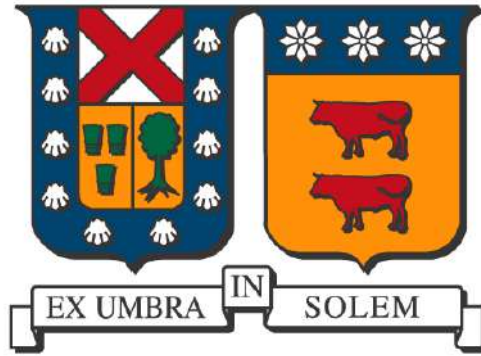


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA



PLATAFORMA COMPUTACIONAL PARA EL DISEÑO DE MALLAS DE PUESTA A TIERRA BASADA EN BLACK BOX OPTIMIZATION

Nicolás Esteban Rojas Reyes

MEMORIA PARA EL TITULO DE INGENIERO ELECTRICISTA

PROFESOR GUÍA: PhD. Johny Montaña Chaparro

CO-REFERENTE: PhD. Alejandro Angulo Cárdenas

21 de julio de 2025



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): ☒ Memoria o trabajo de título; ☐ Tesis de Postgrado;

Título del trabajo: PLATAFORMA COMPUTACIONAL PARA EL DISEÑO DE MALLAS DE PUESTA A TIERRA BASADA EN BLACK BOX OPTIMIZATION

Nombre del candidato(a): NICOLAS ESTEBAN ROJAS REYES

Carrera / Grado: INGENIERIA ELECTRICA

Campus: Casa Central Valparaíso; **Departamento:** DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELECTRICA

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Johny Montaña Chaparro, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL

☒ El trabajo **NO contiene información que amerite confidencialidad** y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

☐ El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (embargo) por:

☐ 6 meses; ☐ 12 meses; ☐ 2 años; ☐ 3 años; ☐ 5 años; ☐ 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 14/08/2025; **Firma:**

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 14/08/2025; **Firma:**

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.

Índice general

1	Introducción	1
1.1	Introducción	1
1.2	Objetivo General	3
1.3	Objetivos Específicos	3
2	Marco Teórico	4
2.1	Fundamentos de los sistemas de puesta a tierra	4
2.1.1	Conceptos clave de seguridad y desempeño	4
2.1.2	Modelado del terreno	6
2.2	Tensiones de seguridad	8
2.2.1	Cálculo del factor de corrección C_s	9
2.2.2	Cálculo de las tensiones de paso y contacto	10
2.3	Modelado electromagnético del sistema de puesta a tierra	11
2.3.1	Modelo electrocuasiestático	11
2.3.2	Método de imágenes y potencial en medios semi-infinitos	11
2.3.3	Fuente puntual de corriente en medio homogéneo	12
2.3.4	Fuente puntual de corriente en terreno de dos capas	13
2.3.5	Línea fuente de corriente	15
2.4	Método por segmentación e integración	16
2.4.1	Cálculo de parámetros relevantes	18
2.4.2	Discretización del sistema	20
2.5	Modelos clásicos de resistencia de puesta a tierra	21
2.5.1	Resistencia de un electrodo vertical	21
2.5.2	Resistencia de un electrodo horizontal	22
2.5.3	Resistencia de una estrella de cuatro puntas	23
2.5.4	Malla	23
2.6	Teoría de grafos	24
2.6.1	Definición de grafo eléctrico	24
2.6.2	Aplicación en sistemas de puesta a tierra	25
2.6.3	Implementación en Python mediante NetworkX	25
2.6.4	Ventajas de la representación en grafos	25
2.7	Optimización de Caja Negra	26
2.7.1	Características clave	26
2.7.2	Métodos Metaheurísticos	27
2.7.3	Aplicación de BBO en Sistemas de Puesta a Tierra	27
2.7.4	Ventajas y Limitaciones de BBO	28

2.7.5	Implementación en Python mediante PySwarms	28
3	Implementación del modelo	30
3.1	Validación del modelo	30
3.1.1	Electrodo vertical	30
3.1.2	Electrodo horizontal	34
3.1.3	Estrella de cuatro puntas	37
3.1.4	Malla	40
4	Implementación del código de generación y optimización	43
4.1	Parámetros definidos por el usuario	43
4.1.1	Parámetros geométricos	43
4.1.2	Parámetros eléctricos	44
4.1.3	Parámetros de seguridad	44
4.1.4	Opciones de optimización	44
4.2	Generación del sistema de puesta a tierra	45
4.3	Implementación del algoritmo de optimización	49
4.4	Desarrollo de la Interfaz de Usuario	53
5	Resultados	55
5.1	Malla de 20x20[m]	55
5.2	Malla de 30x30[m]	57
5.3	Malla de 30x30[m] con restricción	59
5.4	Malla de 70x70[m]	60
6	Conclusiones	64
7	Anexos	69
7.1	Fuente puntual de corriente en terreno de dos capas	69
7.2	Electrodo Vertical	73
7.3	Electrodo Horizontal	76
7.4	Estrella de cuatro puntas	79

Índice de tablas

3.1	Resistencia teórica del electrodo vertical según ecuación 2.38.	31
3.2	Comparación entre resistencia teórica y simulada para electrodo vertical de 2,5 [m].	32
3.3	Resistencia teórica del electrodo horizontal según ecuación 2.39.	34
3.4	Comparación entre resistencia teórica y simulada para electrodo horizontal de 2,5 m.	35
3.5	Resistencia teórica del electrodo horizontal según ecuación 2.39.	37
3.6	Comparación entre resistencia teórica y simulada para estrella de cuatro puntas, brazos de 2,5 [m].	38
3.7	Comparación entre resistencia teórica y simulada para malla de 10x10[m], cuadros de lado 5 m.	41
5.1	Parámetros utilizados para la optimización del sistema de puesta a tierra en una malla de 20x20 m. Elaboración propia.	55
5.2	Comparación de tensiones de paso y contacto admisibles y calculadas. Malla de 20x20 m. Elaboración propia.	56
5.3	Parámetros técnicos y económicos del sistema de puesta a tierra. Malla de 20x20 m. Elaboración propia.	57
5.4	Parámetros utilizados para la optimización del sistema de puesta a tierra en una malla de 30x30[m]. Elaboración propia.	57
5.5	Tensiones de seguridad en el sistema optimizado y convencional, 30x30[m]. Elaboración propia.	58
5.6	Parámetros relevantes del sistema de puesta a tierra, malla de 30x30[m]. Elaboración propia.	58
5.7	Tensiones de seguridad en el sistema optimizado sin restricción(1) y con restricción(2), 30x30[m]. Elaboración propia.	60
5.8	Parámetros relevantes del sistema de puesta a tierra optimizado sin y con restricción, malla de 30x30[m]. Elaboración propia.	60
5.9	Parámetros utilizados para la optimización del sistema de puesta a tierra en una malla de 70x70[m]. Elaboración propia.	60
5.10	Parámetros utilizados para la optimización del sistema de puesta a tierra en una malla de 70x70[m]. Elaboración propia.	61
5.11	Tensiones de seguridad en el sistema optimizado y de referencia, 70x70[m]. Elaboración propia.	62
5.12	Parámetros relevantes del sistema de puesta a tierra optimizado y de referencia, malla de 70x70[m]. Elaboración propia.	63

7.1	Comparación entre resistencia teórica y simulada para electrodo vertical de 5 [m].	73
7.2	Comparación entre resistencia teórica y simulada para electrodo vertical de 7,5 [m].	74
7.3	Comparación entre resistencia teórica y simulada para electrodo vertical de 10 [m].	75
7.4	Comparación entre resistencia teórica y simulada para electrodo horizontal de 5,0 [m].	76
7.5	Comparación entre resistencia teórica y simulada para electrodo horizontal de 7,5 [m].	77
7.6	Comparación entre resistencia teórica y simulada para electrodo horizontal de 10 [m].	78
7.7	Comparación entre resistencia teórica y simulada para estrella de cuatro puntas, brazos de 10,0 [m].	79
7.8	Comparación entre resistencia teórica y simulada para estrella de cuatro puntas, brazos de 7,5 [m].	80
7.9	Comparación entre resistencia teórica y simulada para estrella de cuatro puntas, brazos de 10 [m].	81

Índice de figuras

2.1	Estructura de suelo multicapas para modelamiento del terreno	7
2.2	Tensiones de paso, malla y contacto	9
2.3	Método de imágenes para una carga puntual sobre un plano conductor . .	12
2.4	Potencial en un punto M debido a una fuente puntual de corriente	13
2.5	Potencial en un punto M en la capa superior debido a una fuente puntual de corriente en la misma capa	15
2.6	Transformación de coordenadas de sistema xyz a uvw	18
2.7	Electrodo vertical	22
2.8	Grafo con 5 nodos y 8 arcos	24
3.1	Electrodo vertical de 5 [m] con 7 segmentos. Elaboración propia.	31
3.2	Resistencia de puesta a tierra electrodo vertical, 2,5 [m] vs. numero de seg- mentos. Elaboración propia	33
3.3	Error porcentual resistencia de puesta a tierra electrodo vertical vs. número de segmentos. Elaboración propia.	33
3.4	Electrodo horizontal de 5 [m] con 7 segmentos. Elaboración propia.	34
3.5	Resistencia de puesta a tierra electrodo horizontal, 2,5 [m] vs. numero de segmentos. Elaboración propia	36
3.6	Error porcentual resistencia de puesta a tierra electrodo horizontal vs. número de segmentos. Elaboración propia.	36
3.7	Estrella de cuatro puntas con 7 segmentos por brazo. Elaboración propia. .	37
3.8	Resistencia de puesta a tierra estrella de cuatro puntas, 2,5 [m] vs. numero de segmentos. Elaboración propia	39
3.9	Error porcentual resistencia de puesta a tierra estrella de cuatro puntas vs. número de segmentos. Elaboración propia.	39
3.10	Malla de 20x20[m], cuadros de 5 [m] con 2 segmentos por lado. Elaboración propia	40
3.11	Resistencia de puesta a tierra malla de 20x20[m] vs. número de segmentos. Elaboración propia.	41
3.12	Error porcentual resistencia de puesta a tierra malla de 20x20[m] vs. nu- mero de segmentos. Elaboración propia	42
4.1	Espacio de trabajo creado para un área de 20x20[m]. Elaboración propia. .	45
4.2	Área de trabajo dividida en 32 cuadros. Elaboración propia.	46
4.3	Espacio de trabajo con nodos dispuestos en patrón zigzag. Elaboración propia.	46

4.4	Nodos conectados según patrones definidos. Elaboración propia.	47
4.5	Nodos ubicados en intersecciones entre arcos. Elaboración propia.	48
4.6	Ventana del “panel de control”. Elaboración propia.	53
4.7	Ventana de alerta. Elaboración propia.	53
5.1	Sistema de puesta a tierra optimizado para terreno de 20x20 m. Elaboración propia.	56
5.2	Sistema de puesta a tierra optimizado, terreno de 30x30[m]. Elaboración propia.	58
5.3	Sistema de puesta a tierra optimizado con restricción, terreno de 30x30[m].	59
5.4	Sistema de puesta a tierra optimizado para terreno de 70x70 m. Elaboración propia.	62
7.1	Potencial en un punto M en la capa inferior debido a una fuente puntual de corriente en la capa superior	70
7.2	Potencial en un punto M en la capa superior debido a una fuente puntual de corriente en la capa inferior	71
7.3	Potencial en un punto M en la capa inferior debido a una fuente puntual de corriente en la misma capa	72
7.4	Resistencia de puesta a tierra electrodo vertical, 5 [m] vs. numero de segmentos. Elaboración propia	74
7.5	Resistencia de puesta a tierra electrodo vertical, 7,5 [m] vs. numero de segmentos. Elaboración propia	75
7.6	Resistencia de puesta a tierra electrodo vertical, 10 [m] vs. numero de segmentos. Elaboración propia	76
7.7	Resistencia de puesta a tierra electrodo horizontal, 5 [m] vs. numero de segmentos. Elaboración propia	77
7.8	Resistencia de puesta a tierra electrodo horizontal, 7,5 [m] vs. numero de segmentos. Elaboración propia	78
7.9	Resistencia de puesta a tierra electrodo horizontal, 10 [m] vs. numero de segmentos. Elaboración propia	79
7.10	Resistencia de puesta a tierra estrella de cuatro puntas, 5 [m] vs. numero de segmentos. Elaboración propia	80
7.11	Resistencia de puesta a tierra estrella de cuatro puntas, 7,5 [m] vs. numero de segmentos. Elaboración propia	81
7.12	Resistencia de puesta a tierra estrella de cuatro puntas, 10 [m] vs. numero de segmentos. Elaboración propia	82

Resumen

En este trabajo de memoria se desarrolla una plataforma computacional orientada al diseño automatizado de sistemas de puesta a tierra, utilizando técnicas de optimización tipo *black box*. Se implementa un algoritmo basado en la metaheurística de optimización por enjambre de partículas (Particle Swarm Optimization, PSO), con el objetivo de reducir la cantidad de material conductor empleado sin comprometer los criterios de seguridad eléctrica establecidos por la norma IEEE Std 80-2013. La plataforma integra una interfaz gráfica que permite al usuario configurar parámetros del terreno, restricciones de diseño y visualizar tanto la configuración geométrica resultante como las tensiones de paso y contacto asociadas. Se valida el modelo mediante casos teóricos, y se estudia un caso de referencia extraído de la norma, adaptado para posibilitar una comparación directa. Los resultados demuestran que es posible obtener configuraciones no convencionales técnicamente viables, que ofrecen ahorros sustanciales en longitud de conductor y costos totales. Asimismo, se identifican limitaciones del modelo actual, como la exclusión de electrodos verticales y la restricción a una única capa, proponiendo como líneas de trabajo futuro la ampliación del modelo a escenarios más realistas y complejos mediante la incorporación de nuevas técnicas de optimización y validaciones experimentales.

Agradecimientos

Tras varios años de estudio y esfuerzo, llego al final de esta etapa. Estas palabras marcan el inicio de una nueva fase en mi vida, y por ello quiero expresar mi más sincero agradecimiento a todas las personas que me apoyaron, motivaron y confiaron en mí a lo largo de este proceso.

Agradezco profundamente a mis padres, Marco y Paz, quienes siempre estuvieron a mi lado, en las victorias y en las derrotas, en los ramos aprobados y en los reprobados. Sin su apoyo incondicional, no habría llegado hasta aquí. A mi hermano Rodrigo, quien ha sido una fuente constante de apoyo, y cuya sinceridad brutal me ayudó a mantener los pies en la tierra.

Gracias a mis abuelos, tíos y primos, que nunca perdieron la fe en mí, incluso cuando el camino se veía cuesta arriba.

A mi novia Catalina, gracias por tu amor, apoyo y comprensión a lo largo de todo este trabajo. Me levantaste en uno de los momentos más bajos de mi vida. Tu constancia, tu negativa a rendirte y tu capacidad de inspirar me impulsaron a seguir adelante, a esforzarme en mis estudios y a buscar ser mejor en todos los aspectos.

También agradezco a mis amigos Matías Salerno, Álvaro Bozo, Ignacio Pot, Álvaro Miranda, y a todos los miembros del grupo cuyo nombre no puede ser mencionado por razones de formalidad. Gracias por acompañarme en este camino, desde las risas durante las clases online hasta las desveladas estudiando para salvar algún ramo.

Finalmente, quiero agradecer al profesor guía, Ph.D. Johny Montaña, y al profesor correferente, Ph.D. Alejandro Angulo, por su apoyo, observaciones y paciencia durante el desarrollo de esta memoria.

Reitero mis agradecimientos a todas las personas que han contribuido a formar la persona que soy y que me han acompañado en este largo camino llamado Ingeniería Eléctrica. Espero que, cuando cumplan sus metas, sientan que los he acompañado como ustedes me han acompañado a mí.

Gracias a todos.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Introducción

Las mallas de puesta a tierra son componentes fundamentales para la seguridad de las instalaciones eléctricas en todo el mundo, ya que permiten que las corrientes generadas por situaciones anómalas —como fallas eléctricas o descargas atmosféricas— se disipen directamente en el terreno. De esta manera, se protege tanto a los equipos e instalaciones como, de forma aún más relevante, a las personas.

En 1961, la AIEE (actualmente IEEE) publicó su “Guía de seguridad en puesta a tierra de subestaciones en corriente alterna” [1], cuya versión más reciente corresponde a la *IEEE Std 80-2013*. Esta norma se ha consolidado como uno de los principales documentos de referencia para el cálculo, diseño e implementación de sistemas de puesta a tierra en subestaciones eléctricas.

Las primeras discusiones sobre la optimización del diseño de mallas de puesta a tierra se remontan a la década de 1970. Investigadores como Dawalibi [2, 3] y Sverak [4] utilizaron herramientas computacionales para analizar la disposición óptima de electrodos horizontales en mallas de configuración cuadrada, con el objetivo de reducir las tensiones de paso y de contacto, bajo el supuesto de una distribución uniforme de corriente.

En las últimas décadas, el interés por la optimización de estos sistemas ha crecido, impulsado por la necesidad de reducir la cantidad de material conductor —y, por ende, los costos— sin comprometer la seguridad eléctrica exigida. En este contexto, se han incorporado nuevas metodologías y herramientas, como algoritmos de optimización computacional [5, 6, 7], los cuales han permitido explorar configuraciones más irregulares, distintas de las estructuras cuadrangulares tradicionales.

A pesar de la existencia de normativas que orientan el diseño de mallas de puesta a tierra, como la ya mencionada *IEEE Std 80*, en la práctica el proceso de diseño y optimización sigue dependiendo en gran medida del criterio y experiencia del ingeniero a cargo. Esta subjetividad puede conducir a soluciones que no siempre resultan óptimas en términos de costos, cantidad de material o desempeño eléctrico.

Una posible solución a esta problemática es la incorporación de técnicas de optimización tipo *black box* (*caja negra*), mediante el desarrollo de una plataforma computacional que permita diseñar mallas de puesta a tierra de manera más eficiente. Este enfoque facilitaría la evaluación de múltiples configuraciones y permitiría seleccionar la más adecuada según los requerimientos específicos del proyecto —ya sea minimización de costos, reduc-

ción de material o mejora del desempeño eléctrico— sin requerir que el usuario conozca los detalles internos del modelo de optimización.

El objetivo general de este trabajo es desarrollar una plataforma computacional basada en técnicas de optimización tipo *black box*, capaz de diseñar mallas de puesta a tierra que cumplan con los criterios de seguridad eléctrica, minimizando el uso de material conductor y reduciendo los costos asociados a su implementación. Para esto, se utiliza el algoritmo de optimización por enjambre de partículas (PSO), aplicado sobre un modelo de segmentación que representa el sistema mediante grafos.

Como parte de la metodología, se desarrolló el sistema en lenguaje Python, utilizando la biblioteca NetworkX para modelar la estructura de las mallas. Los diseños obtenidos se evaluaron bajo distintos escenarios geométricos y condiciones del terreno, considerando tanto configuraciones convencionales como estructuras irregulares generadas por el algoritmo.

La validez del modelo fue verificada mediante comparación con resultados teóricos entregados por la norma IEEE Std 80. Además, se consideraron limitaciones reales como el costo de uniones no estándar, profundidad de enterramiento y capas de terreno con distintas resistividades, para aproximar el análisis a condiciones más representativas de la práctica profesional.

El documento se organiza de la siguiente manera: en el Capítulo 2 se presenta el marco teórico necesario para comprender los fundamentos de los sistemas de puesta a tierra, la resistividad del terreno, y los métodos clásicos de cálculo. En el Capítulo 4 se describe la metodología de implementación del modelo, la validación de resultados y el desarrollo del algoritmo. En el Capítulo 5 se analizan los resultados obtenidos para distintos casos de estudio, evaluando la eficiencia del modelo propuesto. Finalmente, en el Capítulo 6 se presentan las conclusiones generales y se discuten posibles líneas de trabajo futuro.

1.2. Objetivo General

Desarrollar una plataforma computacional que, mediante black box optimization, realice un diseño eficiente de mallas de puesta a tierra, considerando modelos de suelo basados en mediciones y respetando restricciones técnicas y económicas.

1.3. Objetivos Específicos

1. Realizar una revisión del estado del arte con respecto a la simulación de mallas de puesta a tierra y algoritmos de optimización aplicados a su diseño.
2. Implementar motor de cálculo que permita cuantificar los indicadores clave de una malla de puesta a tierra, donde las entradas de la librería son la geometría parametrizada y las características del suelo.
3. Contrastar los resultados del modelo implementado con los resultados obtenidos por un software de simulación existente para validar el modelo.
4. Implementar una interfaz gráfica para la plataforma que permita al usuario interactuar con el modelo implementado y despliegue los resultados obtenidos.

Capítulo 2

Marco Teórico

Este capítulo presenta una visión general de lo que son los sistemas de puesta a tierra, abordando conceptos fundamentales como el potencial de elevación de tierra y las ecuaciones de seguridad asociadas a su diseño. A continuación, se analiza el modelo electromagnético de estos sistemas, con énfasis en el método de segmentación e integración para la resolución de las ecuaciones de resistencia.

Posteriormente, se examina el uso de la teoría de grafos como herramienta para el análisis estructural de las mallas de puesta a tierra, enfocándose en la representación mediante nodos y arcos. Finalmente, se ofrece una introducción a la teoría de optimización, con especial atención al enfoque de optimización tipo *black box*; además, se discute cómo es posible incorporar restricciones constructivas y normativas dentro de este proceso.

2.1. Fundamentos de los sistemas de puesta a tierra

Los sistemas de puesta a tierra (*earthing* o *grounding*) son elementos que se implementan para proteger a las personas y los equipos ante situaciones anómalas en el sistema eléctrico, tales como fallas o descargas atmosféricas, proporcionando un camino de baja impedancia por el cual se disipa la corriente de falla hacia el suelo. Con ello, se limita la aparición de tensiones peligrosas en estructuras metálicas expuestas y se asegura una referencia de potencial estable para el correcto funcionamiento de los equipos eléctricos [8].

En esencia, un buen sistema de puesta a tierra garantiza que, ante una falla a tierra, la mayor parte de la corriente de falla circule hacia el suelo de manera controlada, minimizando los diferenciales de tensión a los que podrían verse expuestos los operarios o los equipos conectados a tierra.

2.1.1. Conceptos clave de seguridad y desempeño

En las normas *IEEE Std 80-2013* e *IEEE Std 81-2012* se establecen las siguientes definiciones clave para el estudio y diseño de sistemas de puesta a tierra [1, 9]:

- **Tierra** (*Ground*): Conexión conductora, ya sea intencional o accidental, mediante la cual un circuito o equipo eléctrico se conecta a tierra o a algún cuerpo conductor de extensión relativamente grande que actúa como equivalente de la tierra.

- **Tierra remota** (*Remote earth*): Concepto teórico que hace referencia a un electrodo de tierra de impedancia cero, ubicado a una distancia infinita del sistema de puesta a tierra bajo prueba.

En la práctica, se considera que se alcanza la tierra remota cuando la resistencia mutua entre el sistema de tierra en prueba y un punto teórico (ubicado a una distancia suficientemente grande) sea despreciable.

- **Electrodo de tierra** (*Ground electrode*): Conductor incrustado en el suelo, utilizado para recolectar o disipar la corriente de falla hacia la tierra.
- **Malla de puesta a tierra** (*Ground grid*): Conjunto de electrodos de tierra interconectados, dispuestos en un patrón específico dentro de un área determinada y enterrados bajo la superficie del terreno.

- **Punto equipotencial** (*Equipotential point*): Punto en el que el potencial eléctrico es constante y, por lo tanto, no existe diferencia de tensión respecto de otros puntos equipotenciales.

En el contexto de la seguridad eléctrica, los puntos equipotenciales son fundamentales para evitar la circulación de corriente a través del cuerpo humano, ya que garantizan la ausencia de diferencias de potencial entre superficies accesibles simultáneamente.

Según la *IEEE Std 81-2012*, una línea o contorno equipotencial se define como el lugar geométrico de puntos que tienen el mismo potencial en un momento dado [9].

- **Sistema de puesta a tierra (SPT)** (*Grounding system*): Conjunto de instalaciones de puesta a tierra interconectadas dentro de una zona determinada.

Con respecto a este término se adoptará una definición ampliada, que considera el sistema de puesta a tierra como el conjunto de elementos conductores de un sistema eléctrico que unen los equipos eléctricos con el suelo sin interrupciones. Este sistema comprende tanto los electrodos como todos los elementos conectados a ellos.

- **Corriente de falla** (*Fault current*): Para el presente trabajo de memoria, se adopta la definición de corriente de falla como la corriente que fluye desde el punto de ocurrencia de una falla eléctrica hacia tierra o hacia el neutro del sistema.

Si bien la norma *IEEE Std 80-2013* no presenta una definición explícita para este término, se considera análoga al valor de diseño conocido como corriente máxima de malla (*maximum grid current*, I_G), definida como la corriente que fluye desde el punto de falla hacia el sistema de puesta a tierra durante toda la duración del evento.

De acuerdo con la norma *IEEE Std 80-2013*, la corriente máxima de malla se calcula mediante la siguiente expresión:

$$I_G = D_f \cdot I_g$$

donde:

- I_G : corriente máxima de malla [A]

- D_f : factor de decrecimiento, que ajusta la corriente estacionaria a lo largo de la duración de la falla [-]
- I_g : corriente simétrica de falla a tierra, definida como el valor eficaz máximo de la componente simétrica de la corriente que aparece inmediatamente después del instante de iniciación de la falla [A]

Para efectos del presente análisis estacionario, se asume que I_G permanece constante durante toda la duración del evento, lo que permite una aproximación conservadora y técnicamente válida en el diseño del sistema de puesta a tierra.

- **Elevación de potencial de tierra** (*GPR, Ground Potential Rise*): Máxima tensión que un electrodo o malla de puesta a tierra puede alcanzar respecto de un punto de referencia distante, el cual se asume a potencial de tierra remota. Esta tensión, GPR, es equivalente al producto entre la máxima corriente de falla que ingresa al sistema de puesta a tierra y su resistencia.

En condiciones normales, el potencial de cualquier punto conectado a tierra es igual al de la tierra remota (es decir, prácticamente cero). Sin embargo, cuando una corriente de falla ingresa al suelo, la resistencia finita del terreno provoca una elevación de potencial local.

2.1.2. Modelado del terreno

El diseño de un sistema de puesta a tierra comienza con la caracterización eléctrica del terreno en el área de estudio. Esta caracterización permite determinar la resistividad del suelo, un parámetro clave que influye directamente en la resistencia de puesta a tierra y en la distribución del potencial eléctrico en caso de una falla.

La norma *IEEE Std 81-2012* define la resistividad del suelo (*soil resistivity*) como la medida de la oposición que presenta un volumen de suelo al paso de una corriente eléctrica. Esta magnitud se expresa típicamente en *ohm-metros* ($\Omega \cdot m$) [9]. La resistividad del terreno puede variar significativamente dependiendo de factores como:

- Ubicación geográfica: tipos de suelo, altitud.
- Contenido de humedad.
- Estratificación del suelo: capas de diferentes materiales.
- Presencia de impurezas y minerales.
- Compactación y porosidad del suelo.

Modelos de suelo: homogéneo y multicapa

En la práctica, el suelo rara vez presenta una distribución homogénea. Es común encontrar perfiles estratificados, donde distintas capas del subsuelo exhiben variaciones significativas en su composición, lo cual afecta directamente el valor de la resistividad del suelo y, por ende, la forma en que la corriente se disipa. Estos perfiles de suelo pueden clasificarse en dos categorías principales:

- **Modelo homogéneo:** Asume que el terreno presenta una resistividad constante en todas las direcciones y profundidades. Este modelo es adecuado solo cuando las variaciones observadas en los datos de resistividad son mínimas o despreciables [10].
- **Modelo multicapa**(Figura 2.1): Considera dos o más estratos horizontales, homogéneos e isotrópicos, cada uno con su propia resistividad y espesor. Este enfoque permite representar de manera más precisa las condiciones reales del terreno, especialmente cuando se observan diferencias significativas en la resistividad entre capas.

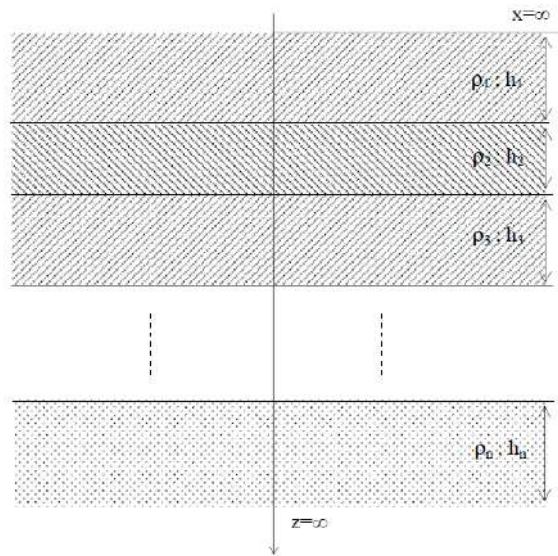


Figura 2.1: Estructura de suelo multicapas para modelamiento del terreno[11].

El modelo multicapa es el más utilizado para estudios prácticos, ya que se adapta mejor a las condiciones naturales del terreno, donde la resistividad varía con la profundidad. Comúnmente se emplean modelos de dos a cinco capas para representar adecuadamente el perfil del suelo en un área de trabajo [10].

Métodos de medición de resistividad del suelo

Para determinar la resistividad del terreno, se emplean diversos métodos de medición en campo. La norma *IEEE Std 81-2012* recomienda los siguientes métodos principales [9]:

- **Información geológica y muestreo directo del suelo:** Consiste en extraer muestras del terreno para su análisis en laboratorio. Este método proporciona información precisa sobre la composición del suelo, pero puede ser costoso y requiere equipo especializado.
- **Método de tres puntas (variación de profundidad):** Utilizado principalmente para obtener un perfil de resistividad a distintas profundidades. Este método es adecuado para suelos homogéneos o ligeramente estratificados.

- **Método de cuatro puntas:** Es el método más utilizado debido a su precisión y facilidad de implementación. Dentro de este método, se destacan dos variantes ampliamente aplicadas:
 - **Método de Wenner:** Las cuatro puntas (dos para corriente y dos para potencial) se ubican equidistantes entre sí. Es ideal para estudios de terrenos homogéneos.
 - **Método de Schlumberger-Palmer:** Las puntas de potencial se colocan a una distancia fija, mientras que las puntas de corriente se alejan progresivamente. Este método es adecuado para suelos estratificados, ya que permite obtener información a mayores profundidades sin modificar significativamente la geometría del sistema.

La interpretación de los datos medidos permite adoptar un modelo de terreno homogéneo o multicapa, según la variabilidad observada. La elección del modelo adecuado tiene un impacto directo en la precisión del diseño del sistema de puesta a tierra, ya que una representación incorrecta del terreno puede llevar a resultados inexactos en el cálculo de la resistencia de puesta a tierra y en la distribución del potencial eléctrico.

2.2. Tensiones de seguridad

Una de las consideraciones fundamentales en el diseño de una malla de puesta a tierra corresponde a las tensiones de paso y de contacto. La norma *IEEE Std 80-2013* establece las siguientes definiciones para estos conceptos[1]:

- **Tensión de paso** (*Step voltage*): Diferencia de potencial en la superficie del suelo que puede experimentar una persona al abarcar una distancia de 1 m con los pies, sin tocar ningún objeto conectado a tierra.
- **Tensión de contacto** (*Touch voltage*): Diferencia de potencial entre la elevación de potencial de tierra (*GPR*) de un sistema de puesta a tierra y el potencial de la superficie en el punto donde una persona podría estar de pie mientras mantiene contacto con una estructura conectada a tierra.
- **Tensión de malla** (*Mesh voltage*): Máxima tensión de contacto que puede presentarse dentro de una celda o cuadro de la malla de puesta a tierra. Se mide entre el centro del cuadro —donde se espera la mayor elevación de potencial— y un punto a una distancia equivalente a la longitud del brazo, simulando la situación de una persona que toca una estructura metálica energizada mientras está de pie sobre la malla.

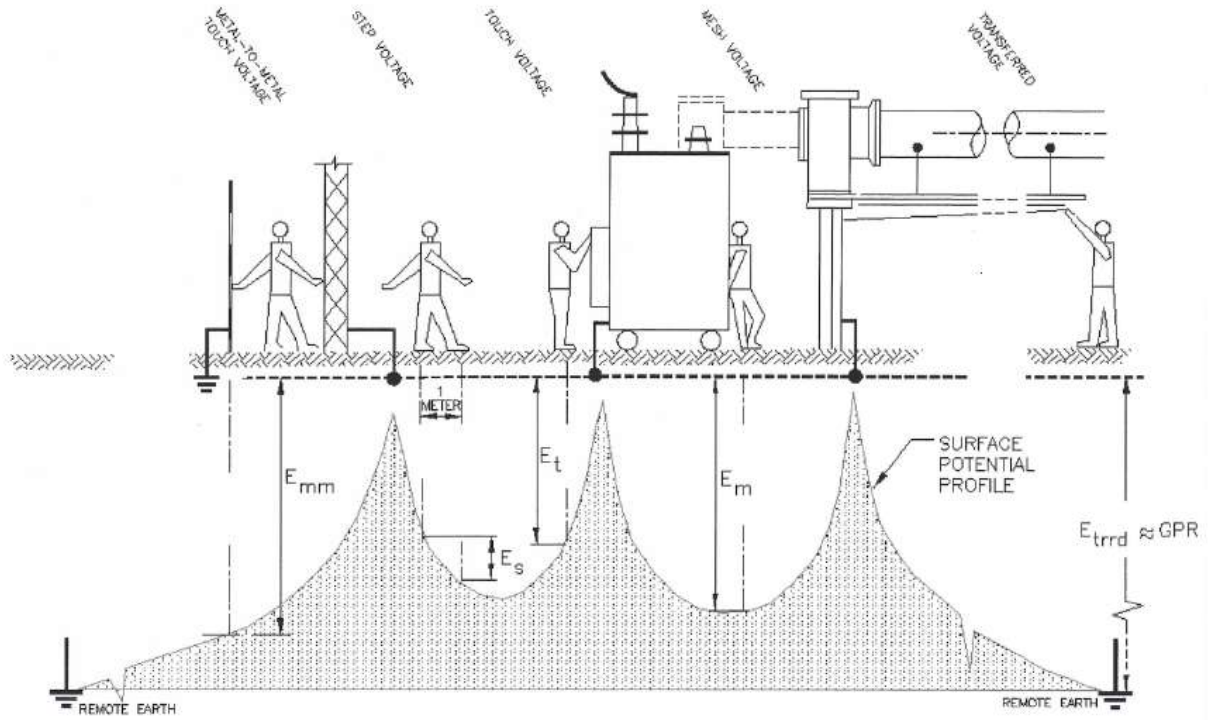


Figura 2.2: Tensiones de paso, malla y contacto[1].

En la figura 2.2 se presenta un diagrama que ejemplifica los distintos diferenciales de tensión a la cual una persona puede verse expuesta en una situación de falla a tierra. La segunda y tercera persona (de izquierda a derecha) corresponden a los casos de tensión de paso y tensión de contacto respectivamente.

2.2.1. Cálculo del factor de corrección C_s

Para garantizar la seguridad del personal y minimizar los riesgos asociados a las tensiones de paso y contacto, es común utilizar una capa superficial de material de alta resistividad (ρ_s), como gravilla o piedra molida. Esta capa actúa como aislante entre el suelo y los operarios, reduciendo las corrientes superficiales peligrosas que podrían presentarse durante una falla eléctrica.

El espesor de esta capa (h_s) suele estar en el rango recomendado de 0,08 m (3 in) a 0,15 m (6 in) [1]. No obstante, la presencia de esta capa de alta resistividad introduce la necesidad de utilizar un factor de corrección C_s , que ajusta las tensiones de seguridad (de paso y contacto) para reflejar las condiciones reales del sitio.

Este factor considera la reducción efectiva de la corriente superficial debida al material aislante, asegurando que los cálculos de seguridad sean precisos y adecuados para el sistema en estudio.

El factor de corrección C_s se define como:

$$C_s = 1 - \frac{0,09 \cdot \left(1 - \frac{\rho}{\rho_s}\right)}{2 \cdot h_s + 0,09} \quad (2.1)$$

donde:

- C_s : Factor de corrección.
- ρ_s : Resistividad de la capa superficial [$\Omega \cdot \text{m}$].
- h_s : Espesor de la capa superficial [m].
- ρ : Resistividad del terreno (en suelos homogéneos) o de la primera capa del suelo (en modelos multicapa) [$\Omega \cdot \text{m}$].

2.2.2. Cálculo de las tensiones de paso y contacto

Una vez determinado el valor de C_s , las tensiones de paso y de contacto se calculan empleando las expresiones establecidas en la *IEEE Std 80-2013*. Estas fórmulas están ajustadas para dos escenarios representativos: personas con una masa corporal de 50 kg y de 70 kg.

Tensiones para una persona de 50 kg

$$E_{step50} = (1000 + 6 \cdot C_s \cdot \rho_s) \cdot \frac{0,116}{\sqrt{t_s}} \quad (2.2)$$

$$E_{touch50} = (1000 + 1,5 \cdot C_s \cdot \rho_s) \cdot \frac{0,116}{\sqrt{t_s}} \quad (2.3)$$

Tensiones para una persona de 70 kg

$$E_{step70} = (1000 + 6 \cdot C_s \cdot \rho_s) \cdot \frac{0,157}{\sqrt{t_s}} \quad (2.4)$$

$$E_{touch70} = (1000 + 1,5 \cdot C_s \cdot \rho_s) \cdot \frac{0,157}{\sqrt{t_s}} \quad (2.5)$$

donde:

- E_{step} : Tensión de paso [V].
- E_{touch} : Tensión de contacto [V].
- C_s : Factor de corrección.
- ρ_s : Resistividad del material superficial [$\Omega \cdot \text{m}$].
- t_s : Tiempo de despeje de la falla [s].

2.3. Modelado electromagnético del sistema de puesta a tierra

2.3.1. Modelo electrocuasiestático

El modelo electrocuasiestático (EQS) es una aproximación de las ecuaciones de Maxwell que permite analizar sistemas donde la velocidad de variación temporal del campo eléctrico es suficientemente baja como para despreciar los efectos de propagación de onda y los campos magnéticos inducidos. Bajo este enfoque, se asume que el campo eléctrico se origina principalmente a partir de la distribución de cargas, y no por efectos dinámicos asociados al campo magnético.

Según Haus y Melcher [12], este régimen es válido cuando el tiempo característico de evolución del sistema es mucho mayor que el tiempo que tarda una onda electromagnética en propagarse a través del mismo. Es decir, si el tamaño del sistema (L) y la frecuencia de operación (f) satisfacen la siguiente desigualdad:

$$L \ll \frac{c}{f} \quad (2.6)$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío, entonces es apropiado emplear el modelo EQS.

Este modelo resulta especialmente útil para el análisis de sistemas de puesta a tierra, ya que estos operan típicamente a frecuencias industriales (50 o 60 Hz), lo que cumple con los criterios para aplicar esta aproximación. Además, el modelo permite el uso de herramientas analíticas como el potencial eléctrico, las superficies equipotenciales y el método de imágenes.

Cabe señalar que el modelo EQS no es adecuado para fenómenos de alta frecuencia, como las descargas atmosféricas, debido a los efectos dinámicos asociados. En este estudio, tales fenómenos no se consideran, ya que no forman parte de los objetivos planteados.

El modelo electrocuasiestático ha sido adoptado como base teórica en diversas normas y manuales de diseño, como la *IEEE Std 80*, dada la naturaleza de las corrientes industriales utilizadas.

2.3.2. Método de imágenes y potencial en medios semi-infinitos

El método de imágenes es una técnica de resolución para problemas de distribución de campo eléctrico que surge dentro del marco del modelo EQS. Se basa en la simetría de los problemas electrostáticos y en la linealidad de las ecuaciones de Laplace y Poisson. El principio consiste en reemplazar planos conductores o superficies equipotenciales por cargas ficticias (o “imágenes”) que replican las condiciones de frontera impuestas por dichos conductores [12].

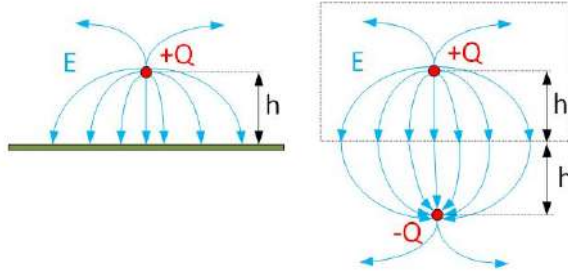


Figura 2.3: Método de imágenes para una carga puntual sobre un plano conductor[13].

En la figura 2.3 se presenta un diagrama del funcionamiento teórico del método, reemplazando el suelo (y las condiciones de frontera impuestas por este) por una partícula ficticia de carga opuesta.

2.3.3. Fuente puntual de corriente en medio homogéneo

El análisis del comportamiento eléctrico de un sistema de puesta a tierra puede iniciarse modelando una fuente puntual de corriente, definida como una región infinitesimal que inyecta corriente en un medio conductor de resistividad uniforme ρ . Este enfoque permite evaluar la distribución del campo eléctrico y el potencial generado en un terreno homogéneo.

Considerando una superficie esférica imaginaria de radio r centrada en la fuente puntual, la densidad de corriente $\bar{\mathbf{J}}(r)$ sobre dicha superficie se distribuye de forma uniforme y radial:

$$\bar{\mathbf{J}}(r) = \frac{i}{4\pi r^2} \hat{r} \quad (2.7)$$

donde i representa la corriente inyectada, y $\hat{r}$ es el vector unitario radial. Aplicando la ley de Ohm, se obtiene el campo eléctrico:

$$\bar{\mathbf{E}}(r) = \rho \cdot \bar{\mathbf{J}}(r) = \rho \cdot \frac{i}{4\pi r^2} \hat{r} \quad (2.8)$$

El potencial eléctrico $U(r)$ en un punto a una distancia r de la fuente se determina integrando el campo eléctrico desde el infinito (potencial cero) hasta el punto de interés:

$$U(r) = - \int_{\infty}^r \bar{\mathbf{E}}(r) dr = \frac{\rho \cdot i}{4\pi r} \quad (2.9)$$

Cuando la fuente se encuentra enterrada bajo la superficie de un terreno homogéneo, el potencial eléctrico en un punto arbitrario M puede calcularse mediante el método de imágenes. En este caso, se introduce una fuente puntual ficticia (imagen), ubicada simétricamente respecto a la superficie, a igual distancia que la fuente original, con una corriente de igual magnitud.

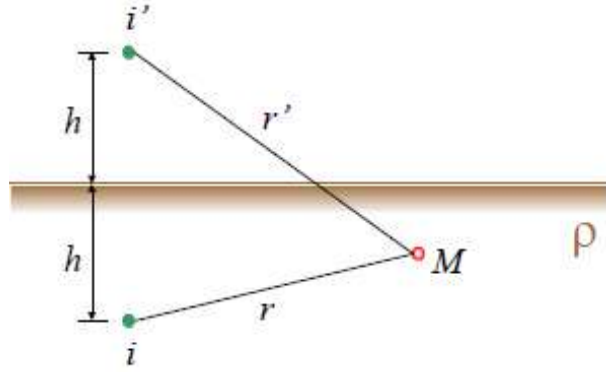


Figura 2.4: Potencial en un punto M debido a una fuente puntual de corriente[14].

Aplicando el principio de superposición, el potencial en M es:

$$U = \frac{\rho \cdot i}{4\pi} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right) \quad (2.10)$$

donde:

- r : distancia entre la fuente real y el punto M .
- r' : distancia entre la fuente imagen y el punto M .

En un sistema de coordenadas xyz , donde el plano xy representa la superficie del terreno, estas distancias se expresan como:

$$r = \sqrt{(x_j - x_o)^2 + (y_j - y_o)^2 + (z_j - z_o)^2} \quad (2.11)$$

$$r' = \sqrt{(x_j - x_o)^2 + (y_j - y_o)^2 + (z_j + z_o)^2} \quad (2.12)$$

Reemplazando en la expresión del potencial se obtiene:

$$U = \frac{\rho \cdot i}{4\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{(x_j - x_o)^2 + (y_j - y_o)^2 + (z_j - z_o)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x_j - x_o)^2 + (y_j - y_o)^2 + (z_j + z_o)^2}} \right) \quad (2.13)$$

donde (x_j, y_j, z_j) son las coordenadas del punto fuente y (x_o, y_o, z_o) las del punto M .

2.3.4. Fuente puntual de corriente en terreno de dos capas

El modelo previamente desarrollado es adecuado para terrenos homogéneos de resistividad uniforme. Sin embargo, en la práctica, muchos suelos presentan una estructura estratificada, donde diferentes capas poseen distintas propiedades eléctricas. En estos casos, se debe adoptar un modelo de terreno multicapa para representar adecuadamente las condiciones del medio. En esta sección, se considera un modelo de dos capas definido por:

- Capa superior de resistividad ρ_1 y de espesor h .

- Capa inferior de resistividad ρ_2 y que se extiende desde la frontera entre capas hasta gran profundidad.

Para resolver el problema electrocuasiestático mediante el método de imágenes, la ubicación y magnitud de las fuentes imágenes deben cumplir con las condiciones de frontera impuestas por la superficie del terreno como la interfase entre las capas. El cambio en la resistividad de las capas del terreno se incorpora en las ecuaciones utilizadas mediante el factor de reflexión K el cual representa la fracción de corriente que se refleja en la interfaz entre las capas del terreno. Este factor K es definido por [1, 2] como:

$$K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \quad (2.14)$$

donde

- ρ_1 es la resistividad de la capa superior.
- ρ_2 es la resistividad de la capa inferior.

El potencial eléctrico en un punto arbitrario M generado por una fuente puntual de corriente en un terreno de dos capas depende de la ubicación relativa entre si y la interfaz entre las capas. En función de estas ubicaciones, se pueden identificar cuatro escenarios posibles:

- Fuente de corriente y punto M en la capa superior
- Fuente de corriente en la capa superior y punto M en la capa inferior
- Fuente de corriente en la capa inferior y punto M en la capa superior
- Fuente de corriente y punto M en la capa inferior

Basándose en los trabajos de [14, 15, 16, 17] se pueden obtener las expresiones analíticas para cada uno de los casos expuestos anteriormente. Sin embargo, dado que para el análisis realizado solo se evaluaron casos correspondientes al primer escenario, solo se presenta la expresión de potencial para una fuente de corriente en la capa superior y el punto M en la misma capa.

$$U = \frac{\rho_1 \cdot i}{4\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{(x_j - x_o)^2 + (y_j - y_o)^2 + (z_j - z_o)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x_j - x_o)^2 + (y_j - y_o)^2 + (z_j + z_o)^2}} + \sum_{n=1}^{\infty} K^n \left(\frac{1}{\sqrt{(x_j - x_o)^2 + (y_j - y_o)^2 + (2nh + z_j - z_o)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x_j - x_o)^2 + (y_j - y_o)^2 + (2nh + z_j + z_o)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x_j - x_o)^2 + (y_j - y_o)^2 + (2nh - z_j - z_o)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x_j - x_o)^2 + (y_j - y_o)^2 + (2nh - z_j + z_o)^2}} \right) \right] \quad (2.15)$$

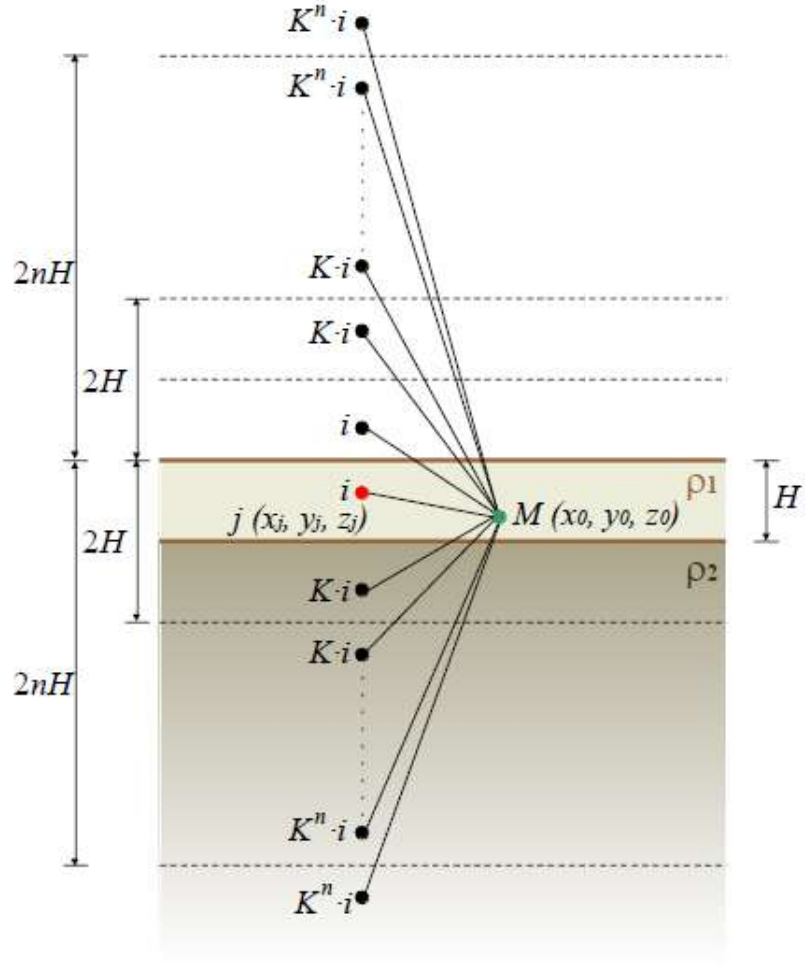


Figura 2.5: Potencial en un punto M en la capa superior debido a una fuente puntual de corriente en la misma capa[14].

Las expresiones y figuras correspondientes a los otros escenarios se encuentran disponibles en el anexo 7.1.

Este modelo permite calcular el potencial eléctrico en terrenos de dos capas, considerando los efectos del cambio de resistividad entre las capas mediante la inclusión del factor de reflexión K .

Para un terreno homogéneo, donde ρ_1 es igual a ρ_2 , se tiene que el factor de reflexión se hace nulo ($K = 0$), y las ecuaciones se reducen a la ecuación utilizada para suelos homogéneos 2.13.

Es importante resaltar que las expresiones planteadas mediante el método de imágenes solo son válidas para el cálculo de potenciales en la superficie del terreno o en su interior.

2.3.5. Línea fuente de corriente

Considerando un conductor de largo l y radio a , con $a \ll l$, enterrado a una profundidad conocida en un terreno homogéneo, se puede considerar que la densidad superficial de corriente es uniforme para un elemento infinitesimal (dl). De esta forma, se puede modelar

el conductor como un filamento o línea fuente de corriente, la cual se puede considerar como un número infinito de fuentes puntuales de corriente dispuestos en línea, siguiendo el eje del cable.

Utilizando un sistema de coordenadas (uvw) , donde el eje u coincide con el eje del conductor, cada fuente puntual de corriente se ubica a una distancia u del origen del filamento e inyecta una corriente $i(u)$ hacia el terreno. Así, la corriente total inyectada(I) al terreno está dada por:

$$I = \int_{u=0}^l i(u) \cdot du \quad (2.16)$$

Si el conductor estudiado es considerado como un conductor ideal, el potencial en cualquier punto de la superficie del conductor debe ser constante. Por lo tanto se puede calcular el potencial como:

$$V = \int_{u=0}^l U(u, u_0, v_0, w_0) \cdot du \quad (2.17)$$

donde:

- V es el potencial constante del conductor.
- u_0, v_0, w_0 son las coordenadas de un punto arbitrario en la superficie del conductor en el sistema de coordenadas uvw .
- U es el potencial debido a una fuente puntual de corriente.

U se calcula mediante la expresión anterior(2.15) o mediante las expresiones presentes en el anexo(7.1 a 7.3), dependiendo de la ubicación de la fuente y el punto M . Aunque la distribución real de la corriente inyectada al terreno ($i(u)$) es desconocida, puede asumirse como uniforme como una primera aproximación razonable[1]. Esta suposición es válida especialmente bajo la consideración de que el conductor estudiado se comporta como un conductor ideal y que, al operar con frecuencias industriales (50 - 60 Hz), los efectos inductivos y capacitivos pueden despreciarse[1, 16], lo cual justifica este tratamiento simplificado. Una técnica ampliamente utilizada para resolver este tipo de problemas es el método de segmentación e integración, el cual se detalla en la siguiente sección.

2.4. Método por segmentación e integración

Este método consiste en dividir la línea fuente de corriente en segmentos, de tal forma que la densidad lineal de corriente en cada segmento se pueda considerar uniforme. El método de segmentación e integración ha sido validado experimentalmente por [18]. Además, [18] determinó que la ubicación y el número de puntos de energización, la frecuencia y la forma de onda no tienen efectos significativos hasta frecuencias de 3 kHz.

Asumiendo que la línea fuente de corriente es dividida en suficientes segmentos para asegurar la exactitud del método, se considera que la densidad de corriente en cada segmento es constante. Si se tienen n segmentos y cada segmento j inyecta una corriente I_j , la corriente total inyectada al terreno es:

$$I = \sum_{j=1}^n I_j \quad (2.18)$$

La densidad lineal de corriente en el segmento j es:

$$\delta_j = \frac{I_j}{l_j} \quad (2.19)$$

donde l_j es la longitud del segmento j .

Subdividiendo el segmento j en infinitos subsegmentos du , cada uno puede modelarse como una fuente puntual de corriente. Utilizando las expresiones obtenidas anteriormente (2.15 a 7.3), la contribución de potencial de cada subsegmento es:

$$dU_j = \delta_j \cdot \frac{\rho}{4\pi} \cdot \psi(x, y, z) \cdot du \quad (2.20)$$

donde ψ es una función que depende de los parámetros del suelo, la ubicación de la fuente y el punto de observación.

La contribución total del segmento j se expresa como:

$$U_j = \int_0^{l_j} dU_j = \delta_j \cdot \frac{\rho}{4\pi} \cdot \int_0^{l_j} \psi(x, y, z) \cdot du \quad (2.21)$$

La función ψ utiliza un sistema de coordenadas xyz , mientras que la integración se realiza en coordenadas locales uvw . Para solventar este problema, se aplica la siguiente transformación de coordenadas:

$$u_0 = (x_0 - x_s) \cos \alpha \cos \beta + (y_0 - y_s) \sin \alpha \cos \beta + (z_0 - z_s) \sin \beta \quad (2.22)$$

$$v_0 = (y_0 - y_s) \cos \alpha - (x_0 - x_s) \sin \alpha \quad (2.23)$$

$$w_0 = (z_0 - z_s) \cos \beta - (y_0 - y_s) \sin \alpha \sin \beta - (x_0 - x_s) \cos \alpha \sin \beta \quad (2.24)$$

donde:

- α : ángulo de rotación del eje u respecto del eje x siguiendo el eje z .
- β : ángulo de rotación del eje w respecto del eje z siguiendo el eje y .

En la Figura 2.6 se presenta un diagrama para ilustrar el cambio de coordenadas aplicado.

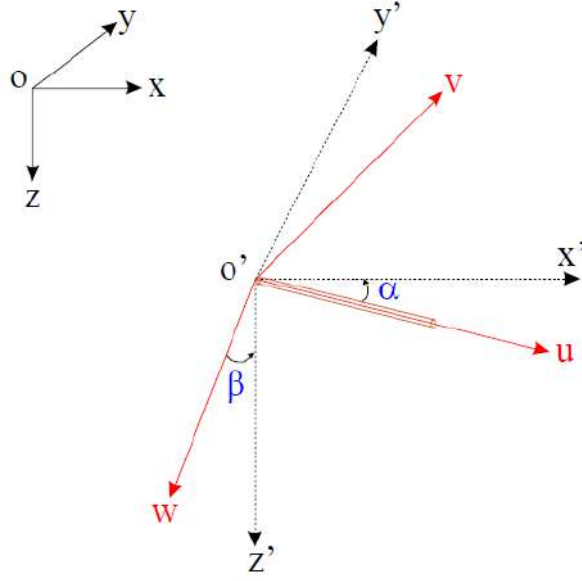


Figura 2.6: Transformación de coordenadas de sistema xyz a uvw [14].

Para un segmento horizontal j enterrado en la capa superior de un terreno de dos capas, el potencial en un punto M ubicado en la misma capa se calcula mediante:

$$U = \frac{\delta_j \rho_1}{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} K^n \left[\ln \left(\frac{(l_j - u_0) + \sqrt{(l_j - u_0)^2 + v_0^2 + (2nh + w_0)^2}}{-u_0 + \sqrt{(l_j - u_0)^2 + v_0^2 + (2nh + w_0)^2}} \right) + \right. \\ \left. \ln \left(\frac{(l_j - u_0) + \sqrt{(l_j - u_0)^2 + v_0^2 + (2nh + w_0 + 2z_s)^2}}{-u_0 + \sqrt{(l_j - u_0)^2 + v_0^2 + (2nh + w_0 + 2z_s)^2}} \right) \right] \quad (2.25)$$

2.4.1. Cálculo de parámetros relevantes

Densidad lineal de corriente δ y GPR V

El cálculo de la densidad lineal de corriente (δ) a lo largo de los conductores de un sistema de puesta a tierra es un aspecto crucial para garantizar la precisión del modelo. Dependiendo de la aproximación utilizada, la densidad de corriente puede considerarse constante o variable a lo largo de los conductores.

Una primera aproximación consiste en asumir que la densidad de corriente es constante a lo largo de todo el sistema de conductores, es decir, $\delta_1 = \delta_2 = \dots = \delta_n$. Bajo esta simplificación, la densidad de corriente se calcula como:

$$\delta = \frac{I}{L} \quad (2.26)$$

donde:

- I es la corriente total inyectada al sistema.
- L es la longitud total de todos los electrodos que conforman el sistema.

Sin embargo, esta aproximación asume una distribución uniforme de corriente, lo cual rara vez se cumple en sistemas reales debido a la interacción entre conductores y las características del terreno. Estudios previos han demostrado que la distribución de corriente puede ser significativamente no uniforme [2, 3, 19].

Una aproximación más precisa consiste en considerar que la densidad de corriente es constante dentro de cada segmento del conductor, pero puede variar de un segmento a otro. En este modelo, el conductor se divide en n segmentos, cada uno de los cuales tiene su propia densidad de corriente δ_j .

La condición fundamental para este modelo es que el potencial eléctrico en la superficie de cada conductor sea constante, ya que se asume que el conductor es un material ideal. Esta condición se traduce en que el potencial en un punto arbitrario M en la superficie del conductor debe satisfacer la siguiente expresión:

$$V = \sum_{j=1}^n U_j(M) \quad (2.27)$$

donde:

- V es el potencial constante en la superficie del conductor.
- U_j es el potencial generado por el segmento j en el punto M .

Utilizando la expresión para la contribución del potencial de cada segmento derivada anteriormente (2.21), se observa que $U_j(M)$ es directamente proporcional a la densidad de corriente δ_j en el segmento j . Por lo tanto, la ecuación anterior se puede reescribir como:

$$V = \sum_{j=1}^n \delta_j \cdot T_j(M) \quad (2.28)$$

donde $T_j(M)$ es un término que agrupa el resto de los factores que afectan el potencial generado por cada segmento, como la resistividad del suelo, la geometría del sistema y la ubicación del punto M .

La ecuación 2.28 debe ser evaluada para cada punto M en cada segmento j , lo cual implica resolver un sistema de n ecuaciones con n incógnitas correspondientes a las densidades de corriente δ_j .

Dado que la elevación de potencial del sistema V también es desconocida, se define una variable auxiliar λ , que se relaciona con V mediante la siguiente expresión:

$$\lambda_j = \frac{\delta_j}{V} \quad (2.29)$$

Reemplazando esta relación en la ecuación 2.28, se obtiene:

$$V = \sum_{j=1}^n V \cdot \lambda_j \cdot T_j(M) \Rightarrow 1 = \sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot T_j(M) \quad (2.30)$$

Si se considera λ como un vector que contiene los distintos λ_j de cada segmento, se puede calcular su valor mediante inversión matricial. Conocidos los valores de λ_j , se

requiere calcular el GPR del sistema V para poder determinar la densidad lineal de corriente δ_j de cada segmento.

La corriente total de cada segmento I_j se define como:

$$I_j = \delta_j \cdot l_j \quad (2.31)$$

donde l_j es la longitud del segmento j . La corriente total inyectada al sistema es entonces:

$$I = \sum_{j=1}^n I_j = \sum_{j=1}^n \delta_j \cdot l_j \quad (2.32)$$

Reemplazando δ_j desde la ecuación 2.29 en 2.32, se obtiene:

$$I = V \cdot \sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot l_j \quad (2.33)$$

y despejando:

$$V = \frac{I}{\sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot l_j} \quad (2.34)$$

Conocidos los valores de λ_j y V , se pueden calcular las densidades de corriente individuales:

$$\delta_j = \lambda_j \cdot V \quad (2.35)$$

Resistencia de puesta a tierra R

La resistencia de puesta a tierra R puede calcularse aplicando la ley de Ohm entre la corriente total inyectada al sistema y el GPR del sistema, como:

$$R = \frac{V}{I} \quad (2.36)$$

Potencial en la superficie U_M

El potencial en cualquier punto M de la superficie puede calcularse mediante:

$$U_M = \sum_{j=1}^n U_j(M) \quad (2.37)$$

2.4.2. Discretización del sistema

Uno de los aspectos clave para la aplicación del método de segmentación e integración es la discretización del sistema, mediante la cual se transforma un problema continuo en un conjunto finito de ecuaciones.

A mayor segmentación de la línea fuente de corriente, se obtiene una mayor exactitud en los resultados. Sin embargo, una segmentación excesiva puede resultar en tiempos de cómputo elevados. Además, a partir de cierto número de segmentos, un refinamiento adicional puede no aportar mejoras significativas [20].

Una discretización adecuada es fundamental para garantizar la precisión del método. No obstante, una discretización excesiva puede conllevar dos problemas principales:

- Aumento significativo del costo computacional, al incrementar el número de incógnitas del sistema lineal.
- Mayor susceptibilidad a errores numéricos, especialmente si la longitud de los segmentos es comparable al radio del conductor.

La determinación óptima del esquema de discretización será tratada en la sección dedicada a la validación de los resultados del modelo.

2.5. Modelos clásicos de resistencia de puesta a tierra

Una vez establecido el modelo electrocuasiestático y el método de imágenes, es posible abordar el cálculo analítico de la resistencia de puesta a tierra para distintas configuraciones de electrodos. Existen numerosos estudios[4, 21], tanto analíticos como experimentales, orientados a estimar con buena precisión la resistencia que presenta un electrodo o conjunto de electrodos enterrados ante la circulación de una corriente de falla.

Los denominados modelos clásicos de resistencia constituyen expresiones cerradas o semianalíticas obtenidas a partir de la solución de la ecuación de Laplace, utilizando el método de imágenes y aplicando condiciones de frontera ideales, usualmente sobre un medio conductor semiinfinito y homogéneo. Estos modelos permiten representar configuraciones simples como varillas verticales, conductores horizontales, geometrías en estrella y mallas rectangulares o cuadradas.

A continuación se presentan las expresiones clásicas para el cálculo de la resistencia de puesta a tierra para cuatro configuraciones geométricas enterradas en un suelo homogéneo y asumiendo que la corriente de falla se distribuye de manera uniforme a lo largo del conductor[1]:

- Electrodo vertical
- Electrodo horizontal
- Estrella de cuatro puntas (o cruz)
- Malla de cuatro cuadros

2.5.1. Resistencia de un electrodo vertical

Para el caso de un electrodo cilíndrico enterrado de forma vertical en el terreno, Dwight deduce la siguiente expresión[21]:

$$R = \frac{\rho}{2\pi L} \left(\ln \left(\frac{4L}{a} \right) - 1 \right) \quad (2.38)$$

donde:

- R : resistencia de puesta a tierra $[\Omega]$;
- ρ : resistividad del suelo $[\Omega \text{ m}]$;

- L : longitud del electrodo [m];
- a : radio del electrodo [m];

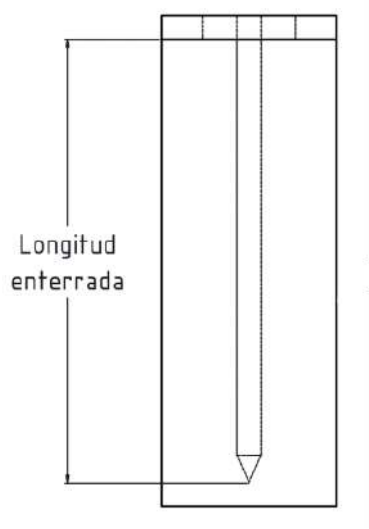


Figura 2.7: Electrodo vertical[22].

Esta ecuación supone que el electrodo está completamente enterrado en un suelo homogéneo y que su extremo superior se encuentra próximo a la superficie.

2.5.2. Resistencia de un electrodo horizontal

Para un conductor rectilíneo horizontal enterrado en el suelo, Dwight deduce la siguiente expresión[21]:

$$R = \frac{\rho}{4\pi L} \left(\ln \left(\frac{4L}{a} \right) + \ln \left(\frac{4L}{s} \right) - 2 + \frac{s}{2L} - \frac{s^2}{16L^2} + \frac{s^4}{512L^4} + \dots \right) \quad (2.39)$$

donde:

- R : resistencia de puesta a tierra [Ω];
- ρ : resistividad del suelo [$\Omega \text{ m}$];
- $2L$: longitud total del electrodo [m];
- a : radio del conductor [m];
- $s/2$: profundidad de enterramiento [m].

Esta expresión es válida bajo la condición de que el largo del electrodo sea considerablemente mayor que su profundidad de enterramiento ($L \gg s$). De lo contrario, la aproximación pierde precisión.

2.5.3. Resistencia de una estrella de cuatro puntas

Para una configuración en estrella de cuatro brazos iguales (cruz), Dwight presenta la siguiente expresión para la resistencia de puesta a tierra[21]:

$$R = \frac{\rho}{8\pi L} \left(\ln \left(\frac{2L}{a} \right) + \ln \left(\frac{2L}{s} \right) + 2,912 - 1,071 \frac{s}{L} + 0,238 \frac{s^2}{L^2} - 0,054 \frac{s^4}{L^4} + \dots \right) \quad (2.40)$$

donde:

- R : resistencia de puesta a tierra $[\Omega]$;
- ρ : resistividad del suelo $[\Omega \text{ m}]$;
- L : longitud de cada brazo de la estrella $[\text{m}]$;
- a : radio del conductor $[\text{m}]$;
- $s/2$: profundidad de enterramiento del conductor $[\text{m}]$.

Esta configuración es particularmente útil para aplicaciones compactas donde se desea aumentar la superficie de disipación sin extender una malla completa. La serie de términos correctivos mejora la precisión en el cálculo para profundidades moderadas.

2.5.4. Malla

Para el cálculo de resistencia de puesta a tierra de una malla la *IEEE Std 80 - 2013* presenta diferentes expresiones, las cuales asumen distintas simplificaciones. La expresión que se muestra a continuación corresponde a la ecuación 57 de la *IEEE Std 80 - 2013*[1], la cual se basa en los estudios realizados por Sverak[4]:

$$R = \rho \left(\frac{1}{L_T} + \frac{1}{\sqrt{20A}} \left(1 + \frac{1}{1 + h\sqrt{20/A}} \right) \right) \quad (2.41)$$

donde:

- R : resistencia de puesta a tierra $[\Omega]$;
- ρ : resistividad del suelo $[\Omega \text{ m}]$;
- L_T : longitud total de conductor enterrado $[\text{m}]$;
- A : área ocupada por la malla de puesta a tierra $[\text{m}^2]$;
- h : profundidad de enterramiento de la malla $[\text{m}]$.

Cabe destacar que esta expresión es una aproximación del valor real de resistencia de puesta a tierra

Todas las expresiones presentadas ((2.38), (2.39), (2.40), (2.41)) fueron deducidas a partir de la solución de la ecuación de Laplace utilizando el método de imágenes, el cual permite incorporar la condición de potencial nulo en la superficie del suelo.

Aunque las expresiones clásicas permiten obtener estimaciones razonables en suelos homogéneos y geometrías simples, para configuraciones reales de subestaciones —con múltiples conductores, geometrías irregulares y suelos estratificados— se requiere un enfoque más generalizado. Para ello se puede utilizar el método de simulación de cargas.

2.6. Teoría de grafos

La teoría de grafos proporciona un marco matemático riguroso y versátil para modelar la estructura y relaciones topológicas de sistemas interconectados. En el contexto de los sistemas de puesta a tierra, esta herramienta permite representar de forma estructurada la red de conductores enterrados, facilitando tanto su análisis electromagnético como su posterior optimización geométrica.

2.6.1. Definición de grafo eléctrico

Un grafo G es una estructura matemática compuesta por un conjunto de objetos, llamados nodos (o vértices) y un conjunto de arcos (o aristas) que conectan pares de nodos.

Matemáticamente, un grafo G se denota como:

$$G = (V, E) \quad (2.42)$$

donde:

- V es el conjunto de nodos $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$,
- E es el conjunto de arcos $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ que conectan pares de nodos.

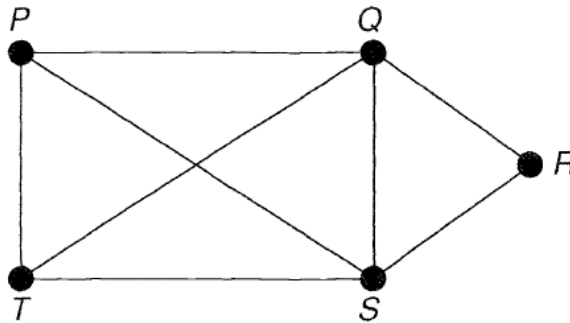


Figura 2.8: Grafo con 5 nodos y 8 arcos[23].

A modo de ejemplo, para el grafo presentado en la figura 2.8 los conjuntos V y E son de la forma:

- $V = \{P, Q, R, S, T\}$
- $E = \{(P, Q), (P, S), (P, T), (Q, T), (Q, S), (Q, R), (T, S), (R, S)\}$

Esta representación, ampliamente estudiada en la literatura matemática[23], proporciona una base sólida para modelar redes físicas como las que se encuentran en sistemas de puesta a tierra[24].

2.6.2. Aplicación en sistemas de puesta a tierra

En el contexto de sistemas de puesta a tierra, una malla de puesta a tierra puede ser representada mediante grafos de manera sencilla, permitiendo una abstracción útil de su geometría. En esta representación:

- Los nodos representan uniones entre conductores, vértices de la malla o extremos de las varillas verticales.
- Los arcos representan tramos individuales de conductor enterrado entre nodos adyacentes.

Esta representación no sólo describe la conectividad topológica, sino que también permite almacenar atributos físicos en cada nodo o arco, tales como:

- Cada nodo puede almacenar información como coordenadas espaciales (x, y, z) .
- Cada arco puede almacenar información como longitud del segmento [m] o radio del conductor [m].

Estas características facilitan la implementación del método de segmentación e integración, como la evaluación estructural o geométrica del sistema, especialmente al utilizar herramientas como **NetworkX** en el entorno de programación **Python**.

2.6.3. Implementación en Python mediante NetworkX

La librería **NetworkX** de Python proporciona un entorno flexible y potente para la creación, manipulación y análisis de grafos, lo que la convierte en una herramienta adecuada para modelar mallas de puesta a tierra. Un ejemplo de construcción de un grafo simple sería:

```
import networkx as nx

G = nx.Graph()
G.add_node(1, pos=(0, 0, 0))
G.add_node(2, pos=(1, 0, 0))
G.add_edge(1, 2, length=1.0, radius=0.01, resistivity=100)
```

Cada nodo del grafo puede representar una unión de conductores o el extremo de una varilla, mientras que cada arco puede representar un segmento de conductor con atributos físicos específicos.

2.6.4. Ventajas de la representación en grafos

El uso de grafos para representar mallas de puesta a tierra ofrece múltiples beneficios tanto en la etapa de modelado como en la fase de optimización:

- **Flexibilidad estructural:** La topología del sistema puede modificarse fácilmente agregando o eliminando nodos y arcos.

- **Facilidad de discretización:** Cada segmento puede subdividirse o reagruparse en función del nivel de detalle requerido en la simulación.
- **Almacenamiento de información física:** Los nodos y arcos permiten asociar propiedades relevantes para el análisis electromagnético.
- **Optimización estructural:** Es posible aplicar algoritmos de optimización para minimizar la resistencia de puesta a tierra, reducir el material utilizado o satisfacer restricciones normativas.
- **Análisis de conectividad:** Se puede verificar fácilmente la conectividad del sistema, identificar la presencia de subredes aisladas o determinar redundancia en las trayectorias.

Desde el punto de vista teórico, [23] establece las bases fundamentales del análisis de grafos, mientras que [24] justifica su aplicación explícita a sistemas eléctricos interconectados, tales como los sistemas de puesta a tierra.

2.7. Optimización de Caja Negra

La optimización de caja negra (*Black Box Optimization, BBO*) es un método de optimización en el cual la función objetivo se considera como una “caja negra”. Esto significa que no se tiene un conocimiento explícito de su estructura matemática ni de su gradiente, y solo se puede evaluar en función de los resultados obtenidos para un conjunto de datos de entrada específicos [25]. Este enfoque es especialmente útil en problemas donde la función objetivo es compleja, no diferenciable, estocástica o costosa de evaluar, como es el caso del diseño y optimización de mallas de puesta a tierra.

2.7.1. Características clave

Los métodos BBO presentan una serie de características que los hacen adecuados para problemas complejos, como el diseño óptimo de sistemas de puesta a tierra:

- **No requieren derivadas:** La optimización se basa en la evaluación directa de la función objetivo, sin necesidad de información sobre gradientes, lo que permite aplicarlos a funciones no diferenciables o discontinuas.
- **Manejo de restricciones:** Pueden adaptarse fácilmente a restricciones físicas o normativas (por ejemplo, tensiones máximas de paso y contacto).
- **Equilibrio entre exploración y explotación:** Incorporan estrategias que permiten explorar el espacio de diseño globalmente y explotar regiones prometedoras localmente.
- **Adaptabilidad:** Son robustos frente a funciones estocásticas, costosas de evaluar o con múltiples óptimos locales.

Los métodos de BBO son particularmente adecuados para la optimización de mallas de puesta a tierra, ya que estos sistemas presentan un espacio de diseño complejo, donde las variables incluyen:

- La geometría de la malla (longitud, orientación y disposición de los conductores).
- La ubicación de los electrodos adicionales (verticales u horizontales).
- Las propiedades del terreno (resistividad del suelo, perfil de capas).
- Restricciones normativas (tensiones de paso y contacto).

2.7.2. Métodos Metaheurísticos

Dentro de los algoritmos BBO, los métodos metaheurísticos han demostrado ser particularmente efectivos en el diseño de sistemas eléctricos. Entre los mas utilizados en la literatura se encuentran:

- **Optimización mediante Enjambre de Partículas (PSO):** Un método ampliamente utilizado en la optimización de sistemas de puesta a tierra, que simula el comportamiento colectivo de enjambres, como bandadas de aves o bancos de peces. Cada partícula representa una posible solución y se mueve en el espacio de diseño siguiendo la mejor solución encontrada hasta el momento o explorando nuevas soluciones [26]. En estudios como el de [27], el algoritmo PSO ha demostrado ser efectivo para reducir el costo y mejorar el desempeño de sistemas de puesta a tierra complejos.
- **Algoritmos Genéticos (GA):** Basados en el principio de selección natural y genética. Estos algoritmos evolucionan una población de soluciones a través de operadores como selección, cruce y mutación. En aplicaciones de puesta a tierra, permiten optimizar la geometría de la malla y la distribución de electrodos, logrando configuraciones seguras y eficientes.
- **Algoritmos Híbridos (HPSGAO):** Combinan múltiples métodos, como PSO y GA, para mejorar la eficiencia y precisión. En el contexto de mallas de puesta a tierra, estos algoritmos permiten encontrar soluciones más económicas y seguras, combinando la capacidad de exploración de PSO con la capacidad de explotación de GA [27].
- **Búsqueda Adaptativa Directa de Mallas (MADS):** Un método más reciente que se adapta al problema ajustando su malla de búsqueda en función de las evaluaciones previas [25]. Este método es especialmente efectivo en problemas donde las soluciones óptimas están distribuidas en regiones específicas del espacio de diseño.

2.7.3. Aplicación de BBO en Sistemas de Puesta a Tierra

El diseño óptimo de mallas de puesta a tierra es un problema complejo que se beneficia del uso de métodos de BBO. Esto se debe a que las configuraciones geométricas de

los conductores, las propiedades del terreno y las restricciones de seguridad generan un espacio de diseño de alta dimensionalidad. Los métodos BBO permiten explorar y optimizar configuraciones que minimicen la resistencia de puesta a tierra o que maximicen la seguridad eléctrica, cumpliendo con restricciones normativas como las tensiones de paso y contacto.

Por ejemplo, Alik et al. (2015) utilizaron una combinación de *PSO*, *GA* y *HPSGAO* para optimizar el diseño de un sistema de puesta a tierra. Los resultados demostraron que las técnicas híbridas no solo mejoraron la seguridad del sistema, sino que también minimizaron los costos de instalación y materiales [27].

En otro estudio, El-Rafaie et al. (2018) aplicaron *PSO* para optimizar la disposición de los conductores de una malla de puesta a tierra, logrando reducir tanto la resistencia como las tensiones de paso y contacto en comparación con configuraciones convencionales [26].

2.7.4. Ventajas y Limitaciones de BBO

Los métodos BBO presentan múltiples ventajas cuando se aplican al diseño de sistemas de puesta a tierra:

- **Versatilidad:** Pueden aplicarse a funciones complejas, ruidosas o con evaluaciones computacionalmente intensivas.
- **Flexibilidad:** Permiten incorporar restricciones geométricas, eléctricas y normativas sin requerir derivadas.
- **Eficiencia en entornos no lineales:** Son eficaces frente a funciones multivariadas no convexas con múltiples óptimos locales.
- **Robustez:** Se adaptan a diferentes tipos de terrenos (homogéneos o estratificados) y geometrías arbitrarias de la malla.

Sin embargo, también presentan ciertas limitaciones:

- **Alto costo computacional:** Requieren múltiples evaluaciones de la función objetivo, lo que puede ser costoso si se emplean simulaciones electromagnéticas detalladas.
- **Sensibilidad a la parametrización:** El rendimiento puede verse afectado por una mala elección de parámetros (por ejemplo, tamaño del enjambre, tasas de mutación).
- **Riesgo de convergencia prematura:** En ausencia de estrategias adecuadas, pueden quedar atrapados en óptimos locales.

2.7.5. Implementación en Python mediante PySwarms

Una de las herramientas más accesibles para implementar PSO en Python es la librería *PySwarms*. Esta librería permite definir fácilmente funciones objetivo, restricciones y espacios de búsqueda multidimensionales. En el contexto de sistemas de puesta a tierra, cada partícula puede representar una configuración geométrica diferente del sistema, y la función objetivo puede ser definida en términos de:

- Mínima resistencia de puesta a tierra.
- Mínimas tensiones de paso y contacto.
- Uso óptimo de materiales conductores.

La estructura modular de **PySwarms** permite combinar el modelo electromagnético del sistema (calculado previamente con técnicas como el método de segmentación e integración) con la optimización basada en PSO. Esta integración facilita explorar configuraciones que cumplan con criterios técnicos y normativos, sin requerir un modelo analítico explícito del sistema.

Parámetros de control del algoritmo

El algoritmo PSO implementado por **PySwarms** utiliza los siguientes parámetros de control, que influyen en el comportamiento de las partículas:

- w (*inertia weight*): Controla la inercia de la partícula, es decir, cuánto conserva su velocidad anterior. Valores altos promueven exploración global; valores bajos favorecen explotación local.
- c_1 (*cognitive coefficient*): Pondera la atracción hacia la mejor posición encontrada por la propia partícula.
- c_2 (*social coefficient*): Pondera la atracción hacia la mejor posición encontrada por el enjambre completo.

Estos parámetros se utilizan en la ecuación de actualización de la velocidad de cada partícula:

$$\mathbf{v}_i^{t+1} = w \cdot \mathbf{v}_i^t + c_1 \cdot r_1 \cdot (\mathbf{p}_i - \mathbf{x}_i^t) + c_2 \cdot r_2 \cdot (\mathbf{g} - \mathbf{x}_i^t) \quad (2.43)$$

- $\mathbf{x}_i^t$: Posición actual de la partícula i en el tiempo t .
- $\mathbf{v}_i^t$: Velocidad de la partícula i en el tiempo t .
- $\mathbf{p}_i$: Mejor posición encontrada por la partícula i .
- $\mathbf{g}$: Mejor posición global encontrada por el enjambre.
- r_1, r_2 : Números aleatorios entre 0 y 1 que introducen estocasticidad.

Capítulo 3

Implementación del modelo

3.1. Validación del modelo

Antes de implementar el código para la creación y optimización de sistemas de puesta a tierra, se validaron los resultados obtenidos con el modelo empleado. Para ello, se construyeron, utilizando la librería **NetworkX**, las configuraciones geométricas presentadas en la sección 2.5:

- Electrodo vertical.
- Electrodo horizontal.
- Estrella de cuatro puntas.
- Malla de cuatro cuadros.

Además, se determinó un criterio de segmentación para los electrodos mediante la evaluación del impacto de una segmentación progresiva en el valor de resistencia de puesta a tierra. Las configuraciones mencionadas fueron modeladas en **Python**, aumentando su segmentación desde 1 hasta 20 segmentos. Todas las configuraciones geométricas fueron evaluadas en un terreno homogéneo de $100\ \Omega\text{m}$.

3.1.1. Electrodo vertical

Para el caso del electrodo vertical se utilizaron los siguientes parámetros geométricos:

- Radio del electrodo: 0,01 [m].
- Largo del electrodo: 2,5 [m], 5,0 [m], 7,5 [m] y 10,0 [m].
- Profundidad de enterramiento: 0,001 [m].

La resistencia de puesta a tierra se calculó utilizando la fórmula deducida por [21]. Los resultados obtenidos para distintos largos del electrodo se presentan en la Tabla 3.1.

Radio [m]	Longitud [m]	Resistencia [Ω]
0,01	2,5	37,61
0,01	5,0	21,01
0,01	7,5	14,87
0,01	10,0	11,61

Tabla 3.1: Resistencia teórica del electrodo vertical según ecuación 2.38.

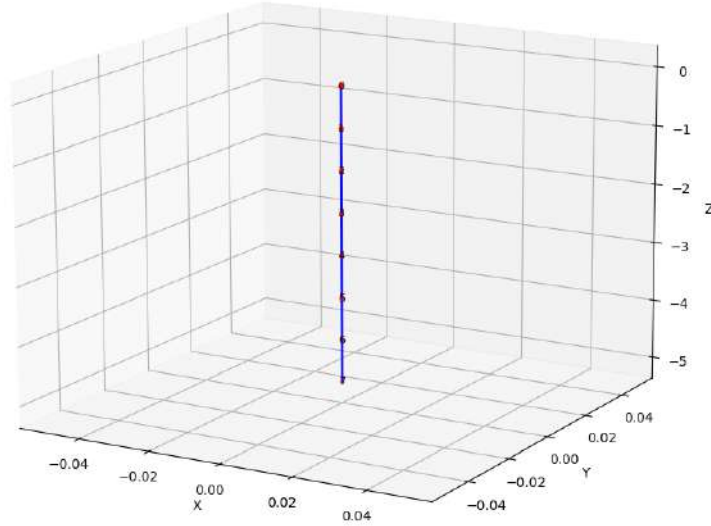


Figura 3.1: Electrodo vertical de 5 [m] con 7 segmentos. Elaboración propia.

La Figura 3.1 muestra el modelo 3D del electrodo vertical de 5 [m], construido mediante el uso de la librería NetworkX para su análisis numérico.

Para validar la precisión del modelo de segmentación e integración, se compararon los resultados obtenidos numéricamente con los valores teóricos, utilizando como caso base el electrodo de 2,5 [m]. La Tabla 3.2 presenta las resistencias calculadas mediante el modelo, junto con el número de segmentos empleados y su error porcentual relativo.

$R_{\text{teórica}} [\Omega]$	$R_{\text{modelo}} [\Omega]$	Segmentación	Error [%]
37,61	38,65	1	2,76
37,61	38,09	2	1,28
37,61	37,88	3	0,71
37,61	37,76	4	0,40
37,61	37,68	5	0,20
37,61	37,63	6	0,06
37,61	37,59	7	0,05
37,61	37,56	8	0,14
37,61	37,53	9	0,20
37,61	37,51	10	0,26
37,61	37,51	11	0,26
37,61	37,48	12	0,35
37,61	37,46	13	0,39
37,61	37,45	14	0,42
37,61	37,44	15	0,45
37,61	37,43	16	0,47
37,61	37,42	17	0,50
37,61	37,42	18	0,52
37,61	37,41	19	0,54
37,61	37,40	20	0,55

Tabla 3.2: Comparación entre resistencia teórica y simulada para electrodo vertical de 2,5 [m].

Las figuras a continuación resumen gráficamente el comportamiento del modelo:

- La Figura 3.2 muestra cómo varía la resistencia de puesta a tierra calculada por el modelo conforme se incrementa el número de segmentos.
- La Figura 3.3 muestra cómo varía el error porcentual respecto al valor teórico a medida que aumenta la discretización, para todos los largos de electrodo evaluados.

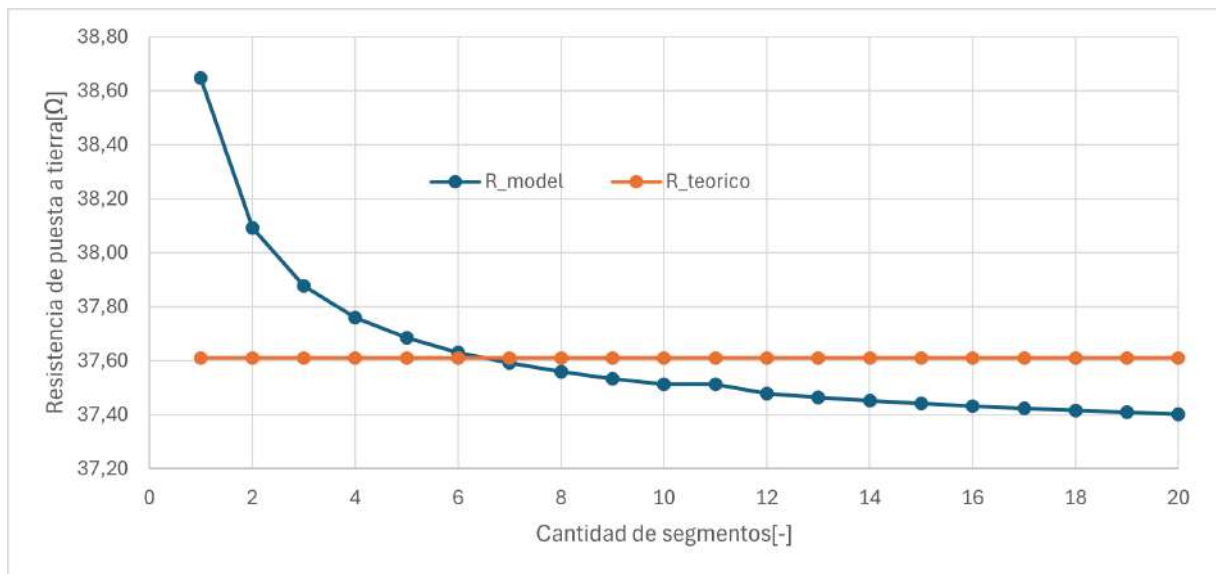


Figura 3.2: Resistencia de puesta a tierra electrodo vertical, 2,5 [m] vs. numero de segmentos. Elaboración propia

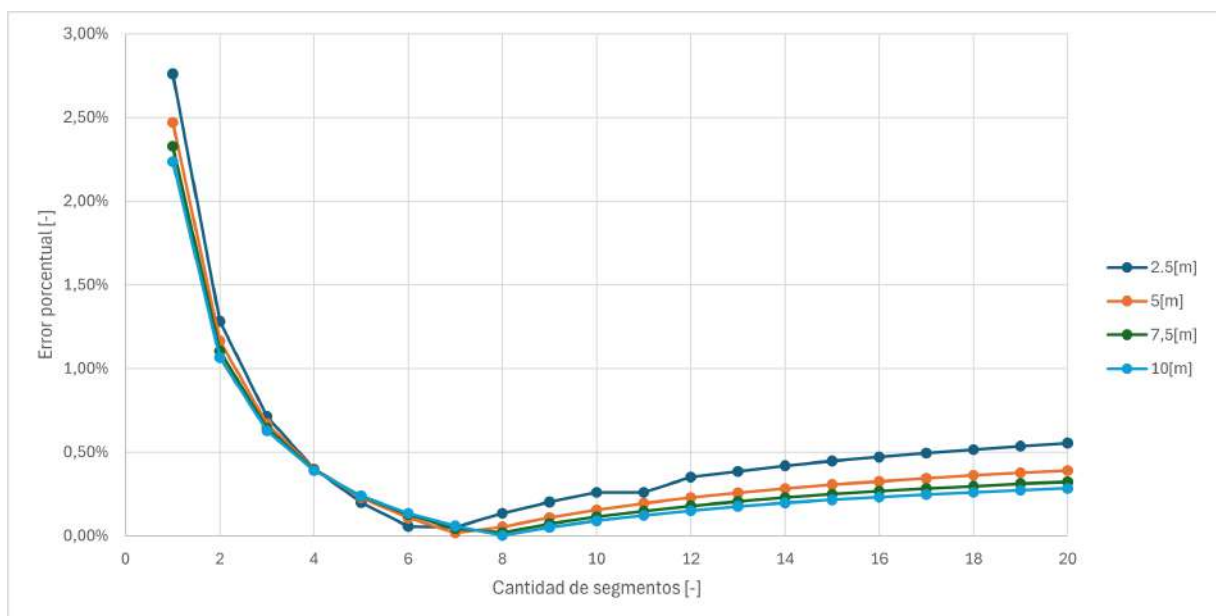


Figura 3.3: Error porcentual resistencia de puesta a tierra electrodo vertical vs. número de segmentos. Elaboración propia.

En la Figura 3.2 se observa que, inicialmente, la resistencia calculada por el modelo converge hacia el valor teórico al aumentar la segmentación. Sin embargo, al continuar incrementando el número de segmentos, la resistencia calculada comienza a descender por debajo del valor teórico, estabilizándose en torno a 37,4 [Ω].

Por su parte, la Figura 3.3 muestra que el error porcentual disminuye rápidamente con la discretización, alcanzando un mínimo entre 6 y 8 segmentos. Posteriormente, el error comienza a aumentar ligeramente, aunque permanece por debajo del 1 % en todos

los casos, lo cual valida la precisión y eficiencia del modelo.

Los resultados correspondientes a los electrodos de 5 [m], 7,5 [m] y 10 [m] se encuentran detallados en el Anexo 7.2.

3.1.2. Electrodo horizontal

Para el caso del electrodo horizontal se utilizaron los mismos parámetros geométricos que en el caso anterior, con la diferencia de que este se encuentra enterrado a una profundidad de 0,1 [m].

Utilizando la ecuación 2.39, se obtuvieron los siguientes valores teóricos de resistencia de puesta a tierra:

Radio [m]	Longitud [m]	Profundidad [m]	Resistencia [Ω]
0,01	2,5	0,1	47,82
0,01	5,0	0,1	28,20
0,01	7,5	0,1	20,49
0,01	10,0	0,1	16,28

Tabla 3.3: Resistencia teórica del electrodo horizontal según ecuación 2.39.

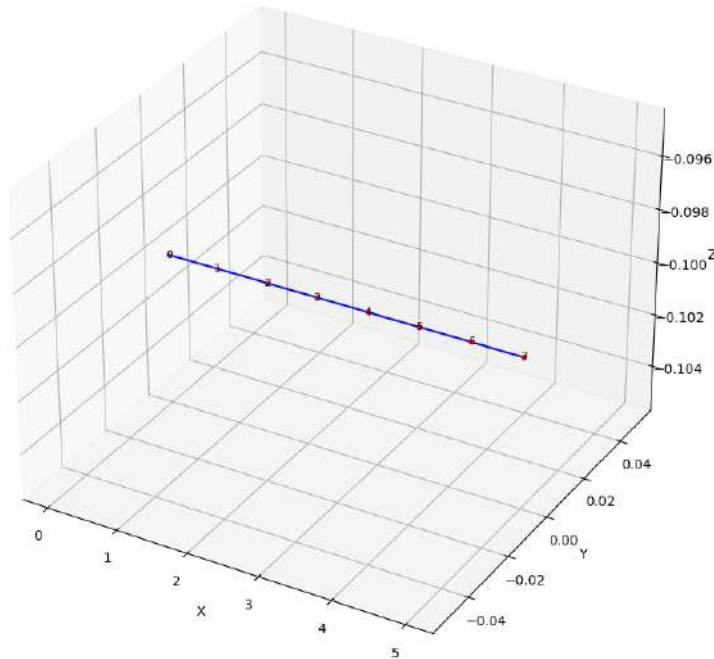


Figura 3.4: Electrodo horizontal de 5 [m] con 7 segmentos. Elaboración propia.

La Figura 3.4 muestra el modelo tridimensional del electrodo horizontal, construido mediante la librería NetworkX para su posterior análisis numérico.

Al igual que en el caso del electrodo vertical, se evaluó el comportamiento de la resistencia de puesta a tierra calculada mediante el modelo de segmentación e integración en función del número de segmentos. Los resultados obtenidos para un electrodo horizontal de 2,5 [m] de longitud se presentan en la Tabla 3.4.

$R_{\text{teórica}} [\Omega]$	$R_{\text{modelo}} [\Omega]$	Segmentación	Error [%]
47,82	51,26	1	7,19
47,82	49,48	2	3,46
47,82	48,76	3	1,96
47,82	48,37	4	1,15
47,82	48,12	5	0,63
47,82	47,95	6	0,28
47,82	47,83	7	0,02
47,82	47,74	8	0,18
47,82	47,66	9	0,33
47,82	47,60	10	0,46
47,82	47,55	11	0,56
47,82	47,51	12	0,65
47,82	47,47	13	0,73
47,82	47,44	14	0,80
47,82	47,41	15	0,85
47,82	47,39	16	0,91
47,82	47,37	17	0,95
47,82	47,35	18	0,99
47,82	47,33	19	1,03
47,82	47,31	20	1,07

Tabla 3.4: Comparación entre resistencia teórica y simulada para electrodo horizontal de 2,5 m.

Al igual que en el caso anterior, se presentan dos gráficos que permiten visualizar el comportamiento del modelo. La Figura 3.5 muestra la variación de la resistencia en función del número de segmentos, mientras que la Figura 3.6 representa el error porcentual respecto al valor teórico a medida que se incrementa la discretización, para todos los largos de electrodo evaluados.

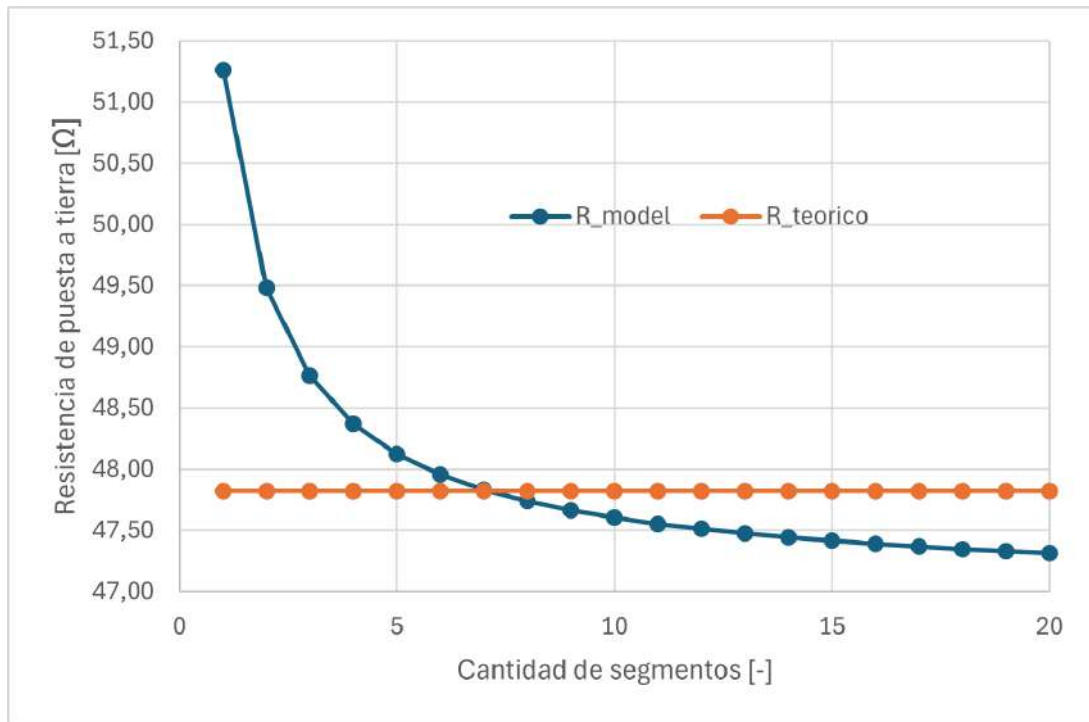


Figura 3.5: Resistencia de puesta a tierra electrodo horizontal, 2,5 [m] vs. numero de segmentos. Elaboración propia

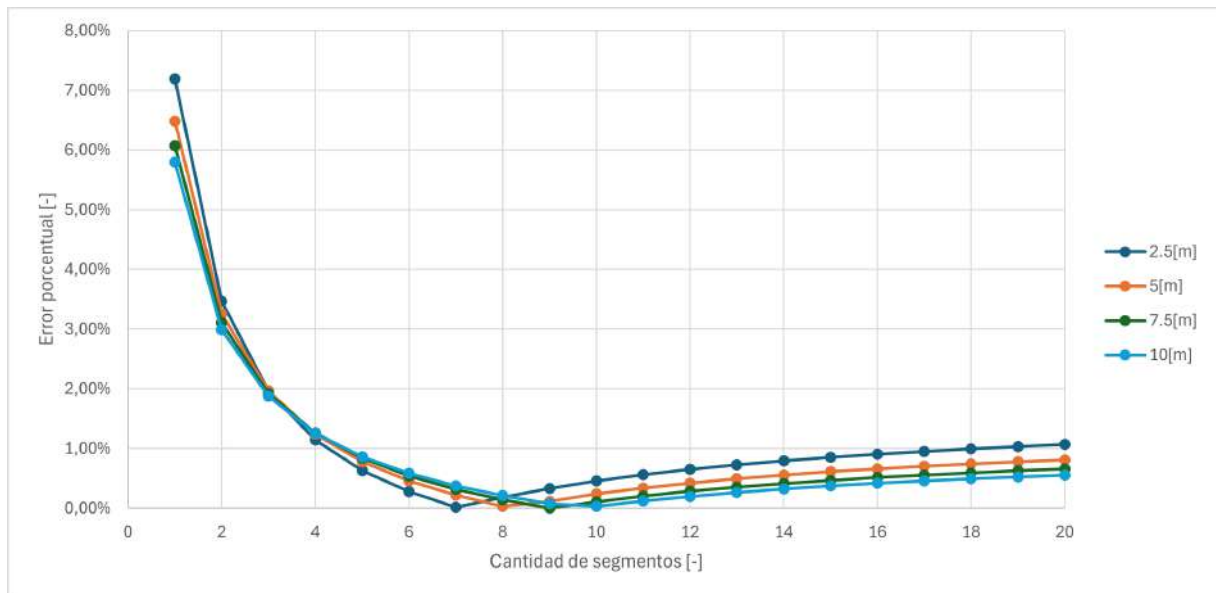


Figura 3.6: Error porcentual resistencia de puesta a tierra electrodo horizontal vs. número de segmentos. Elaboración propia.

Como se puede observar, el error porcentual disminuye inicialmente a medida que se incrementa la discretización del electrodo, alcanzando su valor mínimo entre 7 y 10 segmentos. Sin embargo, si se continúa aumentando la discretización, el error comienza

a incrementarse levemente, aunque en todos los casos se mantiene dentro del 1 %, lo que respalda la validez del modelo implementado.

Los resultados correspondientes a los electrodos de 5 [m], 7,5 [m] y 10 [m] se encuentran detallados en el Anexo 7.3.

3.1.3. Estrella de cuatro puntas

Para evaluar una configuración geométrica más compleja, se calcularon los valores de resistencia de puesta a tierra para una estrella de cuatro puntas (también conocida como cruz griega), considerando los siguientes parámetros:

- Radio del electrodo: 0,01 [m].
- Longitud de los brazos: 2,5 [m], 5,0 [m], 7,5 [m] y 10,0 [m].
- Profundidad de enterramiento: 0,1 [m].

Los resultados teóricos obtenidos se presentan en la Tabla 3.5.

Radio [m]	Longitud [m]	Profundidad [m]	Resistencia [Ω]
0,01	2,5	0,1	19,52
0,01	5,0	0,1	10,89
0,01	7,5	0,1	7,70
0,01	10,0	0,1	6,01

Tabla 3.5: Resistencia teórica del electrodo horizontal según ecuación 2.39.

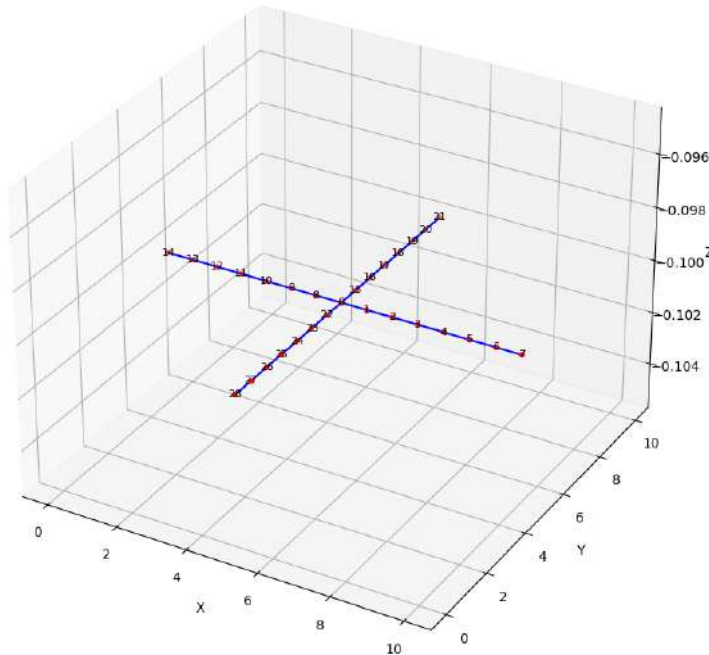


Figura 3.7: Estrella de cuatro puntas con 7 segmentos por brazo. Elaboración propia.

La Figura 3.7 muestra el modelo tridimensional de la estrella de cuatro puntas, creado mediante la librería NetworkX, utilizado para el análisis.

En la Tabla 3.6 se presentan los valores simulados de resistencia de puesta a tierra para una estrella con brazos de 2,5 [m], para distintos niveles de discretización. También se incluye la cantidad total de segmentos, lo cual permite observar el crecimiento del costo computacional a medida que se refina el modelo.

$R_{\text{teórica}} [\Omega]$	$R_{\text{modelo}} [\Omega]$	Segmentación	Cantidad de segmentos	Error [%]
19,52	20,24	1	4	3,714
19,52	20,07	2	8	2,823
19,52	19,96	3	12	2,268
19,52	19,89	4	16	1,909
19,52	19,84	5	20	1,656
19,52	19,81	6	24	1,469
19,52	19,78	7	28	1,325
19,52	19,75	8	32	1,209
19,52	19,74	9	36	1,116
19,52	19,72	10	40	1,038
19,52	19,71	11	44	0,972
19,52	19,70	12	48	0,916
19,52	19,69	13	52	0,868
19,52	19,68	14	56	0,826
19,52	19,67	15	60	0,788
19,52	19,67	16	64	0,755
19,52	19,66	17	68	0,725
19,52	19,66	18	72	0,699
19,52	19,65	19	76	0,675
19,52	19,65	20	80	0,652

Tabla 3.6: Comparación entre resistencia teórica y simulada para estrella de cuatro puntas, brazos de 2,5 [m].

A continuación, se presentan los gráficos que muestran el comportamiento de la resistencia simulada y del error porcentual en función del número de segmentos utilizados:

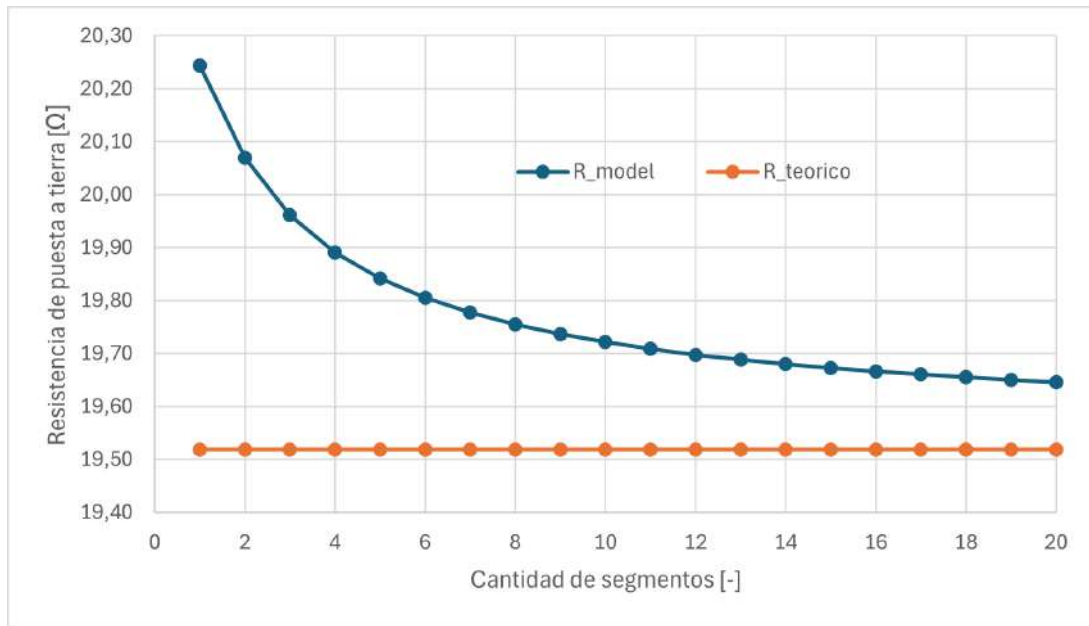


Figura 3.8: Resistencia de puesta a tierra estrella de cuatro puntas, 2,5 [m] vs. numero de segmentos. Elaboración propia

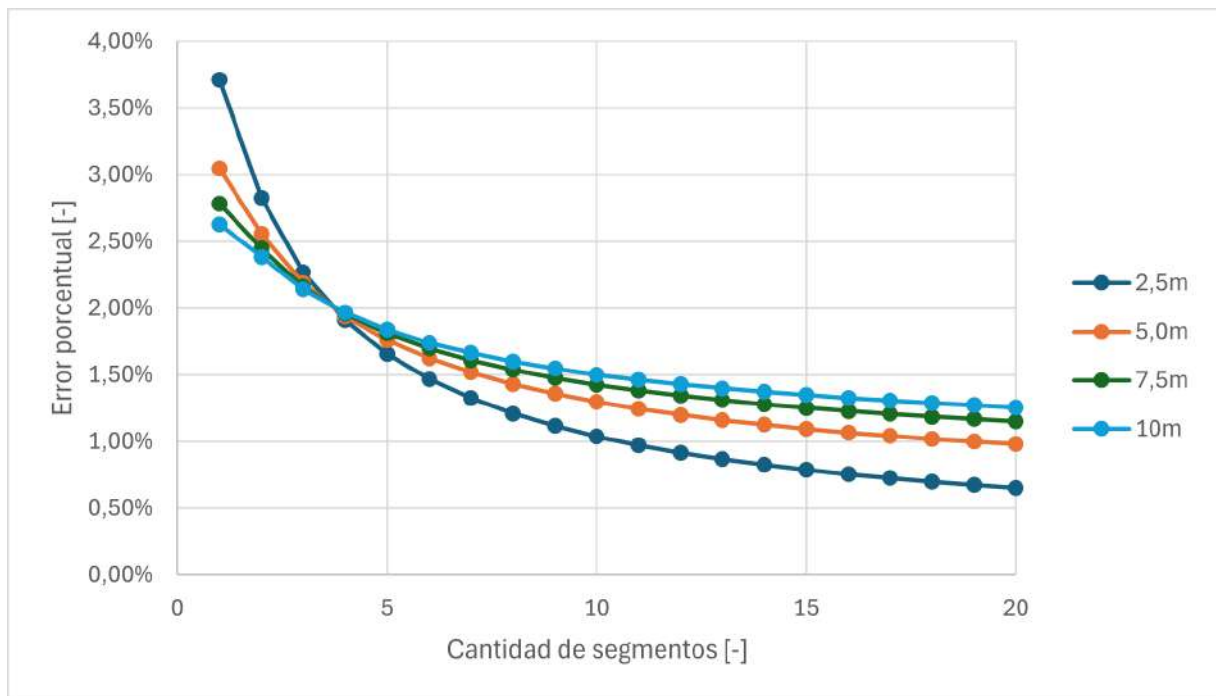


Figura 3.9: Error porcentual resistencia de puesta a tierra estrella de cuatro puntas vs. número de segmentos. Elaboración propia.

A diferencia de los casos anteriores, en la Figura 3.8 se observa que, aunque el valor obtenido por el modelo se aproxima al valor teórico al aumentar la discretización, este tiende a estabilizarse levemente por encima del valor teórico. Esto sugiere que, para mi-

nimizar el error, es necesario maximizar la segmentación del sistema; sin embargo, dicho aumento conlleva un mayor costo computacional.

La Figura 3.9 evidencia que el error porcentual disminuye progresivamente con el aumento de segmentos. Se observa que a partir de cinco segmentos por brazo el error se mantiene por debajo del 2 %, lo cual respalda la validez y confiabilidad del modelo implementado para esta geometría.

Los resultados correspondientes a las configuraciones con brazos de 5 [m], 7,5 [m] y 10 [m] se encuentran detallados en el Anexo 7.4.

3.1.4. Malla

Para completar la validación del modelo propuesto, se contrastaron los resultados obtenidos mediante simulación para una malla dividida en cuadros con los valores teóricos obtenidos a partir de la expresión 2.41, recomendada por la norma IEEE Std 80. Se consideraron distintos niveles de segmentación para evaluar la convergencia de la simulación.

Los parámetros utilizados fueron los siguientes:

- Área de trabajo: 400 [m²].
- Lado cuadros interiores: 5 [m].
- Radio del electrodo: 0,01 [m].
- Profundidad de enterramiento: 0,1 [m].
- Largo total de cable: 200 [m].

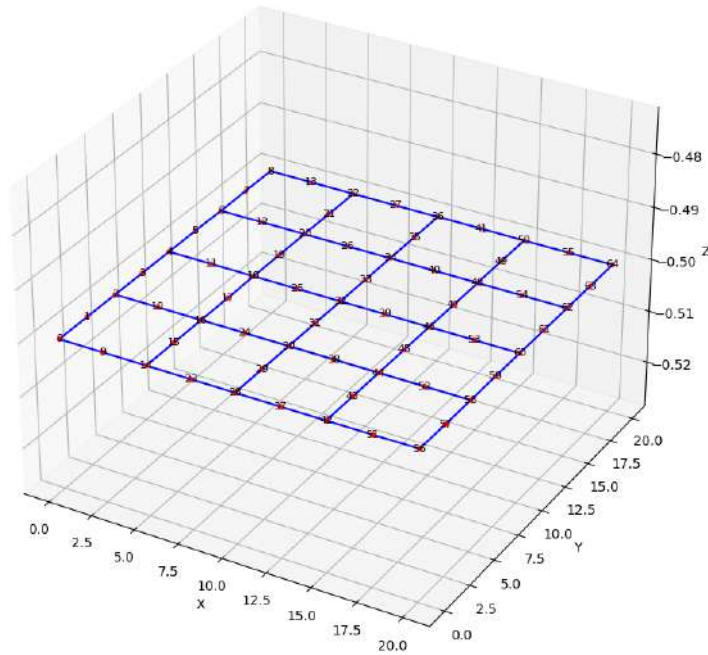


Figura 3.10: Malla de 20x20[m], cuadros de 5 [m] con 2 segmentos por lado. Elaboración propia

La Figura 3.10 muestra el modelo tridimensional de la malla construida en NetworkX para el análisis de validación. A continuación, se presentan los valores teóricos y simulados de resistencia de puesta a tierra para distintos niveles de segmentación:

$R_{teórica} [\Omega]$	$R_{modelo} [\Omega]$	Segmentación	Cantidad de segmentos	Error [%]
2,624	2,274	1	40	13,33
2,624	2,290	2	80	12,71
2,624	2,294	3	120	12,58
2,624	2,295	4	160	12,53
2,624	2,296	5	200	12,51
2,624	2,296	6	240	12,49
2,624	2,296	7	280	12,48
2,624	2,297	8	320	12,47
2,624	2,297	9	360	12,46
2,624	2,297	10	400	12,46

Tabla 3.7: Comparación entre resistencia teórica y simulada para malla de 10x10[m], cuadros de lado 5 m.

A diferencia de los casos anteriores, la segmentación de esta malla no se extendió más allá de 10 segmentos por lado. Esto se debe al alto costo computacional asociado a cada iteración, producto de la mayor cantidad de elementos y conexiones del sistema.

A continuación, se presentan los gráficos que ilustran la evolución del valor de la resistencia de puesta a tierra y del error porcentual a medida que se incrementa el nivel de segmentación:

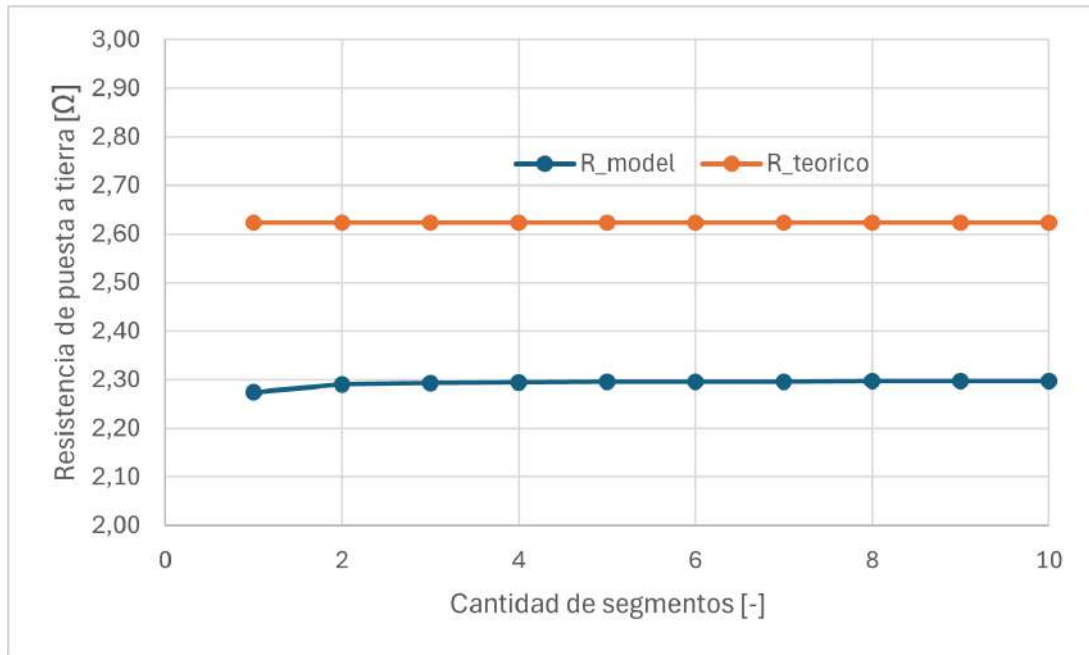


Figura 3.11: Resistencia de puesta a tierra malla de 20x20[m] vs. número de segmentos. Elaboración propia.

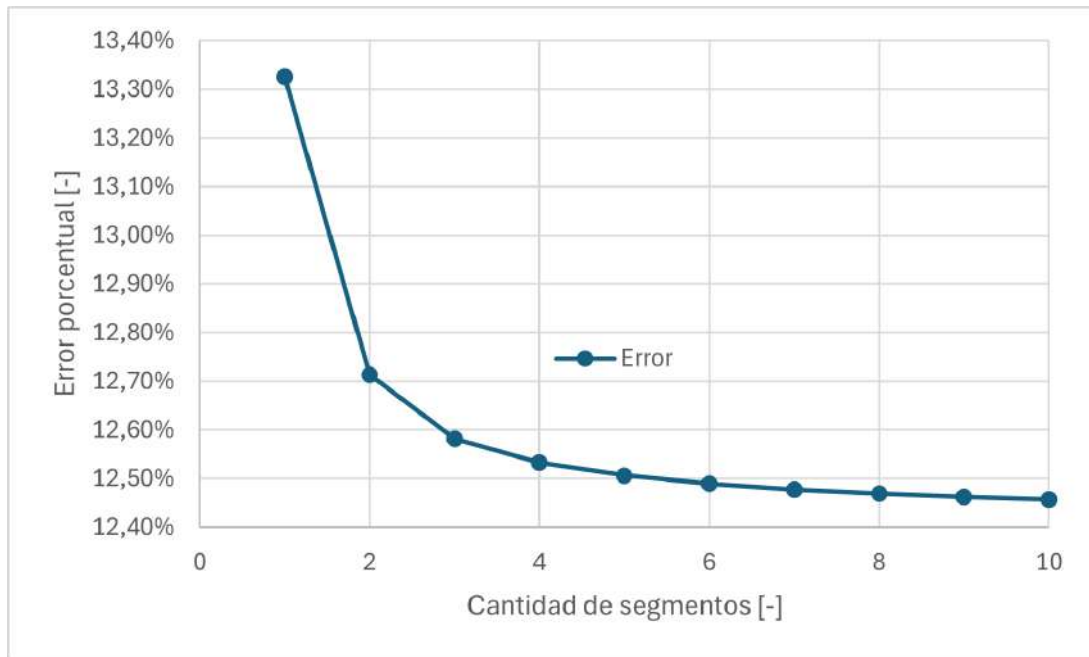


Figura 3.12: Error porcentual resistencia de puesta a tierra malla de 20x20[m] vs. numero de segmentos. Elaboración propia

La Figura 3.12 muestra que el error porcentual disminuye de forma sostenida al aumentar la discretización del sistema. No obstante, este error relativo resulta más elevado que en los casos anteriores. Esto se debe a que la ecuación propuesta por la norma *IEEE Std 80-2013* para el cálculo de la resistencia de puesta a tierra es una formulación aproximada que no incorpora con precisión las particularidades geométricas de la malla, lo que limita su exactitud en configuraciones complejas o irregulares.

En base a los resultados obtenidos a lo largo de esta sección, se concluye lo siguiente:

- El modelo implementado es válido para representar con precisión configuraciones geométricas estándar y no estándar en sistemas de puesta a tierra.
- La segmentación utilizada influye de manera considerable tanto en la precisión como en el costo computacional de los cálculos. Por esta razón, se optó por una segmentación de 4 segmentos por lado para los análisis posteriores con el algoritmo de optimización, logrando un equilibrio adecuado entre precisión y eficiencia.

A continuación, se presenta el desarrollo del código utilizado para la generación automática de sistemas de puesta a tierra y su posterior optimización.

Capítulo 4

Implementación del código de generación y optimización

En este capítulo se describe la implementación del código diseñado para generar y optimizar sistemas de puesta a tierra, incluyendo su lógica de funcionamiento, integración con la interfaz y aplicación de los modelos matemáticos desarrollados. La estructura del capítulo se divide en cuatro secciones principales:

- **Primera sección:** Parámetros definidos por el usuario.
- **Segunda sección:** Generación del sistema de puesta a tierra.
- **Tercera sección:** Implementación del algoritmo de optimización.
- **Cuarta sección:** Desarrollo de la interfaz de usuario.

4.1. Parámetros definidos por el usuario

Antes de comenzar con la construcción del sistema de puesta a tierra, el usuario debe ingresar los siguientes parámetros relevantes para las secciones siguientes. Estos parámetros se agrupan en cuatro categorías:

- Parámetros geométricos.
- Parámetros eléctricos.
- Parámetros de seguridad.
- Opciones de optimización.

4.1.1. Parámetros geométricos

Los parámetros geométricos que debe ingresar el usuario corresponden a:

- Ancho del área de trabajo.
- Largo del área de trabajo.

Estos definen el dominio físico en el cual se construirá y analizará el sistema de puesta a tierra.

4.1.2. Parámetros eléctricos

Los parámetros eléctricos que deben ser definidos por el usuario son:

- Resistividad de la capa superior del terreno.
- Espesor de la capa superior del terreno.
- Resistividad de la capa inferior del terreno.

Estos valores caracterizan el modelo del suelo utilizado en los cálculos eléctricos. En caso de que se desee utilizar un modelo de terreno homogéneo, basta con asignar el mismo valor de resistividad a ambas capas y un espesor arbitrario a la capa superior.

4.1.3. Parámetros de seguridad

Los parámetros de seguridad requeridos por el sistema son:

- Resistividad de la capa de material superficial.
- Espesor de la capa de material superficial.
- Tiempo de despeje de falla.
- Corriente de falla.

Estos parámetros se utilizan en el cálculo de las tensiones de paso y de contacto permitidas, de acuerdo con los criterios de seguridad definidos en la normativa. Cabe destacar que la norma *IEEE Std 80-2013* recomienda un espesor entre 0,08 [m] a 0,15 [m] para la capa de material superficial[1].

4.1.4. Opciones de optimización

Las opciones de optimización definidas por el usuario son:

- Tamaño del enjambre de partículas.
- Cantidad de iteraciones del algoritmo.

Estas opciones determinan el comportamiento y la duración del proceso de búsqueda de soluciones óptimas por parte del algoritmo de optimización implementado.

Una vez que el usuario ingrese estos parámetros al programa se puede proceder con la creación del sistema de puesta a tierra y su optimización.

4.2. Generación del sistema de puesta a tierra

Para la construcción de los sistemas de puesta a tierra se desarrolló el módulo `Surface_and_dots`, el cual permite generar el área de trabajo y construir el enmallado correspondiente dentro de esta.

El módulo opera según la siguiente lógica:

1. Se ingresan los parámetros geométricos del área de trabajo, tales como el ancho, largo y la cantidad de divisiones horizontales y verticales. A modo ilustrativo, se utilizarán los siguientes valores:
 - Ancho: 20 m
 - Largo: 20 m
 - Divisiones en el eje X: 4
 - Divisiones en el eje Y: 8
2. Se crea un área de trabajo con las dimensiones indicadas, delimitada por 4 nodos y 4 arcos conectados entre sí, como se muestra en la figura 4.1.

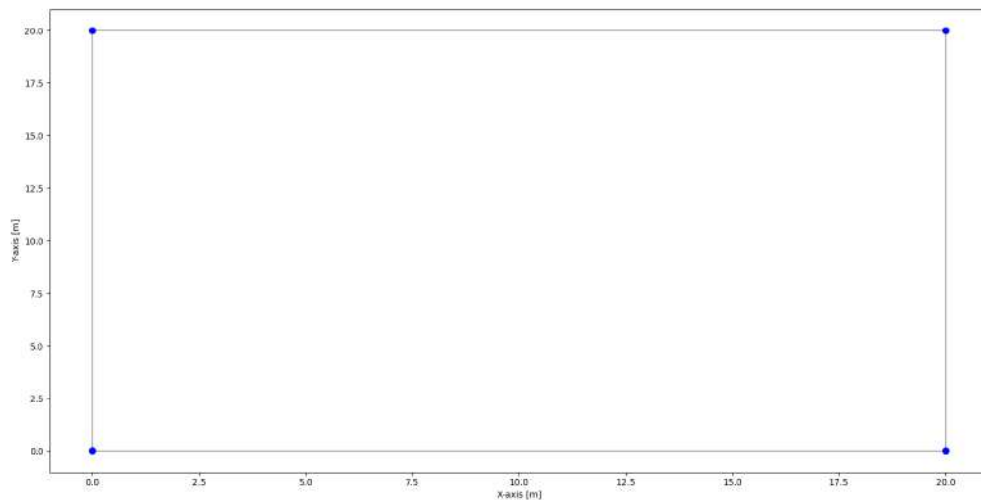


Figura 4.1: Espacio de trabajo creado para un área de 20x20[m]. Elaboración propia.

3. El área de trabajo se divide según las divisiones definidas para el eje X e Y. En este caso, el área de trabajo se divide en cuatro segmentos en el eje X y ocho segmentos en el eje Y, resultando en 32 cuadros dentro del área de trabajo. Luego se ubican nodos en las esquinas de todos los cuadros, cuidando de que no existan nodos duplicados, como se puede observar en la figura 4.2.

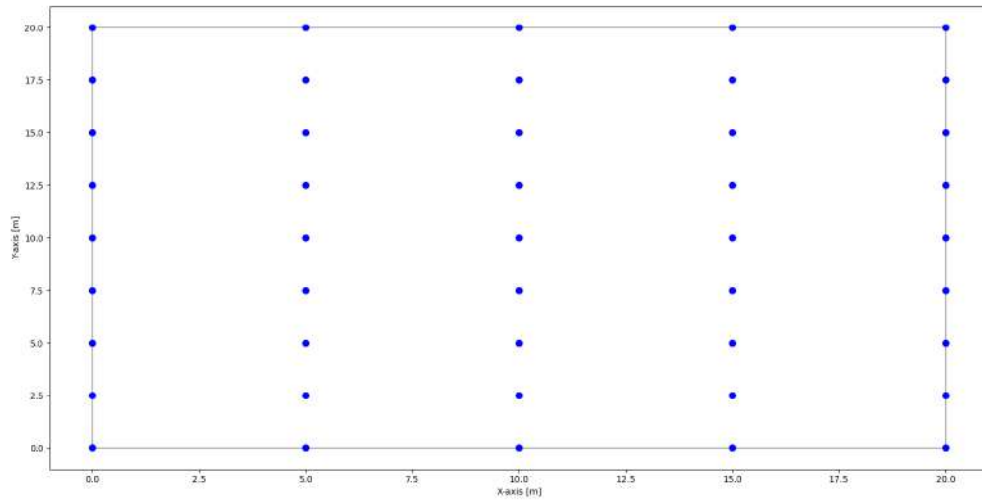


Figura 4.2: Área de trabajo dividida en 32 cuadros. Elaboración propia.

Cabe destacar que las divisiones son enteras y no deben generar segmentos menores a 2,5 m.

4. Las filas de nodos se dividen en dos grupos: pares e impares, considerando la fila ubicada en la base del área de trabajo como la fila número 0. A las filas impares, se les aplica un *offset* para generar un patrón zigzag en el área de trabajo, como se puede observar en la figura 4.3

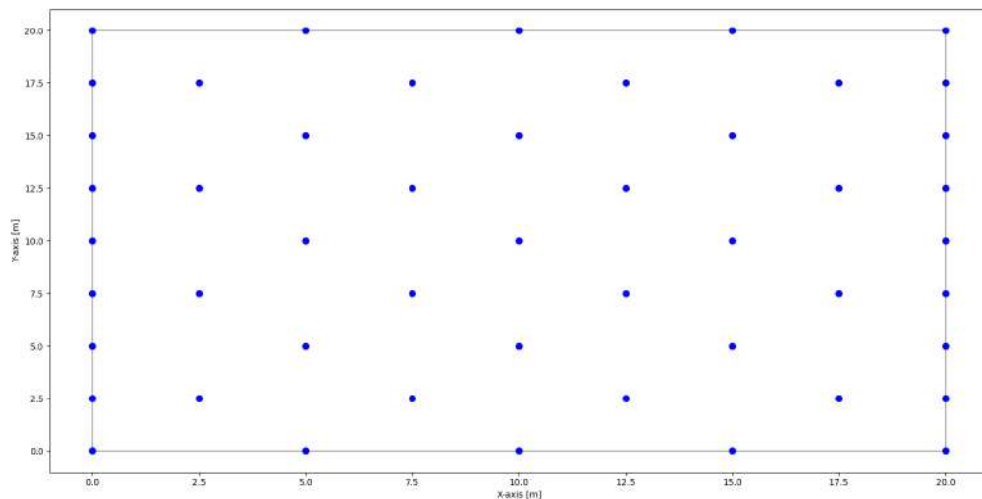


Figura 4.3: Espacio de trabajo con nodos dispuestos en patrón zigzag. Elaboración propia.

La elección de este patrón se justifica por la flexibilidad que ofrece al momento de establecer conexiones entre nodos.

5. A cada grupo de filas (pares e impares) se le asigna un patrón de conexión, el cual utiliza las siguientes direcciones posibles:

- | | |
|----------|----------------|
| ■ right | ■ top-left |
| ■ left | ■ top-right |
| ■ top | ■ bottom-left |
| ■ bottom | ■ bottom-right |

Estos patrones están compuestos por combinaciones de 2 a 5 direcciones. Como ejemplo:

- Patrón para filas pares: ['top', 'right']
- Patrón para filas impares: ['right', 'top', 'left']

El resultado de este proceso se muestra en la figura 4.4:

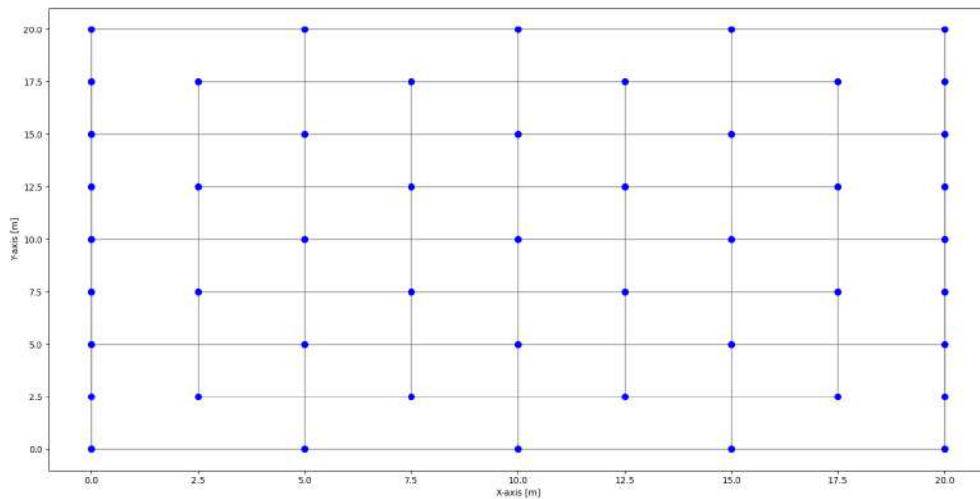


Figura 4.4: Nodos conectados según patrones definidos. Elaboración propia.

6. Posteriormente, se identifican y ubican nodos en todas las intersecciones entre arcos, como se aprecia en la figura 4.5.

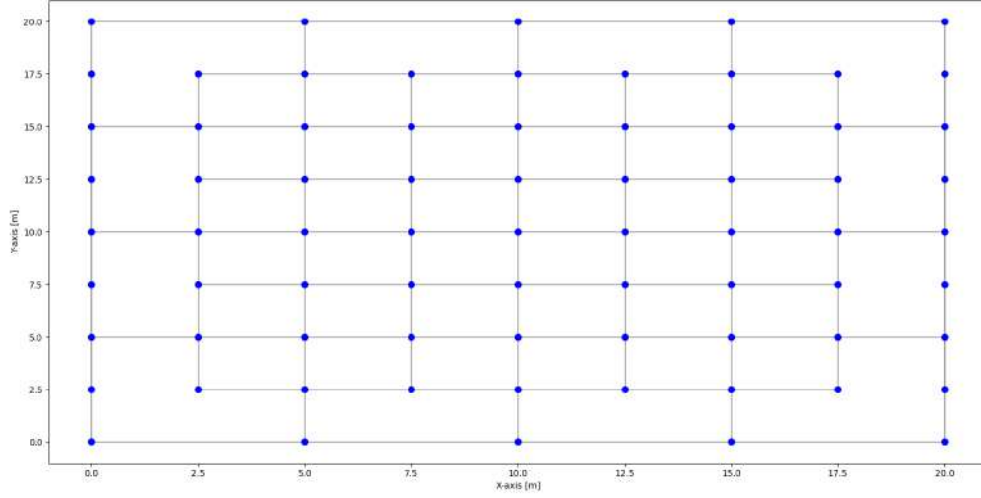


Figura 4.5: Nodos ubicados en intersecciones entre arcos. Elaboración propia.

Esta etapa es necesaria dado que el método de cálculo empleado considera únicamente segmentos unidimensionales, por lo cual no se permiten intersecciones no resueltas entre arcos.

7. Finalmente, se realiza un análisis de los nuevos arcos generados. Si existen segmentos con longitud menor a 2,5 [m] debido a la inserción de nuevos nodos, dichos arcos son eliminados. A continuación, se eliminan todos los nodos que queden aislados. En el ejemplo mostrado, este proceso no afecta el resultado, ya que no se generaron arcos menores a 2,5 [m] ni nodos sin conexión.

Cabe destacar que el módulo desarrollado no permite la incorporación de electrodos verticales, decisión tomada con el objetivo de simplificar la construcción de configuraciones de mallas no convencionales.

Una vez generado el sistema de puesta a tierra, el módulo `Surface_and_dots.py` se integró al código principal `Prueba.UI.py`, donde se implementaron las expresiones necesarias para el cálculo de parámetros fundamentales, tales como:

- Resistencia de puesta a tierra.
- Longitud total de cable utilizado.
- Tensiones de paso y de contacto.

La resistencia de puesta a tierra se calcula utilizando la siguiente expresión:

$$R_j = \frac{U}{\delta_j} = \frac{\rho_1}{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} K^n \left[\ln \left(\frac{(l_j - u_0) + \sqrt{(l_j - u_0)^2 + v_0^2 + (2nh + w_0)^2}}{-u_0 + \sqrt{(l_j - u_0)^2 + v_0^2 + (2nh + w_0)^2}} \right) + \right. \\ \left. \ln \left(\frac{(l_j - u_0) + \sqrt{(l_j - u_0)^2 + v_0^2 + (2nh + w_0 + 2z_s)^2}}{-u_0 + \sqrt{(l_j - u_0)^2 + v_0^2 + (2nh + w_0 + 2z_s)^2}} \right) \right] \quad (4.1)$$

Esta ecuación, derivada de la expresión de potencial real (2.25), se utiliza para calcular la resistencia propia de cada segmento y la resistencia mutua entre dicho segmento y el resto del sistema. El procedimiento se repite para todos los segmentos, generando una matriz simétrica de influencias de la forma:

$$R = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \dots \\ \vdots & \ddots & \\ R_{K1} & & R_{KK} \end{bmatrix}$$

donde los elementos diagonales R_{ii} representan las resistencias propias de los segmentos, y los elementos fuera de la diagonal R_{ij} corresponden a las resistencias mutuas. Con esta matriz de resistencias se puede determinar la matriz siguiendo los pasos descritos en la sección 2.4.1 se determinaron los valores de:

- Densidad lineal de corriente de cada segmento (δ_j)
- Elevación del potencial de tierra (GPR)

Una vez calculado el GPR del sistema de puesta a tierra, se procede con el cálculo de las tensiones de paso y contacto.

La máxima tensión de paso y contacto admisible para el terreno en estudio se calculan utilizando las ecuaciones 2.2 y 2.3, presentes en la sección 2.2. Para determinar la tensión de paso y contacto del sistema de puesta a tierra se siguen los siguientes pasos:

1. Se ubican nodos en la superficie del área de trabajo en un patrón cuadrado, separados por una distancia de 1 [m] entre nodos. Luego estos nodos son conectados por arcos, creando una malla de cuadros de 1 [m] en la superficie del terreno, que cubre la totalidad del área de trabajo mas 1 metro de extensión.
2. Se utiliza la ecuación 2.25 para determinar el potencial generado por el sistema de puesta a tierra en cada uno de los nodos de la malla superficial.
3. Luego se calcula la diferencia de potencial entre nodos y esta diferencia se guarda en el arco que conecta dichos nodos. Esta diferencia de potencial corresponde a la tensión de paso del sistema de puesta a tierra.
4. Finalmente, se calcula la diferencia entre el GPR y el potencial de cada uno de los nodos. Este valor corresponde a la tensión de contacto del sistema de puesta a tierra.

4.3. Implementación del algoritmo de optimización

La implementación del algoritmo de optimización comienza con la definición de los indicadores que permiten evaluar la eficiencia de un sistema de puesta a tierra. A continuación, se presentan los principales criterios considerados:

- **Tensiones de seguridad:** La tensión de paso y la tensión de contacto en el área de trabajo no deben superar los valores establecidos por las ecuaciones 2.2, 2.3, 2.4 y 2.5. En caso contrario, el sistema no puede considerarse seguro ni cumple con su función fundamental.

- **Material utilizado:** Un sistema que utilice grandes cantidades de conductor puede mejorar la seguridad, pero también incrementa significativamente el costo. Por ello, uno de los objetivos es minimizar el uso de material, siempre que las tensiones de paso y contacto se mantengan dentro de los límites admisibles.
- **Costo constructivo:** Otro aspecto relevante es el costo asociado a la ejecución del sistema. Una malla enterrada a mayor profundidad implica mayores gastos, debido al volumen de suelo que debe desplazarse.
Además, se considera la complejidad constructiva del enmallado. Actualmente, los sistemas de puesta a tierra se diseñan con geometrías regulares (cuadradas o rectangulares), empleando uniones prefabricadas en vértices e intersecciones. En contraste, una malla que requiera numerosas uniones no estándar tiende a incrementar tanto el costo como la dificultad de construcción.

Considerando estos criterios, el objetivo del algoritmo de optimización es minimizar el costo total del sistema de puesta a tierra final y asegurar que se cumplan los criterios de seguridad. Para ello, se definió la siguiente función objetivo que estima el costo total de un sistema propuesto:

$$C = L_{\text{cable}} + R_g + DC + P_{\text{seg}} + P_{\text{custom}} + C_{\text{eff}} \quad (4.2)$$

donde:

- C : Costo total estimado del sistema de puesta a tierra.
- L_{cable} : Longitud total de cable utilizado.
- R_g : Resistencia de puesta a tierra del sistema.
- DC : Costo por profundidad de enterramiento, definido como $DC = 250 \cdot d$, donde d es la profundidad del sistema en metros.
- P_{seg} : Penalización por incumplimiento de los criterios de seguridad (tensión de paso y contacto). Si se cumplen los requisitos, $P_{\text{seg}} = 0$. En caso contrario, esta penalización se calcula como:

$$P_{\text{seg}} = 1000 \cdot (V_{\text{step}} - V_{s50}) + 1000 \cdot (V_{\text{touch}} - V_{t50})$$

donde V_{step} y V_{touch} son las tensiones calculadas en el sistema, y V_{s50} y V_{t50} corresponden a los valores de seguridad definidos por las ecuaciones 2.2 y 2.3. Se decidió utilizar estos valores para asegurar que el algoritmo priorice configuraciones que cumplan con los requisitos de seguridad, penalizando fuertemente aquellas que los sobrepasen. El factor de penalización 1000 se seleccionó para reflejar adecuadamente la gravedad de las infracciones en la función objetivo.

- P_{custom} : Penalización por el número de uniones no estándar, determinada como:

$$P_{\text{custom}} = 25 \cdot N_{\text{custom}}$$

donde N_{custom} es el número de uniones personalizadas detectadas en la malla.

- C_{eff} : Recompensa por eficiencia de cableado, otorgada cuando se utiliza menos cable que en una malla de referencia.

La malla de referencia corresponde a una configuración regular compuesta por cuadros de igual longitud por lado. Esta configuración cumple con los criterios de seguridad utilizando la menor cantidad de material posible que permite cubrir completamente el área de trabajo. La recompensa por eficiencia en el uso de material, C_{eff} , se calcula como la diferencia entre la longitud estimada para dicha malla de referencia y la longitud real utilizada por el sistema optimizado:

$$C_{\text{eff}} = (L_{\text{cable}} - L_{\text{ref}})$$

donde:

$$L_{\text{ref}} = \left(\frac{w}{l_{\text{ref}}} \right) \cdot \ell + \left(\frac{\ell}{l_{\text{ref}}} \right) \cdot w$$

- w : ancho del área de trabajo [m],
- ℓ : largo del área de trabajo [m],
- l_{ref} : longitud del lado de los cuadros de la malla de referencia [m],
- L_{ref} : longitud total de cable utilizada en la configuración de referencia [m].
- L_{cable} : longitud total de cable utilizada en la configuración evaluada [m].

De esta manera, la ecuación recompensa configuraciones que utilizan menor cantidad de conductor en comparación con la malla de referencia (es decir, cuando $C_{\text{eff}} < 0$) y penaliza aquellas que requieren mayor cantidad de material (cuando $C_{\text{eff}} > 0$).

El siguiente paso previo a la implementación del algoritmo de optimización fue definir las variables que afectan los parámetros de la función objetivo. A continuación, se presentan las variables consideradas:

- Cantidad de divisiones horizontales y verticales.
- Geometría del sistema de puesta a tierra.
- Profundidad de la malla.
- Radio del conductor utilizado.

Una vez establecida la función objetivo, así como las variables que influyen en su evaluación, se procedió a la implementación del algoritmo de optimización en **Python**. Para ello, se empleó la librería **PySwarms**, diseñada para aplicar la técnica de optimización mediante Enjambre de Partículas (*Particle Swarm Optimization*, PSO), descrita previamente en la sección 2.7.2.

Como se explicó en el marco teórico, la optimización mediante *Particle Swarm Optimization* (PSO) se basa en una población (enjambre) de soluciones candidatas (partículas), las cuales exploran el espacio de búsqueda en busca de configuraciones óptimas. En esta implementación, cada partícula se representa como un vector compuesto por los siguientes parámetros:

- `t_width`: cantidad de divisiones en el eje X.
- `t_height`: cantidad de divisiones en el eje Y.
- `depth`: profundidad de enterramiento de la malla.
- `pattern_even_idx`: patrón de conexión para las filas pares.
- `pattern_odd_idx`: patrón de conexión para las filas impares.
- `cable_radius`: radio del conductor.

Durante el proceso de optimización, las partículas modifican los valores de sus parámetros internos, lo que se interpreta como un “movimiento” dentro del espacio de soluciones posibles. Este movimiento está gobernado por tres parámetros de control fundamentales: el coeficiente de inercia, el coeficiente cognitivo y el coeficiente social, cuyas funciones y efectos fueron detallados en la sección 2.7.5.

Para esta implementación, se definieron los siguientes valores para los parámetros de control:

- Coeficiente cognitivo (c_1) = 1,5
- Coeficiente social (c_2) = 2,0

El coeficiente de inercia (w) fue programado con una variación lineal decreciente a lo largo de las iteraciones, siguiendo la expresión:

$$w = w_{\max} - \left(\frac{w_{\max} - w_{\min}}{\text{num_iterations}} \right) \cdot \text{iteration} \quad (4.3)$$

donde:

- $w_{\max} = 0,9$: valor inicial del coeficiente de inercia,
- $w_{\min} = 0,4$: valor final del coeficiente de inercia,
- `num_iterations`: número total de iteraciones del proceso de optimización,
- `iteration`: número de iteración actual.

Este enfoque permite que el algoritmo favorezca la exploración del espacio de búsqueda en las etapas iniciales y la explotación de las mejores soluciones en etapas finales.

Una vez definido el comportamiento dinámico de las partículas, se determinaron el tamaño del enjambre y el número de iteraciones. Inicialmente, se utilizó un enjambre de 100 partículas y 100 iteraciones. No obstante, debido al alto costo computacional asociado al análisis de mallas de gran tamaño (por ejemplo, 70x70[m] o 100x100[m]), fue necesario reducir estos parámetros para garantizar tiempos de ejecución razonables.

Finalmente, se estableció una configuración de 50 partículas y 50 iteraciones para las simulaciones. Esta configuración implica un total de 2.500 evaluaciones de la función objetivo por optimización, lo cual representa un equilibrio aceptable entre tiempo de cómputo y calidad de los resultados.

Los resultados presentados en el siguiente capítulo corresponden a las mejores configuraciones encontradas bajo esta configuración reducida.

4.4. Desarrollo de la Interfaz de Usuario

Para facilitar la interacción entre el usuario y el programa, se implementó una interfaz gráfica de usuario (*UI*) que permite un ingreso intuitivo de los parámetros requeridos, así como la visualización de los resultados obtenidos. Para su desarrollo se utilizó la biblioteca *tkinter*, la cual está integrada por defecto en el lenguaje de programación *Python*.

La primera ventana creada corresponde al “panel de control” del programa. En esta ventana se ingresan los parámetros detallados en la primera sección de este capítulo (4.1), organizados en los mismos grupos temáticos presentados en dicha sección.

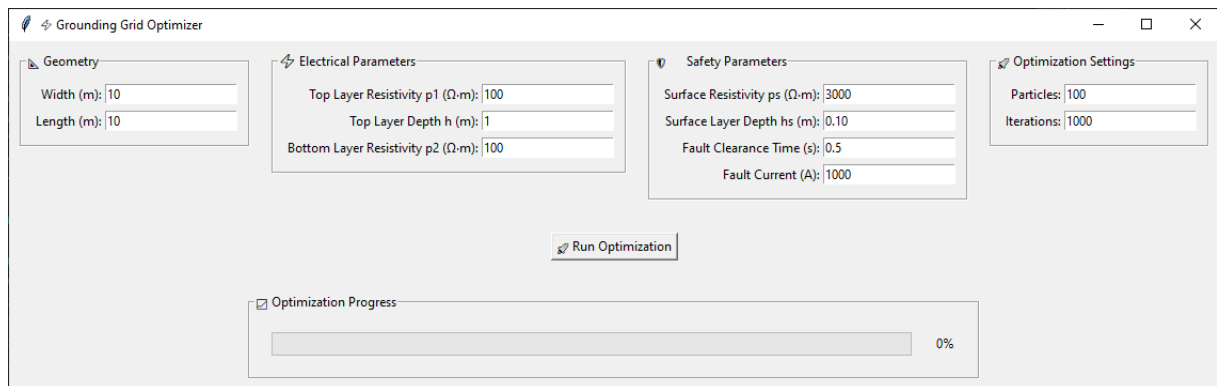


Figura 4.6: Ventana del “panel de control”. Elaboración propia.

En la Figura 4.6 se muestra la ventana principal de ingreso de datos, la cual incluye las secciones de geometría, parámetros eléctricos, parámetros de seguridad y configuración del proceso de optimización. Adicionalmente, se incorpora una barra de progreso que permite informar al usuario sobre el estado de avance de la optimización.

Cabe destacar que los cuadros de texto se encuentran pre-rellenados con valores de referencia típicos o razonables, con el fin de facilitar la interacción inicial del usuario y minimizar errores al ingresar los parámetros.

Adicionalmente, se incorporó una ventana de advertencia asociada al parámetro de espesor de la capa superficial, siguiendo las recomendaciones de la norma *IEEE Std 80-2013*. Si el valor ingresado para este parámetro se encuentra fuera del rango recomendado (entre 0.08 y 0.15 metros), se activa una alerta que ofrece al usuario la opción de continuar con el valor ingresado o modificarlo. Esta ventana de advertencia se muestra en la Figura 4.7.

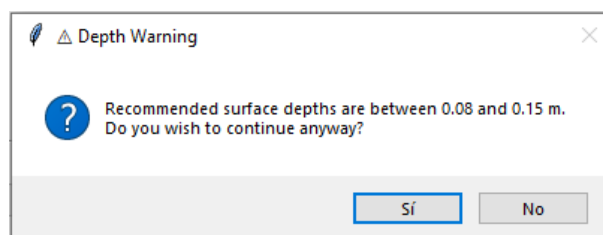


Figura 4.7: Ventana de alerta. Elaboración propia.

Finalmente, se diseñó una ventana de resultados que presenta, en primer lugar, un

archivo en formato `.txt`, el cual contiene un resumen con los valores más relevantes obtenidos: tensiones de paso y contacto admisibles, tensiones resultantes del sistema de puesta a tierra, cantidad de cable utilizado, número de divisiones horizontales y verticales, así como un desglose del costo asociado al sistema optimizado.

Además, esta ventana incluye cuatro pestañas de gráficos. La primera muestra un gráfico 2D del mallado del sistema de puesta a tierra. La segunda presenta el mismo mallado, pero en una visualización tridimensional (3D). La tercera pestaña contiene un gráfico 3D correspondiente a la distribución espacial de la tensión de paso, mientras que la cuarta pestaña presenta un gráfico 3D de la distribución de la tensión de contacto del sistema.

Capítulo 5

Resultados

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos mediante el algoritmo de optimización aplicado a sistemas de puesta a tierra con diferentes dimensiones y características del terreno. El objetivo principal es evaluar la eficacia del algoritmo desarrollado en términos de seguridad eléctrica, eficiencia constructiva y uso racional de materiales.

Para cada caso analizado, se registraron los siguientes indicadores:

- Forma y geometría del enmallado resultante.
- Longitud total de conductor utilizado.
- Profundidad de enterramiento de la malla.
- Valores máximos de tensión de paso y de tensión de contacto.

Además, se incluyen los resultados obtenidos para mallas convencionales (con disposición regular de conductores) sobre el mismo tipo de terreno, permitiendo así una comparación directa con los diseños optimizados. Este análisis comparativo permite evaluar el impacto de la optimización sobre el desempeño del sistema y su potencial para reducir costos sin comprometer la seguridad del usuario.

5.1. Malla de 20x20[m]

Los parámetros considerados para la primera optimización se presentan en la Tabla 5.1.

Parámetros							
Geométricos		Eléctricos		Seguridad		Optimización	
Ancho	20 m	ρ_1	150 Ω m	ρ_s	3000 Ω m	Partículas	50 [—]
Largo	20 m	h_1	1 m	h_s	0,15 m	Iteraciones	50 [—]
		ρ_2	150 Ω m	t_s	0,5 s		
				I_f	1000 A		

Tabla 5.1: Parámetros utilizados para la optimización del sistema de puesta a tierra en una malla de 20x20 m. Elaboración propia.

Considerando estos parámetros, se estableció que una malla convencional de 5x5 cuadros de 4x4[m], enterrada a una profundidad de 0,5 [m], cumple con los criterios de seguridad para una persona de 50 [kg]. Esta configuración representa el diseño más eficiente dentro de las mallas regulares evaluadas y será utilizada como referencia para comparar los resultados del sistema optimizado. La malla de referencia emplea un total de 240 [m] de conductor.

La Figura 5.1 muestra la configuración obtenida tras la optimización. Destaca la simplicidad de la malla resultante, compuesta exclusivamente por líneas horizontales. Los puntos azules/celestes visibles en el gráfico representan los nodos del modelo computacional y no deben interpretarse como varillas verticales.

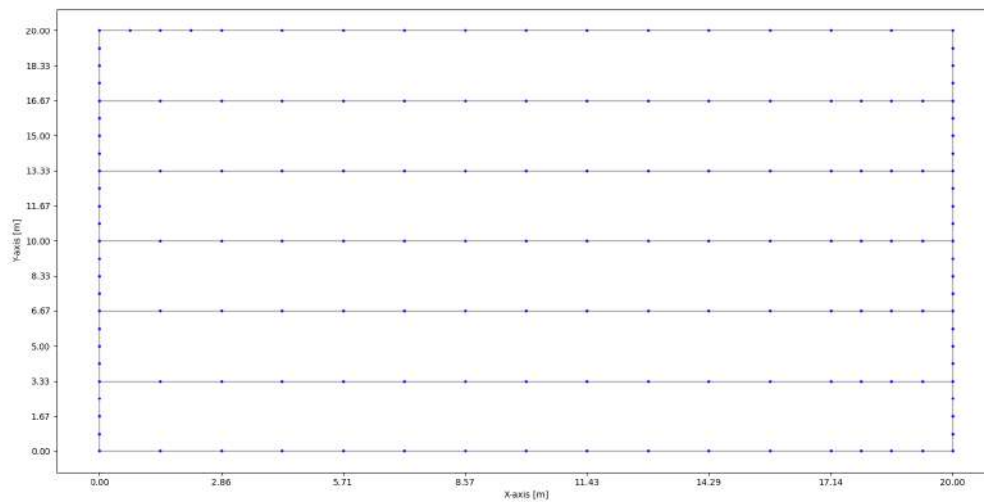


Figura 5.1: Sistema de puesta a tierra optimizado para terreno de 20x20 m. Elaboración propia.

A continuación, se presentan los resultados más relevantes:

	Tensión de paso [V]	Tensión de contacto [V]
Admisible (50 kg)	2469,56	740,43
Admisible (70 kg)	3342,43	1002,13
SPT Optimizado	735,88	686,98
SPT Referencia	688,00	619,90

Tabla 5.2: Comparación de tensiones de paso y contacto admisibles y calculadas. Malla de 20x20 m. Elaboración propia.

Parámetro	SPT Optimizado	SPT Referencia
Longitud total de cable [m]	180,00	240,00
Recompensa eficiencia de material	60,00	—
Resistencia de puesta a tierra [Ω]	3,49	3,40
Profundidad de enterramiento [m]	0,26	0,26
Número de uniones no estándar	0	0
Costo total	129,99	249,90

Tabla 5.3: Parámetros técnicos y económicos del sistema de puesta a tierra. Malla de 20x20 m. Elaboración propia.

Como se observa en la Tabla 5.2, el sistema optimizado cumple holgadamente con los criterios de seguridad establecidos para ambos perfiles de masa corporal, lo cual valida el algoritmo en términos de seguridad.

Por su parte, la Tabla 5.3 evidencia que el sistema optimizado logra una reducción significativa en el uso de material conductor y, por tanto, en el costo total del sistema. Esto valida el potencial del algoritmo propuesto para generar configuraciones más eficientes sin comprometer los requisitos técnicos exigidos.

5.2. Malla de 30x30[m]

Los parámetros considerados para la optimización del segundo caso, correspondiente a un terreno de 30 m de ancho por 30 m de largo, se presentan en la Tabla 5.4.

Parámetros							
Geométricos		Eléctricos		Seguridad		Optimización	
Ancho	30 [m]	ρ_1	100 [Ω m]	ρ_s	3000 [Ω m]	Partículas	50 [—]
Largo	30 [m]	h_1	1 [m]	h_s	0,15 [m]	Iteraciones	50 [—]
		ρ_2	100 [Ω m]	t_s	0,5 [s]		
				I_f	1000 [A]		

Tabla 5.4: Parámetros utilizados para la optimización del sistema de puesta a tierra en una malla de 30x30[m]. Elaboración propia.

Considerando estos parámetros, se estableció que una malla convencional de 2x2 cuadros de 15x15[m], enterrada a una profundidad de 0,39 [m], cumple con los criterios de seguridad para una persona de 50 [kg]. Esta configuración representa el diseño más eficiente dentro de las mallas regulares evaluadas y será utilizada como referencia para comparar los resultados del sistema optimizado. La malla de referencia emplea un total de 180 [m] de conductor.

Cabe destacar que en este caso se tiene una resistividad del terreno relativamente baja, junto con una capa superficial altamente aislante y de espesor considerable. Esto permite que configuraciones simples o poco densas cumplan con los requisitos de seguridad sin necesidad de estructuras complejas.

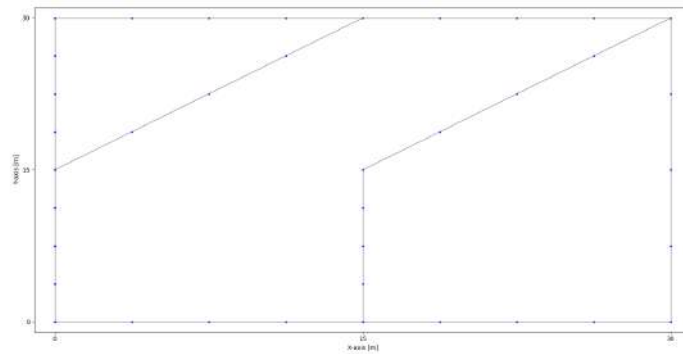


Figura 5.2: Sistema de puesta a tierra optimizado, terreno de 30x30[m]. Elaboración propia.

En la Figura 5.2 se presenta el sistema de puesta a tierra optimizado. Como puede observarse, su geometría difiere de un enmallado tradicional pero no es excesivamente compleja ni .

A continuación, se presentan los resultados más relevantes del análisis comparativo entre el sistema optimizado y el sistema convencional:

	Tensión de paso [V]	Tensión de contacto [V]
Admisible(50[kg])	2458, 21	737, 59
Admisible(70[kg])	3327, 06	998, 29
SPT Optimizado	344, 46	649, 01
SPT Referencia	333, 10	573, 70

Tabla 5.5: Tensiones de seguridad en el sistema optimizado y convencional, 30x30[m]. Elaboración propia.

Parámetro	SPT Optimizado	SPT Referencia
Longitud total de cable	177, 42	180, 00
Recompensa eficiencia de material	2, 58	—
Resistencia de puesta a tierra	1, 73	1, 70
Profundidad de enterramiento	0, 39	0, 39
Número de uniones no estándar	4	0
Costo total	286, 32	191, 45

Tabla 5.6: Parámetros relevantes del sistema de puesta a tierra, malla de 30x30[m]. Elaboración propia.

De la Tabla 5.5 se concluye que ambos sistemas cumplen satisfactoriamente con los criterios de seguridad para una persona de 50 [kg]. El sistema optimizado presenta una tensión de paso de 344,46 [V], ligeramente superior a la del sistema convencional (333,10 [V]), lo que representa un aumento del 3,4%. Mientras que en términos de tensión de contacto, el sistema convencional mantiene un mejor desempeño con 573,70 [V] frente a los

649,01 [V] del sistema optimizado, lo que representa un incremento del 13,1 % en el valor de tensión de contacto en el sistema optimizado.

Por otro lado, la Tabla 5.6 indica que el sistema optimizado utiliza una longitud de cable ligeramente inferior (177,42 [m]) en comparación con el sistema convencional (180,00 [m]), logrando una pequeña mejora en la eficiencia del uso de material. No obstante, introduce cuatro uniones no estándar, lo que incrementa el costo total en 100 unidades monetarias adicionales (25 por cada unión). Este aumento representa aproximadamente el 35 % del costo total del sistema optimizado, lo que pone de manifiesto el impacto económico que pueden tener las configuraciones geométricas no regulares, incluso cuando se logra una optimización en términos de material utilizado.

5.3. Malla de 30x30[m] con restricción

Considerando el caso anterior se pudo observar que las uniones no estándar aportaban considerablemente al costo total (poco mas de un tercio del costo total). Por este motivo se volvió a implementar el algoritmo de optimización al terreno de 30x30[m] con la restricción de no poder realizar conexiones en diagonal.

En la Figura 5.3 se presenta el sistema de puesta a tierra optimizado para un terreno de 30x30[m], incorporando la restricción de no permitir conexiones diagonales. A diferencia del diseño sin restricciones, esta configuración presenta una disposición mucho más regular y convencional, sin la presencia de uniones no estándar.

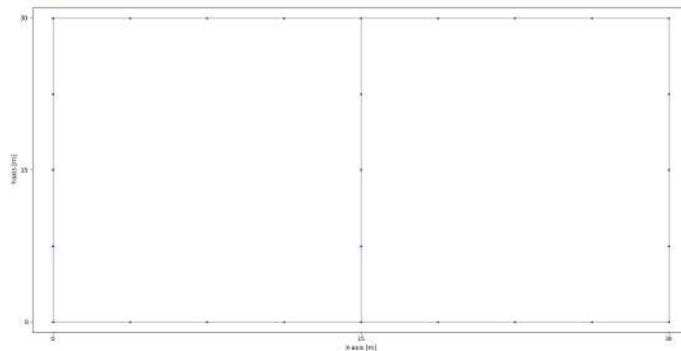


Figura 5.3: Sistema de puesta a tierra optimizado con restricción, terreno de 30x30[m].

Lo primero que destaca en esta configuración es su simplicidad estructural. El diseño no difiere significativamente del sistema convencional ni del diseño optimizado sin restricciones, manteniendo una geometría simétrica y uniforme.

Los resultados obtenidos para este caso se presentan en las Tablas 5.7 y 5.8, en comparación con los resultados del sistema optimizado sin restricciones y el sistema convencional. Los resultados relevantes se presentan en la tabla 5.7

	Tensión de paso [V]	Tensión de contacto [V]
Admisible(50[kg])	2458, 21	737, 59
Admisible(70[kg])	3327, 06	998, 29
SPT Optimizado (1)	344, 46	649, 01
SPT Optimizado (2)	345, 76	737, 94
SPT Convencional	333, 10	573, 70

Tabla 5.7: Tensiones de seguridad en el sistema optimizado sin restricción(1) y con restricción(2), 30x30[m]. Elaboración propia.

Parámetro	SPT Optimizado (1)	SPT Optimizado (2)	SPT Convencional
Longitud total de cable[m]	177, 42	150, 00	180, 00
Recompensa eficiencia de material	2, 58	30	—
Resistencia de puesta a tierra[Ω]	1, 73	1, 82	1, 70
Profundidad de enterramiento[m]	0, 39	0, 39	0, 39
Número de uniones no estándar	4	0	0
Costo total	286, 32	131, 57	191, 4514

Tabla 5.8: Parámetros relevantes del sistema de puesta a tierra optimizado sin y con restricción, malla de 30x30[m]. Elaboración propia.

De la Tabla 5.7 se observa que el diseño optimizado con restricción (2) supera ligeramente el umbral de seguridad para la tensión de contacto en una persona de 50 [kg], excediéndolo por apenas 0,35 [V]. Aunque técnicamente no cumple con el criterio de seguridad en ese caso particular, este valor puede considerarse marginal y aceptable en contextos donde se aplica un enfoque ingenieril conservador.

5.4. Malla de 70x70[m]

Se aplicó el algoritmo de optimización sobre un sistema de puesta a tierra definido en un terreno de 70 m de ancho por 70 m de largo. Esta elección se fundamenta en que, en el anexo B (*Sample Calculations*) de la norma *IEEE Std 80-2013*, se presenta un caso de ejemplo con exactamente estas dimensiones.

En la Tabla 5.9 se resumen los parámetros utilizados, los cuales fueron replicados en la plataforma desarrollada con fines de validación y comparación.

Parámetros							
Geométricos		Eléctricos		Seguridad		Optimización	
Ancho	70 [m]	ρ_1	400 [Ωm]	ρ_s	2500 [Ωm]	Partículas	50 [—]
Largo	70 [m]	h_1	1 [m]	h_s	0,102 [m]	Iteraciones	50 [—]
		ρ_2	400 [Ωm]	t_s	0,5 [s]		
				I_f	1908 [A]		

Tabla 5.9: Parámetros utilizados para la optimización del sistema de puesta a tierra en una malla de 70x70[m]. Elaboración propia.

El caso de estudio presentado en la norma *IEEE Std 80-2013* corresponde a una malla de 70x70[m], subdividida en cuadros regulares de 7x7[m]. En dicha configuración se incorporan electrodos verticales, ya que el diseño inicial no cumple con los requisitos de seguridad establecidos.

Con el objetivo de realizar una comparación razonable con los resultados obtenidos mediante el algoritmo de optimización, fue necesario ajustar algunos parámetros del caso base. En particular, se modificaron los siguientes valores:

- Resistividad del material de la capa superficial (ρ_s): 2500 [Ωm] a 3000 [Ωm]
- Grosor de la capa superficial (h_s): 0,102 [m] a 0,15 [m]

La Tabla 5.10 resume los parámetros utilizados en esta nueva configuración del caso de estudio.

Parámetros							
Geométricos		Eléctricos		Seguridad		Optimización	
Ancho	70 [m]	ρ_1	400 [Ωm]	ρ_s	3000 [Ωm]	Partículas	50 [—]
Largo	70 [m]	h_1	1 [m]	h_s	0,15 [m]	Iteraciones	50 [—]
		ρ_2	400 [Ωm]	t_s	0,5 [s]		
				I_f	1908 [A]		

Tabla 5.10: Parámetros utilizados para la optimización del sistema de puesta a tierra en una malla de 70x70[m]. Elaboración propia.

A partir de estos nuevos parámetros, se estableció que una malla convencional de 18x18 cuadros de 3,88 x 3,88[m], enterrada a una profundidad de 0,5 m, cumple con los criterios de seguridad para una persona de 50 kg. Esta configuración representa el diseño más eficiente entre las mallas regulares evaluadas y será utilizada como referencia para comparar los resultados obtenidos mediante la plataforma de optimización. La malla de referencia emplea un total de 2030 m de conductor.

En la Figura 5.4 se presenta el sistema de puesta a tierra optimizado para un terreno de 70x70[m]. Este nuevo enmallado se compone principalmente de líneas horizontales, desde las cuales se extienden líneas verticales, asemejando una disposición similar a un enmallado convencional.

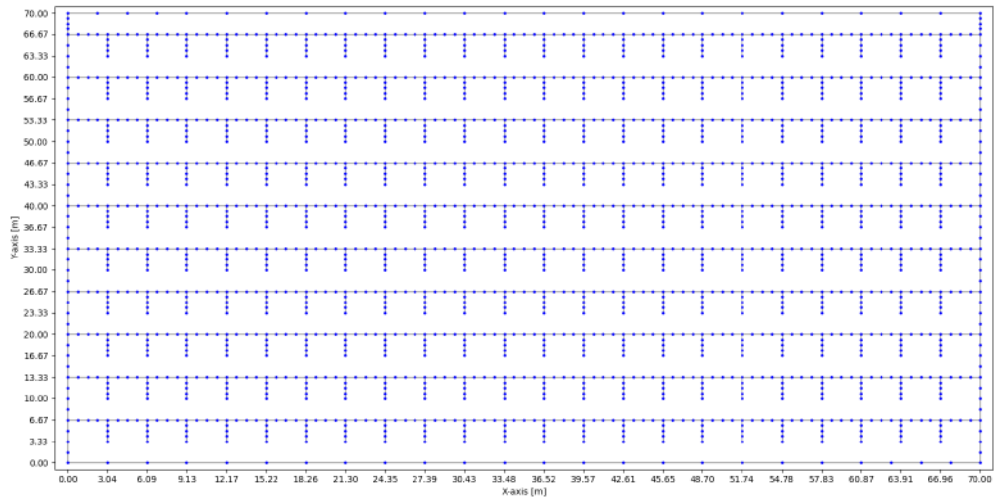


Figura 5.4: Sistema de puesta a tierra optimizado para terreno de 70x70 m. Elaboración propia.

En la Tabla 5.11 se presentan las tensiones de paso y de contacto obtenidas para el sistema optimizado y el sistema de referencia, junto con los valores admisibles para personas de 50 y 70 kg de masa corporal.

	Tensión de paso [V]	Tensión de contacto [V]
Admisible(50[kg])	2526, 35	754, 62
Admisible(70[kg])	3419, 29	1021, 35
SPT Optimizado	697, 86	760, 45
SPT Referencia	687, 20	700, 27

Tabla 5.11: Tensiones de seguridad en el sistema optimizado y de referencia, 70x70[m]. Elaboración propia.

Tal como se observa en la Tabla 5.11, el sistema optimizado no cumple con el criterio de seguridad para la tensión de contacto en una persona de 50 kg, superando el límite permisible por 5,83 V. No obstante, este margen de incumplimiento puede considerarse aceptable, dado que los valores admisibles se calculan para una persona descalza directamente sobre el terreno, lo que representa una condición extremadamente conservadora.

En términos de eficiencia técnica y económica, la Tabla 5.12 muestra una comparación de los parámetros más relevantes entre el sistema optimizado y el sistema de referencia establecido en la norma.

Parámetro	SPT Optimizado	SPT Referencia
Longitud total de cable[m]	1 680,00	2660,00
Recompensa eficiencia de material	980,00	—
Resistencia de puesta a tierra[Ω]	2,54	2,48
Profundidad de enterramiento[m]	0,56	0,5
Número de uniones no estándar	0	0
Costo total	716,54	2674,98

Tabla 5.12: Parámetros relevantes del sistema de puesta a tierra optimizado y de referencia, malla de 70x70[m]. Elaboración propia.

Los resultados reflejan que el sistema optimizado ofrece una reducción significativa en el uso de material conductor y en el costo total del sistema, sin recurrir a uniones no estándar que pudieran incrementar la complejidad constructiva. Si bien presenta una ligera desventaja en la tensión de contacto respecto al límite normativo para una persona de 50 kg, su desempeño general sigue siendo técnicamente aceptable y considerablemente más eficiente en términos económicos.

En cuanto al análisis económico, la Tabla 5.8 evidencia que el diseño con restricción utiliza una menor cantidad de material, no presenta uniones no estándar, y mantiene una profundidad de enterramiento moderada. Esto permite reducir el costo total del sistema en un 56 % respecto al diseño optimizado sin restricción, y en un 31 % respecto al sistema convencional, lo que lo convierte en una alternativa atractiva desde el punto de vista económico, especialmente para terrenos donde los márgenes de seguridad pueden tolerar desviaciones mínimas.

Capítulo 6

Conclusiones

El objetivo principal de este trabajo fue el desarrollo de una plataforma computacional capaz de diseñar mallas de puesta a tierra mediante algoritmos de optimización tipo *black box*, con el propósito de reducir los costos asociados a su diseño e implementación. A partir del análisis de los casos de estudio abordados, se pueden establecer las siguientes conclusiones:

- Se logró desarrollar exitosamente una plataforma computacional basada en el algoritmo de optimización por enjambre de partículas (Particle Swarm Optimization, PSO), capaz de generar configuraciones de sistemas de puesta a tierra que cumplen con los criterios de seguridad eléctrica, al tiempo que reducen la cantidad de material conductor utilizado.
- Se implementó una interfaz gráfica funcional e intuitiva que facilita la interacción con el usuario, permitiéndole definir parámetros del terreno, criterios de diseño y visualizar gráficamente la configuración resultante, así como las tensiones de paso y contacto.
- Los resultados obtenidos demuestran que los diseños no convencionales pueden ser viables desde el punto de vista técnico, tanto en términos de seguridad como de eficiencia en el uso de material. Sin embargo, el alto costo asociado a la fabricación de uniones no estándar limita su aplicación práctica, favoreciendo el uso de configuraciones más tradicionales.
- Al restringir el diseño a estructuras convencionales (sin conexiones diagonales), el algoritmo continúa generando soluciones viables y seguras. En varios casos, estas soluciones incluso superan en eficiencia a las configuraciones convencionales de referencia, permitiendo una reducción del costo total sin comprometer el cumplimiento de los requisitos normativos.
- Pese a los resultados favorables, la herramienta desarrollada presenta ciertas limitaciones que no fueron abordadas en este trabajo. Entre las más relevantes se encuentran:
 - La exclusión de varillas verticales en el proceso de diseño automatizado, lo cual limita la flexibilidad y realismo del modelo frente a situaciones donde su incorporación resulta técnica o económicamente ventajosa.

- La imposición de ubicar la malla exclusivamente en la primera capa del terreno, lo cual puede ser subóptimo en terrenos estratificados, particularmente en los siguientes escenarios:
 1. Cuando la capa superficial es muy delgada y no representa una masa significativa de disipación.
 2. Cuando la resistividad de la capa superficial es considerablemente mayor que la de la capa inferior, caso en el cual una mayor profundidad podría mejorar significativamente el desempeño del sistema.

En resumen, se confirma que es factible automatizar el diseño de sistemas de puesta a tierra mediante técnicas de optimización tipo *black box*, alcanzando soluciones técnicamente seguras y potencialmente más eficientes en cuanto a uso de material. No obstante, se identifican oportunidades claras para extender la capacidad del modelo hacia escenarios más complejos, lo cual representa una línea de desarrollo futura con gran potencial para aplicaciones en contextos reales de ingeniería eléctrica.

Trabajos futuros

Como línea de trabajo futuro, se recomienda ampliar las capacidades de la plataforma desarrollada mediante la incorporación de electrodos verticales en el proceso de diseño, así como la implementación de algoritmos que permitan ubicar la malla a diferentes profundidades dentro de terrenos estratificados. Asimismo, sería pertinente explorar otros métodos de optimización tipo *black box* —como algoritmos genéticos o técnicas basadas en enjambre diferencial— con el fin de comparar su desempeño frente al enfoque PSO utilizado en este trabajo. Finalmente, se sugiere realizar validaciones adicionales utilizando datos experimentales o resultados obtenidos mediante software comercial, con el objetivo de reforzar la aplicabilidad y confiabilidad del sistema en escenarios reales de ingeniería.

Bibliografía

- [1] IEEE Guide for Safety in AC Substation Grounding. Technical Report IEEE Std 80-2013 (Includes IEEE Std 80-2013/Cor 1-2015), IEEE Power and Energy Society, 2015.
- [2] F. Dawalibi and D. Mukhedkar. Optimum design of substation grounding in a two layer earth structure: Part ianalytical study. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 94(2):252–261, 1975.
- [3] F. Dawalibi and D. Mukhedkar. Optimum design of substation grounding in a two layer earth structure: Part iicomparison between theoretical and experimental results. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 94(2):262–266, 1975.
- [4] J.G. Sverak. Optimized grounding grid design using variable spacing technique. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 95(1):362–374, 1976.
- [5] H. M. Khodr, G. A. Salloum, and Vladimiro Miranda. Grounding system design in electrical substation: An optimization approach. In *2006 IEEE/PES Transmission Distribution Conference and Exposition: Latin America*, pages 1–5, 2006.
- [6] Carlos L. B. Silva, Diogo N. Oliveira, Thyago G. Pires, José W. L. Nerys, Paulo H. S. Barbosa, Wesley P. Calixto, and Aylton J. Alves. Optimization of grounding grid’s multidesign geometry. In *2016 IEEE 16th International Conference on Environment and Electrical Engineering (EEEIC)*, pages 1–6, 2016.
- [7] Yi-min Yang, Min-fang Peng, Hai-tao Hong, and Yue-hua Yuan. Optimal design of grounding grids based on genetic algorithm. In *2009 Third International Conference on Genetic and Evolutionary Computing*, pages 129–132, 2009.
- [8] Gregory P. Bierals. *Grounding Electrical Distribution Systems*. River Publishers, USA, 2021. Consultado para definiciones generales de sistemas de puesta a tierra.
- [9] IEEE Guide for Measuring Earth Resistivity, Ground Impedance, and Earth Surface Potentials of a Grounding System. Technical Report IEEE Std 81-2012 (Revision of IEEE Std 81-1983), IEEE Power and Energy Society, 2012.
- [10] D. Cuccarollo and G. Giaccone. Identification of multilayer soil models for grounding systems from surface measurements. https://www.researchgate.net/publication/329537981_Identification_of_Multilayer_Soil_Models_for_Grounding_Systems_from_Surface_Measurements, 2018. Preprint disponible en ResearchGate.

- [11] Adel Bouallegue and Fethi Ghodbane. A new parametric approach for grounding analysis in multilayered soils with finite volumes. In *2012 First International Conference on Renewable Energies and Vehicular Technology*, pages 274–278, 2012.
- [12] Hermann A. Haus and James R. Melcher. *Electromagnetic Fields and Energy*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1989. MIT OpenCourseWare edition available online.
- [13] The Ohio State University Department of Mathematics. Method of images, n.d. <https://ximera.osu.edu/em/electromagnetics/electrostatics/digInMethodOfImages>. Accessed: 2025-05-07.
- [14] J. Montaña. *Desarrollo de un programa de computador para el análisis de sistemas de puesta a tierra*. PhD thesis, Universidad Nacional, Año desconocido. Documento consultado para referencia en el análisis de sistemas de puesta a tierra.
- [15] K. A. Ewy and H. A. Smolleck. A graphical explanation of the resistance and surface-potential calculations for grounding systems in two-layer earth. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-103(3):631–639, 1984.
- [16] Robert J. Heppe. Computation of potential at surface above an energized grid or other electrode, allowing for non-uniform current distribution. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-98(6):1978–1989, 1979.
- [17] R. P. Nagar, R. Velazquez, Mansour Loeloeian, Dinkar Mukhedkar, and Yvon Gervais. Review of analytical methods for calculating the performance of large grounding electrodes part i: Theoretical considerations. *IEEE Power Engineering Review*, PER-5(11):35–35, 1985.
- [18] F. Dawalibi, D. Mukhedkar, and D. Bensted. Measured and computed current densities in buried ground conductors. *IEEE Power Engineering Review*, PER-1(8):60–61, 1981.
- [19] F. Dawalibi and D. Mukhedkar. Multi step analysis of interconnected grounding electrodes. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 95(1):113–119, 1976.
- [20] A. P. Meliopoulos, R. P. Webb, and E. B. Joy. Analysis of grounding systems. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-100(3):1039–1048, 1981.
- [21] H. B. Dwight. Calculation of resistances to ground. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, 55(12):1319–1328, 1936.
- [22] SOG Ingeniería. Tierra física: Cálculo para una varilla, 2023. <https://sogingenieria.com/tierra-fisica-calculo-para-una-varilla/>. Accedido el 7 de mayo de 2025.
- [23] Robin J. Wilson. *Introduction to Graph Theory*. Addison Wesley, 4th edition, 1996.
- [24] Florian Dörfler, John W. Simpson-Porco, and Francesco Bullo. Electrical networks and algebraic graph theory: Models, properties, and applications. *Proceedings of the IEEE*, 106(5):977–1005, 2018.

- [25] Stéphane Alarie, Charles Audet, Aimen Gheribi, Michael Kokkolaras, and Sébastien Le Digabel. Two decades of blackbox optimization applications. *EURO Journal on Computational Optimization*, 9:100011, 09 2021.
- [26] El-Sayed M. El-Refaie, M. K. Abd Elrahman, M. Kh. Mohamed, and Abd Elrahman S. Tawfic. Optimal arrangement for the grounding grid conductors by using pso. In *2018 Twentieth International Middle East Power Systems Conference (MEP-CON)*, pages 862–867, 2018.
- [27] Benamrane Alik, Madjid Teguair, and Abdelouahab Mekhaldi. Minimization of grounding system cost using pso, gao, and hpsgao techniques. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 30(6):2561–2569, 2015.

Capítulo 7

Anexos

7.1. Fuente puntual de corriente en terreno de dos capas

- Fuente de corriente en la capa superior y punto M en la capa inferior(Figura 7.1)

$$U = \frac{\rho_2 \cdot i}{4\pi} \cdot (1 - K) \sum_{n=0}^{\infty} K^n \left(\frac{1}{\sqrt{(x_j - x_o)^2 + (y_j - y_o)^2 + (2nh + z_j + z_o)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x_j - x_o)^2 + (y_j - y_o)^2 + (2nh - z_j + z_o)^2}} \right) \quad (7.1)$$

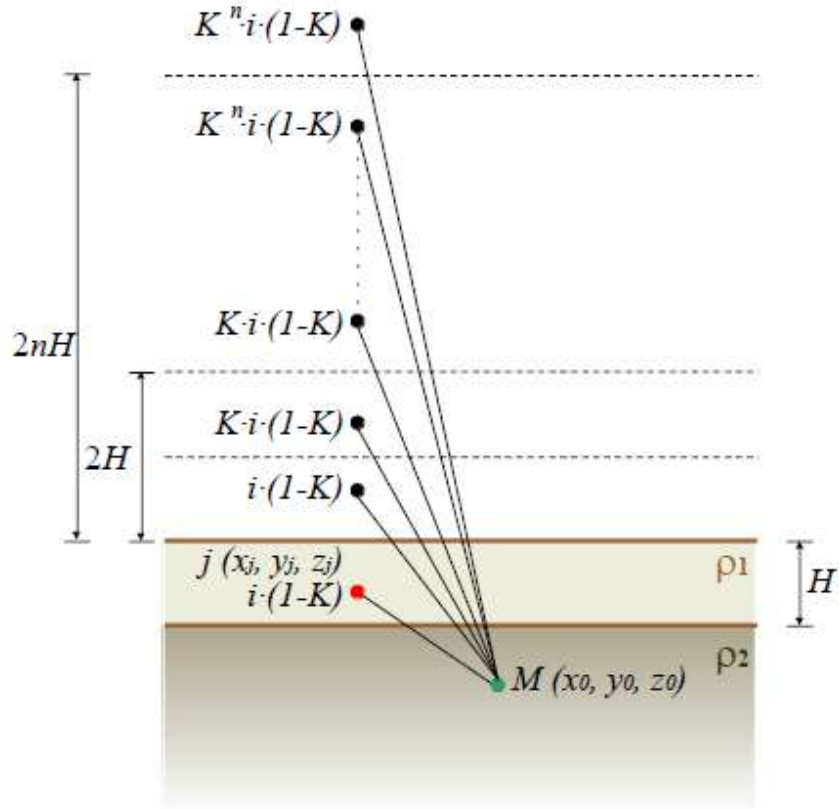


Figura 7.1: Potencial en un punto M en la capa inferior debido a una fuente puntual de corriente en la capa superior[14].

- Fuente de corriente en la capa inferior y punto M en la capa superior(Figura 7.2)

$$U = \frac{\rho_1 \cdot i}{4\pi} \cdot (1 + K) \sum_{n=0}^{\infty} K^n \left(\frac{1}{\sqrt{(x_j - x_o)^2 + (y_j - y_o)^2 + (2nh + z_j + z_o)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x_j - x_o)^2 + (y_j - y_o)^2 + (2nh + z_j - z_o)^2}} \right) \quad (7.2)$$

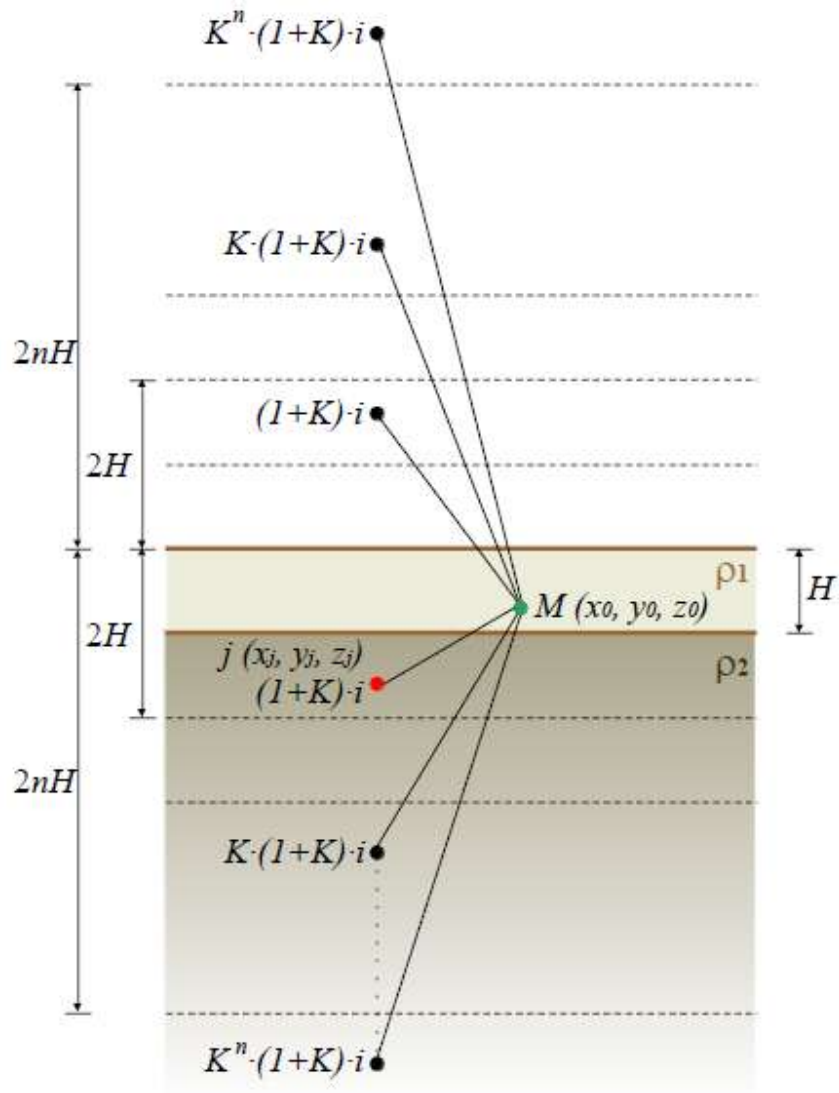


Figura 7.2: Potencial en un punto M en la capa superior debido a una fuente puntual de corriente en la capa inferior[14].

- Fuente de corriente y punto M en la capa inferior(Figura 7.3)

$$U = \frac{\rho_2 \cdot i}{4\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{(x_j - x_o)^2 + (y_j - y_o)^2 + (z_j - z_o)^2}} - \frac{K}{\sqrt{(x_j - x_o)^2 + (y_j - y_o)^2 + (2h - z_j - z_o)^2}} + \right. \\ \left. (1 - K^2) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} K^n \left(\frac{1}{\sqrt{(x_j - x_o)^2 + (y_j - y_o)^2 + (2nh + z_j + z_o)^2}} \right) \right] \quad (7.3)$$

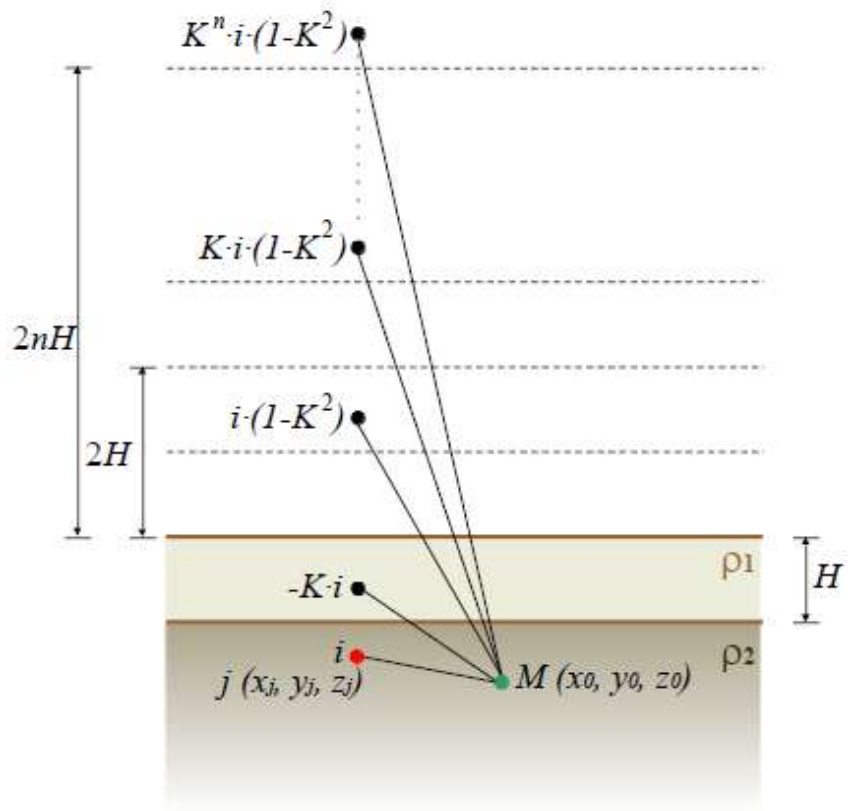


Figura 7.3: Potencial en un punto M en la capa inferior debido a una fuente puntual de corriente en la misma capa[14].

7.2. Electrodo Vertical

$R_{\text{teórica}} [\Omega]$	$R_{\text{modelo}} [\Omega]$	Segmentación	Error [%]
21,01	21,53	1	2,470
21,01	21,26	2	1,165
21,01	21,15	3	0,669
21,01	21,10	4	0,399
21,01	21,06	5	0,228
21,01	21,03	6	0,107
21,01	21,01	7	0,017
21,01	21,00	8	0,053
21,01	20,99	9	0,109
21,01	20,98	10	0,156
21,01	20,97	11	0,195
21,01	20,96	12	0,228
21,01	20,96	13	0,258
21,01	20,95	14	0,283
21,01	20,95	15	0,306
21,01	20,94	16	0,326
21,01	20,94	17	0,344
21,01	20,94	18	0,361
21,01	20,93	19	0,376
21,01	20,93	20	0,390

Tabla 7.1: Comparación entre resistencia teórica y simulada para electrodo vertical de 5 [m].

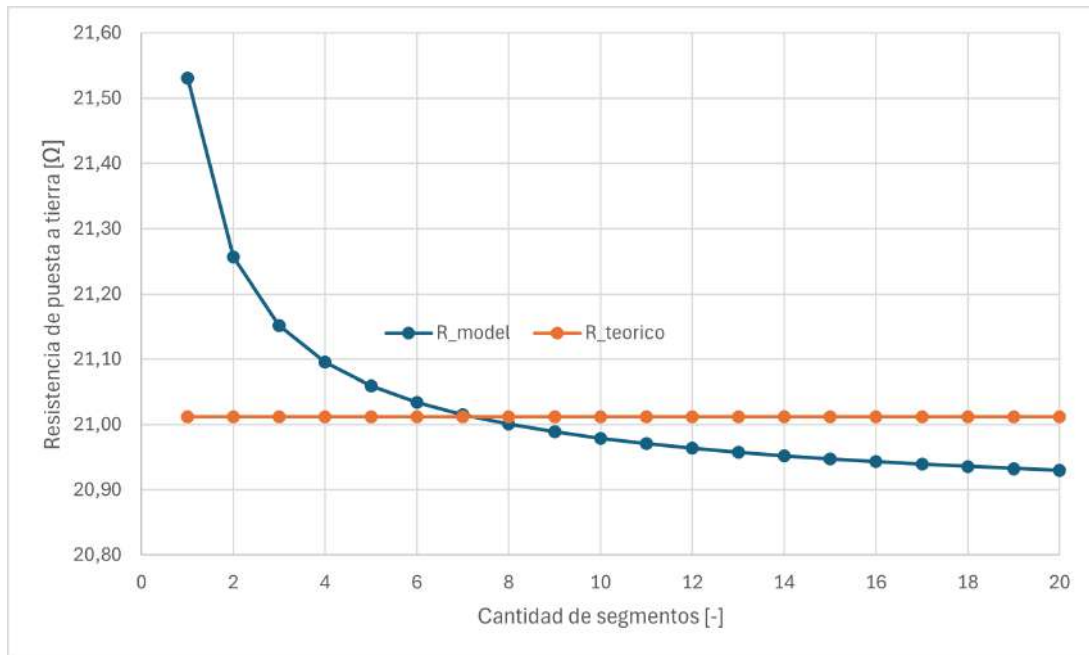


Figura 7.4: Resistencia de puesta a tierra electrodo vertical, 5 [m] vs. numero de segmentos. Elaboración propia

$R_{teórica}$ [Ω]	R_{modelo} [Ω]	Segmentación	Error [%]
14,87	15,21	1	2,327
14,87	15,03	2	1,105
14,87	14,96	3	0,643
14,87	14,93	4	0,394
14,87	14,90	5	0,236
14,87	14,89	6	0,126
14,87	14,87	7	0,044
14,87	14,87	8	0,020
14,87	14,86	9	0,071
14,87	14,85	10	0,114
14,87	14,85	11	0,149
14,87	14,84	12	0,179
14,87	14,84	13	0,205
14,87	14,83	14	0,228
14,87	14,83	15	0,248
14,87	14,83	16	0,267
14,87	14,83	17	0,283
14,87	14,82	18	0,297
14,87	14,82	19	0,311
14,87	14,82	20	0,323

Tabla 7.2: Comparación entre resistencia teórica y simulada para electrodo vertical de 7,5 [m].

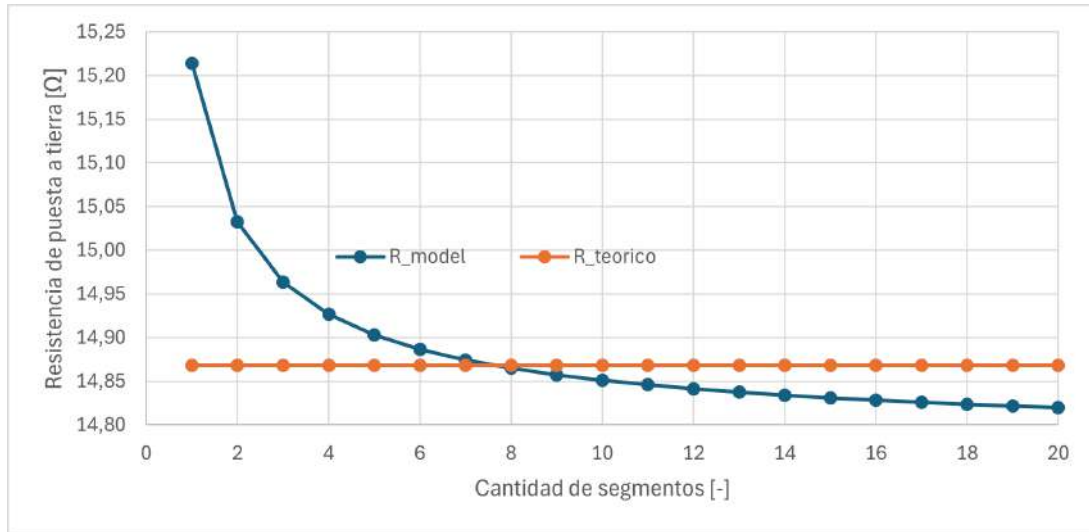


Figura 7.5: Resistencia de puesta a tierra electrodo vertical, 7,5 [m] vs. numero de segmentos. Elaboración propia

$R_{teórica}$ [Ω]	R_{modelo} [Ω]	Segmentación	Error [%]
11,61	11,87	1	2,235
11,61	11,73	2	1,066
11,61	11,68	3	0,626
11,61	11,65	4	0,390
11,61	11,64	5	0,240
11,61	11,62	6	0,135
11,61	11,62	7	0,058
11,61	11,61	8	0,002
11,61	11,60	9	0,050
11,61	11,60	10	0,090
11,61	11,59	11	0,123
11,61	11,59	12	0,151
11,61	11,59	13	0,175
11,61	11,59	14	0,197
11,61	11,58	15	0,215
11,61	11,58	16	0,232
11,61	11,58	17	0,247
11,61	11,58	18	0,261
11,61	11,58	19	0,273
11,61	11,58	20	0,285

Tabla 7.3: Comparación entre resistencia teórica y simulada para electrodo vertical de 10 [m].

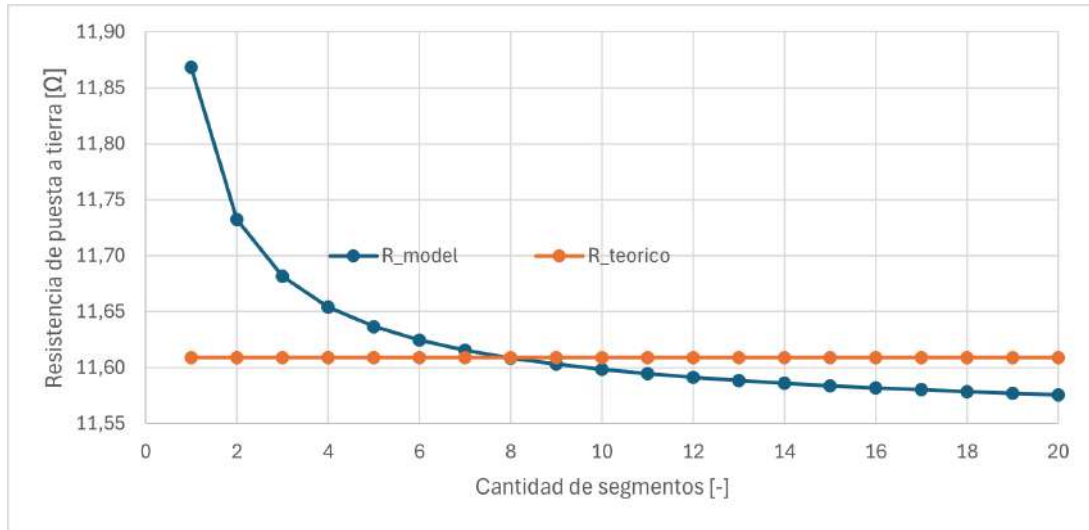


Figura 7.6: Resistencia de puesta a tierra electrodo vertical, 10 [m] vs. numero de segmentos. Elaboración propia

7.3. Electrodo Horizontal

$R_{teórica}$ [Ω]	R_{modelo} [Ω]	Segmentación	Error [%]
28,20	30,03	1	6,48
28,20	29,12	2	3,26
28,20	28,75	3	1,96
28,20	28,55	4	1,24
28,20	28,42	5	0,78
28,20	28,33	6	0,46
28,20	28,26	7	0,22
28,20	28,21	8	0,03
28,20	28,17	9	0,12
28,20	28,13	10	0,24
28,20	28,11	11	0,34
28,20	28,08	12	0,42
28,20	28,06	13	0,50
28,20	28,04	14	0,56
28,20	28,03	15	0,61
28,20	28,01	16	0,66
28,20	28,00	17	0,70
28,20	27,99	18	0,74
28,20	27,98	19	0,78
28,20	27,97	20	0,81

Tabla 7.4: Comparación entre resistencia teórica y simulada para electrodo horizontal de 5,0 [m].

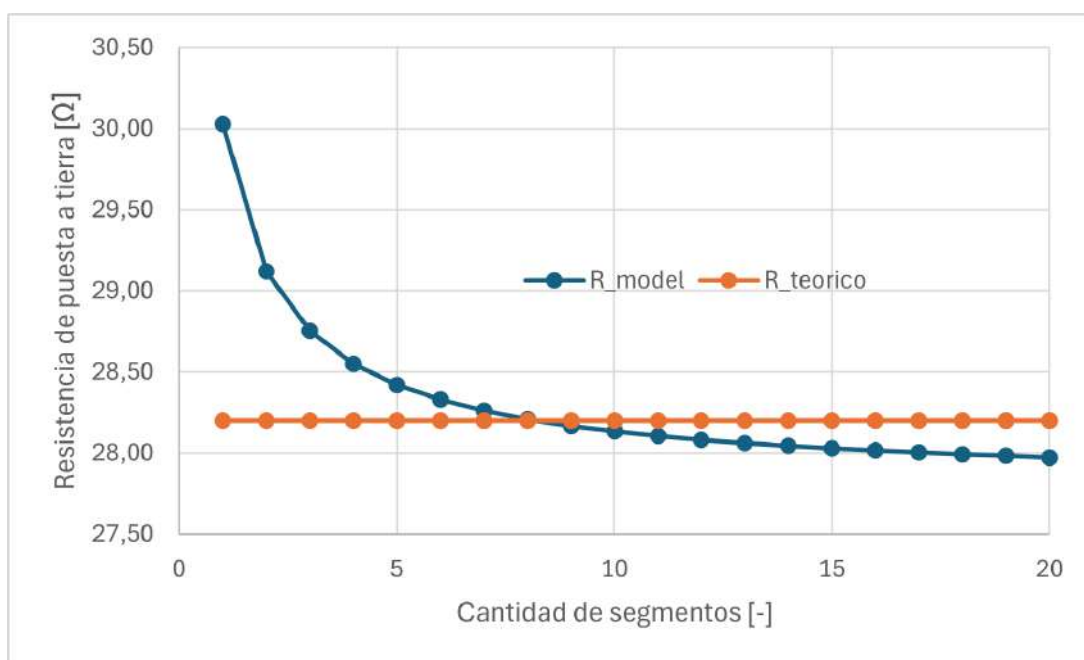


Figura 7.7: Resistencia de puesta a tierra electrodo horizontal, 5 [m] vs. numero de segmentos. Elaboración propia

$R_{teórica}$ [Ω]	R_{modelo} [Ω]	Segmentación	Error [%]
20,49	21,74	1	6,08
20,49	21,13	2	3,11
20,49	20,89	3	1,92
20,49	20,75	4	1,26
20,49	20,67	5	0,84
20,49	20,60	6	0,54
20,49	20,56	7	0,32
20,49	20,52	8	0,15
20,49	20,49	9	0,01
20,49	20,47	10	0,11
20,49	20,45	11	0,20
20,49	20,43	12	0,29
20,49	20,42	13	0,35
20,49	20,41	14	0,42
20,49	20,40	15	0,47
20,49	20,39	16	0,51
20,49	20,38	17	0,56
20,49	20,37	18	0,59
20,49	20,36	19	0,63
20,49	20,36	20	0,66

Tabla 7.5: Comparación entre resistencia teórica y simulada para electrodo horizontal de 7,5 [m].

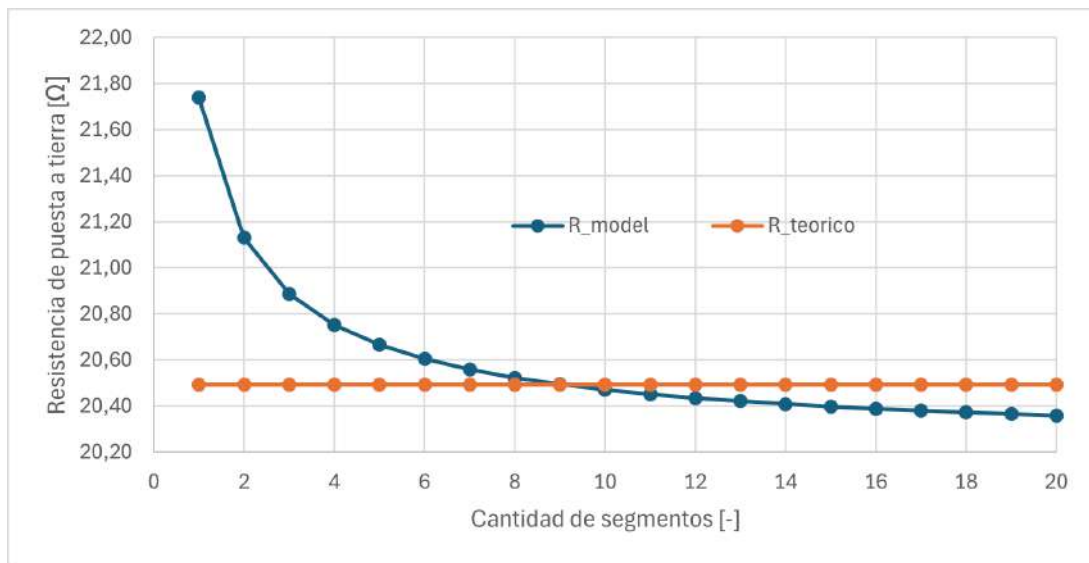


Figura 7.8: Resistencia de puesta a tierra electrodo horizontal, 7,5 [m] vs. numero de segmentos. Elaboración propia

$R_{teórica}$ [Ω]	R_{modelo} [Ω]	Segmentación	Error [%]
16,28	17,22	1	5,80
16,28	16,76	2	2,99
16,28	16,58	3	1,87
16,28	16,48	4	1,26
16,28	16,42	5	0,86
16,28	16,37	6	0,58
16,28	16,34	7	0,37
16,28	16,31	8	0,21
16,28	16,29	9	0,08
16,28	16,27	10	0,03
16,28	16,26	11	0,12
16,28	16,24	12	0,20
16,28	16,23	13	0,26
16,28	16,22	14	0,32
16,28	16,21	15	0,37
16,28	16,21	16	0,42
16,28	16,20	17	0,46
16,28	16,19	18	0,49
16,28	16,19	19	0,53
16,28	16,18	20	0,56

Tabla 7.6: Comparación entre resistencia teórica y simulada para electrodo horizontal de 10 [m].

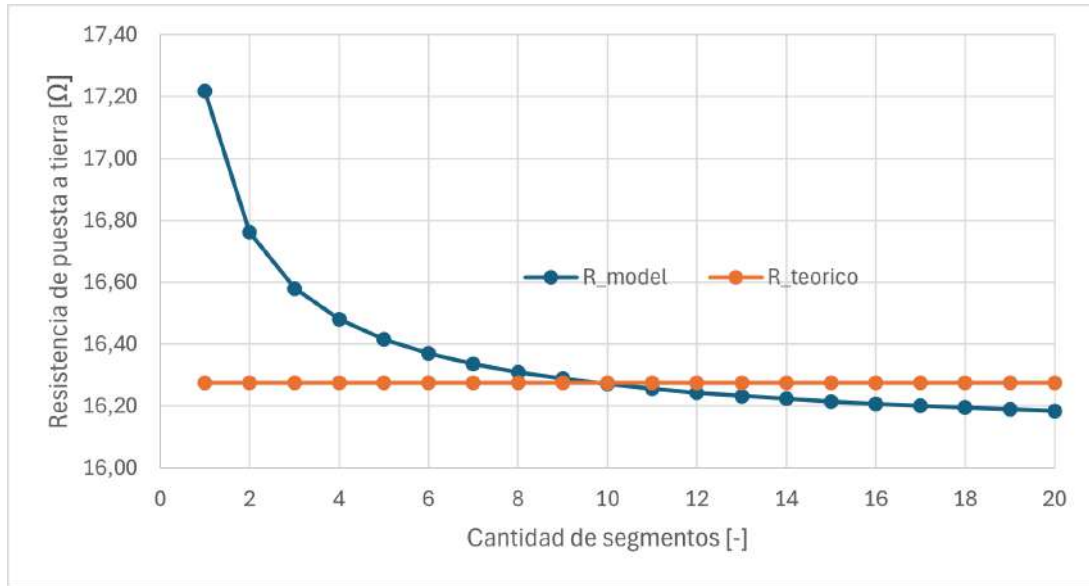


Figura 7.9: Resistencia de puesta a tierra electrodo horizontal, 10 [m] vs. numero de segmentos. Elaboración propia

7.4. Estrella de cuatro puntas

$R_{teórica}$ [Ω]	R_{modelo} [Ω]	Segmentación	Error [%]
10,89	11,23	1	3,047
10,89	11,17	2	2,556
10,89	11,13	3	2,188
10,89	11,11	4	1,939
10,89	11,09	5	1,760
10,89	11,07	6	1,624
10,89	11,06	7	1,517
10,89	11,05	8	1,430
10,89	11,04	9	1,358
10,89	11,04	10	1,298
10,89	11,03	11	1,245
10,89	11,02	12	1,200
10,89	11,02	13	1,161
10,89	11,02	14	1,126
10,89	11,01	15	1,094
10,89	11,01	16	1,067
10,89	11,01	17	1,041
10,89	11,01	18	1,019
10,89	11,00	19	0,998
10,89	11,00	20	0,979

Tabla 7.7: Comparación entre resistencia teórica y simulada para estrella de cuatro puntas, brazos de 10,0 [m].

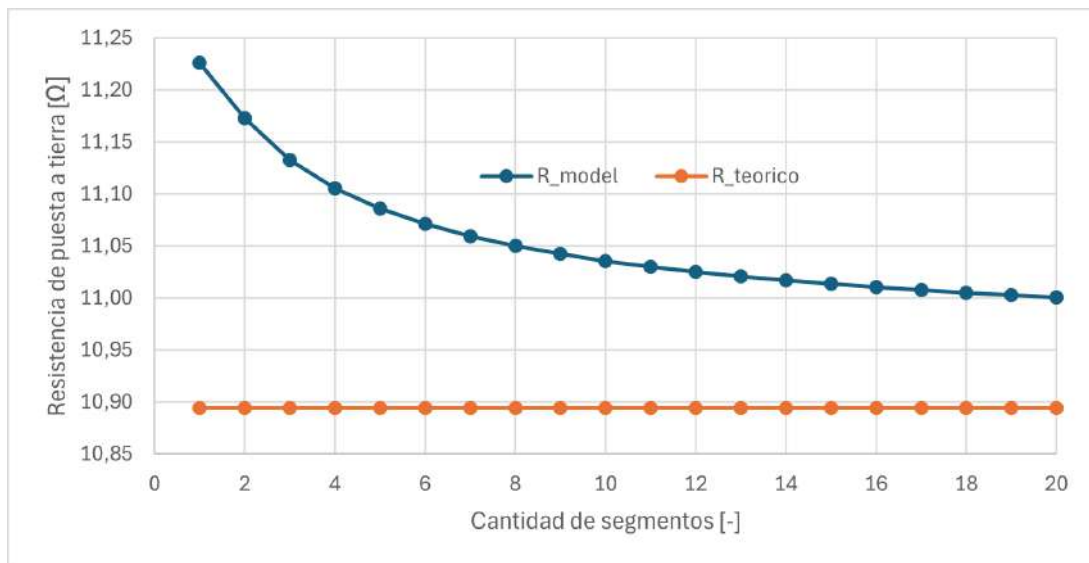


Figura 7.10: Resistencia de puesta a tierra estrella de cuatro puntas, 5 [m] vs. numero de segmentos. Elaboración propia

$R_{teórica}$ [Ω]	R_{modelo} [Ω]	Segmentación	Error [%]
7,70	7,91	1	2,781
7,70	7,89	2	2,448
7,70	7,87	3	2,158
7,70	7,85	4	1,957
7,70	7,84	5	1,811
7,70	7,83	6	1,698
7,70	7,82	7	1,610
7,70	7,82	8	1,537
7,70	7,81	9	1,477
7,70	7,81	10	1,426
7,70	7,81	11	1,381
7,70	7,80	12	1,343
7,70	7,80	13	1,309
7,70	7,80	14	1,279
7,70	7,80	15	1,252
7,70	7,79	16	1,228
7,70	7,79	17	1,206
7,70	7,79	18	1,186
7,70	7,79	19	1,168
7,70	7,79	20	1,151

Tabla 7.8: Comparación entre resistencia teórica y simulada para estrella de cuatro puntas, brazos de 7,5 [m].

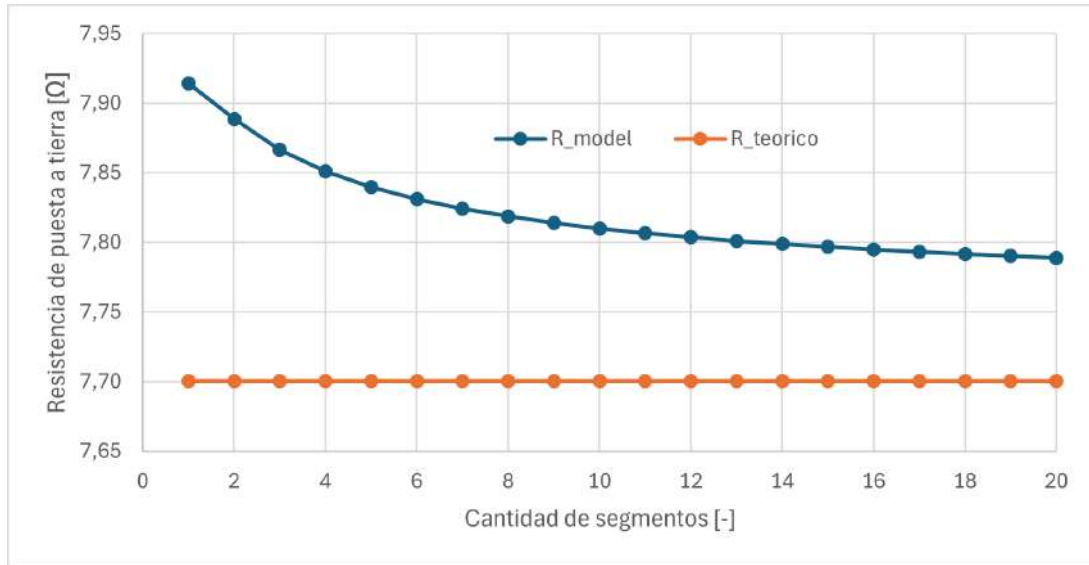


Figura 7.11: Resistencia de puesta a tierra estrella de cuatro puntas, 7,5 [m] vs. numero de segmentos. Elaboración propia

$R_{teórica}$ [Ω]	R_{modelo} [Ω]	Segmentación	Error [%]
6,01	6,16	1	2,628
6,01	6,15	2	2,384
6,01	6,14	3	2,140
6,01	6,13	4	1,967
6,01	6,12	5	1,839
6,01	6,11	6	1,741
6,01	6,11	7	1,663
6,01	6,10	8	1,600
6,01	6,10	9	1,546
6,01	6,10	10	1,501
6,01	6,09	11	1,462
6,01	6,09	12	1,428
6,01	6,09	13	1,398
6,01	6,09	14	1,371
6,01	6,09	15	1,347
6,01	6,09	16	1,325
6,01	6,09	17	1,306
6,01	6,08	18	1,288
6,01	6,08	19	1,271
6,01	6,08	20	1,256

Tabla 7.9: Comparación entre resistencia teórica y simulada para estrella de cuatro puntas, brazos de 10 [m].

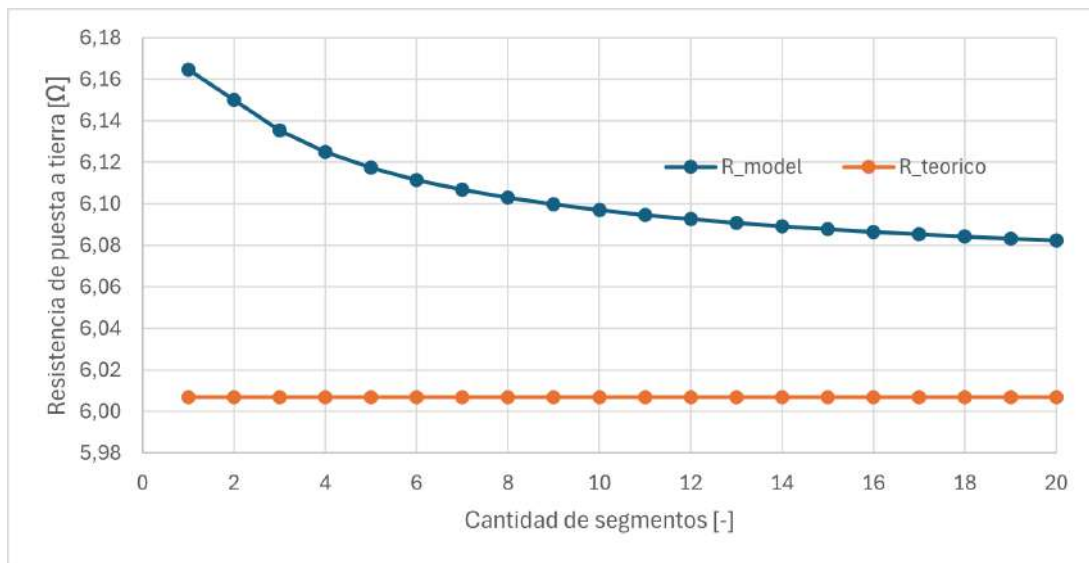


Figura 7.12: Resistencia de puesta a tierra estrella de cuatro puntas, 10 [m] vs. numero de segmentos. Elaboración propia