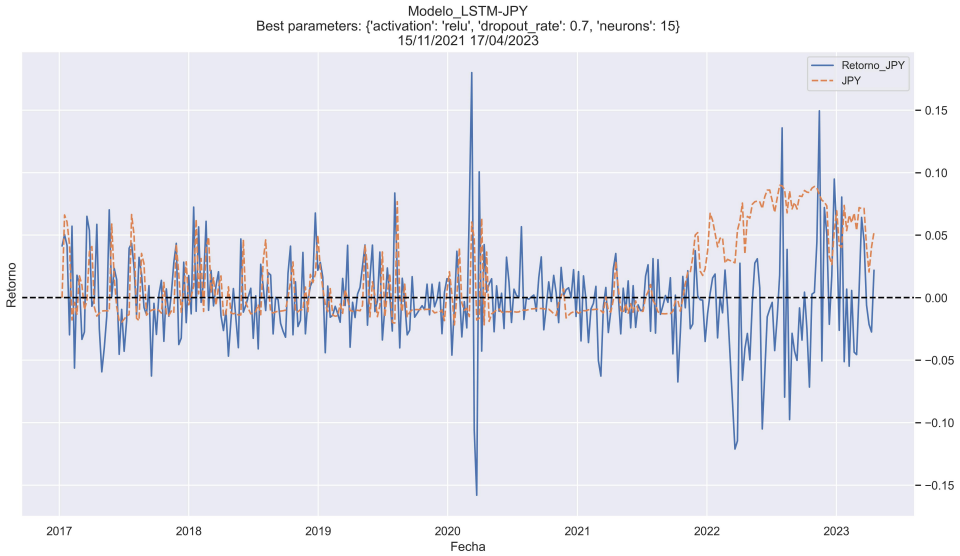
Elaboración propia

Figura 7.34: Gráfico comparativo entre el retorno esperado por el Modelo LSTM y el realizado para el cruce EUR/USD.



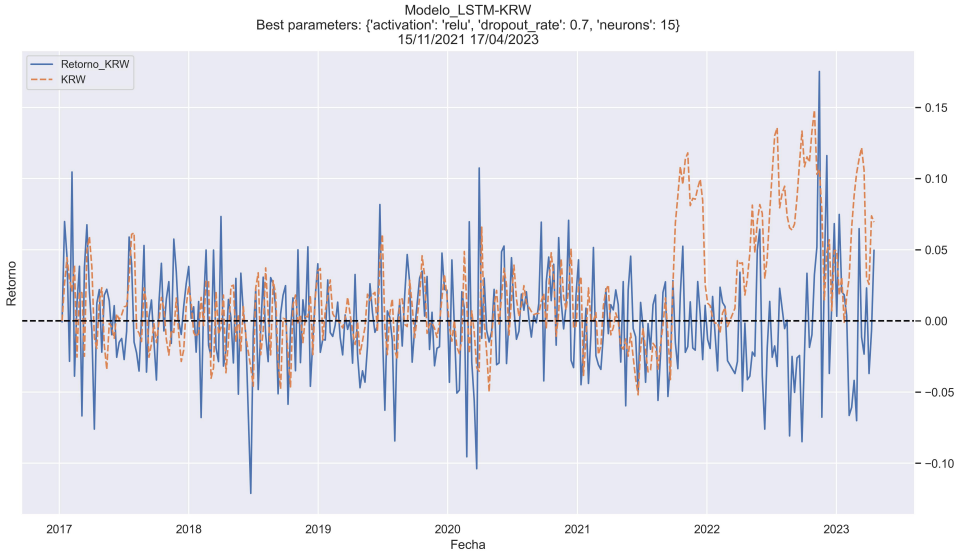
Elaboración propia

Figura 7.35: Gráfico comparativo entre el retorno esperado por el Modelo LSTM y el realizado para el cruce JPY/USD.



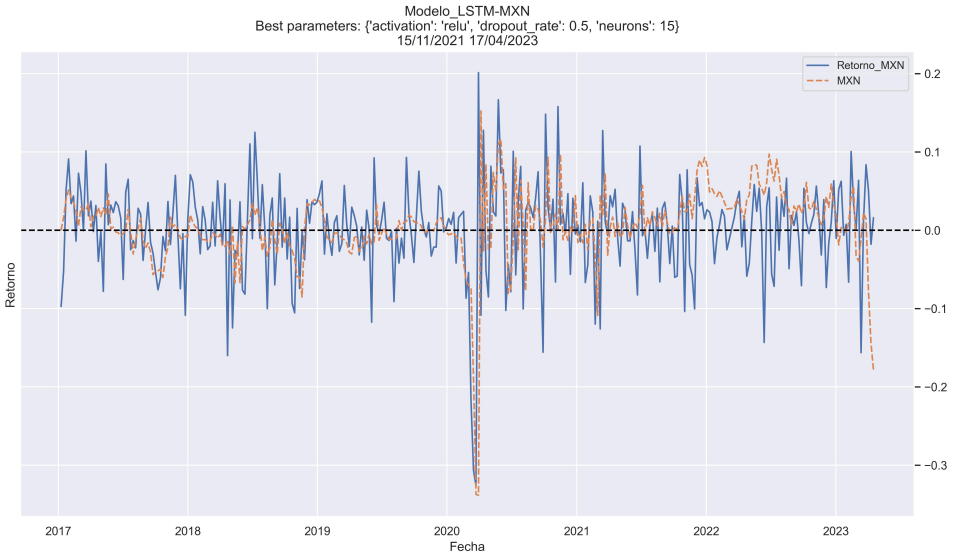
Elaboración propia

Figura 7.36: Gráfico comparativo entre el retorno esperado por el Modelo LSTM y el realizado para el cruce KRW/USD.



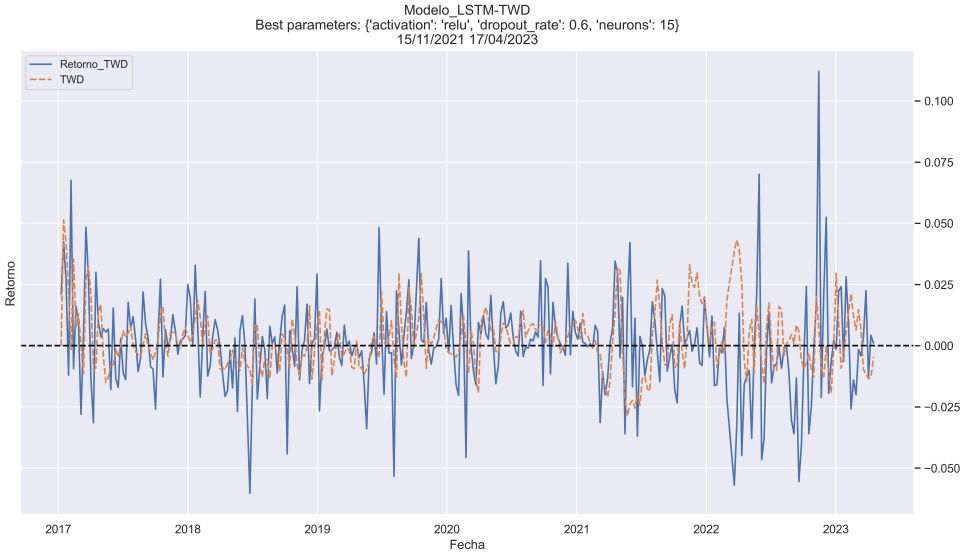
Elaboración propia

Figura 7.37: Gráfico comparativo entre el retorno esperado por el Modelo LSTM y el realizado para el cruce MXN/USD.



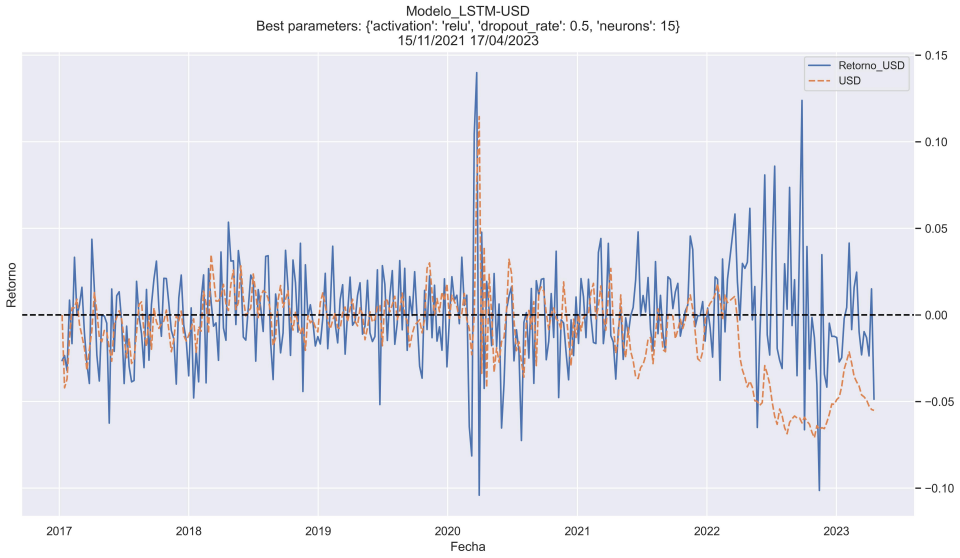
Elaboración propia

Figura 7.38: Gráfico comparativo entre el retorno esperado por el Modelo LSTM y el realizado para el cruce TWD/USD.



Elaboración propia

Figura 7.39: Gráfico comparativo entre el retorno esperado por el Modelo LSTM y el realizado para el índice DXY.



Elaboración propia

Referencias

3.1. cross-validation: Evaluating estimator performance. (s.f.). https://scikit-learn.org/stable/modules/cross_validation.html

Bergsten, C. F. (1997). The dollar and the euro. *Foreign Affairs*, 83-95.

Best, M. J., & Grauer, R. R. (1991). On the sensitivity of mean-variance-efficient portfolios to changes in asset means: some analytical and computational results. *The review of financial studies*, *4*(2), 315-342.

Black, F., & Litterman, R. (1992). Global portfolio optimization. *Financial analysts journal*, *48*(5), 28-43.

Bonser-Neal, C., & Tanner, G. (1996). Central bank intervention and the volatility of foreign exchange rates: evidence from the options market. *Journal of International Money and Finance*, *15*(6), 853-878.

Campbell, J. Y., & Kyle, A. S. (1993). Smart money, noise trading and stock price behaviour. *The Review of Economic Studies*, *60*(1), 1-34.

Chaboud, A. P., Chiquoine, B., Hjalmarsson, E., & Vega, C. (2014). Rise of the machines: Algorithmic trading in the foreign exchange market. *The Journal of Finance*, *69*(5), 2045-2084.

Chan, E. P. (2017). *Machine trading: Deploying computer algorithms to conquer the markets*. John Wiley & Sons.

Chan, E. (2013). *Algorithmic trading: winning strategies and their rationale* (Vol. 625). John Wiley & Sons.

Chen, Y., & Hao, Y. (2017). A feature weighted support vector machine and K-nearest neighbor algorithm for stock market indices prediction. *Expert Systems with Applications*, *80*, 340-355.

Cumming, J., Alrajeh, D., & Dickens, L. (2015). An investigation into the use of reinforcement learning techniques within the algorithmic trading domain. *Imperial College London: London, UK*, *58*.

Daniel, K., Hirshleifer, D., & Subrahmanyam, A. (1998). Investor psychology and security market under-and overreactions. *the Journal of Finance*, *53*(6), 1839-1885.

De Bondt, W. F., & Thaler, R. (1985). Does the stock market overreact? *The Journal of finance*, *40*(3), 793-805.

De Bondt, W. F., & Thaler, R. H. (1990). Do security analysts overreact? *The American economic review*, 52-57.

Eaton, J., & Kortum, S. (2002). Technology, geography, and trade. *Econometrica*, *70*(5), 1741-1779.

Edwards, R. D., Magee, J., & Bassetti, W. C. (2018). *Technical analysis of stock trends*. CRC press.

Fama, E. F. (1970). Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *The journal of Finance*, *25*(2), 383-417.

Farmer, J. D., & Lo, A. W. (1999). Frontiers of finance: Evolution and efficient markets. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *96*(18), 9991-9992.

Guo, M., & Ou-Yang, H. (2021). Alpha decay and Sharpe ratio: Two measures of investor performance. *Economic Modelling*, *104*, 105558.

Harris, L. (2003). *Trading and exchanges: Market microstructure for practitioners*. OUP USA.

Hart, W. E., Laird, C. D., Watson, J.-P., Woodruff, D. L., Hackebeil, G. A., Nicholson, B. L., Siirola, J. D., et al. (2017). *Pyomo-optimization modeling in python* (Vol. 67). Springer.

HONG, H., & STEIN, J. C. (1999). A Unified Theory of Underreaction, Momentum Trading, and Overreaction in Asset Markets. *THE JOURNAL OF FINANCE*, *54*(6).

Idzorek, T. (2007). A step-by-step guide to the Black-Litterman model: Incorporating user-specified confidence levels. En *Forecasting expected returns in the financial markets* (pp. 17-38). Elsevier.

Jorion, P. (2003). Portfolio optimization with tracking-error constraints. *Financial Analysts Journal*, *59*(5), 70-82.

Kumbure, M. M., Lohrmann, C., Luukka, P., & Porras, J. (2022). Machine learning techniques and data for stock market forecasting: a literature review. *Expert Systems with Applications*, 116659.

Lam, M. (2004). Neural network techniques for financial performance prediction: integrating fundamental and technical analysis. *Decision support systems*, *37*(4), 567-581.

Leigh, W., Purvis, R., & Ragusa, J. M. (2002). Forecasting the NYSE composite index with technical analysis, pattern recognizer, neural network, and genetic algorithm: a case study in romantic decision support. *Decision support systems*, *32*(4), 361-377.

Markowitz, H. (1952). The utility of wealth. *Journal of political Economy*, *60*(2), 151-158.

McKinney, W., et al. (2011). pandas: a foundational Python library for data analysis and statistics. *Python for high performance and scientific computing*, *14*(9), 1-9.

our world in data. (s.f.). https://ourworldindata.org/grapher/gdp-per-capita-maddison-2020?time=1950..2018&country=USA~GBR~CHN~Western%5C%2BEurope~Eastern%5C%2BEurope~OWID_WRL~JPN

Raschka, S., & Mirjalili, V. (2019). *Python machine learning: Machine learning and deep learning with Python, scikit-learn, and TensorFlow 2*. Packt Publishing Ltd.

Rodrıguez-González, A., Guldrıs-Iglesias, F., Colomo-Palacios, R., Gomez-Berbis, J. M., Jimenez-Domingo, E., Alor-Hernandez, G., Posada-Gomez, R., & Cortes-Robles, G. (2010). Improving trading systems using the RSI financial indicator and neural networks. *Knowledge Management and Acquisition for Smart Systems and Services:*

11th International Workshop, PKAW 2010, Daegue, Korea, August 20-September 3, 2010. Proceedings 11, 27-37.

Rosenblatt, F. (1958). The perceptron: a probabilistic model for information storage and organization in the brain. *Psychological review*, *65*(6), 386.

Sharma, S., Sharma, S., & Athaiya, A. (2017). Activation functions in neural networks. *Towards Data Sci*, *6*(12), 310-316.

Shiller, R. J., & McCulloch, J. H. (1990). The term structure of interest rates. *Handbook of monetary economics*, *1*, 627-722.

Triennial Central Bank Survey - Bank for International Settlements. (s.f.). https://www.bis.org/statistics/rpfx19_fx.pdf

Turing, A. M. (2009). *Computing machinery and intelligence*. Springer.

Vijh, M., Chandola, D., Tikkiwal, V. A., & Kumar, A. (2020). Stock closing price prediction using machine learning techniques. *Procedia computer science*, *167*, 599-606.