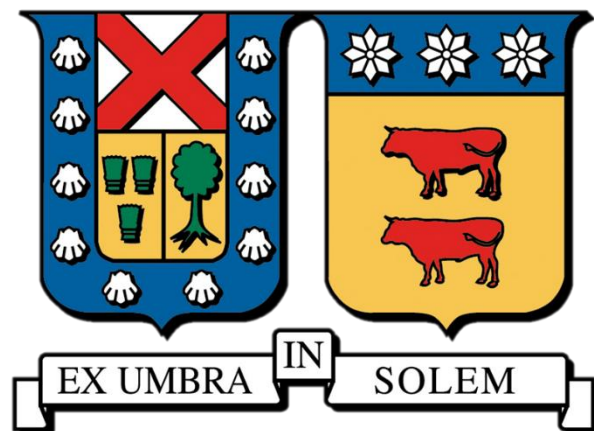


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE MINERÍA METALÚRGICA Y DE MATERIALES

SANTIAGO DE CHILE



**EVALUACIÓN DE LA FACTIBILIDAD TÉCNICA DE
CONSTRUCCIÓN DE PRETILES PARA LA SECTORIZACIÓN DE
DEPÓSITOS DE RELAVES CONVENCIONALES DE COBRE**

MATÍAS ENRIQUE HAEGER SEPÚLVEDA

Memoria para optar al Título profesional de
INGENIERO CIVIL DE MINAS

Profesor Guía:
Rodolfo Morales Gálvez

ENERO 2024

RESUMEN

Los relaves de cobres convencionales requieren áreas de terreno considerable debido a sus bajas pendientes de depositación. Esta condición lleva a la formación de estanques de decantación y extensas playas de relave, lo que da lugar a altas pérdidas de agua por evaporación y resaturación. La práctica de la construcción de pretilos sobre depósitos de relaves permite su sectorización, reduciendo las superficies de playas activas y las pérdidas de agua. El diseño de pretilos supone el desafío de requerir asegurar su estabilidad estática y post-sísmica, las que se ven afectadas por la acumulación de presión de poros de exceso generada durante la construcción, así como por su susceptibilidad a experimentar licuefacción. En este trabajo se estudiaron ambos fenómenos a través de la implementación numérica de un modelo de consolidación isotrópica con deformación de la columna de relaves y análisis de equilibrio límite. Se encontró que las deformaciones inducidas por las etapas constructivas son del orden de milímetros, por lo que su efecto es despreciable en los análisis de estabilidad. Además, a través de la sensibilización de los parámetros de diseño y resistencia, se ajustó y propuso un modelo matemático útil para una rápida primera estimación de las características geométricas del pretil y del tiempo requerido entre sus etapas constructivas.

ABSTRACT

Conventional copper tailings require considerable land areas due to their low deposition slopes. This condition leads to the formation of settling ponds and extensive tailings beaches, which gives rise to high water losses through evaporation and resaturation. The practice of building dykes over tailings deposits allows their sectorization, reducing the surfaces of active beaches and water losses. The design of dykes poses the challenge of ensuring their static and post-seismic stability, which is affected by the accumulation of excess pore pressure generated during construction, as well as by their susceptibility to experiencing liquefaction. In this work, both phenomena was studied through the numerical implementation of an isotropic consolidation model with tailings column deformation and limit equilibrium analysis. It was found that the deformations induced by the construction stages are of the order of millimeters, so their effect is negligible in the stability analyses. Furthermore, through awareness of the design and resistance parameters, a useful mathematical model was adjusted and proposed for a quick first estimate of the geometric characteristics of the dykes and the time required between its construction stages.

Tabla de Contenidos

1.	Introducción.....	5
1.1	Planteamiento del problema	5
1.2	Objetivos	6
1.2.1	Objetivo general	6
1.2.2	Objetivos específicos.....	6
1.3	Hipótesis.....	6
2.	Estado del Arte	7
2.1	Relaves de cobre.....	7
2.1.1	Tipos de Relaves.....	7
2.1.2	Propiedades de Relaves de Cobre.....	8
2.2	Depósitos de relaves	11
2.3	Balance de agua en un depósito de relaves.....	12
2.4	Métodos de depositación	13
2.4.1	Métodos de depositación convencional de relaves.	13
2.4.2	Método de depositación sectorizada (construyendo pretilos).	14
2.5	Mecánica de suelos.....	15
2.6	Consolidación	21
2.6.1	Ecuaciones fundamentales.....	21
2.6.2	Consolidación de un medio elástico	22
2.6.3	Solución caso bidimensional	24
2.7	Método de equilibrio límite	27
3.	Metodología.....	29
3.1	Soluciones analíticas	29
3.1.1	Soluciones analíticas para la construcción en una etapa.....	29
3.1.2	Soluciones analíticas para la construcción en n etapas.....	32
3.2	Análisis dimensional	33
3.3	Hipótesis de modelamiento	34
4.	Resultados	37
4.1	Análisis post-sísmico.....	37
4.2	Análisis estático.....	38
5.	Conclusiones	43

1. Introducción

1.1 Planteamiento del problema

Uno de los principales desafíos en minería se asocia a la recuperación de agua. A nivel nacional, la minería utiliza el 3% del agua del país, no obstante, en regiones como la de Antofagasta alcanza hasta el 50% del recurso hídrico disponible (DGA, 2020). Para minimizar su consumo se realizan mayores controles, tanto en la evaporación como en el contenido de agua que va hacia los tranques. Al año 2021, estos controles permitían la recirculación del 76% del agua (Cochilco, 2021). No obstante, la disminución de las leyes minerales ha llevado a las empresas a incrementar el tonelaje a tratar para mantener sus niveles de producción, lo que se traduce en un mayor consumo de agua.

Los relaves corresponden al desecho sólido descartado del proceso minero de concentración de minerales, usualmente constituidos por mezclas de rocas finamente molidas y agua. El manejo del agua en relaves es una operación clave, ya que puede ser retornada para su procesamiento a la vez que se evita filtraciones de drenaje ácido hacia el suelo y consigo la contaminación de napas subterráneas. En Chile se depositan cerca de 537 millones de toneladas anuales de relaves (Sernageomin, 2018) y existen un total de 764 depósitos de relaves (Sernageomin, 2022), de los cuales cerca del 50% presenta algún tipo de conflicto, y se estima que el número de estos se duplicará en 20 años (Minería Alta Ley, 2016).

Las operaciones convencionales de almacenamiento de relaves requieren de extensas áreas de terreno para acomodar los relaves depositados. Estos generalmente salen de la descarga experimentando una segregación natural, lo que hace que la fracción gruesa tienda a permanecer cerca del punto de descarga mientras que la fracción fina es desplazada por el agua. Esto conduce a la formación de estanques de decantación y playas de relaves de amplia superficie, lo que da lugar a altas pérdidas de agua por evaporación y resaturación de playas. La práctica de construcción de pretilos permite la sectorización del depósito de relaves, reduciendo así las áreas de playa y las pérdidas de agua. Este método se ha utilizado con éxito en depósitos de relaves de cobre como: Tranque Talabre, Tranque El Mauro, Tranque Laguna Seca. Sin embargo, su construcción representa un desafío al emplear un suelo de fundación poco competente (Morales et al, 2023).

Los relaves convencionales en su condición de depositación corresponden típicamente a arenas sueltas de baja densidad relativa y permeabilidad. Estos factores condicionan su respuesta frente a cargas estáticas y/o sísmicas, cuya aplicación conlleva a una disminución en el volumen y a un incremento súbito en la presión de agua en los poros, y por lo tanto una reducción de la tensión efectiva y la resistencia al corte del medio. Cuando las presiones de poros igualan a la presión de contacto entre las partículas, el medio experimenta licuefacción,

adquiriendo la consistencia de un líquido pesado. Este fenómeno condiciona la estabilidad de los pretiles y compromete la seguridad de los trabajadores durante su construcción.

En el presente trabajo se abarcan las dificultades del diseño de pretiles en depósitos de relaves convencionales, evaluando la factibilidad técnica de su implementación a través de un modelo de consolidación isotrópica y análisis de equilibrio límite.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo general

Evaluar la factibilidad técnica de la sectorización de depósitos de relaves convencionales de cobre mediante la construcción de pretiles a través de un modelo de consolidación isotrópica y análisis de equilibrio límite.

1.2.2 Objetivos específicos

1. Implementar numéricamente el modelo de consolidación isotrópica para estudiar el cambio en la resistencia de los relaves a causa de la construcción de los pretiles.
2. Implementar numéricamente el método de equilibrio límite para analizar la estabilidad de los pretiles.
3. Realizar un estudio paramétrico de la estabilidad estática y post-sísmica de los pretiles, considerando variaciones en su configuración geométrica, así como en las propiedades resistentes e hidráulicas de los relaves.
4. Determinar bajo qué condiciones es factible la construcción de pretiles.
5. Establecer relaciones matemáticas entre la configuración geométrica de los pretiles y las propiedades resistentes e hidráulicas de los relaves, que puedan ser utilizadas como una primera guía para su construcción.

1.3 Hipótesis

La configuración geométrica de los pretiles es función de la altura de columna de relaves, su permeabilidad y coeficiente de consolidación.

2. Estado del Arte

2.1 Relaves de cobre

Los relaves corresponden a sólidos finamente molidos que fueron descartados a lo largo de las operaciones mineras, particularmente cuando se trata de la extracción de cobre a partir de sulfuros. Durante la explotación de un yacimiento, se extrae un volumen significativo de roca, del cual solo un margen menor al 1% corresponde al elemento de interés económico que se desea recuperar. El material finamente molido es concentrado por procesos de flotación, donde se obtiene un material con una concentración usualmente entre 20% y 30% de cobre, el cual puede comercializarse como concentrado o procesar hasta cobre metálico puro. El resto del material se denomina relave, el cual contiene una baja concentración de cobre y debe ser depositado de manera segura y responsable con el medio ambiente. (Sernageomin, 2018)

2.1.1 Tipos de Relaves

Relave Convencional: Relave que no ha pasado por procesos de recuperación de agua previos a su disposición final. Su contenido de sólidos no supera el 50% de la pulpa, por lo que es esencial contar con un sistema eficiente de drenes para recuperar el agua del depósito en el que fueron dispuestos.

Relave Espesado: Relave sometido a un proceso previo de sedimentación, eliminando gran cantidad de agua antes de su disposición final. La construcción de depósitos de relave espesado se realiza impidiendo que el relave fluya en direcciones distintas a las del sitio autorizado para su emplazamiento, además estos depósitos cuentan con un sistema de piscinas de recuperación para captar el agua remanente que pudiera fluir fuera del depósito.

Relave en Pasta: Relave correspondiente a una mezcla de agua y sólidos con partículas finas menores a 20 [μm], y un contenido de agua entre el 10 y 25% que resulta en una consistencia espesa, similar a una pulpa de alta densidad. Su depositación se lleva a cabo de manera similar al relave filtrado, sin requerir compactación adicional.

Relave Filtrado: Relave sometido a un proceso de filtración antes de su disposición final, utilizando equipos especiales de filtros. Este procedimiento asegura que la humedad del relave se mantenga en niveles óptimos, usualmente entre el 20 y 30%, aunque en algunos casos puede ser menor a 20%. Una vez filtrados, estos son transportados a través de maquinaria especializada y/o correas transportadoras.



Figura 1: Tipos de relave (a) relave convencional, (b) relave espesado, (c) relave en pasta y (d) relave filtrado.

2.1.2 Propiedades de Relaves de Cobre

La diversidad significativa en las características de los relaves, determinada tanto por la composición mineral del material como por la molienda llevada a cabo, tienen una influencia directa tanto en el comportamiento de los relaves tras su depositación como en los potenciales impactos ambientales que estos pueden generar. Los relaves pueden estar compuesto por una fracción de partículas de cuarzo, micas, clorita, arsenopirita y pirita principalmente (Hamel, Gunderson 1973), donde la distribución granulométrica de las partículas desempeña un rol fundamental en las características geotécnicas, en la que aproximadamente el 45% corresponden a partículas gruesas (Vick, 1990), las cuales son probable que tengan una forma muy angulosa (Mlynarek, Tschuschke & Welling 1995, Garga, Mckay 1984). Además, es claro que a mayor profundidad se presentan relaciones de vacíos más bajas y densidades in-situ elevadas debido al grado de compresibilidad de los relaves. De igual manera, la densidad relativa de estos últimos varía generalmente entre 30% y 50%, situando la mayoría de estos materiales en un rango que va de un estado suelto a uno medianamente denso (Vick, 1990). Esta caracterización es fundamental debido a que densidades relativas menores incrementan el grado de susceptibilidad a fenómenos como la licuefacción.

Por otro lado, es claro que ante una menor relación de vacíos se presentará una condición de permeabilidad mayor, acompañado además de factores como la anisotropía y la distancia de vertido, los cuales no pueden despreciarse a la hora de determinar la permeabilidad de un depósito de relaves (Vick, 1990). En Tabla 1 presentan valores de permeabilidad de algunos relaves, donde se identifican las diferencias obtenidas a distintas distancias de descarga.

Tabla 1: Valores de permeabilidad de relaves (Bjelkevick & Knutsson, 2005)

Depósito de relave	Distancia desde descarga (m)	Permeabilidad 10^{-6} (m/s)
Kiruna	300	14.7
Svappavarra	0	5.67
	300	6.3
Malmberget	0	16.3
	300	18.7
Aitik	0	2.54
	1500	1.41
	3000	1.01
Boliden	0	2.56
	300	2.78
Garpenberg	0	2.68
	300	1.7
Zinkgruvan	0	18.1
	200	5.41

La permeabilidad es una función de la relación de vacíos igualmente, la cual se expresa a través de la relación de Kozeny Carman:

$$K = \frac{n^3 \cdot \rho \cdot g}{2 \cdot c \cdot (1 - n)^2 \cdot M_0^2 \cdot \mu}$$

Donde K es la permeabilidad, n es la porosidad, ρ la densidad del agua, μ la viscosidad dinámica del agua, c un parámetro de la estructura del poro y M_0 la superficie específica del medio poroso.

Por otro lado, los relaves presentan una mayor compresibilidad en comparación con suelos naturales de granulometría equivalente, debido a sus características granulométricas, su estado de depósito suelto y su elevada angulosidad (Vick, 1990). El coeficiente de compresibilidad m_v se define como el cambio de volumen por unidad de incremento en la tensión efectiva, por lo que está expresamente relacionada con la relación de vacíos.

$$m_v = \frac{1}{1 + e_0} \left(\frac{e_0 - e_1}{\sigma'_1 - \sigma'_0} \right)$$

Donde m_v se calcula en función del cambio en la relación de vacíos, de e_0 a e_1 , ante un cambio en la tensión efectiva de σ'_0 a σ'_1 . En la Tabla 2 se exhiben diferentes propiedades relacionadas a los relaves con sus respectivos rangos de valores.

Tabla 2: Propiedades varios de relaves.

Propiedad	Unidad	Valor	Material	Fuente
Coeficiente de consolidación C_v	(cm^2/seg)	$3.7 \cdot 10^{-1}$	Arenas de playa de Cobre	(Volpe, 1979)
		$1.5 \cdot 10^{-1}$	Limos de Cobre	(Volpe, 1979)
		$10^{-3} - 10^{-1}$	Limos de Cobre	(Mittal, Morgenstern 1976)
		$4.3 \cdot 10^{-2} - 6.6 \cdot 10^{-1}$	Relaves de cobre (Suecia)	(Pousette, 2007)
Ángulo de fricción interna ϕ	$(^\circ)$	34	Arenas de cobre	(Mittal, Morgenstern 1976)
		33 – 37	Limos de cobre	(Volpe, 1979)
Gravedad específica	$(-)$	2.6 – 2.8	Arenas y limos de cobre	(Volpe, 1979)
Índice de vacíos	$(-)$	0.6 – 0.8	Arenas de cobre	(Volpe, 1979)
		0.9 – 1.4	Limos de cobre	(Volpe, 1979)
Densidad seca	(kg/m^3)	1490 – 1750	Arenas de cobre	(Volpe, 1979)
		1120 - 1440	Limos de cobre	(Volpe, 1979)
Densidad relativa	$(\%)$	30 – 50	Relaves de arena	(Vick, 1990)
Pendiente de depositación	$(\%)$	0.3 – 1.0	Relaves convencionales	(Barrera y Pinto, 2002)
Resistencia no drenada residual	(Mpa)	0 – 1.4	Arenas	(Campaña, Bard & Verdugo, 2013)

La capacidad de retención de agua de los relaves varía en función de un amplio espectro de propiedades físicas y químicas, siendo un factor crucial en la integridad estructural de los depósitos de relaves, influyendo en su comportamiento geotécnico. Por otro lado, la recuperación de agua desde el depósito estará condicionada por esta característica anteriormente mencionada, teniendo implicancias directas en el volumen de agua que puede ser bombeado hacia la planta. Adicionalmente, el grado de espesamiento y el método de depositación son factores que influyen en las características de ingeniería de los relaves, incluyendo aspectos como los ángulos de pendiente, la segregación del tamaño de las partículas y la eficiencia en la recuperación de agua.

2.2 Depósitos de relaves

Los depósitos de relaves se definen por el Decreto Supremo 248 (2007) como toda obra de estructurada en forma segura para contener relaves provenientes de una planta de concentración húmeda de especies de minerales. Además, están contruidos para satisfacer las exigencias legales. (Ministerio de Minería, 2007)

Los depósitos de relave se categorizan basándose en el tipo de construcción del muro de contención:

- **Tranque de relave:** Depósito diseñado con un muro de contención construido principalmente con la fracción más gruesa del relave, usualmente correspondiente a arenas que provienen de un proceso de separación realizado por hidrociclones. Esta operación separa los sólidos gruesos de los finos mediante la impulsión por flujo de agua, en donde la fracción gruesa se compacta y se utiliza para la construcción del muro, mientras que la fracción más fina, denominada Lama, se deposita en la cubeta del depósito.
- **Embalse de relave:** Depósito diseñado con un muro de contención contraído de material de empréstito y se encuentra impermeabilizado en el coronamiento y en el talud interno. La impermeabilización puede estar realizada con un material natural de baja permeabilidad o de material sintético como geomembrana de alta densidad. También se llama Embalses de relaves aquellos depósitos ubicados en alguna depresión del terreno en que no se requiere la construcción de un muro de contención.

Los muros de contención se pueden construir de 3 formas distintas para ambos casos, en donde el método de construcción aguas arriba está prohibido a nivel nacional. A continuación, se detallan los métodos de construcción:

1. **Aguas Arriba:** Corresponde a la construcción inicial de un muro de empréstito compactado, donde se inicia la depositación de relaves previamente cicloneados mediante hidrociclones. La fracción más gruesa se deposita junto al muro inicial, mientras que las lamas se dirigen hacia puntos alejados del muro. A medida que el

depósito se acerca a su capacidad de almacenamiento, se eleva el muro y los hidrociclones se ajustan a una altura superior en dirección aguas arriba, permitiendo una nueva etapa de llenado hasta alcanzar una altura de hasta 25 metros. En la actualidad, no está contemplado aprobar proyectos de tranques de relave con este tipo de construcción.

2. Aguas Abajo: Corresponde a la construcción inicial de un muro de empréstito compactado, donde se deposita arena cicloneada hacia el lado del talud aguas abajo mientras que las lamas se depositan hacia el talud aguas arriba. Cuando alcanza peralte de 2 – 4 metros se efectúa un levante de muro, además, los hidrociclones se ajustan a una altura superior en la dirección aguas abajo y comienzan una nueva etapa de descarga de arenas y peralte del muro.
3. Eje central o Mixto: Corresponde a una fase intermedia entre los dos métodos anteriores, iniciando con la construcción de un muro de empréstito compactado, sobre el cual se depositan las arenas cicloneadas hacia el lado de aguas abajo y las lamas hacia el lado de aguas arriba. Cuando se completa la descarga de arenas y lamas, la línea de alimentación se ajusta a una altura superior sobre el mismo eje del muro, donde el lado de aguas arriba del muro es prácticamente vertical, y el diseño del muro en el lado de aguas abajo puede modificarse según considere el proyecto.

La institución a cargo de fiscalizar el diseño, construcción, operación y cierre de los depósitos de relaves es el Servicio Nacional de Geología y Minería (Sernageomin), a través del Departamento de Depósitos de Relaves, el Departamento de Gestión Ambiental y Cierre de Faenas y el Departamento de Seguridad Minera y Fiscalización. Además, los depósitos de relaves son regulados de acuerdo con el Decreto Supremo 248 (2007), donde toda faena minera que genere y deba depositar relaves como parte del proceso extractivo, está obligada a cumplir con las disposiciones del reglamento. Para la construcción de pretilos es necesario mencionar que su función no es servir como método de crecimiento aguas arriba. Además, es esencial considerar que cuando los pretilos tienen una capacidad superior a 50.000 m³ o alcanzan una altura superior a 5 m se consideran embalses, por lo que deben someterse a la aprobación de la DGA (Dirección General de Aguas).

2.3 Balance de agua en un depósito de relaves

Mantener el equilibrio en el sistema de la presa de relave es fundamental para garantizar un funcionamiento eficiente, por lo que es necesario considerar las entradas y salidas de agua del depósito, las cuales se representan a través de la Figura 2. Una cantidad importante de agua es utilizada en el transporte de los relaves hacia el depósito, en donde una gran parte queda retenida en los poros del material depositado, mientras que otra porción es recuperada hacia la planta. Además, cuando el nivel de agua en la laguna es más alto que el nivel freático

circundante, se establece un gradiente hidráulico que impulsa el agua a infiltrarse en el subsuelo, buscando equilibrar el nivel de saturación de la zona y produciendo así pérdidas de agua.

Fenómenos como la evaporación y resaturación de las playas representan pérdidas considerables debido a sus grandes extensiones de área y estanques de decantación producidos. En particular, la evaporación desde playas activas es mayor en las zonas donde los relaves frescos están expuestos, mientras que la evaporación de la laguna ocurre en superficies de agua más extensas. Por otra parte, salinidades superiores a las del agua del mar pueden reducir significativamente la evaporación, la formación de una especie de costra de sal sobre la superficie de los relaves proporciona una barrera que ralentiza este proceso.

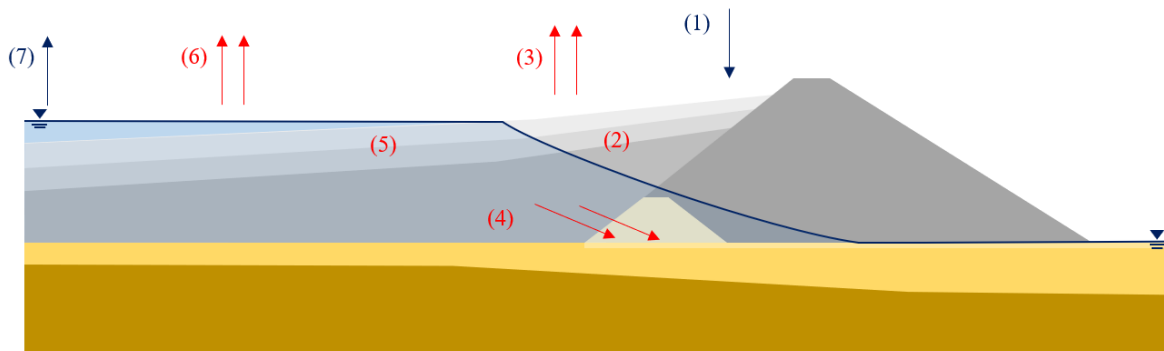


Figura 2: Representación del balance de agua en un depósito de relave.

Donde:

- 1.- Ganancia de agua que ingresa con relaves
- 2.- Pérdidas por resaturación de playas activas
- 3.- Pérdidas por evaporación desde playas activas
- 4.- Pérdidas por infiltración desde laguna
- 5.- Pérdidas por retención en relaves depositados
- 6.- Pérdidas por evaporación desde la laguna
- 7.- Recuperación de agua hacia planta

2.4 Métodos de depositación

2.4.1 Métodos de depositación convencional de relaves.

En la práctica de la depositación de relaves se presentan tres alternativas para llevar a cabo esta tarea, las cuales se presentan a continuación:

1. Depositación Sub – Acuosa: Corresponde cuando la superficie de los relaves está continuamente sumergida bajo el agua, mientras que la separación de sólidos y líquidos de los relaves ocurre solo por los procesos de sedimentación y consolidación.

Este tipo de depositación se lleva a cabo donde las condiciones climáticas y el diseño garantizan una cobertura por agua confiable durante todo el año, lo que es esencial por razones ambientales.

2. Depositación Sub – Aérea: Corresponde cuando la superficie del relave forma una playa expuesta, mejorando la densidad de estos debido a la evaporación en la superficie, además de una mayor consolidación debido a la tensión capilar en los poros y al peso efectivo adicional causado por los reducidos niveles de agua. Si por requerimientos es necesario aumentar la densidad de la playa, se pueden realizar trabajos mecánicos sobre la superficie.
3. Depositación por Apilamiento en seco: Técnica empleada en el manejo de relaves filtrados, los cuales son transportados por medio de camiones o correas transportadoras con la finalidad de ser depositados. Esta técnica no requiere de la construcción de una presa de relave debido a las características del relave.

Al presentarse una fase constructiva de peraltamiento del muro y con ello un mayor volumen de relave contenido en el depósito, se produce un alzamiento del nivel freático como se representa en la Figura 3, lo que conlleva a mayores pérdidas de agua por infiltración.

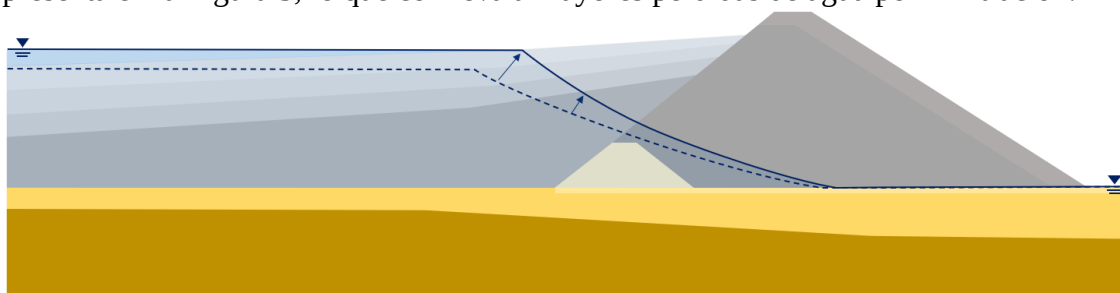


Figura 3: Método de depositación convencional de relaves.

2.4.2 Método de depositación sectorizada (construyendo pretilos).

Los depósitos convencionales de relaves en terrenos relativamente llanos requieren áreas de terreno considerable debido a las bajas pendientes de las playas de relave. Esta condición lleva a la formación de estanques de decantación y extensas playas de relave, lo que da lugar a altas pérdidas de agua por evaporación y resaturación de las playas. Dividir un depósito de relaves en secciones o diques individuales resulta beneficioso para minimizar la pérdida de agua. Este método de depositación reduce efectivamente el área de la playa de relaves y la superficie de la laguna de decantación, lo que lleva a la disminución de áreas expuestas a la evaporación, minimizando las pérdidas en zonas de resaturación y evaporación. Además, se presenta un desplazamiento del nivel freático como se representa en la Figura 4, lo que reduce las pérdidas de agua por infiltración, y con ello una disminución de contaminación por este fenómeno.

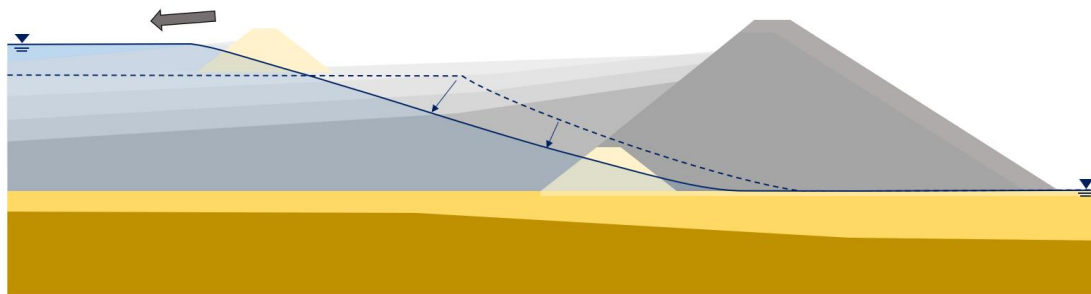


Figura 4: Método de depositación sectorizada a través de la construcción de pretil.

La construcción de pretiles sobre depósitos de relaves permite su sectorización, maximizando el uso del terreno disponible al disponer de manera más estratégica y eficiente los relaves. Además, contribuyen significativamente a mejorar el proceso de depositación de estos, asegurando que las pérdidas de agua por evaporación y resaturación se mantengan al mínimo.

2.5 Mecánica de suelos

La mayoría de las obras de ingeniería se apoyan sobre el suelo o lo utilizan como elemento de construcción, por lo que su estabilidad y comportamiento están determinado por su respuesta tensodeformacional. A diferencia de las rocas cuyas partículas minerales se encuentran unidas mediante grandes fuerzas cohesivas, los suelos se componen de corpúsculos minerales separable por medios mecánicos de baja intensidad como la agitación.

En ingeniería geotécnica, los suelos se clasifican típicamente según la distribución de tamaño de partícula en gravas, arenas, limos y categorías de arcilla. En Estados Unidos y otros países se utiliza el Sistema Unificado de Clasificación de Suelos (*Unified Soil Classification System* o USCS). En este sistema, se denominan suelos granulares a aquellos en los que predominan gravas, arenas y/o limos, y que proceden de procesos de meteorización fundamentalmente mecánica, seguidos de transporte y sedimentación. Por otro lado, se denominan suelos cohesivos a aquellos en que predominan arcillas que proceden de procesos de meteorización fundamentalmente química, seguidos de transporte y sedimentación.



Figura 5: Serie de tamices.

Para realizar un análisis granulométrico se emplean tamices como los expuestos en la Figura 5, que son cilindros con aberturas de tamaño normalizado en su fondo. El análisis consiste en pasar una porción de suelo sobre una serie de tamices dispuestos uno sobre el otro, desde el de abertura de mayor a menor tamaño. Al pasar la muestra por vibración se pesa lo retenido en cada tamiz y se construye una curva indicando el porcentaje de la muestra que pasa a través de ellos, como se aprecia en la Figura 6.

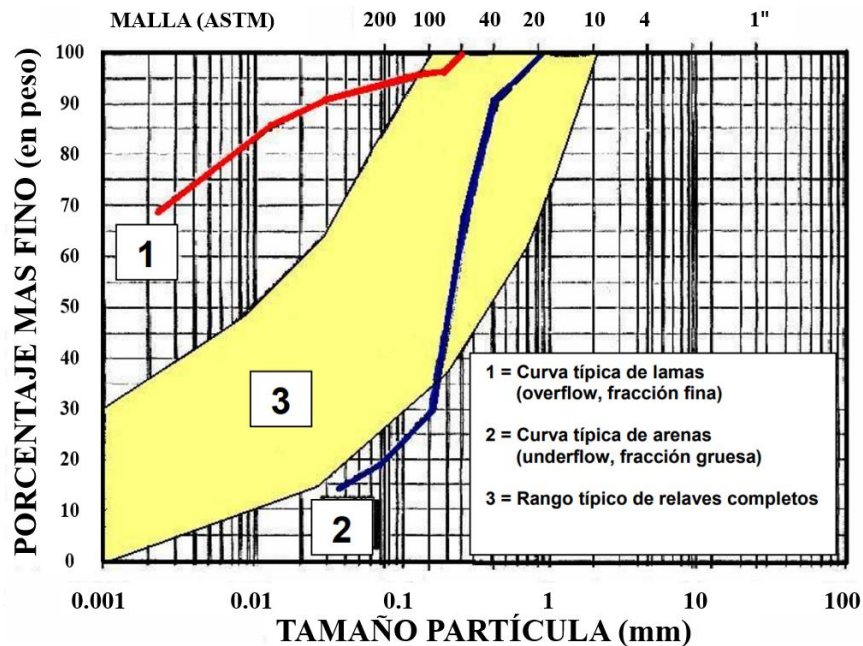


Figura 6: Distribuciones granulométricas típicas de relaves de Cobre (Sernageomin, 2018).

A partir de la curva se extraen el D_{10} , D_{30} y D_{60} , correspondientes al diámetro asociado al 10, 30 y 60% pasante, respectivamente. El cociente D_{60}/D_{10} se conoce como Coeficiente de

Uniformidad (CU). Valores de $CU < 5$ se asocian a suelos uniformes (partículas de tamaños parecidos), valores de CU entre 5 y 20 se asocian a suelos no uniformes (partículas de tamaños variados) y valores de $CU > 20$ a suelos bien graduados. Suelos bien graduados tendrán un porcentaje menor de vacíos, y por tanto tendrán mayor densidad, serán menos compresibles, más impermeables y fáciles de trabajar. La cantidad $D_{30}^2/D_{60}D_{10}$ se conoce como coeficiente de curvatura (CC) y mide el grado de curvatura de la granulometría.

Las arenas y gravas presentan tamaños de 0.075 a 4.75 mm y 4.75 a 75 mm, respectivamente. Para el USCS las gravas (G) pueden ser clasificadas por GW (grava bien gradada), GP (grava pobremente gradada), GM (grava con una gran cantidad de limo) o GC (grava con una cantidad importante de arcilla). Igualmente, las arenas (S) se clasifican como SW, SP, SM o SC. Por otro lado, las arcillas y limos, a veces llamados suelos finos, presentan tamaños inferiores a los 75 μm . Estos son usualmente clasificados en función de sus límites de Atterberg: los más utilizados son el límite-líquido (LL), límite-plástico (PL) y límite de retracción (SL). El límite-líquido se determina midiendo el contenido en agua de una cuchara cerrada después de 25 golpes en un test estandarizado, o mediante un test de caída en un cono. El límite-plástico es el contenido de agua por debajo del cual no es posible moldear cilindros con la mano menores de 3 mm. El suelo tiende a deshacerse si baja esa humedad. El límite de retracción corresponde al contenido de agua por debajo del cual el suelo no se retrae si se seca. El índice de plasticidad es la diferencia entre el límite-líquido y el límite-plástico y es un indicador de la cantidad de agua que puede absorber el suelo. Para el USCS, los limos (M) y arcillas (C) se clasifican en función de los valores de su índice de plasticidad y límite-líquido en una gráfica de plasticidad, como se aprecia en la Figura 7.

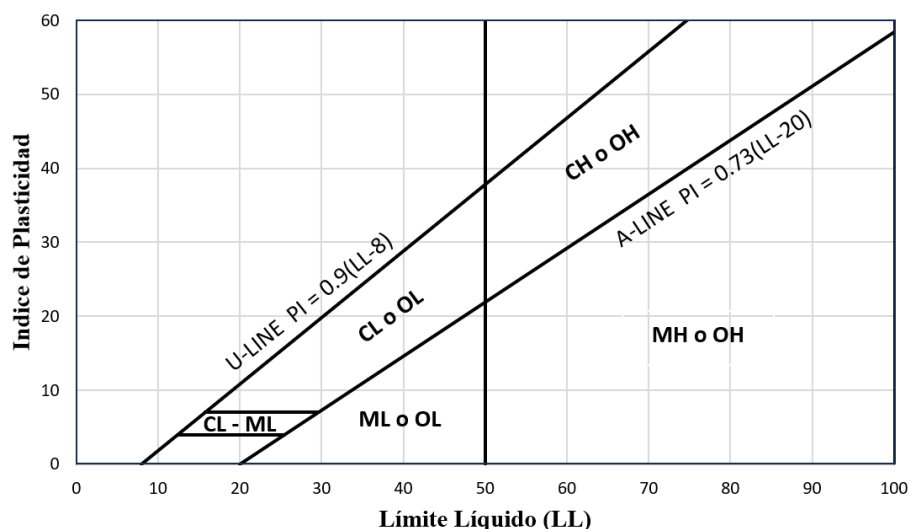


Figura 7: Carta de Plasticidad, adaptado de Casagrande (Casagrande, 1948).

El comportamiento tensodeformacional de los suelos se caracteriza por un comportamiento elástico y plástico. Ambos son no lineales en naturaleza, y las deformaciones elásticas son

relativamente pequeñas en presencia de deformaciones plásticas. Sin embargo, la respuesta completa consiste en deformaciones elásticas a lo largo de la porción inicial de cualquier camino de carga o descarga, siendo predominante en este último. La experiencia empírica obtenida a través de la ejecución de ensayos triaxiales demuestra que el comportamiento mecánico de los suelos es función de su estado, en variables como la fracción de vacíos, la fábrica y el estado tensional. Por razones prácticas, éstos suelen ser considerados isotrópicos y su coeficiente de Poisson se asume constante.

Los suelos fallan debido a una combinación crítica del esfuerzo normal y esfuerzo cortante en el plano de falla. El modelo más utilizado en ingeniería geotécnica para representar su envolvente de falla es el de Mohr-Coulomb:

$$\tau = c + \sigma'_n \tan \phi, \quad (1)$$

Donde τ , σ'_n , c y ϕ corresponden al esfuerzo de corte máximo, al esfuerzo normal efectivo en el plano de falla, la cohesión y al ángulo de fricción interna, respectivamente. Si bien, la envolvente de Mohr-Coulomb es una recta, esto no es cierto para esfuerzos normales bajos o inferiores a la presión de preconsolidación del suelo.

Las arenas densas, caracterizadas por su pronunciado entrelazamiento de partículas, exhiben un comportamiento singular cuando se someten a esfuerzos de corte. Su comportamiento tensodeformacional inicia con un máximo de tensión con deformaciones bajas, indicando una alta resistencia inicial, posteriormente disminuye la tensión a medida que la deformación progresa como se aprecia en la Figura 8. Además, estas arenas durante el cizallamiento experimentan el fenómeno de dilatación, aumentando su volumen, lo que se le atribuye a la reorganización de las partículas. Por el contrario, las arenas sueltas, sin un entrelazamiento significativo de partículas, exhiben un aumento continuo en la tensión de cizallamiento y una reducción de volumen con la deformación.

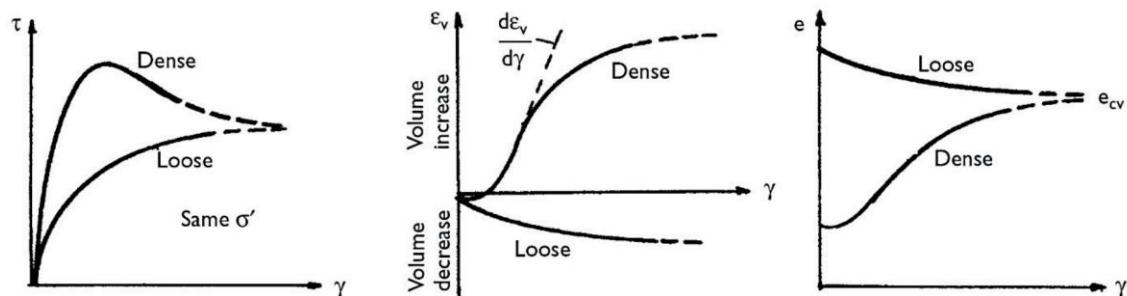


Figura 8: Comportamiento tensional de las arenas, adaptado de (Craig, 2004).

Ishihara (1996) analizó el comportamiento tensodeformacional en ensayos de cizalladura no drenada en arenas saturadas, como se aprecia en la Figura 9, donde las arenas densas tuvieron un comportamiento dilatativo mientras que las arenas sueltas un comportamiento contractivo.

Las arenas medianamente densas exhibieron un comportamiento contractivo en primer lugar, posteriormente uno dilatativo.

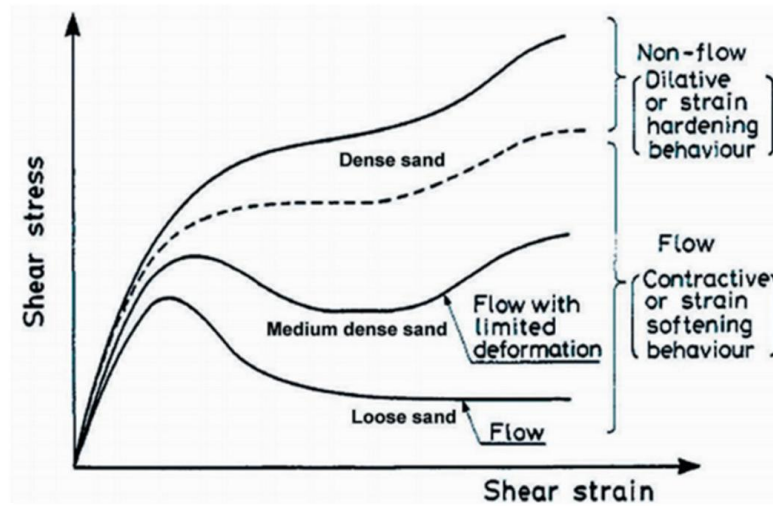


Figura 9: Comportamiento de arena saturada ensayo de cizallamiento no drenado. (Ishihara, 1996)

Así mismo, en los ensayos triaxiales de condición no drenada, la tendencia de las presiones de poros generalmente refleja el comportamiento de la resistencia al cizallamiento, donde se alcanza un valor máximo antes de disminuir.

Cabe destacar que, producto de actividad sísmica o aplicación de cargas, los suelos experimentan un reordenamiento de partículas que genera un incremento en la presión de poros. El aumento en la presión de poros en el suelo puede reducir considerablemente el esfuerzo efectivo, representado por:

$$\sigma' = \sigma - u \quad (2)$$

Donde σ y u corresponden al esfuerzo total y presión de poros respectivamente. En determinadas circunstancias, un incremento de la presión de poros puede alcanzar un punto en el que se equipara con el esfuerzo total, lo que conlleva a la neutralización del esfuerzo efectivo. Este escenario corresponde al fenómeno de licuefacción, donde el suelo pierde rigidez y empieza a comportarse como un fluido.

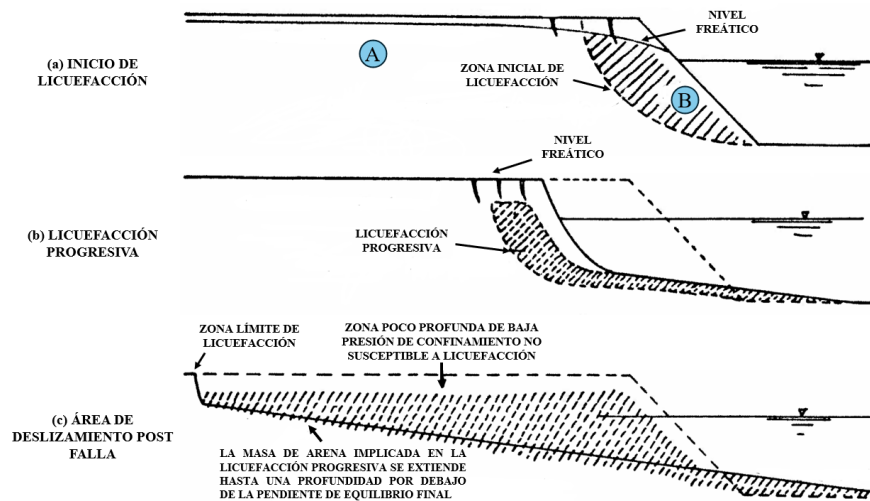


Figura 10: Licuefacción en arena suelta, adaptado de (Casagrande, 1975).

El escenario ilustrado en la Figura 10 exhibe un talud de arena suelta, en el cual el punto A, alejado del talud, experimenta una menor tensión principal comparado con el punto B, más cercano al talud y, por tanto, con mayor probabilidad de licuar debido a la mayor tensión principal. El riesgo aumenta considerablemente con la erosión y cambio de inclinación del talud, lo que podría generar la licuefacción en una zona específica, como se muestra en el caso (a). Por otro lado, se extiende la zona de licuefacción, donde la arena licuada fluye hacia la masa de agua (b). Esta secuencia puede propiciar que la licuefacción se propague hacia la parte superior del talud, como se aprecia en el caso (c), causando que grandes volúmenes de arena se desplacen y dejen una superficie de talud con una pendiente suave, lo que refleja la baja resistencia del material licuado (Casablanca, 1975).

Por otro lado, Davies et al. (2002) suponen que los relaves presentarán uno de los cuatro escenarios tras una carga de cizallamiento, los cuales se presentan en la Tabla 3.

Tabla 3: Comportamientos según características supuestas de relaves en caso de carga de cizallamiento, actualizados a partir de (Davies, et al. 2002).

Comportamiento	Descripción
Ablandamiento por deformación frágil	Licuefacción completa con deformación ilimitada – comportamiento contractivo al cizallamiento
Ablandamiento por deformación limitada	Licuefacción limitada con deformación limitada – Contracción inicial seguida de dilatación
Dúctil con cizallamiento no drenado, pero sin grado significativo de reblandecimiento de la deformación	No hay licuefacción
Endurecimiento por deformación	No hay licuefacción ni deformaciones apreciables

Además, la Figura 11 ilustra el comportamiento de ablandamiento por la deformación a condiciones de carga de cizalladura monotónica y cíclica, evaluando específicamente relaves sueltos, saturados y sin cohesión. Por otro lado, se incluye el concepto de superficie de colapso introducido por Sladen et al. (1985), el cual vincula las trayectorias de tensión sísmicas y estáticas que puedan producir licuefacción.

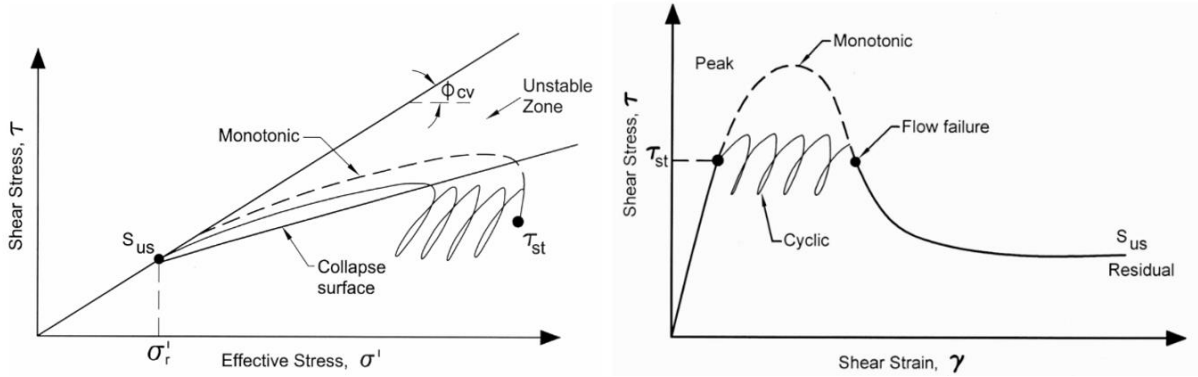


Figura 11: Respuesta idealizada de relaves sueltos, saturados y sin cohesión bajo carga monotónica y cíclica (Davies, McRoberts & Martin, 2002).

Es esencial notar que, independiente de la evolución de la tensión en los relaves, la resistencia de estado de licuefacción converge hacia un valor común, correspondiente a la resistencia residual S_{us} del relave, la cual se mantiene constante después de la disipación de poros y la estabilización del suelo tras el evento de licuefacción y el proceso de reconsolidación.

2.6 Consolidación

2.6.1 Ecuaciones fundamentales

La descarga específica $\mathbf{q}$ puede relacionarse con el gradiente de presión de poros ∇u a través de la Ley de Darcy. Para un material isótropo, puede formularse como:

$$\mathbf{q} = n(\mathbf{v} - \mathbf{w}) = -\frac{\gamma_w k}{\mu_w} \nabla \left(\frac{u}{\gamma_w} + z \right) \quad (3)$$

Aquí $\mathbf{v}$ y $\mathbf{w}$ son las velocidades medias del fluido y de las partículas sólidas respectivamente, mientras que n es la porosidad y k la permeabilidad de Darcy (en m^2), γ_w es el peso específico del agua, y μ_w es la viscosidad del agua. De las ecuaciones de conservación de masa para el fluido y las partículas sólidas, que se consideran de densidades constantes, se deducen las siguientes relaciones:

$$\partial_t n + \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = 0 \quad (\text{fluido}) \quad (4)$$

$$\partial_t (1 - n) + \nabla \cdot ((1 - n)\mathbf{w}) = 0 \quad (\text{sólido}) \quad (5)$$

Se considera que la porosidad no cambia en el tiempo, por lo que se obtiene:

$$\nabla \cdot \mathbf{w} + \nabla \cdot \mathbf{q} = 0 \quad \text{o} \quad \partial_t \varepsilon + \nabla \cdot \mathbf{q} = 0 \quad (6)$$

Donde:

$$\varepsilon = \nabla \cdot \mathbf{u}$$

Donde ε es la deformación volumétrica, y $\mathbf{u}$ es el vector desplazamiento. La deformación volumétrica $\varepsilon = -\Delta V/V$ con $V = V_f + V_s$, donde el volumen de los sólidos incompresibles V_s es constante, por lo que se deduce que $\partial_t \varepsilon = \partial_t n/(1 - n)$. No obstante, si se restringe la deformación horizontal, la variación volumétrica ε puede identificarse con la deformación vertical ε_{zz} , donde $\varepsilon \approx \varepsilon_{zz} = -\sigma'_{zz}/K_u$. Así, para tener un cambio de $\Delta n/n = -(\Delta \sigma'_{zz}/K_u)(1 - n)/n$ del orden de un 1% utilizando valores de $\gamma_r = 1,8 \text{ kPa/m}$ ($n = 0,5$) y $K_u \sim 2 \cdot 10^4 \text{ kPa}$, sería necesaria una altura de columna de residuos de 250 m. Por lo tanto, para fines prácticos, se puede asumir que la porosidad es constante. Considerando esto, las ecuaciones de equilibrio se expresan como:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} &= \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}' + \nabla u = -\gamma \hat{\mathbf{g}} \\ \text{con } (\gamma &\approx \text{cte.}) \end{aligned} \quad (7)$$

Esta expresión sugiere que, a pesar de las variaciones en la presión de poros y los esfuerzos efectivos $\boldsymbol{\sigma}'$, la gravedad específica y los esfuerzos totales tienden a mantenerse relativamente constantes.

Por otro lado, es importante destacar que el análisis se centra en un medio saturado, en donde la permeabilidad se considera constante. Sin embargo, en ciertas zonas de un depósito de relaves se puede presentar una condición donde el medio no esté completamente saturado, por lo que la permeabilidad se representa en función de la humedad del medio, de modo que para describir el fenómeno del flujo de agua través de un medio poroso no saturado se debe utilizar la ecuación de Richards. Esta última es una modificación de la ecuación de Darcy para medios no saturados, la cual proporciona una descripción más exacta de la dinámica del flujo de agua al considerar la variación de la conductividad hidráulica con el contenido de humedad.

2.6.2 Consolidación de un medio elástico

En el caso de una relación lineal entre la tensión y la deformación, se sigue que:

$$\nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{1 - 2\nu} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) = \left(\frac{1 + \nu}{1 - 2\nu} \right) \frac{2}{3K_u} (\gamma \hat{\mathbf{g}} + \nabla u) \quad (8)$$

Para diferenciar entre los efectos del asentamiento de los relaves debido a su propio peso y la construcción del pretil, el vector desplazamiento y la presión de poros se descomponen respectivamente:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^{(0)} + \mathbf{u}^{(e)} \quad u = u^{(0)} + u^{(e)} \quad (9)$$

Por lo tanto, los componentes asociados al asentamiento de los relaves por su propio peso anteriormente descritos satisfacen la ecuación 8:

$$\nabla^2 \mathbf{u}^{(0)} + \frac{1}{1-2\nu} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}^{(0)}) = \left(\frac{1+\nu}{1-2\nu} \right) \frac{2}{3K_u} (\gamma \hat{\mathbf{g}} + \nabla u^{(0)}) \quad (10)$$

Donde:

$$\nabla u^{(0)} = -\gamma_w \hat{\mathbf{g}}.$$

Por otra parte, los componentes de desplazamiento que se asocian con la construcción del pretil satisfacen:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{u}^{(e)} + \frac{1}{1-2\nu} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}^{(e)}) &= \left(\frac{1+\nu}{1-2\nu} \right) \frac{2}{3K_u} \nabla u^{(e)} \\ \partial_t (\nabla \cdot \mathbf{u}^{(e)}) &= \frac{k}{\mu_w} \nabla^2 u^{(e)} \end{aligned} \quad (11)$$

La ecuación para el desplazamiento se puede descomponer convenientemente como:

$$\nabla^2 \left(\nabla \cdot \mathbf{u}^{(e)} - \left(\frac{1+\nu}{1-\nu} \right) \frac{u^{(e)}}{3K_u} \right) = 0 \quad \nabla^2 (\nabla \times \mathbf{u}^{(e)}) = 0 \quad (12)$$

Suponiendo un problema bidimensional y haciendo uso de la descomposición de Helmholtz:

$$\mathbf{u}^{(e)} = \nabla \phi - \hat{\mathbf{z}} \times \nabla \psi \quad \text{con} \quad \partial_z \phi = \partial_z \psi = 0 \quad (13)$$

De esto se deduce que los campos auxiliares se obtienen como solución de las siguientes relaciones:

$$\nabla^2 (\partial_t \phi - C_v \nabla^2 \phi) = 0 \quad \nabla^4 \psi = 0 \quad \text{con} \quad C_v = 3 \left(\frac{1-\nu}{1+\nu} \right) \frac{kK_u}{\mu_w} \quad (14)$$

Al expresar estas relaciones en términos de $\varepsilon^{(e)}$ y $u^{(e)}$:

$$\partial_t \varepsilon^{(e)} - C_v \nabla^2 \varepsilon^{(e)} = 0 \quad \partial_t u^{(e)} - C_v \nabla^2 u^{(e)} = \zeta \quad \text{con} \quad \nabla^2 \zeta = 0 \quad (15)$$

Se ha introducido un nuevo campo auxiliar ζ . Para interpretar el resultado obtenido en la ecuación 15, notamos que, al restringir la deformación horizontal, la deformación volumétrica puede representarse con la deformación vertical, así $\varepsilon^{(e)} \approx \varepsilon_{zz}^{(e)} = -(1+\nu)/(1-\nu) (\sigma_{zz}^{(e)} - u^{(e)})/3K_u$. Sustituyendo esta expresión en la ecuación 6 se obtiene $\partial_t u^{(e)} - C_v \nabla^2 u^{(e)} = \partial_t \sigma_{zz}^{(e)}$. Por lo que se puede interpretar ζ como producto de la variación temporal de las tensiones totales. Sin embargo, como se ha discutido previamente, estas tensiones son prácticamente constantes, lo que permite asumir $\zeta \approx 0$ sin pérdida significativa de precisión, obteniendo:

$$\partial_t u^{(e)} - C_v \nabla^2 u^{(e)} = 0 \quad (16)$$

$$\sigma_{zz}^{(e)} = \Delta\sigma_v$$

$$\varepsilon_{zz}^{(e)} = -\left(\frac{1+\nu}{1-\nu}\right) \frac{\Delta\sigma_v}{3K_u} \left(1 - \frac{u^{(e)}}{\Delta\sigma_v}\right)$$

Dado que el coeficiente de consolidación C_v suele determinarse comparando resultados experimentales, y considerando que estos valores permanecen aproximadamente constantes e independientes de la fracción de vacíos, el error asociado es poco relevante en la práctica de la ingeniería. Por otra parte, suponiendo que tanto la permeabilidad horizontal k_x como la vertical k_y permanecen constantes e independientes al igual que el coeficiente de consolidación, se considera que la presión de poros de exceso p_e satisface la siguiente ecuación de difusión bidimensional (Terzaghi, 1943 ; Verruit, 2009):

$$\frac{\partial p_e}{\partial t} = C_v \left(\frac{\partial^2 p_e}{\partial y^2} + \frac{k_x}{k_y} \frac{\partial^2 p_e}{\partial x^2} \right) \quad (17)$$

2.6.3 Solución caso bidimensional

Para resolver esta ecuación se considerará una profundidad finita H de relaves, con una línea de carga horizontal en superficie de largo $(-L/2 \leq x \leq L/2)$, considera como condición inicial $u_e \left(-\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2}, 0 < y < H, t = 0 \right) = \Delta\sigma_v$ (0 en otro caso) como se aprecia en la Figura 12.

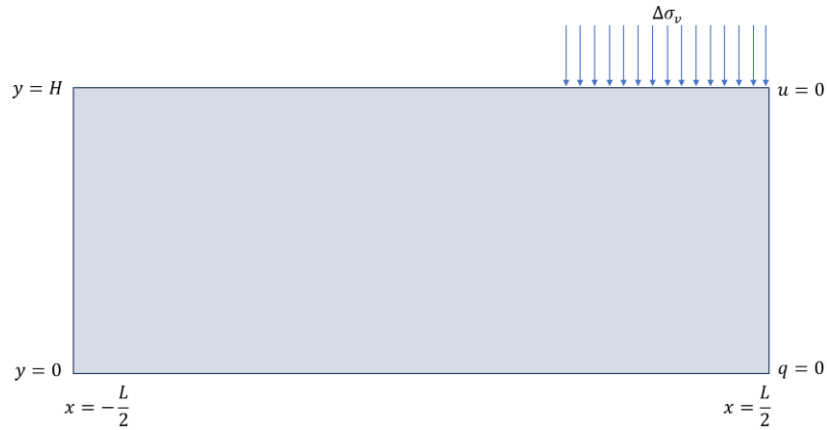


Figura 12: Representación de la problemática con las condiciones de borde.

Se asumirá que la extensión horizontal de la cubeta es mucho mayor que cualquiera de estas longitudes características, por lo que se asumirá infinita. Luego, se propone una solución del tipo:

$$u_e(x, y, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{u}_e(y, t, k) e^{ikx} dk \quad (18)$$

Y sustituyendo en la ecuación de consolidación, se sigue a partir del método de separación de variables que $\hat{u}_e(y, t, k)$ se encuentra dado por:

$$\hat{u}_e(y, t, k) = \sum_m \hat{u}_{e,m}(y, t, k) \quad (19)$$

$$\hat{u}_{e,m}(y, k) = [\hat{A}_m(k) \cos(\alpha_m y) + \hat{B}_m(k) \sin(\alpha_m y)] e^{-c_v \alpha_m^2 t} e^{-c_v k^2 t}$$

Así:

$$\begin{aligned} \frac{u_e(x, y, t)}{\Delta \sigma_v} = \frac{2}{\pi} \sum_m e^{-c_v \alpha_m^2 t} \left[\cos(\alpha_m y) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{A}_m(k) e^{-c_v k^2 t} e^{ikx - c_v k^2 t} dk \right. \\ \left. + \sin(\alpha_m y) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{B}_m(k) e^{-c_v k^2 t} e^{ikx} dk \right] \end{aligned} \quad (20)$$

Para determinar los coeficientes $\hat{A}_m(k)$ y $\hat{B}_m(k)$ se imponen condiciones de borde en la superficie y base de los relaves. Si se permite el drenaje en ambas superficies, $u(y = 0, t) = u(y = H, t) = 0$, a partir de donde se sigue que:

$$\frac{u_e(x, y, t)}{\Delta \sigma_v} = \frac{2}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \sin\left(\pi m \frac{y}{H}\right) e^{-\frac{\pi^2 c_v}{H^2} m^2 t} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{A}_m(k) e^{-c_v k^2 t} e^{ikx} dk \quad (21)$$

Imponiendo la condición inicial, se tiene:

$$\frac{u_e(x, y, t = 0)}{\Delta \sigma_v} = \frac{2}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \sin\left(\pi m \frac{y}{H}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{A}_m(k) e^{ikx} dk = f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } -L/2 \leq x \leq L/2 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (22)$$

Recurriendo a la relación de ortogonalidad:

$$\int_0^1 \sin(\pi m y') \sin(\pi n y') dy' = \delta_{mn} \quad (23)$$

Donde la relación con la delta de Kronecker δ_{mn} :

$$\delta_{mn} = \begin{cases} 1 & \text{si } n = m \\ 0 & \text{si } n \neq m \end{cases} \quad (24)$$

Con la relación de ortogonalidad se tiene:

$$\begin{aligned}
\frac{2}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{A}_m(k) e^{ikx} dk \int_0^1 \sin(\pi m y') \sin(\pi n y') dy' &= \frac{1}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{A}_m(k) e^{ikx} dk \delta_{mn} \\
&= f(x) \int_0^1 \sin(\pi n y') dy' = f(x) \frac{1 - (-1)^n}{\pi n}
\end{aligned} \tag{25}$$

A partir de este resultado se sigue que $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{A}_n(k) e^{ikx} dk = \frac{1 - (-1)^n}{n} f(x)$, de modo que al definir $\hat{A}_n(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} A_n(x) e^{-ikx} dx$, se logra identificar $A_n(x) = \frac{1 - (-1)^n}{n} f(x)$, y consigo $\hat{A}_n(k) = \frac{1 - (-1)^n}{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(z) e^{-ikz} dz$. Desarrollando lo anterior, se obtienen los coeficientes:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{A}_m(k) e^{-C_v k^2 t} e^{ikx} dk &= \frac{1 - (-1)^n}{n} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(z) e^{-ikz} dz e^{-C_v k^2 t} e^{ikx} dk \\
&= \frac{1 - (-1)^n}{n} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(z) \left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{-C_v k^2 t} e^{ikx} e^{-ikz} dk \right) dz \\
&= \frac{1 - (-1)^n}{n} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(z) \left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{-(\sqrt{C_v t} k - i \frac{x-z}{2})^2} dk \right] e^{-\frac{(x-z)^2}{4C_v t}} dz \\
&= \frac{1 - (-1)^n}{n} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(z) \left[\frac{1}{\sqrt{C_v t}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-w^2} dw \right] e^{-\frac{(x-z)^2}{4C_v t}} dz \\
&= \frac{1 - (-1)^n}{n} \int_{-\infty}^{\infty} f(z) \frac{e^{-\frac{(x-z)^2}{4C_v t}}}{\sqrt{4\pi C_v t}} dz &= \frac{1 - (-1)^n}{n} \frac{1}{\sqrt{4\pi C_v t}} \int_{-L/2}^{L/2} e^{-\frac{(x-z)^2}{4C_v t}} dz \\
&= \frac{1 - (-1)^n}{n} \frac{1}{\sqrt{4\pi C_v t}} \int_{-L/2}^{L/2} e^{-\frac{(x-z)^2}{4C_v t}} dz
\end{aligned} \tag{26}$$

Finalmente, el resultado para el escenario con doble drenaje es:

$$\frac{u_e(x, y, t)}{\Delta \sigma_v} = \frac{2}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n}{n} \sin\left(\pi m \frac{y}{H}\right) e^{-\frac{\pi^2 C_v}{H^2} m^2 t} \frac{1}{\sqrt{4\pi C_v t}} \int_{-L/2}^{L/2} e^{-\frac{(x-z)^2}{4C_v t}} dz \tag{27}$$

Siguiendo un procedimiento análogo para el caso de superficie basal impermeable, se encuentra que:

$$\frac{u(x, y, t)}{\Delta \sigma_v} = \frac{2}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{n} \cos\left(\pi \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{y}{H}\right) e^{-\frac{\pi^2 C_v}{4H^2} (2m+1)^2 t} \frac{1}{\sqrt{4\pi C_v t}} \int_{-L/2}^{L/2} e^{-\frac{(x-z)^2}{4C_v t}} dz \tag{28}$$

La Figura 13 presenta los escenarios de la solución de base permeable e impermeable en la disipación de la presión de poros, donde es claro notar que, ante la restricción de drenaje por la base impermeable, la presión de poros se disipa lateralmente.

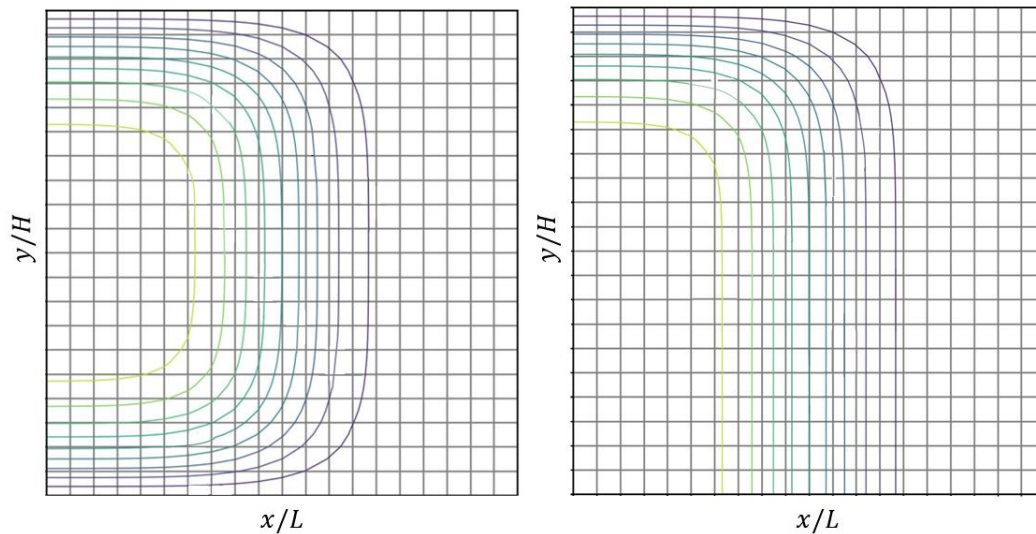


Figura 13: Gráficos de soluciones de un caso de base permeable e impermeable.

2.7 Método de equilibrio límite

La siguiente sección se basa en la descripción e implementación realizada por Morales (2023) sobre el Método de Equilibrio Límite (LEM).

El LEM presupone que la falla de un talud se produce a lo largo de una superficie, de modo que la porción del talud ubicada por sobre dicha superficie se desliza respecto a la porción inferior. Para evaluar la factibilidad del movimiento a lo largo de una superficie determinada se calcula su Factor de Seguridad (F_S), definido como el valor que cuantifica la diferencia entre las condiciones reales de un determinado talud, y las condiciones que llevan a su falla.

Matemáticamente el F_S se define como el cociente entre la resistencia al corte máximo, y la fuerza de corte movilizada por el talud. Para valores del F_S inferiores a la unidad, el movimiento es posible a lo largo de la superficie de deslizamiento. Así, el F_S de una determinada superficie se interpreta como su margen de seguridad al deslizamiento. Los valores de F_S típicamente aceptados para el cálculo de taludes son de $F_S = 1.3$ para taludes temporales, y de $F_S = 1.5$ para el caso de taludes definitivos (Hoek y Bray, 1981).

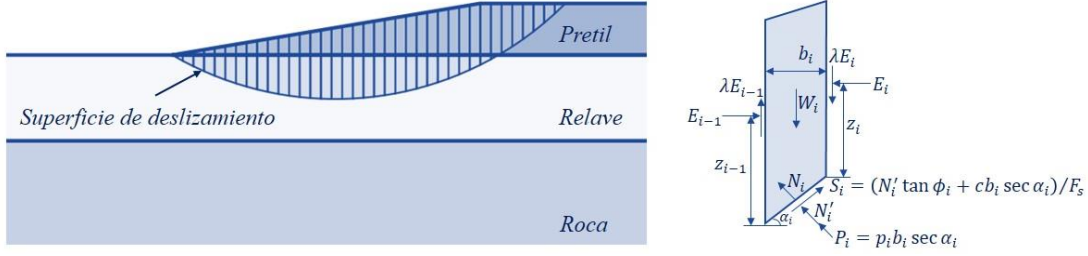


Figura 14: A la izquierda, discretización en dovelas de una potencial superficie en deslizamiento. A la derecha, fuerzas actuantes sobre una dovela. Se asume fuerza tangencial entre dovelas proporcional a fuerza horizontal.

Para el cálculo del F_s del talud se emplea el método de dovelas, el que consiste en dividir la superficie de deslizamiento en rebanadas verticales que interactúan entre sí por medio de fuerzas tangenciales y de empuje horizontales. Considerando que en las superficies se desarrolla una resistencia al corte del tipo friccional, el F_s de cada rebanada se calcula como:

$$F_s = \frac{N'_i \tan \phi_i + c b_i \sec \alpha_i}{S_i}, \quad (29)$$

donde b_i y α_i son parámetros geométricos, definidos en la Figura 14, ϕ y c corresponden al ángulo de fricción y cohesión en la base de la rebanada (típicamente evaluados en el punto medio de la base), $N'_i = N_i - p_i b_i \sec \alpha_i$ es el esfuerzo normal efectivo, y S_i corresponde al esfuerzo de corte movilizado, con p la suma de las presiones hidrostática y de exceso p_e . El equilibrio de fuerzas y momentos de cada rebanada, expresado respecto a un sistema de coordenadas localmente orientado con la base de éstas, conlleva a las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{(N'_i \tan \phi_i + c b_i \sec \alpha_i)}{F_s} + [\lambda E_{i-1} - \lambda E_i - W_i] \sin \alpha_i + [E_{i-1} - E_i - k W_i] \cos \alpha_i, \\ F_y &= N'_i + U_i + [\lambda E_{i-1} - \lambda E_i - W_i] \cos \alpha_i - [E_{i-1} - E_i - k W_i] \sin \alpha_i, \\ M_o &= E_{i-1} \left(z_{i-1} - \frac{b_{i-1}}{2} \tan \alpha_i \right) - E_i \left(z_i + \frac{b_i}{2} \tan \alpha_i \right) + \lambda (E_{i-1} + E_i) \frac{b_i}{2}. \end{aligned} \quad (30)$$

Aquí, se ha supuesto que la fuerza tangencial entre dovelas es proporcional al empuje horizontal, correspondiente a la hipótesis del método de Spencer (Holtz y Kovacs, 1981), donde el factor de proporcionalidad corresponde a λ . Además, W_i es el peso de la dovela. Realizando las definiciones:

$$\begin{aligned} T_i &= W_i \sin \alpha_i + k W_i \cos \alpha_i, \\ R_i &= [W_i \cos \alpha_i - P_i] \tan \phi_i + c_i b_i \sec \alpha_i, \\ O_i &= F_s (\lambda \sin \alpha_i + \cos \alpha_i) + (\sin \alpha_i - \lambda \cos \alpha_i) \tan \phi_i. \end{aligned} \quad (31)$$

Se sigue a partir de ambos balances de fuerza que los empujes entre rebanadas pueden ser escritos como:

$$E_i = \sum_{j=1}^i \frac{R_i - F_s T_i}{O_i}. \quad (32)$$

Imponiendo como condición que los empujes en los extremos son nulos, se obtiene la siguiente definición para el Factor de Seguridad:

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^N R_i / O_i}{\sum_{i=1}^N T_i / O_i}. \quad (33)$$

Sumando los términos sobre el balance de momento e identificando el sumatorio telescópico, se obtiene la siguiente relación para el cociente entre empujes horizontales y tangenciales:

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^N (E_{i-1} + E_i) b_i \tan \alpha_i}{\sum_{i=1}^N (E_{i-1} + E_i) b_i}. \quad (34)$$

Para el análisis de estabilidad de taludes, el método Spencer ofrece ventajas significativas respecto a métodos más simples. En primer lugar, proporciona un cálculo más preciso del factor de seguridad al asumir una relación constante entre la fuerza de corte y las fuerzas normales, lo que permite una mejor estimación. Además, considera las fuerzas de corte tanto en dirección horizontal como vertical, aumentando la flexibilidad del análisis para diferentes configuraciones de fuerzas. Así también, el método ofrece dos factores de seguridad, uno para cada ángulo de fuerzas laterales, facilitando la evaluación de la estabilidad desde diferentes perspectivas y ayudando a comprender mejor los posibles modos de falla.

Por otro lado, el método de Morgenstern-Price tiene un enfoque más general para el análisis de la estabilidad de taludes, permitiendo variaciones más complejas en la fuerza lateral a lo largo del talud al asumir una función matemática arbitraria para describir la dirección de las fuerzas entre las dovelas, siendo típicamente una función halfsin. Sin embargo, los resultados obtenidos con este método pueden no diferir significativamente de los obtenidos con métodos más simples, como el método de Bishop, por lo que la elección del método dependerá de la complejidad del problema y de la precisión requerida en los resultados.

3. Metodología

3.1 Soluciones analíticas

3.1.1 Soluciones analíticas para la construcción en una etapa

En la ecuación 16, tanto la disipación del exceso de presiones de poros como la deformación ocurren en la misma escala temporal, donde el coeficiente de consolidación vertical C_v es el único parámetro con dependencia del tiempo. Teniendo en consideración lo anterior, si la altura inicial de la columna de relave es H_r , y la distancia sobre la que se aplica la carga

debido a la etapa de construcción es L , las escalas de tiempo corresponden a: $T \sim H_r^2/C_v$ o $T \sim L^2/C_v$. En base a lo anterior, se definen las siguientes variables adimensionales:

$$x' = \frac{x}{L}; \quad y' = \frac{y}{H_r}; \quad t' = \frac{t}{T_v}; \quad T_v \equiv \frac{1}{C_v} \left(\frac{H_r}{\pi} \right)^2 \quad y \quad \vartheta \equiv \left(\frac{H_r}{\pi L} \right)^2, \quad (35)$$

Se deduce que la solución a la ecuación de difusión para la presión de poros para las condiciones de contorno de drenaje superior e impermeabilidad basal es:

$$\frac{u^{(e,1)}}{\Delta\sigma_v} = \left[\frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{-(m+\frac{1}{2})^2 t'}}{m} \cos\left(\pi\left(m+\frac{1}{2}\right)y'\right) \right] \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{x'-1/2}{\sqrt{2\vartheta t'}}}^{\frac{x'+1/2}{\sqrt{2\vartheta t'}}} e^{-\frac{\xi^2}{2}} d\xi \right]. \quad (36)$$

Así, el desplazamiento vertical u_z se obtiene integrando la siguiente ecuación:

$$\partial_z u_z = - \frac{\Delta\sigma_v}{K_u^*} \left(1 - \frac{u^{(e)}}{\Delta\sigma_v} \right) \quad \text{con} \quad K_u^* = \left(\frac{1-\nu}{1+\nu} \right) 3K_u \approx K_u. \quad (37)$$

Sustituyendo la ecuación 36 y evaluando con $y' = 1$, se obtiene:

$$\frac{\Delta H_r}{H_r} = - \frac{\Delta\sigma_v}{K_u} \left(1 - \left[\frac{4}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{-(m+\frac{1}{2})^2 t'}}{m(2m+1)} \sin\left(\pi\left(m+\frac{1}{2}\right)\right) \right] \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{x'-1/2}{\sqrt{2\vartheta t'}}}^{\frac{x'+1/2}{\sqrt{2\vartheta t'}}} e^{-\frac{\xi^2}{2}} d\xi \right] \right) \quad (38)$$

En la Figura 15 se representa gráficamente la solución con una condición de permeabilidad tanto en la parte superior como en la base, donde las variaciones en el parámetro ϑ , considerando valores de 0.1 y 1.0, muestran como la presión de poros se disipa en el medio. Con un valor de ϑ de 0.1 resulta en una distribución más isotrópica de las líneas de contorno, lo que representa una disipación de la presión de poros de manera uniforme en todas las direcciones. Al incrementar el valor de ϑ a 1.0, la disipación vertical tiende a predominar y se vuelve mayor, reflejando la influencia de la gravedad en el proceso de consolidación del medio.

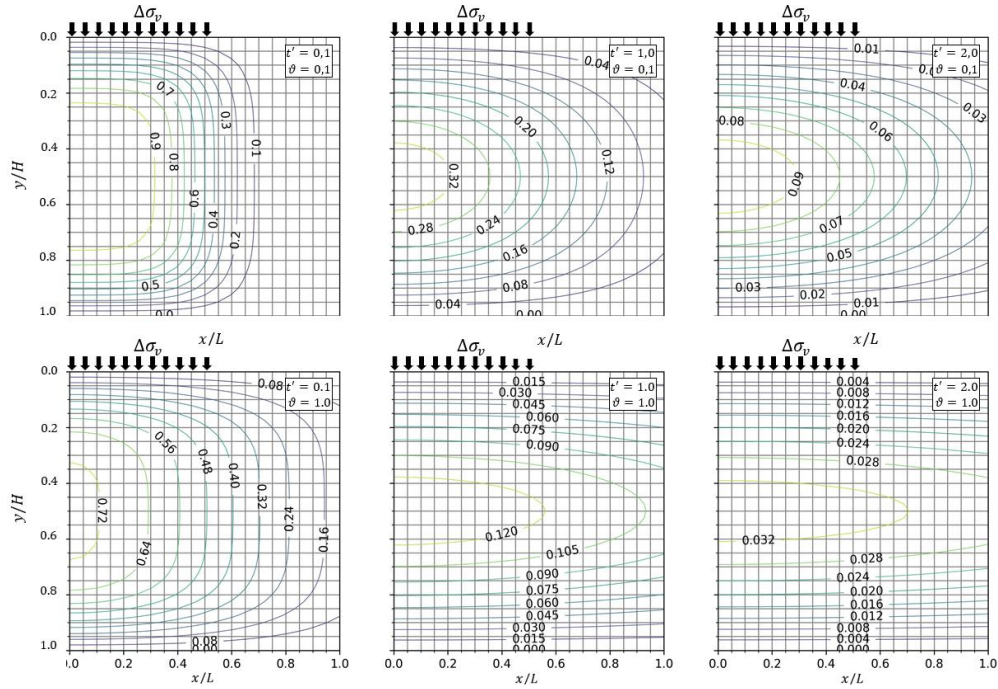


Figura 15: Gráficas de solución con permeabilidad basal y superior

Así mismo, en la Figura 16 se representa gráficamente la solución con una condición de impermeabilidad basal, en donde con un valor de ϑ de 0.1 las líneas de contorno se extienden lateralmente, indicando que la presión de poros se disipa predominantemente en esta dirección debido a la restricción vertical. Por otro lado, al considerar un valor de ϑ de 1.0 se intensifica aún más la tendencia de disipación lateral.

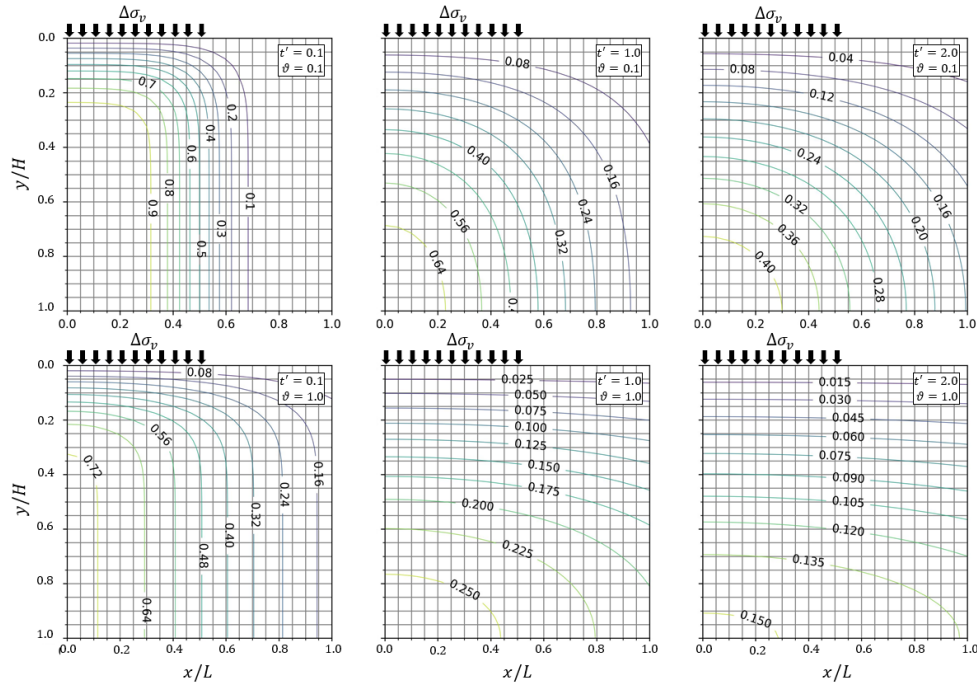


Figura 16: Gráficas de soluciones con condición de impermeabilidad basal

Es necesario notar que, ante un escenario de condiciones impermeables, valores mayores de ϑ se relacionan con una disipación lateral más rápida en comparación con la disipación vertical, pero no necesariamente en términos absolutos. Por otro lado, ante un escenario de condiciones permeables, valores mayores de ϑ se relacionan con una disipación vertical más rápida en términos comparativos, esto debido fundamentalmente a que la altura de la columna facilita el gradiente de presión verticalmente. Finalmente, la variación de t' en los gráficos obtenidos indica la evolución temporal de la consolidación del relave, por lo que a valores más altos de t' las líneas de contorno se espacian más entre sí, representando una condición de consolidación más avanzada.

3.1.2 Soluciones analíticas para la construcción en n etapas

En general, para una construcción de pretil de n etapas se define:

$$k = 1, 2, \dots, n \quad \text{con} \quad n = \frac{H_p}{\Delta h_p} \quad (n \in \mathbb{Z}^+). \quad (39)$$

Así, el exceso de la presión de poros y las deformaciones causadas para cada una de estas fases será:

$$\begin{aligned} u^{(e,k)} &= u^{(e,k)}(x'^{(k)}, y'^{(k)}, t'^{(k)}, \vartheta^{(k)}) \\ \Delta H_r^{(k)} &= \Delta H_r^{(k)}(u^{(e,k)}), \end{aligned} \quad (40)$$

Donde:

$$x'^{(k)} = \frac{x}{L^{(k)}}; \quad y'^{(k)} = \frac{y}{H_r^{(k)}}; \quad t'^{(k)} = k \frac{\Delta t}{T_h^{(k)}}; \quad \vartheta^{(k)} = \left(\frac{H_r^{(k)}}{\pi L^{(k)}} \right)^2. \quad (41)$$

Ahora bien, si el pretil alcanza una altura H_p y un ancho de la sección superior W con una pendiente dada por $\tan \theta$, y además se asume que la altura de la columna de relave permanece aproximadamente constante:

$$\begin{aligned} L^{(k)} &= W + 2H_p + 2(k-1) \frac{\Delta h}{\tan \theta} \\ H_r^{(k)} &= H_r \end{aligned} \quad (42)$$

Por lo tanto, el exceso de la presión de poros en la k -ésima etapa vendrá determinada por:

$$\frac{u^{(e,k)}}{\Delta \sigma_v} = \sum_{i=1}^k \left[\frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{-\left(m+\frac{1}{2}\right)^2 t'^{(k-i)}}}{m} \cos \left(\pi \left(m + \frac{1}{2} \right) y'^{(i)} \right) \right] \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{x^{(i)'} - \frac{1}{2}}{\sqrt{2\vartheta^{(i)} t'^{(k-i)}}}}^{\frac{x^{(i)'} + \frac{1}{2}}{\sqrt{2\vartheta^{(i)} t'^{(k-i)}}}} e^{-\frac{\xi^2}{2}} d\xi \right]. \quad (43)$$

Por otra parte, se deduce que la deformación se obtiene recursivamente a través de:

$$H_r^k = \left(1 - \frac{\Delta\sigma_v}{K_u}\right) \left(1 + \left(\frac{\frac{\Delta\sigma_v}{K_u}}{1 - \frac{\Delta\sigma_v}{K_u}}\right) \cdot \sum_{i=1}^k \left[\frac{4}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{-\left(m+\frac{1}{2}\right)^2 t'^{(k-i)}}}{m(2m+1)} \sin\left(\pi\left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{h_r^{(i)}}{H_r}\right) \right] \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{x^{(i)'} - \frac{1}{2}}{\sqrt{2\vartheta^{(i)} t'^{(k-i)}}}}^{\frac{x^{(i)'} + \frac{1}{2}}{\sqrt{2\vartheta^{(i)} t'^{(k-i)}}}} e^{-\frac{\xi^2}{2}} d\xi \right] \right) H_r^{k-1}. \quad (44)$$

Para tiempos largos, la relación $\Delta H_r/H_r$ converge a $(1 - \Delta\sigma_v/K_u)^n - 1 \approx -n \Delta\sigma_v/K_u$, lo cual concuerda con la teoría de elasticidad lineal. En aplicaciones prácticas, es conveniente suponer que la deformación asociada a la construcción de cada etapa es instantánea, bajo esta premisa, lo obtenido anteriormente se reduce a:

$$H_r^k = \left(1 - \frac{\Delta\sigma_v}{K_u}\right) \left(1 + \frac{\frac{\Delta\sigma_v}{K_u}}{1 - \frac{\Delta\sigma_v}{K_u}} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k \left[\operatorname{sgn}\left(x^{(i)'} + \frac{1}{2}\right) - \operatorname{sgn}\left(x^{(i)'} - \frac{1}{2}\right) \right] \right) H_r^{k-1}. \quad (45)$$

3.2 Análisis dimensional

Es necesario realizar un análisis minucioso sobre los parámetros que juegan un rol crítico en la evaluación de la estabilidad de la construcción de pretiles, por lo que es fundamental definir aquellos fundamentales en el estudio. En la

Tabla 4 se detallan las propiedades geométricas y geotécnicas que caracterizan tanto a los relaves como los pretiles, mientras que en la Tabla 5 se detallan los parámetros adimensionales, los cuales permiten representar relaciones escaladas que facilitan la comparación y generalización de los resultados del análisis. Dentro de estos se encuentran Ψ_1 y Ψ_2 , que corresponden a la velocidad relativa de construcción y asentamiento

respectivamente, proporcionando una perspectiva dinámica y temporal. Por otro lado, en la Figura 17 se representan los parámetros geométricos expuestos en la

Tabla 4.

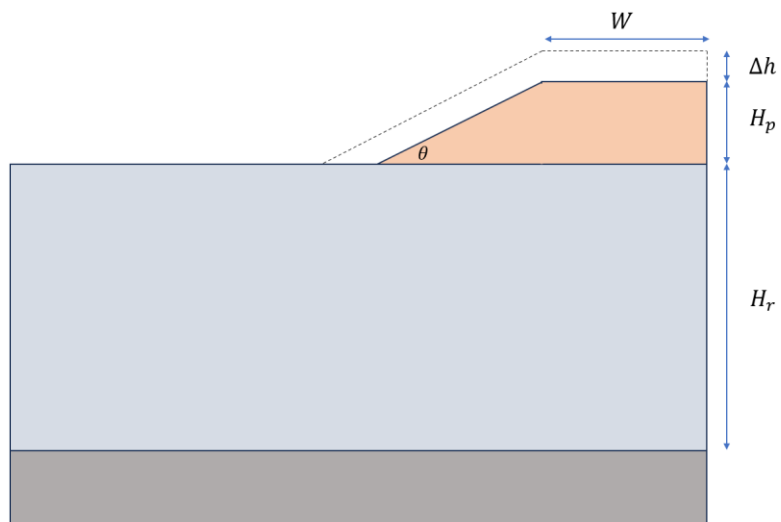


Figura 17: Perfil esquemático de las dimensiones geométricas de la construcción del pretil sobre relaves

Tabla 4: Parámetros relevantes

Tipo	Símbolo	Unidades (SI)	Descripción	Rango
Geométricos	H_r	m	Altura relaves	5-10
	H_p	m	Altura pretil	2-5
	W	m	Ancho corona pretil	5(*)
	Δh	m	Altura etapa de construcción	0.25-1
	$\tan \theta$	-	Pendiente pretil	1:2-1:6
Geotécnicos	ϕ_r	-	Ángulo fricción interna relaves	30°(*)
	ϕ_p	-	Ángulo fricción interna pretil	35°(*)
	S_u/σ'_v	-	Resistencia residual relaves	0.1(**)
	C_v	m ² /d	Coeficiente consolidación vertical relaves	0.1(*)
	γ_r	kPa/m	Peso específico relaves	1.7(*)
	γ_p	kPa/m	Peso específico pretil	2.1(*)
	γ_w	kPa/m	Peso específico agua	1.0(*)
	T_v	d	Tiempo disipación vertical característico	$C_v^{-1}(H_r/\pi)^2$
	Δt	d	Tiempo etapa construcción	- (**)
	K_u	kPa	Módulo compresión no drenada relaves	2·10 ⁴ (*)
	ν	-	Coeficiente Poisson relaves	0.45(*)
	ΔH_r	-	Asentamiento final relaves por construcción	- (**)

(*) valor no sensibilizado; (**) valor crítico que debe determinarse a partir de la condición de estabilidad.

Tabla 5: Parámetros adimensionales

Tipo	Símbolo	Definición	Descripción
Geométricos	π_1	H_p/H_r	Altura relativa pretil
	π_2	$\tan \theta$	Pendiente pretil
	π_3	$\Delta h/H_r$	Altura relativa fase de construcción
	π_4	$\Delta t/T_v$	Tiempo relativo fase de construcción
Geotécnicos	π_5	S_u/σ'_v	Resistencia residual relaves
	π_6	$\Delta H_r/H_r$	Asentamiento final del relave
	π_7	$\gamma_p \Delta h/K_u$	Asentamiento de la fase constructiva
Otros	Ψ_1	$\pi_3/\pi_4 = (\Delta h/\Delta t)/(H_r/T_v)$	Velocidad relativa de construcción
	Ψ_2	$(\pi_7/\pi_6)/\pi_4 = (\Delta h/\Delta t)/(K_u u_z/\gamma_p T_v)$	Velocidad relativa de asentamiento

3.3 Hipótesis de modelamiento

El modelamiento numérico de estabilidad de los pretiles a través de la formulación de Spencer del método de equilibrio límite se realiza a través de la implementación numérica en el Software Matlab de las ecuaciones descritas en la sección 2.7 (Ecuación 31 a Ecuación

34). En éstas, se incorporó la solución analítica para la evolución de las presiones de poros de exceso proporcionada por la Ecuación 43, junto a la solución analítica para la deformación de la columna de relaves proporcionada por la Ecuación 45.

En primera instancia, el análisis se centró en evaluar la condición post sísmica, debido a que durante la licuefacción los suelos pierden resistencia al esfuerzo de corte y adoptan un comportamiento similar al de un fluido denso, cuya resistencia al corte es igual a la resistencia residual no drenada del suelo. Por otra parte, el escenario post sísmico representa la condición más crítica para la estabilidad cuando éstos son altamente susceptibles a experimentar licuefacción. Por lo tanto, es esperable que (siendo corroborado para el problema en estudio), si un diseño cumple con los requisitos de estabilidad post-sísmico, también lo haga para la condición estática. Esta condición no necesariamente se verifica en el orden inverso. En segunda instancia se evaluó la condición estática, incorporando el incremento de presiones de poros de exceso asociados a la carga vertical impuesta por la construcción del pretil. No se consideró la ejecución de análisis pseudo-estáticos debido a que la alta susceptibilidad de licuefacción de los relaves conlleva a un rápido surgimiento de este fenómeno (licuefacción), imposibilitando así el ascenso de las ondas sísmicas, y consigo, el origen de fuerzas inerciales sobre los pretiles.

Para el análisis de la condición post-sísmica se utilizó la siguiente expresión para la envolvente de resistencia de los relaves licuados:

$$S = N' \tan(\phi) + cb \sec(\alpha) \quad \phi = 0^\circ \text{ y } c = S_u(\sigma_v - p) \quad (46)$$

En esta condición se realizaron 65 simulaciones con un espesor de relave $H_r = 5$ m, alturas de pretil $H_p = 2 - 5$ m con variaciones de 25 cm y relaciones de talud $H_p/L = 0.5 - 0.33 - 0.25 - 0.2 - 0.17$. La ejecución de estas simulaciones permitió establecer una relación entre la resistencia residual de los relaves y parámetros geométricos de diseño que permitían la obtención de un factor de seguridad post-sísmico de FS=1.0.

Por otro lado, para el análisis de la condición estática se utilizó la siguiente expresión para la envolvente de resistencia de los relaves (sin licuar):

$$S = N' \tan(\phi) + cb \sec(\alpha) \quad \phi = 30^\circ \text{ y } c = 0 \quad (47)$$

En esta condición se realizaron 195 simulaciones, a las que se agregó como variable de estudio la altura de etapa constructiva del pretil, utilizando valores de $\Delta h = 0.25 - 0.50 - 1.00$ m, con 65 simulaciones para cada uno de éstos. Para reducir el número de variables a sensibilizar en estos análisis, se utilizó la correlación entre parámetros resistentes y geométricos encontrada a partir del análisis de la condición post-sísmica, de modo que cada uno de los escenarios en estudio verificaba la condición post-sísmica. La ejecución de estas simulaciones permitió determinar el intervalo de tiempo mínimo requerido entre etapas

constructivas para asegurar una disipación de presiones de poros que permitiera la obtención de un factor de seguridad estático de $FS=1.3$.

4. Resultados

4.1 Análisis post-sísmico

Los resultados obtenidos a través de las simulaciones de la condición post-sísmica permitieron, a partir del teorema π de Buckingham, obtener una expresión para la resistencia residual como función de la altura relativa del pretil (H_p/H_r) y la razón de talud ($\tan \theta$) que proporcionan un factor de seguridad de FS=1.0. La relación obtenida es la siguiente:

$$S_u/\sigma'_v = -0.039 \cdot (H_p/H_r)^2 + 0.3178 \cdot \tan^2(\theta) - 1.1494 \cdot (H_p/H_r) \cdot \tan(\theta) + 0.0715 - 0.1832 \cdot (H_p/H_r) + 1.0469 \cdot \tan(\theta) \quad (48)$$

A continuación, en la Figura 18 se presenta una comparación entre los valores de resistencia residual no drenada utilizada en los modelos numéricos, y los valores predichos por el modelo propuesto en la Ecuación 48. El valor del coeficiente de correlación R^2 del error asociado al modelo propuesto es de $R^2 = 0.9727$, dando cuenta de su alta representatividad.

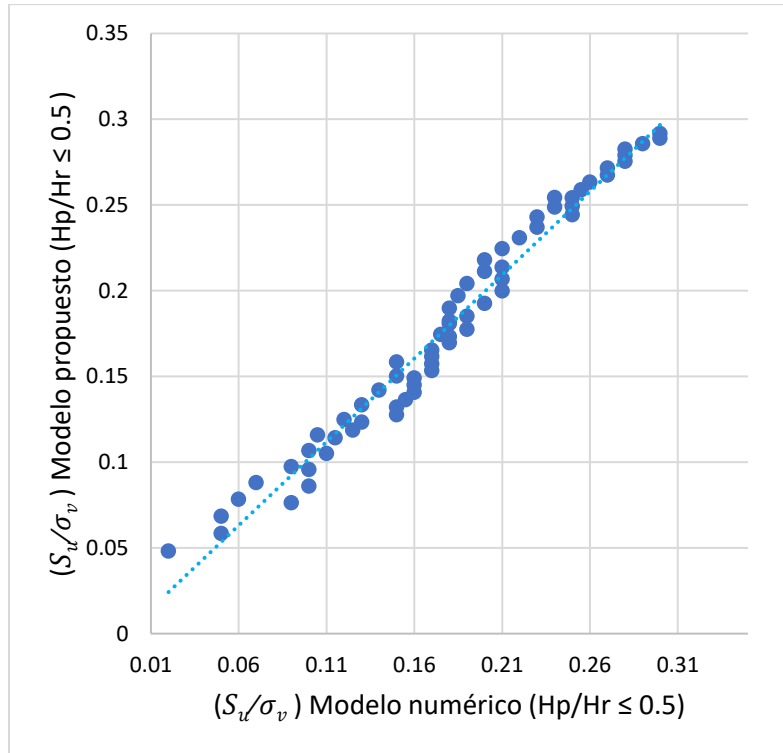


Figura 18: comparación entre valores de resistencia residual no drenada utilizada en los modelos numéricos y los valores predichos por el modelo propuesto en la Ecuación 48. Puntos corresponden a valores obtenidos mediante modelo propuesto, y línea segmentada corresponde a recta $y=x$.

Cabe destacar que la expresión matemática propuesta a través de la ecuación 48 sólo es válida cuando la altura de pretil es menor o igual a la altura de relave. Esto se debe a que, para todos los escenarios analizados, la profundidad de la superficie de deslizamiento es cercana a la altura de pretil. Así, cuando la altura de pretil es mayor que la de relaves, la superficie de falla profundiza hacia el estrato inferior, el que, para efecto de estos análisis, se asume más competente (por ejemplo, macizo rocoso).

4.2 Análisis estático

De forma análoga al caso pseudo-estático, a partir del teorema π de Buckingham se estableció una relación matemática entre el intervalo de tiempo de construcción adimensional ($\Delta h/T_v$), la altura relativa de construcción ($\Delta h/H_r$), la altura relativa de pretil (H_p/H_r) y la razón de talud ($\tan \theta$) que proporciona un factor de seguridad de $FS=1.3$. Según el agrupamiento visualizado en la Figura 19, Figura 20 y Figura 21, para distintas alturas de construcción, la relación observada es del tipo:

$$\frac{\Delta t}{T_v} = \frac{\Delta h}{H_r} g \quad \text{con} \quad g = g\left(\frac{H_p}{H_r}, \tan \theta\right) \quad (49)$$

Donde:

$$g = A \left(\frac{H_p}{H_r}\right)^B \quad \text{con} \quad A = A(\tan \theta) \quad \text{y} \quad B = B(\tan \theta) \quad (50)$$

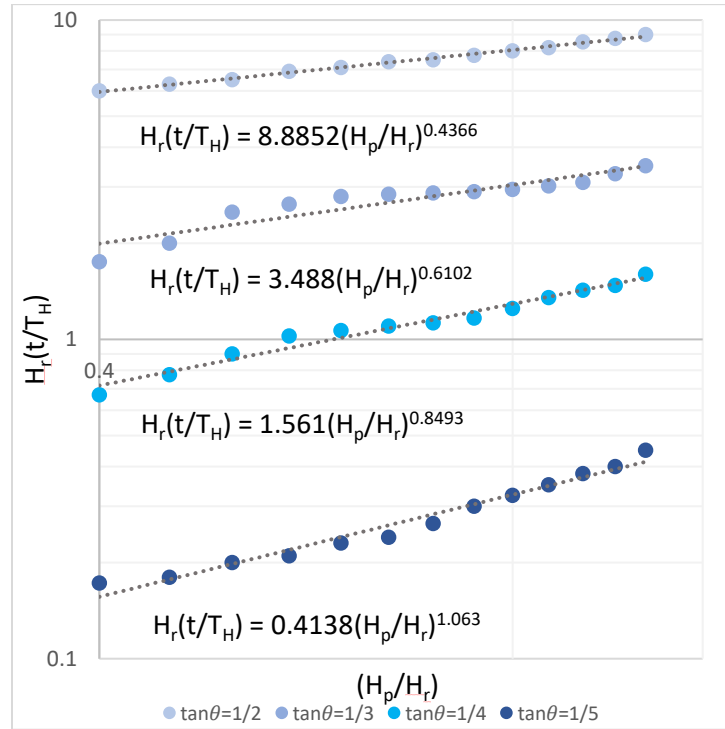


Figura 19: Resultados de simulaciones estáticas para $\Delta h = 1.00 \text{ m}$.

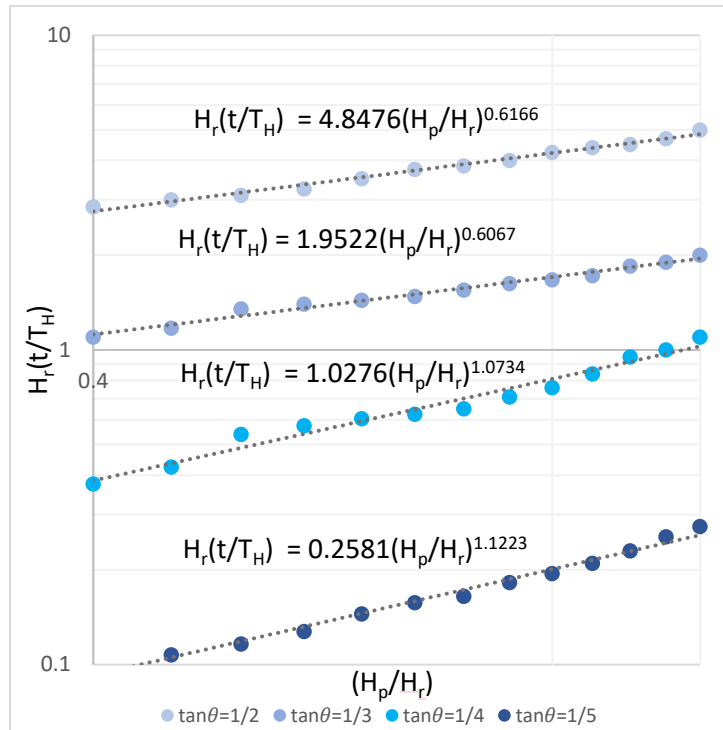


Figura 20: Resultados de simulaciones estáticas para $\Delta h = 0.50$ m.

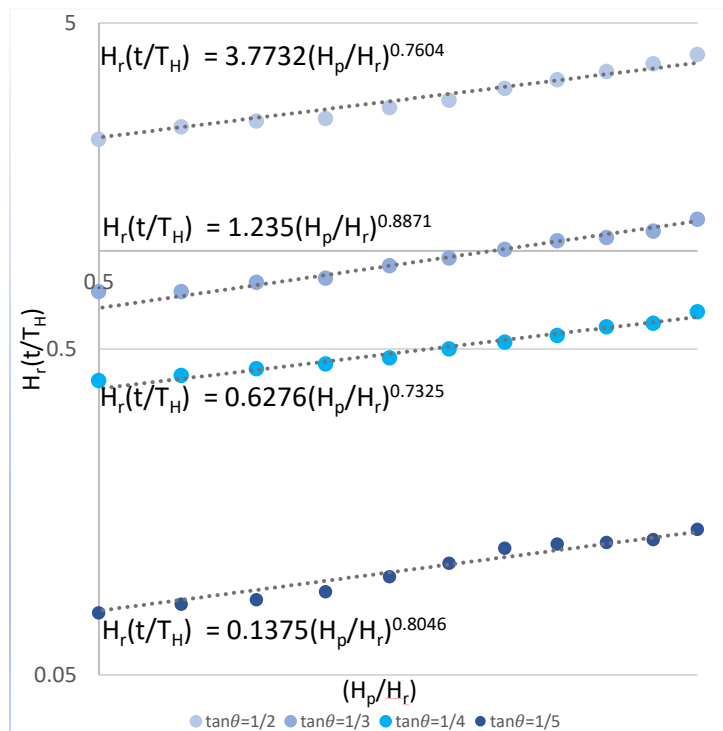


Figura 21: Resultados de simulaciones estáticas para $\Delta h = 0.50$ m.

Cabe destacar que en la Figura 19, Figura 20 y Figura 21, se aprecia que a mayor valor de altura de etapa constructiva (Δh), mayor es la pendiente de las rectas (en escalas log-log). Esto indica que al incrementar la altura de la etapa constructiva se requiere de un intervalo de tiempo de construcción considerablemente mayor (debido a la escala logarítmica empleada). También se observa que, al disminuir la inclinación del pretil ($\tan \theta$), menor es la sensibilidad del intervalo de tiempo de construcción respecto de la variación de la altura relativa de pretil $\left(\frac{H_p}{H_r}\right)$.

A continuación, se resumen las funciones obtenidas para cada escenario de altura de etapa constructiva (Δh):

- $\Delta h = 1 \text{ m}$

$$A = 70.152e^{\frac{-1.06}{\tan(\theta)}}$$

$$B = 0.01 \cdot \tan^{-2}(\theta) + 0.1417 \cdot \tan^{-1}(\theta) + 0.1086$$

- $\Delta h = 0.5 \text{ m}$

$$A = 34.268e^{\frac{-0.944}{\tan(\theta)}}$$

$$B = 0.0147 \cdot \tan^{-2}(\theta) + 0.0955 \cdot \tan^{-1}(\theta) + 0.3221$$

- $\Delta h = 0.25 \text{ m}$

$$A = 32.682e^{\frac{-1.061}{\tan(\theta)}}$$

$$B = 0.0136 \cdot \tan^{-2}(\theta) + 0.0933 \cdot \tan^{-1}(\theta) + 0.06537$$

A continuación, en la Figura 22, Figura 23, Figura 24 se presenta una comparación entre el tiempo adimensional utilizado en los modelos numéricos y el predicho por los modelos propuestos (Ecuación 49 y Ecuación 50). Los valores del coeficiente de correlación R^2 del error asociado al modelo propuesto para cada una de las alturas de etapas constructivas es de 0.9867, 0.9937 y 0.9921, para alturas de 1, 5 y 0.25 m, respectivamente. Todos estos son cercanos a $R^2=1$, dando cuenta de la alta representatividad del modelo propuesto.

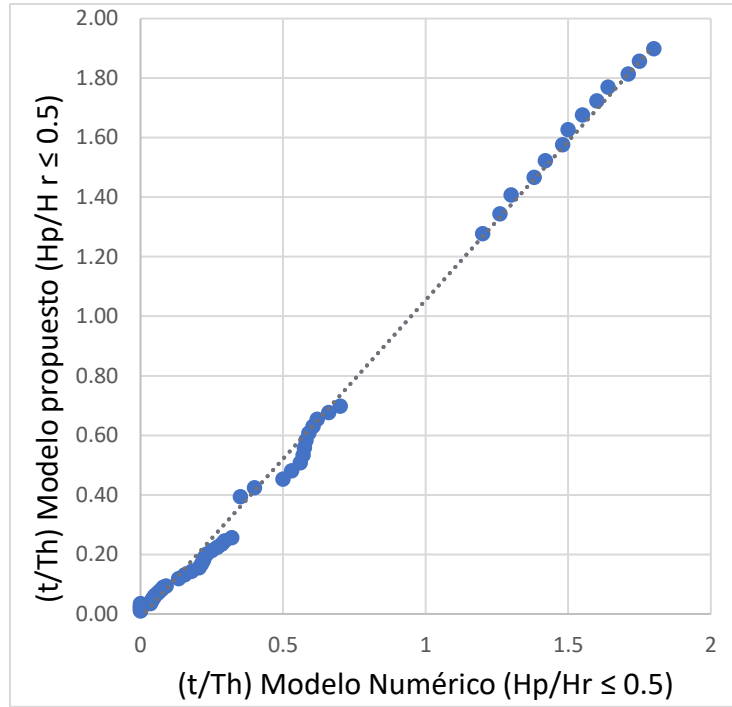


Figura 22: Comparación de tiempos adimensionales de modelo propuesto para $\Delta h = 1.00 \text{ m}$ con una condición de equilibrio estático ($FS=1.3$)

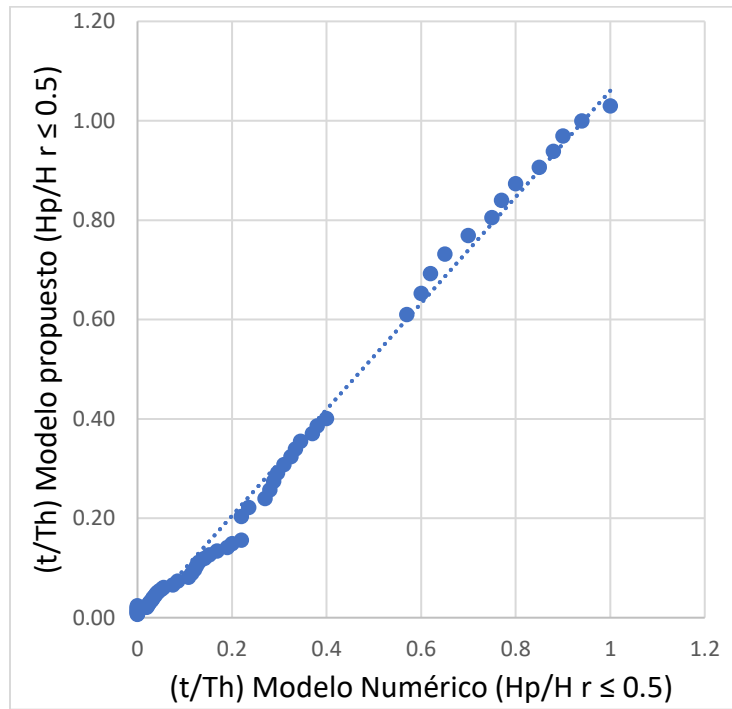


Figura 23: Comparación de tiempos adimensionales de modelo propuesto para $\Delta h = 0.50 \text{ m}$ con una condición de equilibrio estático ($FS=1.3$)

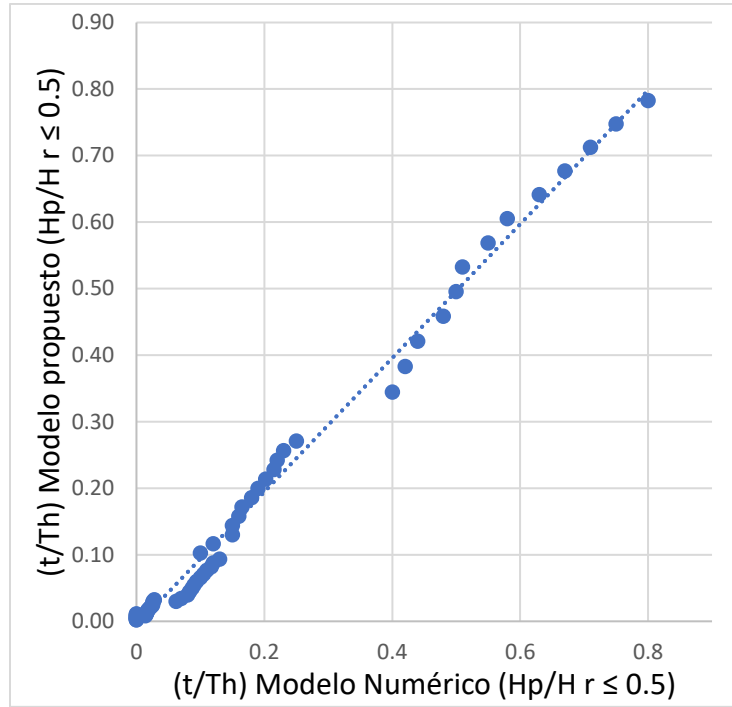


Figura 24: Comparación de tiempos adimensionales de modelo propuesto para $\Delta h = 0.25$ m con una condición de equilibrio estático ($FS=1.3$)

Ahora bien, para ejemplificar la aplicabilidad del modelo propuesto podemos considerar una cubeta de relaves de altura 5 m caracterizada por una resistencia residual no drenada de $S_u/\sigma'_v = 0.09$, en la que se busca construir un pretil de altura 5 m. A partir de la Ecuación 48 para la relación post-sísmica, se sigue que la inclinación del talud debe ser de $\tan(\theta) = 0.20$ (relación de talud de H:L=1:5) a la vez que mediante el empleo de la Ecuación 49 y Ecuación 50, se sigue que el tiempo adimensional es de $\Delta t/T_v = 0.09$. Luego, considerando un coeficiente de consolidación vertical de $0.1 \text{ m}^2/\text{d}$, se sigue que el tiempo característico de disipación de presiones de poros es $T_v = 25.3 \text{ d}$, y consiguiente, se obtiene un intervalo de tiempo entre etapas constructivas de aproximadamente $\Delta t = 2.3 \text{ d}$.

5. Conclusiones

En el presente trabajo se estudió la factibilidad técnica de la implementación de pretils para la sectorización de depósitos de relaves de cobre convencionales. Para ello se estudió analíticamente el efecto de incremento y disipación de presiones de poros de exceso debido a la construcción de los pretils, así como la deformación inducida sobre la superficie de los relaves. Estas soluciones fueron implementadas en conjunto al método de equilibrio límite en la formulación de Spencer en el Software Matlab, con el objetivo de estudiar la estabilidad post-sísmicas y estática de los pretils.

En primera instancia, el análisis se centró en evaluar la condición post sísmica, debido a que durante la licuefacción los suelos pierden resistencia al esfuerzo de corte y adoptan un comportamiento similar al de un fluido denso, cuya resistencia al corte es igual a la resistencia residual no drenada del suelo. Por otra parte, el escenario post sísmico representa la condición más crítica para la estabilidad cuando éstos son altamente susceptibles a experimentar licuefacción.

En segunda instancia se evaluó la condición estática, incorporando el incremento de presiones de poros de exceso asociados a la carga vertical impuesta por la construcción del pretil. No se consideró la ejecución de análisis pseudo-estáticos debido a que la alta susceptibilidad de licuefacción de los relaves conlleva a un rápido surgimiento de este fenómeno (licuefacción), imposibilitando así el ascenso de las ondas sísmicas, y consiguientemente, el origen de fuerzas inerciales sobre los pretils.

A partir de los resultados de las simulaciones post-sísmicas se propuso un modelo matemático que correlaciona la resistencia residual como función de la altura relativa del pretil (H_p/H_r) y la razón de talud ($\tan \theta$) que proporcionan un factor de seguridad de $FS=1.0$. Los resultados de este modelo fueron empleados para la ejecución de los análisis estáticos, con el objetivo de disminuir el número de variables independientes en las simulaciones. Así, los escenarios evaluados en los análisis estáticos también satisfacen la condición pseudo-estática.

Por otro lado, a partir de los resultados de las simulaciones estáticas se propuso un modelo matemático que permite obtener el intervalo de tiempo de construcción mínimo requerido para asegurar una disipación de presiones de poros de excesos tal que asegure la estabilidad estática del pretil. El modelo relaciona el intervalo de tiempo de construcción adimensional ($\Delta h/T_v$), la altura relativa de construcción ($\Delta h/H_r$), la altura relativa de pretil (H_p/H_r) y la razón de talud ($\tan \theta$) que proporcionan un factor de seguridad de $FS=1.3$.

De este modo, en el presente trabajo se han desarrollado y propuesto modelos matemáticos que permiten estimaciones rápidas y fiables de las características geométricas necesarias y del tiempo óptimo entre las etapas constructivas de un pretil dado un número reducido de parámetros geotécnicos. El modelo propuesto amplía el trabajo previo de Morales et al. (2023), ofreciendo una generalización que integra un conjunto más amplio de parámetros para la correlación de la resistencia residual, lo que se traduce en una herramienta menos conservadora y más ajustada con la realidad operativa, lo cual se refleja en la determinación de menores tiempos entre las etapas constructivas, especialmente para valores bajos de la altura de pretil adimensional $\left(\frac{H_p}{H_r}\right)$ y su inclinación $(\tan \theta)$.

Adicionalmente, se demostró que las deformaciones inducidas por las etapas constructivas son mínimas, del orden de milímetros a centímetros, lo que confirma que son despreciables para la ejecución de los análisis de estabilidad.

En vista de lo anterior, se confirma la viabilidad técnica de construcción de pretiles sobre relaves convencionales, donde el modelo propuesto proporciona una herramienta útil para la planificación eficaz de su diseño y, por lo tanto, para el aprovechamiento de las ventajas en cuanto al manejo del recurso hídrico que supone su implementación.

Bibliografía

- ANCOLD. (2012). *Guidelines on Tailings Dams*.
- Bhanbhro, R. (2014). *Mechanical Properties of Tailings, Basic Description of a Tailings Material from Sweden*.
- Casablanca, A. (1975). *Liquefaction and cyclic deformation of sands: a critical review*. Buenos Aires.
- Fredlund, D. G., & Krahn, J. (1977). *Comparison of slope stability methods of analysis*.
- Ministerio de Minería. (2007). *Reglamento para la aprobación de proyectos de diseño, construcción, operación y cierre de los depósitos de relaves*.
- Morales, R., & et al. (2023). *Diseño de pretilas en relaves convencionales, una alternativa para la recuperación de aguas*.
- Ortiz, R. (2018). *Incremento de la recuperación de agua desde los relaves sectorizando el tranque de relaves El Gigante*.
- Sernageomin. (2018). *Depósito de Relaves*. Obtenido de Sernageomin:
<https://www.sernageomin.cl/preguntas-frecuentes-sobre-relaves/>
- Terzaghi, K. (1943). *Theoretical soil mechanics*.
- Verruijt, A. (2009). *Theory of Consolidation, Encyclopedia of Hydrological Sciences*. John Wiley & Sons Ltd.