

**UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA**  
**Departamento de Ingeniería Comercial**

# **UNA HERRAMIENTA PARA DETECTAR ANOMALÍAS COMPETITIVAS EN SUBASTAS**

**José Alain Duardo Riquelme**  
**INGENIERIA COMERCIAL**  
**Diciembre 2024**

**UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA**  
**Departamento de Ingeniería Comercial**

**UNA HERRAMIENTA PARA DETECTAR  
ANOMALÍAS COMPETITIVAS EN SUBASTAS**

Memoria presentada por  
**José Alain Duardo Riquelme**

Como requisito para optar al Título de  
**INGENIERO COMERCIAL**

Director de Memoria: **Dr. Roberto Muñoz L**  
**Diciembre 2024**

TITULO DE MEMORIA:

**“Una herramienta para detectar anomalías competitivas en subastas”**

AUTOR:

**JOSÉ ALAIN DUARDO RIQUELME**

**TRABAJO DE MEMORIA**, presentando en cumplimiento parcial de los requisitos para el Título de Ingeniero Comercial de la Universidad Técnica Federico Santa María.

Observaciones:

---

---

Dr. Roberto Muñoz L.

Director de Memoria

Prof. María Pía Santibáñez G.

Correferente

**Santiago, Diciembre 2024**

Todo el contenido, análisis, conclusiones y opiniones vertidas en este estudio son de mi exclusiva responsabilidad.

Nombre: José Alain Duardo Riquelme

Firma: 

Fecha: 23/12/2024

## AGRADECIMIENTOS

*Quisiera comenzar expresando mi más profundo agradecimiento a mi madre, María Verónica Riquelme, por el amor incondicional que siempre me ha brindado, por su sabiduría, apoyo constante y comprensión. Su ejemplo ha sido una fuente constante de inspiración en mi vida.*

*A mi padre, por enseñarme el valor de la resiliencia, mostrándome que con voluntad y determinación puedo alcanzar cualquier meta, siempre con la frente en alto y confianza en mí mismo.*

*A mi hermano, Paulo Duardo, por iluminar los tiempos desafiantes con su alegría y por nuestras profundas conversaciones, que me han ayudado a reflexionar y entender mejor tanto el mundo como a mí mismo.*

*A mi compañera, Camila Escandar, le agradezco de todo corazón su apoyo constante durante toda mi carrera y el amor incondicional que me ha entregado a lo largo de este proceso. Ha estado a mi lado en innumerables noches de estudio, brindándome fortaleza y acompañándome en los momentos más difíciles, donde juntos encontramos la fuerza necesaria para seguir adelante.*

*Agradezco profundamente al profesor Roberto Muñoz, quien me enseñó a completar proyectos a largo plazo de manera eficiente, a organizar mi trabajo y a ser autocrítico en cada paso del proceso. Le agradezco también por confiar en mí para liderar un proyecto de tal magnitud y por ayudarme a alcanzar mi mayor potencial.*

*A la profesora María Pía Santibáñez, le agradezco profundamente por enseñarme la importancia de la humildad, inspirándome con su inteligencia y espontaneidad. Su dedicación me motivó a crecer tanto como persona como académicamente.*

*Al profesor Enzo Hernández Naves, mi gratitud por haberme ayudado a identificar aspectos clave para mejorar mi herramienta, guiándome con sus observaciones precisas y su experiencia. Además, su exigencia en el ramo Métodos Cuantitativos para los Negocios fue crucial para fortalecer mi disciplina y construir una base sólida que ha resultado invaluable en este proyecto.*

*Finalmente, me agradezco a mí mismo por haber mantenido la disciplina y el compromiso necesarios para completar esta etapa. Reconozco el esfuerzo y la dedicación que puse en cada paso, lo que me permitió superar los desafíos y lograr mis objetivos.*

## RESUMEN EJECUTIVO

Este estudio presenta el desarrollo de una herramienta, implementada mediante un código en R Studio, diseñada para evaluar si el comportamiento de un mercado de subastas específico se condice con un comportamiento presuntamente competitivo o si, por el contrario, se podría sospechar de colusión entre los postores. Basada en la metodología planteada por Bajari & Ye (2003), la herramienta aplica los tests de independencia condicional e intercambiabilidad a mercados simulados generados.

Los resultados demuestran que la herramienta identifica con éxito comportamientos colusivos, destacando las interacciones entre las firmas definidas en la simulación como parte de un anillo colusivo. Estos hallazgos sugieren que la herramienta actúa como un filtro preliminar para reducir el rango de búsqueda de comportamientos sospechosos, proporcionando un enfoque estructurado para guiar investigaciones regulatorias posteriores.

El estudio concluye que la herramienta constituye un aporte significativo para la supervisión de mercados de subastas, ofreciendo un medio práctico para promover la transparencia y facilitar la detección de posibles indicios de prácticas anticompetitivas.

## **ABSTRACT**

This study presents the development of a tool, implemented through an R Studio code, designed to evaluate whether the behavior of a specific auction market aligns with a presumed competitive behavior or, conversely, raises suspicions of collusion among bidders. Based on the methodology proposed by Bajari & Ye (2003), the tool applies conditional independence and interchangeability tests to generated simulated markets.

The results show that the tool successfully identifies collusive behaviors, highlighting interactions among firms defined in the simulation as part of a collusive ring. These findings suggest that the tool acts as a preliminary filter to narrow the range of search for suspicious behaviors, providing a structured approach to guide further regulatory investigations.

The study concludes that the tool represents a significant contribution to the oversight of auction markets, offering a practical means to promote transparency and facilitate the detection of potential signs of anti-competitive practices.

# ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN.....	10
2. ORIGEN Y PROPÓSITO DEL ESTUDIO .....	12
3. OBJETIVOS .....	13
<b>OBJETIVO GENERAL:</b> .....	<b>13</b>
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS:</b> .....	<b>13</b>
4. ALCANCE DEL ESTUDIO .....	14
5. ESTADO DEL ARTE .....	15
<b>ANTECEDENTE DEL ESTADO DEL ARTE</b> .....	<b>15</b>
<b>MARCO TEÓRICO DEL ESTADO DEL ARTE</b> .....	<b>19</b>
6. PROPUESTA METODOLÓGICA.....	20
<b>INDEPENDENCIA CONDICIONAL SEGÚN BAJARI &amp; YE (2003)</b> .....	<b>22</b>
<b>INTERCAMBIABILIDAD SEGÚN BAJARI &amp; YE (2003)</b> .....	<b>31</b>
7. APLICACIÓN METODOLÓGICA .....	35
<b>SIMULACIÓN DE DATOS</b> .....	<b>35</b>
<b>CONSTRUCCIÓN DEL MODELO NO RESTRINGIDO</b> .....	<b>37</b>
<b>PRUEBA DE INDEPENDENCIA CONDICIONAL</b> .....	<b>39</b>
<b>PRUEBA DE INTERCAMBIABILIDAD</b> .....	<b>40</b>
8. RESULTADOS.....	42
<b>RESULTADOS DEL TEST DE INDEPENDENCIA CONDICIONAL:</b> .....	<b>42</b>
<b>RESULTADOS DEL TEST DE INTERCAMBIABILIDAD</b> .....	<b>43</b>
9. CONCLUSIONES.....	46

10.	RECOMENDACIONES .....	47
11.	BIBLIOGRAFÍA .....	48

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1:	Test de Independencia Condicional – Simulación Competitiva .....	42
Tabla 2:	Test de Independencia Condicional – Simulación Colusiva.....	43
Tabla 3:	Test de Intercambiabilidad – Simulación Competitiva.....	44
Tabla 4:	Test de Intercambiabilidad – Simulación Colusiva .....	45

## ÍNDICE DE ILUSTRACIONES y FOTOGRAFÍAS

Ilustración 1:	Diagrama de conjuntos para identificar competencia versus colusión. Fuente: (Bajari & Ye, 2003, p. 7) .....	17
----------------	---	----

# 1. INTRODUCCIÓN

La colusión en subastas es un problema ampliamente documentado en diversas industrias, incluyendo las adquisiciones públicas y sectores fundamentales de la economía. Bajari & Ye (2003) destacan que los casos de manipulación de ofertas han sido objeto de investigaciones criminales en ciudades como Nueva York y Chicago, en proyectos que incluyen la construcción de escuelas públicas, reparación de puentes, remodelación de interiores y pavimentación. Uno de los casos más emblemáticos ocurrió en la industria del cemento en Nueva York durante la década de 1980, donde el crimen organizado implementó un esquema colusivo que infló considerablemente los costos de construcción, posicionando al concreto vertido como el más costoso del país. Estos ejemplos subrayan la necesidad de contar con herramientas eficientes y prácticas que permitan a las autoridades reguladoras identificar y mitigar la colusión en subastas, contribuyendo así a la reducción de precios y al mejoramiento de la eficiencia en diversos sectores industriales.

En el ámbito académico, la colusión en subastas ha sido objeto de estudio por varias décadas. Baldwin *et al.* (1997) analizan este fenómeno en las subastas de bienes públicos, como las ventas de madera organizadas por el Servicio Forestal de los Estados Unidos. Según estos autores, aunque el problema de la colusión ha sido reconocido durante mucho tiempo, las condenas por este tipo de prácticas han sido limitadas, lo que subraya la dificultad de detectar este comportamiento, pese a su impacto negativo en la eficiencia del mercado.

Varian (2010) complementa esta visión al señalar que la colusión permite a los postores obtener resultados más favorables que aquellos que se lograrían en un entorno competitivo, afectando así la eficiencia de los mecanismos de subasta. En este tipo de situaciones, los postores pueden coordinar sus ofertas para que uno de los participantes adquiera el bien subastado a un precio inferior, mientras los demás realizan ofertas ficticias o simplemente no participan activamente, distorsionando de esta manera el proceso competitivo.

En el análisis de subastas, se pueden distinguir dos dimensiones importantes de la competencia: la "competencia por la cancha" y la "competencia en la cancha". La "competencia por la cancha" abarca las reglas, requisitos de participación y barreras de entrada que determinan quiénes pueden acceder al mercado. La "competencia en la cancha" se refiere a las interacciones y estrategias de los postores al presentar sus ofertas.

Uno de los aspectos que permite la identificación de posibles prácticas colusivas en subastas es la existencia de un registro de todas las ofertas presentadas, no solo de la oferta ganadora. Esta información detallada permite un análisis profundo del

comportamiento de los postores, proporcionando una base de datos valiosa para evaluar si existe coordinación entre ellos. A diferencia de otros mercados donde solo se conoce el precio final, esta disponibilidad de información facilita la detección de patrones anómalos que podrían ser indicativos de prácticas colusivas.

Bajari & Ye (2003) señalan que las subastas, incluso en situaciones donde se busca promover la competencia, presentan elementos que distorsionan el proceso competitivo, como la correlación entre las ofertas. Esta situación genera una falsa apariencia de competencia y erosiona la competitividad del mercado. La competencia en subastas, por lo tanto, se caracteriza frecuentemente por ser imperfecta, lo que favorece la aparición de colusión.

Varian (2010) también señala que, en mercados con competencia imperfecta, los participantes pueden ejercer cierto poder de mercado, lo que les permite influir en los precios y las cantidades ofrecidas. Esto representa una desviación significativa del modelo de competencia perfecta, en el cual las fuerzas del mercado deberían determinar los precios de manera natural.

En este estudio se desarrollará y validará una herramienta diseñada para evaluar si las subastas reflejan un comportamiento presuntamente competitivo o, por el contrario, si existen indicios de posibles prácticas colusivas, siguiendo los lineamientos metodológicos de Bajari & Ye (2003). Estos autores plantean tests que permiten analizar si los datos de las subastas son consistentes con un entorno presuntamente competitivo o si, por el contrario, sugieren anomalías competitivas. Como parte de este desarrollo, se evaluarán las condiciones necesarias para un mercado presuntamente competitivo, analizando el comportamiento de los postores y determinando si las dinámicas observadas en las subastas son consistentes con dicho entorno. En caso de que estas condiciones sean rechazadas, el estudio aportará evidencia que justifique investigaciones adicionales sobre la posible existencia de colusión.

A modo de metáfora, el comportamiento competitivo en el mercado de subastas puede compararse con la luz, mientras que la colusión representaría la oscuridad. Así como un espacio no puede estar simultáneamente iluminado y en completa oscuridad, una firma no puede actuar de manera competitiva y coludida al mismo tiempo en una subasta. La herramienta desarrollada en este estudio tiene como objetivo identificar la presencia de luz, es decir, presunta competencia, en un entorno determinado. Si esta luz no es claramente perceptible, podría plantearse la posibilidad de oscuridad, o colusión, en dicho mercado.

Para lograrlo, se simularán escenarios de competencia y colusión con el fin de identificar dichas anomalías. Se utilizará un enfoque econométrico para analizar las ofertas, evaluando cómo las asimetrías en los costos privados de los postores y las identidades de las firmas afectan las ofertas presentadas. Esta herramienta podrá ser aplicada en futuros estudios o investigaciones sobre mercados reales, proporcionando a las autoridades reguladoras una metodología que facilite la

identificación de posibles prácticas colusivas en subastas, contribuyendo así al entendimiento de las dinámicas de mercado y los efectos de prácticas anticompetitivas.

## **2. ORIGEN Y PROPÓSITO DEL ESTUDIO**

Este estudio surge de la necesidad de desarrollar herramientas que permitan sospechar de manera más rigurosa y fundamentada sobre la existencia de colusión en determinados mercados. Tradicionalmente, las entidades encargadas de detectar prácticas anticompetitivas se han enfrentado al desafío de basar sus investigaciones en indicios o patrones poco estructurados, lo que podría asemejarse a "apuntar con el dedo" sin un respaldo técnico suficiente. Sin embargo, la naturaleza cada vez más sofisticada de las prácticas colusivas requiere enfoques más precisos y basados en evidencia cuantitativa para optimizar los esfuerzos regulatorios.

La herramienta que se propone en este estudio tiene como objetivo facilitar la identificación de patrones sospechosos en los comportamientos de las firmas participantes en subastas, permitiendo a los organismos de control maximizar la eficiencia en el uso de sus recursos. Al detectar con mayor precisión las prácticas colusivas, no solo se mejora la capacidad para sancionar a las empresas involucradas, sino que también se genera un efecto disuasivo significativo. Este aumento en la probabilidad de detección y sanción puede desincentivar a las empresas de participar en acuerdos colusivos, dado el mayor riesgo que esto implicaría para su reputación y estabilidad financiera.

Desde una perspectiva económica, la colusión tiene efectos dañinos tanto en los mercados como en los consumidores, al generar precios artificialmente altos y limitar la competencia efectiva. Por lo tanto, una herramienta como la propuesta, basada en principios sólidos de la teoría de juegos y la econometría, tiene el potencial de mejorar la eficiencia de las entidades reguladoras y en última instancia, promover un entorno de mercado más competitivo. Al dotar a estas instituciones con mejores métodos de análisis y detección, se fortalecen las barreras contra prácticas colusivas, lo que resulta en una asignación más eficiente de los recursos y en un beneficio directo para el bienestar general de la economía.

### **3. OBJETIVOS**

#### **OBJETIVO GENERAL:**

Desarrollar una herramienta que permita evaluar si el comportamiento de los postores en subastas es presuntamente competitivo. En caso de no serlo, discutir la posible existencia de prácticas colusivas.

#### **OBJETIVOS ESPECÍFICOS:**

1. Simular datos para mercados competitivo y colusivo en R Studio, diseñando bases de datos que contemplen variables relevantes, con el propósito de replicar escenarios realistas en subastas.
2. Aplicar la herramienta desarrollada sobre los datos simulados, implementando las pruebas de independencia condicional e intercambiabilidad propuestas por Bajari & Ye (2003), con el fin de evaluar patrones en las ofertas que puedan sugerir anomalías competitivas.
3. Analizar los resultados obtenidos con la herramienta en R Studio, comparando los escenarios competitivo y colusivo para identificar diferencias significativas en las dinámicas observadas. Asimismo, evaluar la efectividad de la herramienta en la detección de posibles señales de colusión en mercados simulados.

## 4. ALCANCE DEL ESTUDIO

El presente trabajo tiene un alcance explicativo y se centrará en el desarrollo y validación de una herramienta para evaluar si el comportamiento de las firmas en un mercado de subasta determinado y simulado se alinea con las condiciones de un mercado presuntamente competitivo, según lo descrito por Bajari & Ye (2003).

Lo fundamental de la herramienta desarrollada radica en su capacidad para representar la distribución de las ofertas entre los participantes. Este estudio se enfoca en su aplicación a subastas de primer precio, al igual que lo hacen Bajari & Ye (2003) en su enfoque metodológico. Aunque la herramienta tiene el potencial de ser utilizada en otros formatos de subasta, este trabajo se limita a las subastas de primer precio, dejando para futuros estudios la posibilidad de explorar su efectividad en otros contextos.

Se utilizará una metodología econométrica para analizar cómo ciertas variables explicativas, representativas de los costos privados y las identidades de los postores influyen en las ofertas presentadas, evaluando además cómo estos factores podrían ser indicativos de prácticas colusivas. Todo esto estará basado en la propuesta metodológica desarrollada por Bajari & Ye (2003).

El estudio se llevará a cabo en entornos simulados que recrearán subastas competitivas y colusivas para analizar los comportamientos de los postores en estos contextos. Las variables y datos utilizados incluirán las ofertas simuladas por los competidores, las variables explicativas relacionadas con los costos privados estimados, las identidades de los postores y los periodos simulados de subastas en los que se realizaron las ofertas.

La metodología aplicada incluirá el análisis de las características específicas del proyecto o producto subastado. Posteriormente, se aplicará la prueba de independencia condicional para verificar si las ofertas ajustadas son independientes entre sí, después de considerar los costos representados por las variables explicativas. Además, se implementará una prueba de intercambiabilidad para analizar si las ofertas están influenciadas por la identidad de los postores, más allá de lo que justificarían dichas variables. Todas estas etapas del análisis se realizarán utilizando las capacidades estadísticas de R Studio y siguiendo de manera estricta la metodología propuesta por Bajari & Ye (2003).

El enfoque excluye factores propios de las licitaciones, como la calidad del servicio o los criterios de selección diferentes al precio. Tampoco se incluirán subastas con mecanismos distintos a los abordados en la metodología, ya que esta está diseñada específicamente para analizar si el comportamiento de un grupo específico de firmas corresponde a un comportamiento presuntamente competitivo o, en su defecto, identificar sospechas de colusión.

## 5. ESTADO DEL ARTE

### ANTECEDENTE DEL ESTADO DEL ARTE

El estudio de la colusión en subastas ha sido un campo de creciente interés en la economía, especialmente debido al impacto que estas prácticas pueden tener en la eficiencia del mercado y en la competencia. A lo largo de los años, diferentes enfoques metodológicos han sido propuestos para detectar y analizar la colusión en subastas. A continuación, se revisan algunos de los trabajos más relevantes en este campo, destacando sus contribuciones y limitaciones.

- **Bidder Collusion at Forest Service Timber Sales (Baldwin *et al.*, 1997)**

El estudio realizado por Baldwin *et al.* (1997) es una referencia fundamental en el análisis empírico de la colusión en subastas. Este trabajo se centra en la colusión entre postores en las subastas de ventas de madera organizadas por el Servicio Forestal de los Estados Unidos durante la década de 1970, un contexto en el que la colusión se convirtió en un problema significativo debido a las distorsiones de precios y la manipulación del proceso competitivo.

Uno de los principales avances de este estudio radica en la aplicación de un modelo empírico detallado para identificar y evaluar la colusión entre los postores. Baldwin *et al.* (1997) utilizaron datos de subastas para desarrollar un enfoque econométrico que controla rigurosamente las condiciones de oferta y demanda. Esto les permitió identificar patrones anómalos en las ofertas que podrían ser indicativos de comportamientos colusivos. En concreto, su modelo evaluó cómo los postores coordinaban sus ofertas para manipular los precios, logrando así adquirir los bienes subastados a precios más bajos de lo que sería posible en un entorno competitivo.

El enfoque metodológico adoptado por Baldwin *et al.* (1997) es notable por su capacidad para capturar tanto la colusión explícita como la tácita. Este último tipo de colusión es particularmente difícil de detectar, ya que no implica acuerdos formales entre los postores, sino un entendimiento implícito de cómo deben comportarse para maximizar sus beneficios conjuntos sin necesidad de comunicación directa. Los autores aplicaron técnicas de análisis econométrico, como la regresión y el análisis de varianza, para determinar si las ofertas presentadas en las subastas seguían un patrón que no podía explicarse únicamente por factores competitivos normales, como los costos o las condiciones del mercado.

Además, Baldwin *et al.* (1997) demostraron cómo la estructura del mercado y las características específicas de los bienes subastados pueden influir en la probabilidad de que se formen acuerdos colusivos. Por ejemplo, encontraron que en mercados con menor número de participantes o donde los bienes subastados eran relativamente homogéneos, la colusión era más probable. Este hallazgo es crucial para entender cómo y cuándo los postores podrían verse incentivados a

coludirse, además, ha sido un punto de partida para investigaciones posteriores que buscan diseñar mecanismos de subasta más robustos frente a la colusión.

El trabajo de Baldwin *et al.* (1997) ha sido pionero en la integración de métodos empíricos para el análisis de la colusión en subastas y su enfoque ha sido adoptado por investigadores que estudian la colusión en una variedad de contextos, desde contratos de construcción hasta la concesión de recursos naturales. Su contribución al campo ha sido instrumental en la creación de políticas públicas más efectivas para prevenir la colusión y proteger la competencia en los mercados de subastas.

- **Deciding Between Competition and Collusion (Bajari & Ye, 2003)**

En su análisis sobre la detección de colusión en subastas, Bajari & Ye (2003) describen un conjunto de condiciones que, al cumplirse, son consistentes con un comportamiento competitivo en el proceso de subasta. Estas condiciones, numeradas de A1 a A5, son cruciales para identificar si un escenario es consistente con la competencia o si, por el contrario, se puede sospechar la existencia de colusión.

- 1. Condición A1 - Independencia Condicional de las Ofertas:** Esta condición establece que, dadas ciertas variables observables ( $z$ ) (como los costos o características del bien subastado), las ofertas de dos postores diferentes deben ser independientes entre sí. Esto significa que la oferta de un postor no debe influir en la oferta de otro cuando se controlan estas variables. La independencia condicional es clave para asegurar que no hay coordinación entre los postores y que sus decisiones de oferta son autónomas.
- 2. Condición A2 - Soporte de Distribuciones Idéntico:** Esta condición requiere que el rango de posibles ofertas sea idéntico para todos los postores. En otras palabras, todos los postores deben tener la misma capacidad de realizar ofertas dentro del mismo rango de precios. Esto garantiza que las asimetrías en los costos no distorsionen el proceso competitivo y que todos los postores puedan participar en igualdad de condiciones. Un soporte único que satisface la condición A2 puede construirse de manera práctica como la unión de los soportes individuales de todos los postores. Este enfoque asegura que, independientemente de los costos individuales, todos los postores pueden participar dentro del mismo rango de precios posible, cumpliendo con la igualdad de condiciones en el proceso competitivo.
- 3. Condición A3 - Intercambiabilidad:** Bajo esta condición, la distribución de las ofertas en equilibrio debe ser intercambiable. Esto significa que si intercambiamos los costos entre dos postores, las ofertas que realizan esos postores también deberían intercambiarse de manera correspondiente. La intercambiabilidad asegura que las ofertas no están influenciadas por la

identidad específica de los postores, sino que reflejan de manera consistente los costos subyacentes de cada uno.

4. **Condición A4 - Monotonía de las Funciones de Oferta:** Esta condición establece que las funciones de oferta deben ser estrictamente monótonas. Es decir, si aumenta el costo de un postor, su oferta también debe aumentar. La función de oferta debe reflejar este comportamiento de manera que las ofertas respondan adecuadamente a los cambios en los costos.
5. **Condición A5 - Condiciones de Frontera:** Esta condición establece que, en los extremos del rango de las ofertas posibles, las funciones de oferta deben corresponder exactamente a los valores límite de los costos privados de los postores. Es decir, cuando un postor se encuentra en el límite inferior o superior del rango de costos posibles, su oferta debería reflejar directamente estos valores. Esto es fundamental para asegurar que las ofertas sean consistentes con las restricciones económicas inherentes al modelo.

Estas condiciones forman un marco riguroso para evaluar si las ofertas en una subasta se alinean con un escenario presuntamente competitivo o si, por el contrario, podrían estar sugiriendo indicios de colusión. Sin embargo, Bajari & Ye (2003) también señalan que, aun si todas estas condiciones no permiten rechazar un comportamiento competitivo, la posibilidad de colusión no puede descartarse completamente. Este punto se ilustra en la Ilustración 1 del presente estudio, extraída de la Figura 1 del artículo planteado por Bajari & Ye (2003), donde se muestra que un escenario competitivo podría presentar elementos que, bajo ciertas circunstancias, no descartan la presencia de colusión, mientras que el incumplimiento de alguna de estas condiciones sugiere un comportamiento potencialmente colusivo.

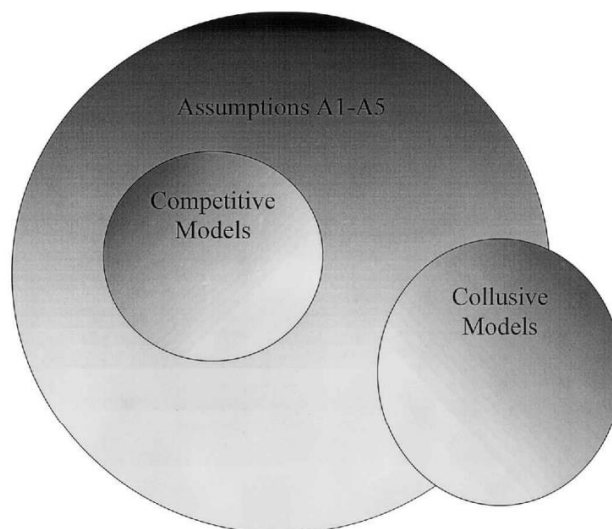


Ilustración 1: Diagrama de conjuntos para identificar competencia versus colusión. Fuente: (Bajari & Ye, 2003, p. 7)

El trabajo de Baldwin *et al.* (1997) proporciona una base sólida para el análisis empírico de la colusión en subastas, especialmente en contextos donde la manipulación de precios es un riesgo significativo. Este estudio sentó las bases para investigaciones posteriores, como la de Bajari & Ye (2003), que avanzaron en la formalización de las condiciones necesarias para identificar un comportamiento competitivo en las subastas. Mientras que Baldwin *et al.* (1997) se enfocaron en un análisis más aplicado y específico, Bajari & Ye (2003) se concentraron en detectar la colusión en distintos mercados.

- **Detecting Large-Scale Collusion in Procurement Auctions (Kawai & Nakabayashi, 2022)**

El estudio realizado por Kawai y Nakabayashi (2022) explora la efectividad de diferentes métodos econométricos para detectar colusión en subastas públicas, con un enfoque específico en los mecanismos de licitación en Japón. Los autores emplean un conjunto de datos detallados de subastas de construcción y contratos públicos, aplicando modelos econométricos avanzados que permiten identificar patrones anómalos en las ofertas que podrían sugerir comportamientos colusivos.

Uno de los principales aportes de este estudio es la adaptación de técnicas econométricas clásicas a contextos modernos, incorporando variables que capturan la asimetría de información entre los postores. En particular, Kawai y Nakabayashi (2022) se enfocan en cómo los grupos de empresas podrían coordinar sus ofertas para manipular los resultados de las subastas a su favor, incluso cuando el número de participantes es elevado y las condiciones parecen competitivas a simple vista.

El estudio también destaca la importancia de la supervisión constante en los mercados de subastas, proponiendo mejoras en las políticas de detección de colusión. Estas sugerencias se basan en la identificación de señales específicas en los datos que podrían ser indicativas de comportamientos anticompetitivos, como patrones de ofertas sorprendentemente similares o la repetida ausencia de ciertas empresas en licitaciones que, bajo condiciones competitivas, serían de interés para ellas.

Aunque no introduce un enfoque completamente nuevo, el trabajo de Kawai y Nakabayashi (2022) refuerza la importancia de adaptar las herramientas de detección de colusión a las dinámicas cambiantes del mercado, aportando un marco práctico para la implementación de políticas más eficaces en la prevención de estas prácticas. En este sentido, su estudio representa un avance significativo en la literatura actual sobre la detección de colusión en subastas, al actualizar y refinar los modelos econométricos existentes para enfrentar los desafíos contemporáneos y las nuevas dinámicas del mercado.

## **MARCO TEÓRICO DEL ESTADO DEL ARTE**

Este estudio se fundamenta en la metodología desarrollada por Bajari & Ye (2003), donde se establece un enfoque riguroso para detectar la colusión en subastas. Bajari & Ye (2003) presentan un modelo teórico que combina elementos de teoría de juegos y econometría, proporcionando las bases para identificar comportamientos colusivos en diferentes mercados.

Con base en este marco teórico, se desarrollará una herramienta práctica mediante un código en R Studio que evaluará la alineación de las subastas con un comportamiento presuntamente competitivo en entornos simulados. Este código seguirá los principios y la metodología establecida por Bajari & Ye (2003) y se aplicará en la evaluación de escenarios simulados que recrean mercados con comportamientos tanto competitivos como colusivos. A través de estas simulaciones, se demostrará la utilidad de esta herramienta para generar sospechas de colusión en un contexto controlado y teóricamente fundamentado.

El aporte de este estudio consiste en la implementación práctica de los conceptos teóricos de Bajari & Ye (2003), permitiendo una evaluación automatizada de la colusión en subastas simuladas. Además, se destaca que esta herramienta, desarrollada y probada en entornos simulados, tendrá un valor significativo para su futura aplicación en entornos reales, lo cual será de gran utilidad para economistas y analistas interesados en detectar comportamientos colusivos en mercados reales.

Este marco teórico se fundamenta en la solidez metodológica de Bajari & Ye (2003), adaptándola para el desarrollo de una herramienta que permitirá evaluar si las subastas en estos entornos simulados coinciden con un comportamiento presuntamente competitivo. Esto facilita su evaluación tanto en la práctica como de forma empírica, abriendo la puerta para su aplicación en casos reales.

## 6. PROPUESTA METODOLÓGICA

El análisis de colusión en mercados de subastas es un desafío fundamental en el estudio de la competencia. Para abordar este problema, se empleará una metodología basada en el trabajo de Bajari & Ye (2003), que establece un marco teórico para detectar la sospecha de colusión mediante pruebas rigurosas de independencia condicional y de intercambiabilidad de las ofertas.

La independencia condicional (Condición A1 según Bajari & Ye, 2003) es un concepto central para evaluar si las ofertas de los postores en una subasta son independientes entre sí, después de controlar por las variables relevantes del mercado. Si las ofertas están correlacionadas más allá de lo que explican estas variables, es posible que se esté presentando una sospecha de colusión.

En mercados competitivos, las ofertas de los postores deben ser independientes una vez que se han controlado variables explicativas que influyen en los costos y en las estrategias de los participantes. Una de estas variables es la distancia logarítmica al proyecto, que mide la distancia entre la ubicación de la firma y el lugar donde se realizará el proyecto. Este factor representa los costos de transporte o desplazamiento necesarios para la ejecución del proyecto. Otra variable es la capacidad en uso de la firma, que refleja el nivel de capacidad que la firma está utilizando en el momento de la subasta, considerando los proyectos adjudicados previamente. Este indicador permite identificar cómo la disponibilidad de recursos puede influir en las estrategias de oferta de las firmas.

Además, se incluye la concentración previa de actividad, que mide el porcentaje del volumen de trabajo realizado por una firma en la región donde se encuentra el proyecto antes de la subasta. Esta variable da cuenta de la actividad histórica de la firma en esa área geográfica y su potencial influencia en las ofertas. Por último, se considera el porcentaje máximo de capacidad libre entre los rivales, que representa la capacidad disponible más alta entre las firmas competidoras en la subasta, excluyendo a la firma evaluada. Este indicador no solo refleja el nivel de competencia presente en la subasta, sino que también evidencia que la oferta de un postor depende, en parte, de las cualidades de sus competidores, ya que un alto nivel de capacidad libre entre rivales puede intensificar la presión competitiva y afectar las estrategias de oferta.

Sin embargo, es importante aclarar que estos mercados no son perfectamente competitivos, ya que, en la práctica, las subastas presentan condiciones de competencia imperfecta. Según Bajari & Ye (2003), incluso en mercados que parecen ser competitivos, la existencia de asimetrías entre los postores, barreras de entrada o comportamientos estratégicos pueden distorsionar el proceso competitivo, lo que impide que las ofertas sean completamente independientes.

Si los residuos de las ofertas entre firmas presentan correlación significativa, esto podría indicar una posible coordinación entre los postores para manipular el proceso de oferta. Dicho comportamiento sería inconsistente con la independencia condicional, la cual, como explican Bajari & Ye (2003), es un supuesto fundamental bajo condiciones de competencia. Por lo tanto, la presencia de esta correlación puede utilizarse como un indicador inicial para sospechar de prácticas colusivas y justificar la aplicación de pruebas adicionales.

La intercambiabilidad (Condición A3 según Bajari & Ye, 2003) establece que las ofertas deben depender únicamente de los costos subyacentes de las firmas y no de la identidad de los competidores. En otras palabras, las identidades de los postores no deben influir en la oferta presentada. Si al intercambiar los costos de dos firmas también se intercambian sus ofertas, esto sería coherente con un comportamiento presuntamente competitivo. Sin embargo, cuando hay colusión, las firmas evitan competir agresivamente entre sí, lo que resulta en una violación de esta condición.

Para abordar el problema de la heterocedasticidad en las ofertas, es necesario normalizarlas. La heterocedasticidad ocurre cuando la varianza de los errores no es constante a lo largo de las observaciones, lo que podría distorsionar los resultados del análisis. En el caso de las subastas, esta variabilidad puede estar relacionada con la magnitud de las ofertas y las características del proyecto, haciendo que las comparaciones entre subastas sean imprecisas.

Para corregir esto, se ajustarán las ofertas utilizando un proceso de normalización que toma como referencia una estimación de costos proporcionada por un especialista ingeniero. Este valor de referencia actúa como un estándar que permitirá comparar las ofertas en igualdad de condiciones, eliminando el impacto de la heterocedasticidad. Al normalizar las ofertas, se podrá realizar un análisis más preciso, donde las diferencias observadas reflejen las verdaderas estrategias de las firmas en lugar de estar influenciadas por la variabilidad inherente a los datos.

Las variables explicativas en el modelo tienen un papel relevante para capturar las asimetrías entre los postores. En el ejemplo de Bajari & Ye (2003), variables como la distancia logarítmica al proyecto (*LDIST*) y la capacidad utilizada de las firmas (*CAP*) influyen directamente en los costos y por ende, en las ofertas presentadas. Estas variables se utilizarán para explicar la variación en las ofertas observadas y se incluirán en las regresiones lineales como variables independientes. Al analizar cómo estas variables impactan en las ofertas, se podrá determinar si existen diferencias significativas que justifiquen la variación en las mismas o si, por el contrario, las firmas presentan patrones de comportamiento que sugieran coordinación en sus ofertas, indicando la posibilidad de colusión.

En la propuesta metodológica se utilizarán dos pruebas principales: prueba de independencia condicional y prueba de intercambiabilidad. Estas pruebas corresponden a las condiciones A1 y A3 definidas por Bajari & Ye (2003) y se

aplicarán sobre los datos de subastas, considerando tanto las firmas más grandes como las pequeñas. La violación de alguna de estas condiciones será un indicativo de sospecha de colusión en el mercado.

## **INDEPENDENCIA CONDICIONAL SEGÚN BAJARI & YE (2003)**

La independencia condicional es un aspecto fundamental dentro de la metodología utilizada para detectar colusión en subastas. En un mercado competitivo, las ofertas de diferentes firmas deberían ser independientes entre sí una vez que se han controlado las variables relevantes que podrían influir en las decisiones de oferta.

El test de independencia condicional se aplicará por pares de firmas entre las más grandes.

### ***Paso 1: Normalización de las Ofertas***

El primer paso en la metodología es normalizar las ofertas para reducir la heterocedasticidad. En este contexto, se utiliza la estimación del ingeniero como un valor de referencia para las ofertas de cada subasta. La oferta presentada por la firma  $i$  en la subasta  $t$ ,  $BID_{i,t}$ , se normaliza dividiendo cada oferta por la estimación del ingeniero  $EST_{i,t}$ . Esto se expresa como:

$$\frac{BID_{i,t}}{EST_t}$$

Donde:

- $BID_{i,t}$ , representa la oferta presentada por la firma  $i$  en la subasta  $t$ ,
- $EST_t$  es el estimado del ingeniero para la subasta  $t$  (nótese que no depende de  $i$ ).

Esta normalización permite comparar las ofertas de diferentes firmas en una misma subasta, ajustando por el tamaño del proyecto o el valor subastado.

A continuación, las ofertas normalizadas se ajustan mediante una regresión que controla por factores observables que pueden influir en las decisiones de oferta. Estos factores incluyen la distancia logarítmica desde la ubicación de la firma al proyecto ( $LDIST$ ), la capacidad en uso de la firma ( $CAP$ ) y otras características relevantes para el análisis, como la distancia logarítmica mínima entre los rivales ( $LMDIST$ ), la capacidad máxima entre los rivales ( $MAXP$ ) y la concentración de actividad de la firma en el estado donde se encuentra el proyecto ( $CON$ ). En adelante, nos referiremos a estos factores observables como variables explicativas.

De acuerdo con Bajari & Ye (2003), se utilizan las ecuaciones 28 y 29 de su estudio para calcular la independencia condicional diferenciando entre las firmas grandes y pequeñas. Cabe señalar que, en el presente estudio, la Ecuación 28 de Bajari & Ye (2003) corresponde a la [Ecuación 1](#), mientras que la Ecuación 29 de Bajari & Ye (2003) corresponde a la [Ecuación 2](#).

**Para las Firmas Grandes:**

$$\frac{BID_{i,t}}{EST_t} = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}LDIST_{i,t} + \beta_{2,i}CAP_{i,t} + \beta_{3,i}MAXP_{i,t} + \beta_{4,i}LMDIST_{i,t} + \beta_{5}CON_{i,t} + \gamma_t\varphi_t + \epsilon_{i,t} \quad (1)$$

**Para las Firmas Pequeñas:**

$$\frac{BID_{i,t}}{EST_t} = \alpha_0 + \alpha_1LDIST_{i,t} + \alpha_2CAP_{i,t} + \alpha_3MAXP_{i,t} + \alpha_4LMDIST_{i,t} + \alpha_5CON_{i,t} + \gamma_t\varphi_t + \epsilon_{i,t} \quad (2)$$

- $\beta_{1,i}, \beta_{2,i}, \beta_{3,i}, \beta_{4,i}$  son los coeficientes que capturan la influencia de cada variable explicativa de las firmas grandes. Este coeficiente varía según el postor.
- $\beta_5$  Es el coeficiente que captura la influencia de la variable explicativa  $CON_{i,t}$  para las firmas grandes, este no depende del postor.
- $\epsilon_{i,t}$  es el término de error o residuo, que representa la parte de la oferta que no está explicada por los factores controlados.
- $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$  son los coeficientes que capturan la influencia de cada variable explicativa de las firmas pequeñas.
- $\varphi_t$  es una dummy correspondiente a cada licitación.

**MODELO COMPLETO**

En este estudio, lo que denominamos modelo completo corresponde a una representación formal del modelo no restringido descrito en el *paper* de Bajari & Ye (2003). Este modelo incluye tanto a las firmas grandes como a las firmas pequeñas dentro de un único esquema analítico y se plantea de manera matricial para capturar de forma precisa las interacciones relevantes entre firmas y subastas. Además de las variables explicativas, el modelo incorpora dummies (efectos fijos) que permiten considerar características específicas de cada firma y de cada subasta. Al organizar las variables explicativas, las dummies, los coeficientes y los errores en un sistema

de ecuaciones integrado, el modelo completo proporciona una visión detallada y estructurada del análisis, facilitando su entendimiento.

Las firmas grandes se modelan mediante variables explicativas diferenciadas por firma y cuentan con dummies específicas, que son variables binarias que toman el valor de 1 si una observación corresponde a una firma en particular y 0 en caso contrario. Por otro lado, las firmas pequeñas están representadas de manera agrupada, sin una diferenciación individual en las variables explicativas ni en las dummies. El modelo también incorpora dummies asociadas a cada subasta, las cuales indican si una observación pertenece a una subasta específica.

Este enfoque permite capturar el comportamiento conjunto de todas las firmas, proporcionando una visión unificada y coherente del análisis.

Una buena manera de comprender la construcción del modelo no restringido es hacerlo de manera matricial, siguiendo la estructura  $y = X\beta + \epsilon$ , donde  $y$  representa el vector de la variable dependiente (ofertas ajustadas),  $X$  es la matriz de variables explicativas y dummies,  $\beta$  es el vector de coeficientes asociados a cada variable explicativa y  $\epsilon$  es el vector de errores o residuos del modelo. Esta representación matricial permite una visión formal y estructurada del modelo, facilitando el análisis y la implementación en un marco generalizado.

Primero, planteamos un vector  $y$  ([Ecuación 3](#)) que contiene las ofertas ajustadas, las cuales corresponden a la variable dependiente del modelo. Estas ofertas se construyen organizando los valores presentados por cada firma en cada subasta, normalizados según los estimadores de costos correspondientes. La normalización se realiza mediante la relación  $\frac{BID_{i,t}}{EST_t}$ , donde  $BID_{i,t}$  representa la oferta presentada por una firma en una subasta específica y  $EST_t$  es la estimación del costo realizada por el ingeniero para la subasta correspondiente. Los números indicados como subíndices  $(i, t)$  en las ecuaciones representan las combinaciones específicas de firma  $(i)$  y subasta  $(t)$ , identificando a qué firma y subasta pertenece cada observación en el vector.

(3)

$$y = \begin{bmatrix} \text{BID}_{1,1}/\text{EST}_1 \\ \vdots \\ \text{BID}_{1,120}/\text{EST}_{120} \\ \text{BID}_{2,1}/\text{EST}_1 \\ \vdots \\ \text{BID}_{2,120}/\text{EST}_{120} \\ \vdots \\ \text{BID}_{11,1}/\text{EST}_1 \\ \vdots \\ \text{BID}_{11,120}/\text{EST}_{120} \\ \text{BID}_{12,1}/\text{EST}_1 \\ \vdots \\ \text{BID}_{12,120}/\text{EST}_{120} \\ \vdots \\ \text{BID}_{20,1}/\text{EST}_1 \\ \vdots \\ \text{BID}_{20,120}/\text{EST}_{120} \end{bmatrix}$$

Luego, planteamos la matriz  $X$  ([Ecuación 4](#)), que contiene las variables explicativas de cada firma y cada subasta. Para efectos de la ilustración, supondremos que las primeras 11 firmas corresponden a las firmas más grandes. En este ejemplo, solo se incluye una variable explicativa,  $LDIST$ , con el objetivo de simplificar la representación. Además, para simplificar el ejemplo, no se han agregado aún las dummies por firma ni por subasta, aunque en la estructura final del modelo completo estas agrupaciones de dummies deben estar incluidas entre las variables independientes. La estructura de  $X$  se presenta de la siguiente manera:

(4)

$$X = \begin{bmatrix} \text{LDIST}_{1,1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots \\ \text{LDIST}_{1,120} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \text{LDIST}_{2,1} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots \\ 0 & \text{LDIST}_{2,120} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \text{LDIST}_{3,1} & \dots & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots \\ 0 & 0 & \text{LDIST}_{3,120} & \dots & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \text{LDIST}_{11,1} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \vdots & \vdots & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \text{LDIST}_{11,120} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \text{LDIST}_{12,1} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \text{LDIST}_{12,120} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \text{LDIST}_{20,1} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \text{LDIST}_{20,120} & \dots \end{bmatrix}$$

Para complementar la matriz  $X$ , se presenta a continuación la matriz  $X_{Fixed\ Effects}$  ([Ecuación 5](#)) que representa una extensión de  $X$  y contiene únicamente las dummies necesarias para capturar los efectos fijos de cada firma grande y de cada subasta.

(5)

$$X_{Fixed\ Effects} = \begin{bmatrix} \text{D\_firm}_1 & \text{D\_firm}_2 & \dots & \text{D\_firm}_{11} & \text{D\_sub}_1 & \text{D\_sub}_2 & \dots & \text{D\_sub}_{120} \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Para representar los coeficientes de cada variable en el modelo, construimos el vector  $\beta$  (Ecuación 6), el cual incluye los coeficientes específicos para la variable explicativa  $LDIST$  de cada firma grande, un coeficiente común para las firmas pequeñas y los coeficientes asociados a las dummies de efectos fijos por firma y subasta. En este ejemplo, estamos considerando solo  $LDIST$  como la variable explicativa para expresar, representar y explicar el modelo. Sin embargo, en un modelo general, deben incluirse los coeficientes de todas las variables explicativas que se deseen agregar, ajustando la estructura del vector  $\beta$  según corresponda. Esta organización permite capturar el efecto diferencial de cada firma y cada subasta en las observaciones, proporcionando una representación completa de los parámetros que afectan las ofertas ajustadas.

(6)

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_{1,LDIST} \\ \beta_{2,LDIST} \\ \vdots \\ \beta_{11,LDIST} \\ \beta_{small,LDIST} \\ \beta_{D\_firm}^{(1)} \\ \beta_{D\_firm}^{(2)} \\ \vdots \\ \beta_{D\_firm}^{(11)} \\ \beta_{D\_sub}^{(1)} \\ \beta_{D\_sub}^{(2)} \\ \vdots \\ \beta_{D\_sub}^{(120)} \end{bmatrix}$$

Finalmente, se define el vector de errores  $\epsilon$  (Ecuación 7), que contiene las desviaciones de las observaciones reales respecto a las predicciones generadas por el modelo. Cada entrada en  $\epsilon$  representa un error específico para cada combinación de firma y subasta, asegurando que cada observación esté correctamente reflejada en el análisis. Este vector permite evaluar la precisión del modelo y analizar la variabilidad no explicada por las variables incluidas.

(7)

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_{1,1} \\ \epsilon_{1,2} \\ \vdots \\ \epsilon_{1,120} \\ \epsilon_{2,1} \\ \epsilon_{2,2} \\ \vdots \\ \epsilon_{2,120} \\ \vdots \\ \epsilon_{11,1} \\ \epsilon_{11,2} \\ \vdots \\ \epsilon_{11,120} \\ \epsilon_{12,1} \\ \epsilon_{12,2} \\ \vdots \\ \epsilon_{20,120} \end{bmatrix}$$

### ***Paso 3: Obtención de los Residuos***

Una vez que se ha realizado la regresión del modelo no restringido, el término de error  $\epsilon_{i,t}$  se obtiene para cada firma en cada subasta. Estos residuos representan las desviaciones entre las ofertas observadas y las predichas por el modelo.

Los residuos son cruciales para el análisis posterior, ya que reflejan la parte de la oferta que no puede ser explicada por los factores observables. Bajari & Ye (2003) se concentran en su estudio en calcular estos residuos principalmente para las 11 firmas más grandes.

### ***Paso 4: Cálculo de la Correlación de Residuos entre Firmas***

Para los pares de firmas grandes que hayan participado simultáneamente en más de 3 subastas, se calcula la correlación entre los residuos de sus ofertas en dichas subastas. Este análisis permite evaluar si existe una dependencia entre los residuos, lo que podría sugerir colusión entre las firmas. Si las firmas están compitiendo de manera independiente, no debería haber correlación entre los residuos. En cambio, si hay colusión, los residuos podrían estar correlacionados. Es

importante destacar que para calcular la correlación, el par de firmas debe haber participado en más de tres subastas de manera simultánea. Estas correlaciones representan vectores de subastas compartidas por ambas firmas.

La correlación entre los residuos de las firmas  $i$  y  $j$  se calcula como:

$$\text{Correlación}(\epsilon_i, \epsilon_j)$$

### **Paso 5: Planteamiento de la Hipótesis para el Test de Independencia Condicional**

En Bajari & Ye (2003), la prueba de independencia condicional se formula para evaluar si existe correlación entre los residuos de las funciones de oferta de dos firmas  $i$  y  $j$ . La hipótesis nula se presenta de la siguiente manera:

Hipótesis nula ( $H_0$ ):

$$H_0: \rho_{ij} = 0$$

Donde  $\rho_{ij}$  es el coeficiente de correlación entre los residuos de las funciones de oferta de la firma  $i$  y la firma  $j$ . Esta hipótesis nula plantea que los residuos de las firmas no están correlacionados, lo que sugiere que las firmas están compitiendo de manera independiente.

### **¿Qué son las subastas simultáneas?**

Las subastas simultáneas, en este contexto, se refieren a aquellas en las que dos o más firmas han participado en el mismo proceso de licitación, es decir, han presentado ofertas para el mismo proyecto. Por ejemplo:

- Si la Firma A y la Firma B participaron en 4 subastas diferentes (Subasta 1, Subasta 2, Subasta 3 y Subasta 4) en las que ambas estuvieron presentes como postoras, esas serían las subastas simultáneas para este par de firmas.

Este número  $n$  es clave porque indica cuántas veces esas dos firmas han competido entre sí.

### **Test $z$ de Fisher**

Supongamos que el coeficiente de correlación entre las ofertas de dos firmas es  $\rho$ . Para evaluar la significancia de la correlación, se utiliza la transformación  $Z$  de Fisher, la cual convierte el coeficiente de correlación calculado a partir de los datos ( $r$ ) en un valor  $Z$ , con la siguiente fórmula:

$$Z = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1+r}{1-r} \right) \quad (8)$$

Donde:

- $r$  es el coeficiente de correlación calculado a partir de los datos.

La estadística de prueba se calcula como:

$$z = Z \sqrt{n-3} \quad (9)$$

En nuestro caso, bajo la hipótesis nula ( $\rho = 0, \mu_z = 0$ ), el test estadístico es:

$$z = Z \sqrt{n-3} \quad \text{para cada par de firmas cuando } n > 3$$

### ***Interpretación del Test z de Fisher***

- Si el valor absoluto de  $z$  es mayor que 1.96 (para un nivel de significancia del 5%), se rechaza la hipótesis nula y se concluye que hay una correlación significativa entre los residuos de las firmas  $i$  y  $j$ , lo que sugiere que las ofertas de las firmas no son independientes y que podría haber colusión.
- Si el valor absoluto de  $z$  es menor o igual a 1.96, no se puede rechazar la hipótesis nula, lo que indica que no hay evidencia suficiente que sugiera presencia de colusión y que las ofertas de las firmas son independientes.

### ***Explicación del Valor Crítico***

El valor crítico de 1.96 es aproximado y se obtiene de la distribución normal estándar, la cual tiene una media de 0 y una desviación estándar de 1. Para un nivel de significancia del 5%, se utiliza este valor porque corresponde al punto en el que se acumula el 95% de la probabilidad bajo la curva de dicha distribución. Es decir, el 2.5% de la probabilidad está en cada extremo (cola) de la distribución. De este modo, si el valor absoluto de  $z$  es mayor que 1.96, se considera que el resultado es lo suficientemente extremo para rechazar la hipótesis nula, ya que la probabilidad de obtener un valor de  $z$  más allá de 1.96 debido al azar es menor al 5%.

## INTERCAMBIABILIDAD SEGÚN BAJARI & YE (2003)

### ***Paso 1: Normalización de la Oferta***

Para garantizar que las ofertas de las firmas en las subastas sean comparables entre sí, es necesario normalizarlas. La normalización ajusta las ofertas con respecto al tamaño y las características de cada subasta, eliminando cualquier distorsión causada por las diferencias en los proyectos subastados.

El test de intercambiabilidad se llevará a cabo por pares de firmas entre las más grandes.

La fórmula utilizada para la normalización, al igual que antes, es la siguiente:

$$\frac{BID_{i,t}}{EST_t}$$

Donde:

- $BID_{i,t}$ , representa la oferta presentada por la firma  $i$  en la subasta  $t$ ,
- $EST_t$  es el estimado del ingeniero para la subasta  $t$ .

Este paso permite que las ofertas sean comparables independientemente de las características particulares influyentes de cada subasta. Sin embargo, es importante señalar que, si ya se realizó la normalización de las ofertas para el test de independencia condicional, no es necesario ajustarlas nuevamente para la prueba de intercambiabilidad, siempre y cuando ambas pruebas se realicen sobre el mismo conjunto de datos donde la oferta ya está ajustada. En caso de trabajar con un conjunto de datos distinto, será necesario realizar la normalización correspondiente.

### ***Paso 2: Modelo No Restringido:***

En el modelo no restringido, se permite que las 11 firmas más grandes tengan sus propios coeficientes para las variables explicativas, lo que implica que cada una de estas firmas puede responder de manera distinta a estos factores. Según el enfoque descrito por Bajari & Ye (2003), los coeficientes de las variables explicativas pueden ser diferentes para cada una de las 11 firmas más grandes. En cambio, para las firmas más pequeñas, los coeficientes de cada variable explicativa son iguales entre ellas, pero no son iguales entre las diferentes variables explicativas. Esto significa que, aunque las firmas pequeñas compartan un mismo coeficiente para una variable explicativa, este coeficiente puede ser diferente al coeficiente de otra variable explicativa.

Se utiliza la [Ecuación 1](#) para capturar el comportamiento de las 11 firmas más grandes, permitiendo que cada una tenga sus propios coeficientes para las variables explicativas.

Por otro lado, para las firmas más pequeñas, se utiliza la [Ecuación 2](#), en la que los coeficientes de las variables explicativas son iguales entre todas ellas.

### **Paso 3: Modelo Restringido:**

En el modelo restringido, a diferencia del modelo no restringido, se introduce una restricción que limita las diferencias permitidas en los coeficientes de las variables explicativas para las 11 firmas más grandes. Específicamente, se establece que los coeficientes de las variables independientes sean iguales dentro de pares de firmas grandes. Esto implica que, aunque los miembros de un par comparten los mismos coeficientes para cada variable explicativa, estos coeficientes pueden variar entre distintos pares de firmas. Cabe destacar que estas restricciones se imponen al modelo completo descrito anteriormente, aplicándose a la [Ecuación 1](#).

En el caso de las firmas pequeñas, el tratamiento es idéntico al del modelo no restringido, es decir, todas las firmas pequeñas comparten los mismos coeficientes para cada variable explicativa, aunque estos coeficientes no son iguales entre las diferentes variables. Es importante mencionar que para las firmas pequeñas no se aplica ninguna restricción a la [Ecuación 2](#).

En este contexto, se impone una restricción adicional sobre los coeficientes de las variables explicativas para las 11 firmas más grandes. Esta restricción establece que los coeficientes de cada variable explicativa deben ser iguales dentro de pares de firmas, lo que implica que para un par de firmas  $i$  y  $j$ , sus coeficientes  $\beta_{i,k}$  y  $\beta_{j,k}$  serán los mismos. Sin embargo, estos coeficientes pueden diferir entre distintos pares de firmas grandes. Formalmente, esta restricción se expresa de la siguiente manera:

$$H_0: \beta_{k,i} = \beta_{k,j} \quad \text{para todos los } i, j, i \neq j, \quad \text{para todos los } k = 1, \dots, 4$$

Lo anterior indica que, para cada par de firmas  $i$  y  $j$  (donde  $i \neq j$ ), los coeficientes de las variables explicativas son iguales, pero esta igualdad solo se mantiene dentro de cada par. Entre distintos pares de firmas grandes, los coeficientes pueden variar.

### **Paso 4: Comparación de los Modelos usando el Test de F de Fisher**

Para el cálculo del estadístico  $F$ , se implementarán restricciones graduales en los coeficientes del modelo completo, de manera que para cada par de firmas entre las 11 firmas grandes se generará un modelo restringido específico. En este proceso, los coeficientes de las variables explicativas correspondientes a cada par de firmas seleccionadas serán forzados a ser iguales, mientras que el resto de los pares mantiene su flexibilidad de diferenciación. Así, se logra un modelo restringido por cada par definido de firmas grandes, el cual se compara con el modelo no restringido (sin limitaciones en los coeficientes de las firmas grandes), permitiendo obtener un estadístico  $F$  correspondiente a cada par, que refleja la posible intercambiabilidad de las ofertas entre esas dos firmas específicas. Este estadístico evalúa si el

comportamiento de las ofertas de un par particular se alinea o no con la hipótesis de intercambiabilidad, lo que a su vez puede sugerir patrones competitivos o de colusión.

### **Cálculo de la Suma de los Errores al Cuadrado (SSR):**

Las sumas de los errores al cuadrado (SSR) se obtienen de las regresiones lineales realizadas sobre los modelos, calculando la suma de los cuadrados de los residuos generados al comparar los valores observados con los predichos por el modelo.

- **SSR (Restringido):** La suma de los residuos al cuadrado del modelo restringido, donde se impone la restricción de que los coeficientes de las variables explicativas sean iguales para ciertos pares de firmas entre las 11 firmas más grandes. Es importante mencionar que se calculará un SSR (Restringido) distinto para cada par de firmas grandes consideradas.
- **SSR (No Restringido):** La suma de los residuos al cuadrado del modelo no restringido, donde se permite que los coeficientes de las 11 firmas más grandes sean diferentes para cada firma.

### **Cálculo del Estadístico F:**

$$F = \frac{(SSR_{Restringido} - SSR_{No Restringido}) / (n_{Restricciones})}{SSR_{No Restringido} / (T - m)} \quad (10)$$

Donde:

- $SSR_{Restringido}$  y  $SSR_{No Restringido}$  son las sumas de los residuos cuadrados de ambos modelos.
- $n_{Restricciones}$  es el número de restricciones impuestas.
- $T$  es el número total de observaciones.
- $m$  es el número total de regresores del modelo restringido.

### **Cálculo de $m = 194$ en el modelo restringido de Bajari & Ye (2003)**

Es fundamental destacar que este conteo de  $m$  se refiere al modelo restringido. El cálculo incluye 137 dummies correspondientes a las subastas, 11 dummies asociadas a las firmas grandes y 45 variables explicativas. De estas últimas, 44 corresponden al conteo de las variables explicativas por firma, mientras que la variable job concentration ( $CON_{i,t}$ ) no depende de la identidad de la firma, por lo que se cuenta solo una vez para las 11 firmas grandes. Además, se suman 5 variables explicativas asociadas a las firmas pequeñas. Esto da un conteo total de 198. Sin embargo, al imponerse las 4 restricciones propias del modelo restringido, el valor final de  $m$  es 194.

### ***Cálculo de $m$ en el modelo pooled de Bajari & Ye (2003)***

El conteo en el modelo pooled sigue la misma lógica que el modelo restringido. Se suman los 137 dummies para las subastas, 11 dummies para las firmas grandes, 45 variables explicativas y 5 variables del grupo asociado a las firmas pequeñas, lo que da un total de 198. En este caso, se imponen 40 restricciones debido a que existen 10 igualdades impuestas para cada una de las 4 variables explicativas entre las firmas grandes, lo que da un total de 40 restricciones. Por lo tanto, el valor de  $m$  en el modelo pooled es 158.

Este caso pooled corresponde a un análisis en el que las firmas grandes están agrupadas.

### ***Interpretación del Test de $F$ :***

**F crítico:** El F crítico se obtiene a partir de tablas de distribución F, o mediante el uso de software estadístico, como R o Excel. Depende del nivel de significancia (por ejemplo, 0.05 para un 5%), de los grados de libertad del numerador y del denominador.

- Si **F calculado > F crítico**, se rechaza la hipótesis nula. Esto indica que los parámetros no son intercambiables, es decir, hay diferencias significativas entre ellos.
- Si **F calculado  $\leq$  F crítico**, no se rechaza la hipótesis nula, lo que implica que las funciones de oferta pueden considerarse intercambiables.

## 7. APLICACIÓN METODOLÓGICA

### SIMULACIÓN DE DATOS

#### Simulación de Datos de Subastas:

La simulación de datos de subastas es esencial para la herramienta desarrollada en este proyecto, ya que permite evaluar si el comportamiento de las firmas se alinea con un mercado competitivo o si, por el contrario, sugiere posibles prácticas colusivas. Este análisis se basa en la metodología de Bajari y Ye (2003), aplicando un conjunto de variables explicativas y pruebas para simular dos tipos de mercado: competitivo y colusivo. La simulación se fundamenta en un esquema de primer precio en sobre cerrado, donde cada postor presenta una oferta confidencial y el contrato se adjudica al postor que ofrece el precio más bajo, quien paga exactamente el monto ofertado.

Para llevar a cabo la simulación, se utilizó paquete *tidyverse*, utilizado para la manipulación y visualización de datos. Asimismo, se estableció una semilla (*set.seed(123)*) con el propósito de garantizar la reproducibilidad de los resultados.

#### Parámetros

- **Cantidad de Firmas y Subastas:**  
Se simularon 20 firmas participando en 120 subastas.
- **Nombres de Firmas y Subastas:**  
Las firmas se identificaron como Firm1, Firm2, ..., Firm20. Las subastas se enumeraron de 1 a 120.

#### Coefficientes para las Variables Explicativas

Los coeficientes definidos para las variables explicativas del modelo corresponden a los parámetros utilizados para simular la Oferta Ajustada, basada en la función de oferta en forma reducida descrita por Bajari y Ye (2003). Estos coeficientes, junto con los valores de las variables explicativas generados aleatoriamente dentro de los rangos observados en los datos originales del estudio, se utilizan para calcular las Ofertas Ajustadas simuladas.

El coeficiente asignado a *LDIST* (Distancia Logarítmica) es 0.0404, mientras que para *CAP* (Capacidad en Uso) el valor es 0.1677. Por su parte, *LMDIST* (Distancia Logarítmica Mínima entre Rivales) tiene un coeficiente de 0.0240, *MAXP* (Capacidad Máxima entre Rivales) está asociado a un coeficiente de 0.0255. Finalmente, la variable *CON* (Concentración de Actividad) presenta un coeficiente de -0.0590.

Estos coeficientes serán utilizados para estimar las Ofertas Ajustadas correspondientes a cada firma y en cada subasta. Dichas estimaciones formarán parte de las bases de datos como variable dependiente, sobre las cuales se realizarán las regresiones lineales necesarias para los tests de independencia condicional e intercambiabilidad.

### **Cálculo de la Oferta Ajustada**

Se definió la función `calcular_oferta`, la cual se utilizó para calcular la Oferta Ajustada en función de las variables explicativas y sus coeficientes. Adicionalmente:

- Se asegura que las Ofertas Ajustadas no sean negativas.
- Se introduce un factor de variación aleatoria  $[0.9, 1.1]$  para simular diferencias naturales en las Ofertas Ajustadas.

### **Generación de Datos para el Mercado Competitivo**

En este paso, se generaron las Ofertas Ajustadas para todas las firmas en todas las subastas:

- **Valores de las Variables Explicativas:**

Cada variable explicativa se generó aleatoriamente dentro de rangos definidos a partir de la tabla de estadísticas resumidas presentada por Bajari & Ye (2003). Estos rangos se ajustan a los valores observados en los datos reales utilizados por los autores en su análisis.

- *LDIST*:  $[0, 6.4593]$
- *CAP*:  $[0, 1]$
- *LMDIST*:  $[0, 9.2104]$
- *MAXP*:  $[0, 1]$
- *CON*:  $[0, 1]$

- **Cálculo de la Oferta Ajustada:**

Cada Oferta Ajustada se calculó utilizando un modelo lineal que combina los valores de las variables explicativas con sus respectivos coeficientes

### **Selección Manual de Firmas Colusivas**

Para simular el mercado colusivo, se seleccionaron manualmente las firmas que forman parte del anillo colusivo. En este caso, las firmas colusivas son las firmas Firm20, Firm3 y Firm18.

### **Generación de Datos para el Mercado Colusivo**

En el mercado colusivo, las Ofertas Ajustadas se generaron considerando los siguientes aspectos:

**1. Oferta de las Firmas No Coludidas:**

Para las firmas que no pertenecen al anillo colusivo, las Ofertas Ajustadas se calcularon utilizando la misma lógica competitiva aplicada en el mercado competitivo.

**2. Firma Representante del Anillo Colusivo:**

Dentro de las firmas del anillo colusivo definido, se selecciona aquella con la Oferta Ajustada más baja como la que realiza la oferta real en la subasta. Esta firma actúa como representante del anillo colusivo, mientras que las demás firmas colusivas ajustan sus ofertas estratégicamente para favorecerla.

**3. Ajuste de Ofertas Ajustadas de Firmas Colusivas Perdedoras:**

Las firmas colusivas perdedoras no calculan directamente su Oferta Ajustada en función de las variables explicativas; en su lugar, toman como referencia la Oferta Ajustada de la firma representante del anillo colusivo y le suman una constante fija aleatoria ([0.1 , 0.5])

### **Identificación de las 11 Firmas Más Grandes**

En este estudio, las 11 firmas más grandes fueron identificadas utilizando como criterio principal la cantidad de subastas ganadas. Las firmas que hayan ganado más subastas fueron seleccionadas y definidas como las más grandes.

### **CONSTRUCCIÓN DEL MODELO NO RESTRINGIDO**

Para analizar el comportamiento competitivo y las sospechas de colusión en los mercados simulados, se construyen modelos no restringidos tanto para el escenario competitivo como para el colusivo. Estos modelos incluyen las ofertas ajustadas como variable dependiente y un conjunto de variables explicativas, estructuradas según el tipo de firma.

#### **Estructura del Modelo**

- 1. Ofertas Ajustadas:** La variable dependiente del modelo no restringido son las Ofertas Ajustadas, a las que se les adicionan tres errores aleatorios independientes: uno asociado a la subasta, otro al postor y un tercero a la oferta, todos generados en el rango  $[-0.05, 0.05]$ .
- 2. Variables Explicativas para Firmas Grandes y Pequeñas:**
  - **Firmas Grandes:** Las variables explicativas de las 11 firmas más grandes se presentan en columnas individuales para cada firma, en base a lo planteado por Bajari & Ye (2003), permitiendo que estas firmas tengan coeficientes distintos. En las filas que no corresponden al postor de la

columna específica, se asigna un valor de cero. Es decir, cualquier dato de una fila que no corresponda a la firma grande asociada a esa columna tendrá un valor de cero en las variables explicativas de dicha columna.

- **Firmas Pequeñas:** Para las firmas pequeñas, las variables explicativas se agrupan en columnas comunes, siguiendo lo planteado por Bajari & Ye (2003), de manera que todas las firmas pequeñas comparten un único coeficiente asociado a cada variable. En este caso, si la fila corresponde a una oferta de una firma grande, los valores en las columnas correspondientes a las firmas pequeñas se establecen en cero.

### 3. Variables Pooled y Dummy:

- **Concentración de Actividad (CON):** Se presenta de forma agrupada o “pooled” para todas las firmas grandes.
- **Dummies por Firma:** Para cada una de las firmas grandes, se incluyen variables dummy que toman el valor de 1 cuando la observación corresponde a esa firma y 0 si no.
- **Dummies por Subasta:** Se incorporan dummies que asignan un valor de 1 cuando la observación corresponde a una subasta en particular y 0 si no.

#### Las variables incluidas en el modelo no restringido son las siguientes:

Las variables explicativas para las firmas grandes, nombradas como "LDIST\_FIRMA\_1", "LDIST\_FIRMA\_2", hasta "LDIST\_FIRMA\_11" para la distancia; "CAP\_FIRMA\_1", "CAP\_FIRMA\_2", hasta "CAP\_FIRMA\_11" para la capacidad; "LMDIST\_FIRMA\_1", "LMDIST\_FIRMA\_2", hasta "LMDIST\_FIRMA\_11" para la distancia mínima entre rivales; y "MAXP\_FIRMA\_1", "MAXP\_FIRMA\_2", hasta "MAXP\_FIRMA\_11" para la capacidad máxima entre rivales. La variable de concentración de actividad (CON) es agrupada para todas las firmas grandes en una única columna, "CON\_FIRMAS\_GRADES".

Para las firmas pequeñas, las variables explicativas se encuentran agrupadas en columnas comunes: "LDIST\_FIRMAS\_CHICAS" para la distancia, "CAP\_FIRMAS\_CHICAS" para la capacidad, "LMDIST\_FIRMAS\_CHICAS" para la distancia mínima entre rivales y "MAXP\_FIRMAS\_CHICAS" para la capacidad máxima entre rivales. De igual manera, la variable de concentración (CON) para firmas pequeñas se representa en una columna agrupada, "CON\_FIRMAS\_CHICAS".

Además, se incluyen dummies por firma para cada una de las 11 firmas grandes, denominadas "DUMMY\_FIRMA\_1", "DUMMY\_FIRMA\_2", hasta "DUMMY\_FIRMA\_11", que indican la presencia de cada firma en la subasta. Finalmente, se incluyen las dummies por subasta, nombradas como

"DUMMY\_SUBASTA\_1", "DUMMY\_SUBASTA\_2", etc., hasta cubrir todas las subastas, asignando un valor de 1 cuando la observación corresponde a esa subasta específica.

Con lo cual, tendríamos un total de 45 variables explicativas correspondientes a las firmas grandes, 5 variables explicativas correspondientes a las firmas pequeñas, 11 variables dummy correspondientes a las firmas grandes y 120 variables dummy correspondientes a subastas, sumando un total de 181 variables para el modelo no restringido.

## **PRUEBA DE INDEPENDENCIA CONDICIONAL**

La prueba de independencia condicional constituye uno de los análisis clave para determinar si el comportamiento de las firmas en las subastas simuladas es consistente con un mercado competitivo o si, por el contrario, existen patrones que sugieren una posible colusión. Esta prueba evalúa si las ofertas de los postores en una subasta son independientes entre sí, una vez controladas las variables explicativas relevantes, tal como se establece en la Condición A1 por Bajari & Ye (2003).

En un mercado competitivo, se espera que las ofertas de las firmas sean independientes después de considerar variables como la distancia al proyecto o la capacidad operativa. Sin embargo, si las ofertas están correlacionadas en un grado no explicado por estas variables, esto indicaría una sospecha de colusión. Bajo colusión, las firmas coordinan sus ofertas, reflejando dependencias no justificadas por factores de costos o competitividad, debido a una manipulación del proceso de subasta.

### **Implementación de la Prueba**

- 1. Cálculo de los Residuos de las Ofertas:** Primero, se aplica una regresión de las ofertas ajustadas sobre las variables explicativas en el modelo no restringido para el mercado competitivo y colusivo. Esto permite obtener los residuos de cada oferta, que reflejan la variabilidad no explicada por las variables del modelo.
- 2. Identificación de Subastas Comunes:** Se identifican las subastas en las que participaron simultáneamente dos firmas grandes, ya que la prueba de independencia condicional se aplica solo sobre los residuos de pares de firmas en subastas comunes. Esto asegura que la correlación se evalúe en el mismo contexto competitivo.
- 3. Cálculo de la Correlación de Residuos entre Firmas:** Para cada par de firmas grandes, que participaron en al menos tres subastas comunes, se calcula la correlación de los residuos de sus ofertas en esas subastas. Esta correlación, si es significativa, podría indicar que las firmas presentan un

comportamiento coordinado, contrario a lo que se esperaría en un mercado competitivo.

- 4. Prueba Z de Fisher:** Utilizando la correlación obtenida, se aplica el test  $Z$  de Fisher para determinar si la correlación observada entre los residuos es estadísticamente significativa. El valor  $z$  resultante de la prueba proporciona una medida cuantitativa que permite evaluar la independencia de las ofertas entre las firmas.

## PRUEBA DE INTERCAMBIABILIDAD

La prueba de intercambiabilidad evalúa si las ofertas en las subastas dependen únicamente de los costos subyacentes de las firmas y no de la identidad de los postores, de acuerdo con la Condición A3 de Bajari & Ye (2003). La metodología se basa en comparar modelos restringidos con el modelo no restringido, verificando si las ofertas se comportan de manera intercambiable cuando se combinan las variables de costo entre firmas.

### Implementación de la Prueba

#### 1. Construcción de los Modelos No Restringido y Restringido:

- **Modelo No Restringido:** Se utiliza el modelo previamente descrito, donde las variables explicativas de las firmas grandes están en columnas separadas por firma, permitiendo que los coeficientes de cada firma reflejen su identidad específica.
- **Modelo Restringido:** En este modelo, las variables explicativas de un par específico de firmas grandes se combinan en una única columna por variable (por ejemplo, "LDIST\_COMBINADO" para la distancia, "CAP\_COMBINADO" para la capacidad, etc.). Esta combinación elimina la identidad individual de las firmas en cada par, aplicando restricciones que simulan la intercambiabilidad esperada en un mercado competitivo. Al combinar las variables de cada par en una columna única, se evalúa si las firmas pueden actuar de manera intercambiable, sin depender de la identidad específica de cada postor.

#### 2. Evaluación de la Suma de Residuos Cuadrados (SSR):

- Para cada par de firmas, se calcula la SSR en ambos modelos. En el modelo no restringido, la SSR refleja el ajuste sin limitaciones de identidad para los coeficientes de las firmas grandes, permitiendo una precisión de ajuste basada en la estructura de costos de cada firma individual. En el modelo restringido, la SSR refleja el ajuste bajo la suposición de que las variables combinadas representan costos intercambiables, sin diferenciar la identidad de las firmas en el par.

- La diferencia en las *SSR* permite observar cuánto cambia la precisión del modelo al eliminar la identidad individual en el par. Un incremento en la *SSR* del modelo restringido sugiere que las ofertas de las firmas no son intercambiables y que su identidad podría influir en las ofertas, lo cual sería inconsistente con un mercado puramente competitivo.

### 3. Cálculo del Estadístico *F* para cada Par:

Para comparar las *SSR* de ambos modelos, se calcula el estadístico *F*, empleando la fórmula previamente mencionada en la base metodológica. Este cálculo evalúa si la eliminación de la identidad individual en el modelo restringido provoca una pérdida de ajuste significativa.

En este cálculo, el valor de *m* representa la cantidad de regresores en el modelo restringido. Esto incluye:

- 41 correspondientes a las variables explicativas de las firmas grandes, cuatro menos que en el modelo no restringido debido a la restricción de coeficientes.
- 5 correspondientes a las variables explicativas de las firmas pequeñas.
- 11 correspondientes a las variables dummy de las firmas grandes.
- 120 correspondientes a las variables dummy de las subastas.

El valor de *t* es el número total de observaciones, contabilizadas como las filas que representan ofertas en las subastas analizadas. El valor de *n* es el número de restricciones, calculado como la cantidad de variables combinadas entre cada par de firmas.

En el análisis "All pooled", las firmas grandes y pequeñas se agrupan de manera separada, combinando sus respectivas variables explicativas. Este procedimiento introduce un conjunto adicional de 40 restricciones totales.

## 8. RESULTADOS

### RESULTADOS DEL TEST DE INDEPENDENCIA CONDICIONAL:

En la simulación competitiva, los resultados muestran que, al evaluar los valores de  $z$ , los pares de firmas 3-9, 2-19, 19-11 y 9-8 rechazan la hipótesis nula.

Test de Independencia Condicional - Simulación Competitiva							
Firm_Pair	N	r	z	Firm_Pair	N	r	z
20-3	120	0.01	0.14	20-18	120	-0.04	-0.48
20-2	120	-0.10	-1.13	20-17	120	-0.06	-0.60
20-19	120	0.05	0.54	20-9	120	-0.05	-0.58
20-6	120	-0.00	-0.03	20-8	120	-0.02	-0.21
20-10	120	-0.08	-0.87	20-11	120	-0.10	-1.11
3-18	120	-0.06	-0.61	3-2	120	0.00	0.04
3-17	120	-0.14	-1.53	3-19	120	-0.10	-1.09
3-9	120	-0.22	-2.42	3-6	120	-0.07	-0.78
3-8	120	0.05	0.52	3-10	120	-0.01	-0.14
3-11	120	-0.16	-1.70	18-2	120	-0.11	-1.19
18-17	120	-0.01	-0.12	18-19	120	-0.03	-0.33
18-9	120	-0.17	-1.88	18-6	120	-0.15	-1.62
18-8	120	-0.12	-1.29	18-10	120	-0.05	-0.53
18-11	120	-0.07	-0.74	2-17	120	0.02	0.26
2-19	120	-0.19	-2.06	2-9	120	0.06	0.60
2-6	120	-0.03	-0.37	2-8	120	-0.05	-0.58
2-10	120	-0.01	-0.07	2-11	120	-0.02	-0.22
17-19	120	-0.10	-1.07	17-9	120	-0.05	-0.54
17-6	120	0.04	0.40	17-8	120	-0.05	-0.49
17-10	120	-0.12	-1.31	17-11	120	0.03	0.33
19-9	120	0.07	0.78	19-6	120	-0.13	-1.38
19-8	120	-0.02	-0.25	19-10	120	0.10	1.04
19-11	120	-0.22	-2.40	9-6	120	-0.16	-1.73
9-8	120	-0.25	-2.72	9-10	120	-0.07	-0.74
9-11	120	0.13	1.38	6-8	120	-0.03	-0.37
6-10	120	-0.09	-0.95	6-11	120	-0.09	-1.00
8-10	120	-0.14	-1.54	8-11	120	-0.03	-0.30
10-11	120	-0.07	-0.80				

Tabla 1: Test de Independencia Condicional – Simulación Competitiva

Por otro lado, en la simulación colusiva, se observa un incremento de los rechazos de la hipótesis nula. Los valores de  $z$  correspondientes a los pares de firmas 20-3, 20-18, 3-2, 3-18, 18-6 y 2-17 rechazan la hipótesis nula. Es importante destacar que los pares 20-3, 20-18 y 3-18 incluyen a las firmas definidas como parte del anillo colusivo (firmas 20, 3 y 18). Esto evidencia que la herramienta no solo identifica un mayor número de anomalías competitivas en mercados coludidos, sino que también

logra focalizar la sospecha de colusión hacia las firmas involucradas en el anillo colusivo.

Test de Independencia Condicional - Simulación Colusiva							
Firm_Pair	N	r	z	Firm_Pair	N	r	z
20-3	120	-0.29	-3.26	20-18	120	-0.36	-4.12
20-2	120	0.10	1.09	20-17	120	-0.14	-1.54
20-19	120	-0.18	-1.95	20-9	120	-0.15	-1.64
20-6	120	0.05	0.52	20-8	120	-0.17	-1.89
20-10	120	0.05	0.52	20-11	120	-0.02	-0.19
3-18	120	-0.18	-2.00	3-2	120	-0.19	-2.06
3-17	120	0.03	0.36	3-19	120	0.12	1.30
3-9	120	0.01	0.06	3-6	120	-0.07	-0.71
3-8	120	-0.02	-0.17	3-10	120	-0.10	-1.04
3-11	120	-0.06	-0.69	18-2	120	-0.16	-1.73
18-17	120	0.00	0.03	18-19	120	0.02	0.22
18-9	120	0.03	0.36	18-6	120	-0.19	-2.06
18-8	120	0.02	0.17	18-10	120	-0.05	-0.58
18-11	120	-0.16	-1.76	2-17	120	-0.20	-2.23
2-19	120	-0.14	-1.58	2-9	120	-0.18	-1.93
2-6	120	0.03	0.34	2-8	120	-0.10	-1.12
2-10	120	0.10	1.05	2-11	120	-0.03	-0.32
17-19	120	0.03	0.36	17-9	120	-0.02	-0.24
17-6	120	-0.11	-1.23	17-8	120	0.13	1.38
17-10	120	-0.07	-0.72	17-11	120	-0.12	-1.26
19-9	120	0.01	0.12	19-6	120	-0.07	-0.72
19-8	120	0.04	0.38	19-10	120	-0.10	-1.07
19-11	120	-0.10	-1.07	9-6	120	0.10	1.10
9-8	120	-0.07	-0.80	9-10	120	0.04	0.44
9-11	120	-0.07	-0.78	6-8	120	0.02	0.23
6-10	120	0.04	0.45	6-11	120	0.13	1.41
8-10	120	-0.04	-0.45	8-11	120	-0.05	-0.59
10-11	120	-0.08	-0.88				

Tabla 2: Test de Independencia Condicional – Simulación Colusiva

Estos resultados resaltan la capacidad de la herramienta para identificar correctamente a las firmas coludidas y distinguirlas del resto en mercados coludidos.

## RESULTADOS DEL TEST DE INTERCAMBIABILIDAD

En el Test de Intercambiabilidad, la hipótesis nula se rechaza cuando el valor del estadístico  $F$  de un par de firmas supera el valor crítico de 2.375931.

En la simulación competitiva, los valores del estadístico  $F$  correspondientes a los pares de firmas 20-2, 20-10, 3-2, 2-19, 2-6 y 2-10 superan el valor crítico, lo que lleva a rechazar la hipótesis nula.

Test de Intercambiabilidad - Simulación Competitiva							
Firm_Pair	n	m	F_Statistics	Firm_Pair	n	m	F_Statistics
20-3	4	177	0.13	20-18	4	177	0.81
20-2	4	177	2.27	20-17	4	177	0.66
20-19	4	177	0.60	20-9	4	177	0.81
20-6	4	177	1.34	20-8	4	177	1.31
20-10	4	177	2.10	20-11	4	177	1.33
3-18	4	177	0.64	3-2	4	177	2.27
3-17	4	177	0.84	3-19	4	177	0.72
3-9	4	177	0.47	3-6	4	177	1.46
3-8	4	177	1.18	3-10	4	177	1.76
3-11	4	177	0.97	18-2	4	177	0.60
18-17	4	177	0.54	18-19	4	177	1.01
18-9	4	177	0.20	18-6	4	177	0.90
18-8	4	177	0.38	18-10	4	177	1.08
18-11	4	177	0.56	2-17	4	177	1.50
2-19	4	177	2.51	2-9	4	177	1.25
2-6	4	177	2.09	2-8	4	177	1.16
2-10	4	177	2.43	2-11	4	177	1.76
17-19	4	177	1.03	17-9	4	177	0.79
17-6	4	177	0.69	17-8	4	177	0.60
17-10	4	177	1.53	17-11	4	177	1.11
19-9	4	177	0.60	19-6	4	177	0.56
19-8	4	177	0.82	19-10	4	177	0.77
19-11	4	177	0.49	9-6	4	177	0.56
9-8	4	177	0.22	9-10	4	177	0.42
9-11	4	177	0.13	6-8	4	177	0.26
6-10	4	177	0.42	6-11	4	177	0.37
8-10	4	177	0.35	8-11	4	177	0.16
10-11	4	177	0.09	All pooled	40	141	0.94

Tabla 3: Test de Intercambiabilidad – Simulación Competitiva

En la simulación colusiva, los valores del estadístico  $F$  para los pares de firmas 20-3, 20-18 y 20-17 superan el valor crítico de 2.375931. Cabe destacar que los pares 20-3, 20-18 y 3-18 están compuestos exclusivamente por firmas definidas como pertenecientes al anillo colusivo (firmas 20, 3 y 18). Aunque el par de firmas 3-18 no supera directamente el valor crítico debido al nivel de exigencia que se impone, el valor del estadístico  $F$  sigue siendo llamativo y cercano al valor crítico, lo que puede valer la pena tomar en cuenta.

Test de Intercambiabilidad - Simulación Colusiva							
Firm_Pair	n	m	F_Statistics	Firm_Pair	n	m	F_Statistics
20-3	4	177	2.95	20-18	4	177	2.85
20-2	4	177	1.04	20-17	4	177	3.03
20-19	4	177	1.66	20-9	4	177	0.78
20-6	4	177	1.51	20-8	4	177	0.58
20-10	4	177	1.35	20-11	4	177	1.62
3-18	4	177	2.22	3-2	4	177	0.96
3-17	4	177	1.91	3-19	4	177	0.94
3-9	4	177	1.48	3-6	4	177	1.12
3-8	4	177	0.99	3-10	4	177	1.67
3-11	4	177	0.97	18-2	4	177	0.65
18-17	4	177	1.30	18-19	4	177	0.44
18-9	4	177	0.89	18-6	4	177	0.35
18-8	4	177	1.52	18-10	4	177	0.58
18-11	4	177	0.76	2-17	4	177	0.97
2-19	4	177	0.08	2-9	4	177	0.07
2-6	4	177	0.08	2-8	4	177	0.26
2-10	4	177	0.16	2-11	4	177	0.11
17-19	4	177	0.63	17-9	4	177	0.75
17-6	4	177	0.94	17-8	4	177	1.82
17-10	4	177	0.50	17-11	4	177	0.56
19-9	4	177	0.23	19-6	4	177	0.06
19-8	4	177	0.50	19-10	4	177	0.15
19-11	4	177	0.10	9-6	4	177	0.25
9-8	4	177	0.29	9-10	4	177	0.11
9-11	4	177	0.13	6-8	4	177	0.52
6-10	4	177	0.12	6-11	4	177	0.26
8-10	4	177	0.78	8-11	4	177	0.44
10-11	4	177	0.22	All pooled	40	141	0.88

Tabla 4: Test de Intercambiabilidad – Simulación Colusiva

## 9. CONCLUSIONES

La herramienta desarrollada demostró ser altamente efectiva en la simulación colusiva, identificando consistentemente a las firmas definidas como pertenecientes al anillo colusivo. Tanto el Test de Independencia Condicional como el Test de Intercambiabilidad focalizaron principalmente los rechazos de la hipótesis nula en las interacciones entre estas firmas, reduciendo significativamente el rango de búsqueda de comportamientos sospechosos. Esto evidencia su capacidad para acotar con un alto grado de precisión a los actores relevantes en mercados con dinámicas colusivas, permitiendo enfocar los esfuerzos regulatorios de manera más efectiva.

En el caso competitivo, los rechazos de la hipótesis nula en algunos pares de firmas reflejan dinámicas que no cumplen estrictamente con las condiciones de un mercado competitivo, más que una señal inequívoca de colusión. Este comportamiento es coherente con el diseño probabilístico de los tests, que buscan señalar posibles áreas de interés sin pretender ser infalibles. La aleatoriedad inherente a los datos simulados podría explicar estos rechazos, subrayando el valor de la herramienta como un primer filtro que orienta investigaciones posteriores y delimita de forma eficiente los casos más relevantes.

Una de las principales fortalezas de esta herramienta es su capacidad para distinguir entre dinámicas competitivas y colusivas, ajustándose a los principios teóricos establecidos por Bajari y Ye (2003). En mercados colusivos, permite reducir significativamente el universo de actores sospechosos, optimizando los recursos destinados al análisis. En mercados competitivos, aunque no todos los rechazos representan colusión, los resultados ofrecen una base para analizar más a fondo las interacciones de los postores y sus posibles anomalías.

Es fundamental interpretar los resultados como evidencia preliminar que debe complementarse con análisis adicionales considerando las características específicas del mercado bajo estudio. Sin embargo, la herramienta constituye un aporte significativo para la supervisión de mercados de subastas, facilitando un enfoque más estructurado y focalizado para abordar comportamientos potencialmente anticompetitivos y promover mayor transparencia en estos contextos.

## 10. RECOMENDACIONES

Se recomienda evaluar la herramienta en diferentes mercados reales para analizar su desempeño en contextos prácticos más diversos que los simulados en este estudio. Aunque el modelo de Bajari & Ye (2003) ya ha sido implementado en subastas reales, expandir su aplicación a otros mercados permitiría realizar ajustes específicos basados en comportamientos observados en situaciones concretas. Esto proporcionaría retroalimentación valiosa sobre las limitaciones y fortalezas de la metodología propuesta.

Es crucial que los valores de las variables empleadas en el análisis se mantengan dentro de los rangos definidos en Bajari & Ye (2003) o se ajusten a las características del mercado específico bajo estudio. Cualquier desviación significativa podría comprometer la representatividad de los resultados y por ende, la validez de las conclusiones. Esto cobra especial importancia cuando los métodos se aplican a mercados cuyas dinámicas difieren de las simuladas.

Una recomendación clave para avanzar en la aplicación práctica de la herramienta sería ampliarla a mercados de subastas que empleen distintas variables de licitación, más allá de las utilizadas en este estudio. La adaptación de la herramienta a diversas configuraciones de subastas, que puedan involucrar nuevas variables o estructuras específicas de licitación, enriquecería significativamente el análisis y ofrecería una mayor capacidad para identificar patrones de colusión o comportamientos competitivos.

Además, sería útil expandir la herramienta para incluir modelos colusivos, no solo competitivos como se plantea en este estudio. Incluir un enfoque que permita detectar tanto comportamientos competitivos como colusivos podría mejorar la versatilidad de la herramienta y permitiría abordar un espectro más amplio de situaciones de subasta, brindando a los reguladores una herramienta más robusta para detectar prácticas anticompetitivas.

Por último, sería de gran utilidad para futuros trabajos que la herramienta sea implementada en mercados más allá de los tradicionales. Ejemplos de estos podrían ser plataformas de comercio electrónico y otros entornos en los que los actores puedan estar involucrados en comportamientos estratégicos de oferta. Ampliar el ámbito de aplicación de la herramienta a estos mercados adicionales permitiría obtener una visión más completa de su efectividad y ofrecería nuevas perspectivas sobre cómo mejorar los métodos de análisis y detección en un rango más amplio de contextos económicos.

## 11. BIBLIOGRAFÍA

1. Athey, S., & Haile, P. A. (2002). "Identification of standard auction models". *Econometrica*, 70(6), 2107-2140.
2. Bajari, P., & Ye, L. (2003). "Deciding between competition and collusion". *The Review of Economics and Statistics*, 85(4), 971-989.
3. Baldwin, L. H., Marshall, R. C., & Richard, J. (1997). "Bidder collusion at Forest Service timber sales". *Journal of Political Economy*, 105(4), 657-699.
4. Kawai, K., & Nakabayashi, J. (2022). "Detecting Large-Scale Collusion in Procurement Auctions". *American Economic Journal: Microeconomics*, 14(1), 189-224.
5. Porter, R. H., & Hendricks, K. (1988). "An empirical study of an auction with asymmetric information". *American Economic Review*, 78(5), 865-883.
6. Varian, H. R. (2010). *Intermediate Microeconomics: A Modern Approach* (8th ed.). New York, NY: W.W. Norton & Company.
7. Wooldridge, J. M. (2010). *Introducción a la econometría: Un enfoque moderno* (4a ed.). Cengage Learning.