

2016

# REDUCCIÓN DE ORDEN PARA MODELOS DINÁMICOS DE PARQUES EÓLICOS

VELOSO RIVERA, SIMÓN PEDRO

---

<http://hdl.handle.net/11673/23560>

*Repositorio Digital USM, UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTA MARIA*



UNIVERSIDAD TECNICA  
FEDERICO SANTA MARIA



**Universidad Técnica Federico Santa María**  
Departamento de Ingeniería Eléctrica

**Tesis para optar al grado de  
Magíster en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica**

“Reducción de Orden para Modelos Dinámicos de Parques  
Eólicos”

por

Simón Pedro Veloso Rivera

Profesor Guía: Dr. Esteban Gil Sagas (UTFSM)  
Profesor Patrocinador: Dr. Ignacio Antonio Calle (UTFSM)  
Correferente Externo: Dr. Héctor Pulgar-Painemal (University of Tennessee)

Valparaíso, 2016

# Agradecimientos

Con la conclusión de una etapa maravillosa, llena de desafíos y oportunidades, me gustaría agradecer a mi madre que lo ha dado todo por mí sin esperar nada a cambio. Ella siempre quiso que fuera feliz orientándome en mis decisiones pero permitiéndome elegir por mi mismo finalmente. Agradezco también a mi hermana Damaris que en las situaciones más complicadas de mi carrera me indicaba cual era la decisión correcta, y aunque muchas veces no le hice caso, más tarde me daría cuenta que tenía razón. Agradezco a mi papá y a mi tata por enseñarme que hay artes adicionales a tu carrera en la que puedes también tener objetivos de alto calibre.

Agradezco a mi polola Daniela que apareció en el momento justo, octubre del año 2008, cuando ya me encontraba en una etapa más madura de la vida y que me ha enseñado a mirar las cosas de manera más práctica. Le agradezco por su paciencia todos los días y noches de estudio sin fin en que tenía que elegir segundas opciones a sus planes originales culpa de un hombre duro de cabeza y obsesivo.

Doy gracias a Jorge Reyes ya que él puso la idea original del estudio de la matemática y la física cuando estaba en séptimo básico. No sé cómo lo hizo, pero ojalá todos los profesores tuvieran esa facultad.

Me gustaría agradecer a los profesores que no sólo me enseñaron materias, sino también valores como estar siempre disponible para el que necesita ayuda, desarrollar el interés y la paciencia con las dudas de sus alumnos, buscar distintos caminos para explicar los conceptos, es decir, por ser buenos profesores. En particular destaco a Don Sergio Fuentes (Q.E.P.D.) y a Don Nelson Leiva (Q.E.P.D.). Gracias también a mis profesores guías que me ayudaron a terminar mi grado de magíster contra viento y marea.

También quiero dar gracias a la gente que me ayudó en diferentes momentos de mi carrera (en orden de aparición): Cristian Rojas, Jok-San Rodríguez, Fernando Bustos, Felipe Lizana, Cristian Zúñiga, Isabel Arroyo, Alejandro Salazar, Raúl Cárdenas, Javier Toro, Pablo Álvarez e Ignacio Abarca.

Finalmente me gustaría agradecer al proyecto basal FB0008 de CONICYT y a los proyectos Fondecyt Nos. 11110117 y 1151270.

# Índice general

|  |            |
|--|------------|
| <b>Portada</b>   | <b>I</b>   |
| <b>Agradecimientos</b>                                   | <b>II</b>  |
| <b>Índice general</b>                                    | <b>III</b> |
| <b>Resumen</b>   | <b>1</b>   |
| <b>Abstract</b>  | <b>2</b>   |
| <b>1. Introducción y motivación</b>                      | <b>3</b>   |
| 1.1. Estado del arte . . . . .                           | 5          |
| 1.1.1. Energía y parques eólicos . . . . .               | 5          |
| 1.1.2. Técnicas de reducción . . . . .                   | 8          |
| 1.2. Aporte y objetivo del trabajo . . . . .             | 13         |
| 1.2.1. Objetivos específicos . . . . .                   | 14         |
| <b>2. Marco teórico: reducción de orden</b>              | <b>16</b>  |
| 2.1. Perturbación singular . . . . .                     | 18         |
| 2.2. Reducción por proyección . . . . .                  | 20         |
| 2.3. Análisis Modal Selectivo (SMA) . . . . .            | 22         |
| 2.4. Truncamiento Balanceado (BT) . . . . .              | 24         |
| 2.5. Coincidencia de Momentos (M-M) . . . . .            | 25         |
| 2.5.1. Subespacios de Krylov . . . . .                   | 26         |
| 2.5.2. Algoritmo Arnoldi . . . . .                       | 27         |
| <b>3. Modelamiento</b>                                   | <b>30</b>  |
| 3.1. Turbina eólica . . . . .                            | 30         |
| 3.2. Máquina de inducción . . . . .                      | 31         |
| 3.3. Control del inversor conectado al estator . . . . . | 34         |
| 3.4. Control del inversor conectado al rotor . . . . .   | 34         |
| 3.5. Esquemas de control adicionales . . . . .           | 36         |
| 3.6. Sistema de pruebas . . . . .                        | 38         |
| <b>4. Metodología</b>                                    | <b>40</b>  |

|   |            |
|---|------------|
| 4.1. Reducción de orden de turbinas . . . . .                                   | 41         |
| 4.1.1. Caso A . . . . .   | 41         |
| 4.1.2. Caso B . . . . .   | 43         |
| 4.1.3. Comentarios sobre implementación de SMA . . . . .                        | 43         |
| 4.2. Reducción de parque . . . . .  | 45         |
| 4.3. Saturación de variables de control . . . . .                               | 48         |
| 4.4. Simulaciones . . . . .   | 48         |
| <b>5. Resultados</b>  | <b>51</b>  |
| 5.1. Reducción de orden . . . . .   | 51         |
| 5.1.1. Modelos de orden reducido . . . . .                                      | 51         |
| 5.1.2. Reducción de parque . . . . .  | 55         |
| 5.2. Simulaciones dinámicas . . . . .   | 56         |
| 5.2.1. Ensayos sobre modelos reducidos . . . . .                                | 56         |
| 5.2.2. Ensayos sobre parque reducido . . . . .                                  | 75         |
| 5.3. Medidas de Error . . . . .   | 78         |
| 5.3.1. Error en reducción de turbinas . . . . .                                 | 78         |
| 5.3.2. Error en reducción de parque . . . . .                                   | 80         |
| 5.4. Ahorro de esfuerzo computacional . . . . .                                 | 81         |
| <b>6. Conclusiones</b>  | <b>83</b>  |
| <b>A. Modelo y linealización del DFIG</b>                                       | <b>85</b>  |
| A.1. Resumen expresiones modelo DFIG . . . . .                                  | 85         |
| A.2. Linealización . . . . .  | 86         |
| A.3. Derivadas parciales . . . . .  | 89         |
| A.3.1. Ecuaciones Diferenciales . . . . .                                       | 89         |
| A.3.2. Ecuaciones Algebraicas . . . . .   | 91         |
| <b>B. Modelos DIgSILENT <i>PowerFactory</i></b>                                 | <b>94</b>  |
| B.1. Diagramas DSL y <i>Frames</i> programados en <i>PowerFactory</i> . . . . . | 94         |
| B.2. Códigos internos de bloques DSL . . . . .                                  | 101        |
| B.2.1. Turbina . . . . .  | 101        |
| B.2.2. Medidor de corriente . . . . .   | 102        |
| B.2.3. Código DSL con sistema lineal de las turbinas reducidas . . . . .        | 102        |
| B.2.4. Código DSL con sistema lineal del parque reducido . . . . .              | 103        |
| B.3. Código DPL para linealizar turbinas . . . . .                              | 104        |
| <b>C. Códigos Matlab para métodos de reducción</b>                              | <b>115</b> |
| C.1. Algoritmo de Arndoli para coincidencia de momentos . . . . .               | 115        |
| C.2. Realización balanceada para Truncamiento Balanceado . . . . .              | 117        |

# Resumen

La creciente penetración de energía eólica está incrementando dramáticamente el número de variables de estado en los estudios dinámicos de sistemas de potencia. El presente trabajo propone el uso de dos métodos de reducción de orden, truncamiento balanceado (BT) y coincidencia de momentos, para aproximar los modelos dinámicos de los aerogeneradores por un lado, y por otro los modelos de parques eólicos completos, ambos con turbinas basadas en tecnología generador de inducción doblemente alimentado. Se consideran esquemas de control actuales a nivel planta de supervisión de tensión y participación en regulación de frecuencia.

En el actual estado del arte se pueden encontrar técnicas de reducción utilizados por investigadores en distintas disciplinas como electrónica digital, mecánica de estructuras y sistemas de potencia, entre otras. Los métodos de reducción, de naturaleza lineal o no lineal, logran su objetivo a través de distintos enfoques como la conservación de características intrínsecas al modelo de orden completo, ya sean retardos de tiempo más largos, modos de oscilación naturales, funciones de transferencia o valores singulares. Los métodos de análisis modal selectivo, truncamiento balanceado y coincidencia de momentos tienen su propia teoría e implementación, considerando la construcción de cada algoritmo respectivo.

El generador de inducción se controla mediante las corrientes inyectadas en el rotor mediante anillos rozantes, de esa forma la velocidad rotórica no depende de la potencia eléctrica sino que se controla a discreción logrando una curva óptima de seguimiento de potencia eólica. Se conecta el otro lado del convertidor al estator y éste a la red. Esta configuración requiere de un convertidor con aproximadamente un tercio de la capacidad del conjunto y permite a la unidad adaptarse a los nuevos requerimientos normativos.

Se llevan a cabo simulaciones en el dominio del tiempo sobre el modelo de un parque eólico real conectado al Sistema Interconectado Central (SIC) en Chile con diferentes ensayos, entre ellos rechazo de carga del generador de mayor tamaño, cambio tipo escalón en la referencia del control supervisor de tensión, y cambios en la velocidad de viento. La comparación entre modelos reducidos y el modelo completo entregan positivos resultados respecto del seguimiento o precisión de la señal aproximada, reteniendo los modos oscilatorios y estado estacionario. Adicionalmente, los modelos propuestos utilizan una fracción del tiempo necesario para simular el modelo completo no lineal. Por todo ello, los modelos reducidos ofrecen un positivo balance entre esfuerzo computacional y precisión para las simulaciones en el dominio del tiempo.

# Abstract

Rising penetration of wind power is increasing the number of state variables in power system dynamic studies. This work proposes the use of two model order reduction (MOR) methods, Balanced Truncation (BT) and Moment-Matching, to approximate the dynamic representation of both doubly-fed induction generators (DFIG) and DFIG-based wind farms. Plant-level control schemes such as voltage supervisory control and frequency regulation participation are considered in the analysis.

Reduction techniques used by researchers in different disciplines such as digital electronics, mechanics of structures and power systems, among others, can be founded in the current state-of-art. Reduction methods, of linear or nonlinear nature, achieve their objective through different approaches such as conservation of intrinsic features from the full-order model, whether longer time delays, natural modes of oscillation or eigenvalues, transfer functions or Hankerl singular values. Methods such as selective modal analysis, balanced truncation and moment-matching have their own theory and implementation, considering the construction of each respective algorithm.

The induction generator is controlled by the currents injected into the rotor through slip rings, thus the rotor speed does not depend on the electrical power but is controlled at discretion, achieving optimal tracking curve of wind power. The other side of the converter is connected to the stator and to the network. This configuration requires a converter with approximately one third of the capacity of the assembly and it allows to the unit adapts itself to new regulatory requirements.

Time-domain simulations for a real DFIG-based wind farm connected to the Chilean Central Interconnected system were conducted for various conditions, among them a large generator outage, a step change in the set-point of the plant-level voltage supervisor control, and changes in wind speed. Simulation results comparing reduced models and the full-order model showed that the reduced models were capable of tracing the signal, retaining the oscillations, and reaching the same final values than the full-order model. Furthermore, the proposed reduced dynamic models could run in a fraction of the time needed to simulate the full non-linear wind farm models. Thus, the reduced models can offer a good compromise between computational effort and accuracy in time-domain simulations.

# Capítulo 1

## Introducción y motivación

El gran crecimiento en la extracción de energía proveniente del viento en las últimas dos décadas, nos ha propuesto nuevos desafíos en distintos aspectos. Según la *Global Wind Energy Council* en su reporte global de viento del 2012 [1], se indica que entre el 2002 y el 2012, la potencia eólica instalada se ha multiplicado por un factor de nueve, llegando en el último año a una capacidad global de 282,59GW de un total aproximado de 1470GW en energías renovables repartidos en 138 países. En el año 2013 se agregaron otros 35,5GW. En Europa se pretende tener en el 2020 un 20% de su energía de recursos renovables [2]; el Departamento de Energía de Estados Unidos a través del Laboratorio Nacional de Energía Renovable [3] propone una matriz energética con 80% de participación de energías renovables al año 2050, donde la energía eólica ocuparía un porcentaje cercano al 25% del total nacional (con una proyección total aproximada de 1500GW); y en China se proponen 200GW para el año 2020 [4].

La energía que se genera a partir de recursos renovables tiene dos características importantes que influyen en la forma de operar los sistemas eléctricos: variabilidad y dispersión, características que inciden tanto en la forma económica de operar el sistema como en el comportamiento dinámico del mismo. El problema del despacho de unidades se ve fuertemente afectado por la variabilidad de estas fuentes de energía, obligando el uso de mayores reservas en giro y desarrollando técnicas de predicción para reducir los costos de operación. La segunda característica se refiere a la superficie efectiva de la que se debe disponer para generar cantidades apreciables de energía. La densidad del flujo de energía en el caso de las renovables se acerca a  $1\text{kWm}^{-2}$  (para radiación solar o en viento a velocidad de  $10\text{ms}^{-1}$ ), mientras que el combustible utilizado en turbinas a gas logran fácilmente los  $100\text{kWm}^{-2}$  [5].

Para lidiar con este problema se han diseñado hélices tan grandes como sea posible y así extraer la mayor cantidad de energía. Junto con el tamaño de las aspas, el número de turbinas por parque ha aumentado considerablemente, e.g.: en Chile; Punta Colorada 20MW en 10 unidades [6], Canela I 18,5MW en 11 unidades [7], Monte Redondo 48MW

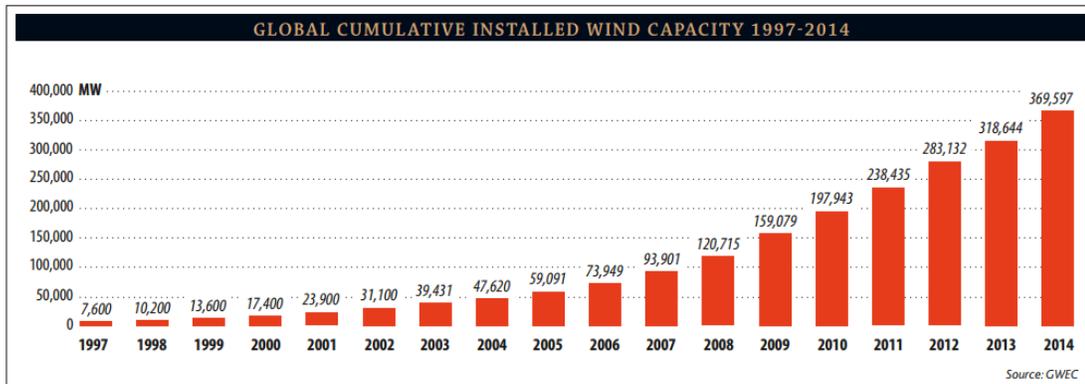


Figura 1.1: Potencia total instalada en el mundo según la GWEC.

en 24 unidades [8], El Totoral 46MW en 27 unidades [9], Canela II 69MW en 48 unidades [7], Talinay y Valle de los Vientos cada uno con 90MW en 45 unidades [10]; en el Reino Unido está el Whitelee Windfarm con 539MW en 215 unidades [11]. A finales del año 2013 el parque más grande del mundo era el de *Alta Wind Energy Center* en California, Estados Unidos, con una capacidad total instalada de 1320MW en 600 unidades [12]. En este momento se está construyendo el próximo parque más grande en China, el llamado *Gansu Wind Farm* [13] con 6000MW. La figura 1 presenta la evolución global de la capacidad instalada de energía eólica entre 1997 y 2014.

La potencia eólica inyectada a la red ha aumentado tanto, que nuevos estándares de seguridad y control se han impuesto. Hay países en que la potencia inyectada por las granjas eólicas es suficientemente grande como para influir drásticamente en la operación del sistema. Es por esta razón que los operadores han optado por imponer exigencias [14], de manera que grandes parques eólicos se asemejen al comportamiento de las unidades convencionales de generación. En el control de potencia hay rampas de carga que evitan las variaciones fuertes debido a cambios súbitos de viento, reservas de potencia mediante el regulado de aspas, y límites en la potencia máxima debido a restricciones mecánicas. En el control de reactivos hay estándares para regular la tensión o bien, el factor de potencia. En cuanto a la capacidad de corto circuito, ante fallas o vacíos de tensión, los parques deben permanecer conectados un tiempo pre-establecido (en inglés, FRT: Fault Ride Through, o LVRT: Low Voltage Ride Through), que varía de acuerdo al porcentaje final de tensión debido a la falla en el punto de conexión del parque.

El crecimiento de los parques eólicos en todas las aristas, junto con el mayor uso de tecnologías de control, aumenta el orden de la representación en variables de estado del sistema de potencia. A modo de ejemplo, si un parque tiene 50 turbinas y cada turbina implica 10 ecuaciones dinámicas, un sólo parque agrega 500 estados al sistema, mientras que un generador térmico puede inyectar una potencia similar con sólo 10 estados. El problema que acompaña esta situación es que la capacidad de simulación se ve mermada por el considerable aumento en el orden del sistema de potencia.

Es común para los operadores del sistema simular una gran cantidad de situaciones adversas en la red, para así detectar fallas problemáticas y desarrollar un instructivo adecuado para cada situación. Esta lista de contingencias es muy extensa, por lo que los tiempos de simulación son, y han sido siempre, uno de los aspectos críticos en la simulación dinámica de los sistemas. Si a ello agregamos el análisis en tiempo real, el orden del problema puede hacer prohibitiva la simulación.

Todo lo dicho indica que las técnicas de reducción de orden son necesarias. Desde la década de los '70 que se vienen investigando e implementando variados recursos con tal de reducir el orden de los modelos dinámicos. Recursos que aprovechan las características de cada subsistema ya sea para agrupar unidades, obtener equivalentes, truncar elementos, entre otros; dado que en base a la naturaleza de cada problema en particular y a las suposiciones que el investigador hace, se pueden crear métodos de reducción o adaptar los ya presentes. Por ende se necesita imperativamente un estudio exhaustivo de las posibilidades para el modelo reducido de un parque eólico, que determine la validez del modelo, bajo qué condiciones y en cuáles rangos es admisible. El modelo reducido deberá responder estas interrogantes conservando, de una u otra forma, las características más relevantes del modelo completo.

## 1.1. Estado del arte

### 1.1.1. Energía y parques eólicos

El Sol es una fuente muy valiosa de energía, gracias a él es posible la vida en la tierra. Es el causante de las diferencias de presión en distintos lugares geográficos provocando determinados flujos o corrientes de viento. Este flujo de gases lleva energía cinética que logra mover hélices de las turbinas en los aerogeneradores. Esta es una transferencia de energía cinética a rotacional. Las aspas de la hélice que reciben la fuerza del viento están sujetas al buje, el cual hace girar dentro de la góndola todo lo que está unido al rotor del generador, incluida la caja multiplicadora de velocidad. Dentro del generador, y gracias a la energización de los solenoides, la energía rotacional se transforma en energía electromagnética, para su posterior transporte y consumo en centros lejanos a estos puntos de generación.

Distintos tipos de aerogeneradores (en inglés, WTG: Wind Turbine Generator) se pueden encontrar en la literatura: el generador de inducción de jaula de ardilla (en inglés, SCIG: Squirrel-Cage Induction Generator) o generador tipo-a, el generador de inducción con rotor devanado o generador tipo-b, el generador de inducción doblemente alimentado (en inglés, DFIG: Doubly-fed Induction Generator) o generador tipo-c, y el generador alimentado conectado a la red a través de un convertidor (o generador tipo-d), de la misma potencia que la máquina ya que toda la energía se transfiere por el convertidor [15]. El generador tipo-d puede ser una máquina de inducción tipo jaula de

ardilla o una unidad sincrónica de imanes permanentes (en inglés, PMSM: Permanent Magnet Synchronous Machine), ya que su variable mecánica, velocidad, se encuentra desacoplada de la red.

El SCIG (tipo-a) es un generador de inducción directamente conectado a la red y el rotor tipo jaula de ardilla, aislado eléctricamente, está conectado a la turbina a través de una caja multiplicadora de velocidad. Como la parte eléctrica no es más que un máquina de inducción, se hace necesario conectar un condensador en paralelo ya que el SCIG requiere de una buena cantidad de reactivos. Esta máquina funciona con deslizamiento muy pequeño, por lo que se dice trabaja a velocidad fija [16]. Los esquemas de control desarrollados para este tipo de máquina consisten en extraer potencia dentro de los límites de velocidad establecidos. El límite inferior está determinado con tal de que la turbina no consuma energía de la red, y el límite superior está determinado para evitar sobrecargas en los elementos mecánicos de la turbina. Para cumplir con este propósito, se ha utilizado el control del ángulo de las aspas (o *pitch angle control*) [17], control por pérdida aerodinámica (control por sustentabilidad o *stall control*) y control de orientación (*yaw control*). El control de *pitch angle* consiste en modificar la inclinación de las aspas modificando el perfil aerodinámico de la hélice y por lo tanto su velocidad. El control por sustentabilidad consiste en diseñar las aspas de la hélice con una leve torsión progresiva hacia la punta del asa; este diseño produce turbulencias a altas velocidades de viento creando una especie de freno. El control por orientación corrige el ángulo en que la turbina enfrenta al viento. Todos estos esquemas de control mecánicos son poco eficientes debido a la interacción mecánica y constantes de tiempo grandes.

Otro tipo de máquina relativamente básica es el generador de inducción con rotor devanado (tipo-b), el cual puede ser controlado modificando la resistencia del rotor, es decir, variando la pendiente en la característica momento-velocidad. Es una máquina poco eficiente ya que las resistencias de los devanados del rotor y el reostato disipan energía. Similar al generador tipo-a, el generador tipo-b se conecta a un banco de capacitores para compensar el consumo de reactivos.

El DFIG (o generador tipo-c) consiste en un máquina de inducción con rotor devanado, pero que en lugar de alimentar un reostato se conecta en cascada dos convertidores de fuente de tensión (en inglés, VSC: Voltage Source Converters) haciéndolo más eficiente evitando las pérdidas que se producían en el reostato del generador tipo-b. El otro extremo del convertidor y el estator del generador se conectan directamente a la red, por lo que la velocidad del campo en el estator queda definida por el sistema al que se conecta. El convertidor inyecta corrientes de frecuencias variables permitiendo el trabajo alrededor de  $\pm 30\%$  de la velocidad nominal [18]. Un esquema de control por campo orientado [19] se encarga de desacoplar el control de potencia activa del de potencia reactiva. La señal de referencia para el control de potencia se calcula con tal de obtener la velocidad de rotor que maximice la extracción de energía a la velocidad de viento dada (en inglés, MPT: Maximum Power Tracking) [20], aplicando tensión al eje en cuadratura del devanado del rotor. Lo mismo ocurre con el lazo de control de

reactivos regulando la magnitud de la tensión en el eje directo; la referencia para los reactivos se puede tomar del control de tensión en una barra en particular.

Los generadores tipo-d tienen un convertidor AC-DC-AC completo por el cual se conecta el estator a la red. Este puede transformar cualquier señal del lado del estator a señal de 50Hz en el lado de la red. Este tipo de generador tiene un amplio rango de velocidades de operación (desde el reposo hasta velocidad nominal), evitando el uso de caja de cambio multiplicadora entre la turbina y el rotor. El control de campo orientado también permite el control separado de potencia activa y reactiva. Si se trata de una máquina sincrónica, en lugar de excitatriz con corriente continua, la PMSM posee un rotor imantado. De todas formas es posible reemplazarla por una máquina de inducción tipo-a ya que para cualquier velocidad de viento el convertidor puede extraer potencia ajustando la frecuencia en el lado del estator en el valor que sea necesario, es decir, la variable mecánica velocidad de rotor queda desacoplada de la frecuencia de la red. Como toda la energía pasa por el circuito electrónico, el convertidor debe ser capaz de soportar este flujo de potencia, a diferencia del DFIG donde la mayor cantidad de potencia pasa directamente del estator a la red, y una fracción es transmitida por el convertidor. El uso de un rotor imantado y un convertidor de gran tamaño, en términos de potencia, hacen que a pesar del atractivo funcionamiento de este generador sea una opción más costosa que las anteriores y por lo tanto menos utilizada.

En los últimos casos (DFIG y PMSM) el control de las tensiones en los ejes directo y en cuadratura mediante campo orientado facilita la operación en un rango mayor de velocidad que los modelos antiguos. Por otro lado permite la inyección de potencia reactiva y no sólo de su consumo como con las máquinas anteriores. El objetivo global del convertidor en los aerogeneradores es que las máquinas tengan un comportamiento similar a las unidades sincrónicas en cuanto a requerimientos de potencia reactiva, permanencia de conexión durante fallas, rampas de cargas, etc.

Cada tipo de generador tiene sus ecuaciones que rigen las dinámicas de su modelo específico. Si hay un hueco de tensión cercano al parque eólico, los tipos de turbinas tienen respuestas muy distintas entre sí, que pueden variar en tiempos de respuesta y modos de respuesta (frecuencias). Por ejemplo; ante caídas de tensión, el SCIG disminuye el momento desarrollado lo que implica la aceleración del rotor. Adicionalmente, el crecimiento del deslizamiento aumenta el consumo de reactivos, lo que hace caer aún más la tensión. Actualmente esto se coordina con la operación de escalones de compensación en algún dispositivo electrónico, pero sigue siendo un tema crítico en la operación de estas máquinas ya que está cerca de la inestabilidad debido a altas velocidades del rotor. Los DFIG pueden aguantar variaciones mas grandes de velocidad sin salirse de la zona de estabilidad y en cuanto al PMSM, este casi no se ve afectado por variaciones en la red.

Las máquinas alimentadas, de una u otra forma, mediante convertidores son en conjunto la tecnología que más facilita el cumplimiento de las normas técnicas para parques

eólicos de manera rápida y eficiente, ya que las dinámicas de los componentes electrónicos son rápidas y evitan pérdidas que se tenían con sistemas más antiguos. Esto es a pesar de que los generadores de velocidad fija (jaula y controlados por reostato) pueden cumplir las exigencias mediante el control de variables mecánicas (como el regulado de aspas) y el uso de compensadores estáticos de reactivos como los SVC o los STATCOM.

### 1.1.2. Técnicas de reducción

Los sistemas eléctricos de potencia son los sistemas más grandes y complejos que haya inventado el hombre. Poseen una gran cantidad de elementos que participan en el diario funcionamiento del mismo. Elementos que poseen dinámicas propias o compartidas (acopladas), lentas o rápidas, lineales o no-lineales. Muchas veces, si no siempre, se necesita conocer el comportamiento de una zona en particular “olvidando” un poco lo que ocurre en otras áreas del sistema. Más atractivo será si dichas áreas de menor interés son reemplazadas por modelos más simples (o en su defecto, modelos reducidos) que conserven una fidelidad aceptable para el estudio en curso. Estos desafíos se han estado planteando desde los años '50s para sistemas en general, y fuertemente para los sistemas de potencia desde los '80s.

Entiéndase entonces por reducción como la obtención de un menor número de ecuaciones diferenciales que representen el comportamiento dinámico de un sistema de mayor número de ecuaciones. Esta definición es todavía muy general ya que no expresa explícitamente a qué condiciones debe estar sujeto el modelo reducido. Es decir, un modelo reducido a pesar de ser muy mala aproximación, es al menos una representación de la realidad. Para completar la definición uno se ve en la obligación de declarar qué características se desean conservar. En este trabajo el objetivo se centrará en mantener o aproximar los modos naturales y la relación entradas-salidas en estado transitorio y estado estacionario.

Desde que comenzó el desarrollo de la transmisión de energía eléctrica con corriente alterna, las unidades sincrónicas han sido las preferidas por más de un siglo especialmente por las tecnologías disponibles de la época. Los primeros desafíos de reducción de modelos aparecen entonces con estas máquinas. Así se crea la conocida máquina única de barra infinita (en inglés, OMIB: One Machine Infinite Bus) que consiste en la obtención de parámetros equivalentes ponderados en base a momentos de inercia y datos eléctricos de las unidades [21]. Posteriormente los investigadores toman ventaja de la interacción que existe entre máquinas sincrónicas: los generadores tienden a oscilar en grupos ante distintas perturbaciones. A esto se le denominó coherencia entre generadores [22, 23]. La gran desventaja de este método consiste en simular previamente la respuesta ante las perturbaciones mencionadas, lo que se mejora con el método inercial [24] evitando las mediciones en las barras dentro del sistema que se está reduciendo. Una de las ventajas didácticas de estos métodos es que el resultado es una máquina con la misma interpretación física que las máquinas originales, son los llamados métodos de

agrupamiento.

Inicialmente, las máquinas de inducción eran reemplazadas por unidades sincrónicas para análisis dinámicos. Ahora sabemos lo erróneo de esta decisión ya que el rotor de la máquina de inducción tiene una especie de “holgura” para generar en un rango de velocidades, a diferencia de las unidades convencionales que, aunque pueden oscilar debido a perturbaciones en estado transitorio, en estado estacionario todas convergen a la misma frecuencia. Debido a esto, las máquinas asincrónicas no interactúan oscilando solidariamente, pero se puede suponer que las máquinas con valores similares de desplazamiento respondan de la misma manera. Si se trata de un mismo diseño para las máquinas asincrónicas, es otra forma de decir que se agrupan por potencia (agrupación por deslizamiento) [25].

Con el objetivo de obtener máquinas de inducción equivalentes se han desarrollado diferentes métodos, unos más sencillos que otros. Específicamente en turbinas eólicas se ha sacado provecho de la disposición física de los aerogeneradores. Los perfiles de velocidad de viento son similares al interior del parque [26], por lo que algunos investigadores han optado por suponer una velocidad de viento única para todas las turbinas, o bien ponderar las potencias de cada unidad por sus respectivos vientos de acuerdo a cada curva de Seguimiento de Potencia Máximo [27]. También se ha propuesto reemplazar el parque eólico por un aerogenerador de parámetros escalados con un viento equivalente de todo el parque [28]. Por otro lado, si hay grupos de turbinas que comparten perfiles de viento la mayor parte del año, se puede obtener una turbina equivalente por cada grupo de turbinas de vientos solidarios (o *clusters* de vientos), en base a la probabilidad de ocurrencia de dicha agrupación [29]. Por ejemplo, ante una variación de velocidad de viento, las primeras unidades que enfrentan este cambio producen turbulencia y extraen potencia del viento, entonces las unidades detrás perciben una variación parecida pero de menor amplitud y retrasada. Gracias a este fenómeno conocido como *wake effect* [30], uno podría pensar en agrupar las turbinas por el orden en que enfrentan las oleadas de viento.

La obtención de máquinas equivalentes es atractiva por sus atribuciones físicas. El modelo resultante es sencillo de entender, posee controles similares al modelo real y conserva la estructura no lineal de la máquina, obteniendo parámetros equivalentes. A pesar de estas ventajas, el agrupamiento de unidades no es un trabajo sencillo. Si se quiere una buena aproximación de modelo equivalente es necesario un gran manejo de datos del comportamiento al interior de parque [31]; y si el modelo se obtiene de una manera simple, suele ser una buena aproximación en un número reducido de escenarios.

Una familia de técnicas de reducción más eficientes se basan en trabajar el conjunto de unidades que se desea reducir como un problema diferencial algebraico típico,

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, y, u) \\ 0 &= g(x, y, u) \\ z &= e(x, y, u), \end{aligned} \tag{1.1}$$

con sus respectivas variables de entrada  $u$  y de salida  $z$  a través de las cuales acopla al sistema en el que está inserto [32].  $x$  es el vector de  $n$  variables de estado;  $f$ ,  $g$  y  $e$  son las funciones no lineales respectivas de las variables de estado y algebraicas mediante las cuales se obtienen  $x$ ,  $y$  y  $z$ .

El sistema de potencia se divide en dos subsistemas: uno de ellos se quiere estudiar en detalle y por lo tanto se modela completo, es el **sistema en estudio**; el segundo es un subsistema de menor relevancia para el estudio y por lo tanto se pueden aplicar técnicas de reducción sobre él, siempre y cuando sus salidas (ergo, entradas al sistema en estudio) sean similares al modelo completo real, es el **sistema externo**. (1.1) representa las ecuaciones del subsistema externo e interactúa con el sistema en estudio (que vendría a ser el resto del sistema de potencia) recibiendo señales, entre otras, de tensión y frecuencia como variables de entrada  $u$  y enviando salidas de potencia  $z$ .

En este trabajo no se pretende hablar de todos los métodos que reducen el orden de (1.1), pero sí establecer el grupo más usado o del cual se deriven las técnicas que lo hacen. Existen los métodos lineales y los no-lineales. Los primeros serán el punto fuerte de la investigación.

El método más conocido, de las técnicas no lineales, se basa en la teoría de perturbación singular [33]. Supongamos que las ecuaciones diferenciales se pueden escribir de la forma,

$$\epsilon \dot{x} = f(x, \rho, \mu), \tag{1.2}$$

donde  $\epsilon$  es un parámetro escalar pequeño y que, bajo ciertas condiciones, (1.2) tiene una solución exacta. Si  $\epsilon$  es suficientemente pequeño se puede asumir como una perturbación al modelo. Al suponer que el parámetro tiende a cero se puede aproximar la solución a través de una Manifold. La teoría de perturbación singular introduce las llamadas dinámicas “lentas” ante las dinámicas “rápidas”, donde las segundas se pueden aproximar mediante Manifolds ya que los tiempos de estudio son mucho mayores que los transitorios de dichas dinámicas rápidas. Es lo que ocurre, por ejemplo, cuando se desprecian los transitorios correspondientes a los flujos de estator en las máquinas [34]. Este método ha tenido buenos resultados en una máquina tipo-c ya que posee constantes de tiempo muy rápidas, y ante perturbaciones sencillas sin estar sujeto a variaciones de la red, es muy buena aproximación [35].

La familia de métodos lineales, como lo dice su nombre, requieren que las ecuaciones del sistema a reducir sean lineales. En sistemas de potencia es usual obtener el primer

término de la expansión en serie de Taylor de (1.1), y con ello advertir que los resultados del modelo lineal son acertados siempre y cuando la vecindad en que se trabaja no se aleje mucho del punto de linealización. Esto es en general ya que el sistema de potencia completo es muy no-lineal, pero en el caso de los aerogeneradores tipo-c las no linealidades son menos drásticas [36] y por lo tanto se puede trabajar en un mayor rango de escenarios.

Todas las técnicas de reducción lineales se basan en la proyección [37] del problema lineal dentro de subespacios de menor orden [38]. Lo que varía en cada método es la elección del subespacio.

El método de análisis modal selectivo (en inglés, SMA: Selective Modal Analysis) [39] construye el subespacio con los vectores propios correspondientes a los valores propios más relevantes del problema. Pero, ¿cómo determinar cuáles son los valores propios relevantes? Una alternativa aceptada es tomar los más lentos, i.e., con parte real más grande, siempre y cuando todos los modos sean estables. Específicamente, SMA conserva los valores propios relevantes y los irrelevantes los expresa en función de los primeros. La implementación en DFIG ha entregado buenos resultados cuando se trata de reducir una sola unidad [40], lográndolo al pasar de un modelo de 5to orden a 3er y 1er orden. El método tiene ya 30 años por lo que se han desarrollado una gran cantidad de aplicaciones en sistemas de potencia [40–43], por nombrar algunos.

El método del truncamiento balanceado (en inglés, BT: Balanced Truncation) es de la familia de las técnicas de descomposición de valores singulares (en inglés, SVD: Singular Value Decomposition) y proyecta el problema dinámico dentro de un subespacio formado por los vectores singulares correspondientes a los valores singulares de Hankel más altos [44]. Los valores de Hankel más altos son los que poseen más energía, y en términos teóricos corresponden a los estados más controlables y observables del sistema. La mayor desventaja de este método es que necesita calcular los gramianos de controlabilidad y observabilidad, lo que requiere de gran esfuerzo computacional para sistemas grandes. Lo positivo es que el modelo reducido mediante BT mantiene la estabilidad del sistema. Buenos resultados se pueden encontrar en circuitos electrónicos, sistemas almacenadores de energía y parques eólicos [45–47] entre otros. Se ha desarrollado una forma de mejorar la aproximación del método [48] pero mantiene la misma desventaja de capacidad de cálculo.

El último método que se mencionará corresponde a la herramienta más explotada en aproximación de problemas lineales. Conocido como Coincidencia de Momentos (en inglés, M-M: Moment-Matching), consiste en igualar los primeros momentos de la expansión en series de potencia de (1.1). Para ello se recurre a la definición del subespacio de Krylov: dada una matriz cuadrada  $A$  y un vector columna  $b$  con mismo número de filas que  $A$ , un subespacio de Krylov de orden  $m$  se define por,

$$\mathcal{K}_m(A, b) = \text{span}\{b, Ab, A^2b, \dots, A^{m-1}b\}. \quad (1.3)$$

Los métodos basados en subespacios de Krylov tienen su potencial en el manejo de grandes sistemas, pero la conservación de estabilidad no está garantizada [49] por lo que se debe recurrir a un manejo posterior para corregir este conflicto cuando ocurra.

Se han llevado a cabo investigaciones para desarrollar algoritmos que, de forma iterativa, encuentren una base para (1.3). Con esta base se hace una transformación de congruencia para luego truncar la parte del sistema que cumpla con los requisitos impuestos. Los primeros algoritmos se desarrollaron por Lanczos en el año 1950 [50] y por Arnoldi en 1951 [51] con el objetivo de encontrar los valores Ritz que aproximen los valores propios reales de  $A$  [52]. Ruhe logró mejoras de estos algoritmos utilizando un espacio de Krylov desplazado e invertido, con el propósito de mejorar las aproximaciones en torno a frecuencias distintas de cero [53, 54]. Fue la primera vez que se hablaba del método Racional de Arnoldi.

Si bien, estos métodos estaban orientados en encontrar una transformación que mejor aproximara los valores propios de  $A$ , en un sistema dinámico hay propiedades invariantes adicionales que también se desean conservar. Una de ellas es la relación entrada-salida del problema dinámico, que en un sistema lineal se refiere a la función de transferencia y su dominio en el plano de las frecuencias. Para lograr esto, el algoritmo Arnoldi Bilateral (en inglés: Two-Sided Arnoldi) [55] utiliza dos subespacios de Krylov, uno que contiene información de la matriz de salida y otro que contiene la de la matriz de entrada. Con estos subespacios se puede demostrar que la base obtenida del algoritmo hace coincidir los primeros coeficientes de la expansión en series de Taylor de las funciones de transferencia de ambos sistemas, real y reducido [38].

Trabajos recientes están desarrollando nuevos algoritmos para crear la base del subespacio como Algoritmo Arnoldi de Segundo Orden (en inglés, SOAR: Second Order Arnoldi) [56, 57], o algoritmos que minimicen la norma  $\mathcal{H}_2$  como los tangenciales y racionales [58, 59]. Otra familia de técnicas combinan las mencionadas como los métodos SVD-Krylov [60, 61] que forman una especie de método híbrido. De todas formas, las aplicaciones de las versiones más sencillas de métodos basados en subespacios de Krylov son muchas [62–67].

El uso de los subespacios de Krylov para obtener valores propios o modelos de orden reducido es bastante popular debido a su fácil implementación y buenos resultados. En sistemas de potencia se han reducido áreas completas con varias unidades sincrónicas, utilizando como variables de entrada ángulos y tensiones en las barras fronterizas del sistema en estudio, y como variables de salida ángulos y tensiones en las barras fronterizas del sistema reducido [32]. Este modelo reducido es muy útil en el análisis de estabilidad de pequeña señal ya que las variaciones en torno al punto de operación son acotadas. Sin embargo, la alta no linealidad del área reducida hace que la simulación

de perturbaciones en el plano del tiempo del modelo reducido se aleje mucho del comportamiento real. En contraste y como se ha presentado previamente [36], las turbinas eólicas basadas en DFIG presentan un mayor espectro en torno al cual el modelo se puede considerar lineal, razón por la cual no dejará de ser útil una reducción lineal para simulaciones dinámicas.

Por otro lado, ya se han utilizado reducciones lineales de turbinas eólicas del tipo-c y tipo-d mediante SMA [40, 41, 68] considerando sólo control de potencia con control anidado de corriente. Los resultados corroboran el amplio margen en que el modelo lineal es acertado. BT también ha demostrado ser una herramienta útil para el propósito [47, 69], reduciendo considerablemente los tiempos de cálculo haciendo posible en algunos casos la simulación en tiempo real del sistema de potencia. Mientras el uso de SMA y BT se ha hecho popular en WTGs, la carencia de subespacios de Krylov en este tipo de dispositivos es latente, no así en electrónica de potencia, ingeniería aeroespacial, estructuras, entre otros.

Los estudios actuales no muestran el comportamiento de los métodos de reducción mencionados ante las nuevas exigencias de los operadores: participación en la regulación de frecuencia y supervisión de tensión [70]. Se debe considerar la inclusión de estos nuevos factores en el comportamiento dinámico de los modelos de orden reducido, ya que aportan retardos y por lo tanto respuestas distintas a las ya estudiadas. Los modelos reducidos deben ser validados y presentar un aliciente en cuanto al esfuerzo computacional necesario en el análisis en línea o simulación y evaluación de escenarios.

## 1.2. Aporte y objetivo del trabajo

Los objetivos y aportes de la tesis son tres. Primero, la reducción de orden se analiza en presencia de los siguientes esquemas de control: (a) participación en la regulación de frecuencia mediante respuesta inercial y (b) control supervisor de tensión. Segundo, se propone y evalúa el uso de las técnicas de reducción de Truncamiento Balanceado y Coincidencia de Momentos. Por la revisión del estado del arte se entiende que la Coincidencia de Momentos no se ha utilizado en la reducción de orden dinámica de parques eólicos. Tercero, se evalúa el desempeño de ambas técnicas de reducción, en términos de esfuerzo computacional y precisión, mediante simulaciones dinámicas con el modelo de prueba del Parque Eólico Totoral. Este parque, basado en tecnología DFIG, se conecta al Sistema Interconectado Central (SIC) y es ensayado en el presente trabajo mediante maniobras operacionales usuales: (a) rechazo de carga de un gran generador en el sistema, (b) cambio tipo escalón en la tensión de referencia del control supervisor de tensión, y (c) variaciones naturales en la velocidad de viento.

De acuerdo a lo revisado en la literatura, en lo que a reducción de orden de aerogeneradores se refiere, no se han implementado nuevas exigencias como lo son el control

supervisor de tensión y la participación en regulación de frecuencia. Dichos esquemas de control son conocidos como “controles de parque”, pues son sistemas ajenos a cada generador y aportan control y estabilidad al desempeño del sistema eléctrico. En cuanto a métodos de reducción, se han utilizado variados métodos como máquina equivalente, perturbación singular, SMA, entre otros.

En la propuesta actual se utilizarán técnicas basadas en subespacios de Krylov y valores singulares de Hankel para evaluar su desempeño ante nuevos requerimientos de modelos matemáticos, específicamente los controles de parque. Se propone emplear los métodos mencionados en dos modalidades: (1) para la reducción de unidad eólica y (2) para la reducción del parque eólico. En el primer caso, y el más típico, resultarán modelos que inyectan potencia en la barra de cada turbina original, mientras que en el segundo se desprejará la red interna del parque suponiendo que es uninodal y por lo tanto se encuentran todos los aerogeneradores en paralelo; de esta forma se puede reducir el “sistema parque” en lugar de sólo el “sistema turbina”.

Ambas técnicas, sobre subespacios de Krylov y valores singulares, se enfocan principalmente en las relaciones entrada-salida del sistema a reducir, es decir, de las funciones de transferencia resultantes. La cantidad de funciones de transferencia determinará la adaptabilidad de cada método teniendo como objetivo siempre la fidelidad de la respuesta (simulación) dinámica de los modelos de orden reducido. Para medir su efectividad se comparará con métodos utilizados en la literatura vista en el estado del arte, SMA y la máquina equivalente.

Los modelos de orden reducido pretenden ayudar a quienes realizan simulaciones dinámicas para estudios o para el análisis en tiempo real. El ahorro de esfuerzo y tiempo de cálculo facilitará el análisis del sistema de potencia en gran cantidad de escenarios y eventos. Los modelos reducidos de parques eólicos permitirán aproximar las dinámicas de él para así centrar el análisis en los elementos más relevantes del sistema como lo son el sincronismo, la estabilidad de tensión, la estabilidad angular, el estándar de la operación, y más.

### 1.2.1. Objetivos específicos

Los objetivos de este trabajo son los siguientes:

1. Definir el tipo y modelo de turbina eólica a utilizar, además de los controles que rigen su comportamiento.
2. Definir los esquemas de control de parque: supervisión de tensión y participación en la regulación de frecuencia.
3. Aplicar y comparar distintos métodos de reducción de orden en las ecuaciones diferenciales de una turbina eólica. Con el fin de utilizar las técnicas de reducción

en un sistema real, el modelo completo y sus respectivos modelos reducidos se implementarán con el software DIgSILENT *PowerFactory* en la base de datos del CDEC-SIC disponible en su web. Se utilizará el parque eólico Totoral conectado a la subestación Las Palmas con 23 turbinas de 2 MW cada una.

4. Medir el desempeño de los modelos a través de simulaciones dinámicas y las correspondientes medidas de error o desviación, realizando distintas maniobras dinámicas como escalón de tensión, rechazo de carga, variaciones de viento y escalón en variables de consigna.
5. Evaluar mediante una simulación de Monte Carlo el ahorro de tiempo que implica utilizar los modelos de orden reducido en lugar de los modelos completos.
6. Implementar en la misma base de datos de DIgSILENT *PowerFactory* reducciones de parque suponiendo una topología interna uninodal. Medir su desempeño mediante simulaciones dinámicas y el respectivo cálculo de error.

Para comparar las turbinas de orden reducido se utilizará el método de SMA, mientras que para la reducción de parque se implementará la agregación de unidades en una unidad equivalente de parámetros escalados.

La estructura de la tesis comienza con la introducción y motivación en el presente capítulo, con una posterior revisión del estado del arte, mostrando avances en la industria de la energía eólica y las técnicas de reducción para análisis dinámicos en el dominio del tiempo. Se han utilizado máquinas tipo “jaula de ardilla”, rotor devanado, doblemente alimentadas y de convertidor completo para la instalación de aerogeneradores por razones del desarrollo de la industria o evaluación de los costos. Las últimas son las más usadas hoy en día debido a su gran capacidad de adaptarse a los nuevos requerimientos normativos. En el tema de reducción de orden, se han explorado técnicas desde hace más de medio siglo con su correspondiente avance; métodos como *clustering* de generadores, viento equivalente, análisis de perturbación singular, aproximación Padé, Análisis Modal Selectivo, Coincidencia de Momentos y Truncamiento Balanceado, entre otros, son bien conocidos en la literatura aunque los últimos dos no se han usado para la reducción de orden dinámico de parques eólicos con los esquemas de control mencionados en el párrafo precedente. El capítulo II entrega una mirada más detallada de los métodos, de sus fundamentos y algoritmos; las ecuaciones del modelo del generador y una breve descripción del sistema eléctrico utilizado como red de prueba para la simulaciones se muestran en el capítulo III. La metodología para evaluar las técnicas de reducción se presenta en el capítulo IV, mientras que los resultados respecto de precisión y ahorro de esfuerzo computacional debido al uso de los métodos de reducción de orden se analiza en el capítulo V. Se finaliza con las respectivas conclusiones y comentarios finales.

## Capítulo 2

# Marco teórico: reducción de orden

La reducción de orden nace con el objetivo de aliviar el esfuerzo computacional en ciertos cálculos iterativos propios de problemas de gran tamaño. El tamaño de cada problema es relativo a la tecnología utilizada, ya que un computador podría resolver un determinado problema en un minuto mientras que otro podría hacerlo en un segundo. Claramente para el primer computador el problema es más grande que para el segundo.

Los cálculos iterativos típicos en sistemas de potencia son la obtención de modos naturales y la simulación de sistemas de ecuaciones diferenciales. La obtención de los modos naturales o valores propios de una matriz se debe hacer mediante cálculo iterativo [52], al igual que la búsqueda de las raíces de un polinomio ya que son problemas equivalentes. El segundo problema de simulación, involucra un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias con una evolución no instantánea en el tiempo; a cada paso de simulación se deben integrar las variables de cada ecuación para obtener la respuesta del sistema. Esto se conoce como integración numérica y a pesar de que existen distintos métodos para realizarlo, todos requieren de más tiempo y mayor esfuerzo cuando hay mayor número de ecuaciones.

El comportamiento de los sistemas de potencia se puede describir mediante el sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias genérico de (2.1). El vector  $x$  representa las variables de estado,  $y$  representa las variables algebraicas o instantáneas y  $u$  es el vector de variables de entrada que excitan los estados del sistema.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, y, u) \\ 0 &= g(x, y, u)\end{aligned}\tag{2.1}$$

La integración numérica se debe hacer por cada elemento de  $x$ , por lo que reducir el

tamaño de (2.1) consistirá en reducir  $x$ . En adición a las ecuaciones del modelo, existen las variables de salida (2.2) que dependen de todas las variables anteriores. Es aceptable reducir el orden de (2.1) mientras la salida  $z$  se conserve en buena medida.

$$z = e(x, y, u) \quad (2.2)$$

El modelo del sistema representado a través de (2.1) suele ser altamente no lineal en sistemas de potencia, sin embargo hay situaciones en que el comportamiento del modelo se puede considerar como lineal, lo que ocurre cuando se trabaja en zonas acotadas de operación o las ecuaciones en sí se asemejan bastante al comportamiento lineal. En tal caso se puede tomar el primer elemento en series de potencia de (2.1) y representar el sistema a través de diferencias con el punto de linealización  $(x_0, y_0, u_0)$ .

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f_x(x_0, y_0, u_0)\Delta x + f_y(x_0, y_0, u_0)\Delta y + f_u(x_0, y_0, u_0)\Delta u \\ 0 &= g_x(x_0, y_0, u_0)\Delta x + g_y(x_0, y_0, u_0)\Delta y + g_u(x_0, y_0, u_0)\Delta u \end{aligned} \quad (2.3)$$

Eliminando las variables algebraicas mediante regla de Kron y suponiendo que  $g_y$  es invertible, la forma matricial de (2.3) queda,

$$\dot{x} = A\Delta x + B\Delta u, \quad (2.4)$$

con,

$$\begin{aligned} A &= f_x - f_y g_y^{-1} g_x \\ B &= f_u - f_y g_y^{-1} g_u \end{aligned}$$

Lo mismo ocurre con las variables de salida,

$$\Delta z = C\Delta x + D\Delta u \quad (2.5)$$

con,

$$\begin{aligned} C &= e_x - e_y g_y^{-1} g_x \\ D &= e_u - e_y g_y^{-1} g_u \end{aligned}$$

Trabajar el modelo no lineal o el linealizado tiene sus ventajas y desventajas. Para el primero se presentará la reducción a través de Perturbaciones Singulares, de manera que se conserven las propiedades no lineales del sistema. Para el modelo linealizado existe

la familia de técnicas conocida como los métodos de proyección dentro de subespacios: Análisis Modal Selectivo (SMA), Truncamiento Balanceado (BT) y la Coincidencia de Momentos (M-M).

En el apéndice A se presentan todas las expresiones de las turbinas eólicas linealizadas (ver capítulo 4), mientras que en el apéndice C se detallan los códigos implementados en Matlab para la aplicación de los métodos de reducción propuestos en el presente trabajo.

## 2.1. Perturbación singular

El problema de perturbación singular consiste en la dependencia discontinua de las propiedades del sistema en función de un parámetro  $\epsilon$ . La teoría de perturbación singular dice que se pueden evitar las discontinuidades si se analiza el problema en escalas de tiempo distintas. Sea el problema de ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden,

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, y, u) \\ \epsilon \dot{y} &= g(x, y, u)\end{aligned}\tag{2.6}$$

Si el parámetro  $\epsilon$  es mucho menor que 1, la segunda ecuación de (2.6) pasa a ser una ecuación algebraica. En la mayoría de los casos se obtiene la relación implícita,

$$y = h(x, u) \quad \rightarrow \quad \dot{x} = f(x, h(x, u), u)$$

Es necesario que  $0 = g(x, y, u)$  tenga al menos una raíz [71] para así poder expresar la variable algebraica  $y$  en términos de las variables de estado  $x$  y las entradas  $u$  (2.6).

El método conserva las no linealidades propias del modelo y será preciso mientras las escalas de tiempo en estudio sean lo suficiente mayores a las constantes de tiempo  $\epsilon$ .

**Ejemplo:** La figura 2.1 muestra una máquina de corriente continua. Supongamos que la máquina tiene un control de velocidad (PI) que actúa a través de la tensión de armadura, aumentando el orden del problema por el integrador del controlador. Las ecuaciones que rigen la máquina y el control son,

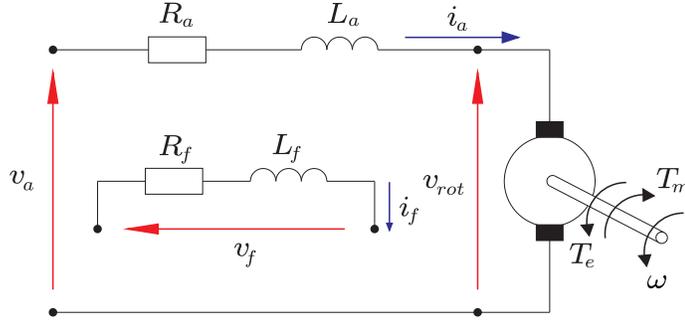


Figura 2.1: Máquina de corriente continua con alimentación externa.

$$\epsilon_\omega \frac{d\omega}{dt} = K i_a i_f - T_m, \quad (2.7)$$

$$\epsilon_a \frac{di_a}{dt} = -i_a - \frac{K}{R_a} i_f \omega + \frac{V_a}{R_a}, \quad (2.8)$$

$$\epsilon_f \frac{di_f}{dt} = -i_f + \frac{V_f}{R_f}, \quad (2.9)$$

$$\frac{dx_1}{dt} = K_I (\omega_{ref} - \omega), \quad (2.10)$$

$$0 = -V_a + K_P (\omega_{ref} - \omega) + x_1, \quad (2.11)$$

con

$$\epsilon_\omega = J_m, \quad \epsilon_a = \frac{L_a}{R_a}, \quad \epsilon_f = \frac{L_f}{R_f}.$$

Usualmente,  $\epsilon_a$  y  $\epsilon_f$  son mucho más pequeños que  $\epsilon_\omega$ , por lo que (2.8) y (2.9) pueden considerarse como ecuaciones algebraicas, mientras que (2.10) no podría quitarse ya que el lado derecho de (2.10) no tiene al menos una raíz de  $x_1$ . En este caso, si  $(1/K_I) \rightarrow 0$  estaríamos imponiendo  $\omega_{ref} = \omega$  en todo momento lo cual sería una contradicción con (2.7). Por otro lado, un integrador no puede ser instantáneo. El modelo reducido de 2do orden queda entonces,

$$\epsilon_\omega \frac{d\omega}{dt} = K i_a i_f - T_m, \quad (2.12)$$

$$\frac{dx_1}{dt} = K_I (\omega_{ref} - \omega), \quad (2.13)$$

$$0 = -i_a - \frac{K}{R_a} i_f \omega + \frac{V_a}{R_a}, \quad (2.14)$$

$$0 = -i_f + \frac{V_f}{R_f}, \quad (2.15)$$

$$0 = -V_a + K_P (\omega_{ref} - \omega) + x_1, \quad (2.16)$$

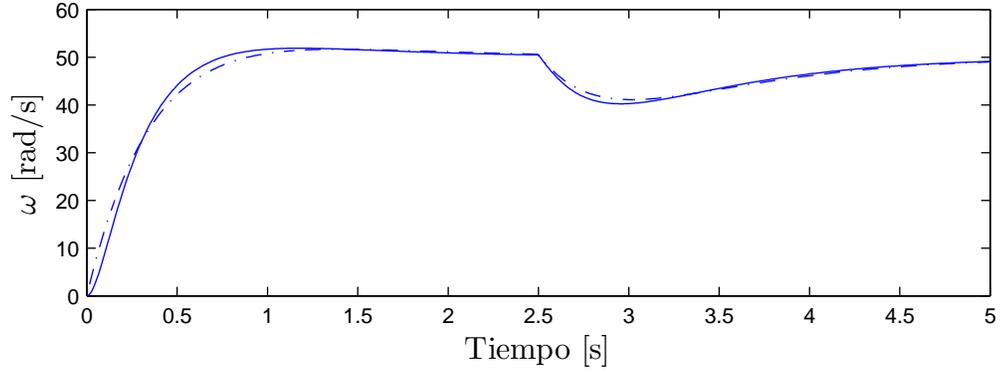


Figura 2.2: Ensayo de partida hasta 50rad/s y perturbación de carga en  $t=2.5$ s. Línea sólida para modelo completo y línea punteada-segmentada para modelo reducido.

*La figura 2.2 muestra la comparación de los modelos para el ensayo indicado.*

## 2.2. Reducción por proyección

Sea el sistema lineal de una entrada  $u$  y una salida  $y$  (SISO) de (2.17), en que  $E$  y  $A$  son matrices  $n \times n$ ,  $b$  y  $c$  son  $n \times 1$  y  $d$  es un escalar.

$$\begin{aligned} E\dot{x} &= Ax + bu \\ y &= c^T x + du \end{aligned} \quad (2.17)$$

Una representación equivalente a (2.17) en el plano de la frecuencia ( $s = j\omega$ ) es con su función de transferencia a través de aplicar la transformada de Laplace.

$$\mathbf{h}(s) = c^T (sE - A)^{-1} b \quad (2.18)$$

Haciendo el cambio de variable,

$$\begin{aligned} (sE - A)\mathbf{x}_b &= b \\ (sE - A)^T \mathbf{x}_c &= c, \end{aligned} \quad (2.19)$$

queda,

$$\mathbf{h}(s) = \mathbf{x}_c^T (sE - A)\mathbf{x}_b. \quad (2.20)$$

En la ecuación (2.19)  $\mathbf{x}_b(s)$  y  $\mathbf{x}_c(s)$  se conocen como soluciones del problema dual [38].

La proyección consiste en obtener una solución aproximada  $\tilde{\mathbf{h}}(s)$  de la función de transferencia, proyectando los estados  $x$  de (2.17) en un subespacio  $\mathcal{K}$  de orden  $m < n$  [37], por lo tanto se deben imponer  $m$  restricciones para formar  $\mathcal{K}$ . Los residuos entre el valor verdadero  $x$  y los estados pertenecientes al subespacio  $\tilde{x}$  pertenecen a otro subespacio  $\mathcal{L}$  también de orden  $m$ . Si los residuos son ortogonales a la solución aproximada,  $\mathcal{K}=\mathcal{L}$  y se habla de una proyección ortogonal. Esta imposición de ortogonalidad se conoce como condición Petrov-Galerkin.

Sea entonces  $Z$  y  $V$  matrices de  $n \times m$ , las bases de  $\mathcal{L}$  y  $\mathcal{K}$  respectivamente, y  $Z_\perp$  y  $V_\perp$  complementos de  $Z$  y  $V$  tal que,

$$T_l = \begin{bmatrix} Z & Z_\perp \end{bmatrix} \quad T_r = \begin{bmatrix} V & V_\perp \end{bmatrix}, \quad (2.21)$$

sean bases de  $\mathbb{R}^{n \times n}$ . Al aplicar las matrices  $T_l^T$  y  $T_r$  a (2.17) se obtiene,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} Z^T E V & Z^T E V_\perp \\ Z_\perp^T E V & Z_\perp^T E V_\perp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{\hat{x}}_\perp \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Z^T A V & Z^T A V_\perp \\ Z_\perp^T A V & Z_\perp^T A V_\perp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{x}_\perp \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z^T b \\ Z_\perp^T b \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} c^T V & c^T V_\perp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{x}_\perp \end{bmatrix} + du. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Entonces, despreciando el efecto que tiene  $\hat{x}_\perp$  sobre  $\hat{x}$  se puede truncar este sistema y conservar la sección que se encuentra dentro de los subespacios  $\mathcal{K}$  y  $\mathcal{L}$ . De esta forma se obtiene (2.23) con  $\tilde{y}$  como una aproximación de  $y$ .

$$\begin{aligned} \hat{E} \dot{\hat{x}}(t) &= \hat{A} \hat{x}(t) + \hat{b} u(t) \\ \tilde{y}(t) &= \hat{c}^T \hat{x}(t) + du(t) \end{aligned} \quad (2.23)$$

con,

$$\begin{aligned} \hat{E} &= Z^T E V \\ \hat{A} &= Z^T A V \\ \hat{b} &= Z^T b \\ \hat{c} &= V c. \end{aligned}$$

La función de transferencia del sistema reducido (2.24) aproxima (2.18). En el problema dual reducido (2.25) las soluciones  $\mathbf{x}_b$  y  $\mathbf{x}_c$  se aproximan por  $V \hat{\mathbf{x}}_b$  y  $Z \hat{\mathbf{x}}_c$ . Se puede demostrar que al aplicar la reducción con las matrices de transformación  $T_r$  y  $T_l$  se obtiene el mismo resultado que al aplicar las condiciones Petrov-Galerkin en los residuos de obtener  $V \hat{\mathbf{x}}_b$  y  $Z \hat{\mathbf{x}}_c$  [38].

$$\tilde{\mathbf{h}}(s) = \hat{c}^T (s\hat{E} - \hat{A})^{-1} \hat{b} \quad (2.24)$$

$$\tilde{\mathbf{h}}(s) = \hat{\mathbf{x}}_c^T (s\hat{E} - \hat{A}) \hat{\mathbf{x}}_b \quad (2.25)$$

Los métodos que se presentan a continuación se diferencian en la determinación de los subespacios donde se proyecta el modelo. Para ello, se consideran distintos objetivos entre los cuales se comparte el deseo de conservar alguna propiedad invariante y determinante del sistema: en SMA se conservan los modos más relevantes; con BT se conservan los estados más relevantes; y con las técnicas de M-M se busca conservar la forma de la función de transferencia a una frecuencia dada. Para hacer lo último es necesario recurrir a los conocidos subespacios de Krylov que han sido utilizados en una gran cantidad de algoritmos como el Gradiente Conjugado [72], Lacnzos [50] y Arnoldi [51].

### 2.3. Análisis Modal Selectivo (SMA)

La reducción de orden mediante SMA tiene por objetivo conservar una selección particular del conjunto de valores propios, lo que corresponde a un método de proyección que utiliza como subespacio el formado por los vectores propios ligados a dicho conjunto de valores. Al ser los valores propios las respuestas naturales, vale decir retardos y/u oscilaciones, se logra conservar una representación de la respuesta natural del sistema original. La correcta selección de modos conllevará a una buena aproximación.

Es un método de proyección dado que utiliza el subespacio creado a partir de los vectores propios correspondientes a la selección de valores propios. Se podría obtener un vector unitario en base a este subespacio de manera que aparecieran explícitamente los valores propios (diagonalización o forma de Jordan) y se truncan los modos de menor interés.

Sea un sistema de orden  $n + m$  como el mostrado en (2.26) y  $h$  los modos naturales que se desean conservar, donde  $x_r \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  representa los estados asociados a los modos seleccionados (estados relevantes) y  $x_i \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  los estados menos relevantes. Un buen criterio para determinar  $x_r$  es a través de los factores de participación, ya que ellos indican cuánto influye la existencia de cada estado al modo.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{x}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r \\ x_i \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Se puede crear un subsistema en base a sólo los estados menos relevantes,

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= A_{22}x_i + A_{21}x_r \\ z &= A_{12}x_i\end{aligned}\tag{2.27}$$

$$\dot{x}_r = A_{11}x_r + z;\tag{2.28}$$

El subsistema tiene una salida  $z$  que es una entrada al sistema de estados  $x_r$ . La simplificación de este método consiste en considerar que la respuesta de los estados relevantes dependen únicamente de los modos relevantes (2.29), lo que será cierto de acuerdo a las propiedades del sistema. Un buen ejemplo ocurre cuando los modos menos relevantes decaen muy rápido, entonces no se alcanza a notar su efecto en los estados.

$$x_r(t) = \sum_{i=1}^h l_i v_i e^{\lambda_i t}.\tag{2.29}$$

Independiente del valor que puedan tomar los factores  $l_i$ ,  $x_r$  dependerá exclusivamente de los vectores propios  $v_i$  asociados a los modos relevantes  $\lambda_i$  [36]. De esta forma se puede encontrar una relación para la salida del subsistema y los estados relevantes  $z(t) = M_0 x_r(t)$ , entonces,

$$\dot{x}_r = (A_{11} + M_0) x_r.\tag{2.30}$$

La matriz  $M_0$  se despeja de,

$$M_0 \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & \dots & v_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H(\lambda_1)v_1 & H(\lambda_2)v_2 & \dots & H(\lambda_h)v_h \end{bmatrix},\tag{2.31}$$

con

$$H(s) = A_{12}(sI - A_{22})^{-1}A_{21}.\tag{2.32}$$

Por lo tanto, la matriz  $M_0$  se obtiene a través de la respuesta en frecuencia del subsistema evaluándolo en los modos relevantes, es decir, como se comportan los estados menos relevantes para frecuencias dadas por los modos relevantes. La ventaja de este método es que conserva los modos preseleccionados de manera íntegra (sin aproximaciones).

## 2.4. Truncamiento Balanceado (BT)

El Truncamiento Balanceado es una técnica de la familia de descomposición en valores singulares (en inglés, SVD: Singular Value Decomposition) conocidos también como los valores de Hankel. Por orden de mayor a menor, los valores singulares indican la energía que posee cada estado.

Este es un método de proyección ya que utiliza los subespacios formados por los vectores singulares correspondientes a los valores de Hankel más altos. Otra forma de entenderlo es pensar que el subespacio pertenece al espacio formado por los estados más controlables y observables del sistema (2.33).

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du. \end{aligned} \quad (2.33)$$

Los Gramianos de controlabilidad  $W_c$  y observabilidad  $W_o$  se despejan de las ecuaciones de Lyapunov [73],

$$AW_c + W_cA^T + BB^T = 0 \quad (2.34)$$

$$A^TW_o + W_oA + C^TC = 0. \quad (2.35)$$

Los valores singulares de Hankel  $\sigma_i$  corresponden a la raíz de los valores propios  $\lambda_i$  del producto de los Gramianos,

$$\sigma_i = \sqrt{(\lambda_i(W_cW_o))}. \quad (2.36)$$

La magnitud de  $\sigma_i$  indica el grado de controlabilidad y observabilidad respecto de los otros valores singulares. Lo que busca BT entonces es identificar los mayores valores de Hankel y truncar el resto. Los valores singulares representan la energía de los estados cuando (2.33) está en su forma balanceada lo que ocurrirá cuando se cumpla,

$$\Sigma = \bar{W}_c = \bar{W}_o, \quad (2.37)$$

donde  $\bar{W}_c$  y  $\bar{W}_o$  corresponden a los Gramianos del sistema transformador por  $x = T\bar{x}$ . Laub [74] ha explicado un algoritmo de cómo llevar a cabo la obtención de una representación balanceada a través de los factores Cholesky de los Gramianos e identificando la matriz de transformación  $T$ .

Una de las ventajas de utilizar BT es que la representación balanceada de (2.33) conserva la estabilidad y también lo hace el sistema truncado resultante  $\hat{x}$ . Adicionalmente, el error del sistema truncado está limitado por [75, 76],

$$\left\| H(s) - \tilde{H}(s) \right\|_{\mathcal{H}_\infty} \leq 2 \sum_{i=k+1}^N \sigma_i \quad y \quad \left\| H(s) - \tilde{H}(s) \right\|_{\mathcal{H}_\infty} \geq \sigma_k, \quad (2.38)$$

donde  $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_k, \dots, \sigma_N)$  y  $\sigma_k$  es el  $k$ -ésimo valor singular conservado. Para  $i \in \{k+1, \dots, N\}$ ,  $\sigma_i$  se truncan. Entonces, se puede determinar el orden del sistema reducido de acuerdo al error deseado.

El inconveniente principal es que el cálculo de una representación balanceada en sistemas de ecuaciones muy grandes requiere de un gran esfuerzo computacional.

## 2.5. Coincidencia de Momentos (M-M)

La representación del sistema de ecuaciones diferenciales a través de su función de transferencia entrega el comportamiento de las variables de salida respecto de las variables de entrada. Como tal, la función de transferencia (2.18) puede ser expandida en series de potencia en torno a una frecuencia en particular  $\sigma$ .

$$H(s) = \sum_{j=1}^{\infty} \mu_{j-1} (s - \sigma)^{j-1}, \quad (2.39)$$

donde los coeficientes  $\mu_{j-1}$  son llamados los momentos de la expansión. Se puede demostrar fácilmente que el valor de ellos corresponde a una respectiva sucesión de derivadas (2.40).

$$\mu_{j-1} = -c^T \left\{ (A - \sigma E)^{-1} E \right\}^{j-1} (A - \sigma E)^{-1} b. \quad (2.40)$$

De la misma forma se obtienen los momentos del sistema reducido (2.24),

$$\hat{\mu}_{j-1} = -\hat{c}^T \left\{ (\hat{A} - \sigma \hat{E})^{-1} \hat{E} \right\}^{j-1} (\hat{A} - \sigma \hat{E})^{-1} \hat{b}. \quad (2.41)$$

Las técnicas que usan *Moment-Matching* igualan los primeros momentos entre el sistema original y el reducido. Mientras más coeficientes se igualen, más precisa será la representación reducida. Por supuesto que aumentar la precisión tiene un costo que es el

aumentar el orden, de hecho, como la serie de potencias puede tener muchos coeficientes (en teoría infinitos), una exageración en la precisión podría llevar a la contradicción de que el sistema reducido fuese de mayor orden que el original.

Un caso en particular se da cuando la frecuencia en torno a la cual se hace la expansión es en  $\sigma = 0$ . Tal reducción se conoce como una aproximación Padé [77]. Si la aproximación de momentos se hace en torno a otra frecuencia simplemente se llamará un Padé Desplazado.

Un análisis similar se puede hacer para frecuencias cercanas a infinito  $\sigma \rightarrow \infty$ , cambiando  $s$  por  $s^{-1}$ . De esta forma, los coeficientes de la serie pasan a llamarse parámetros de Markov. La aproximación a través de estos parámetros es conocida como realización parcial.

En algunas ocasiones es necesario que el modelo reducido responda bien en distintas frecuencias, para lo cual es necesario hacer una aproximación de mayor orden llamada Padé Multipunto. El Padé Multipunto es una función de transferencia cuyos momentos coinciden con los momentos de la función de transferencia original evaluados en más de una frecuencia, por ejemplo en 1Hz y en 100Hz simultáneamente. Particularmente, los estudios que se plantean en este trabajo para el parque eólico, consideran frecuencias del orden de 1Hz. Por ello será suficiente utilizar un Padé Desplazado sin recurrir al Padé multipunto o Padé Racional.

### 2.5.1. Subespacios de Krylov

El subespacio de Krylov definido en (1.3),

$$\mathcal{K}_m(A, b) = \text{span}\{b, Ab, A^2b, \dots, A^{m-1}b\}, \quad (2.42)$$

contiene parte de la información más relevante del espacio producido por la matriz  $A$ , ya que dado un vector (por ahora arbitrario)  $b$ , el subespacio de Krylov aproximará los valores propios de  $A$  con los valores Ritz [52]. Adicionalmente, una correcta selección de dos subespacios sirve para forzar la coincidencia de los momentos de un sistema reducido respecto del sistema completo [53]. Para ello se definen dos subespacios de manera paralela, y se obtienen bases respectivas de cada uno.

$$V \in \mathcal{K}_m((A - \sigma E)^{-1}E, (A - \sigma E)^{-1}b) \quad (2.43)$$

$$Z \in \mathcal{K}_m((A^T - \sigma E^T)^{-1}E^T, (A^T - \sigma E^T)^{-1}c). \quad (2.44)$$

Cabe mencionar que si se hace  $\sigma = 0$  para obtener las bases  $V$  y  $Z$ , los subespacios de

Krylov son una expresión particular de las matrices de controlabilidad y observabilidad del sistema [73], por lo que es necesario que el sistema sea controlable y observable de manera que  $V$  y  $Z$  no sean matrices singulares. La singularidad de las matrices de transformación también se puede dar por elegir un  $\sigma$  muy cercano a un valor propio de  $(A, E)$ , lo cual no es muy relevante ya que el espacio es mucho más grande que puntualidades dadas por los valores propios.

Grimme demuestra en su tesis [38] la coincidencia de momentos a través de la elección de subespacios de Krylov en (2.43) y (2.44). La reducción a través de dicha elección se conoce como reducción dual ya que toma dos subespacios para incluir en el sistema reducido la controlabilidad y observabilidad del sistema original.

### 2.5.2. Algoritmo Arnoldi

Una vez aclarado el objetivo que es encontrar las bases de los subespacios de Krylov, se han desarrollado algoritmos como el de Lanczos [50] o el de Gradiente Conjugado [72], que suponen un sistema  $A$  totalmente simétrico. En el caso de estudio y en sistemas de potencia en general esto no ocurre, por lo que el algoritmo de Arnoldi [51] es el más adecuado para la situación actual.

El proceso Arnoldi busca encontrar una matriz unitaria  $Q$  de manera de encontrar  $AQ = QH$  con  $H$  una matriz de Hessenberg (ceros debajo de la subdiagonal). Se supone que el tamaño de  $A$  es muy grande, por lo que encontrar  $H$  del mismo tamaño no es parte del objetivo. Sea entonces  $Q_m$  las primeras  $m$  columnas de  $Q$  y  $\tilde{H}_m$  la matriz  $(m+1) \times m$  superior izquierda de  $H$ .  $\tilde{H}_m$  también es Hessenberg y por lo tanto se cumple la ecuación recursiva,

$$AQ_m = Q_{m+1}\tilde{H}_m \quad (2.45)$$

Para entender de mejor manera el algoritmo, tómesese un vector unitario inicial  $q_1$ , el segundo vector se calcula,

$$v_2 = Aq_1 - \underbrace{(q_1^T Aq_1)}_{h_{11}} q_1 \quad \rightarrow \quad q_2 = \frac{v_2}{\|v_2\|} \quad (2.46)$$

$h_{21}$

El cálculo anterior no es otra cosa que una ortogonalización Gram-Schmidt, a excepción de que la información nueva para crear el segundo vector se obtiene multiplicando por  $A$ .  $h_{11}q_1$  es la parte de  $Aq_1$  que está contenida en la dirección de  $q_1$ , entonces al eliminar dicha porción,  $v_2$  resulta ortogonal a  $q_1$ . Posteriormente se normaliza para tener una base  $Q_2$  unitaria.

Un tercer vector  $q_3$  se obtiene entonces,

$$v_3 = Aq_2 - \underbrace{(q_1^T Aq_2)}_{h_{12}} q_1 - \underbrace{(q_2^T Aq_2)}_{h_{22}} q_2 \quad \rightarrow \quad q_3 = \underbrace{\frac{v_3}{\|v_3\|}}_{h_{32}} \quad (2.47)$$

Escrito de forma matricial se obtiene la forma de (2.45),

$$A \underbrace{\begin{bmatrix} q_1 & q_2 \end{bmatrix}}_{Q_2} = \underbrace{\begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \end{bmatrix}}_{Q_3} \underbrace{\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \\ 0 & h_{32} \end{bmatrix}}_{\tilde{H}_3} \quad (2.48)$$

Se puede generalizar entonces para encontrar cada vector  $q_{m+1}$  de manera iterativa,

$$q_{m+1} = \frac{1}{h_{m+1,m}} \left( Aq_m - \sum_{j=1}^m h_{jm} q_j \right), \quad (2.49)$$

con

$$\begin{aligned} h_{jm} &= q_j^T Aq_m \\ h_{m+1,m} &= \left\| Aq_m - \sum_{k=1}^m h_{km} q_k \right\| \end{aligned}$$

El proceso se puede detener en cualquier instante, y cuando eso suceda  $H_m$  se obtiene de multiplicar por  $Q^T$  la expresión (2.45) por la izquierda. La matriz  $H_m$  es la proyección de  $A$  sobre el subespacio de Krylov  $\mathcal{K}_m(A, q_1)$ . El procedimiento resumido en el algoritmo 1 se conoce como algoritmo Arnoldi Modificado vía Gram-Schmidt.

Con tal de incluir la equivalencia de momentos para múltiples funciones de transferencia, vale decir, sistemas MIMO, se necesita un proceso que modifique el algoritmo 1; por un lado se deben incluir los subespacios definidos en la sección anterior, y por otro considerar que  $b$  y  $c$  no son vectores columna sino que pueden ser matrices rectangulares  $B$  y  $C$  ya que hay más de una entrada o salida.

Se propone mediante el presente trabajo el uso del algoritmo Arnoldi por bloques con el fin de incorporar el efecto de las distintas variables de entrada y salida. Los vectores base  $V$  y  $Z$  deben generarse de forma independiente con las matrices de entrada  $B$  y salida  $C$ , respectivamente, para luego unificar la reducción a través de la transformación de similitud (ecuación 2.22).

---

**Algorithm 1** Arnoldi-Modified Gram-Schmidt

---

```

1: procedure ARNOLDI( $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $m$ )
2:    $\mathbf{q}_1 \leftarrow \mathbf{b}/\|\mathbf{b}\|$ 
3:   for  $j \leftarrow 1 \dots m - 1$  do
4:      $\mathbf{v}_j \leftarrow \mathbf{A}^{-1}\mathbf{q}_j$ 
5:     for  $i \leftarrow 1 \dots j$  do
6:        $h_{ij} \leftarrow \mathbf{v}_j' \mathbf{q}_i$ 
7:        $\mathbf{v}_j \leftarrow \mathbf{v}_j - h_{ij}\mathbf{q}_i$ 
8:     end for
9:      $h_{j+1,j} \leftarrow \|\mathbf{w}_j\|$ 
10:    if  $h_{j+1,j} < tol$  then
11:      Stop
12:    end if
13:     $\mathbf{q}_{j+1} \leftarrow \mathbf{v}_j/h_{j+1,j}$ 
14:  end for
15: end procedure

```

---



---

**Algorithm 2** Block Arnoldi

---

```

1: procedure ARNOLDI( $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $J$ )
2:    $p \leftarrow$  columnas de  $\mathbf{B}$ 
3:    $(\mathbf{Q}, \mathbf{R}) \leftarrow QRfactor\{(A - \sigma E)^{-1}\mathbf{B}\}$ 
4:    $m \leftarrow p + 1$ 
5:   for  $j \leftarrow p \dots J - 1$  do
6:      $\mathbf{v} \leftarrow (A - \sigma E)^{-1}\mathbf{q}_{j-p+1}$ 
7:     for  $i \leftarrow 1 \dots m - 1$  do
8:        $\mathbf{v} = \mathbf{v} - q_i\mathbf{v}'\mathbf{q}_i$ 
9:     end for
10:    if  $\|\mathbf{v}\| \geq tol$  then
11:       $\mathbf{q}_{j+1} = \mathbf{v}/\|\mathbf{v}\|$ 
12:       $m \leftarrow m + 1$ 
13:    end if
14:  end for
15: end procedure

```

---

Se puede encontrar más detalle del algoritmo 2, utilizado en sistemas de potencia cuando se estudia la respuesta a pequeñas perturbaciones y así no alejarse de la linealidad del problema original [38].

## Capítulo 3

# Modelamiento

El objetivo del presente capítulo es estudiar el modelo de aerogenerador de inducción doblemente alimentado y sus esquemas de control. El modelo matemático que representa a la turbina es el subsistema que se desea reducir, por lo que es necesario definir las ecuaciones que rigen su comportamiento. Se habla de subsistema porque la reducción de orden se realiza pensando en que las respuestas naturales de la turbina se encuentran desacopladas de los modos del sistema de potencia, pero la salida de potencia se acopla a través de las variables impuestas por la red como tensión y frecuencia.

Un segundo objetivo consiste en presentar el modelamiento a través de la herramienta DIgSILENT *PowerFactory*, que posee su propia arquitectura de programación e implementación al momento de juntar los aerogeneradores al sistema de potencia. La modelación en *frames* y bloques DSL propios del software se encuentra disponible como diagramas y códigos en el apéndice B para todos los casos descritos en el presente capítulo.

### 3.1. Turbina eólica

La turbina eólica consiste en la parte mecánica del aerogenerador, compuesto típicamente por tres hélices sujetas a una góndola que rota con respecto al eje axial de la torre. La última característica se suele llamar *Yaw Control* y su función es enfrentar el área de barrido de las palas directamente contra el viento constantemente. El *Hub*, al cual se sujetan las palas, se acopla mecánicamente al generador eléctrico a través de una caja de reducción, donde finalmente se convierte la energía mecánica en electromagnética por medio de los flujos en el entrehierro.

La potencia del viento, en por unidad de potencia aparente, absorbida por la turbina está determinada por (3.1) y consiste en la potencia de un bloque de aire de densidad

$\rho$  con velocidad  $v_w$ , que impacta en la hélice de radio  $R$ . El factor de eficiencia,  $C_p$ , determina la fracción de energía que se extrae del viento. De esta forma, el viento continua su trayectoria con menor velocidad que en la incidencia de la turbina.

$$P_w = \underbrace{\frac{\rho\pi R^2}{2S_b}}_B C_p v_w^3 \quad (3.1)$$

Mediante el uso de la transformación de la caja de reducción,  $k$ , la razón de velocidad de la turbina o *tip speed ratio*,  $\lambda$ , y la variable intermedia  $\lambda_i$  se define el factor de eficiencia (3.4). El ángulo de ataque de aspas o *pitch angle*,  $\beta$ , se suele utilizar para limitar la extracción de potencia cuando el viento excede el límite de diseño. Para el presente estudio se considera que la turbina opera en el rango no limitado por la actuación del ángulo de ataque ( $\beta = 0$ ).

$$\lambda = \underbrace{\frac{kR}{p}}_D \frac{\omega_r}{v_w} \quad (3.2)$$

$$\lambda_i = \left( (\lambda + 0,08\beta) - \frac{0,035}{\beta^3 + 1} \right)^{-1} \quad (3.3)$$

$$C_p = 0,22 \left( \left( \frac{116}{\lambda_i} \right) - 0,4\beta - 5 \right) e^{-\frac{12,5}{\lambda_i}} \quad (3.4)$$

De acuerdo a (3.1) y (3.4), para distintas velocidades de viento se obtienen curvas de extracción de potencia como lo muestra la figura 3.1 en líneas segmentadas. Por inspección se puede observar que existe un punto de máxima extracción de potencia para cada velocidad de viento en particular. La curva de máxima extracción de potencia se obtiene al unir dichos puntos y se conoce por sus siglas en inglés como MPT (*Maximum Power Tracking*).

La curva de MPT se puede ajustar a una función cúbica por algún método de identificación de parámetros (3.5). La potencia dada por esta curva será la potencia de referencia en el lazo de control del aerogenerador.

$$P_{ref} = C \left( \frac{\omega_r}{\omega_b} \right)^3 \quad (3.5)$$

## 3.2. Máquina de inducción

El generador de inducción doblemente alimentado posee una estructura básica de máquina asincrónica, con sendos anillos rozantes que se conectan un rotor devanado.

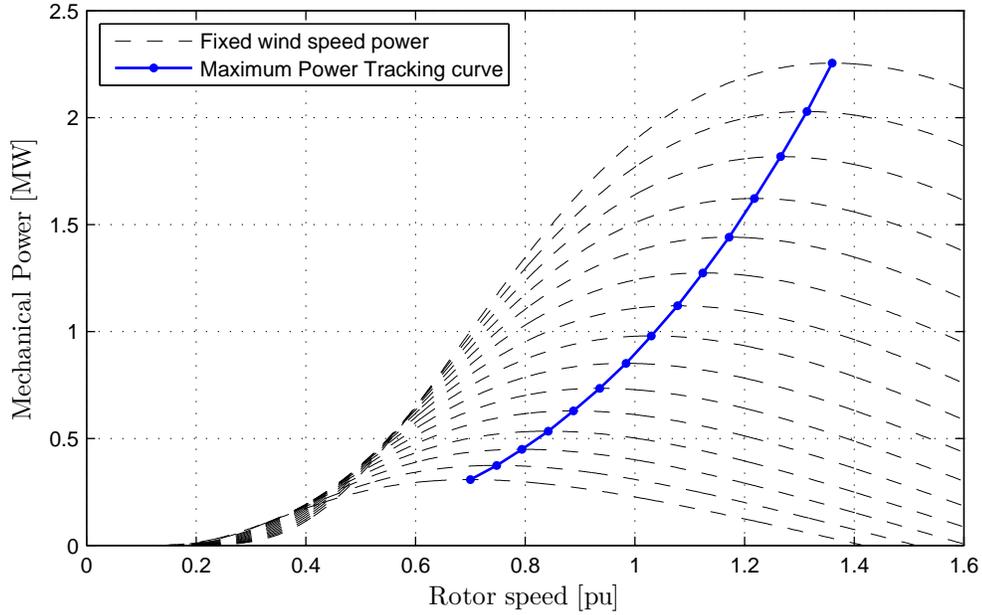


Figura 3.1: Obtención de la curva MPT.

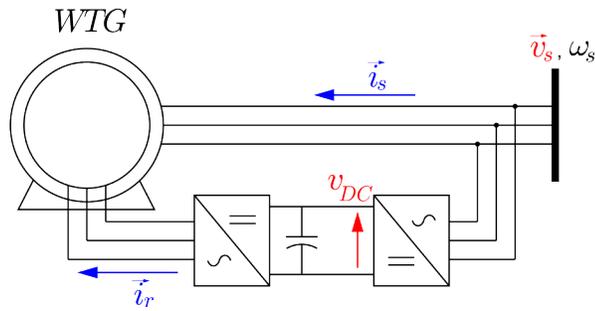


Figura 3.2: Máquina de Inducción Doblemente Alimentada.

El rotor devanado permite inyectar corrientes en cada devanado logrando una corriente fasorial de rotor específica. El control de corrientes en el rotor, y la frecuencia en el devanado del estator, imponen la velocidad misma del rotor, entonces ya no es necesario operar con deslizamientos pequeños como ocurría con los aerogeneradores de velocidad fija [16]. La figura 3.2 muestra una simplificación de la conexión de un DFIG en el que se destaca la alimentación del rotor mediante un convertidor de dos etapas: una inversora y una rectificadora, con la habilidad de invertir su operación de manera que se puede operar en los cuatro cuadrantes.

Las ecuaciones de Park de la máquina eléctrica respecto de un sistema de referencia sincrónico y en por unidad corresponden al modelo de 4-ejes:

$$\vec{v}_r = R_r \vec{i}_r + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\vec{\varphi}_r}{dt} + j \left( \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_b} \right) \vec{\varphi}_r \quad (3.6)$$

$$\vec{v}_s = R_s \vec{i}_s + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\vec{\varphi}_s}{dt} + j \left( \frac{\omega_s}{\omega_b} \right) \vec{\varphi}_s \quad (3.7)$$

Los flujos de rotor y estator quedan descritos por (3.8) y (3.9), donde las corrientes son positivas entrando a la máquina, como se muestra en la figura 3.2.

$$\vec{\varphi}_r = X_r \vec{i}_r + X_m \vec{i}_s \quad (3.8)$$

$$\vec{\varphi}_s = X_s \vec{i}_s + X_m \vec{i}_r \quad (3.9)$$

Las ecuaciones (3.6) y (3.7), que se encuentran en forma vectorial, se pueden expresar en partes real e imaginaria y con la orientación dada por el flujo de estator en el eje real  $\varphi_{sx}$ . Los transitorios electromagnéticos, dados por los términos diferenciales en las ecuaciones de Park, se consideran mucho más rápidos que los transitorios electromecánicos y por lo tanto se pueden despreciar [36]. Al despreciar los transitorios electromagnéticos y reemplazar las ecuaciones de flujo se obtiene el modelo de 0-ejes en sus partes real e imaginaria (ecuaciones (3.10) a (3.13)). La figura 3.3 muestra el sistema de referencia sincrónico utilizado en contraste con el sistema fijo al rotor. El uso de este sistema de referencia se fundamenta en el desacoplamiento entre la potencia activa y reactiva.

$$0 = \omega_b v_{rx} - \omega_b R_r i_{rx} + (\omega_s - \omega_r) X_r i_{ry} + (\omega_s - \omega_r) X_m i_{sy} \quad (3.10)$$

$$0 = \omega_b v_{ry} - \omega_b R_r i_{ry} - (\omega_s - \omega_r) X_r i_{rx} - (\omega_s - \omega_r) X_m i_{sx} \quad (3.11)$$

$$0 = \omega_b v_{sx} - \omega_b R_s i_{sx} + \omega_s X_s i_{sy} + \omega_s X_m i_{ry} \quad (3.12)$$

$$0 = \omega_b v_{sy} - \omega_b R_s i_{sy} - \omega_s X_s i_{sx} - \omega_s X_m i_{rx} \quad (3.13)$$

La última expresión corresponde a la ecuación de oscilación (3.14) en referencia generador, es decir, el torque eléctrico es carga del torque mecánico el cual es impuesto por la turbina.

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{\omega_b}{2H_D} \left( \underbrace{P_w \frac{\omega_b}{\omega_r}}_{T_m} - \underbrace{X_m (i_{ry} i_{sx} - i_{rx} i_{sy})}_{T_e} \right) \quad (3.14)$$

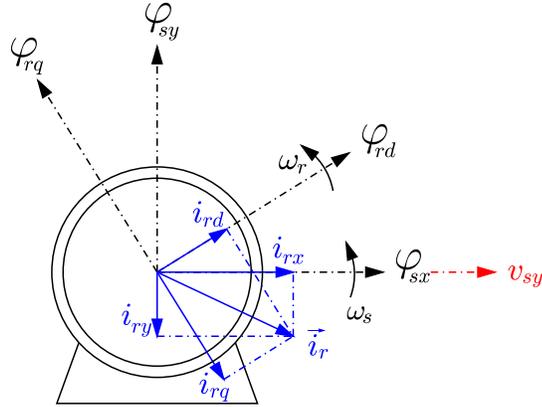


Figura 3.3: Sistemas de referencia para la aplicación de las ecuaciones de Park.

### 3.3. Control del inversor conectado al estator

El control de este inversor se realiza en sistema de referencia sincrónico, y es el encargado de dos tareas: mantener la tensión del enlace en corriente continua constante y que el factor de potencia en el rotor sea unitario, en otras palabras, que la inyección o consumo de potencia reactiva se dé exclusivamente a través del estator.

El lazo de control de este lado del convertidor es muy rápido, ya que las constantes de tiempo que rigen los transitorios están dadas por el capacitor *shunt* y las inductancias de líneas del enlace DC (implícitas en la figura 3.2), además de la velocidad de conmutación de los IGBTs que suelen ser menores a un ciclo. Por lo tanto, el modelo del DFIG considerará que la tensión DC es 1 en por unidad todo el tiempo y que efectivamente no hay tránsito de potencia reactiva por el convertidor.

### 3.4. Control del inversor conectado al rotor

El objetivo de este lado del convertidor consiste en definir la velocidad del rotor, de manera que la frecuencia del inversor conectado al rotor más su velocidad de giro, resulte en la frecuencia de la red dando así cumplimiento de conversión electromecánica de energía. Ahora bien, conocida la frecuencia de la red en todo momento, falta determinar el ángulo de carga entre el flujo de rotor contra el flujo de estator, es decir, determinar las magnitudes de las corriente en su eje real,  $i_{rx}$ , e imaginario,  $i_{ry}$ .

De las ecuaciones (3.10) y (3.11) se desprende que es posible controlar las corrientes de rotor  $i_{rx}$  e  $i_{ry}$  a través de sus respectivas tensiones de rotor  $v_{rx}$  y  $v_{ry}$ , bajo el supuesto que, desde un punto de vista de control, los términos con reactancias se consideran como perturbaciones en el lazo de control.

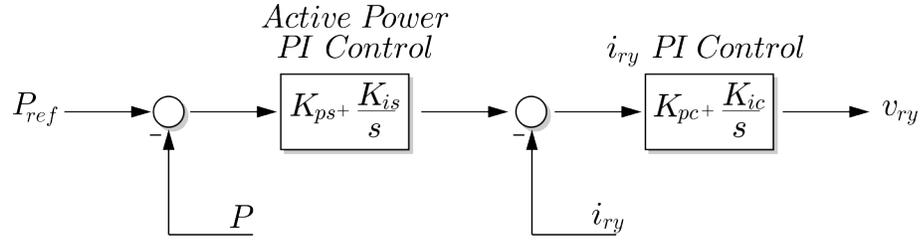


Figura 3.4: Esquema de control de potencia activa.

Por otro lado, al suponer que la resistencia de estator  $R_s$  es despreciable, en estado estacionario la ecuación (3.7) determina que,

$$\begin{aligned} v_{sx} &= \varphi_{sy} = 0 \\ v_{sy} &= \varphi_{sx} = \|\vec{\varphi}_s\| \end{aligned} \quad (3.15)$$

como se muestra en la figura 3.3. Adicionalmente, usando las ecuaciones (3.12) y (3.13) se obtiene la potencia generada por la máquina a través del estator (3.19).

$$S_s = P_s + jQ_s \quad (3.16)$$

$$= -(\overset{0}{v}_{sx} + jv_{sy})(i_{sx} - ji_{sy}) \quad (3.17)$$

$$= -v_{sy}i_{sy} - jv_{sy}i_{sx} \quad (3.18)$$

$$= \underbrace{\frac{X_m}{X_s} v_{sy} i_{ry}}_{P_s} + j \underbrace{(X_m i_{rx} - v_{sy}) \frac{v_{sy}}{X_s}}_{Q_s} \quad (3.19)$$

Entonces, de acuerdo a (3.19) se puede controlar la potencia activa del generador a través de la corriente en el eje  $y$ , y la potencia reactiva a través de la corriente en el eje  $x$ . Finalmente, y recordando que se supuso la actuación del inversor conectado al estator como infinitamente rápida, la ecuación de potencia generada por el rotor resulta,

$$P_r = -v_{rx}i_{rx} - v_{ry}i_{ry} \quad (3.20)$$

Los lazos de control consisten en un control PI interno de corriente anidado en un control PI de potencia como se presenta en las figuras 3.4 y 3.5. Se considera que las variables de salida de los controladores de corriente son las respectivas tensiones que se aplican en cada eje del rotor, ya que los transitorios del inversor son infinitamente rápidos en comparación a las variaciones electromecánicas.

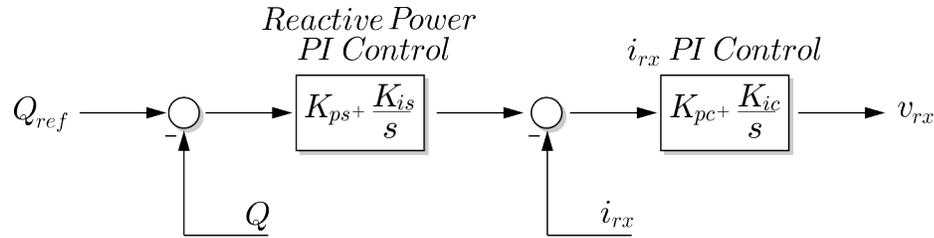


Figura 3.5: Esquema de control de potencia reactiva.

### 3.5. Esquemas de control adicionales

Los controladores previamente discutidos llevan siendo utilizados por varios años. La creación del control por campo orientado (en 1972) y la disminución de precios en electrónica de potencia ha permitido el establecimiento de este tipo de turbinas como las predominantes del mercado e investigación.

Sin embargo, la implementación de nuevos esquemas de control no ha estado cerca de estancarse en el desarrollo de la energía eólica. La gran penetración de su potencia en parques generadores sincrónicos mundiales hace indispensable adaptar la operación de turbinas eólicas a los requerimientos del sistema [14]. Entre los distintos requerimientos se pueden encontrar:

- carta de operación especificada;
- rampas de toma de carga;
- soportar vacíos de tensión (LVRT);
- supervisión de tensión en el PCC;
- participación en regulación de frecuencia:
  - inercial o inercia virtual;
  - reserva de potencia (bajo el punto de máxima extracción de potencia);
  - inercial con estatismo (sólo para excesos de frecuencia).

Todas las exigencias se han ido introduciendo en las normativas de acuerdo a la tecnología disponible y a las distintas experiencias de cada sistema de potencia.

Los controladores adicionales que se utilizarán en este estudio serán los de participación inercial en la regulación de frecuencia y el supervisor de tensión [70]. Los lazos de control se presentan en las figuras 3.6 y 3.7.

La participación en la regulación de frecuencia consiste en una ganancia y un filtro pasa altos, de manera que la variable de salida  $P_f$  es distinta de cero cuando el error

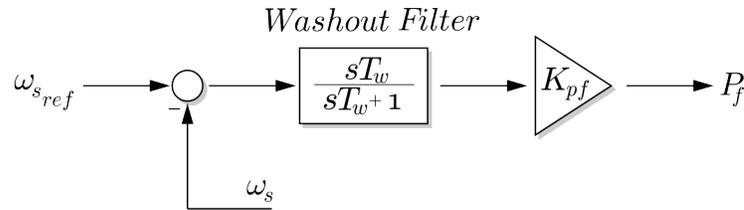


Figura 3.6: Esquema de control en participación de frecuencia.

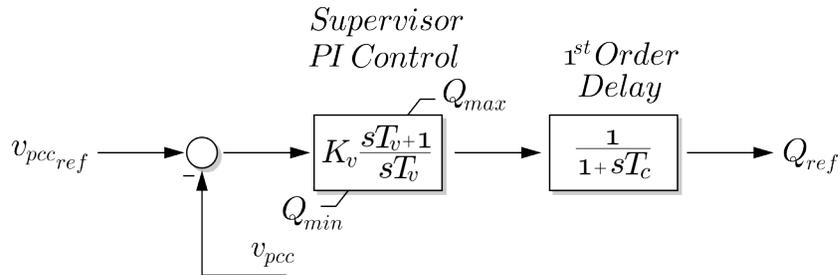


Figura 3.7: Esquema de control de Tensión.

que ingresa al filtro varía. La ganancia suele estar en paralelo a un bloque derivador que acentúe el efecto del filtro *Washout* pero que por el momento no se considerará. El resultado final de este modelo es aportar una potencia transitoria cuando se producen las excursiones de frecuencia; el control pide rápidamente mayor potencia a la turbina a fin de disminuir el impacto de las excursiones en los generadores sincrónicos, a la espera de la actuación de sus propios gobernadores. Por supuesto, como no se puede disponer del viento a voluntad, se utiliza la energía cinética almacenada en el conjunto inercial rotor-hélice, de ahí, y debido a que son máquinas asincrónicas, el nombre “inercia virtual”.

La participación del controlador se debe sumar a la referencia de potencia que proviene de la característica MPT (figura 3.8) de forma que la suma sea la potencia total asumida por el control de potencia activa.

El control supervisor de tensión se encarga de dar una referencia dinámica no constante a la potencia reactiva respecto de la medición de tensión en una barra remota. La consigna de tensión se suele dar para el PCC del parque pero se puede hacer en cualquier punto mediante un buen sistema de comunicación. De todas formas, mientras más alejado del parque esté la barra supervisada, peor será su influencia sobre la tensión y se saturará constantemente. El control consiste en un bloque PI limitado (con anti-rollback), debido a las limitaciones del convertidor y un retardo de primer orden. La consigna de potencia reactiva es la misma para todas las turbinas que estén anidadas en el lazo, y por lo tanto funcionan coordinadas respecto de este control global y no intentando controlar cada una su barra local por separado.

La participación en frecuencia también puede ser un control de parque y no un

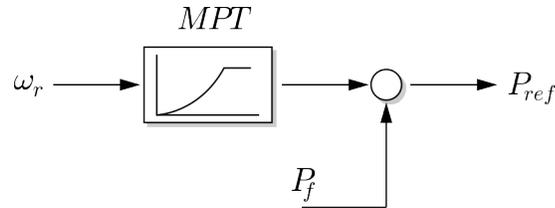


Figura 3.8: Bloque de control representando la característica MPT.

control local de turbina, como lo es el control supervisor. La diferencia radica en que la frecuencia percibida por las turbinas prácticamente no difiere de la frecuencia en el PCC, a no ser que hubiera una máquina sincrónica en el parque imponiendo una frecuencia distinta. Entonces, ambas situaciones, local o remota, no son diferentes entre sí. De todas formas, si se tuviese un sistema de comunicación extenso, se podría participar en la regulación de frecuencia de un generador en particular, digamos uno mal amortiguado, y no el equivalente en una barra como el PCC.

### 3.6. Sistema de pruebas

Uno de los objetivos de esta tesis es verificar el desempeño de los métodos propuestos para reducción de orden en un sistema real, motivo por el cual se utiliza el Sistema Interconectado Central (SIC) y su modelación disponible en formato DIgSILENT *PowerFactory* que se actualiza y publica periódicamente en la página web del Centro de Despacho Económico de Carga del SIC (CDEC SIC) que es el operador del sistema <sup>1</sup>. Se utilizó la base de datos con fecha en diciembre del 2014 para el desarrollo del presente estudio.

En la figura 3.9 se presenta un diagrama unilineal geográfico simplificado del SIC. En ella se muestran los elementos más relevantes del sistema y en particular, a la izquierda, se puede identificar el Parque Eólico Totoral conectado en la subestación Las Palmas, entre subestaciones Los Vilos y Pan de Azúcar en el sector Norte del SIC. El Parque Eólico Totoral será utilizado como base en los capítulos siguientes para la aplicación de los métodos de reducción reduciendo, en una instancia, las turbinas individuales, y en otra el parque completo.

<sup>1</sup>Página <http://www.cdecsic.cl/informes-y-documentos/fichas/base-de-datos-digsilent/>

**CDEC-SIC SISTEMA INTERCONECTADO CENTRAL**



\* Autorizada su circulación por resolución N°75 del 9 de abril de 2003 de la Dirección Nacional de Fronteras y Límites del Estado. La edición y circulación de mapas cartográficos u otros impresos que se refieran o relacionen con los límites y fronteras de Chile no comprometen en modo alguno al Estado de Chile de acuerdo con el Art. 2° letra g) del DFL N° 83 de 1979 del Ministerio de Relaciones Exteriores"

Nota: Actualizado a mayo de 2014.

Figura 3.9: Sistema Interconectado Central (SIC), actualizado a Mayo de 2014.

## Capítulo 4

# Metodología

Una primera parte de este trabajo consiste en realizar la reducción de orden sobre cada turbina, y en segundo lugar se reducirá el parque considerando que todas las turbinas inyectan potencia directamente en el PCC, a fin de tratar el parque como un gran sistema y no un conjunto de turbinas individuales. Se simularán ciertas situaciones probables dentro de un parque eólico, donde cada turbina tendrá su equivalente reducido. La ventaja de esta metodología es introducir vientos variables para cada turbina, y no un viento equivalente como se ha realizado en otras investigaciones.

De acuerdo a los esquemas de control a utilizar se pueden dar dos configuraciones: (A) que el control supervisor de tensión y la participación en regulación de frecuencia sean control de parque, es decir, cada turbina recibe una señal de referencia de potencia activa y reactiva desde un sistema externo de control; y (B) que sólo el control supervisor de tensión sea control de parque, con la participación en regulación de frecuencia realizada por cada turbina independientemente con su propia lectura de frecuencia en bornes. La diferencia al momento de reducir las turbinas será que en el caso A el sistema de ecuaciones es de quinto orden mientras que en el caso B es de sexto orden, lo que conllevará a distintos resultados. Por otra parte, los métodos de Truncamiento Balanceado y Coincidencia de Momentos son muy sensibles a la relaciones entre las variables de entrada y de salida puesto que se fundamentan en las funciones de transferencia, intrínsecas a todo sistema lineal.

En la reducción de parque, se utilizará como base el primer caso con cada turbina recibiendo señales de potencia reactiva y variaciones de activa. Es la configuración más frecuente, ya que de ese modo se coordina el comportamiento de todo el parque ante variaciones en el sistema eléctrico.

## 4.1. Reducción de orden de turbinas

Se han planteado varios métodos para reducir el orden de un sistema dinámico, de los cuales se utilizarán los basados en proyección sobre subespacios, es decir, Truncamiento Balanceado, Coincidencia de Momentos y Análisis Modal Selectivo. Todos son lineales y se enfocan en conservar algunos aspectos del sistema completo, dejando en segundo lugar o despreciando otros.

Los métodos de proyección, o bien, métodos de reducción lineales, no indican por sí solos qué orden debe ser utilizado en el modelo reducido. Entre ellos, BT es el que mejor permite determinar, previo simulaciones, qué orden podría ser el óptimo. Este método basado en los valores singulares, señala los modos, y por lo tanto los estados, que tienen mayor energía. La energía del modo representa la participación relativa del estado a la función de transferencia, razón por la cual son muy relevantes la controlabilidad y la observabilidad del sistema.

Debido a que los métodos tienen por entrada el orden final del modelo reducido, se utilizarán los valores singulares del sistema de ecuaciones para determinar a qué orden apuntar con todos los métodos, conservando los objetivos propios de cada técnica.

Mientras BT sólo trunca el sistema en su forma balanceada, M-M, mediante el algoritmo de Arnoldi, deja a elección las funciones de transferencias que se desean mantener. Este grado de libertad adicional permite enfocar la reducción en una de las funciones de transferencias más que en otras. El alto número de funciones de transferencias (diez en el caso A y ocho en el caso B) obliga a elegir qué funciones mantener, ya que cada momento coincidente implica un orden; si se quiere coincidir el primer momento de cada función del caso A, se obtendría un sistema reducido de décimo orden lo que haría contraproducente la utilización del método.

### 4.1.1. Caso A

El caso A consistirá en un parque donde los controles supervisor de tensión y de participación en regulación de frecuencia se consideran externos a las turbinas, y por lo tanto no se reducen (ver figura 4.1). Es así como las variables de entrada en el “subsistema” turbina eólica se definen en la tabla 4.1. Cabe destacar que cada turbina, y su correspondiente modelo reducido, tiene una variable de entrada de viento, tensión y frecuencia independientes del resto de las turbinas.

La siguiente definición de escenarios permite analizar el comportamiento ante posibles situaciones o ausencia de controladores, cuando se indique, respecto de la operación normal de las turbinas del caso A. Los controles individuales de cada turbina se consideran activos en todos los escenarios. De esta manera es posible comparar los resultados

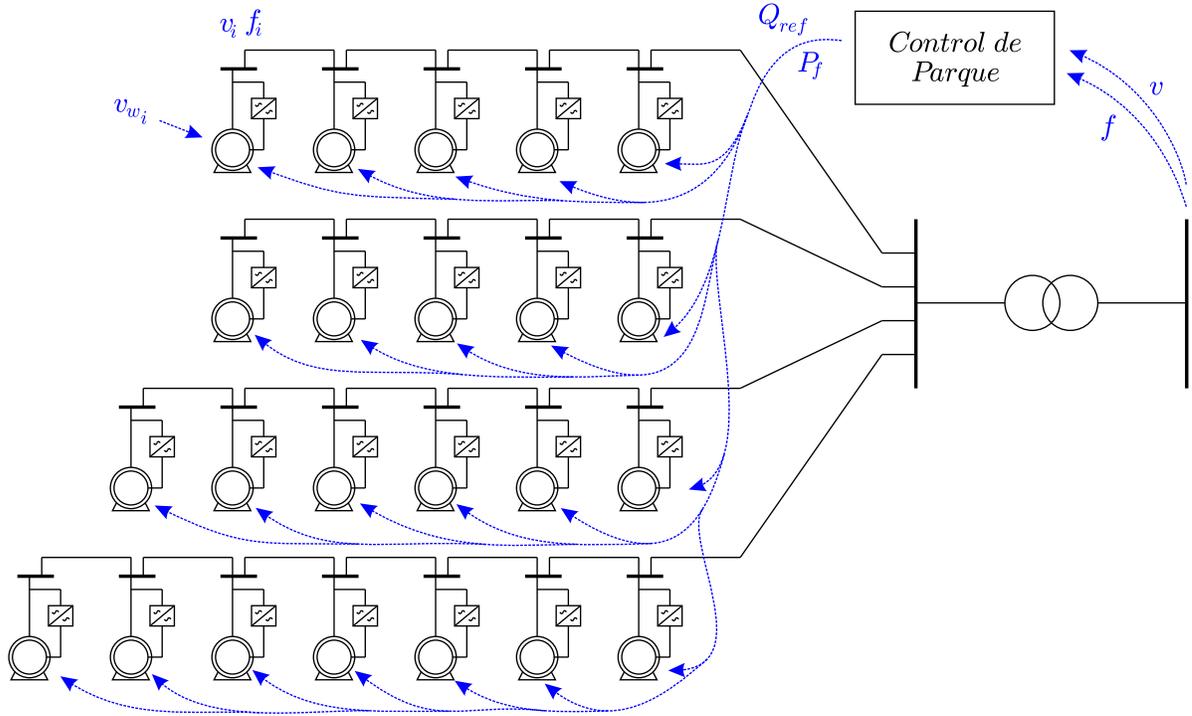


Figura 4.1: Esquema de parque eólico para el caso A. En el caso B, el control de parque sólo supervisa  $v$  y cada turbina aporta  $P_f$  de acuerdo a sus lecturas de frecuencia.

Tabla 4.1: Variables de entrada a un aerogenerador del caso A.

| Nombre                                     | Variable   | Unidad |
|--|------------|--------|
| Velocidad de viento                        | $v_{wind}$ | m/s    |
| Tensión en bornes de estator               | $v$        | p.u.   |
| Frecuencia sincrónica en bornes de estator | $\omega_s$ | rad/s  |
| Potencia reactiva de referencia            | $Q_{ref}$  | p.u.   |
| Variación de potencia activa               | $P_f$      | p.u.   |

con formas previas de modelo de WTG.

- Escenario A1:** Todos los controladores operando. Todas las variables de entrada consideradas para el caso A pueden variar transitoriamente durante la operación.
- Escenario A2:** Todos los controladores operando. Se considera a la velocidad de viento como un parámetro fijo durante la simulación.
- Escenario A3:** Se desactivan los controles de parque. La velocidad del viento puede variar.
- Escenario A4:** Se desactivan los mismos controles que en A3 y se deja la velocidad de viento fija.

El caso A, por lo tanto, determina un parque eólico con turbinas de 5to orden con cinco variables de entrada y dos de salida. En este caso, el sistema lineal de ecuaciones resulta en 10 funciones de transferencia (5 entradas  $\times$  2 salidas).

#### 4.1.2. Caso B

El caso B se diferencia del caso A por tener participación en regulación de frecuencia dentro de los controles de la turbina, entonces se reducen el número de entradas y aumenta el número de estados en un orden (tabla 4.2) y el sistema a reducir es de orden seis.

Tabla 4.2: Variables de entrada a un aerogenerador del caso B.

| Nombre                                     | Variable   | Unidad |
|--|------------|--------|
| Velocidad de viento                        | $v_{wind}$ | m/s    |
| Tensión en bornes de estator               | $u$        | p.u.   |
| Frecuencia sincrónica en bornes de estator | $\omega_s$ | rad/s  |
| Potencia reactiva de referencia            | $Q_{ref}$  | p.u.   |

Los controles individuales de cada turbina, es decir, los controles de corriente, potencia y participación en regulación de frecuencia, ya que en este caso B la regulación de frecuencia es parte de la turbina y no un control de parque, se consideran activos en todos los escenarios.

- Escenario B1:** Todos los controladores operando. Todas las variables de entrada consideradas para el caso B pueden variar transitoriamente durante la operación.
- Escenario B2:** Todos los controladores operando. Se considera a la velocidad de viento como un parámetro fijo durante la simulación.
- Escenario B3:** Se desactiva el control supervisor de tensión. La velocidad del viento puede variar.
- Escenario B4:** Se desactiva el mismo control que en B3 y se deja la velocidad de viento fija.

Las cuatro variables de entrada y las dos de salida (potencia activa y reactiva) determinan ocho funciones de transferencia a diferencia de las diez funciones del caso A.

#### 4.1.3. Comentarios sobre implementación de SMA

La teoría de SMA se fundamenta en la proyección del sistema (A.16) en un subespacio vectorial formado por vectores propios previamente elegidos de acuerdo a las dinámicas

que se deseen conservar [37]. Si los vectores propios elegidos corresponden a los valores propios más lentos del sistema, entonces el sistema reducido mantendrá dichas dinámicas más lentas; se considera que los transitorios de los valores propios descartados decaen mucho más rápido que los de interés.

El método se inicia eligiendo un vector de estados relevantes ( $x_r$ ) y otro de variables menos relevantes ( $x_i$ ), distinguiéndolos a través de los valores propios que se consideren más lentos y sus respectivos factores de participación.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{x}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r \\ x_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{21} \end{bmatrix} u \quad (4.1)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P_{gen} \\ \Delta Q_{gen} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r \\ x_i \end{bmatrix} + Du \quad (4.2)$$

Entonces se define un subsistema de menor relevancia con variables de entrada  $x_r$  y  $u$ , y variables de salida  $y_1$  e  $y_2$ ,

$$\dot{x}_i = A_{22}x_i + A_{21}x_r + B_{21}u \quad (4.3)$$

$$y_1 = A_{12}x_i \quad (4.4)$$

$$y_2 = C_{12}x_i \quad (4.5)$$

A su vez,  $y_1$  e  $y_2$  son variables de entrada para el sistema más relevante. La evolución de  $x_i$  en el tiempo queda definida por (4.6) donde intervienen el decaimiento natural, una respuesta forzada por los modos relevantes y una respuesta forzada por las variables de entrada respectivamente.

$$x_i(t) = \underbrace{e^{A_{22}(t-t_0)}x_i(t_0)}_{\text{Natural}} + \underbrace{\int_{t_0}^t e^{A_{22}(t-\tau)}A_{21}x_r(\tau)d\tau}_{\text{Forzada (modos relevantes, SMA)}} + \underbrace{\int_{t_0}^t e^{A_{22}(t-\tau)}B_{21}u(\tau)d\tau}_{\text{Forzada}} \quad (4.6)$$

Recordando que la consigna es que las variables menos relevantes decaen más rápido, se desprecia el término por respuesta natural de (4.6) y persisten en el tiempo las respuestas forzadas. Queda entonces la salida  $y_1$  en el plano de Laplace,

$$y_1(s) = \underbrace{A_{12}(sI - A_{22})^{-1}A_{21}}_{H_x(s)} x_r(s) + \underbrace{A_{12}(sI - A_{22})^{-1}B_{21}}_{H_u(s)} u(s) \quad (4.7)$$

De acuerdo a la ecuación (F.15) en [36], y ya que se puede expresar a  $x_r$  en función de sus vectores y valores propios,

$$x_r(t) = \sum_{i=1}^h \ell_i v_i e^{\lambda_i t} \quad (4.8)$$

se puede encontrar,

$$y_1(t) = M_0 x_r(t) + N_0 u(t) \quad (4.9)$$

con,

$$M_0 \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & \dots & v_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_x(\lambda_1)v_1 & H_x(\lambda_2)v_2 & \dots & H_x(\lambda_h)v_h \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

La última ecuación es coherente con las dimensiones de los vectores propios siempre y cuando los vectores tengan tantas filas como  $H_x(\lambda_i)$  columnas, es decir,

$$Columns\{A_{21}\} = Filas\{v_i\} \quad (4.11)$$

En otras palabras se utilizan las primeras  $h$  entradas de cada vector que correspondan a los modos relevantes. Más detalle de la implementación del método se puede encontrar en el anexo F de [36]. Por el momento se despreciará el efecto de  $N_0$  ya que las entradas de  $B_{21}$  son generalmente menores a las de  $B_{11}$ .

El método presentado por I.J.Pérez-Arriaga [39] utiliza un sistema de ecuaciones autónomo sin influencia de variables externas. Al despreciar el efecto de  $N_0$  se está aproximando el modelo por uno autónomo y que, por lo tanto, conllevará un error adicional.

## 4.2. Reducción de parque

La reducción del parque eólico se realizará en un parque uninodal, suposición frecuentemente utilizada en la práctica por simplicidad (ver figura 4.2). En este estudio se simplifica el uso de variables de entrada a cada turbina ya que todas operan bajo la misma tensión y frecuencia, por lo tanto, son variables de entrada que se pueden agrupar.

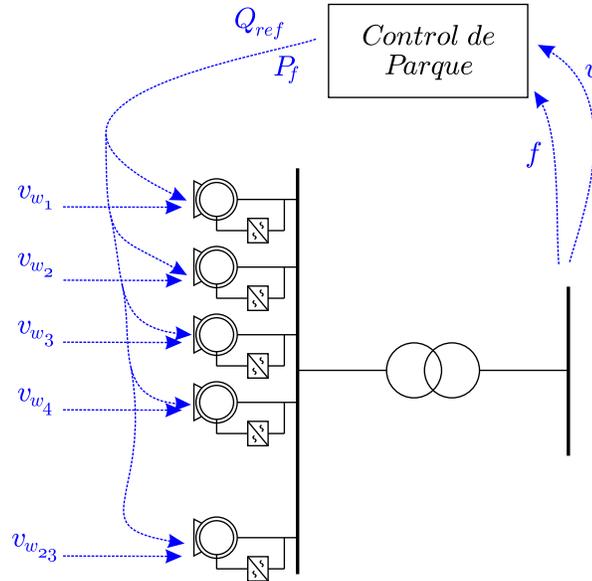


Figura 4.2: Parque uninodal como esquema tipo caso A.

Para la reducción de todo el parque se utilizarán los métodos de Truncamiento Balanceado y de Coincidencia de Momentos. El uso de SMA en la reducción de turbinas se justifica por el bajo orden del problema y porque sirve de base de comparación al ser un método bastante empleado. Para comparar la eficiencia de las técnicas elegidas se realizará la agregación de unidades [36]. Consiste en utilizar una máquina equivalente de las mismas características, con sus parámetros escalados de manera que puede entregar  $n$  veces la potencia de las  $n$  turbinas que representa. Por otro lado, la variable viento de entrada en la unidad equivalente resulta del promedio de todos los vientos de entrada en cada una de las turbinas independientes. El resultado es una máquina del mismo orden que las originales pero el parque sólo poseerá las ecuaciones de dicha máquina y no  $n$  veces esas ecuaciones.

Las técnicas lineales de BT y M-M se utilizarán sobre un gran sistema con submatrices como se muestra en las ecuaciones (4.12) y (4.13). El conjunto  $\{A_{ii}, B_{ij}, C_i, D_i\}$  pertenece a la turbina  $i$  por lo que las variables de salida,  $\Delta P$  y  $\Delta Q$ , resultan la sumatoria de las potencias individuales (ver figura 4.3).

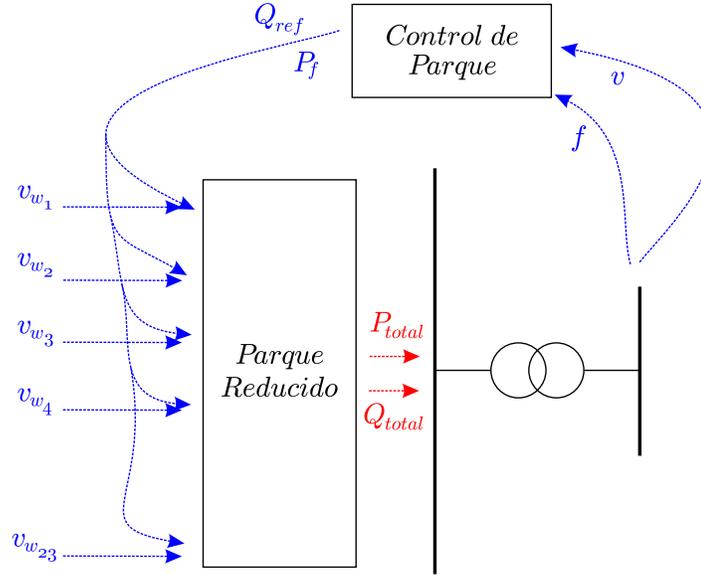


Figura 4.3: Parque uninodal como esquema tipo caso A.

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & A_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} B_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & B_{21} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & B_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_k \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & \cdots & D_{1k} \\ D_{21} & D_{22} & \cdots & D_{2k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_k \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

Las variables de entrada utilizadas en el sistema “Parque Equivalente” son tensión y frecuencia en el PCC, potencia reactiva de referencia y potencia para participar en la

regulación de frecuencia. Adicionalmente, cada turbina posee una velocidad de viento, lo que en particular para el Parque Eólico Totoral implica 23 variables de viento resultando en un total de 27 variables de entrada. Como la topología interna del parque de ejemplo posee cuatro líneas de aerogeneradores (ver figura 4.1) por lo que se supondrá el mismo viento variable para cada una de estas líneas, lo que reduce las 23 variables de viento a sólo 4. Al tener ocho variables de entrada, los algoritmos de Arnoldi y BT deben aproximar menor número de funciones de transferencia.

### 4.3. Saturación de variables de control

Una situación especial ocurre cuando los controles internos, y que forman parte del objetivo de reducción, tienen variables saturables o partes que se activan cuando se cumple alguna condición. Este efecto produce una conmutación entre un sistema lineal y otro, puesto que por definición los sistemas lineales conservan, invariante, su estructura original.

Un ejemplo claro es el regulado de aspas o *pitch-angle* cuando el viento sobrepasa un límite de diseño: si el viento es muy fuerte, la modificación del ángulo de ataque desplaza la curva de máxima extracción de potencia logrando limitar la potencia generada a un valor constante (figura 4.4). La condición de exceso de viento provoca un nuevo estado en el sistema, el que debe ser modelado y reducido nuevamente para mantener la coherencia entre modelos completo y reducido.

Por el momento se considera que la operación de la turbina se da libremente en la curva de máxima extracción de potencia y que, por lo tanto, la velocidad de viento se encuentra en el rango de operación natural no limitado.

### 4.4. Simulaciones

Para comparar los métodos se hace uso de las simulaciones dinámicas. Las simulaciones comprenden el cálculo de todas las ecuaciones del sistema, al cual se le acoplan los modelos reducidos a través de las variables de entrada y salida (como se definieron en los Casos de Estudio).

Las maniobras simuladas consisten en:

- **Contingencia del generador de mayor tamaño.** Por norma chilena, el sistema debe funcionar con criterio “N-1”, es decir, el sistema debe permanecer en sincronismo, sin generar operaciones en isla y sin desabastecimiento en el caso de que se desconecte intempestivamente el generador de mayor potencia. La central a

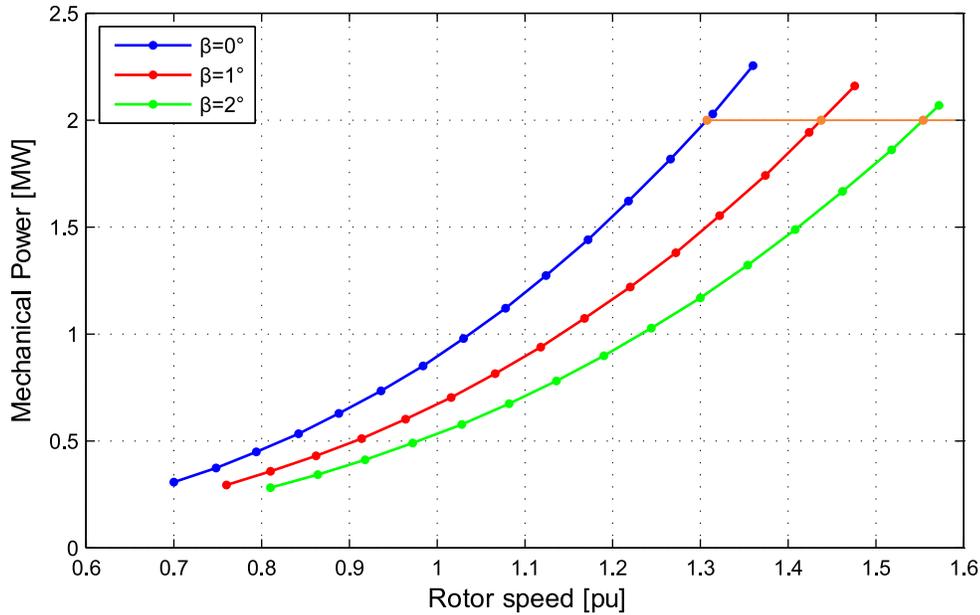


Figura 4.4: Curvas de máxima extracción para distintos ángulos de ataque. En una línea naranja se representa el viento máximo admisible por el cual se movería la operación de la turbina en caso de operar el control de ángulo de aspas.

carbón Santa María posee una unidad de 397MW, y es la utilizada para el cálculo de la reserva en giro por parte del CDEC. El ensayo consiste en la desconexión intempestiva de la mencionada unidad a plena carga.

- **Escalón de tensión en el PCC.** Se realiza este ensayo mediante la operación de una Maniobra Automática de Inductancia Shunt (MAIS), con el fin de simular una caída de tensión en las barras del parque pero sin entrar en la zona de LVRT.
- **Escalón en la tensión de referencia del Control supervisor.** Por supuesto, esta maniobra se realizará sobre los casos en que se encuentre disponible la actuación de dicho controlador.
- **Escalón de velocidad de viento.** Ya que los vientos son automáticamente calculados por la programación de la turbina, y el modelo lineal requiere sólo variaciones en lugar de valores absolutos, los escalones de viento se realizarán sobre la potencia declarada en cada turbina para su flujo estático. Este ensayo se diferencia del siguiente en que permite identificar el error de los modelos en estado estacionario.
- **Variaciones de velocidad de viento.** En la figura 4.5 se pueden observar los distintos frentes de viento que se utilizarán para cada fila de aerogeneradores dentro del parque. Las filas de turbinas que reciben el mismo viento viene dada por el ordenamiento de turbinas en la figura 4.1, donde la primera y segunda fila de cinco unidades cada una reciben los frentes de viento números 1 y 2, respectivamente; la

tercera fila de seis unidades recibe el frente de viento N°3 y la cuarta fila de siete unidades el N°4. La razón de que sean tan distintos entre sí es para prescindir de la modelación del efecto turbulencia utilizando el peor escenario.

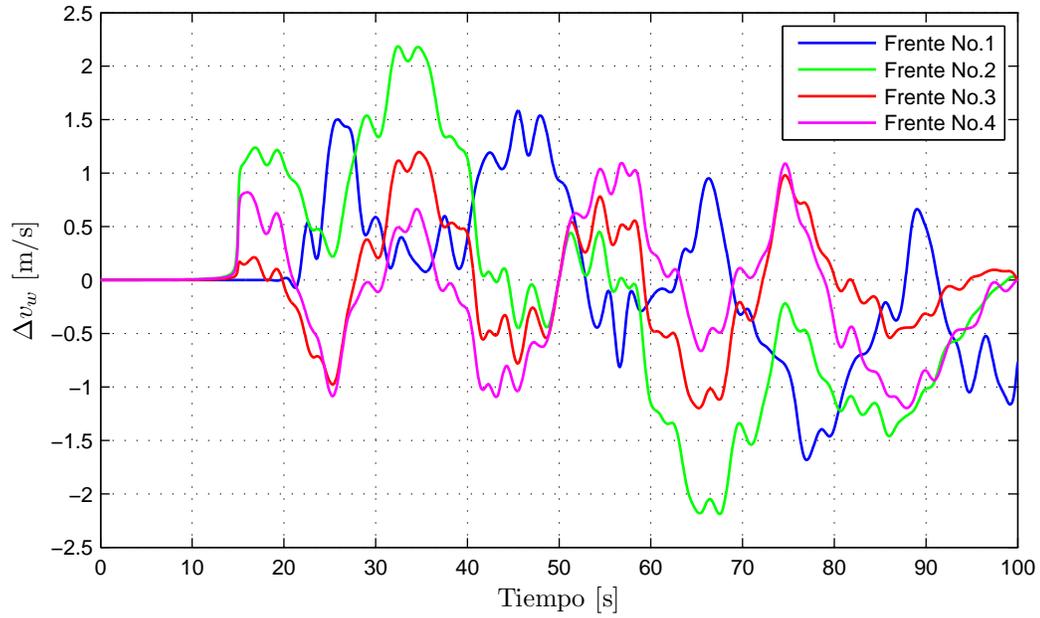


Figura 4.5: Frentes de viento utilizados en simulaciones dinámicas para cada fila de aerogeneradores en Parque Eólico Totoral.

# Capítulo 5

## Resultados

### 5.1. Reducción de orden

#### 5.1.1. Modelos de orden reducido

El orden final del sistema reducido es un grado de libertad por lo que se hace un análisis exploratorio previo, a modo de ensayo y error, para obtener conclusiones acerca de dicho orden y el desempeño de los métodos de reducción.

Como se discute en la metodología, se utilizarán los valores singulares para definir a priori el orden del modelo reducido. Los valores singulares están intrínsecamente ligados a la controlabilidad y observabilidad, por lo que la diferente definición de variables de entrada, para cada caso (A y B) de la metodología, entrega la posibilidad de obtener diferentes grupos de valores singulares para cada situación.

En las figuras 5.1 y 5.2 se presentan los valores singulares de la turbina No.1 para los casos A y B, respectivamente. Los valores están normalizados al valor singular más grande, por ello el primero siempre es de altura unitaria. Estas figuras sirven para diferenciar la energía, o ponderación relativa, de los estados en orden correlativo. Recordar que los estados a que se hacen mención corresponden a la representación balanceada del sistema y no otra. Por lo tanto, los valores singulares son sólo una referencia para obtener sistemas de orden reducido con técnicas que utilizan otras representaciones, que a pesar de ser equivalentes, no son balanceadas.

Entonces, de acuerdo a los valores singulares de Hankel, se obtiene el orden reducido para cada escenario en la tabla 5.1. El criterio utilizado consiste en: el número de valores singulares mayores al 0.1 indica el orden a implementar. A modo de ejemplo, y bajo el criterio definido, los casos A1 y B1 determinan un modelo reducido de 3er orden, mientras que los escenarios A3 y B3 resultan en modelos reducidos de 2do orden.

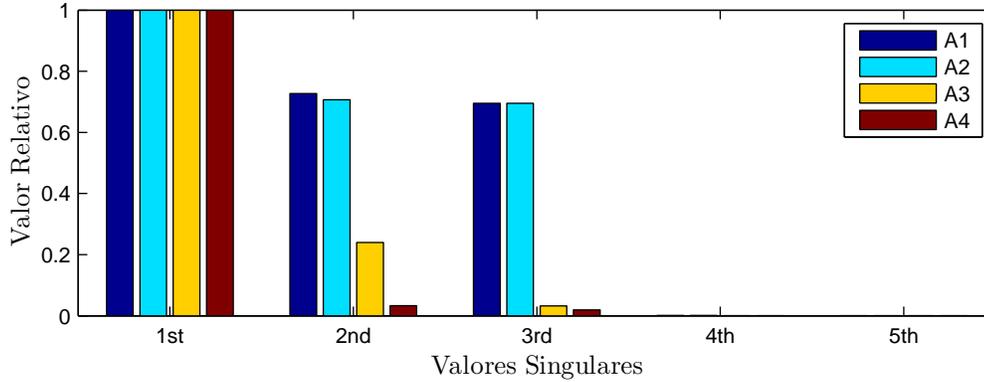


Figura 5.1: Valores Singulares de la turbina No.1 del caso A.

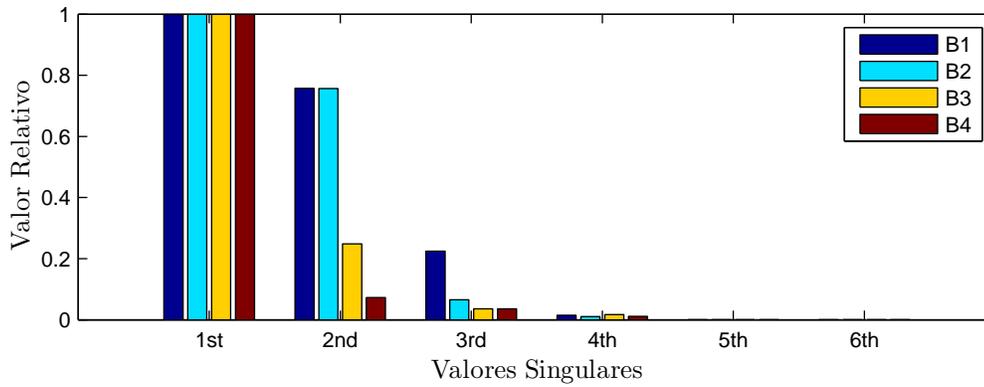


Figura 5.2: Valores Singulares de la turbina No.1 del caso B.

Tabla 5.1: Orden de sistemas reducidos por caso.

| Casos    | Escenarios |   |   |   |
|----------|------------|---|---|---|
|          | 1          | 2 | 3 | 4 |
| <b>A</b> | 3          | 3 | 2 | 1 |
| <b>B</b> | 3          | 2 | 2 | 1 |

Los modelos reducidos obtenidos mediante BT, consisten en truncar las representaciones balanceadas de cada caso en la cantidad de valores singulares mayores a 0.1pu de las figuras 5.1 y 5.2, mientras que para obtener modelos reducidos a través de M-M, se aplica el algoritmo de Arnoldi por bloques seleccionando en cada caso las funciones de transferencia de las que se mantendrán sus momentos.

De acuerdo al criterio usado para determinar el número de variables de estado, se tiene una cantidad limitada de funciones de transferencias para coincidir. En el caso A1 con 10 funciones de transferencia y un modelo final reducido de 3 variables de estado se logran coincidir no más de 3 funciones, que bien podría ser una misma con mayor

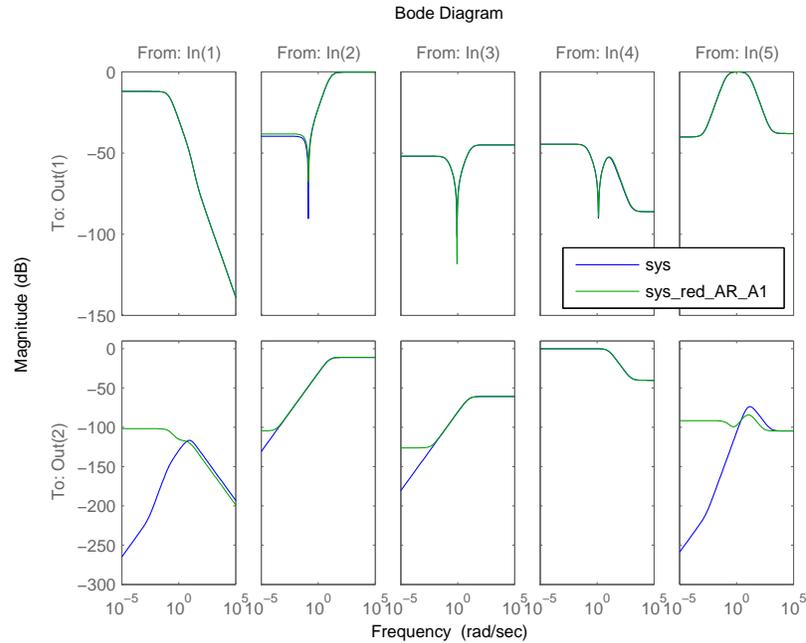


Figura 5.3: Funciones de transferencia para el modelo completo (lineal) y para el modelo reducido con el algoritmo Arnoldi; caso A1.

cantidad de momentos, o bien distribuidos entre las 10 totales. Cabe destacar que al usar 3 funciones como objetivo, las 7 restantes se ven perjudicadas motivo por el cual se debe realizar una evaluación posterior sobre el desempeño de las funciones elegidas.

En los casos A3 y A4 (figuras 5.5 y 5.6) se dispone de menor cantidad de estados (dos para el caso A3 y uno para el caso A4), pero también menos funciones de transferencia, entonces es más fácil notar la similitud de funciones entre los modelos completo y reducido.

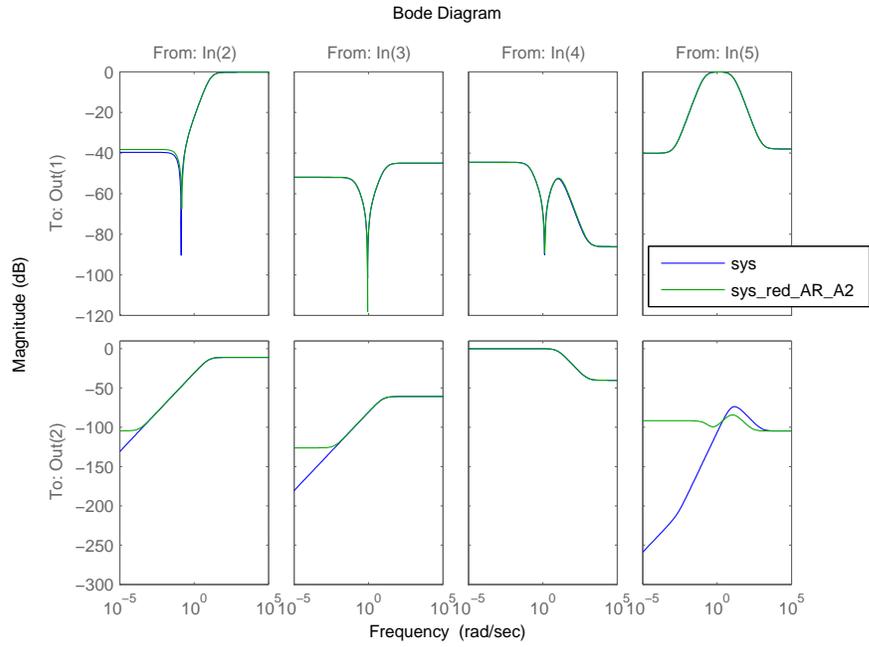


Figura 5.4: Funciones de transferencia para el modelo completo y para el modelo reducido con el algoritmo Arnoldi; caso A2.

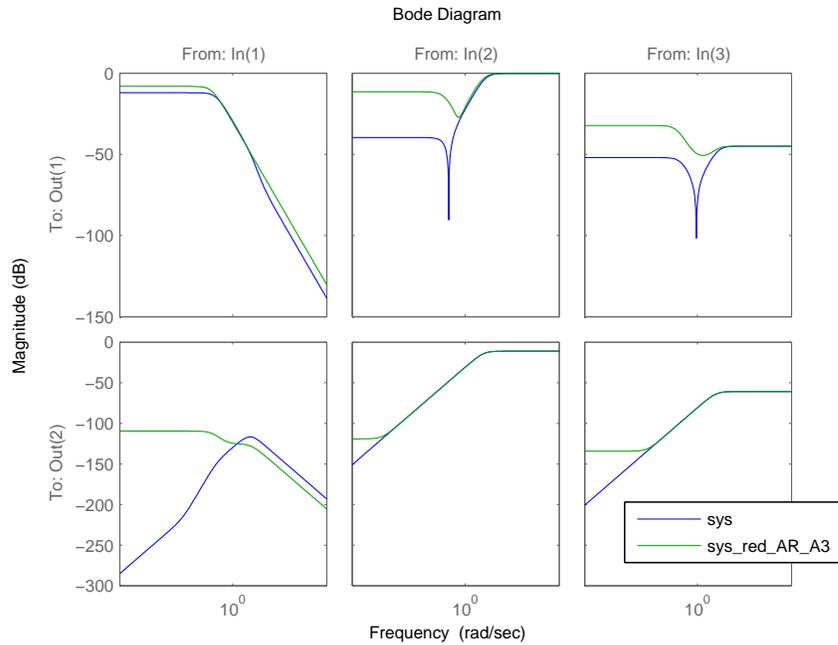


Figura 5.5: Funciones de transferencia para el modelo completo y para el modelo reducido con el algoritmo Arnoldi; caso A3.

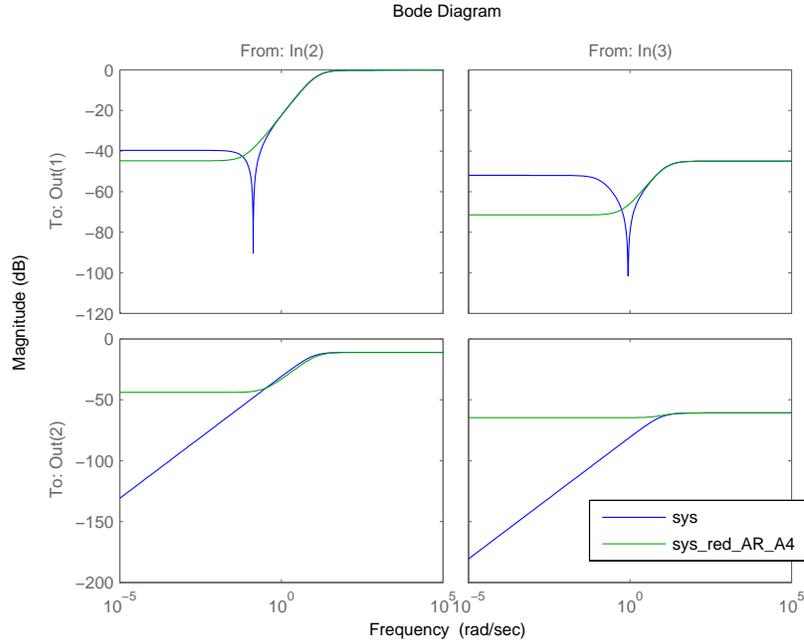


Figura 5.6: Funciones de transferencia para el modelo completo y para el modelo reducido con el algoritmo Arnoldi; caso A4.

### 5.1.2. Reducción de parque

Similar a lo planteado como metodología de reducción para aerogeneradores individuales, el parque eólico se considera como un sólo sistema con jacobiano de 115 ecuaciones de estado (5 estados por cada una de las 23 turbinas, caso A); una matriz de entrada con potencia activa de referencia  $Q_{ref}$ , señal de potencial adicional para regular frecuencia  $P_f$ , señales de tensión y frecuencias en el PCC y cuatro variables de velocidad de viento agrupadas de acuerdo a las filas de aerogeneradores en la figura 4.1 (ocho variables de entrada en total); una matriz de salida de  $2 \times 2$  con potencia activa y reactiva generada hacia la red por cada una de las 115 variables de estado; y una matriz directa de ocho variables de entrada por dos variables de salida.

La reducción del parque se hace de manera idéntica a las unidades individuales y los pasos para aplicar el método de Truncamiento Balanceado se resumen a continuación,

1. Se obtienen los valores singulares de Hankel desde las matrices linealizadas (jacobiano, entradas, salidas y términos directos).
2. Se determina el orden del sistema reducido en base a la comparación relativa de los valores singulares (por ejemplo, si los primeros valores son cinco veces mayor que el tercer valor, se escogerá un sistema reducido de segundo orden).

3. Se obtienen los factores de Cholesky.
4. Se obtiene una realización balanceada.
5. Se truncan todos los elementos bajo el último valor de Hankel apreciable.

Los pasos para aplicar Coincidencia de Momentos son,

1. Se elige un vector columna de la matriz de entrada y un vector fila de la matriz de salida.
2. Se usa el algoritmo *Two-Sided Arnoldi* con los vectores escogidos para obtener los vectores de reducción  $V$  y  $W$  (ecuación 2.21).
3. Se repiten los primeros dos pasos hasta que los vectores  $V$  y  $W$  tengan tantas columnas como se desee el orden del sistema reducido.

## 5.2. Simulaciones dinámicas

### 5.2.1. Ensayos sobre modelos reducidos

#### Contingencia del generador de mayor tamaño del sistema

Debido a que, tanto para el caso A1 como A2, se obtuvieron modelos de 3er orden, las respuestas son idénticas por inspección gráfica. Más adelante, en el cálculo del error, se demostrará que no son completamente iguales

Las figuras 5.7 y 5.9 muestran un buen comportamiento de la potencia reactiva con los tres métodos en estado estacionario, pero en las oscilaciones a alta frecuencia hay una gran diferencia entre BT y M-M en contraste con SMA 5.8. Sin embargo, en potencia activa falla el modelo obtenido por SMA; éste conserva posee una leve oscilación pero no logra rescatar el comportamiento del control de participación de frecuencia. Claramente los modos conservados por el método SMA son de alta frecuencia en desmedro de las oscilaciones más lentas debido a los gobernadores de la red.

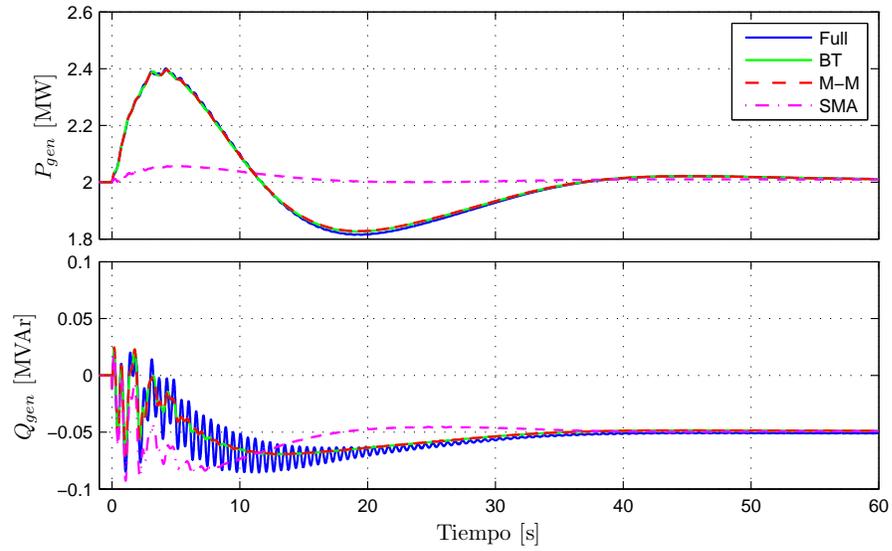


Figura 5.7: Desconexión de la unidad a carbón Central Santa María de 397MW. Modelos reducidos para el caso A1.

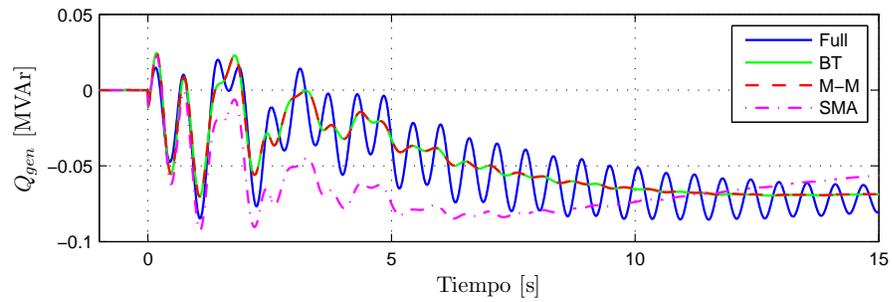


Figura 5.8: Desconexión de la unidad a carbón Central Santa María de 397MW. Acercamiento de la señal de potencia reactiva en figura 5.7.

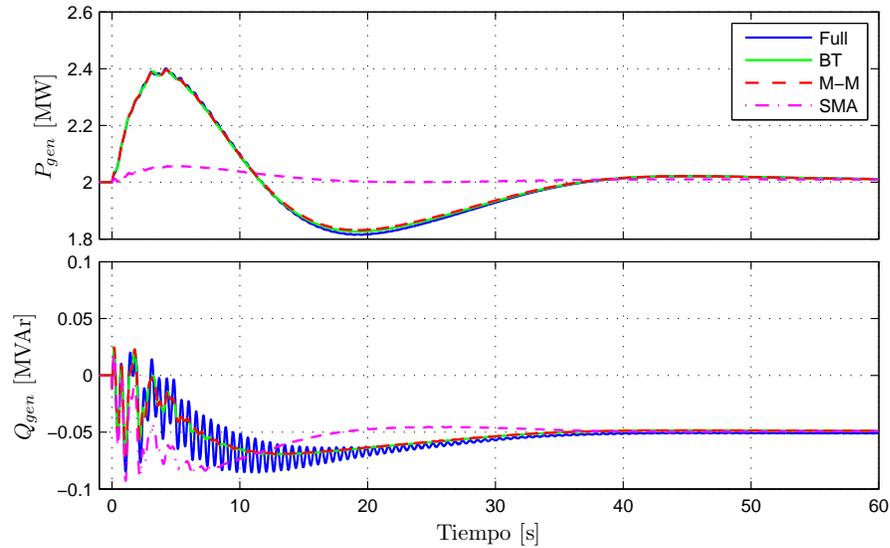


Figura 5.9: Desconexión de la unidad a carbón Central Santa María de 397MW. Modelos reducidos para el caso A2.

En las figuras 5.10 y 5.11 se desactivan los controles de parque por lo que la exigencia en ambas situaciones para todos los modelos consiste en no verse afectados por las variaciones de la red. En ambos casos, A3 y A4, el modelo completo está casi desacoplado de la red siendo más relevantes las variaciones de tensión que las de frecuencia como ocurre en la maniobra practicada. Esto se debe a que, ante generadores más primitivos, los métodos de reducción poseen buen desempeño pero se comienza a percibir el efecto de la dependencia no lineal de las variables de la red como la tensión. En la figura 5.10 los modelos de SMA y M-M se alejan del valor real siendo el último el más crítico ya que posee el mayor error en estado estacionario de potencia activa; para la potencia reactiva se obtienen resultados aceptables ya que las oscilaciones de alta frecuencia se de baja magnitud. La figura 5.11 presenta un mejor resultado, en potencia reactiva, para el modelo de M-M pero empeora los modelos obtenidos con BT y SMA; este último tiene buen seguimiento de la potencia activa en muy bajas frecuencias y que, al parecerse mucho al caso A3 indica que el modo conservado en adicional de A3 no produce diferencias significativas. De todas formas, el último caso corresponde a modelos de 1er orden, por lo que se pueden dar situaciones donde el error obtenido sea aceptable si se necesitan modelos de muy bajo orden.

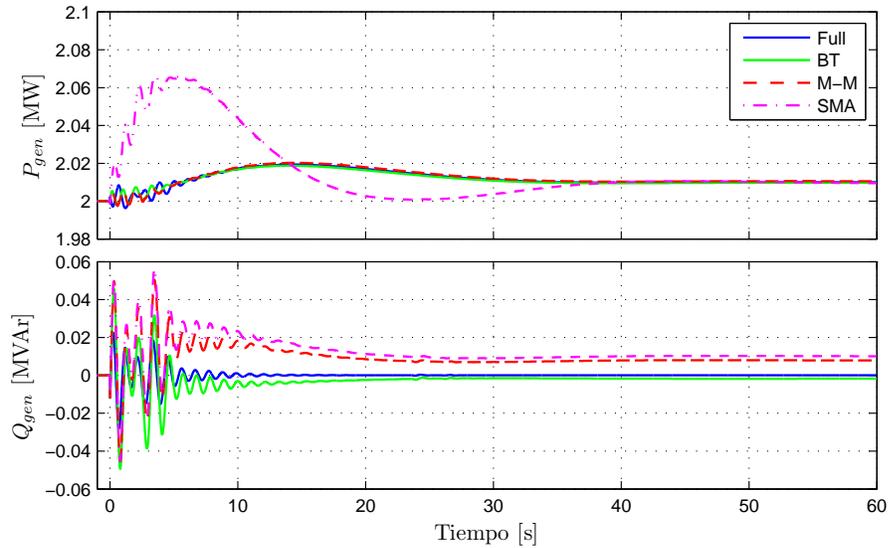


Figura 5.10: Desconexión de la unidad a carbón Central Santa María de 397MW. Modelos reducidos para el caso A3.

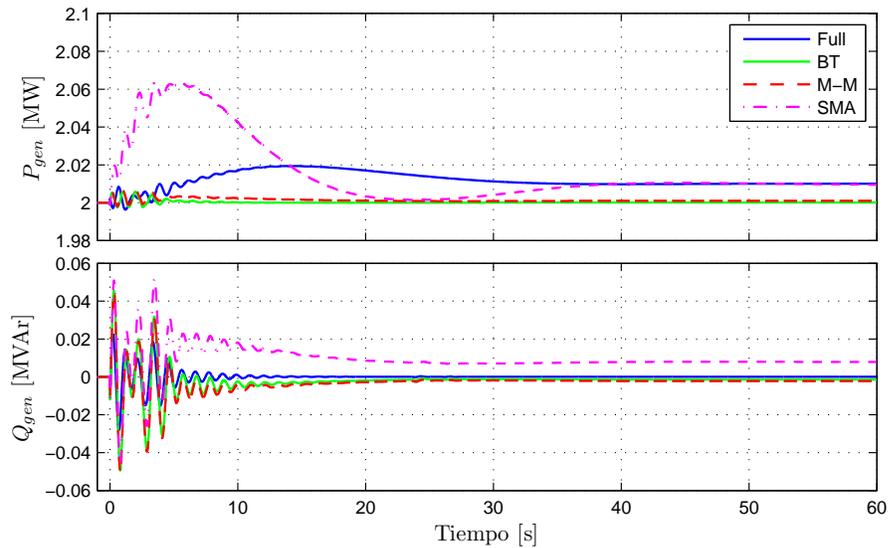


Figura 5.11: Desconexión de la unidad a carbón Central Santa María de 397MW. Modelos reducidos para el caso A4.

Todas las figuras de los casos B (5.12, 5.13, 5.14 y 5.15) muestran participación en la regulación de frecuencia ya que es un control de turbina y no de parque, como sí lo es el control supervisor de tensión. En el caso B1 (figura 5.12) el único modelo que se aleja del comportamiento real es el obtenido mediante SMA. A pesar de que tiene una oscilación similar al modelo real pero de mayor frecuencia, es el que más se acerca al valor en estado estacionario. En la parte transitoria de la respuesta, los modelos obtenidos con M-M y

BT tienen un seguimiento bastante bueno en potencia activa y potencia reactiva, mientras que el modelo por SMA claramente no conserva la dinámica ni el valor permanente de la potencia reactiva.

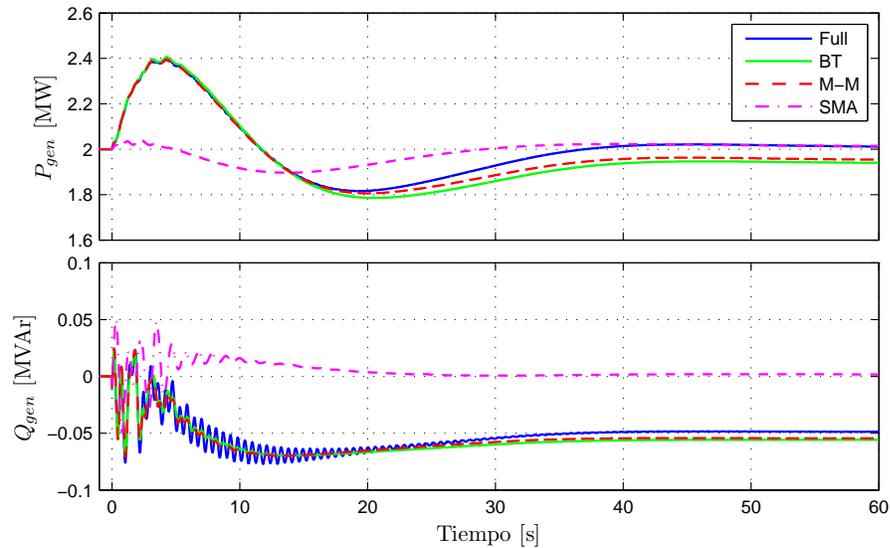


Figura 5.12: Desconexión de la unidad a carbón Central Santa María de 397MW. Modelos reducidos para el caso B1.

La figura 5.13 correspondiente al caso B2, muestra los resultados de modelos de menor orden al del caso B1, por lo que se puede apreciar rápidamente la pérdida de calidad de seguimiento con los métodos M-M y BT. El modelo de SMA de 2do orden es similar al caso anterior, razón por la que se puede inferir que el modo conservado en B1 se mantiene en B2.

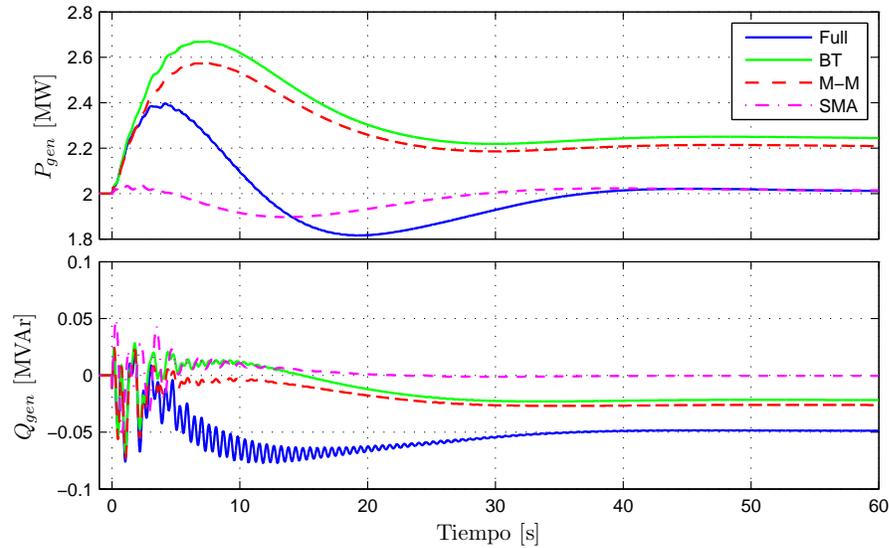


Figura 5.13: Desconexión de la unidad a carbón Central Santa María de 397MW. Modelos reducidos para el caso B2.

En el caso B3 (figura 5.14) el control de tensión desactivado radica en conservar la potencia reactiva en su valor inicial. La potencia activa de este ensayo conserva buena aproximación en los modelos de orden reducido; la potencia reactiva presenta un mayor desafío en las oscilaciones de alta frecuencia, aunque éstas podrían despreciarse por ser de baja amplitud y rápido decaimiento. Es claramente apreciable que la respuesta de potencia reactiva del modelo obtenido por BT se asemeja a su correspondiente respuesta en potencia activa indicando un acoplamiento ficticio a causa de la reducción.

En los modelos de 1er orden de la figura 5.15 se observan los resultados de la sobresimplificación del problema. Las propiedades conservadas con cada uno de los métodos recurren a sólo un valor propio, que está enfocado en las oscilaciones más lentas o bien en la conservación de la potencia activa. La potencia reactiva pierde prioridad en este caso B4, por lo que su respuesta es un escalamiento de las respuestas de potencia activa. Los modelos de M-M y BT todavía intentan conservar la participación en regulación de frecuencia pero con gran error en estados transitorio y permanente, mientras que el modelo obtenido por SMA logra bastante menor aproximación.

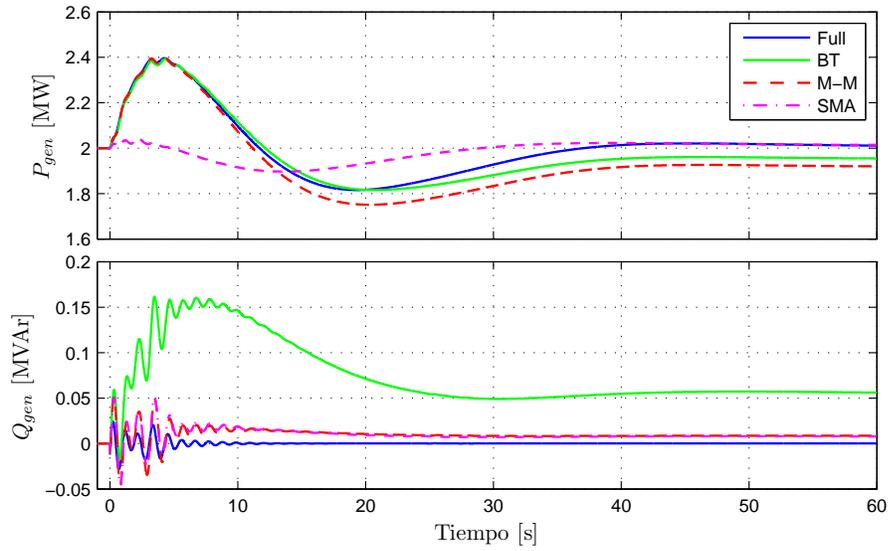


Figura 5.14: Desconexión de la unidad a carbón Central Santa María de 397MW. Modelos reducidos para el caso B3.

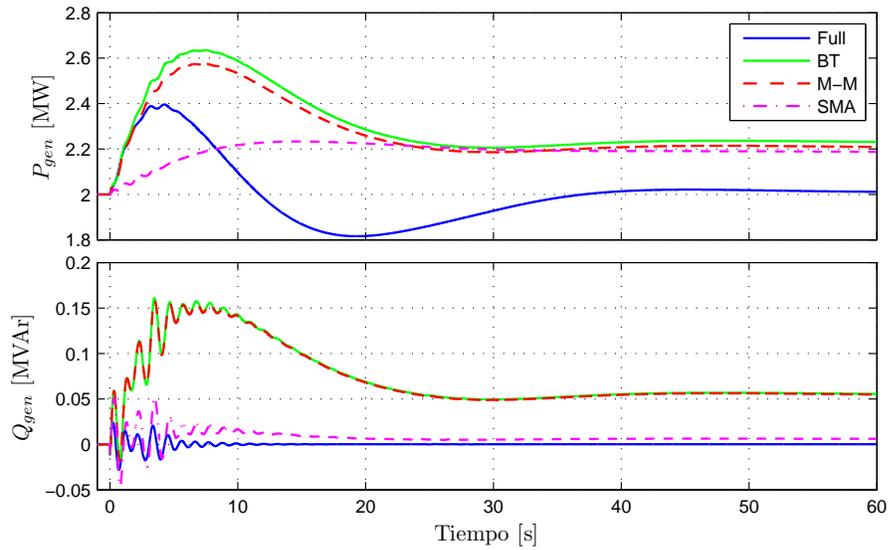


Figura 5.15: Desconexión de la unidad a carbón Central Santa María de 397MW. Modelos reducidos para el caso B4.

### Escalón de tensión en el PCC

El escalón de tensión en el punto común de conexión (PCC) simula, desde el punto de vista de las variables vistas por el parque, un cortocircuito simétrico alejado ya que se logra una tensión mínima cercana a 0.8pu, valor que no es muy exigente en

comparación a cortocircuitos dentro del parque, pero permite tener una percepción a priori de la sensibilidad de los controles de éste y sus modelos reducidos.

La gran variación de tensión en la red y la baja capacidad de la carta de operación de aerogeneradores satura rápidamente al control supervisor de tensión, fenómeno apreciable en las figuras 5.16, 5.17, 5.20 y 5.21.

El hecho de que las figuras 5.16 y 5.17 sean idénticas demuestra que la eliminación de la variable de entrada viento para obtención de modelos reducidos, no perjudica su desempeño para variaciones exclusivas de la red como un escalón de tensión en terminales. Desde el punto de vista de análisis, sólo está fallando transitoriamente el modelo obtenido por SMA en la potencia activa pero con una buena aproximación en la potencia reactiva.

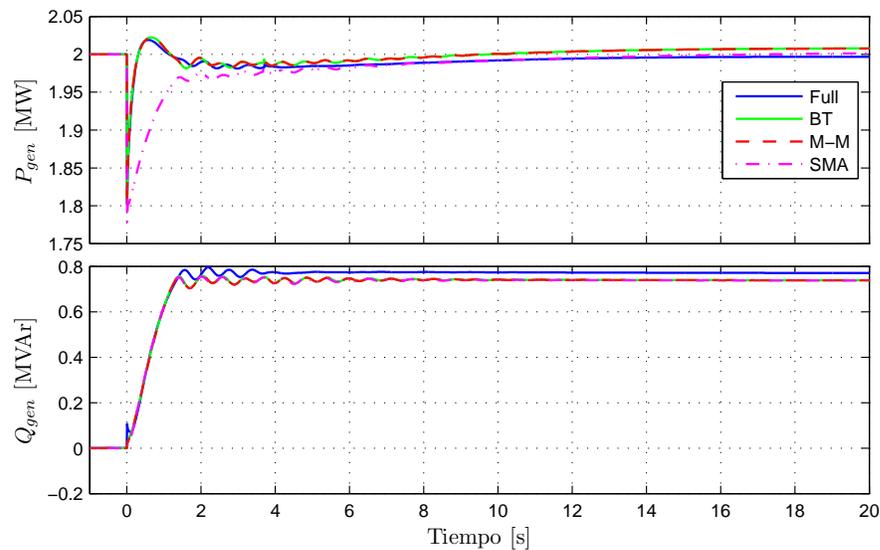


Figura 5.16: Caída de tensión en el PCC mediante actuación de MAIS en Las Palmas 220kV. Modelos reducidos para el caso A1.

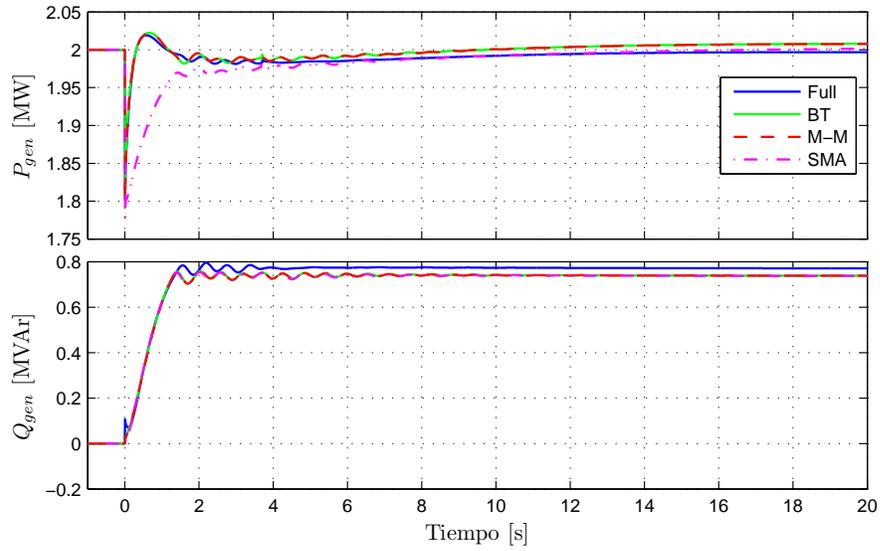


Figura 5.17: Caída de tensión en el PCC mediante actuación de MAIS en Las Palmas 220kV. Modelos reducidos para el caso A2.

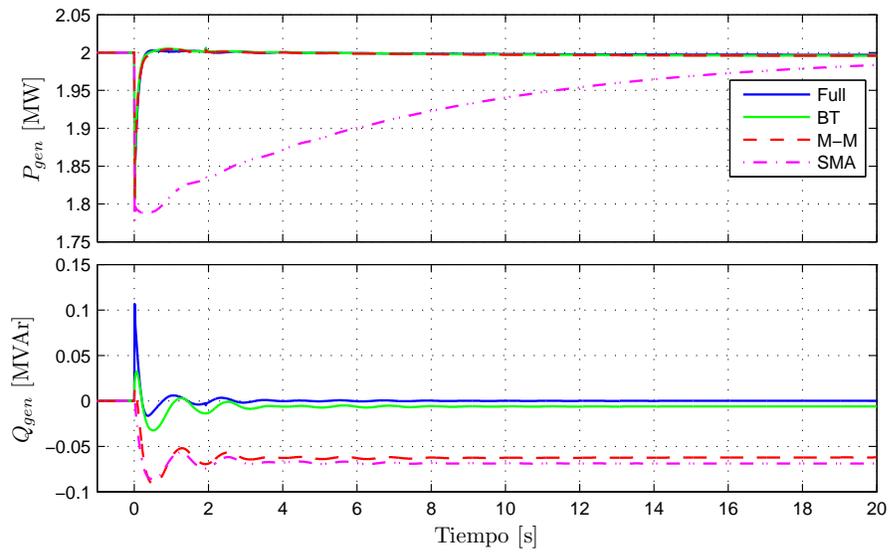


Figura 5.18: Caída de tensión en el PCC mediante actuación de MAIS en Las Palmas 220kV. Modelos reducidos para el caso A3.

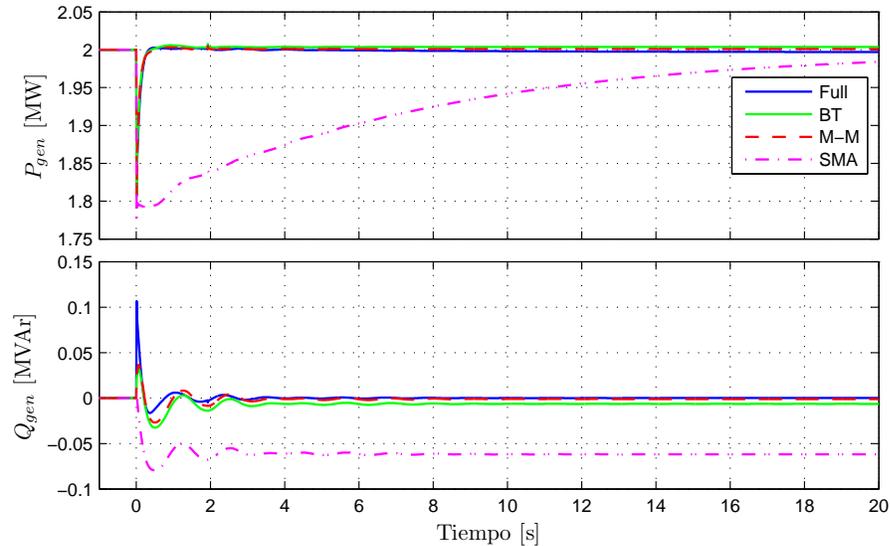


Figura 5.19: Caída de tensión en el PCC mediante actuación de MAIS en Las Palmas 220kV. Modelos reducidos para el caso A4.

Los modelos reducidos para los casos A3 y A4 (figuras 5.18 y 5.19) son muy similares. En el modelo completo son idénticos ya que en este ensayo no se realizan variaciones a la velocidad del viento. La reducción por SMA es deficiente en ambos casos mientras que el resto de los modelos resultan atractivos para 2do y 1er orden. El modelo por M-M mejora al reducir el orden, lo que se puede comprobar a través de las funciones de transferencia (figura 5.6); al dejar de lado la función que relaciona la velocidad de viento con la potencia, con el método se puede mejorar la respuesta respecto de otras entradas como la tensión en esta situación en particular. Cabe destacar que al estar desactivado el control supervisor de tensión, los modelos (completo y reducidos) deben mantener su valor inicial (2MW de activos y 0MVAR de reactivos), ya que en estado permanente no hay cambios en la referencia de potencia.

En los casos B1 y B2 (3er y 2do orden respectivamente) resultan buenas aproximaciones para lo métodos de M-M y BT manteniendo un exactitud en oscilaciones transitorias y en estado permanente. Se debe destacar que al reducir en 1 grado los modelos se mantiene un respuesta sin perder gran precisión (figuras 5.20 y 5.21).

Los casos en que se desactiva el control supervisor de tensión, B3 y B4 (figuras 5.22 y 5.23), tienen un desempeño muy similar a sus homólogos en los casos A con pequeñas diferencias numéricas. En todos los casos con modelos de menor orden (A3, A4, B3 y B4), existe bajo seguimiento de las oscilaciones de potencia reactiva ya que las características conservadas dan mayor protagonismo a las bajas frecuencias, que para el modelo estudiado corresponde a las funciones que participan en las variables mecánicas. Es más, en los casos B3 y B4, donde la participación de frecuencia está dentro del modelo reducido, y por lo tanto se encuentra activada, sí se logra un seguimiento en la

potencia activa.

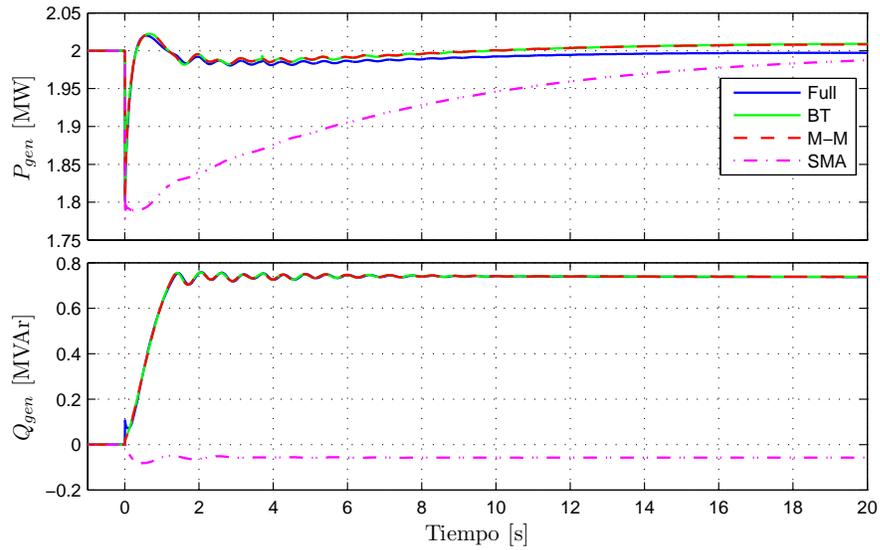


Figura 5.20: Caída de tensión en el PCC mediante actuación de MAIS en Las Palmas 220kV. Modelos reducidos para el caso B1.

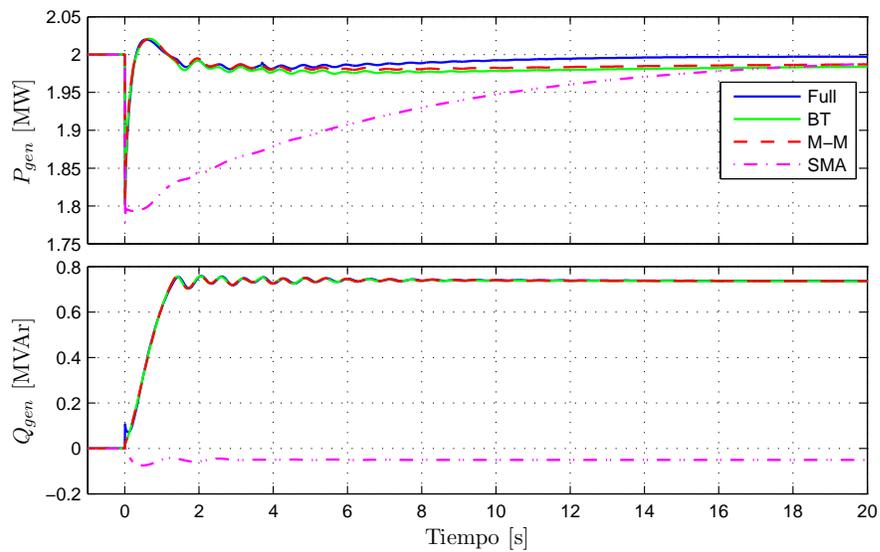


Figura 5.21: Caída de tensión en el PCC mediante actuación de MAIS en Las Palmas 220kV. Modelos reducidos para el caso B2.

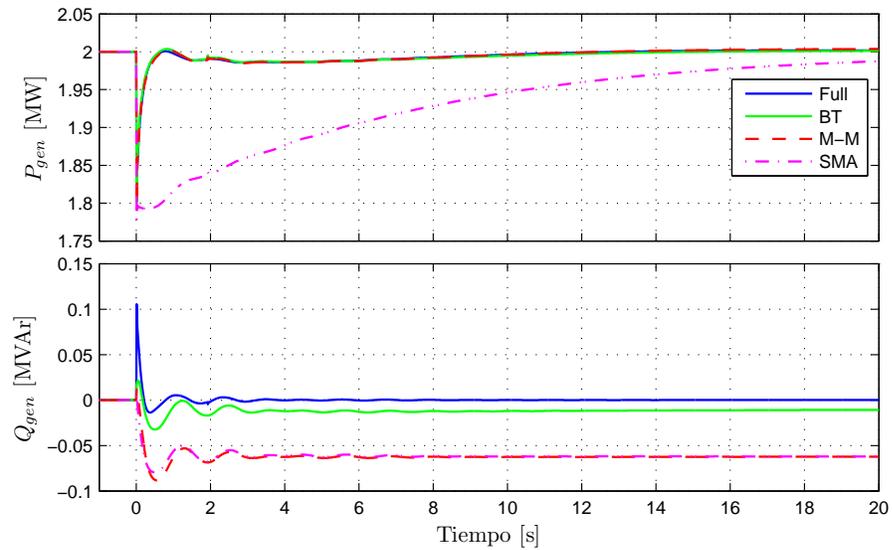


Figura 5.22: Caída de tensión en el PCC mediante actuación de MAIS en Las Palmas 220kV. Modelos reducidos para el caso B3.

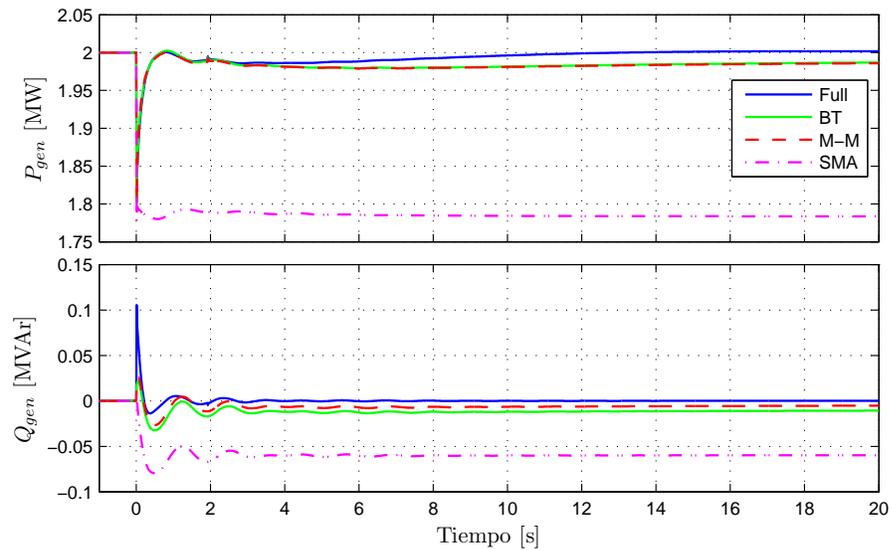


Figura 5.23: Caída de tensión en el PCC mediante actuación de MAIS en Las Palmas 220kV. Modelos reducidos para el caso B4.

### Escalón de tensión de referencia

Este ensayo y los siguientes sólo muestran los casos que admiten variaciones de las variables de entrada indicadas. El escalón de tensión de referencia se realiza en la entrada del control supervisor, por lo que sólo se puede realizar la maniobra en los casos A1,

A2, B1 y B2. A pesar de ello, entre casos A1 y A2 no hay diferencia por ser constantes el viento y la frecuencia que se relacionan mayormente con la potencia activa (lo mismo ocurre entre B1 y B2). Entonces se presentan sólo los resultados de A2 y B2.

En los resultados de ambos casos (figuras 5.25 y 5.27) de 3er y 2do orden respectivamente, se puede observar el efecto que tiene conservar los modos “más relevantes” al utilizar SMA; en este estudio se consideran más relevantes los modos más lentos o los menos amortiguados que suelen estar asociados a variables mecánicas. Los métodos M-M y BT se enfocan en las variables de salida transformado los modos en función de este objetivo. Por ello son más útiles para el estudios de maniobras de diferente naturaleza.

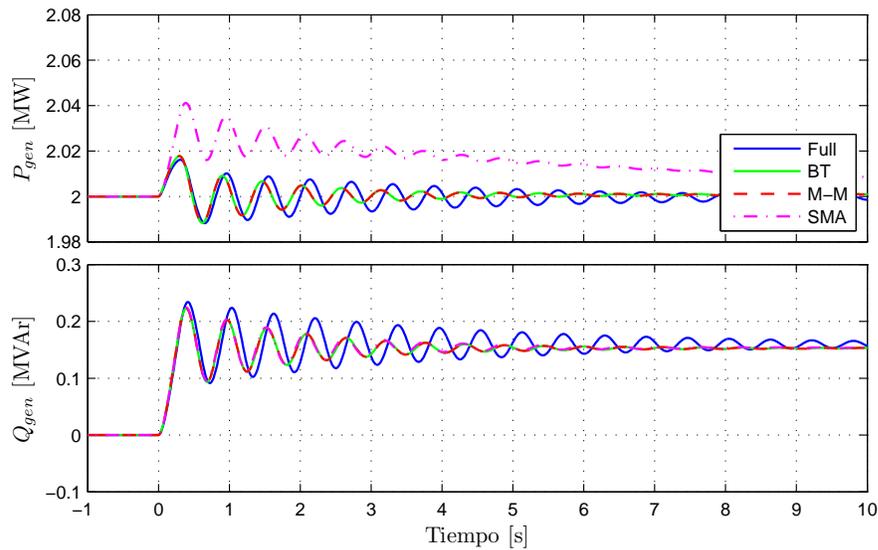


Figura 5.24: Escalón en la tensión de referencia del Control Supervisor. Modelos reducidos para el caso A1.

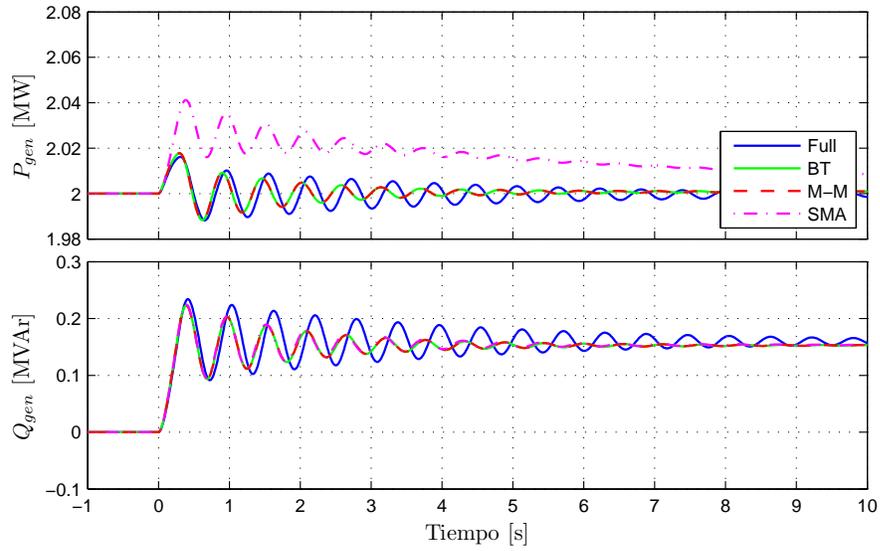


Figura 5.25: Escalón en la tensión de referencia del Control Supervisor. Modelos reducidos para el caso A2.

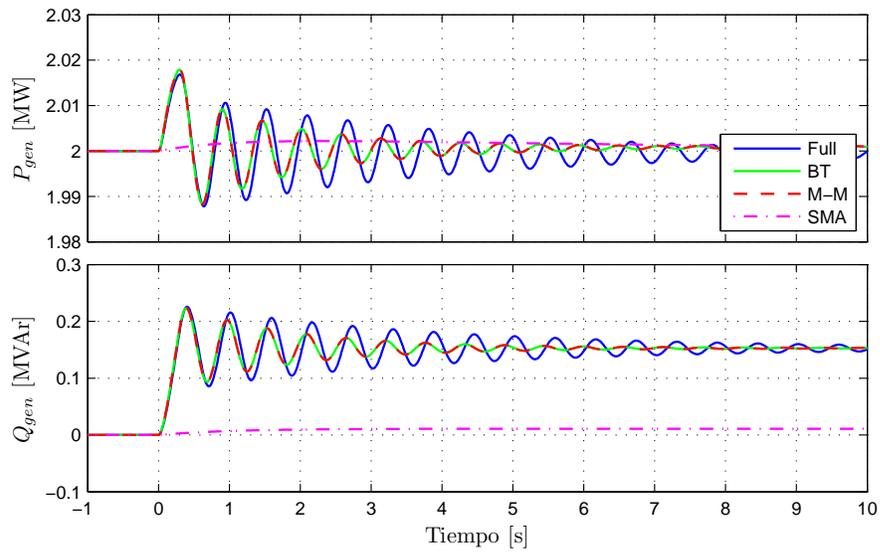


Figura 5.26: Escalón en la tensión de referencia del Control Supervisor. Modelos reducidos para el caso B1.

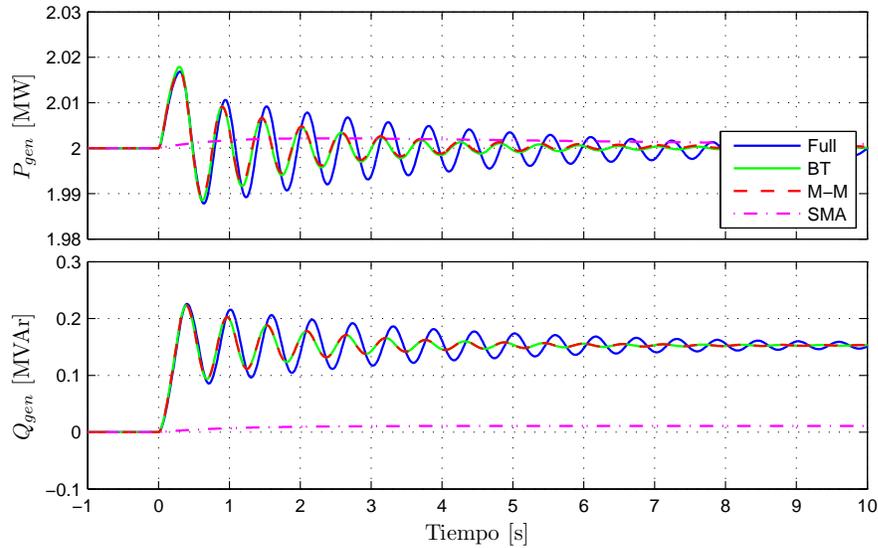


Figura 5.27: Escalón en la tensión de referencia del Control Supervisor. Modelos reducidos para el caso B2.

### Escalón de velocidad de viento

El ensayo de escalón de velocidad de viento, es una situación que en la realidad no suele ocurrir, ya que las variaciones de viento son menos intempestivas. A pesar de existir ráfagas de viento, éstas no ocurren de un momento para otro sino que toma un tiempo del orden de los segundos en producir cambios relevantes. Los casos que permiten variaciones de velocidad de viento corresponden a A1, A3, B1 y B3.

La diferencia en estado permanente de este ensayo, especialmente en las figuras 5.28 y 5.30 por ser las de mejor aproximación, es útil para verificar la suposición inicial de que la turbina tiene un modelo cercano a uno lineal en variaciones de viento. El escalón de 1m/s entrega errores en la respuesta de los modelos reducidos, en el orden de 0.05MW cuando la turbina está entregando 2.55MW (1.96 %). Dependiendo de la importancia de la precisión se podría llegar a escalones de vientos de mayor magnitud.

Cuando el control supervisor se encuentra activo, la potencia reactiva debería variar sólo con la señal de la tensión sin recibir la influencia directa de la variación de viento. Por ello, todas las gráficas de este ensayo tienen variaciones muy pequeñas de reactivos, entendiendo que la enorme capacidad de controlar tensión en el SIC no se deja perturbar por pequeñas variaciones de un sólo parque eólico.

En los casos A3 y B3 (figuras 5.29 y 5.31), la potencia reactiva tiende a seguir la forma de la evolución de la potencia activa ya que se tienen modelos de muy bajo orden con los cuales representar todos los fenómenos originales.

El caso más deficiente lo presenta B1 con el modelo de 1er orden obtenido mediante SMA. El modo elegido posee mayor participación en la variable de velocidad mecánica, y por lo tanto no incide mayormente en las respuestas eléctricas como lo es la potencia reactiva.

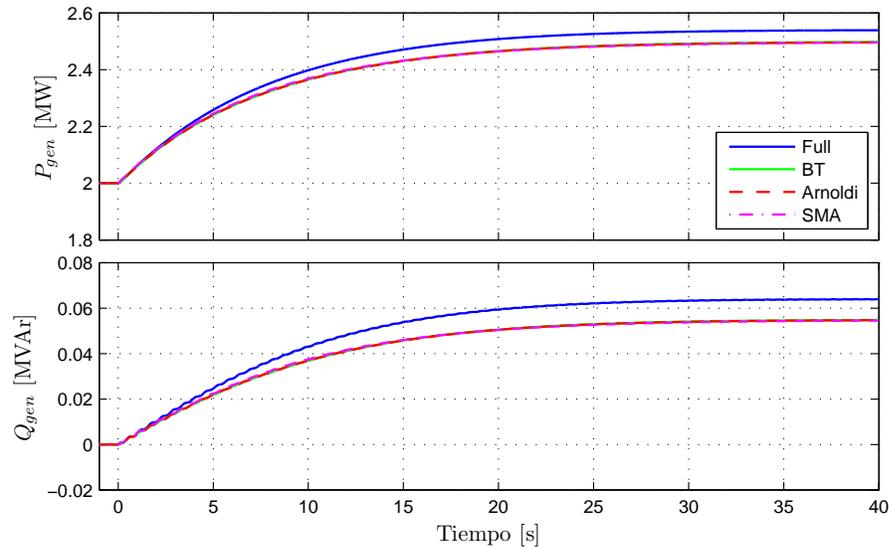


Figura 5.28: Escalón de velocidad de viento. Modelos reducidos para el caso A1.

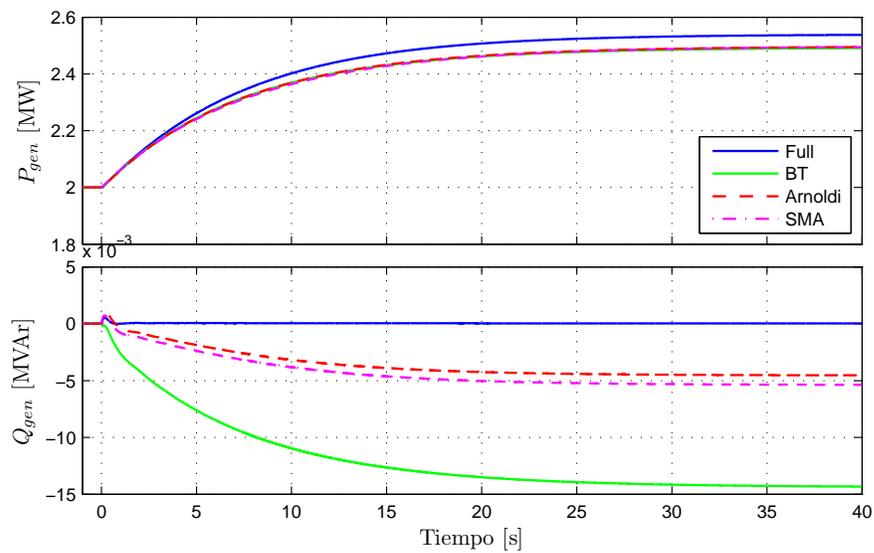


Figura 5.29: Escalón de velocidad de viento. Modelos reducidos para el caso A3.

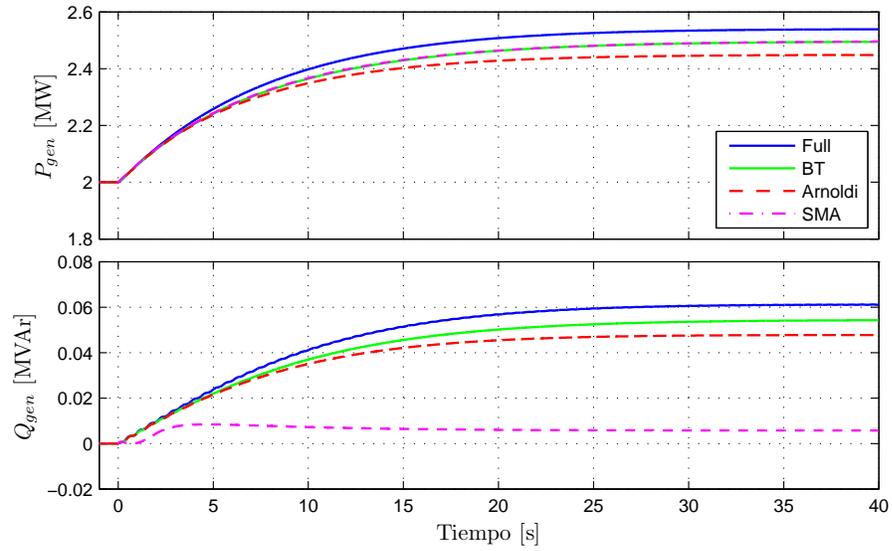


Figura 5.30: Escalón de velocidad de viento. Modelos reducidos para el caso B1.

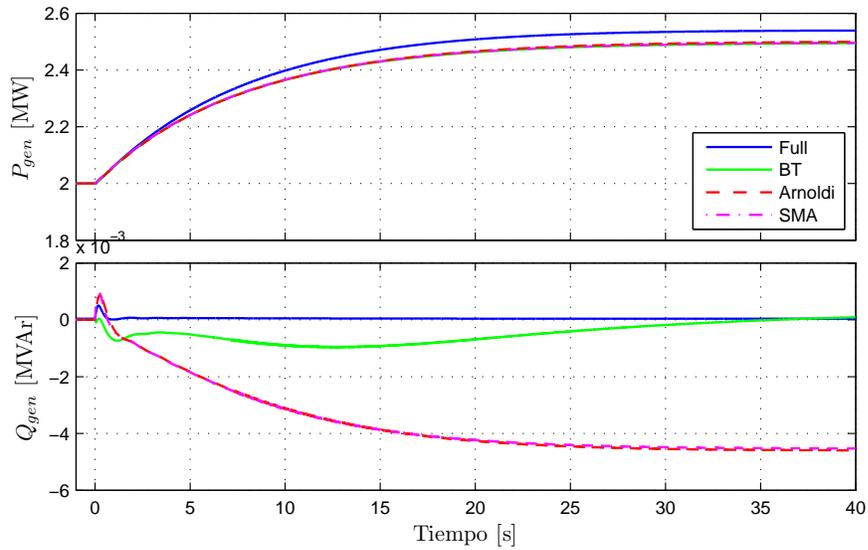


Figura 5.31: Escalón de velocidad de viento. Modelos reducidos para el caso B3.

### Variaciones de viento

A diferencia del escalón de viento, las variaciones de viento utilizadas permiten evaluar los modelos en frecuencias más usuales que se dan en la práctica, ya que en teoría es muy difícil que el viento logre un estado permanente no variable como se simula con las pruebas de escalón. Los mismos casos de la sección anterior aplican en este ensayo.

Todas las respuestas en potencia activa conservan una buena aproximación incluso para los modelos de 2do orden. La potencia reactiva, por otro lado, tiene variaciones porcentuales mayores pero que en términos absolutos se podrían considerar despreciables.

Los casos A1 y B1 (figuras 5.32 y 5.34) se diferencian principalmente en la respuesta de potencia reactiva ya que, al incluir la participación en regulación de frecuencia al modelo a reducir en el caso B1, todos los métodos deben aproximar al mismo orden que el caso A1 pero con un modelo base de 1 grado más complejo. La misma explicación se puede utilizar para lo que ocurre con los casos A3 y B3 (figuras 5.33 y 5.35).

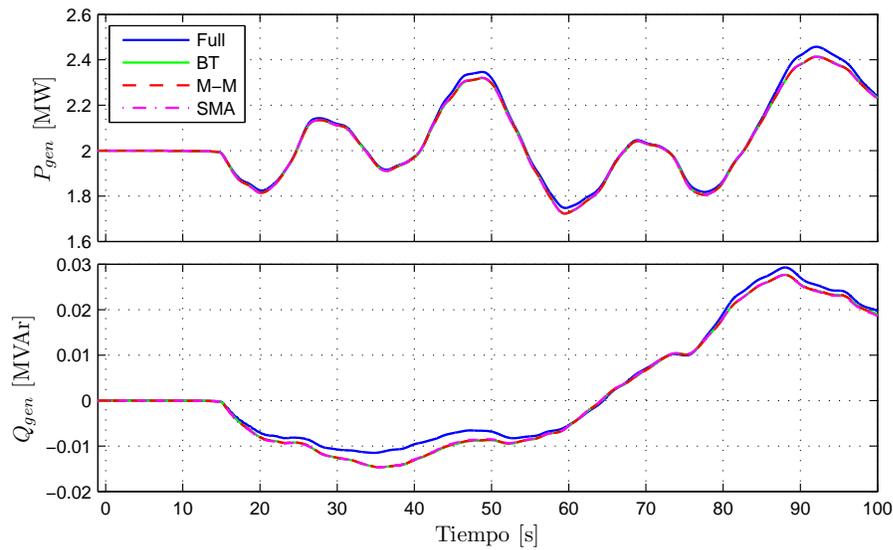


Figura 5.32: Variaciones de velocidad de viento. Modelos reducidos para el caso A1.

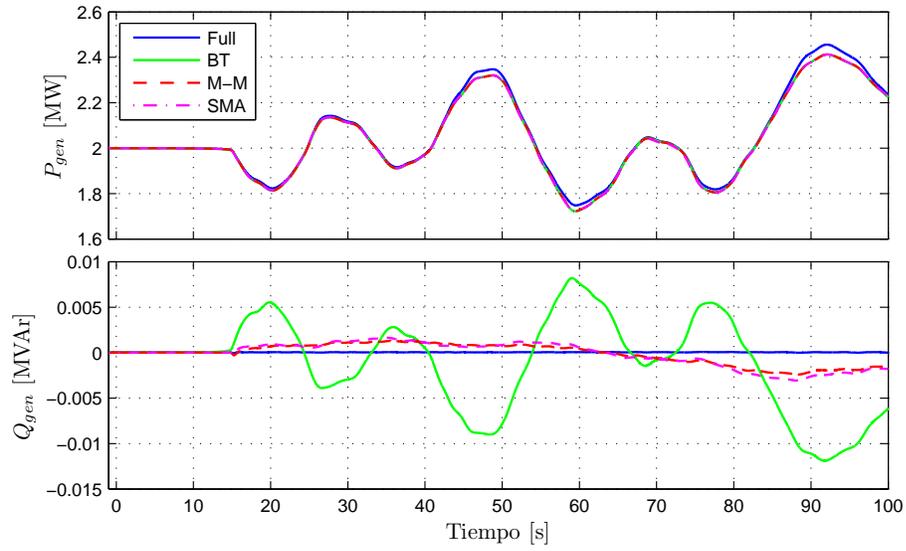


Figura 5.33: Variaciones de velocidad de viento. Modelos reducidos para el caso A3.

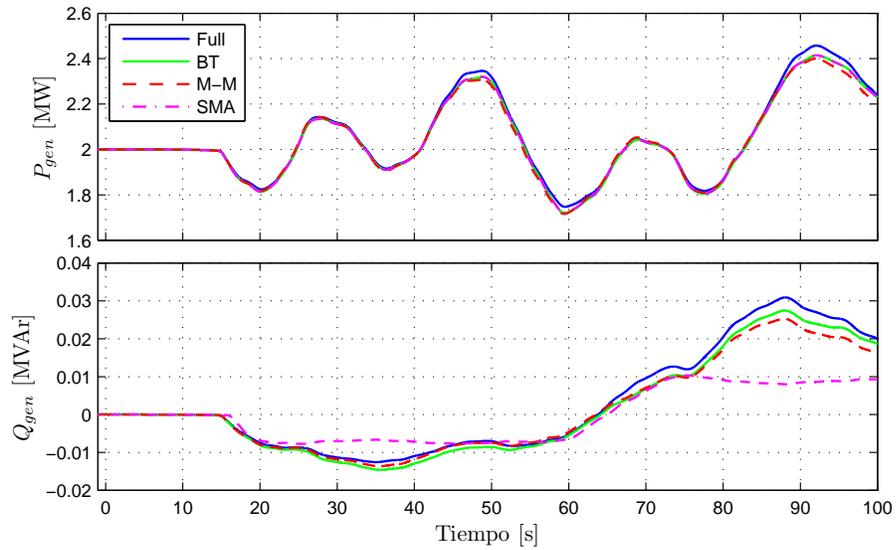


Figura 5.34: Variaciones de velocidad de viento. Modelos reducidos para el caso B1.

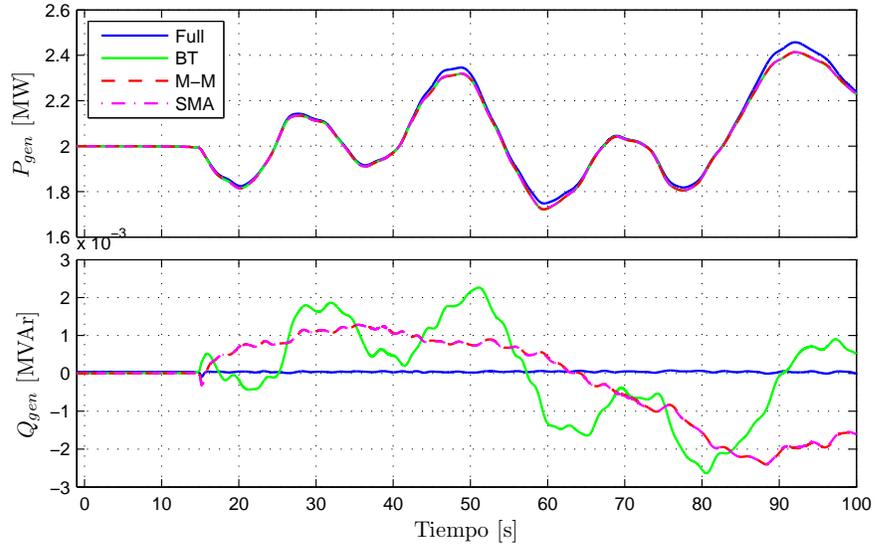


Figura 5.35: Variaciones de velocidad de viento. Modelos reducidos para el caso B3.

### 5.2.2. Ensayos sobre parque reducido

Todos los métodos utilizados en este apartado han demostrado buen seguimiento de las señales de potencia activa y reactiva (figuras 5.36, 5.38 y 5.39), ante variaciones de alta frecuencia y en estado estacionario. La gran ventaja del modelo agregado, o turbina equivalente, es conservar la naturaleza no lineal de la máquina, razón por la cual es más robusto ante grandes variaciones de tensión y oscilaciones no lineales del modelo (potencia reactiva en la figura 5.36 y oscilaciones en la figura 5.38).

Los métodos lineales presentan ventajas ante variaciones de viento conservando un mejor seguimientos tanto de potencia activa y reactiva (fig. 5.39).

Contingencia del generador de mayor tamaño del sistema

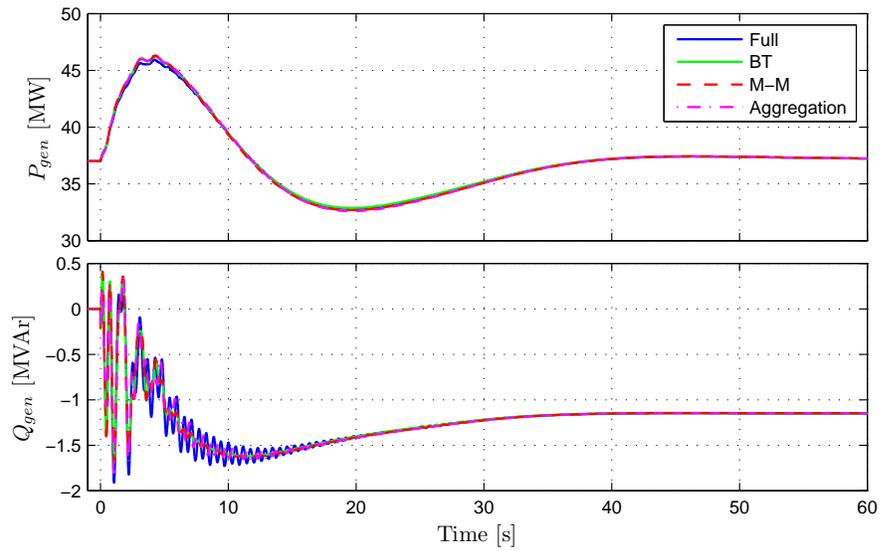


Figura 5.36: Variaciones de velocidad de viento. Modelos reducidos del parque eólico.

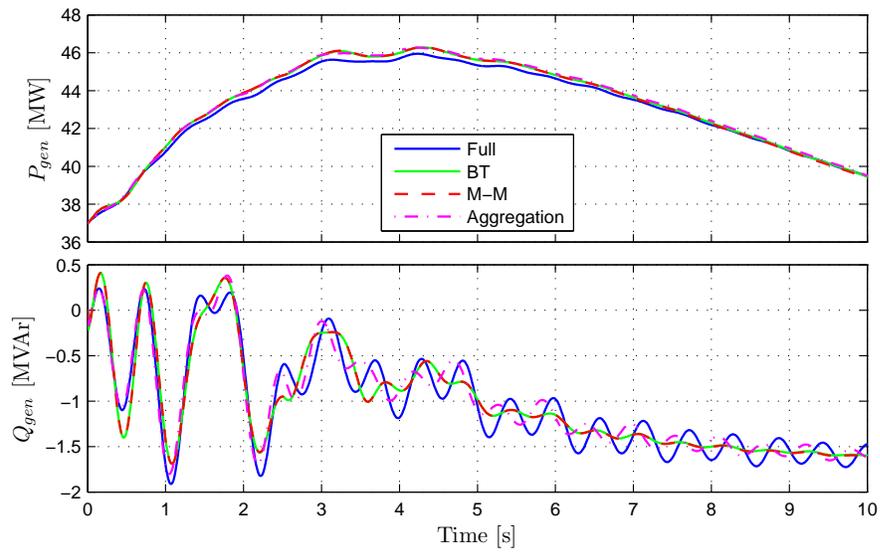


Figura 5.37: Acercamiento figura 5.36.

Escalón de tensión de referencia

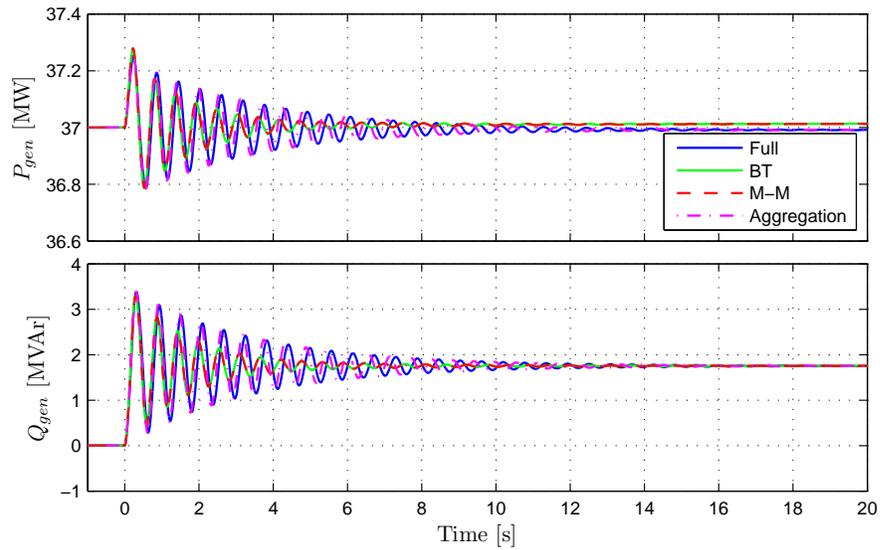


Figura 5.38: Variaciones de velocidad de viento. Modelos reducidos del parque eólico.

Variaciones de viento

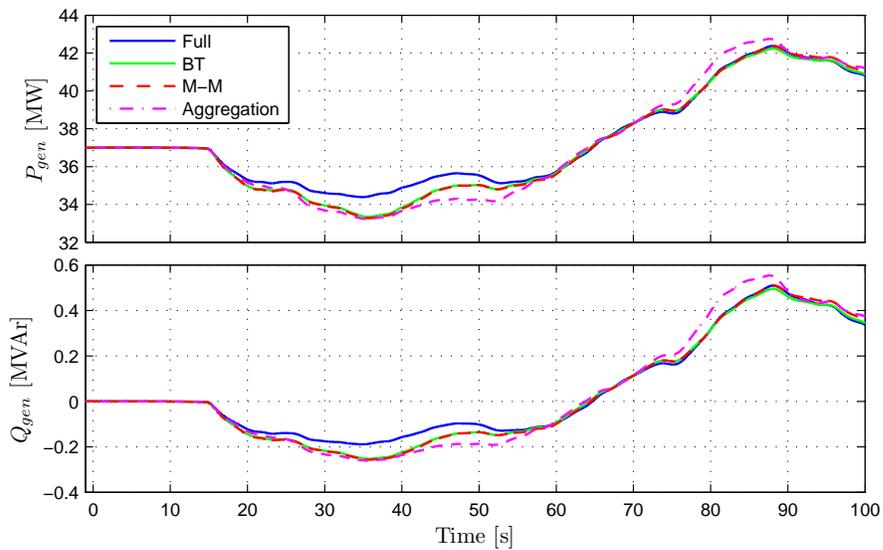


Figura 5.39: Variaciones de velocidad de viento. Modelos reducidos del parque eólico.

### 5.3. Medidas de Error

Con el objetivo de determinar la fidelidad de cada modelo, se utilizará como medida de error al error absoluto acumulado en todo el espectro de frecuencias de 0-1000Hz respecto de la señal del modelo completo. De esta forma se incluirá el factor oscilatorio en el cálculo de las diferencias entre los modelos reducidos y el modelo completo. La medida de error, por sí sola, no entrega un indicador de la eficacia del modelo, sino que es útil para medir la fidelidad relativa entre modelos, por lo que se debe usar solamente para comparar resultados.

Los errores presentados a continuación se obtiene de la acumulación de diferencias absolutas entre el espectro de Fourier de la señal original y la señal obtenida mediante el modelo de orden reducido, para las frecuencias mencionadas.

#### 5.3.1. Error en reducción de turbinas

##### Contingencia del generador de mayor tamaño del sistema

Tabla 5.2: Error en potencia activa.

| Caso | BT     | M-M    | SMA    |
|------|--------|--------|--------|
| A1   | 0.0313 | 0.0327 | 0.4144 |
| A2   | 0.0312 | 0.0375 | 0.4144 |
| A3   | 0.0167 | 0.0177 | 0.0836 |
| A4   | 0.0597 | 0.0551 | 0.0804 |
| B1   | 0.2601 | 0.2004 | 0.4612 |
| B2   | 1.4183 | 1.2023 | 0.4642 |
| B3   | 0.1925 | 0.3608 | 0.4577 |
| B4   | 1.3329 | 1.2025 | 1.0492 |

Tabla 5.3: Error en potencia reactiva.

| Caso | BT     | M-M    | SMA    |
|------|--------|--------|--------|
| A1   | 0.0517 | 0.0518 | 0.0856 |
| A2   | 0.0517 | 0.0521 | 0.0856 |
| A3   | 0.0561 | 0.0893 | 0.1062 |
| A4   | 0.0548 | 0.0584 | 0.0918 |
| B1   | 0.0547 | 0.0489 | 0.2862 |
| B2   | 0.1872 | 0.1707 | 0.2963 |
| B3   | 0.4382 | 0.0925 | 0.0899 |
| B4   | 0.4320 | 0.4270 | 0.0834 |

**Escalón de tensión en el PCC**

Tabla 5.4: Error en potencia activa.

| Caso | BT     | M-M    | SMA    |
|------|--------|--------|--------|
| A1   | 0.1049 | 0.1055 | 0.2801 |
| A2   | 0.1048 | 0.1050 | 0.2801 |
| A3   | 0.0217 | 0.0198 | 0.6200 |
| A4   | 0.0453 | 0.0363 | 0.6055 |
| B1   | 0.0618 | 0.0600 | 0.5637 |
| B2   | 0.0787 | 0.0628 | 0.5493 |
| B3   | 0.0188 | 0.8836 | 0.5432 |
| B4   | 0.0832 | 0.0889 | 1.3412 |

Tabla 5.5: Error en potencia reactiva.

| Caso | BT     | M-M    | SMA    |
|------|--------|--------|--------|
| A1   | 0.3517 | 0.3516 | 0.3744 |
| A2   | 0.3517 | 0.3518 | 0.3744 |
| A3   | 0.2274 | 0.4484 | 0.4560 |
| A4   | 0.2283 | 0.1972 | 0.4334 |
| B1   | 0.1521 | 0.1522 | 5.3437 |
| B2   | 0.1528 | 0.1502 | 5.3984 |
| B3   | 0.2573 | 0.4404 | 0.4292 |
| B4   | 0.2567 | 0.2271 | 0.4263 |

**Escalón de tensión de referencia**

Tabla 5.6: Error en potencia activa.

| Caso | BT     | M-M    | SMA    |
|------|--------|--------|--------|
| A1   | 0.0024 | 0.0024 | 0.0059 |
| A2   | 0.0024 | 0.0024 | 0.0059 |
| B1   | 0.0018 | 0.0018 | 0.0071 |
| B2   | 0.0017 | 0.0017 | 0.0071 |

Tabla 5.7: Error en potencia reactiva.

| Caso | BT     | M-M    | SMA    |
|------|--------|--------|--------|
| A1   | 0.1066 | 0.1067 | 0.1062 |
| A2   | 0.1066 | 0.1066 | 0.1062 |
| B1   | 0.0569 | 0.0569 | 1.1494 |
| B2   | 0.0567 | 0.0566 | 1.1496 |

**Escalón de velocidad de viento**

Tabla 5.8: Error en potencia activa.

| Caso | BT     | M-M    | SMA    |
|------|--------|--------|--------|
| A1   | 0.3081 | 0.3177 | 0.3194 |
| A3   | 0.3406 | 0.3163 | 0.3255 |
| B1   | 0.3266 | 0.6356 | 0.3207 |
| B3   | 0.3313 | 0.3007 | 0.3232 |

Tabla 5.9: Error en potencia reactiva.

| Caso | BT     | M-M    | SMA    |
|------|--------|--------|--------|
| A1   | 0.0723 | 0.0733 | 0.0739 |
| A3   | 0.1128 | 0.0346 | 0.0412 |
| B1   | 0.0542 | 0.1017 | 0.4274 |
| B3   | 0.0036 | 0.0350 | 0.0346 |

## Variaciones de viento

Tabla 5.10: Error en potencia activa.

| Caso | BT     | M-M    | SMA    |
|------|--------|--------|--------|
| A1   | 0.0898 | 0.0919 | 0.0998 |
| A3   | 0.0972 | 0.0915 | 0.0932 |
| B1   | 0.0953 | 0.1879 | 0.0962 |
| B3   | 0.0967 | 0.0893 | 0.0975 |

Tabla 5.11: Error en potencia reactiva.

| Caso | BT     | M-M    | SMA    |
|------|--------|--------|--------|
| A1   | 0.0084 | 0.0085 | 0.0094 |
| A3   | 0.0512 | 0.0097 | 0.0119 |
| B1   | 0.0119 | 0.0246 | 0.0706 |
| B3   | 0.0084 | 0.0099 | 0.0098 |

## 5.3.2. Error en reducción de parque

Como se muestra en las tablas a continuación, los modelos de orden reducido tienen un mejor seguimiento del modelo original en bajas frecuencias ya que éstos fueron calculados como filtros pasa-bajos cercano a 1 [rad/s]. Este hecho se puede notar al comparar potencias activa y reactiva en la figura 5.36. En ambas técnicas, BT y M-M, el objetivo era conservar relaciones entre variables de salida y entrada, es decir, las funciones de transferencia. Así, una de las ventajas de ambos métodos es su precisión al modelar la respuesta ante cambios en la velocidad de viento, dada la gran sensibilidad que hay entre el viento y la potencia eléctrica (ver figura 5.39). En el mismo ensayo, se ha logrado mejorar la precisión y el gasto en tiempo de simulación respecto del modelo de turbinas agregadas (ver sección 5.4).

En las figuras 5.36 y 5.38 se puede apreciar un mejor seguimiento de la potencia para variaciones de alta frecuencia con el modelo agregado que con los modelos lineales, ya que el modelo DFIG completo se comienza a alejar del comportamiento lineal ante grandes variaciones de tensión.

En el ensayo de rechazo de carga, o desconexión de generación, los errores de los métodos lineales son cerca de 10 veces mayor que los del modelo agregado. Sin embargo, las curvas de las simulaciones de los modelos reducidos linealmente conservan un aceptable seguimiento del modelo completo con el beneficio de un gran ahorro de esfuerzo computacional.

Tabla 5.12: Error en potencia activa.

| Ensayo                        | BT     | M-M    | Agrupamiento |
|-------------------------------|--------|--------|--------------|
| Contingencia generación       | 0.0202 | 0.0204 | 0.0019       |
| Escalón tensión de referencia | 0.0035 | 0.0035 | 0.0019       |
| Variaciones de viento         | 0.0022 | 0.0030 | 0.0044       |

Tabla 5.13: Error en potencia reactiva.

| <b>Ensayo</b>                 | <b>BT</b> | <b>M-M</b> | <b>Agrupamiento</b> |
|-------------------------------|-----------|------------|---------------------|
| Contingencia generación       | 0.7713    | 0.8382     | 0.6445              |
| Escalón tensión de referencia | 0.3187    | 0.3164     | 0.1212              |
| Variaciones de viento         | 1.5321    | 2.0411     | 3.5116              |

## 5.4. Ahorro de esfuerzo computacional

Para analizar el ahorro de esfuerzo computacional conseguido por el modelo de orden reducido, se han ejecutado 1000 simulaciones registrando los tiempos de simulación, con el modelo agregado (máquina equivalente de parámetros escalados) y con el modelo reducido con BT de 3er orden. De manera de aislar el efecto de ahorro de esfuerzo computacional debido a la reducción de orden, ambos modelos son conectados a un generador sincrónico con un gobernador y excitatriz típicos, más una carga constante. La configuración propuesta permite realizar la misma simulación gran cantidad de veces. En la figura 5.40 se presenta un histograma obtenido de una simulación de Monte Carlo con los tiempos dedicados para cada modelo. El modelo lineal de 3er orden necesita sólo un aproximado de 15% del tiempo que se requiere para simular el modelo agregado no lineal.

A pesar de que las diferencias de respuestas dinámicas entre ambas técnicas no son significativas, el ahorro en esfuerzo computacional sí lo es, especialmente en un escenario con más penetración de energía eólica en nuestros modelos dinámicos de sistemas de potencia. La gran diferencia en tiempos de simulación se debe, principalmente, a que el modelo no lineal posee cambios de sistemas de referencia (un sistema de referencia móvil fijo al rotor a un sistema de referencia móvil fijo al flujo del estator y viceversa), lo que hace muy lenta la simulación. Adicionalmente, la turbina de orden completo incluye también el modelo dinámico del convertidor conectado al estator. Por lo tanto, la comparación del modelo reducido se ha realizado contra una modelación altamente detallada del DFIG. Usar modelos no lineales de menor complejidad resultaría en ahorro de esfuerzo computacional más modesto.

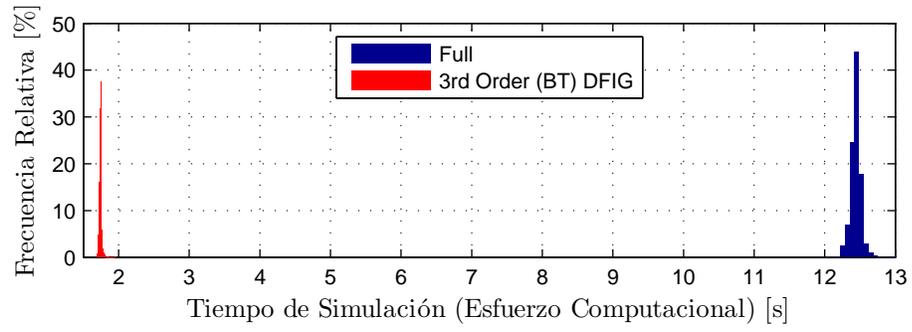


Figura 5.40: Histograma del tiempo de simulación requerido para un mismo ensayo con un modelo de 3er orden reducido con BT (rojo) por un lado, y el modelo agregado (azul) por otro.

## Capítulo 6

# Conclusiones

En este trabajo se ha propuesto usar técnicas de reducción para obtener nuevos modelos de menor orden de DFIGs en el análisis dinámico. Los modelos han sido implementados en la herramienta *DIGSILENT PowerFactory* para la evaluación de su viabilidad y desempeño. Se ha modelado el aerogenerador de tecnología DFIG (generador doblemente alimentado) con su respectiva turbina representando la conexión entre las variables mecánicas y eléctricas; además de los nuevos controladores adoptados para la operación automática de la turbina. Se han estudiado y adaptado distintos métodos de reducción de orden, utilizados y no utilizados previamente en aerogeneradores, los cuales han entregado variados resultados respecto de las pruebas planteadas. Las comparaciones entre distintos modelos y ensayos han sido útiles para destacar el aporte entre los nuevos modelos reducidos destacando, en cada caso, las ventajas de uno u otro.

Debido al bajo grado de libertad, el método Truncamiento Balanceado ha resultado ser de implementación más simple y con menor error de desempeño. El método Coincidencia de Momentos (a través del algoritmo de Arnoldi) también ha dado resultados positivos pero con mayor cantidad de pasos intermedios para dar con el modelo reducido final. Finalmente, el método de Análisis Modal Selectivo comienza a quedar rezagado ante los nuevos requerimientos tecnológicos y mayor complejidad en sistemas de control, necesidades que pueden ser satisfechas a través de métodos más adecuados como han resultado ser la Coincidencia de Momentos y Truncamiento Balanceado. Más allá de una apreciación global, las conclusiones detalladas se presentan a continuación.

- Los modelos reducidos muestran compatibilidad con los esquemas de control que se utilizan en la actualidad (participación en regulación de frecuencia y supervisor de tensión) entregando aproximaciones de muy buena precisión para modelos de tercer orden. Investigaciones previas (en reducción de modelos) establecen un valor fijo para los reactivos que entrega o absorbe la máquina y la potencia activa se determina sólo mediante MPT.

- Los métodos se han aplicado en *DIgSILENT PowerFactory* obteniendo resultados prometedores, que entregan la posibilidad de utilizar los modelos reducidos en estudios dinámicos de sistemas de potencia utilizados frecuentemente por operadores de redes e investigadores.
- Los modelos utilizados por los centros de despacho chilenos son estáticos o sobre simplificados, por lo que es una muy buena alternativa utilizar los que se han desarrollado aquí.
- El método de M-M implica tener por lo menos un estado por cada función de transferencia para que la reducción sea coherente. Como existen ocho funciones de transferencia existe la posibilidad de explorar la combinación de entradas del algoritmo que permita coincidir los momentos objetivos mientras se aproxima el resto de ellos. En este estudio, de manera práctica, se han utilizado combinaciones que resultaron en sistemas estables. Se deja para un estudio posterior la optimización de las funciones a coincidir.
- Para el modelo de turbina y sus controles utilizados, BT y M-M han demostrado ser herramientas más adecuadas que SMA en la obtención de modelos de orden reducido. Estas nuevas técnicas también conservan un buen desempeño en las versiones más primitivas de la turbina donde SMA ya ha sido utilizado.
- BT es de fácil implementación y asegura la estabilidad en el modelo reducido, contrario a lo que ocurre con M-M. Los modelos reducidos obtenidos mediante método M-M permiten al usuario priorizar alguna función de transferencia por sobre las otras, pero no garantiza estabilidad ni tampoco mejorar la eficiencia del modelo reducido. Cabe la posibilidad de usar otras variantes al algoritmo de Arnoldi en caso de obtener valores propios inestables.
- De acuerdo a las variables y fenómenos particulares, es posible, con bajo nivel de error, utilizar modelos de menor orden, logrando buena precisión con modelos de primer orden.
- Los modelos de tercer orden obtenidos a través de M-M y BT han logrado gran precisión ante perturbaciones importantes del sistema en tensión y frecuencia. De este estudio se aconseja utilizar dichos modelos de orden reducido para parques con mayor porcentaje de penetración eólica. De esta manera, las variaciones de viento que tengan repercusiones en la red (debido a parques eólicos más grandes o sistemas de potencia más pequeños), pueden ser interpretadas por los modelos reducidos y por lo tanto actuar recíprocamente de acuerdo a ellas.

## Apéndice A

# Modelo y linealización del DFIG

### A.1. Resumen expresiones modelo DFIG

$$\frac{d\omega_r}{dt} = f_1 = \frac{\omega_b}{2H_D} \left( P_w \frac{\omega_b}{\omega_r} + X_m i_{rx} i_{sy} - X_m i_{ry} i_{sx} \right) \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{dx_1}{dt} = f_2 = K_{is}(P_{ref} - P) \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{dx_2}{dt} = f_3 = K_{ic}(K_{ps}(P_{ref} - P) + x_1 - i_{ry}) \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{dx_3}{dt} = f_4 = K_{is}(Q_{ref} - Q) \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{dx_4}{dt} = f_5 = K_{ic}(K_{ps}(Q_{ref} - Q) + x_3 - i_{rx}) \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{dx_5}{dt} = f_6 = -\frac{x_5}{T_w} + \left(1 - \frac{\omega_s}{\omega_b}\right) \frac{1}{T_w} \quad (\text{A.6})$$

$$0 = g_1 = -\omega_b u_{rx} + \omega_b R_r i_{rx} - (\omega_s - \omega_r) X_r i_{ry} - (\omega_s - \omega_r) X_m i_{sy} \quad (\text{A.7})$$

$$0 = g_2 = -\omega_b u_{ry} + \omega_b R_r i_{ry} + (\omega_s - \omega_r) X_r i_{rx} + (\omega_s - \omega_r) X_m i_{sx} \quad (\text{A.8})$$

$$0 = g_3 = \omega_b R_s i_{sx} - \omega_s X_s i_{sy} - \omega_s X_m i_{ry} \quad (\text{A.9})$$

$$0 = g_4 = -\omega_b u + \omega_b R_s i_{sy} + \omega_s X_s i_{sx} + \omega_s X_m i_{rx} \quad (\text{A.10})$$

$$0 = g_5 = -u_{ry} + K_{pc}(K_{ps}(P_{ref} - P) + x_1 - i_{ry}) + x_2 \quad (\text{A.11})$$

$$0 = g_6 = -u_{rx} + K_{pc}(K_{ps}(Q_{ref} - Q) + x_3 - i_{rx}) + x_4 \quad (\text{A.12})$$

$$0 = g_7 = -P - X_m(i_{rx} i_{sy} - i_{ry} i_{sx}) - R_s(i_{sx}^2 + i_{sy}^2) - u_{rx} i_{rx} - u_{ry} i_{ry} \quad (\text{A.13})$$

$$0 = g_8 = -Q - X_m(i_{rx} i_{sx} + i_{ry} i_{sy}) - X_s(i_{sx}^2 + i_{sy}^2) \quad (\text{A.14})$$

$$0 = g_9 = -P_{ref} + C \frac{\omega_r^3}{\omega_b^3} - K_{pf} x_5 + K_{pf} \left(1 - \frac{\omega_s}{\omega_b}\right) \quad (\text{A.15})$$

## A.2. Linealización

La aplicación de los métodos de reducción de orden estudiados requiere de un sistema lineal en su forma de ecuaciones estado-espacio,

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (\text{A.16})$$

$$y = Cx + Du \quad (\text{A.17})$$

donde se puede identificar el vector de estados  $x$ , el vector de entradas  $u$  y el vector de salidas  $y$ . Para el DFIG estudiado en particular,  $y = [\Delta P \ \Delta Q]^T$ , y las variables de entrada se definen por cada caso planteado en la metodología,

$$u = \begin{cases} \left[ \begin{array}{ccccc} \Delta v_{wind} & \Delta u & \Delta \omega_s & \Delta Q_{ref} & \Delta P_f \end{array} \right]^T & \text{para Caso A} \\ \left[ \begin{array}{cccc} \Delta v_{wind} & \Delta u & \Delta \omega_s & \Delta Q_{ref} \end{array} \right]^T & \text{para Caso B} \end{cases} \quad (\text{A.18})$$

La siguiente linealización sirve para indicar qué elementos se obtienen a través de las derivadas parciales de la ecuación correspondiente. Los términos en color azul definen las matrices del caso A, mientras los elementos de color rojo las matrices del caso B.

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \frac{d\omega_r}{dt} \\ \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \\ \frac{dx_3}{dt} \\ \frac{dx_4}{dt} \\ \frac{dx_5}{dt} \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \omega_r} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial f_5}{\partial x_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial f_6}{\partial x_5} \end{bmatrix}}_{J_{11}|(6 \times 6)} \begin{bmatrix} \Delta\omega_r \\ \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \Delta x_4 \\ \Delta x_5 \end{bmatrix} \\
 &+ \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial i_{rx}} & \frac{\partial f_1}{\partial i_{ry}} & \frac{\partial f_1}{\partial i_{sx}} & \frac{\partial f_1}{\partial i_{sy}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial f_2}{\partial P} & 0 & \frac{\partial f_2}{\partial P_{ref}} \\ 0 & \frac{\partial f_3}{\partial i_{ry}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial f_3}{\partial P} & 0 & \frac{\partial f_3}{\partial P_{ref}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial f_4}{\partial Q} & 0 \\ \frac{\partial f_5}{\partial i_{rx}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial f_5}{\partial Q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{J_{12}|(6 \times 9)} \begin{bmatrix} \Delta i_{rx} \\ \Delta i_{ry} \\ \Delta i_{sx} \\ \Delta i_{sy} \\ \Delta u_{rx} \\ \Delta u_{ry} \\ \Delta P \\ \Delta Q \\ \Delta P_{ref} \end{bmatrix} \\
 &+ \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial v_{wind}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial f_4}{\partial Q_{ref}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial f_5}{\partial Q_{ref}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial f_6}{\partial \omega_s} & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\vartheta_1|(6 \times 4)} \begin{bmatrix} \Delta v_{wind} \\ \Delta u \\ \Delta \omega_s \\ \Delta Q_{ref} \\ \Delta P_f \end{bmatrix} \tag{A.19}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial \omega_r} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial g_2}{\partial \omega_r} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial g_5}{\partial x_1} & \frac{\partial g_5}{\partial x_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial g_6}{\partial x_3} & \frac{\partial g_6}{\partial x_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial g_9}{\partial \omega_r} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial g_9}{\partial x_5} \end{bmatrix}}_{J_{21}|_{(9 \times 6)}} \begin{bmatrix} \Delta \omega_r \\ \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \Delta x_4 \\ \Delta x_5 \end{bmatrix} \\
 + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial i_{rx}} & \frac{\partial g_1}{\partial i_{ry}} & 0 & \frac{\partial g_1}{\partial i_{sx}} & \frac{\partial g_1}{\partial i_{sy}} & \frac{\partial g_1}{\partial u_{rx}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial g_2}{\partial i_{rx}} & \frac{\partial g_2}{\partial i_{ry}} & \frac{\partial g_2}{\partial i_{sx}} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial g_2}{\partial u_{ry}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial g_3}{\partial i_{ry}} & \frac{\partial g_3}{\partial i_{sx}} & \frac{\partial g_3}{\partial i_{sy}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial g_4}{\partial i_{rx}} & 0 & \frac{\partial g_4}{\partial i_{sx}} & \frac{\partial g_4}{\partial i_{sy}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial g_5}{\partial i_{ry}} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial g_5}{\partial u_{ry}} & \frac{\partial g_5}{\partial P} & 0 & \frac{\partial g_5}{\partial P_{ref}} & 0 \\ \frac{\partial g_6}{\partial i_{rx}} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial g_6}{\partial u_{rx}} & 0 & 0 & \frac{\partial g_6}{\partial Q} & 0 & 0 \\ \frac{\partial g_7}{\partial i_{rx}} & \frac{\partial g_7}{\partial i_{ry}} & \frac{\partial g_7}{\partial i_{sx}} & \frac{\partial g_7}{\partial i_{sy}} & \frac{\partial g_7}{\partial u_{rx}} & \frac{\partial g_7}{\partial u_{ry}} & \frac{\partial g_7}{\partial P} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial g_8}{\partial i_{rx}} & \frac{\partial g_8}{\partial i_{ry}} & \frac{\partial g_8}{\partial i_{sx}} & \frac{\partial g_8}{\partial i_{sy}} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial g_8}{\partial Q} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial g_9}{\partial P_{ref}} & 0 \end{bmatrix}}_{J_{22}|_{(9 \times 9)}} \begin{bmatrix} \Delta i_{rx} \\ \Delta i_{ry} \\ \Delta i_{sx} \\ \Delta i_{sy} \\ \Delta u_{rx} \\ \Delta u_{ry} \\ \Delta P \\ \Delta Q \\ \Delta P_{ref} \end{bmatrix} \\
 + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial g_1}{\partial \omega_s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial g_2}{\partial \omega_s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial g_3}{\partial \omega_s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial g_4}{\partial u} & \frac{\partial g_4}{\partial \omega_s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial g_6}{\partial Q_{ref}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial g_9}{\partial \omega_s} & 0 & \frac{\partial g_9}{\partial P_f} \end{bmatrix}}_{\vartheta_2|_{(9 \times 4)}} \begin{bmatrix} \Delta v_{wind} \\ \Delta u \\ \Delta \omega_s \\ \Delta Q_{ref} \\ \Delta P_f \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{A.20}$$

Se define la siguiente matriz de salida para facilitar el cálculo posterior.

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\Theta|_{(2 \times 9)}} \begin{bmatrix} \Delta i_{rx} \\ \Delta i_{ry} \\ \Delta i_{sx} \\ \Delta i_{sy} \\ \Delta u_{rx} \\ \Delta u_{ry} \\ \Delta P \\ \Delta Q \\ \Delta P_{ref} \end{bmatrix} \quad (\text{A.21})$$

Eliminando las variables algebraicas por reducción de Kron queda,

$$\frac{dx}{dt} = \underbrace{(J_{11} - J_{12}J_{22}^{-1}J_{21})}_{A} \Delta x + \underbrace{(\vartheta_1 - J_{12}J_{22}^{-1}\vartheta_2)}_{B} \Delta \mu \quad (\text{A.22})$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \underbrace{-\Theta J_{22}^{-1}J_{21}}_{C} \Delta x - \underbrace{\Theta J_{22}^{-1}\vartheta_2}_{D} \Delta \mu \quad (\text{A.23})$$

ecuación que tiene la forma estado-espacio conocida en álgebra lineal.

### A.3. Derivadas parciales

#### A.3.1. Ecuaciones Diferenciales

##### Ecuación de oscilación

$$\frac{\partial f_1}{\partial \omega_r} = \frac{\omega_b^2}{2\omega_r H_D} \left( \frac{\partial P_w}{\partial \omega_r} - \frac{P_w}{\omega_r} \right) \quad (\text{A.24})$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial i_{rx}} = \frac{\omega_b}{2H_D} X_m i_{sy} \quad (\text{A.25})$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial i_{ry}} = -\frac{\omega_b}{2H_D} X_m i_{sx} \quad (\text{A.26})$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial i_{sx}} = -\frac{\omega_b}{2H_D} X_m i_{ry} \quad (\text{A.27})$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial i_{sy}} = \frac{\omega_b}{2H_D} X_m i_{rx} \quad (\text{A.28})$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial v_{wind}} = \frac{(\omega_b v_{wind})^2 B}{2\omega_r H_D} \left( 3C_p + v_{wind} \frac{\partial C_p}{\partial v_{wind}} \right) \quad (\text{A.29})$$

**Ecuación diferencial de control de potencia activa**

$$\frac{\partial f_2}{\partial P} = -K_{is} \quad (\text{A.30})$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial P_{ref}} = K_{is} \quad (\text{A.31})$$

**Ecuación diferencial de control de corriente en eje “y”**

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_1} = K_{ic} \quad (\text{A.32})$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial i_{ry}} = -K_{ic} \quad (\text{A.33})$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial P} = -K_{ic}K_{ps} \quad (\text{A.34})$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial P_{ref}} = K_{ic}K_{ps} \quad (\text{A.35})$$

**Ecuación diferencial de control de potencia reactiva**

$$\frac{\partial f_4}{\partial Q} = -K_{is} \quad (\text{A.36})$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial Q_{ref}} = K_{is} \quad (\text{A.37})$$

**Ecuación diferencial de control de corriente en eje “x”**

$$\frac{\partial f_5}{\partial x_3} = K_{ic} \quad (\text{A.38})$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial i_{rx}} = -K_{ic} \quad (\text{A.39})$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial Q} = -K_{ic}K_{ps} \quad (\text{A.40})$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial Q_{ref}} = K_{ic}K_{ps} \quad (\text{A.41})$$

**A.3.2. Ecuaciones Algebraicas**

$$\frac{\partial g_1}{\partial \omega_r} = X_r i_{ry} + X_m i_{sy} \quad (\text{A.42})$$

$$\frac{\partial g_1}{\partial i_{rx}} = \omega_b R_r \quad (\text{A.43})$$

$$\frac{\partial g_1}{\partial i_{ry}} = -(\omega_s - \omega_r) X_r \quad (\text{A.44})$$

$$\frac{\partial g_1}{\partial i_{sy}} = -(\omega_s - \omega_r) X_m \quad (\text{A.45})$$

$$\frac{\partial g_1}{\partial u_{rx}} = -\omega_b \quad (\text{A.46})$$

$$\frac{\partial g_1}{\partial \omega_s} = -X_r i_{ry} - X_m i_{sy} \quad (\text{A.47})$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial \omega_r} = -X_r i_{rx} - X_m i_{sx} \quad (\text{A.48})$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial i_{rx}} = (\omega_s - \omega_r) X_r \quad (\text{A.49})$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial i_{ry}} = \omega_b R_r \quad (\text{A.50})$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial i_{sx}} = (\omega_s - \omega_r) X_m \quad (\text{A.51})$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial u_{ry}} = -\omega_b \quad (\text{A.52})$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial \omega_s} = X_r i_{rx} + X_m i_{sx} \quad (\text{A.53})$$

$$\frac{\partial g_3}{\partial i_{ry}} = -\omega_s X_m \quad (\text{A.54})$$

$$\frac{\partial g_3}{\partial i_{sx}} = \omega_b R_s \quad (\text{A.55})$$

$$\frac{\partial g_3}{\partial i_{sy}} = -\omega_s X_s \quad (\text{A.56})$$

$$\frac{\partial g_3}{\partial \omega_s} = -X_s i_{sy} - X_m i_{ry} \quad (\text{A.57})$$

$$\frac{\partial g_4}{\partial i_{rx}} = \omega_s X_m \quad (\text{A.58})$$

$$\frac{\partial g_4}{\partial i_{sx}} = \omega_s X_s \quad (\text{A.59})$$

$$\frac{\partial g_4}{\partial i_{sy}} = \omega_b R_s \quad (\text{A.60})$$

$$\frac{\partial g_4}{\partial u} = -\omega_b \quad (\text{A.61})$$

$$\frac{\partial g_4}{\partial \omega_s} = X_s i_{sx} + X_m i_{rx} \quad (\text{A.62})$$

$$\frac{\partial g_5}{\partial x_1} = K_{pc} \quad (\text{A.63})$$

$$\frac{\partial g_5}{\partial x_2} = 1 \quad (\text{A.64})$$

$$\frac{\partial g_5}{\partial i_{ry}} = -K_{pc} \quad (\text{A.65})$$

$$\frac{\partial g_5}{\partial u_{ry}} = -1 \quad (\text{A.66})$$

$$\frac{\partial g_5}{\partial P} = -K_{pc} K_{ps} \quad (\text{A.67})$$

$$\frac{\partial g_5}{\partial P_{ref}} = K_{pc} K_{ps} \quad (\text{A.68})$$

$$\frac{\partial g_6}{\partial x_3} = K_{pc} \quad (\text{A.69})$$

$$\frac{\partial g_6}{\partial x_4} = 1 \quad (\text{A.70})$$

$$\frac{\partial g_6}{\partial i_{rx}} = -K_{pc} \quad (\text{A.71})$$

$$\frac{\partial g_6}{\partial u_{rx}} = -1 \quad (\text{A.72})$$

$$\frac{\partial g_6}{\partial Q} = -K_{pc} K_{ps} \quad (\text{A.73})$$

$$\frac{\partial g_6}{\partial Q_{ref}} = K_{pc} K_{ps} \quad (\text{A.74})$$

$$\frac{\partial g_7}{\partial i_{rx}} = -X_m i_{sy} - u_{rx} \quad (\text{A.75})$$

$$\frac{\partial g_7}{\partial i_{ry}} = X_m i_{sx} - u_{ry} \quad (\text{A.76})$$

$$\frac{\partial g_7}{\partial i_{sx}} = X_m i_{ry} - 2R_s i_{sx} \quad (\text{A.77})$$

$$\frac{\partial g_7}{\partial i_{sy}} = -X_m i_{rx} - 2R_s i_{sy} \quad (\text{A.78})$$

$$\frac{\partial g_7}{\partial u_{rx}} = -i_{rx} \quad (\text{A.79})$$

$$\frac{\partial g_7}{\partial u_{ry}} = -i_{ry} \quad (\text{A.80})$$

$$\frac{\partial g_7}{\partial P} = -1 \quad (\text{A.81})$$

$$\frac{\partial g_8}{\partial i_{rx}} = -X_m i_{sx} \quad (\text{A.82})$$

$$\frac{\partial g_8}{\partial i_{ry}} = -X_m i_{sy} \quad (\text{A.83})$$

$$\frac{\partial g_8}{\partial i_{sx}} = -X_m i_{rx} - 2X_s i_{sx} \quad (\text{A.84})$$

$$\frac{\partial g_8}{\partial i_{sy}} = -X_m i_{ry} - 2X_s i_{sy} \quad (\text{A.85})$$

$$\frac{\partial g_8}{\partial Q} = -1 \quad (\text{A.86})$$

$$\frac{\partial g_9}{\partial \omega_r} = 3C \frac{\omega_r^2}{\omega_b^3} \quad (\text{A.87})$$

$$\frac{\partial g_9}{\partial P_{ref}} = -1 \quad (\text{A.88})$$

$$\frac{\partial g_9}{\partial P_f} = 1 \quad (\text{A.89})$$

## Apéndice B

# Modelos DIgSILENT *PowerFactory*

### B.1. Diagramas DSL y *Frames* programados en *PowerFactory*

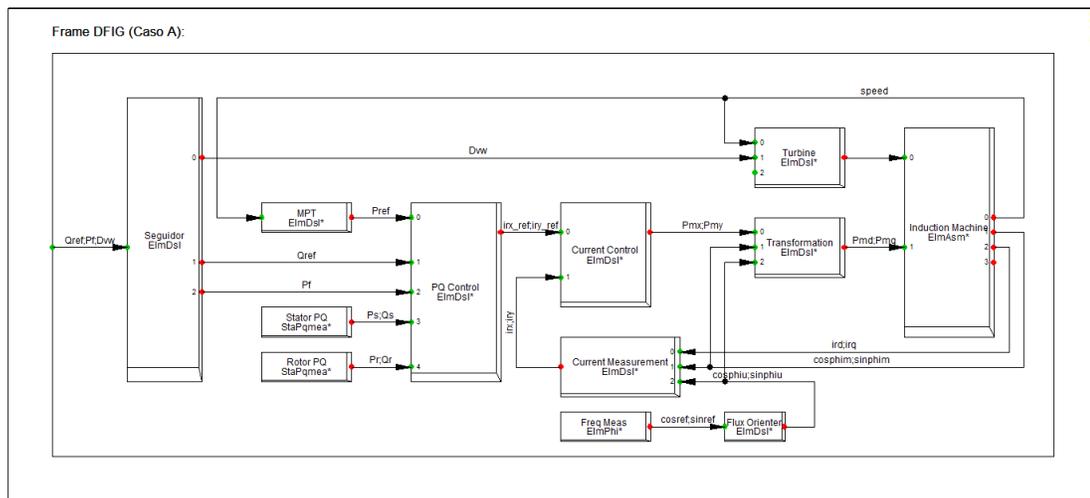


Figura B.1: *Frame* para aerogeneradores caso A (ver capítulo 4). Se modela en este *frame* el convertidor del lado del rotor más las variables mecánicas.

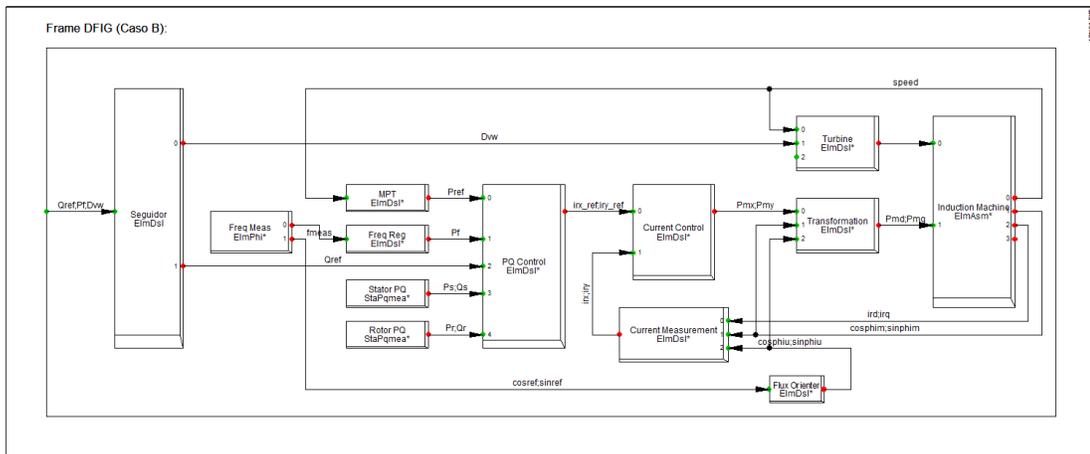


Figura B.2: *Frame* para aerogeneradores caso B (ver capítulo 4).

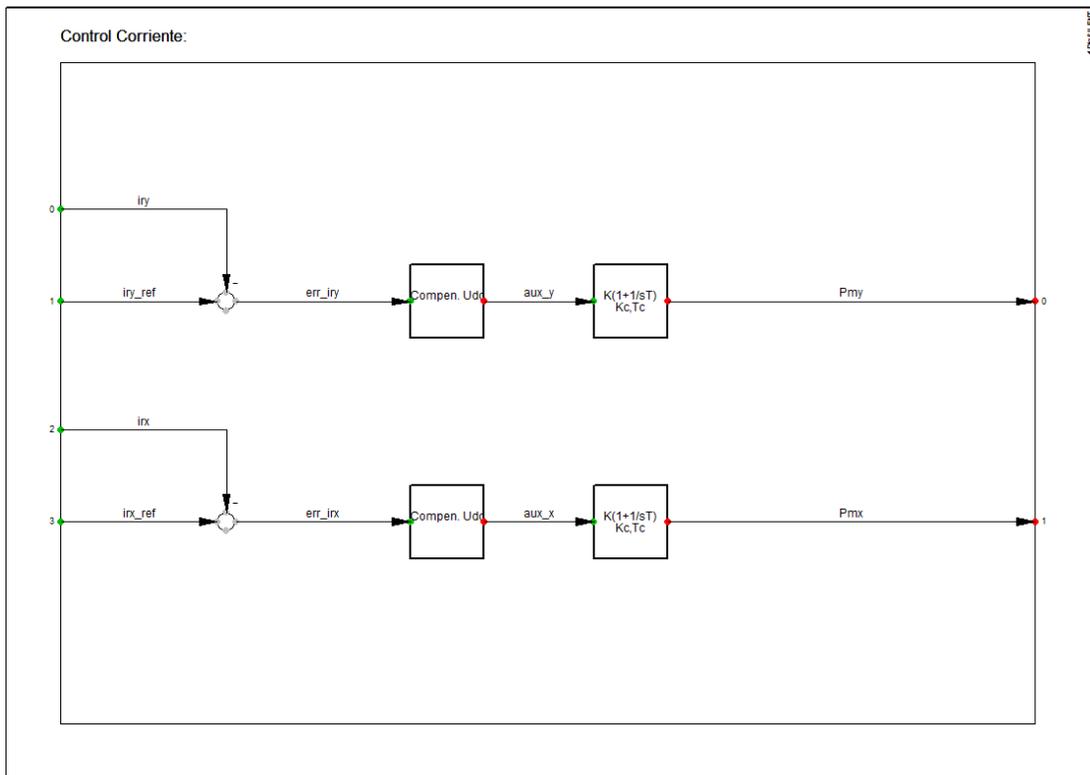


Figura B.3: Diagrama DSL para el control de corriente de un DFIG.

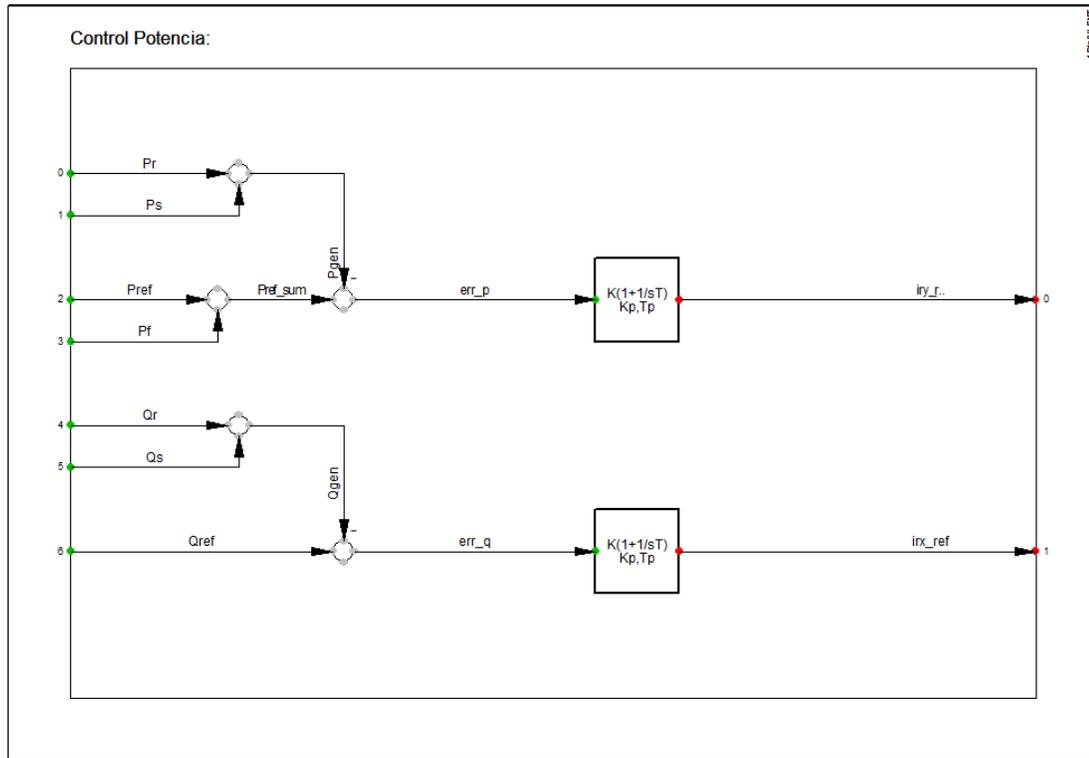


Figura B.4: Diagrama DSL para el control de potencia de un DFIG.

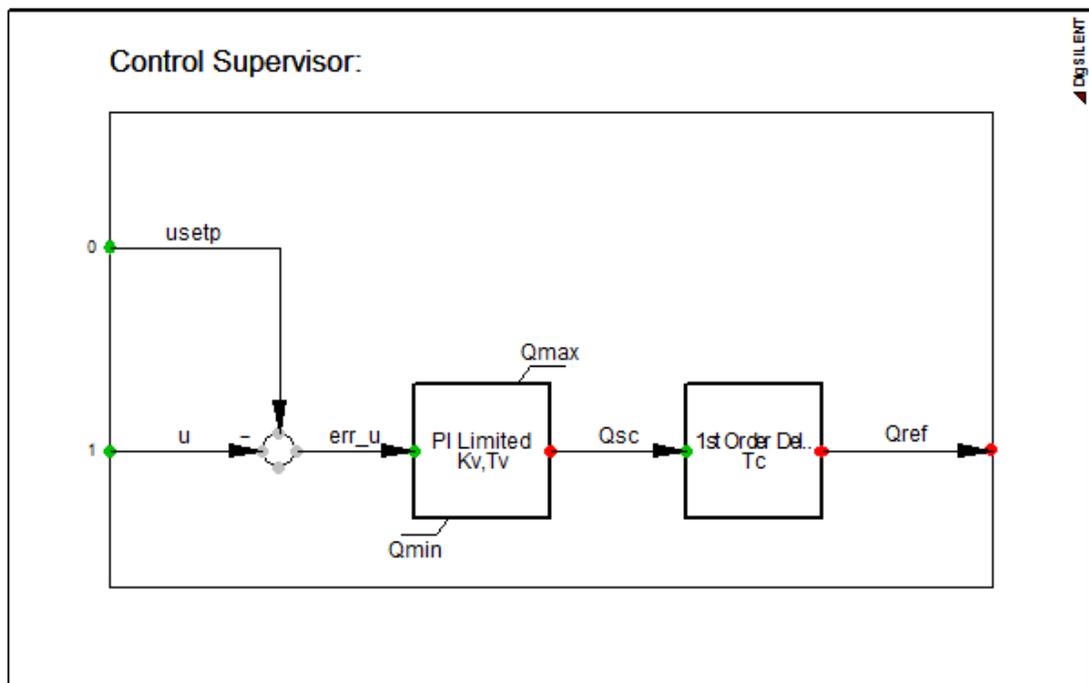


Figura B.5: Diagrama DSL para el control de supervisor de tensión (control global de parque).

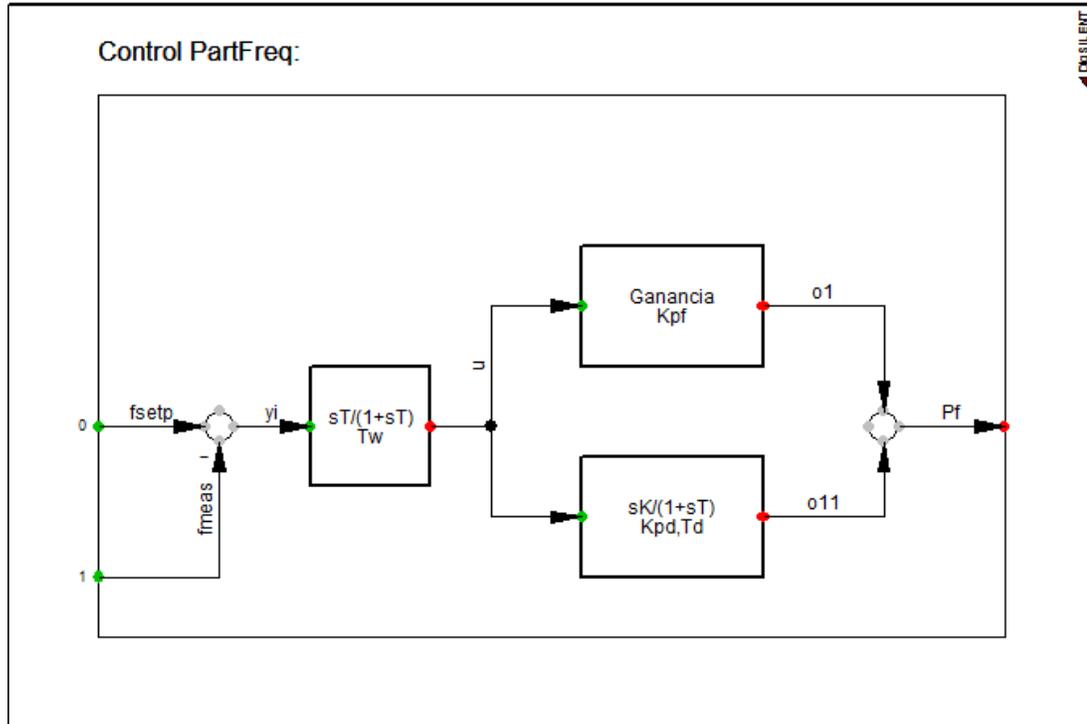


Figura B.6: Diagrama DSL para la participación en la regulación de frecuencia.

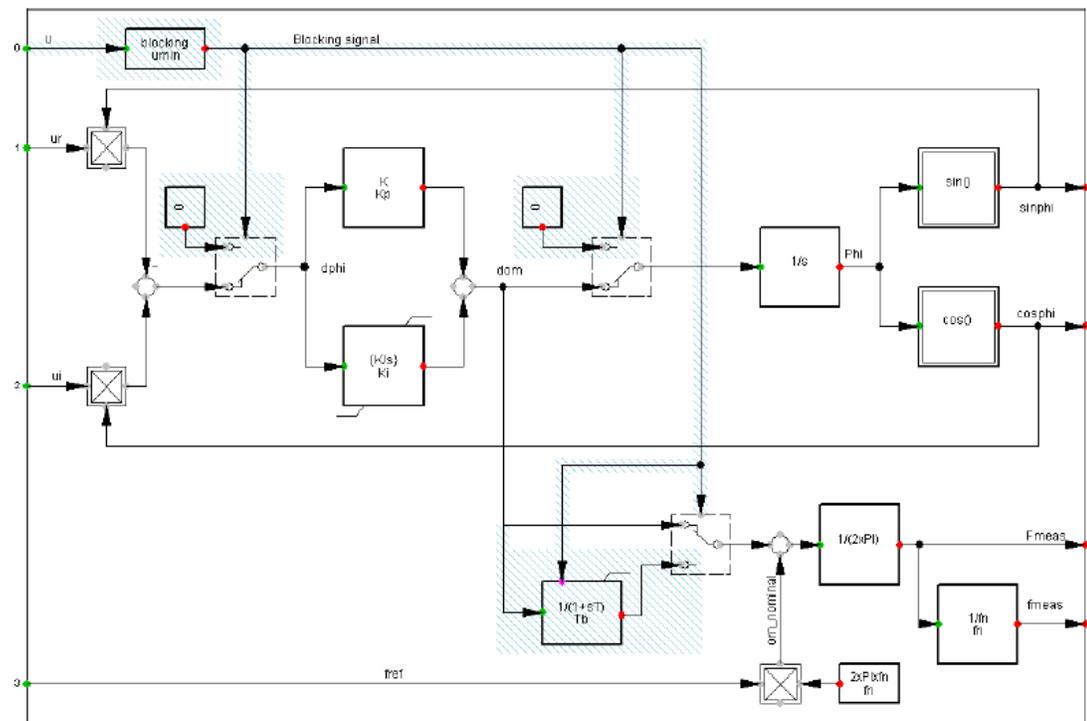


Figura B.7: Diagrama DSL de elemento PLL (*Phase Locked Loop*).

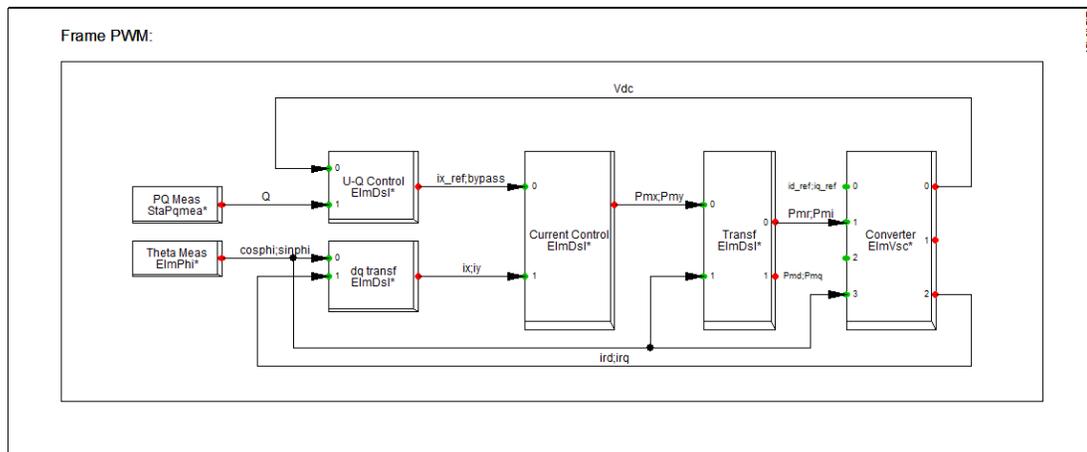


Figura B.8: *Frame* para convertidor del lado de la red en DFIG.

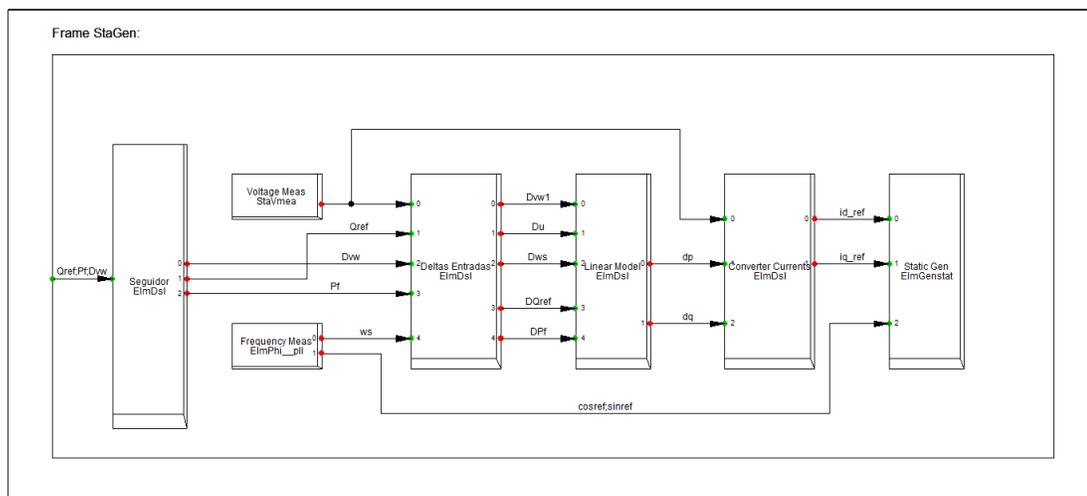


Figura B.9: *Frame* para aerogeneradores reducidos.

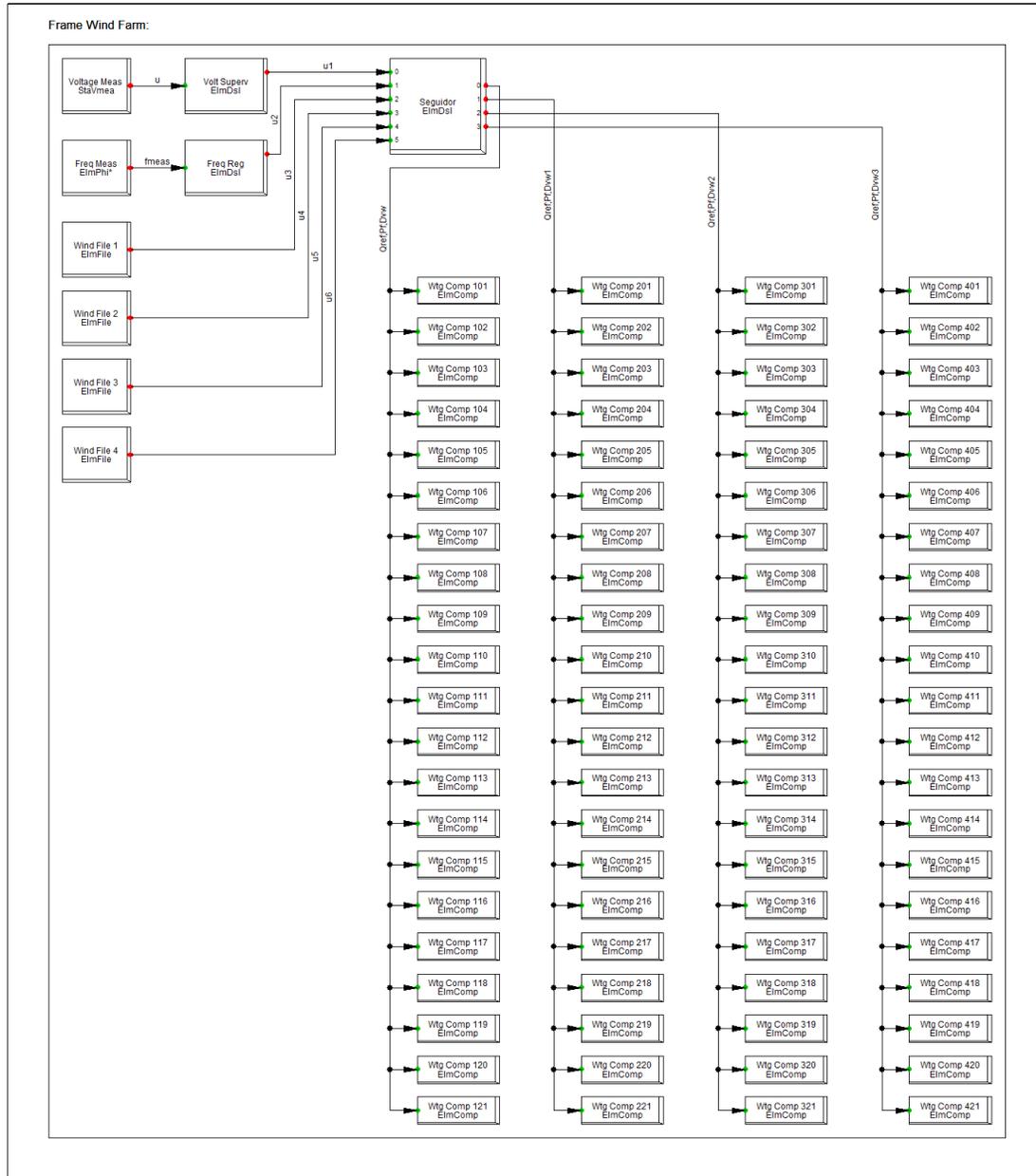


Figura B.10: *Frame* de parque para aerogeneradores. El *frame* presentado representa el caso específico A ya que indica externamente las variaciones de potencia activa en base al controlador externo para la participación en regulación de frecuencia. El *frame* también se usa para los modelos del caso B en cuyo interior sólo se ignora la señal del control mencionado por calcularse internamente en el modelo. Cabe destacar que esta figura es un *frame* con espacios o *slots* para elementos *Composite* y no bloques DSL.

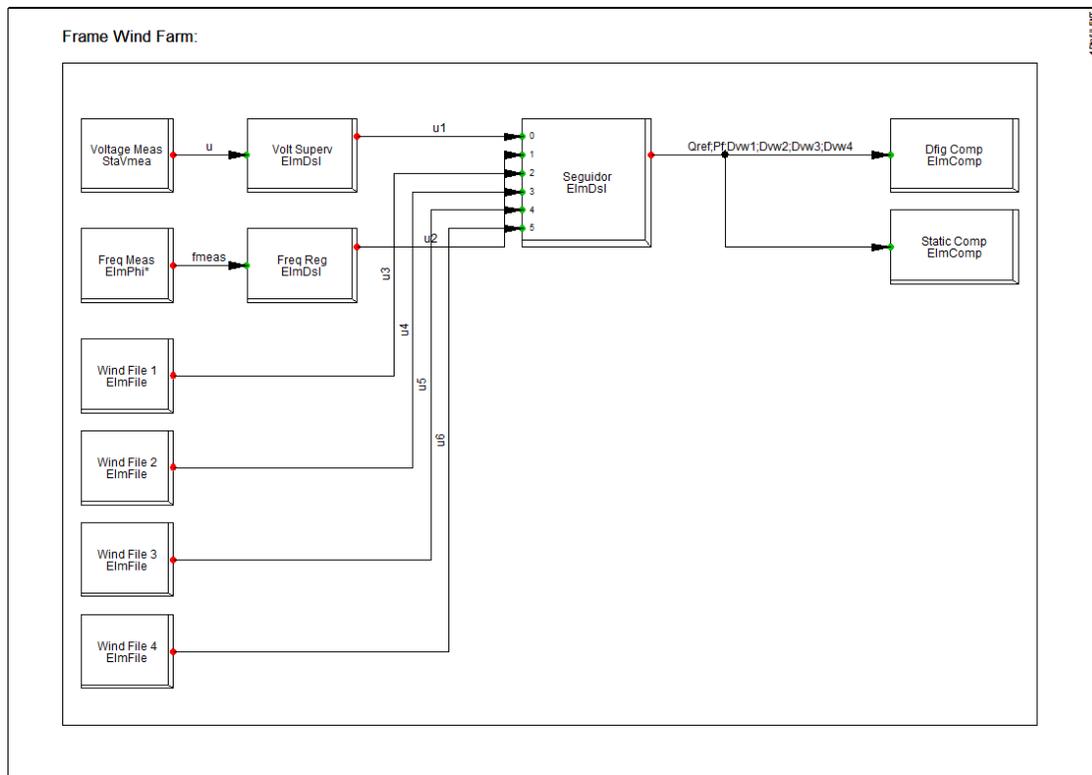


Figura B.11: *Frame* de parque para reducción del parque eólico completo.

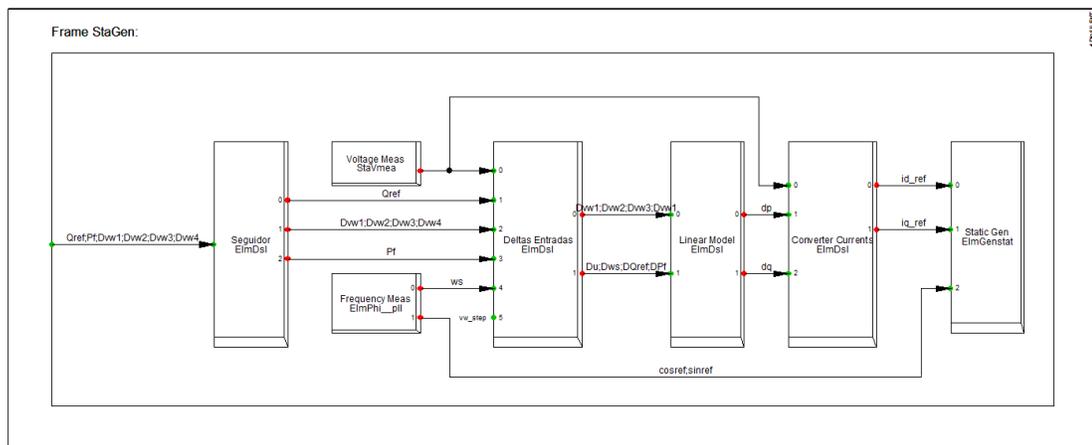


Figura B.12: *Frame* de máquina estática para reducción del parque eólico.

## B.2. Códigos internos de bloques DSL

### B.2.1. Turbina

The screenshot shows a software interface for defining a DSL block. The 'Name' field is 'Modelo Turbina'. The 'Level' is set to 'Level 4: Level 3 + event(bool expression, ...)'. Under 'Classification', 'Linear' is checked. The 'Variables' section is populated as follows:

- Output Signals: pw
- Input Signals: speed,vw,beta,Dvw,vw\_step
- State Variables: (empty)
- Parameter: k,R,rho,p,fbase,Sbase,cosn,effic,eps,niter
- Internal Variables: wb,lambda,lambda\_i,Cp,B,D

Figura B.13: Definición de variables bloque DSL del modelo de Turbina.

```

wb = 2*pi()*fbase
B = 0.5*rho*pi()*sqr(R)/(Sbase*1e6)
D = k*R/p

lambda = D*wb*speed/(vw+Dvw)
lambda_i = 1/(1/(lambda+0.08*beta) - 0.035/(pow(beta,3)+1))
Cp = 0.22*((116/lambda_i)-0.4*beta-5)*exp(-12.5/lambda_i)
pw = B*pow(vw+Dvw,3)*Cp/(cosn*effic) ! Potencia en base
mecánica

inc(lambda) = newtoninc(D*wb*speed/vw,9,niter,eps)
inc(lambda_i) = newtoninc(1/(1/(lambda+0.08*beta)
& - 0.035/(pow(beta,3)+1)),13,niter,eps)
inc(Cp) = newtoninc(0.22*((116/lambda_i)
& - 0.4*beta-5)*exp(-12.5/lambda_i),0.3,niter,eps)
inc0(vw) = newtoninc(pow(pw*(cosn*effic)/(B*Cp),1/3),10,
niter,eps)
    
```

|       | Parameter                              |           |
|-------|--|-----------|
| ►k    | Razón caja de cambio                   | 0.01      |
| R     | Radio de bamido aspas [m]              | 37.       |
| rho   | Densidad del aire [kg/m <sup>3</sup> ] | 1.225     |
| p     | Pares de polos                         | 2.        |
| fbase | Frecuencia base [Hz]                   | 50.       |
| Sbase | Potencia Base [MVA]                    | 2.        |
| cosn  | Factor de Potencia Nominal             | 0.892864  |
| effic | Eficiencia Nominal                     | 0.990209  |
| eps   |  | 0.0000001 |
| niter |  | 10.       |

Figura B.14: Parámetros usados en la modelación de la turbina eólica.

### B.2.2. Medidor de corriente

```

irx = ird*(cosphim*cosphi + sinphim*sinphi)
& - irq*(sinphim*cosphi - cosphim*sinphi)
iry = ird*(sinphim*cosphi - cosphim*sinphi)
& + irq*(cosphim*cosphi + sinphim*sinphi)

```

### B.2.3. Código DSL con sistema lineal de las turbinas reducidas

```

inc(Dvw) = 0
inc(Du) = 0
inc(Dws) = 0
inc(DQref) = 0
inc(DPf) = 0

x1. = a11*x1 + a12*x2 + a13*x3
& + b11*Dvw + b12*Du + b13*Dws + b14*DQref + b15*DPf
x2. = a21*x1 + a22*x2 + a23*x3
& + b21*Dvw + b22*Du + b23*Dws + b24*DQref + b25*DPf
x3. = a31*x1 + a32*x2 + a33*x3
& + b31*Dvw + b32*Du + b33*Dws + b34*DQref + b35*DPf

dp = c11*x1 + c12*x2 + c13*x3
& + d11*Dvw + d12*Du + d13*Dws + d14*DQref + d15*DPf

dq = c21*x1 + c22*x2 + c23*x3
& + d21*Dvw + d22*Du + d23*Dws + d24*DQref + d25*DPf

N = 10
Tol = 1e-3

inc(x1) = newtoninc(a11*x1 + a12*x2 + a13*x3
& + b11*Dvw + b12*Du + b13*Dws + b14*DQref + b15*DPf,0,N,Tol)
inc(x2) = newtoninc(a21*x1 + a22*x2 + a23*x3

```

```

& + b21*Dvw + b22*Du + b23*Dws + b24*DQref + b25*DPf,0,N,Tol)
inc(x3) = newtoninc(a31*x1 + a32*x2 + a33*x3
& + b31*Dvw + b32*Du + b33*Dws + b34*DQref + b35*DPf,0,N,Tol)

inc0(dp) = 0
inc0(dq) = 0

vardef(N) = '-';'Maximum number of iterations'
vardef(Tol) = '-';'Maximum tolerance'

```

#### B.2.4. Código DSL con sistema lineal del parque reducido

```

inc(Du) = 0
inc(Dws) = 0
inc(DQref) = 0
inc(DPf) = 0
inc(Dvw1) = 0
inc(Dvw2) = 0
inc(Dvw3) = 0
inc(Dvw4) = 0

x1. = a11*x1 + a12*x2 + a13*x3
& + b11*Du + b12*Dws + b13*DQref + b14*DPf
& + b15*Dvw1 + b16*Dvw2 + b17*Dvw3 + b18*Dvw4

x2. = a21*x1 + a22*x2 + a23*x3
& + b21*Du + b22*Dws + b23*DQref + b24*DPf
& + b25*Dvw1 + b26*Dvw2 + b27*Dvw3 + b28*Dvw4

x3. = a31*x1 + a32*x2 + a33*x3
& + b31*Du + b32*Dws + b33*DQref + b34*DPf
& + b35*Dvw1 + b36*Dvw2 + b37*Dvw3 + b38*Dvw4

dp = c11*x1 + c12*x2 + c13*x3
& + d11*Du + d12*Dws + d13*DQref + d14*DPf
& + d15*Dvw1 + d16*Dvw2 + d17*Dvw3 + d18*Dvw4

dq = c21*x1 + c22*x2 + c23*x3
& + d21*Du + d22*Dws + d23*DQref + d24*DPf
& + d25*Dvw1 + d26*Dvw2 + d27*Dvw3 + d28*Dvw4

N = 10
Tol = 1e-3

inc(x1) = newtoninc(a11*x1 + a12*x2 + a13*x3
& + b11*Du + b12*Dws + b13*DQref + b14*DPf
& + b15*Dvw1 + b16*Dvw2 + b17*Dvw3 + b18*Dvw4,0,N,Tol)

```

```

inc(x2) = newtoninc(a21*x1 + a22*x2 + a23*x3
& + b21*Du + b22*Dws + b23*DQref + b24*DPf
& + b25*Dvw1 + b26*Dvw2 + b27*Dvw3 + b28*Dvw4,0,N,Tol)

inc(x3) = newtoninc(a31*x1 + a32*x2 + a33*x3
& + b31*Du + b32*Dws + b33*DQref + b34*DPf
& + b35*Dvw1 + b36*Dvw2 + b37*Dvw3 + b38*Dvw4,0,N,Tol)

inc0(dp) = 0
inc0(dq) = 0

vardef(N) = '-';'Maximum number of iterations'
vardef(Tol) = '-';'Maximum tolerance'

```

### B.3. Código DPL para linealizar turbinas

```

set set_aux;

object Control_Corriente, Control_PQ, MPT, Transformation,
Turbina;
object Control_PartFreq, Control_Supervisor;

! VARIABLES PARA EL CALCULO DE JACOBIANO
int nsv_DFIG, nav_DFIG, n_total, n_entradas, n_salidas;
double Pw, Cp, dPw_dwr, dPw_dvw;
double lambda_i, lambda, dCp_dlambda_i, dlambda_i_dlambda,
dlambda_dwr, dlambda_dvw;

! ÍNDICES Y VARIABLES DEL SUBSISTEMA "GENERADOR EÓLICO"
int idx_irx, idx_iry, idx_isx, idx_isy, idx_urx, idx_ury;
int idx_P, idx_Q, idx_Pref, idx_Qsc, idx_Qord;
int idx_wr, idx_x1, idx_x2, idx_x3, idx_x4, idx_x5, idx_xv,
idx_xc;
double irx, iry, isx, isy, urx, ury, P, Q, Pref, Qsc, Qord;
double wr, x1, x2, x3, x4, x5, xv, xc;

! ÍNDICES Y VARIABLES DE ENTRADA
int idx_vw, idx_u, idx_ws, idx_Qref, idx_Pf;
double vw, u, ws, Qref, Pf;

! ÍNDICES Y VARIABLES DE SALIDA
int idx_P1, idx_Q1;
double P1, Q1;

! VARIABLES DE LA DFIG DE DIGSILENT (LECTURA DE VARIABLES)
double usx, usy;

```



```

Control_Supervisor = set_aux.FirstFilt('Control_Supervisor')
;
Kv = Control_Supervisor:c:Kv;
Tv = Control_Supervisor:c:Tv;
Tc = Control_Supervisor:c:Tc;
xv = Control_Supervisor:s:xv;
xc = Control_Supervisor:s:xc;
Qord = Control_Supervisor:s:Qref;
}
n_total = nsv_DFIG + nav_DFIG;
n_salidas = 2;

Jfull.Init(n_total, n_total);
Bfull.Init(n_total, n_entradas);
Cfull.Init(n_salidas, n_total);
Dfull.Init(n_salidas, n_entradas);

idx_wr = 1;
idx_x1 = 2;
idx_x2 = 3;
idx_x3 = 4;
idx_x4 = 5;
idx_x5 = 6;

idx_irx = nsv_DFIG + 1;
idx_iry = nsv_DFIG + 2;
idx_isx = nsv_DFIG + 3;
idx_isy = nsv_DFIG + 4;
idx_urx = nsv_DFIG + 5;
idx_ury = nsv_DFIG + 6;
idx_P = nsv_DFIG + 7;
idx_Q = nsv_DFIG + 8;
idx_Pref = nsv_DFIG + 9;
idx_Qsc = nsv_DFIG + 10;
idx_Qord = nsv_DFIG + 11;

idx_vw = 1;
idx_u = 2;
idx_ws = 3;
idx_Qref = 4;
idx_Pf = 5;

idx_Pl = 1;
idx_Ql = 2;

! VARIABLES DE CONTROL
x1 = Control_PQ:s:x1;
x2 = 0.5*sqrt(1.5)*Control_Corriente:s:x2;

```







```

Jfull.Set(idx_x2, idx_P, -Kic*Kps);
Jfull.Set(idx_x2, idx_Pref, Kic*Kps);

Jfull.Set(idx_x3, idx_Q, -Kis);

Jfull.Set(idx_x4, idx_x3, Kic);
Jfull.Set(idx_x4, idx_irx, -Kic);
Jfull.Set(idx_x4, idx_Q, -Kic*Kps);

if (Caso=2) Jfull.Set(idx_x5, idx_x5, -1/Tw);

! ALGEBRAICAS (ECUACIONES DE FLUJO)
Jfull.Set(idx_irx, idx_wr, Xr*iry+Xm*isy);
Jfull.Set(idx_irx, idx_irx, wb*Rr);
Jfull.Set(idx_irx, idx_iry, -(ws-wr)*Xr);
Jfull.Set(idx_irx, idx_isy, -(ws-wr)*Xm);
Jfull.Set(idx_irx, idx_urx, -wb);

Jfull.Set(idx_iry, idx_wr, -Xr*irx-Xm*isx);
Jfull.Set(idx_iry, idx_irx, (ws-wr)*Xr);
Jfull.Set(idx_iry, idx_iry, wb*Rr);
Jfull.Set(idx_iry, idx_isx, (ws-wr)*Xm);
Jfull.Set(idx_iry, idx_ury, -wb);

Jfull.Set(idx_isx, idx_iry, -ws*Xm);
Jfull.Set(idx_isx, idx_isx, wb*Rs);
Jfull.Set(idx_isx, idx_isy, -ws*Xs);

Jfull.Set(idx_isy, idx_irx, ws*Xm);
Jfull.Set(idx_isy, idx_isx, ws*Xs);
Jfull.Set(idx_isy, idx_isy, wb*Rs);

! ALGEBRAICAS (ECUACIONES DE CONTROL)
Jfull.Set(idx_ury, idx_x1, Kpc);
Jfull.Set(idx_ury, idx_x2, 1);
Jfull.Set(idx_ury, idx_iry, -Kpc);
Jfull.Set(idx_ury, idx_ury, -1);
Jfull.Set(idx_ury, idx_P, -Kpc*Kps);
Jfull.Set(idx_ury, idx_Pref, Kpc*Kps);

Jfull.Set(idx_urx, idx_x3, Kpc);
Jfull.Set(idx_urx, idx_x4, 1);
Jfull.Set(idx_urx, idx_irx, -Kpc);
Jfull.Set(idx_urx, idx_urx, -1);
Jfull.Set(idx_urx, idx_Q, -Kpc*Kps);

Jfull.Set(idx_P, idx_irx, -Xm*isy-urx);
Jfull.Set(idx_P, idx_iry, Xm*isx-ury);
Jfull.Set(idx_P, idx_isx, Xm*iry-2*Rs*isx);

```

```

Jfull.Set(idx_P, idx_isy, -Xm*irx-2*Rs*isy);
Jfull.Set(idx_P, idx_urx, -irx);
Jfull.Set(idx_P, idx_ury, -iry);
Jfull.Set(idx_P, idx_P, -1);

Jfull.Set(idx_Q, idx_irx, -Xm*isx);
Jfull.Set(idx_Q, idx_iry, -Xm*isy);
Jfull.Set(idx_Q, idx_isx, -Xm*irx-2*Xs*isx);
Jfull.Set(idx_Q, idx_isy, -Xm*iry-2*Xs*isy);
Jfull.Set(idx_Q, idx_Q, -1);

Jfull.Set(idx_Pref, idx_wr, 3*C*sqr(wr/wb)/wb);
Jfull.Set(idx_Pref, idx_Pref, -1);

if (Caso=2) Jfull.Set(idx_Pref, idx_x5, -Kpf);

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!! MATRIZ DE SENSIBILIDAD DE ENTRADAS "B"
dlambda_dvw = -D*wr/sqr(vw);
dPw_dvw = B*sqr(vw)*(vw*dCp_dlambda_i*dlambda_i_dlambda*
dlambda_dvw+3*Cp);
! VARIABLES DE ESTADO
Bfull.Set(idx_wr, idx_vw, sqr(wb)/(2*HD*wr)*dPw_dvw);

! VARIABLES ALGEBRAICAS
Bfull.Set(idx_irx, idx_ws, -Xr*iry-Xm*isy);
Bfull.Set(idx_iry, idx_ws, Xr*irx+Xm*isx);
Bfull.Set(idx_isx, idx_ws, -Xs*isy-Xm*iry);
Bfull.Set(idx_isy, idx_ws, Xs*isx+Xm*irx);
Bfull.Set(idx_isy, idx_u, -wb);

if (Caso=1)
{
    Bfull.Set(idx_x3, idx_Qref, Kis);
    Bfull.Set(idx_x4, idx_Qref, Kic*Kps);
    Bfull.Set(idx_urx, idx_Qref, Kpc*Kps);
    Bfull.Set(idx_Pref, idx_Pf, 1);
}
if (Caso=2)
{
    Bfull.Set(idx_x3, idx_Qref, Kis);
    Bfull.Set(idx_x4, idx_Qref, Kic*Kps);
    Bfull.Set(idx_urx, idx_Qref, Kpc*Kps);
    Bfull.Set(idx_x5, idx_ws, -1/(wb*Tw));
    Bfull.Set(idx_Pref, idx_ws, -Kpf/wb);
}

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!! MATRIZ DE SENSIBILIDAD DE SALIDAS "C"
Cfull.Set(idx_P1, idx_P, 1);

```

```

Cfull.Set(idx_Q1, idx_Q, 1);

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!! MATRICES SIN VARIABLES ALGEBRAICAS (
    REDUCCIÓN DE KRON)
J11.Init(nsv_DFIG, nsv_DFIG);
J12.Init(nsv_DFIG, nav_DFIG);
J21.Init(nav_DFIG, nsv_DFIG);
J22.Init(nav_DFIG, nav_DFIG);

B11.Init(nsv_DFIG, n_entradas);
B21.Init(nav_DFIG, n_entradas);

C11.Init(n_salidas, nsv_DFIG);
C12.Init(n_salidas, nav_DFIG);

for (i = 1; i <= n_total; i = i+1){
    for (j = 1; j <= n_total; j = j+1){
        if (i<=nsv_DFIG .and. j<=nsv_DFIG) {aux = Jfull.Get(i,j); J11
            .Set(i,j,aux);}
        if (i> nsv_DFIG .and. j<=nsv_DFIG) {aux = Jfull.Get(i,j); J21
            .Set(i-nsv_DFIG,j,aux);}
        if (i<=nsv_DFIG .and. j> nsv_DFIG) {aux = Jfull.Get(i,j); J12
            .Set(i,j-nsv_DFIG,aux);}
        if (i> nsv_DFIG .and. j> nsv_DFIG) {aux = Jfull.Get(i,j); J22
            .Set(i-nsv_DFIG,j-nsv_DFIG,aux);}
    }
}

for (i = 1; i <= n_total; i+=1) {
    for (j = 1; j <= n_entradas; j+=1) {
        if (i<=nsv_DFIG) {aux = Bfull.Get(i,j); B11.Set(i,j,aux);}
        if (i> nsv_DFIG) {aux = Bfull.Get(i,j); B21.Set(i-nsv_DFIG,j,
            aux);}
    }
}

for (i=1; i<=n_salidas; i+=1) {
    for (j=1; j<=n_total; j+=1) {
        if (j<=nsv_DFIG) {aux=Cfull.Get(i,j); C11.Set(i,j,aux);}
        if (j> nsv_DFIG) {aux=Cfull.Get(i,j); C12.Set(i,j-nsv_DFIG,
            aux);}
    }
}

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!! OPERACIONES MATRICIALES
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! PARA ELIMINAR LAS VARIABLES ALGEBRAICAS DEL SISTEMA LINEAL
J22.Invert();
Multiplicar.Execute(J12,J22,'auxJ.IntMat',J12_iJ22);

```

```

Multiplicar .Execute(J12_iJ22 , J21 , 'auxAsys . IntMat ' , J12_iJ22_J21);
Restar .Execute(J11 , J12_iJ22_J21 , 'Asys . IntMat ' , auxAsys);

Multiplicar .Execute(J12_iJ22 , B21 , 'auxBsys . IntMat ' , J12_iJ22_B21);
Restar .Execute(B11 , J12_iJ22_B21 , 'Bsys . IntMat ' , auxBsys);

! Asys . Resize(nsv_DFIG , nsv_DFIG);
Asys . Init(nsv_DFIG , nsv_DFIG);
ii = auxAsys . NRow();
jj = auxAsys . NCol();
for (j=1; j<=jj; j+=1) {
    for (i=1; i<=ii; i+=1) {
        aux = auxAsys . Get(i, j);
        Asys . Set(i, j, aux);
    }
}

Bsys . Init(nsv_DFIG , n_entradas);
ii = auxBsys . NRow();
jj = auxBsys . NCol();
for (j=1; j<=jj; j+=1) {
    for (i=1; i<=ii; i+=1) {
        aux = auxBsys . Get(i, j);
        Bsys . Set(i, j, aux);
    }
}

Multiplicar .Execute(J22 , J21 , 'auxJ . IntMat ' , iJ22_J21);
Multiplicar .Execute(C12 , iJ22_J21 , 'auxCsys . IntMat ' , C12_iJ22_J21);
Restar .Execute(C11 , C12_iJ22_J21 , 'Csys . IntMat ' , auxCsys);

Csys . Init(n_salidas , nsv_DFIG);
ii = auxCsys . NRow();
jj = auxCsys . NCol();
for (j=1; j<=jj; j+=1) {
    for (i=1; i<=ii; i+=1) {
        aux = auxCsys . Get(i, j);
        Csys . Set(i, j, aux);
    }
}

Multiplicar .Execute(J22 , B21 , 'auxJ . IntMat ' , iJ22_B21);
Multiplicar .Execute(C12 , iJ22_B21 , 'auxDsys . IntMat ' , C12_iJ22_B21);
Restar .Execute(Dfull , C12_iJ22_B21 , 'Dsys . IntMat ' , auxDsys);

Dsys . Init(n_salidas , n_entradas);
ii = auxDsys . NRow();
jj = auxDsys . NCol();

```

```
for (j=1;j<=jj;j+=1) {  
  for (i=1;i<=ii;i+=1) {  
    aux = auxDsys.Get(i,j);  
    Dsys.Set(i,j,aux);  
  }  
}
```

## Apéndice C

# Códigos Matlab para métodos de reducción

### C.1. Algoritmo de Arndoli para coincidencia de momentos

```
function sys_red = red_AR(orden,n_entradas)
%Función para obtención de sistemas reducidos mediante
  Coincidencia de Momentos o Moment-Matching
%orden, variable de entrada con el orden objetivo del sistema
  reducido
%n_entradas, variable de entrada con el # de variables de
  entrada (5 para el caso A, 4 para el caso B y 8 para la
  reducción del parque completo)
%sys_red, variable de salida tipo "ss" (sistema ss(A,B,C,D))

n_turbinas = 23;
salidas = 2;

for k=1:n_turbinas
  %Lectura de matrices por unidad (para el caso parque es sólo
    un sistema)
  [Asys,Bsys,Csys,Dsys] = f_lectura_matrices(turbina);

  %%Método Arnoldi coincidiendo los primeros 2xJ momentos (con
    J=2) en torno a S=1[rad/s] de la variable de entrada Bsys
    (:,1) (velocidad de viento) y la variable de salida Csys
    (1,:) (potencia activa generada).
  J = 2;
  S = 1;
  b = Bsys(:,1);
  c = Csys(1,:);
```

```

%Llamando subrutina f_arnoldi (ver más abajo)
v = f_arnoldi(Asys,b,J,S);
z = f_arnoldi(Asys',c',J,S);

%%Segunda iteración
%En este caso se realiza una nueva coincidencia de dos
  momentos (J=1) en torno a S=1[rad/s] pero con la variable
  de entrada Bsys(:,4) (potencia reactiva de referencia Qref)
  y la variable de salida Csys(2,:) (potencia reactiva
  generada).
v(:,J+1) = f_arnoldi(Asys,Bsys(:,4),1,S);
z(:,J+1) = f_arnoldi(Asys',Csys(2,:) ',1,S);

%Se ortogonalizan los últimos vectores para hacer la
  reducción del sistema con bases unitarias v y z.
for i=1:2
    v(:,J+1) = v(:,J+1) - v(:,i)*(v(:,J+1) '*v(:,i));
    z(:,J+1) = z(:,J+1) - z(:,i)*(z(:,J+1) '*z(:,i));
end

%Se normalizan las últimas columnas de v y z.
v(:,J+1) = v(:,J+1)/norm(v(:,J+1));
z(:,J+1) = z(:,J+1)/norm(z(:,J+1));

%%Reducción per se
A = (z'*v)\z'*Asys*v;
B = (z'*v)\z'*Bsys;
C = Csys*v;
D = Dsys;

sys_red = ss(A,B,C,D);

%Comprobando que el sistema reducido no tenga polos, o
  valores propios, inestables.
valores = eig(A);
i=1;
aux = -1;
while i<=length(valores) && aux<0
    aux=valores(i);
    i = i + 1;
    if aux>=0
        fprintf('Modelo reducido resulta inestable\n');
    end
end
end

function Q = f_arnoldi(A,b,J,S)
%Subrutina con algoritmo Arnoldi modificado por Gram-Schmidt

```

```

%A, variable de entrada tipo matriz con la información de los
    valores propios
%b, variable de entrada tipo vector columna parte de la matriz
    de entrada B del sistema
%J, variable de entrada natural indicando cantidad de momentos
    (>=2) a coincidir. Esto ya que al sólo realizar el primer paso
    del algoritmo se están coincidiendo los primeros 2xJ (con J
    =1) de la expansión en series de potencia.
%S, variable de entrada compleja indicando la frecuencia a la
    cuál se desplaza el Padé equivalente desplazado.
%Q, variable de salida matricial. Q es unitaria ( $U^T U = U U^T = I$ ) por
    lo tanto ortogonal.

n = length(A(:,1));

%Se normaliza la información de la primera columna de  $(A^{-1})b$ 
%Se utiliza el inverso de A ya que ha demostrado mayor
    eficiencia y contiene la misma información modal que la matriz
    no invertida A
Q = (A-S*eye(n))\b;
Q = Q/norm(Q);

%Se ortogonaliza con las siguientes potencias de  $(A^{-1})$  en caso
    que se haya ingresado un  $J \geq 2$ 
for j=2:J
    v = (A-S*eye(n))\Q(:,j-1);
    for i=1:j-1
        v = v - Q(:,i)*(v'*Q(:,i));
    end
    if norm(v) >= 1e-12
        Q(:,j) = v/norm(v);
    end
end
end
    
```

## C.2. Realización balanceada para Truncamiento Balanceado

```

function sys_red = red_BT(orden,n_entradas)
%Función para obtención de sistemas reducidos mediante
    Truncamiento Balanceado o Balanced Truncation (BT)
%orden, variable de entrada con el orden objetivo del sistema
    reducido
%n_entradas, variable de entrada con el # de variables de
    entrada (5 para el caso A, 4 para el caso B y 8 para la
    reducción del parque completo)
%sys_red, variable de salida tipo "ss" (sistema ss(A,B,C,D))
    
```

```

n_turbinas = 23;
salidas = 2;

for k=1:n_turbinas
    %Lectura de matrices por unidad (para el caso parque es sólo
    un sistema)
    [Asys,Bsys,Csys,Dsys] = f_lectura_matrices(turbina);
    sys = ss(Asys,Bsys,Csys,Dsys);

    %Reducción mediante la subrutina f_balreal (ver más abajo)
    [balsys,S] = f_balreal(sys);

    %Asignación de variables de salida
    A = balsys.a;
    B = balsys.b;
    C = balsys.c;
    D = balsys.d;

    sys_red = ss(A(1:orden,1:orden),B(1:orden,:),C(:,1:orden),D);
end

function [balsys,S] = f_balreal(sys)
%Función para conversión a representación balanceada
%sys variable de entrada tipo "ss" (sistema ss(A,B,C,D))
%balsys variable de salida tipo "ss" (representación balanceada)
%S variable de salida matricial con valores singulares de Hankel

%Gramianos de controlabilidad Wc y observabilidad Wo
Wc = gram(sys,'c');
Wo = gram(sys,'o');

%Factores Cholesky
Lc = chol(Wc)';
Lo = chol(Wo)';

%Singular Value Decomposition
[~,S,V] = svd(Lo'*Lc);

%Matriz de Transformación
T = Lc*V*S^(-1/2);

%Obtención de matrices del la representación balanceada
A = T\(sys.a)*T;
B = T\(sys.b);
C = (sys.c)*T;

%Asignación variables de salida

```

```
balsys = ss(A,B,C,sys.d);  
S = S*ones(length(S),1);
```

# Bibliografía

- [1] Global Wind Energy Council. Global Wind Report, Annual Market Update, 2012. <http://www.gwec.net/>.
- [2] EWEA: the European Wind Energy Association. “2030: the next steps for EU climate and energy policy”. A report by the European Wind Energy Association, 2013. <http://www.ewea.org/>.
- [3] Trieu Mai, Debra Sandor, Ryan Wisler, and Thomas Schneider. Renewable Electricity Futures Study: Executive Summary. Golden, CO: National Renewable Energy Laboratory, 2012. <http://www.nrel.gov/>.
- [4] Global Wind Energy Council. Global Wind Report, Annual Market Update, 2013. <http://www.gwec.net/>.
- [5] John Twidell and Tony Weir. *Renewable Energy Resources*. New York, USA: Taylor & Francis, 2nd edition, 2006.
- [6] Barrick Gold Corporation. <http://barricksudamerica.com/>.
- [7] Endesa Chile. <http://www.endesa.cl/>.
- [8] GDF Suez. <http://www.eolicamonteredondo.cl/>.
- [9] SN Power. <http://www.snpower.cl/>.
- [10] EGP: Enel Green Power. <http://www.enelgreenpower.com/>.
- [11] Scottishpower Renewables. <http://www.whiteleewindfarm.co.uk/>.
- [12] California Energy Commission. <http://www.energy.ca.gov/>.
- [13] Jonathan Watts and Cecily Huang. Winds Of Change Blow Through China As Spending On Renewable Energy Soars. *The Guardian*, March.
- [14] M. Tsili and S. Papathanassiou. A review of grid code technical requirements for wind farms. *Renewable Power Generation, IET*, 3(3):308–332, Sept 2009.
- [15] ElectroTECHnik Pty. Ltd. State-of-the-art Review of Wind Turbine Technologies. *Technical Publication*, 2008. <http://www.elek.com.au>.

- [16] Luis M. Fernández, José Ramón Saenz, and Francisco Jurado. Dynamic models of wind farms with fixed speed wind turbines. *Renewable Energy*, 31(8):1203 – 1230, 2006.
- [17] Fernando D. Bianchi, Hernán De Battista, and Ricardo J. Mantz. *Wind Turbine Control Systems: Principles, Modelling and Gain Scheduling Design*. England: Springer, 2007.
- [18] Thomas Ackermann. *Wind Power in Power Systems*. England: John Wiley & Sons, Ltd., 2005.
- [19] Chia-Chi Chu, Chia-Chun Hung, Yuan-Zheng Lin, and ZenJey Guey. Universal field-oriented rotor-side controllers for doubly-fed induction generators. In *Power Electronics and Drive Systems, 2009. PEDS 2009. International Conference on*, pages 342–347, Nov 2009.
- [20] H.A. Pulgar-Painemal and P.W. Sauer. Doubly-fed induction machine in wind power generation. *Electrical Manufacturing and Coil Winding Expo, Nashville, Tennessee*, 2008.
- [21] A. Roth, D. Ruiz-Vega, D. Ernst, C. Bulac, M. Pavella, and G. Andersson. An approach to modal analysis of power system angle stability. In *Power Tech Proceedings, 2001 IEEE Porto*, volume 2, pages 6 pp. vol.2–, 2001.
- [22] R. Podmore. Identification of coherent generators for dynamic equivalents. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-97(4):1344–1354, July 1978.
- [23] A.J. Germond and R. Podmore. Dynamic aggregation of generating unit models. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-97(4):1060–1069, July 1978.
- [24] Abdul Miah. Comparative study on the performance of a coherency-based simple dynamic equivalent with the new inertial aggregation. *International Journal of Applied Power Engineering (IJAPE)*, 1(3):105–114, 2012.
- [25] Y. Q. Jin and P. Ju. Dynamic equivalent modeling of fsg based wind farm according to slip coherency. In *Sustainable Power Generation and Supply, 2009. SUPERGEN '09. International Conference on*, pages 1–7, April 2009.
- [26] L. Rouco and J.L. Zamora. Dynamic patterns and model order reduction in small-signal models of doubly fed induction generators for wind power applications. In *Power Engineering Society General Meeting, 2006. IEEE*, pages 8 pp.–, 2006.
- [27] Feng Xue, Xiao-Fang Song, Kang Chang, Tian-Ci Xu, Feng Wu, and Yu-Qing Jin. Equivalent modeling of dfig based wind farm using equivalent maximum power curve. In *Power and Energy Society General Meeting (PES), 2013 IEEE*, pages 1–5, July 2013.

- [28] L.M. Fernandez, C.A. Garcia, J.R. Saenz, and F. Jurado. Reduced model of dfigs wind farms using aggregation of wind turbines and equivalent wind. In *Electrotechnical Conference, 2006. MELECON 2006. IEEE Mediterranean*, pages 881–884, May 2006.
- [29] M. Ali, I.-S. Ilie, J.V. Milanovic, and G. Chicco. Wind farm model aggregation using probabilistic clustering. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 28(1):309–316, Feb 2013.
- [30] F. Koch, M. Gresch, F. Shewarega, I. Erlich, and U. Bachmann. Consideration of wind farm wake effect in power system dynamic simulation. In *Power Tech, 2005 IEEE Russia*, pages 1–7, June 2005.
- [31] M.A. El-Sharkawi. Dynamic equivalent models for wind power plants. In *Power and Energy Society General Meeting, 2011 IEEE*, pages 1–5, July 2011.
- [32] D. Chaniotis. “Krylov Subspace Methods in Power System Studies”. Ph.D. dissertation, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2001.
- [33] D. S. Naidu. *Singular Perturbation Methodology in Control Systems*. Control Engineering. Institution of Engineering and Technology, 1988.
- [34] P. Kundur. *Power System Stability and Control*. Palo Alto, California: McGraw-Hill, Inc., 1994.
- [35] Justin Todd Hughes. “Type-C wind turbine model order reduction and parameter identification”. M.A. Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2012.
- [36] H.A. Pulgar-Painemal. “Wind Farm Model for Power System Stability Analysis”. Ph.D. dissertation, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2010.
- [37] Yousef Saad. *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*. Philadelphia, PA: SIAM, 2nd edition, 2003.
- [38] E.J. Grimme. “Krylov Projection Methods for Model Reduction”. Ph.D. dissertation, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1997.
- [39] I.J. Perez-Arriaga. “Selective modal analysis with applications to electric power systems”. Ph.D. dissertation, Massachusetts Institute of Technology, 1981.
- [40] Hector A. Pulgar-Painemal and Peter W. Sauer. Towards a wind farm reduced-order model. *Electric Power Systems Research*, 81(8):1688 – 1695, 2011.
- [41] Hong Lin and Qin Chao. The study of reduced-order model of the direct-drive permanent magnet generator. In *Electrical and Control Engineering (ICECE), 2011 International Conference on*, pages 907–910, Sept 2011.
- [42] Ignacio J. Pérez-Arriaga, George C. Verghese, F.Luis Pagola, José Luis Sancha, and Fred C. Schweppe. Developments in selective modal analysis of small-signal stability in electric power systems. *Automatica*, 26(2):215 – 231, 1990.

- [43] Vinod Pottakulath, Elizabeth P. Cheriyan, and R. Sreerama Kumar. Determination of reduced order model for torsional interaction investigations using selective modal analysis - part i: Initial approach. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 44(1):482 – 487, 2013.
- [44] B. Moore. Principal component analysis in linear systems: Controllability, observability, and model reduction. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 26(1):17–32, Feb 1981.
- [45] Payam Rabiei and M. Pedram. Model order reduction of large circuits using balanced truncation. In *Design Automation Conference, 1999. Proceedings of the ASP-DAC '99. Asia and South Pacific*, pages 237–240 vol.1, Jan 1999.
- [46] F. Cingoz, A. Bidram, and A. Davoudi. Reduced order, high-fidelity modeling of energy storage units in vehicular power systems. In *Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 2011 IEEE*, pages 1–6, Sept 2011.
- [47] Sudipta Ghosh and Nilanjan Senroy. Balanced truncation based reduced order modeling of wind farm. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 53(0):649 – 655, 2013.
- [48] H. Sandberg. Model reduction of linear systems using extended balanced truncation. In *American Control Conference, 2008*, pages 4654–4659, June 2008.
- [49] D. Chaniotis. “Krylov Subspace Methods in Power System Studies”. Ph.D. dissertation, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2001.
- [50] Cornelius Lanczos. “An Iteration Method for the Solution of Eigenvalue Problem of Linear Differential and Integral Operators”. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, 45(4):255 – 282, Oct 1950.
- [51] W.E. Arnoldi. “The Principle of Minimized Iterations in the Solution of the Matrix Eigenvalue Problem”. *Quart. Appl. Math*, pages 17 – 29, 1951.
- [52] Lloyd N. Trefethen and David Bau III. *Numerical Linear Algebra*. Philadelphia, PA: SIAM, 1997.
- [53] Axel Ruhe. Rational krylov sequence methods for eigenvalue computation. *Linear Algebra and its Applications*, 58(0):391 – 405, 1984.
- [54] Axel Ruhe. The rational krylov algorithm for nonsymmetric eigenvalue problems. iii: Complex shifts for real matrices. *BIT Numerical Mathematics*, 34(1):165–176, 1994.
- [55] Behnam Salimbahrami and Boris Lohmann. Krylov subspace methods in linear model order reduction: Introduction and invariance properties. *Sci. Rep.. Inst. of Automation*, 2002.

- [56] Chia-Chi Chu, Hung-Chi Tsai, and Ming-Hong Lai. Dynamical equivalencing of large-scale power systems using second-order arnoldi algorithms. In *Circuits and Systems, 2009. ISCAS 2009. IEEE International Symposium on*, pages 1973–1976, May 2009.
- [57] Chia-Chi Chu, Hung-Chi Tsai, and Ming-Hong Lai. Structure preserving model-order reductions of {MIMO} second-order systems using arnoldi methods. *Mathematical and Computer Modelling*, 51(7-8):956 – 973, 2010. 2008 International Workshop on Scientific Computing in Electronics Engineering (WSCEE 2008).
- [58] V. Druskin, V. Simoncini, and M. Zaslavsky. Adaptive tangential interpolation in rational krylov subspaces for mimo dynamical systems. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 35(2):476–498, 2014.
- [59] C. Poussot-Vassal and P. Vuillemin. An iterative eigenvector tangential interpolation algorithm for large-scale lti and a class of lpv model approximation. In *Control Conference (ECC), 2013 European*, pages 4490–4495, July 2013.
- [60] Serkan Gugercin. An iterative svd-krylov based method for model reduction of large-scale dynamical systems. *Linear Algebra and its Applications*, 428(8-9):1964 – 1986, 2008.
- [61] Serkan Gugercin and Athanasios C. Antoulas. Model reduction of large-scale systems by least squares. *Linear Algebra and its Applications*, 415(2-3):290 – 321, 2006. Special Issue on Order Reduction of Large-Scale Systems.
- [62] D. Chaniotis and M. A. Pai. “Model Reduction in Power Systems Using Krylov Subspace Methods”. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 20(2):888–894, May 2005.
- [63] Ming-Hong Lai, Chia-Chi Chu, and Wu-Shiung Feng. “MIMO Interconnects Order Reductions by Using the Global Arnoldi Algorithm”. In *Circuits and Systems, 2006. ISCAS 2006. Proceedings. 2006 IEEE International Symposium on*, pages 4 pp.–1110, May 2006.
- [64] Roland W. Freund. Krylov-subspace methods for reduced-order modeling in circuit simulation. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 123:395 – 421, 2000. Numerical Analysis 2000. Vol. III: Linear Algebra.
- [65] W.T. Beyene and J.E. Schutt-Aine. Krylov subspace-based model-order reduction techniques for circuit simulations. In *Circuits and Systems, 1996., IEEE 39th Midwest symposium on*, volume 1, pages 331–334 vol.1, Aug 1996.
- [66] Zhaojun Bai. Krylov subspace techniques for reduced-order modeling of large-scale dynamical systems. *Applied Numerical Mathematics*, 43(1-2):9 – 44, 2002. 19th Dundee Biennial Conference on Numerical Analysis.

- [67] A. Davoudi, P.L. Chapman, J. Jatskevich, and H. Behjati. Reduced-order dynamic modeling of multiple-winding power electronic magnetic components. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 27(5):2220–2226, May 2012.
- [68] Hector A. Pulgar-Painemal and Peter W. Sauer. Reduced-order model of type-c wind turbine generators. *Electric Power Systems Research*, 81(4):840 – 845, 2011.
- [69] Sudipta Ghosh, Nilanjan Senroy, and Sukumar Kamalasan. Reduced order modeling of wind farms for inclusion in large power system simulations for primary frequency response application. In *North American Power Symposium (NAPS), 2014*, pages 1–6, Sept 2014.
- [70] H. Pulgar-Painemal and R. Galvez-Cubillos. Wind farms participation in frequency regulation and its impact on power system damping. In *PowerTech (POWERTECH), 2013 IEEE Grenoble*, pages 1–4, June 2013.
- [71] Hassan K. Khalil. *Nonlinear Systems*. Upper Saddle River, New Jersey, NJ: Prentice Hall, 2nd edition, 1996.
- [72] M.R. Hestenes and E. Stiefel. Methods of Conjugate Gradients for Solving Linear Systems. In *J. Research Nat. Bur. Standards*, pages 205–224, 1952.
- [73] Chi-Tsong Chen. *Linear System Theory and Design*. New York Oxford, NY: Oxford University Press, 3rd edition, 1999.
- [74] A.J. Laub, M.T. Heath, C. Paige, and R. Ward. Computation of system balancing transformations and other applications of simultaneous diagonalization algorithms. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 32(2):115–122, Feb 1987.
- [75] Shanshan Liu, Peter W. Sauer, Dimitrios Chaniotis, and M.A. Pai. “Krylov Subspace and Balanced Truncation Methods for Power System Model Reduction”. In Joe H. Chow, editor, *Power System Coherency and Model Reduction*, volume 94 of *Power Electronics and Power Systems*, pages 119–142. Springer New York, 2013.
- [76] S. Gugercin and A.C. Antoulas. A survey of model reduction by balanced truncation and some new results. *Int. J. Control*, 77(8):748–766, May 2004.
- [77] G.A. Baker Jr. *Essentials of Padé approximation*. New York, NY: Academic Press, 1975.
- [78] Peter W. Sauer and M.A. Pai. *Power System Dynamics and Stability*. Upper Saddle River, New Jersey, NJ: Prentice Hall, 1998.