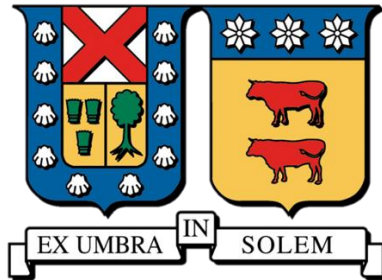


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

DEPARTAMENTO METALURGIA Y MATERIALES

SANTIAGO-CHILE



**“IMPACTO DE VARIABLES GEOMETALÚRGICAS EN
DEFINICIÓN DE POLÍGONOS DE EXPLOTACIÓN EN
CORTO PLAZO”**

MATHIAS ANDRÉS GUZMÁN CABRERA

MEMORIA DE TITULACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE

INGENIERO CIVIL DE MINAS

Profesor Patrocinante:

Dr. GONZALO NELIS

2024

Agradecimientos

Último esfuerzo. Llevo diciendo eso mucho tiempo. Mi último esfuerzo para la PSU terminó siendo un último esfuerzo para aprobar 021, 120, Geoestadística y un montón de ramos. Último esfuerzo leyendo papers y ahora mi último esfuerzo presentando la memoria. Estos fueron mis últimos esfuerzos para el inicio de los últimos esfuerzos que vienen.

Nada de esto sería posible sin la ayuda y soporte de mi familia, que me levantó cuando no lo vi posible.

A Mariela y Carlos, mis padres. Quienes dejaron su vida para entregarme una a mí. Gracias por el cariño y apoyo incondicional.

A Fernanda Véliz. Que me soporta y apoya en todo momento, incluso los de mayor estrés.

A mis amigos que son como hermanos. Matías Calderón, Felipe Aburto y Nicolás Alzamora. Ustedes han sido fundamentales en mi vida.

A mis amigos. Camilo Suazo Muñoz, Nicolás Campos, Beatrice Valdés, Alonso López Marín, Catalina Carvallo y Daniela Contreras. Que siempre estuvieron dispuestos a ayudarme y escucharme.

A mis amigos del Gym. George, Mona, Edu, Pancho, Rorro y Stephi. Que me recuerdan a diario que la universidad y el trabajo no lo son todo, que hay algo más, y que la vida no es sólo estudio.

A mi hermano, Rodrigo. La Meme, la tía Lili y la Alynne. Que de alguna forma siempre me ayudaron.

A mi profesor. Gonzalo Nelis Suazo. Quien me brindó su apoyo en todo momento y me motivó cuando fue necesario.

Y a todos los que formaron parte de este camino. Sin ustedes hoy no sería quien soy. Gracias por el apoyo incondicional.

Esta memoria fue financiada por el proyecto Fondecyt de Iniciación 11230022.

Resumen

La geometalurgia es una disciplina que combina conceptos de geología y metalurgia y se enfoca en comprender la variabilidad de los yacimientos. Para esto, se apoya en la creación de modelos geometalúrgicos que proporcionan una representación de la variabilidad espacial de un yacimiento y permiten prever cómo se comportarán los minerales a lo largo de los procesos de extracción y procesamiento. Por su parte, la planificación a corto plazo es crucial en las operaciones mineras y su principal desafío es el control de la calidad del mineral ya que este puede variar considerablemente, por lo que es fundamental gestionar dicha variabilidad para garantizar que el mineral enviado a la planta de procesamiento cumpla con los estándares de calidad deseados. Dentro del proceso de planificación y de las operaciones mineras existen distintas etapas en las que se deben dibujar polígonos que se utilizarán como pautas operativas a lo largo del tiempo. Estos polígonos son creados manualmente por el ingeniero en función de su experiencia y conocimiento del yacimiento. Sin embargo, la creación automática de estos polígonos puede mejorar la calidad y reducir los esfuerzos necesarios. Por esta razón, optimizar los procesos de la industria minera es un objetivo fundamental para garantizar su rentabilidad y eficiencia, por lo que se busca aumentar el beneficio económico a corto plazo que se obtiene de la definición y extracción de polígonos. Para esto, se registran diferentes reglas de mezcla para distintas variables geometalúrgicas con comportamientos no aditivos tal como la recuperación metalúrgica, la dureza del mineral y el consumo de ácido. Luego, se implementan dichas reglas de mezcla en el algoritmo de definición de polígonos propuesto por (Nelis et al., 2022). De esta forma, es posible encontrar la mejor combinación de polígonos que maximizan el beneficio económico mediante la resolución de un algoritmo de generación de columnas. Posteriormente, se valida que el efecto de las reglas de mezcla sea el deseado y se testea en un caso real comparando las geometrías, el valor económico y los tonelajes obtenidos. Finalmente se realiza un ranking de las variables geometalúrgicas que resultaron ser más influyentes en la definición de polígonos.

Abstract

Geometallurgy is a discipline that combines concepts from geology and metallurgy, focusing on understanding the variability of ore deposits. It relies on the creation of geometallurgical models that provide a representation of the spatial variability of a deposit and allow for predictions of how minerals will behave throughout extraction and processing stages. In mining operations, short-term planning is crucial, and its main challenge lies in controlling ore quality, which can vary considerably. Managing this variability is essential to ensure that the ore sent to the processing plant meets the desired quality standards. Within the planning process and mining operations, various stages require the delineation of polygons that will serve as operational guidelines over time. These polygons are manually created by engineers based on their experience and knowledge of the deposit. However, automating the creation of these polygons can improve quality and reduce the required efforts. For this reason, optimizing processes in the mining industry is a fundamental objective to ensure profitability and efficiency, aiming to increase the short-term economic benefit obtained from the definition and extraction of polygons. To achieve this, different blending rules are recorded for various geometallurgical variables with non-additive behaviors, such as metallurgical recovery, ore hardness, and acid consumption. These blending rules are then implemented in the polygon definition algorithm proposed by Nelis et al. (2022). This approach allows for finding the best combination of polygons that maximizes economic benefit by solving a column generation algorithm. Subsequently, it is validated that the effect of the blending rules is as desired, and the method is tested in a real case by comparing geometries, economic value, and tonnage obtained. Finally, a ranking of the most influential geometallurgical variables in polygon definition is conducted.

Índice

<i>Agradecimientos</i>	2
<i>Resumen</i>	3
<i>Abstract</i>	4
<i>Índice</i>	5
<i>1. Capítulo I</i>	7
1.1 Introducción	7
1.2 Objetivo general.....	8
1.3 Objetivos específicos.....	8
<i>2. Capítulo II: Antecedentes</i>	9
2.1 Planificación minera.....	9
1.1.1 Planificación a largo plazo	9
1.1.2 Planificación de corto plazo	11
2.2 Creación de polígonos en minería	13
2.3 Geometalurgia.....	17
2.4 Aditividad	22
2.5 Reglas de Mezcla.....	23
<i>3. Capítulo III: Metodología</i>	26
3.1 Catastro reglas de mezcla	26
3.2 Implementación reglas de mezcla en algoritmo.....	26
3.3 Validación reglas de mezcla	26
3.4 Testeo del efecto de reglas de mezcla en caso real.....	26
3.5 Ranking de relevancia	27
<i>4. Capítulo IV: Modelo de optimización</i>	28
<i>5. Capítulo V: Resultados y discusiones</i>	31
5.1 Caso de estudio	31
5.2 Reglas de mezcla	33
5.2.1 Funciones lineales	33
5.2.2 Función de Van Tonder	33
5.2.3 Función de Yan.....	34
5.3 Modelo “Small”	34
5.3.1 Funciones lineales	35
5.3.2 Funciones de YAN.....	35
5.3.3 Funciones de VAN TONDER.....	36
5.4 Modelo “Medium”	36

5.4.1 Funciones lineales	37
5.4.2 Funciones de YAN.....	37
5.4.3 Funciones de VAN TONDER.....	38
5.5 Modelo “Large”	38
5.5.1 Funciones lineales	39
5.5.2 Funciones de YAN.....	39
5.5.3 Funciones de VAN TONDER.....	40
5.6 Comparación de resultados entre modelos.....	40
5.7 Modelo de bloques pequeño 8k v/s 24k patterns	43
5.7.1 Funciones lineales	44
5.7.2 Funciones de VAN TONDER.....	45
5.7.3 Funciones de YAN.....	47
5.8 Comparación de resultados 8k v/s 24k figuras.	49
6. Capítulo VI: Conclusiones	51
Referencias.	52

1. Capítulo I

1.1 Introducción

La geometalurgia y la planificación son elementos cruciales en la industria minera que trabajan en conjunto para optimizar la extracción de minerales y recursos naturales. La planificación minera es un proceso clave en la industria extractiva que busca maximizar la eficiencia y la rentabilidad de las operaciones. Sin embargo, la toma de decisiones en dicha área está sujeta a incertidumbre debido a la variabilidad existente dentro de los depósitos. Esta variabilidad afecta la calidad, cantidad y distribución del mineral por lo que, para abordarla, se recurre a la geometalurgia.

La planificación a largo plazo se enfoca en estrategias para el desarrollo de yacimientos en un amplio periodo de tiempo. Esto incluye la identificación de áreas de alto potencial, la evaluación de la rentabilidad a largo plazo y la optimización de los recursos disponibles. La planificación a corto plazo, por otro lado, se concentra en la ejecución efectiva de la explotación minera en función de la información reunida en la etapa de planificación a largo plazo. Aquí, se utilizan datos en tiempo real para ajustar las operaciones de manera continua y obtener el mayor beneficio económico posible.

Por su parte, la geometalurgia es una disciplina que combina conceptos de geología y metalurgia y se enfoca en comprender la variabilidad de los yacimientos. Para esto, se apoya en la creación de modelos geometalúrgicos que proporcionan una representación de la variabilidad espacial de un yacimiento y permiten prever cómo se comportarán los minerales a lo largo de los procesos de extracción y procesamiento.

En la presente memoria se busca evaluar cuál es el impacto de la geometalurgia en la definición de polígonos en el corto plazo, es decir, se comparan los resultados finales obtenidos de valor económico, tiempo de cómputo, destinos de cada bloque y se observa cómo van cambiando los clusters generados al utilizar diferentes reglas de mezcla en el algoritmo de optimización propuesto por (Nelis et al., 2022). que encuentra las mejores soluciones posibles de clusters y destinos que maximizan el beneficio económico en el corto plazo.

1.2 Objetivo general

Evaluar el impacto de la geometalurgia en la definición de polígonos en corto plazo.

1.3 Objetivos específicos

- I. Aplicar un modelo matemático existente para simular casos de estudio y evaluar la influencia de variables geometalúrgicas en la definición de polígonos.
- II. Evaluar el cumplimiento de metas de producción y valor económico en los casos de estudio.
- III. Realizar un ranking de las interacciones geometalúrgicas más influyentes

2. Capítulo II: Antecedentes

En el presente capítulo se realiza una revisión general acerca de la planificación minera a corto plazo la cual desempeña un papel crucial en la optimización de recursos y la eficiencia operativa. Por otra parte, se habla acerca de la geometalurgia y su importancia dentro de la minería, siendo una actividad interdisciplinaria que combina geología y metalurgia; y se ha convertido en una componente esencial para abordar los desafíos que presenta la extracción de minerales. De esta forma, se explora cómo estos conceptos convergen para mejorar la toma de decisiones dentro de la industria minera, optimizando así la recuperación de minerales de interés.

2.1 Planificación minera

La planificación minera es un proceso fundamental que busca definir la forma óptima de extraer recursos minerales. Implica la evaluación de recursos, selección de métodos de extracción, optimización de producción y disminución de costos. Además, intenta maximizar la rentabilidad del proyecto y minimizar los riesgos asociados a este.

1.1.1 Planificación a largo plazo

A continuación, en la Figura n°1 se muestran las principales etapas del proceso tradicional de planificación minera a largo plazo. Tal como se indica en Morales et al., (2019).

para cada bloque del modelo de bloques se asigna un valor que representa su beneficio económico, el cual depende del contenido de metal recuperable, el precio de la mercancía y varios costos operativos. Así, el valor final de un bloque depende de si se tratará como mineral o como lastre. Luego, utilizando la metodología de Lerchs y Grossmann se obtienen los pozos anidados o “nested pits”, del total de pozos anidados generados, se selecciona un número para definir la secuencia de fases, basada en un criterio (o criterios) seleccionado, por ejemplo, el ancho operacional mínimo que debe mantenerse para asegurar un diseño operativo. Finalmente, una programación temporal de producción define cuándo serán extraídas las diferentes zonas y cuáles de ellas se procesarán, maximizando el valor presente neto de la operación y sujeto a una serie de restricciones como pendientes, recursos operacionales y/o mezcla.

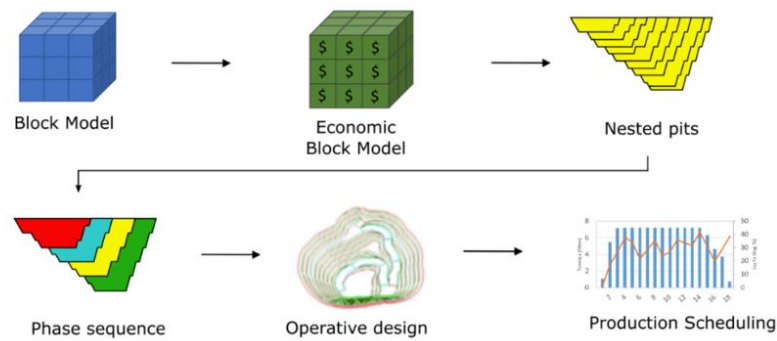


Figura n°1: Metodología tradicional para planificación de minas a cielo abierto a largo plazo.

Dentro de este proceso se presentan dos problemáticas clave que se ven influenciadas en gran medida por la variabilidad espacial del depósito, es decir, cómo se distribuyen los minerales en la mina.

- **El problema del límite de mina definitivo:** Se debe determinar qué partes del yacimiento son económicamente viables de extraer, es decir, deben definirse las reservas dado que no todas las áreas de la mina tienen la misma rentabilidad a la hora de explotarlas, es por esto por lo que la planificación debe identificar las zonas más adecuadas para la extracción.
- **El problema de programación de producción a lo largo de la vida de la mina:** Se debe decidir cuándo extraer las reservas de modo de maximizar el valor actual neto (VAN) del proyecto.

Como se menciona anteriormente, algunas de las problemáticas de la planificación a largo plazo son la alta incertidumbre geológica y económica existentes en el rajo debido a que las reservas minerales pueden variar significativamente dada la falta de información precisa sobre el depósito y a las fluctuaciones en los precios de los minerales.

En Navarra et al., (2018) estudian la optimización de planes mineros en dos etapas, enfocándose en la planificación a largo y corto plazo para manejar la incertidumbre geológica y las decisiones de procesamiento. Se propone un marco que integra modelos geometalúrgicos en algoritmos de optimización, evaluando diferentes configuraciones de planta y modos operacionales. La solución mejora la vida útil de la mina y el valor presente neto al considerar escenarios geológicos variados y ajustar el diseño de la planta.

Tal como se muestra en la Figura n°2, se concluye que el diseño de la planta impacta significativamente el plan minero, donde a largo plazo, el diseño de dos modos mejora el rendimiento y la recuperación al permitir ajustar el procesamiento según las características del mineral, superando el diseño de un solo modo en términos de NPV

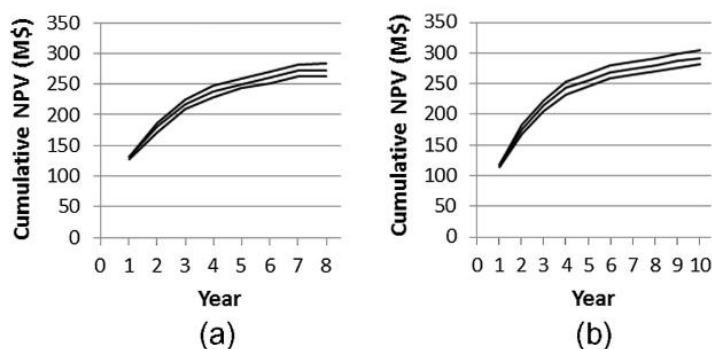


Figura n°2: Valor actual neto operativo acumulado para un modo de diseño (a) y para dos modos (b).

1.1.2 Planificación de corto plazo

La planificación a largo plazo se extiende durante varios años, a menudo décadas, y como su nombre lo indica se enfoca en la estrategia a largo plazo de la mina, como la secuencia de extracción de áreas y el desarrollo de nuevas zonas. Por otra parte, la planificación a corto plazo se centra en los detalles operativos y se extiende generalmente entre un periodo de uno a tres años, siendo esta última más flexible y adaptable, ya que permite responder a cambios y nueva información con mayor rapidez.

La planificación a corto plazo es crucial en las operaciones mineras debido a la estrecha relación existente entre la planificación y la ejecución. Su principal desafío es el control de la calidad del mineral ya que este puede variar considerablemente por lo que es fundamental gestionar dicha variabilidad para garantizar que el mineral enviado a la planta de procesamiento cumpla con los estándares de calidad deseados.

A medida que se avanza en el tiempo, se obtiene nueva información y es la planificación a corto plazo la que permite a las minas adaptarse a estos cambios de manera más ágil y tomar decisiones basadas en datos actualizados. A su vez, se ocupa de detalles operativos específicos, como la selección de rutas de transporte, la programación de la extracción de bloques y la optimización de los recursos disponibles en el momento.

Como se mencionó anteriormente, dentro de la minería, la programación de la producción a corto plazo enfrenta desafíos significativos debido a la necesidad de asegurar que el mineral extraído cumpla con las especificaciones de grado requeridas por la planta procesadora.

Por esta razón en Yavarzadeh et al., (2014) se aborda la programación de la producción a corto plazo, enfocándose en el control del grado del mineral extraído para mantener la calidad y minimizar las variaciones. El problema central es el "Grade Control Problem", que se refiere a la necesidad de asegurar que el mineral enviado a la planta procesadora tenga un grado constante, lo cual es crítico en minas con características geológicas complejas. Para resolver este problema, se propone un modelo basado en Programación Lineal Entera Mixta (MILP), cuyo objetivo es minimizar la varianza del grado del mineral durante los períodos de programación. El modelo se valida con un estudio de caso en la mina de cobre. Los resultados muestran que el modelo logra reducir las desviaciones del grado y optimizar la operación, al disminuir el número de frentes de extracción necesarios tal como se muestra en la Figura n°3 donde se observa la efectividad del modelo al momento de reducir las fluctuaciones del grado del mineral. Esto permite una mejor gestión operativa y una mayor eficiencia en la programación de la producción a corto plazo.

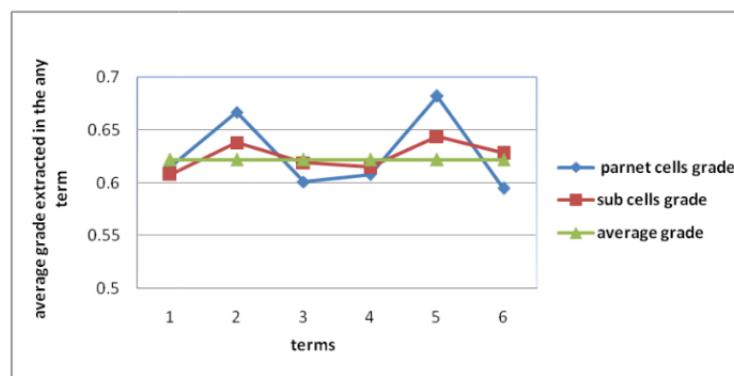


Figura n°3: Comparación entre subceldas y bloques principales.

A su vez, la ineficiencia en la separación y clasificación de minerales en la minería puede llevar a una recuperación insuficiente de recursos y un aumento en los costos operativos. Estos problemas afectan la eficiencia general de la operación minera y, por ende, la producción a corto plazo.

En Eivazy & Askari-Nasab, (2012) se estudia la recuperación insuficiente de recursos valiosos y el aumento en los costos operativos debido a la variabilidad en la calidad del mineral y las impurezas. Para resolver esto, se implementaron y compararon métodos de optimización como ajustes en los parámetros de flotación (concentración de reactivos y tiempo) y mejoras en la clasificación por tamaños, además de utilizar modelos predictivos para simular el rendimiento de estos métodos. Las conclusiones indican que los ajustes en los parámetros de flotación y la optimización en la clasificación mejoraron significativamente la recuperación de minerales y permitieron una separación más efectiva de las impurezas, mientras que los modelos predictivos ayudaron a anticipar y ajustar los procesos en tiempo real, logrando así una mayor eficiencia, reducción de costos y recuperación de recursos en la minería, tal como se puede observar en la Figura n°4, donde a pesar de que el escenario n°3 (para este caso se impone una restricción que dicta la dirección en la que los bloques de cada banco deben ser extraídos) no tenía el costo total más bajo, se consideró el mejor en términos generales debido a otros factores operativos y prácticos.

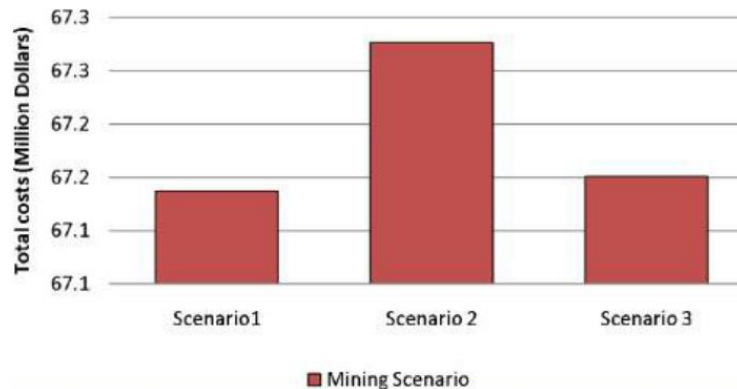


Figura n°4: Comparación del costo total óptimo de 3 escenarios.

2.2 Creación de polígonos en minería

Dentro de las operaciones mineras existen distintas etapas en las que se deben dibujar polígonos que se utilizarán como pautas operativas a lo largo del tiempo. Estos polígonos son creados manualmente por el ingeniero en función de su experiencia y conocimiento del yacimiento. Sin embargo, la creación automática de estos polígonos puede mejorar la calidad y reducir los esfuerzos necesarios. En particular, se tienen dos problemas dentro de la planificación minera: la necesidad de polígonos grandes para cortes mineros en la

planificación a largo plazo y la necesidad de formas que sean rentables para la extracción de minerales en la planificación a corto plazo.

Cuando hablamos de polígonos nos referimos a un conjunto de bloques de mineral que se extraen como una unidad en un determinado periodo de tiempo. Estos, se agrupan de manera que maximicen el valor presente neto y sean prácticos desde el punto de vista operativo, lo que implica que deben ser lo suficientemente grandes para reducir la complejidad del modelo, pero homogéneos en términos de contenido mineral y tipo de roca.

Para su creación se utilizan técnicas de agrupamiento como lo es el clustering. Esta es una herramienta que permite agrupar objetos que comparten similitudes y en el caso de la minería puede ser utilizada para agrupar bloques con propiedades similares dentro de un depósito. Para esto se deben considerar ciertas restricciones como la exclusividad e inclusividad de objetos en los clusters, sus tamaños mínimos y máximos y restricciones en sus formas. Se dice que el problema de agrupamiento es NP-Hard, lo que significa que encontrar su solución óptima puede tomar un tiempo exponencial, por esta razón se utilizan técnicas heurísticas para obtener conjuntos de clústeres de buena calidad en tiempos razonables.

En Tabesh & Askari-Nasab, (2011) se estudia la complejidad computacional al optimizar los planes de extracción debido a la gran cantidad de bloques involucrados. Para abordar este problema, se propone un enfoque que combina la agrupación jerárquica de bloques con una técnica llamada “Tabú Search” con el fin de reducir el tamaño del problema matemático. Se compara el desempeño de diferentes tamaños de agrupaciones en términos de valor presente neto, tiempo de computación, y la homogeneidad de los polígonos. En la Figura n°5, se muestra que, aunque la búsqueda tabú reduce significativamente el tiempo de resolución y el tamaño del modelo, también puede disminuir la homogeneidad y el valor presente neto, lo que sugiere la necesidad de mejorar la técnica en futuras investigaciones.

Table 3 MILP run summary for mining cuts before implementing Tabu Search

ID	No. of cuts	No. of binary variables	MILP NPV (million dollars)	MILP CPU time/s	Coefficient matrix	Non-zero elements
1	1052	19 080	\$1914	166 740	164 808 × 63 120	1 553 726
2	767	13 900	\$1799	18 843	117 833 × 46 020	1 105 866
3	502	9070	\$1746	11 638	73 998 × 30 120	687 666
4	354	6440	\$1680	6011	50 246 × 21 240	436 073
5	289	5225	Infeasible	...	34 923 × 11 785	353 061

Table 4 MILP run summary for mining cuts after implementing Tabu Search

ID	No. of cuts	No. of binary variables	MILP NPV (million dollars)	MILP CPU time/s	Coefficient matrix	Non-zero elements
6	1052	19 080	\$1926	103 878	160 768 × 63 120	1 507 946
7	767	13 900	\$1804	46 809	114 793 × 46 020	1 071 826
8	502	9070	\$1752	24 334	72 089 × 30 120	666 616
9	354	6440	\$1679	4513	49 286 × 21 240	451 992
10	289	5225	\$1622	2641	39 971 × 17 340	365 832

Figura n°5: Resultados de ejecución de modelo MILP antes de implementar Tabú Search (3) y después de implementarlo (4).

Asimismo, en Tabesh & Askari-Nasab, (2013) se estudia la forma de los clusters generados, que tradicionalmente no se controla lo cual puede afectar negativamente su uso práctico. Para resolver esto, se propone un algoritmo de agrupamiento con control de forma, que permite crear clusters con bordes suavizados y control sobre el tamaño mínimo y máximo. Se evalúa el rendimiento del algoritmo en tres conjuntos de datos de diferentes tamaños, demostrando su capacidad para formar clusters homogéneos en cuanto a tipo de roca y destino en tiempos de procesamiento razonables. En la Figura n°6, es posible observar que el algoritmo es efectivo en la generación de clusters útiles para la planificación minera, proporcionando así una perspectiva práctica sobre el rendimiento del algoritmo en un escenario del mundo real. De igual forma, se necesitan más investigaciones para definir medidas cuantitativas de la forma de los clusters.

No.	Description	Cluster size		Cluster tonnage, t		CPU time, s
		avg	std	avg	std	
1	Distance only	23	7	81 556	30 338	343
2	Distance only (refined shape)	24	7	83 090	29 238	362
3	Grade control	16	14	55 067	51 923	363
4	Grade control (refined shape)	28	10	97 238	37 719	383
5	Grade and shape control	26	9	90 027	36 075	371
6	Destination and shape control	26	8	89 596	32 290	391
7	Within destination (refined shape)	25	25	86 572	90 262	357

Figura n°6: Tamaño de clúster y tiempo de procesamiento.

Asimismo, en Nelis et al., (2022) se estudia el problema de la definición de polígonos en minería, que es crucial para la planificación efectiva de la extracción de minerales. Este problema implica determinar cómo realizar cortes en los bloques de mineral de manera que se maximicen los beneficios económicos, teniendo en cuenta restricciones operativas

y características geometalúrgicas. Tradicionalmente, este problema se abordaba mediante métodos lineales, pero el artículo introduce un enfoque innovador basado en un algoritmo de generación de columnas, que ha demostrado ser superior a los solucionadores generales existentes.

El algoritmo propuesto mejora el rendimiento al incorporar una estrategia de generación de columnas, la cual se enfoca en añadir un número máximo de columnas a cada iteración del problema maestro. El artículo discute cómo dicho valor máximo de columnas influye en el tiempo de ejecución del algoritmo. Los resultados muestran que valores bajos de “N máx” (número máximo de columnas) llevan a un mayor número de iteraciones y tiempos de ejecución más largos para la relajación lineal del problema, mientras que valores más altos reducen el número de iteraciones, pero aumentan el tamaño del problema y el tiempo de solución de los problemas enteros.

Las conclusiones del artículo destacan que el enfoque basado en generación de columnas no solo supera a los métodos generales en términos de tiempo de ejecución para instancias grandes, sino que también permite la inclusión de interacciones no lineales y no aditivas en las definiciones de cortes, lo que resulta en soluciones más precisas y adecuadas para casos industriales reales. En la Figura n°7, es posible apreciar que un “N máx” (número máximo de columnas) cercano a 1000 ofrece el mejor rendimiento global, minimizando tanto los tiempos de ejecución de la relajación lineal como los de la optimización completa. Sin embargo, valores significativamente mayores a 1000 pueden llevar a un aumento en el tiempo total de ejecución debido a la complejidad creciente de los problemas enteros. Esto subraya la importancia de elegir un N máx adecuado para optimizar el rendimiento del algoritmo.

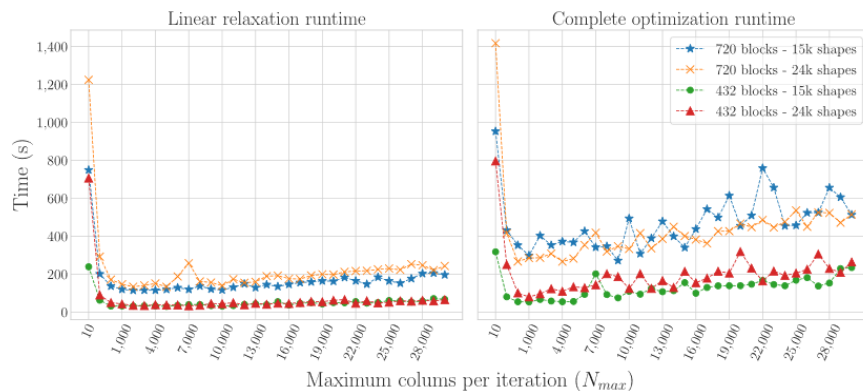


Figura n°7: Tiempo de ejecución del algoritmo para diferentes $N_{\max}$.

2.3 Geometalurgia

La geometalurgia es una actividad interdisciplinaria que integra la geología, ingeniería minera/geotécnica, metalurgia, economía mineral y parámetros geoambientales con la finalidad de maximizar el valor económico del proyecto, reducir el riesgo de este y demostrar una buena gestión de los recursos Dominy et al., (2018). De esta forma, se establecen modelos tridimensionales que permiten optimizar el VAN y el desarrollo de estrategias para mitigar los riesgos relacionados a la variabilidad, que, de no ser cuantificada espacialmente aumenta el riesgo del proyecto y el potencial de pérdida de ingresos.

Es aplicable a proyectos de minerales metalíferos (Cu, Au, Ag) y a su vez, también es aplicable a proyectos de minerales industriales (grava, arena, arcilla) y abarca tanto minas a cielo abierto como subterráneas. Además, y según el estado en el que se encuentre el proyecto se puede dividir en dos etapas distintas y complementarias entre sí (Dominy et al., 2018).

- **Geometalurgia estratégica:** Se centra en todo el yacimiento a lo largo de la vida útil de la mina (LOM) aportando valor al recurso mineral durante las fases de desarrollo, planificación, operación y cierre (Dominy et al., 2018).
- **Geometalurgia táctica:** Se centra en la vista operativa a corto y mediano plazo y se puede ver como una aplicación casi en tiempo real del modelo estratégico.

El enfoque geometalúrgico se diferencia de los métodos tradicionales que utilizan factores para calcular las reservas de mineral. En lugar de depender de ajustes simples, se basa en la creación de modelos de bloques ricos en datos que capturan la variabilidad del mineral en el yacimiento con mucho más detalle. Para aprovechar al máximo estos beneficios se deben cumplir 3 actividades principales.

- **Adquisición de datos a través de muestreo.** Consiste en la recopilación de información sobre las propiedades de las rocas dentro del yacimiento.

- Construcción de modelos espaciales. Con los datos ya recopilados se construyen modelos tridimensionales que representen la distribución espacial de las propiedades de las rocas.
- Optimizar el valor del proyecto. Finalmente, se utilizan los modelos para tomar decisiones acerca de la planificación y operación de la mina.

Actualmente se está estudiando altamente la influencia de la geometalurgia en la minería y dentro del proceso de planificación. Al añadir información geometalúrgica en la planificación minera es posible diseñar estrategias más precisas y efectivas para maximizar el valor económico del depósito mineral, optimizando tanto el proceso de extracción como el de procesamiento.

En Dunham et al., (2009) se presenta el **marco de respuesta primaria** con el fin de clasificar variables geometalúrgicas. Debido a la complejidad que conlleva modelar variables geometalúrgicas que afectan los costos y los ingresos de un proyecto, especialmente cuando se trata de variables de respuesta no aditivas. Por esta razón, el artículo propone clasificar estas variables en primarias (atributos intrínsecos de la roca) y de respuesta (atributos que describen la reacción de la roca a los procesos). Mientras las variables primarias pueden ser estimadas con métodos tradicionales como kriging, las variables de respuesta requieren enfoques más complejos debido a su naturaleza no lineal y a la influencia de los métodos de prueba, por lo que implementar correctamente el marco propuesto permite una mejor planificación y optimización minera al reducir el riesgo y mejorar la precisión en la estimación de variables críticas.

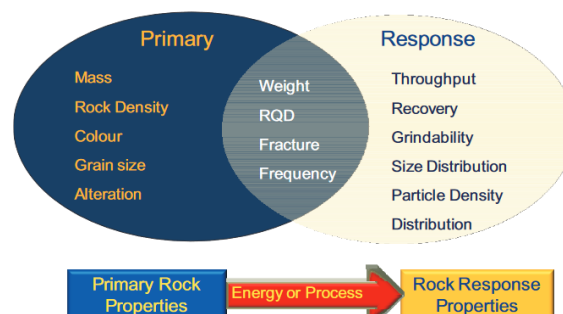


Figura n°8: Marco de respuesta primaria.

En Morales et al., (2019) se integran modelos geometalúrgicos estocásticos en la planificación minera a largo plazo para mejorar la toma de decisiones y maximizar el valor del proyecto. Tal como se indica en la Figura n°9, al considerar la incertidumbre en la ley del mineral, la recuperación metalúrgica y las tasas de procesamiento, el enfoque propuesto permite optimizar la secuencia de extracción, aumentar el VAN esperado hasta un 9.4% y reducir el riesgo de desviaciones en los objetivos de producción en un 68.6% (esquema n°4). Esto subraya la importancia de incorporar estas incertidumbres en la planificación para mejorar la rentabilidad y reducir riesgos en proyectos mineros.

Scheduling Scheme	Expected NPV	Relative Variation	Expected CDDC	Relative Variation
	(MUSD)	CDDC %	(MUSD)	CDDC %
1	2949.3	-	891.7	-
2	3024.4	+2.5	396.5	-55.5
3	3162.2	+7.2	389.8	-56.3
4	3227.3	+9.4	280.4	-68.6

Figura n°9: Resultados económicos del caso de estudio.

En Garrido et al., (2017) se aborda el problema de la incertidumbre al proponer un enfoque que busca minimizar la variabilidad en el contenido de arcillas a lo largo del tiempo. Por lo que se presenta una metodología para optimizar la planificación minera en minas a cielo abierto, incorporando variables geometalúrgicas, específicamente la homogeneidad en la presencia de arcillas, que afectan negativamente la flotación del mineral. Se propone agregar una condición de homogeneidad al problema de optimización conocido como Constrained Pit Limit Problem (CPIT), utilizando el algoritmo Tabu Search. La metodología busca extraer minerales con propiedades similares en cada período para mejorar la estabilidad operativa de la planta. Los resultados presentes en la Figura n°10, aunque el Valor Presente Neto no varió significativamente, la homogeneidad en el procesamiento redujo la variación en las arcillas y mejoró la recuperación metalúrgica, sugiriendo que la integración de variables geometalúrgicas puede optimizar la planificación minera.

Period	Base case**		Dilution case		Percentage difference*	
	Dilution	NPV [MUS\$]	Dilution	NPV [MUS\$]	Dilution	NPV [MUS\$]
1	10%	135	2.5%	95	-76.0%	-30%
2	0.0%	249	0.0%	201	-	-19%
3	0.0%	327	0.0%	294	-	-10%
4	0.0%	413	0.0%	396	-	-4%
5	0.0%	500	0.0%	486	-	-3%
6	0.0%	577	0.0%	562	-	-3%
7	0.0%	649	0.0%	631	-	-3%
8	0.0%	716	0.0%	698	-	-2%
9	0.0%	775	0.0%	756	-	-2%
10	4.1%	825	2.4%	808	-42%	-2%
11	14%	868	15%	851	7.0%	-2%
12	32%	896	24%	879	-26%	-2%
13	28%	910	16%	883	-43%	-3%
14	9.6%	928	8.8%	901	-8.3%	-3%

* Difference: dilution case - base case

** Base case does not consider plant processing costs

Figura n°10: Comparación entre caso base y caso de dilución.

En Coward & Dowd, (2015) se estudia la necesidad de reducir la incertidumbre y mejorar la toma de decisiones en la cadena de valor de proyectos mineros. Se utilizan modelos multivariantes del cuerpo mineral para simular diferentes escenarios operacionales y futuros, lo cual permite una mejor cuantificación de los riesgos y la identificación de estrategias de mitigación. Se destaca que el uso de modelos integrados en la cadena de valor mejora significativamente la capacidad de desarrollar diseños de proyectos más resilientes, tomar decisiones más robustas y garantizar el éxito del proyecto en términos financieros y operativos. Tal y como se muestra a continuación, el rango del valor presente neto del proyecto es considerable, siendo un poco más del 70% en comparación al caso base.

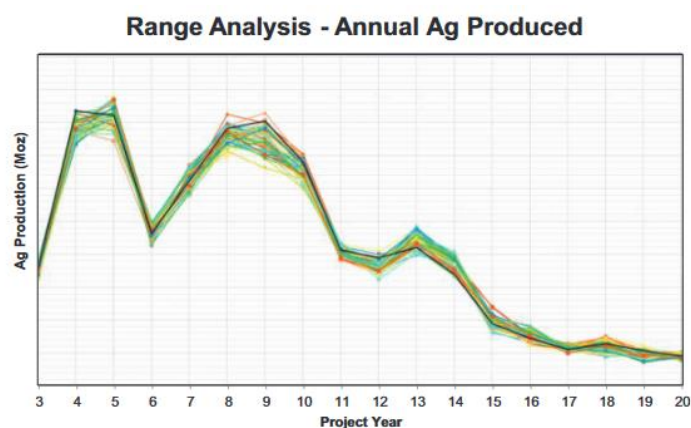


Figura n°11: Toneladas de Ag producidas anualmente a partir de cada una de las 50 realizaciones.

La incorporación de la incertidumbre de las variables geometalúrgicas en la planificación minera ofrece nuevas oportunidades a los tomadores de decisiones para analizar,

comparar y elegir entre diversos escenarios con el fin de lograr un equilibrio óptimo entre los objetivos económicos y operativos (Sepúlveda et al., 2018).

En Navarra et al., (2017) se estudian diferentes modos de operación del concentrador. Para esto, se utiliza un depósito de sulfuro de cobre con múltiples tipos de roca y una variedad de escenarios geológicos. A su vez, la metodología utilizada involucra la modelización estocástica para abordar la incertidumbre en el área de planificación, por lo que se generan múltiples escenarios geológicos, reflejando así la variabilidad natural existente en la distribución de los minerales de un yacimiento. Los resultados (presentes a continuación) muestran diferencias significativas en el VAN entre ambas configuraciones de concentrador: Al utilizar 2 modos de operación se obtiene un aumento de VAN de \$214 millones a \$255 millones aproximadamente, por lo que se justifica la inversión adicional de capital en dicho caso. Además, se calculan las pérdidas económicas debidas al exceso de mineral no procesado, en donde se obtuvo un aumento despreciable de \$0.49 millones a \$1.44 millones aproximadamente. Por lo tanto, al observar los resultados, se aprecia que, al parecer vale la pena utilizar distintos tipos de roca como unidades geometalúrgicas diferentes.

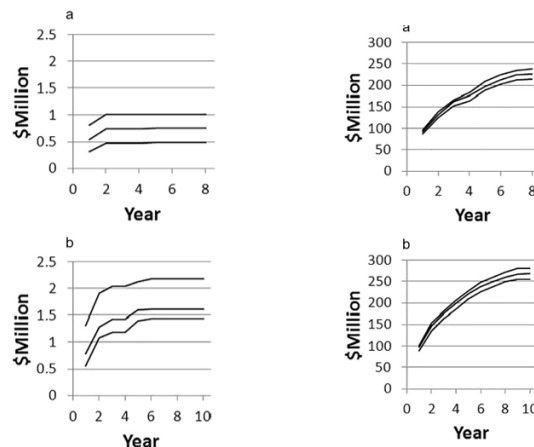


Figura n°12: Pérdidas descontadas acumuladas para un modo (izquierda (a)) y para dos modos (izquierda (b)). VAN acumulado para un modo (derecha (a)) y para dos modos de operación (derecha (b)).

En Sepúlveda et al., (2018) se estudia la optimización de la producción en minería de Block Caving bajo incertidumbre geometalúrgica, utilizando un caso real de una operación minera de oro y cobre a lo largo de un período de 12 años. Se exploran distintos enfoques multiobjetivo que combinan la maximización del retorno económico esperado (NSR) con la minimización de la volatilidad, el valor en riesgo (VaR), el valor en riesgo

condicional (CVaR), y las desviaciones de las metas de producción. Los resultados (presentes a continuación) indican que los enfoques que minimizan las desviaciones de los objetivos de producción y maximizan el NSR (casos 4 y 5) logran menores desviaciones y un alto NSR promedio, destacando la importancia de incluir medidas de riesgo y la minimización de desviaciones en la toma de decisiones mineras bajo incertidumbre geometalúrgica.

Schedule statistic	NSR vs Volatility (A)		NSR vs VaR (B)		NSR vs CVaR (C)		NSR vs DFT (D)		NSR-VaR vs DFT (E)	
	LT	UT	LT	UT	LT	UT	LT	UT	LT	UT
NSR-Mean	665-88	678-30	678-28	678-38	679-35	679-38	678-81	687-84	676-48	682-80
NSR-VaR	604-45	615-66	613-71	613-58	614-46	614-46	616-41	625-03	616-01	620-02
NSR-CVaR	588-81	599-16	596-67	596-77	597-76	597-73	598-56	606-53	598-82	602-99
Tonnage-1	7654-92	7857-65	7994-75	7986-07	7992-03	7995-16	7540-70	7861-10	7002-49	7232-99
Tonnage-2	7613-60	7752-75	7992-37	7992-38	7981-91	7981-91	7700-84	7833-51	7016-47	7331-48
Tonnage-3	7690-83	7818-97	7984-95	7984-95	7993-92	7993-92	7509-42	7814-38	7029-75	7431-58
Tonnage-4	7758-80	7849-92	7992-35	7999-64	7986-61	7986-61	7500-87	7609-87	7037-28	7493-37
Tonnage-5	7796-18	7913-80	7970-54	7970-54	7992-80	7996-28	7499-98	7613-75	7016-23	7498-93
Tonnage-6	7795-53	7890-76	7999-02	7999-02	7962-95	7972-66	7499-98	7567-24	7318-01	7499-67
Tonnage-7	7694-57	7842-07	7978-11	7978-47	7992-05	7994-13	7501-29	7531-84	7215-85	7500-87
Tonnage-8	7462-95	7533-80	7847-16	7856-89	7896-85	7896-86	7499-96	7502-43	7322-41	7498-15
Tonnage-9	7003-59	7027-19	7115-29	7124-65	7171-54	7171-53	7498-70	7508-29	7224-66	7499-39
Tonnage-10	7001-71	7003-80	7002-71	7020-17	7053-31	7052-61	7501-80	7484-93	7263-81	7494-21
Tonnage-11	7001-02	7008-49	7019-19	7019-11	7002-67	7006-15	7490-31	7328-56	7281-34	7499-09
Tonnage-12	7002-30	7004-31	7011-48	7016-67	7000-80	7006-69	7317-94	7161-87	7346-56	7494-52
DFT	294-41	368-00	467-55	465-61	464-23	465-05	37-34	155-59	327-10	43-96

Figura n°13: Estadísticas de formulaciones bi-objetivo.

2.4 Aditividad

La aditividad es un concepto sumamente importante en estadística y análisis de datos que se refiere a la propiedad de las variables en las que la suma de las partes es igual al todo. En otras palabras, una variable es aditiva cuando la suma de sus valores individuales o promedios es igual al valor total.

En el contexto de la estadística espacial y la minería, la aditividad es particularmente relevante. Sin embargo, se debe destacar que no todas las variables son aditivas, y esta no aditividad puede plantear desafíos significativos al modelar la variabilidad espacial. La no aditividad puede surgir debido a relaciones no lineales, lo que requiere enfoques de modelado y análisis más avanzados por lo que es fundamental reconocerla y abordarla de manera adecuada para evitar sesgos y errores en los análisis y las estimaciones.

La comprensión de la aditividad y su aplicabilidad es esencial ya que simplifica la interpretación de resultados y ayuda a la toma de decisiones más informadas.

En Carrasco et al., (2008) se estudia la no aditividad de la recuperación metalúrgica en la industria minera, una variable sumamente importante a la hora de evaluar el valor económico de un proyecto. La no aditividad de esta variable plantea desafíos en la modelación de su variabilidad espacial y en su estimación directa.

Se analizan dos casos para abordar la no aditividad de la recuperación metalúrgica. El primero se centra en calcular la recuperación a escala global considerando que las muestras proporcionan una discretización aceptable del depósito. Para esto se comparan dos métodos de cálculo, uno basado en un promedio de recuperaciones puntuales (R^*), en donde se promedian las recuperaciones puntuales de cada muestra para obtener un valor representativo de la recuperación en toda la operación minera y otro en donde en vez de simplemente promediar dichas recuperaciones puntuales se divide el promedio de dos variables (R). En este caso, se divide el promedio de ZR (ley de recuperación) por el promedio de ZH (ley de cabeza).

Para R^* se obtiene una estimación global de la recuperación igual al 88.8%, mientras que para R se obtiene una estimación de la recuperación global del 89.3%. La diferencia entre estos dos valores puede parecer pequeña en términos absolutos, pero es significativa a escala de un depósito mineral.

En el segundo caso se calcula la recuperación a escala local en un área restringida. Se dividen las muestras en bloques, y se realizan simulaciones condicionales para calcular la recuperación de bloques de dos maneras: una aditiva y otra no aditiva. Los resultados indican que, en este caso, la no aditividad tiene un menor impacto en la estimación de la recuperación.

En conclusión, se afirma que la no aditividad puede o no tener un impacto en los resultados, dependiendo de la variabilidad de las cantidades involucradas y de la escala de cálculo.

2.5 Reglas de Mezcla

En la práctica, se mezclan distintos tipos de minerales para obtener una alimentación uniforme ya sea en términos de dureza o ley. Es usual calcular ciertos parámetros o

variables como el promedio de los componentes individuales de dicho parámetro. Sin embargo, esto puede no ser correcto debido a la no linealidad de ciertas variables.

En Yan & Eaton., (1994) se estudia cómo varía el índice de trabajo de Bond (Wi) en una mezcla de minerales con diferentes durezas y cómo este índice se relaciona con la composición de la mezcla. Los resultados (presentes a continuación) mostraron que el índice de Bond no sigue una relación lineal con la composición de la mezcla, sino que está sesgado hacia el componente más duro. Esto indica que el componente más duro es el principal en la carga circulante. En comparación, el método de Magdalinovic mostró una relación más lineal con la composición de la mezcla.

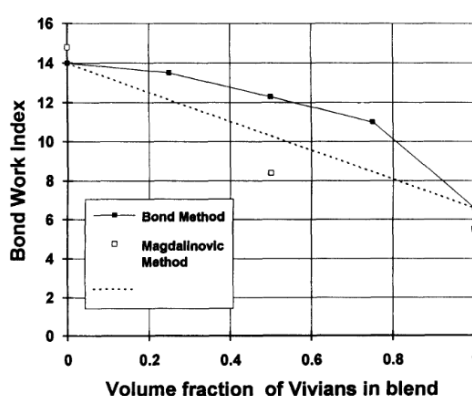


Figura n°14: Variación de Work Index en función del volumen de “vivians” en mezcla.

De la misma forma, en Van Tonder et al., (2010) se analiza el efecto de las mezclas de minerales en el procesamiento de minerales de platino, centrándose en las características de molienda y flotación. Se realizaron pruebas de laboratorio utilizando minerales de cuatro pozos diferentes (Salene, Waterval UG2, Paardekraal y Townlands). Los resultados de la molienda no mostraron efectos no lineales significativos en las mezclas de minerales, sugiriendo que los minerales tenían características de molienda similares. Sin embargo, los resultados de flotación revelaron efectos antagónicos (al combinar dos o más minerales resulta un rendimiento peor que el esperado) importantes en las mezclas binarias que incluían el mineral Salene, el cual es de baja calidad, mientras que las mezclas ternarias y cuaternarias mostraron efectos sinérgicos (al combinar dos o más minerales resulta un rendimiento mejor que el esperado). Se concluye que las mezclas de minerales de platino pueden mostrar comportamientos no lineales cuando hay grandes diferencias en las propiedades metalúrgicas entre los tipos de mineral. A continuación, se

muestra cómo cambia la recuperación de los minerales cuando se combinan en distintas mezclas, ayudando a identificar cuáles combinaciones son más favorables para el proceso de flotación.

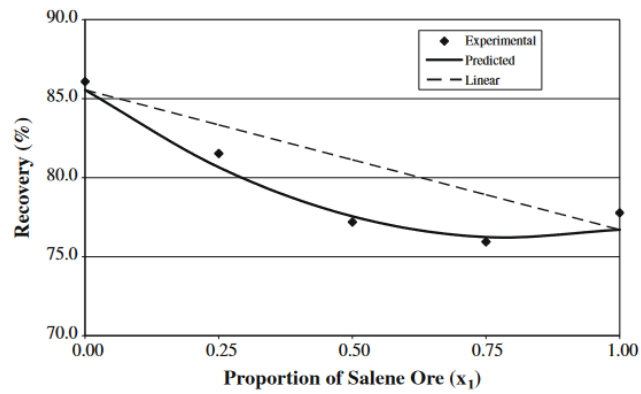


Figura n°15: Recuperación (%) para mezclas de minerales Salene (x_1) y Townlandas (x_4).

3. Capítulo III: Metodología

A continuación, se presenta la metodología empleada en donde se detallan los pasos, enfoques y técnicas que se implementaron para para abordar los objetivos planteados y de esta forma obtener conclusiones significativas.

3.1 Catastro reglas de mezcla

Se registraron diferentes reglas de mezcla ya existentes dentro de la literatura para distintas variables geometalúrgicas con comportamientos no aditivos tal como la recuperación metalúrgica, la dureza del mineral y el consumo de ácido.

3.2 Implementación reglas de mezcla en algoritmo

Se implementaron las distintas reglas de mezcla ya predeterminadas en el algoritmo de definición de polígonos propuesto por (Nelis et al., 2022). De esta forma, fue posible encontrar la mejor combinación de polígonos que maximizaron el beneficio económico para ciertas reglas de mezcla mediante la resolución de un algoritmo de generación de columnas.

3.3 Validación reglas de mezcla

Se validó que el efecto de las reglas de mezcla fuera el deseado mediante el uso de reglas de mezclas ya implementadas. De esta forma, se compararon los polígonos obtenidos al utilizar las reglas de mezcla anteriormente descritas dentro del algoritmo de definición de polígonos con un caso simplificado en donde los resultados eran conocidos con anterioridad.

3.4 Testeo del efecto de reglas de mezcla en caso real

Se validó el efecto de las reglas de mezcla en la definición de polígonos al comparar los resultados obtenidos usando un modelo de bloques real. Se compararon las geometrías, el valor económico y los tonelajes que se obtuvieron en cada caso. De esta forma, fue posible saber qué reglas de mezcla generan polígonos más eficientes y con un mayor beneficio económico en el corto plazo.

3.5 Ranking de relevancia

Finalmente se realizó un ranking de las variables geometalúrgicas que resultaron ser más influyentes en la definición de polígonos junto a su respectivo efecto en la mezcla.

4. Capítulo IV: Modelo de optimización

La generación de columnas es una técnica utilizada en problemas de optimización, especialmente de programación lineal y entera. Este enfoque ayuda a resolver problemas grandes y complejos de manera más eficiente, particularmente aquellos en los que el número de variables (columnas) puede ser muy grande.

En problemas de optimización, especialmente en la programación lineal, es común que el modelo tenga un número muy grande de variables, lo que puede hacer que resolverlo directamente sea computacionalmente muy complejo. La generación de columnas aborda este problema mediante un enfoque iterativo.

Se comienza con un conjunto inicial de variables (columnas) que son seleccionadas de manera heurística o mediante algún criterio inicial. Este conjunto es generalmente pequeño y proporciona una solución inicial factible, aunque no necesariamente óptima. Luego, durante cada iteración del algoritmo se resuelve el problema de programación lineal o entera utilizando el conjunto actual de columnas. Este problema se llama "problema maestro" y proporciona una solución que puede incluir una mezcla de las columnas disponibles. Además, se buscan nuevas columnas que puedan mejorar la solución, determinando qué nuevas columnas tienen costos reducidos positivos. Es decir, cuales podrían mejorar la función objetivo del problema maestro. Finalmente, las nuevas columnas generadas se añaden al problema maestro, y se repite el proceso. Este continúa iterando hasta que no se pueden encontrar más columnas con costos reducidos positivos que mejoren la solución actual. En ese punto, la solución obtenida es considerada óptima o suficientemente buena.

En el presente trabajo el problema se formula como un modelo de optimización que busca definir polígonos en minería maximizando así los beneficios operativos, respetando restricciones geológicas, geotécnicas y de capacidad de procesamiento.

En primer lugar, se define la función objetivo (1) que busca maximizar el beneficio total $v(c,d)$ al asignar los clusters (agrupaciones de bloques de la mina) a ciertos destinos. En el presente trabajo, dicho valor económico se calcula utilizando diferentes reglas de mezcla (lineales y polinómicas) para el cálculo de recuperación metalúrgica considerando

así diferentes grados de interacción geometalúrgica en los bloques que componen cada uno de los polígonos.

$$\max \sum_{c \in C} \sum_{d \in D} v(c, d) x_{c,d} \quad (1)$$

Luego, se define una restricción de partición de bloques (2) la cual asegura que cada bloque b pertenezca exactamente a un cluster c y dicho cluster sea asignado a un destino d .

$$\sum_{c \in C_b} \sum_{d \in D} x_{c,d} = 1 \quad \forall b \in B \quad (2)$$

Seguido a esto, se utiliza una restricción de capacidad de mina (3) la cual impone un límite sobre el total de capacidad de la mina utilizada por los clusters seleccionados, es decir, la cantidad total de bloques que se extraen no puede exceder la capacidad máxima de la mina K .

$$\sum_{c \in C} \sum_{d \in D} w(c) x_{c,d} \leq K \quad (3)$$

Además, se utiliza una restricción de capacidad de destino (4) que asegura que la cantidad de bloques enviados a un destino d no exceda su capacidad Q_d .

$$\sum_{c \in C} q(c, d) x_{c,d} \leq Q_d \quad \forall d \in D \quad (4)$$

Finalmente, se impone una condición de variables binarias (5) que determinan si un cluster c es enviado a un destino d . Como son binarias, toman el valor 1 si se asigna y 0 si no se asigna.

$$x_{c,d} \in \{0, 1\} \quad \forall c \in C, d \in D \quad (5)$$

Se comienza con un conjunto inicial de polígonos a partir de una solución inicial factible, luego se resuelve el problema maestro con el conjunto actual de columnas lo cual proporciona una solución óptima parcial y permite identificar la calidad de las columnas actuales en términos de la función objetivo. Posteriormente, se busca generar nuevas columnas mediante el algoritmo de generación de columnas. De esta forma, es posible determinar qué nuevos polígonos tienen costos reducidos positivos (polígonos que podrían mejorar la solución si se agregan al conjunto actual de columnas). Finalmente,

las nuevas columnas generadas se añaden al problema maestro y este se resuelve nuevamente con el conjunto ampliado de columnas. El proceso se repite hasta que no se pueden encontrar más columnas con costos reducidos positivos que mejoren la solución actual.

5. Capítulo V: Resultados y discusiones.

5.1 Caso de estudio

Para comenzar el análisis, se crea una columna dentro de un modelo de bloques en donde se clasifican dos tipos de roca de forma aleatoria (roca tipo 0 y tipo 1). Luego, se crea una función en Python encargada de contar la cantidad de bloques correspondientes al tipo de roca 0 que existen dentro de cada cluster. Con esto, se calcula la recuperación que se obtiene en función del tipo de roca utilizando reglas de mezcla como funciones de recuperación existentes dentro de la literatura como Yan & Eaton., (1994) y Van Tonder et al., (2010) . Según el valor de recuperación obtenida, se decide a qué destino irá cada bloque, ya sea Planta n°1, Planta n°2 o Botadero, cada uno de estos con parámetros de valorización económica diferentes tal y como se muestra en la Tabla n°1.

Parámetro	Destino		
	Planta n°1	Planta n°2	Botadero
Costo de procesamiento [\$/ton]	7	11	0
Costo de venta [\$/lb]	0.5	0.5	0
Costo mina [\$/ton]	1.5	1.5	1.5
Precio cobre [\$/lb]	1.5	1.5	1.5

Tabla n°1: Parámetros de valorización económica según destino.

Se propone como caso de estudio analizar los resultados obtenidos con un modelo de bloque pequeño (216 bloques), uno mediano (432 bloques) y un modelo más grande (720 bloques). Además, se analiza cómo varían los resultados al aumentar la cantidad de figuras o patterns (de 8.000 a 24.000 figuras) que se ocupan en cada simulación.

A continuación, se presentan comparaciones del tipo de roca, leyes de cobre y mejores destinos para cada bloque entre los 3 modelos sin utilizar reglas de mezcla. De esta forma, es posible apreciar cómo cambian dichos parámetros entre modelos manteniendo una recuperación constante del 80%.

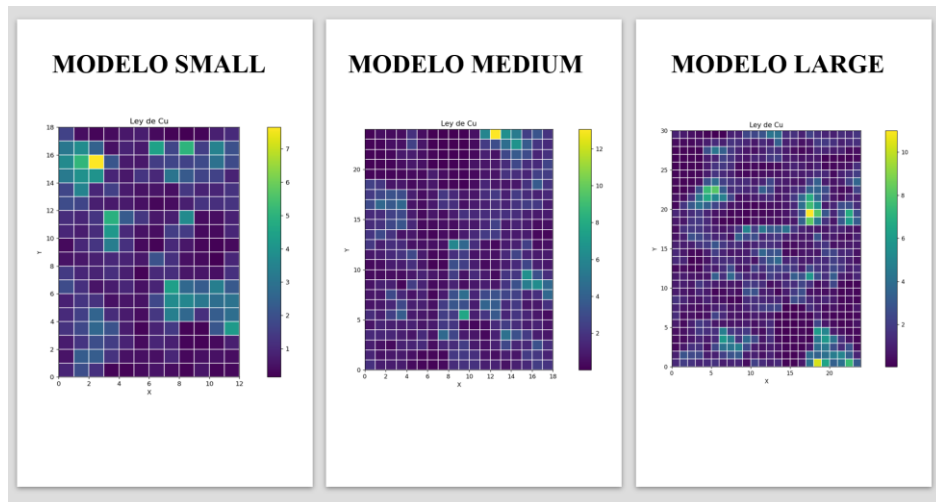


Figura n°16: Leyes de Cobre para cada modelo de bloques.

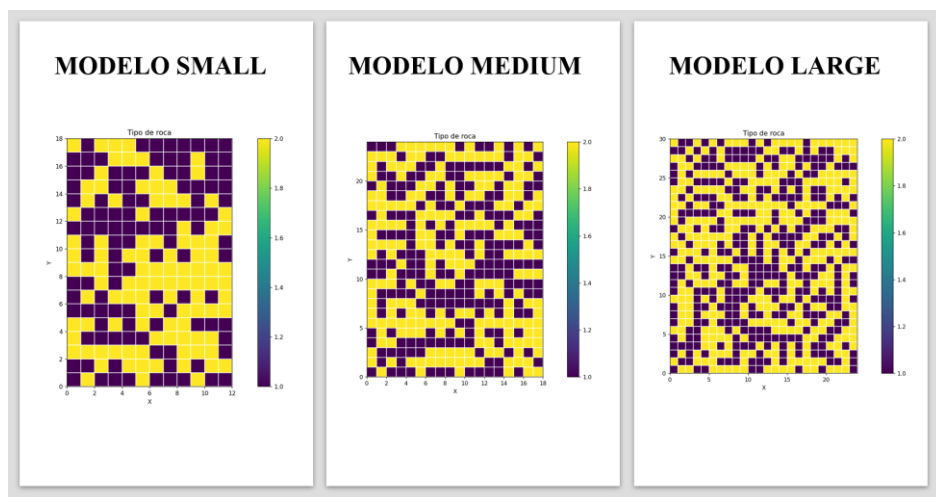


Figura n°17: Tipo de roca (0 y 1) para cada modelo de bloques.

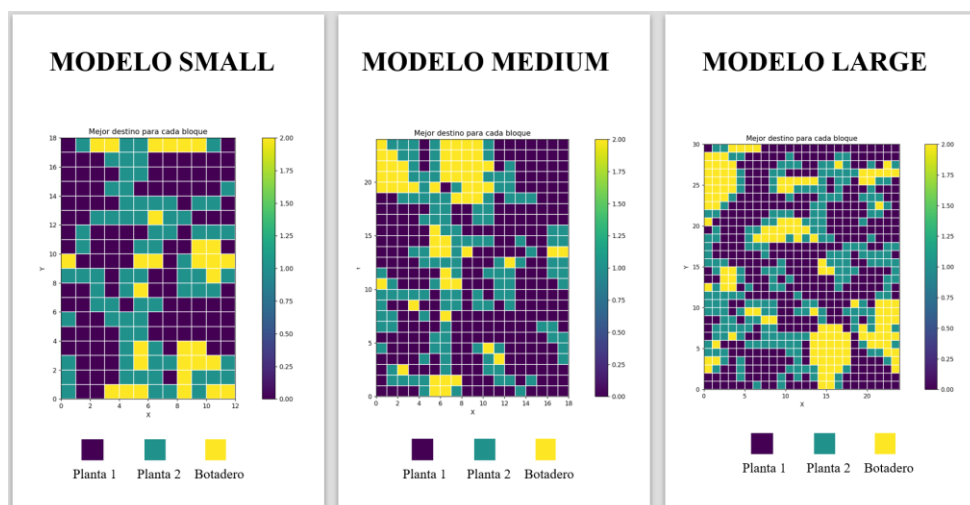


Figura n°18: Mejor destino para cada modelo de bloques con recuperación constante.

5.2 Reglas de mezcla

A continuación, se presentan las curvas de recuperación utilizadas en el presente trabajo. En primer lugar, se presentan 3 funciones lineales diferentes, una basada en los puntos de recuperación propuestos por (Van Tonder et al., 2010), otra basada en los puntos de la curva propuesta por (Yan & Eaton., 1994) y finalmente una recta experimental creada para tener un mayor contraste en los resultados. Luego, se presenta la curva de recuperación en función del tipo de roca propuesta por (Van Tonder et al., 2010) junto a 2 curvas que mantienen su forma, pero variando el término independiente. De esta forma, la curva original se desplaza verticalmente hacia arriba y hacia abajo. Finalmente, siguiendo el mismo procedimiento anterior, se utiliza la curva propuesta por (Yan & Eaton., 1994) para el cálculo del índice de trabajo de Bond en función del tipo de roca. Cabe destacar que esta última se utiliza para el cálculo de recuperación y no así para el cálculo de Bond Work Index por lo que los parámetros de la función original varían para poder aplicarla de mejor forma al caso de estudio obteniendo así resultados representativos de recuperación.

5.2.1 Funciones lineales

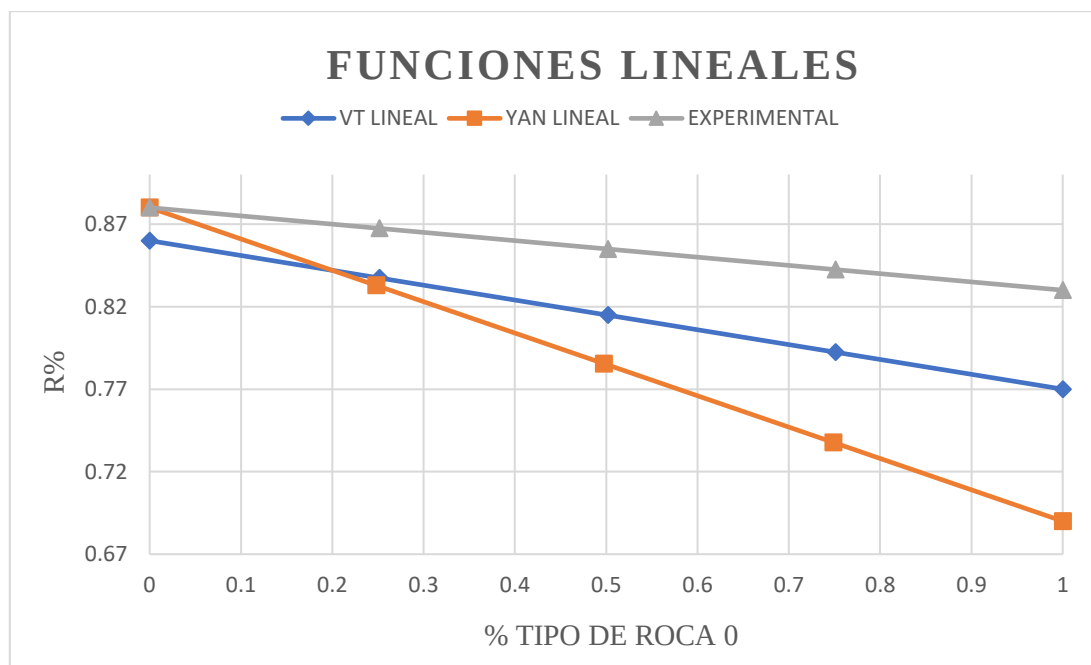


Gráfico n°1: Reglas de mezcla lineales.

5.2.2 Función de Van Tonder

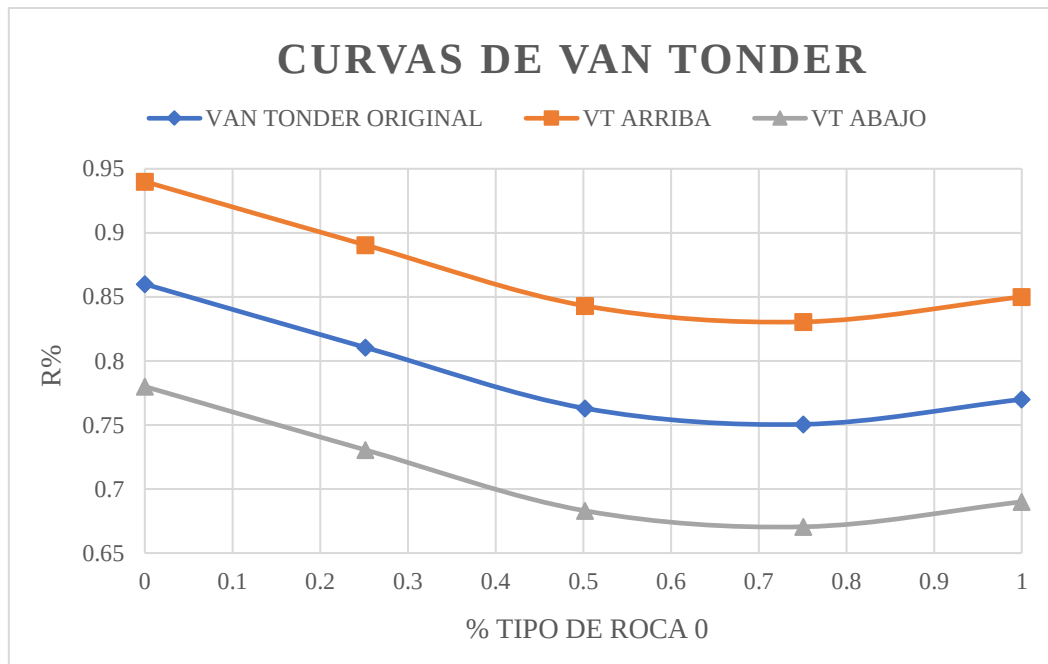


Gráfico n°2: Reglas de mezcla de Van Tonder.

5.2.3 Función de Yan

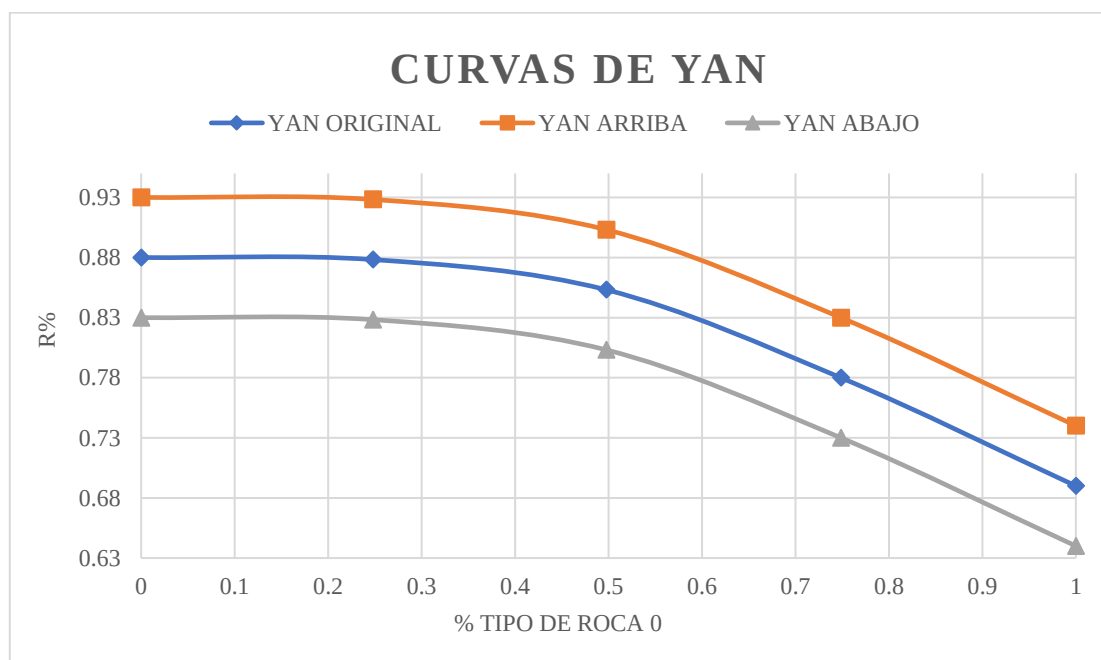


Gráfico n°3: Reglas de mezcla de Yan.

5.3 Modelo “Small”

A continuación, se presentan los resultados del modelo de bloque “small” al utilizar 8.000 figuras/patterns. Se muestra el valor económico final, tiempo de cómputo y la cantidad de bloques que fue a cada destino para las distintas reglas de mezcla utilizadas.

MODELO SMALL			
funciones	VALOR ECONÓMICO [USD]	TIEMPO DE CÓMPUTO [s]	DESTINOS (P1, P2, W)
Experimental	5065.63	23.1	(60,60,96)
VT lineal	4741.04	16.85	(60,59,97)
YAN lineal	4471.01	18.04	(60,60,96)
VT original	4420.5	20.79	(60,60,96)
VT arriba	5027.86	53.06	(60,60,96)
VT abajo	3813.13	15.92	(60,60,96)
Yan original	4887.34	18.61	(60,59,97)
Yan arriba	5265.23	16.61	(60,59,97)
Yan abajo	4510.03	16.6	(60,60,96)

Tabla n°2: Resultados modelo small.

5.3.1 Funciones lineales

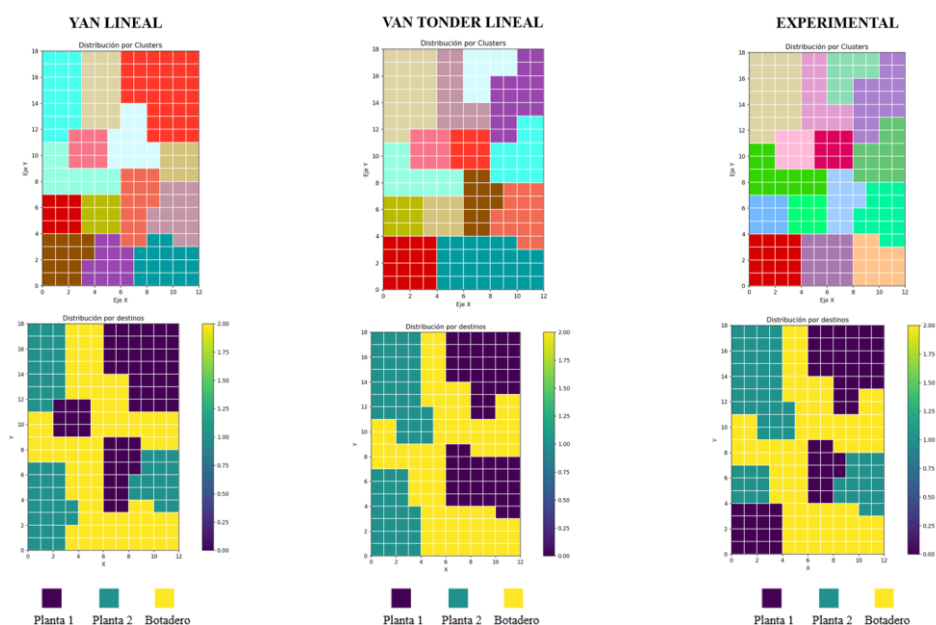


Figura n°19: Resultados clusters y destinos reglas de mezcla lineales modelo small.

5.3.2 Funciones de YAN

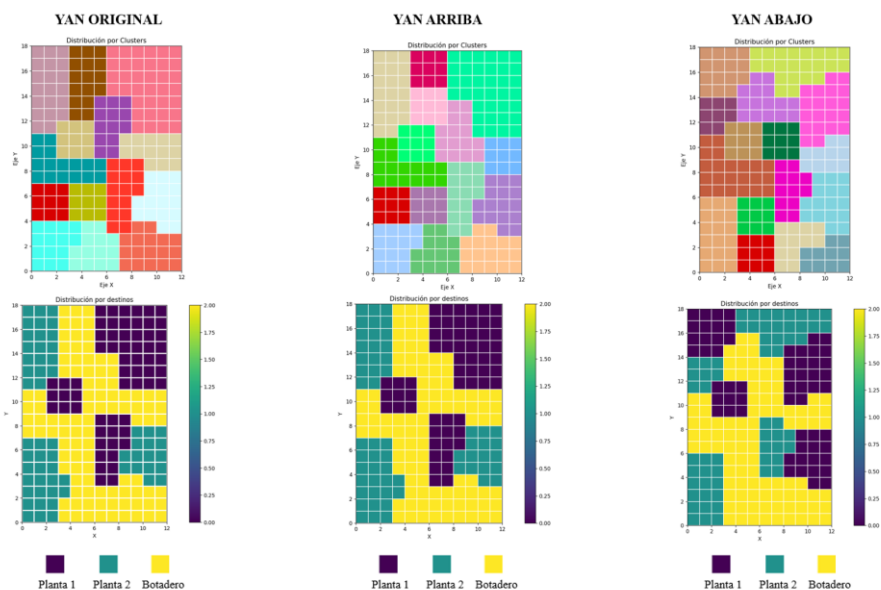


Figura n°20: Resultados clusters y destinos reglas de mezcla de Yan modelo small.

5.3.3 Funciones de VAN TONDER

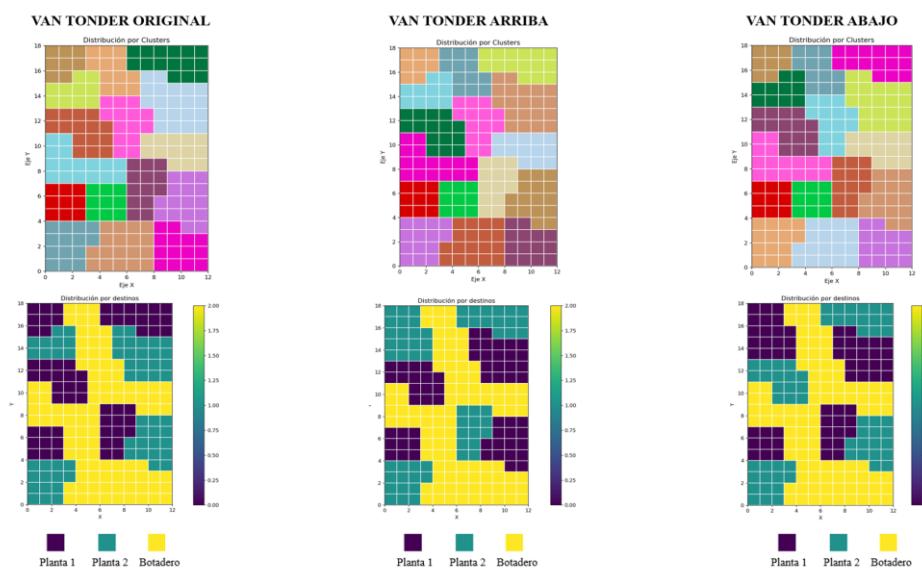


Figura n°21: Resultados clusters y destinos reglas de mezcla de Van Tonder modelo small.

5.4 Modelo “Medium”

Luego, se presentan los resultados del modelo de bloque “medium” al utilizar 8.000 figuras/patterns. Se muestra el valor económico final, tiempo de cómputo y la cantidad de bloques que fue a cada destino para las distintas reglas de mezcla utilizadas.

MODELO MEDIUM

funciones	VALOR ECONÓMICO [USD]	TIEMPO DE CÓMPUTO [s]	DESTINOS (P1, P2, W)
Experimental	11970.99	305.05	(125, 125, 182)
YAN lineal	10935.79	239.14	(125, 125, 182)
VT lineal	11325.38	105.53	(125, 125, 182)
VT original	10602.34	235.73	(125, 125, 182)
VT arriba	11987.41	326.24	(125, 125, 182)
VT abajo	9218.52	344.41	(125, 125, 182)
Yan original	11995.38	87.62	(125, 125, 182)
Yan arriba	12860.27	161.27	(125, 125, 182)
Yan abajo	11130.48	110.29	(125, 125, 182)

Tabla n°3: Resultados modelo medium.

5.4.1 Funciones lineales

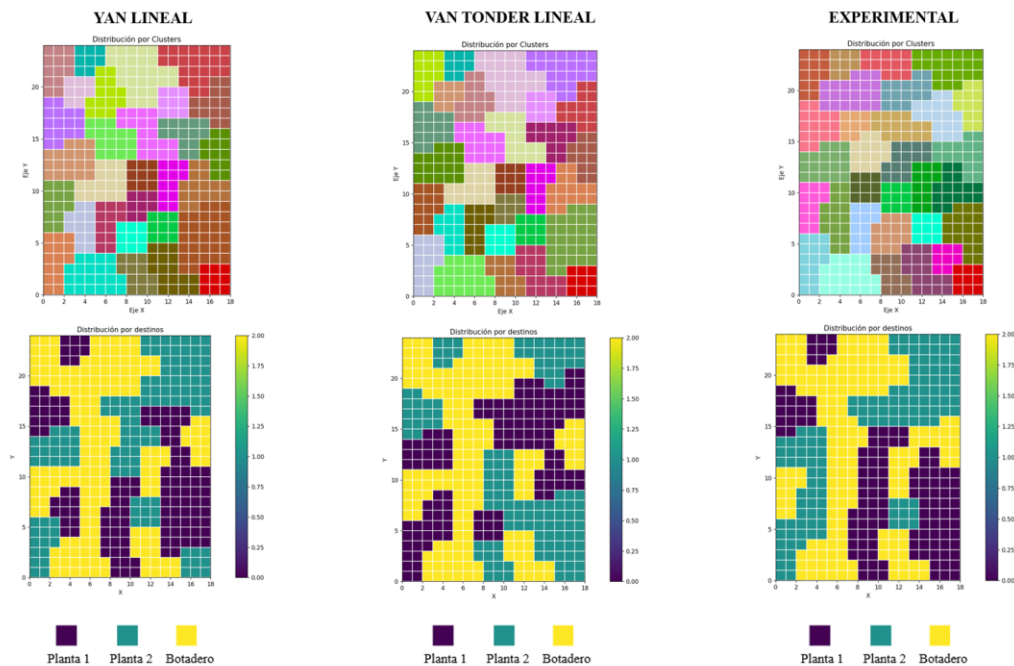


Figura n°22: Resultados clusters y destinos reglas de mezcla lineales modelo medium.

5.4.2 Funciones de YAN

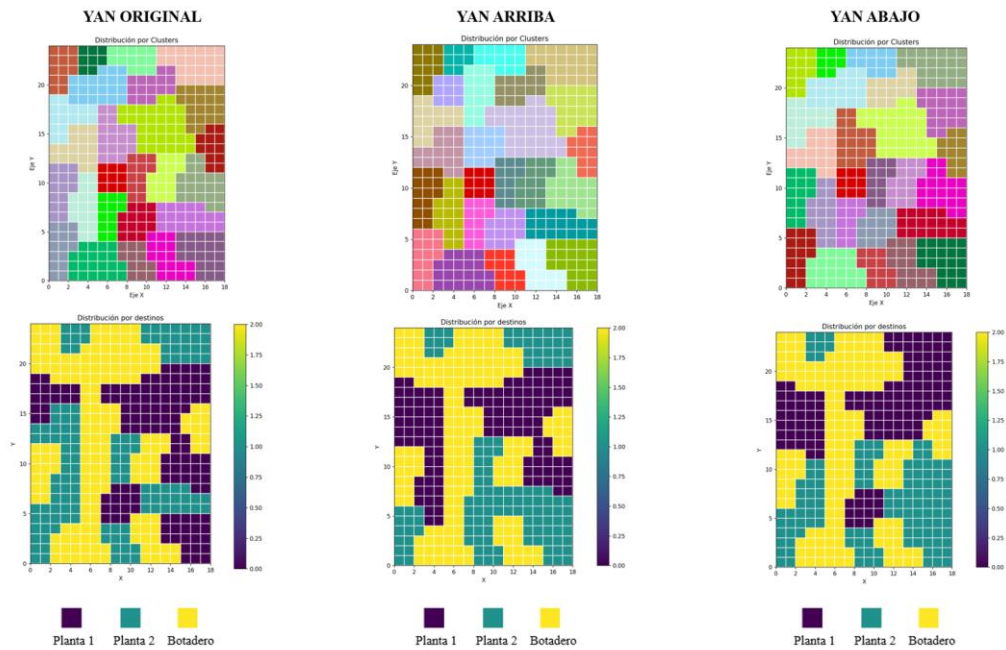


Figura n°23: Resultados clusters y destinos reglas de mezcla de Yan modelo medium.

5.4.3 Funciones de VAN TONDER

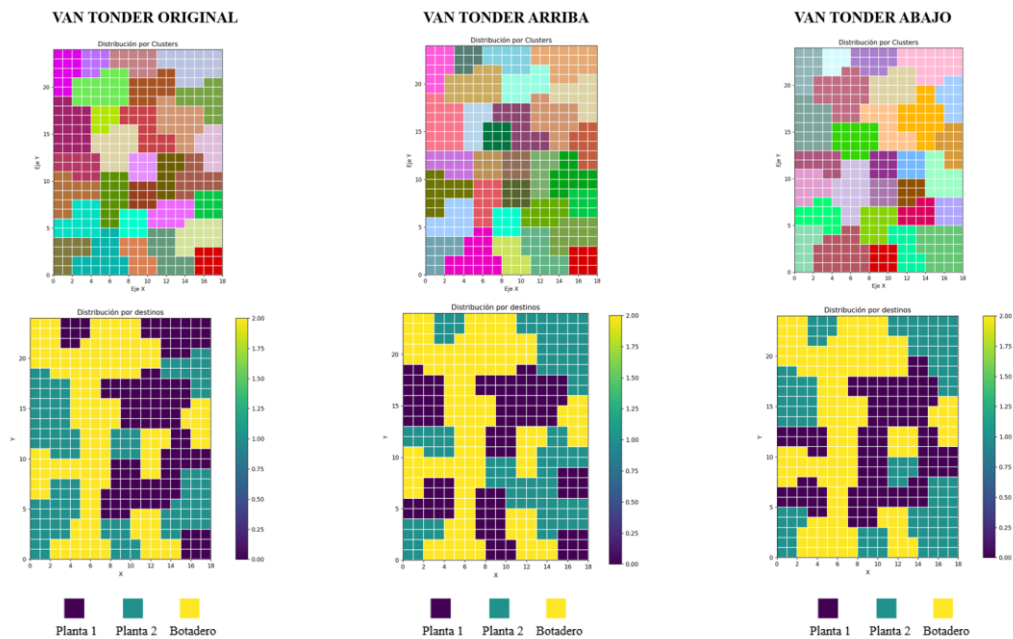


Figura n°23: Resultados clusters y destinos reglas de mezcla de Van Tonder modelo medium.

5.5 Modelo “Large”

Finalmente, se presentan los resultados del modelo de bloque “large” al utilizar 8.000 figuras/patterns. Se muestra el valor económico final, tiempo de cómputo y la cantidad de bloques que fue a cada destino para las distintas reglas de mezcla utilizadas.

MODELO LARGE			
funciones	VALOR ECONÓMICO [USD]	TIEMPO DE CÓMPUTO [s]	DESTINOS (P1, P2, W)
Experimental	19288.79	1511.78	(210, 210, 300)
YAN lineal	17488.28	4107.57	(210, 210, 300)
VT lineal	18198.85	1886.98	(210, 210, 300)
VT original	16949.55	3745.24	(210, 210, 300)
VT arriba	19199.54	4432.76	(210, 210, 300)
VT abajo	14701.63	4558.1	(210, 210, 300)
Yan original	19290.46	6384.07	(210, 210, 300)
Yan arriba	20697.82	6452.92	(210, 210, 300)
Yan abajo	17883.09	4524.86	(210, 210, 300)

Tabla n°4: Resultados modelo large.

5.5.1 Funciones lineales

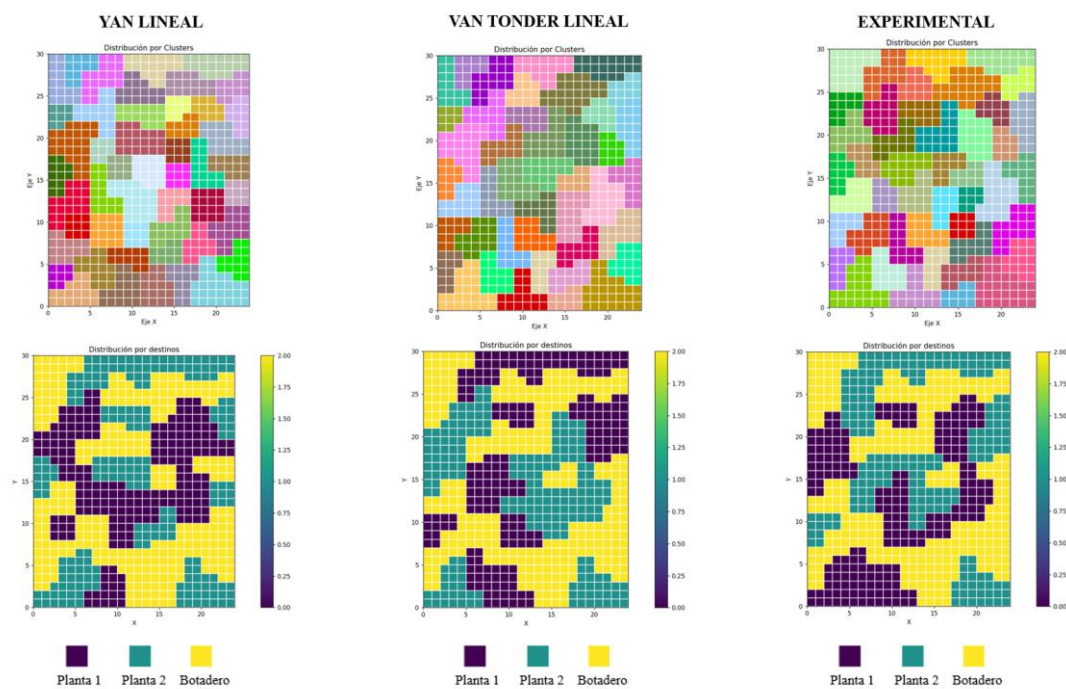


Figura n°24: Resultados clusters y destinos reglas de mezcla lineales modelo large.

5.5.2 Funciones de YAN

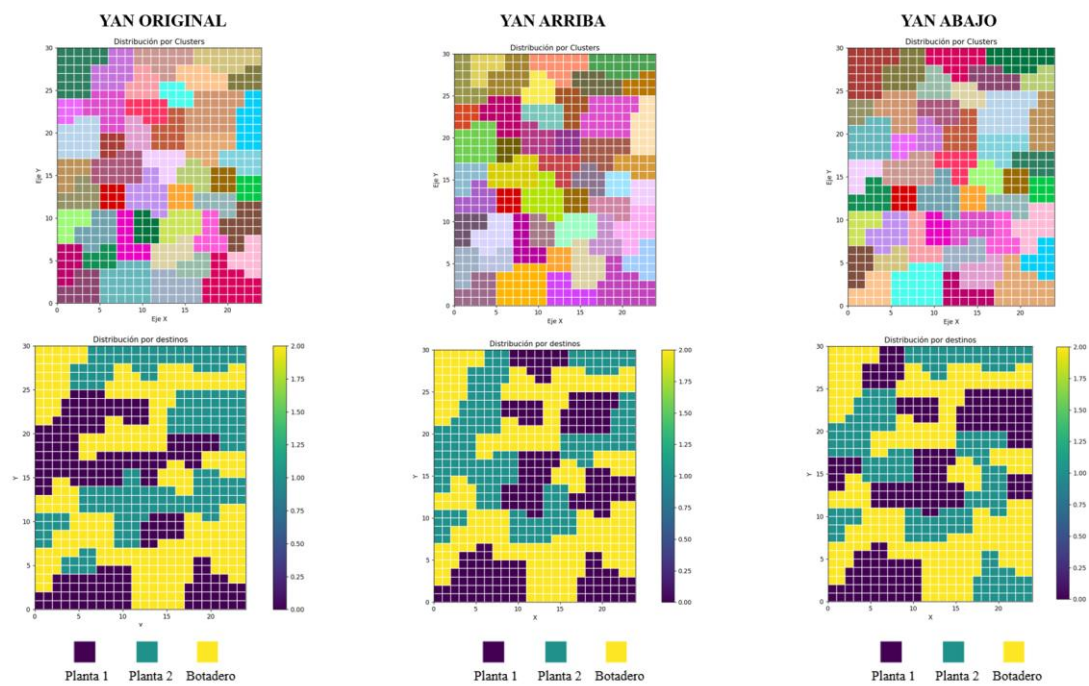


Figura n°25: Resultados clusters y destinos reglas de mezcla de Yan modelo large

5.5.3 Funciones de VAN TONDER

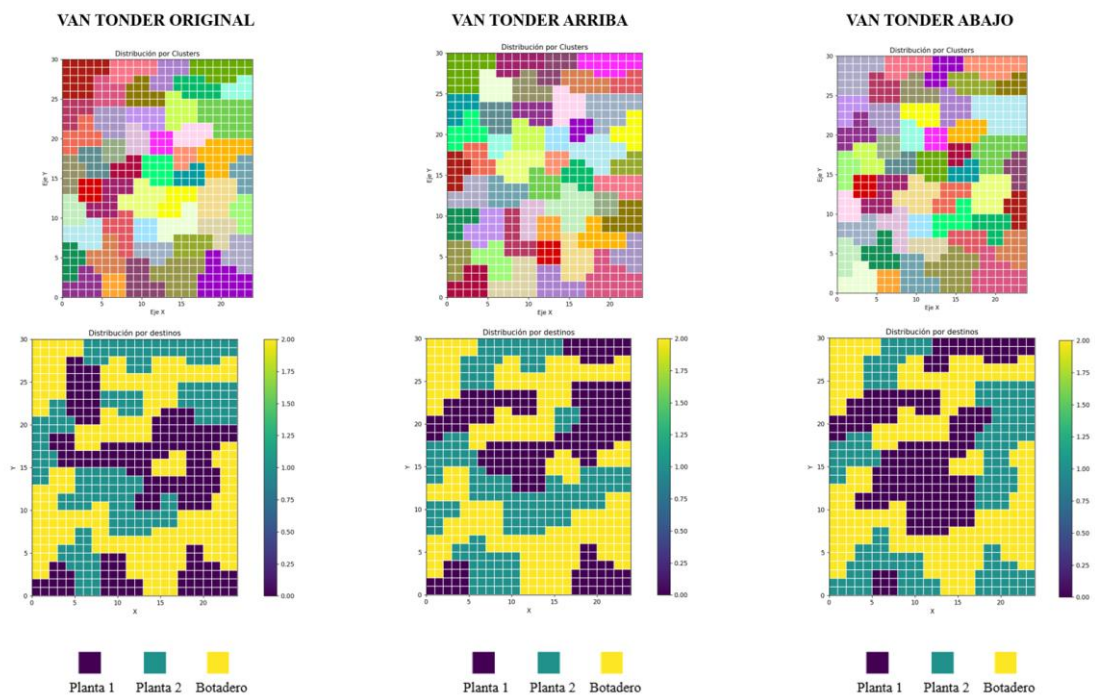


Figura n°26: Resultados clusters y destinos reglas de mezcla de Van Tonder modelo large.

5.6 Comparación de resultados entre modelos

Observando los resultados obtenidos se realiza una comparación de las reglas de mezcla utilizadas. A continuación, se muestra un ranking de dichas funciones ordenadas desde la mejor a la peor en cuanto al valor económico final para los 3 modelos.

COMPARACIÓN VALOR ECONÓMICO [USD]					
Funciones	Small	Funciones	Medium	Funciones	Large
Yan arriba	5265.23	Yan arriba	12860.27	Yan arriba	20697.82
Experimental	5065.63	Yan original	11995.38	Yan original	19290.46
VT arriba	5027.86	VT arriba	11987.41	Experimental	19288.79
Yan original	4887.34	Experimental	11970.99	VT arriba	19199.54
VT lineal	4741.04	VT lineal	11325.38	VT lineal	18198.85
Yan abajo	4510.03	Yan abajo	11130.48	Yan abajo	17883.09
Yan lineal	4471.01	Yan lineal	10935.79	YAN lineal	17488.28
VT original	4420.5	VT original	10602.34	VT original	16949.55
VT abajo	3813.13	VT abajo	9218.52	VT abajo	14701.63

Tabla n°5: Comparación resultados beneficio económico final para los tres modelos de bloque.

Es posible observar que en todos los casos la función que obtuvo mejores resultados fue “Yan arriba”. Asimismo, la función con peores resultados de valor económico fue “VT abajo” existiendo una diferencia porcentual entre ambas funciones que ronda entre 27-29% dependiendo del modelo utilizado, lo cual podría ser una diferencia significativa en términos de beneficio económico. Estos resultados concuerdan con las curvas de recuperación presentes dado que, para el primer caso, Yan arriba es la función que toma mayores valores de recuperación, lo cual tiene un impacto directo en el valor económico. De la misma forma, VT abajo es la función que toma los valores de recuperación más bajos, por lo tanto, se obtiene un menor valor económico final.

Siguiendo con el análisis de resultados, se aprecia que el 2do, 3er y 4to lugar del ranking varía según el modelo de bloques utilizado, esto debido a que, para las curvas de Yan y las funciones lineales, un mayor porcentaje de roca tipo 0 indica un menor valor de recuperación. Observando el ranking es posible apreciar que el 2do lugar de la Tabla n°4 lo comparte la curva Experimental en el modelo small y la curva Yan original para los modelos medium y large. Es posible explicar esta diferencia de valor económico entre modelos debido a la cantidad de roca tipo 0 existente en cada modelo.

En primer lugar, el modelo small cuenta con 110 bloques pertenecientes al tipo de roca 0 y 105 bloques del tipo de roca 1 lo cual concuerda con los resultados expuestos en el ranking del modelo small donde la curva experimental ofrece un mejor valor económico en comparación a la curva de Yan dado que la recuperación que ofrece la curva experimental para valores mayores de roca tipo 0 es más alta en comparación con la curva de Yan tal como se muestra en el gráfico a continuación. Por otra parte, cuando se utiliza el modelo de bloque medium se obtiene un mayor beneficio económico al utilizar Yan original dado que dicho modelo contiene una menor cantidad de roca tipo 0, concretamente 211 bloques corresponden a roca tipo 0 y 221 a roca tipo 1.

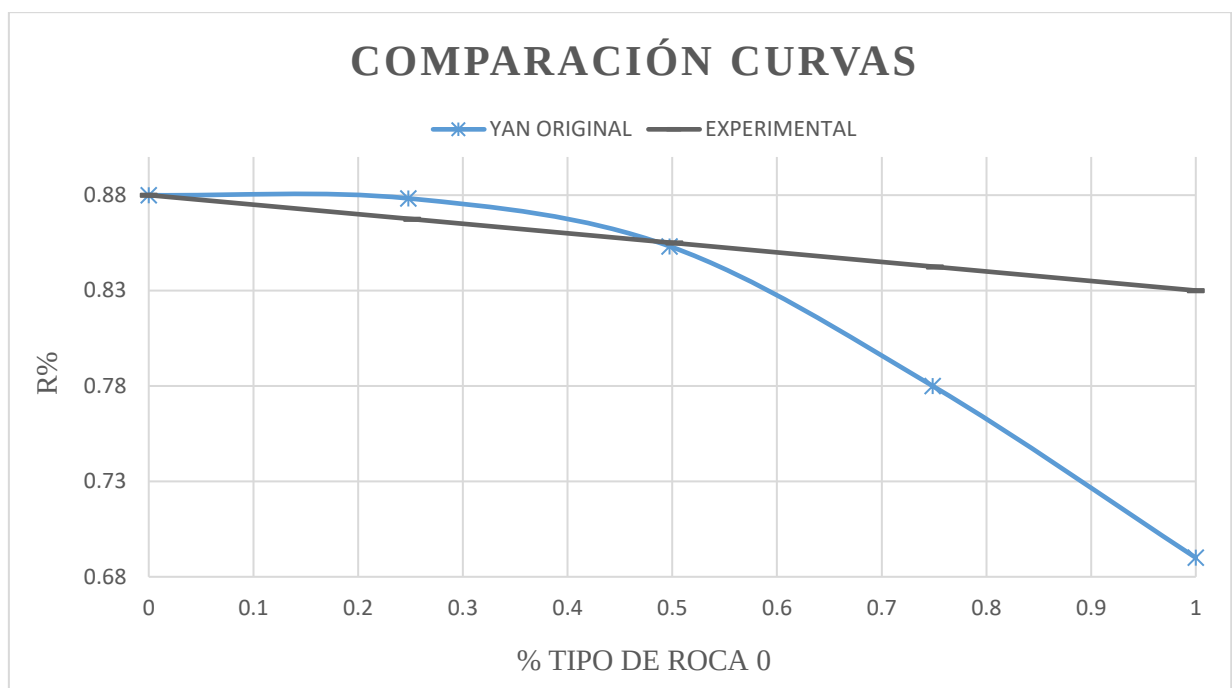


Gráfico n°4: Comparación recuperación Yan original v/s curva experimental.

Posteriormente, se realiza una comparación del tiempo de cómputo que demoró cada regla de mezcla para los distintos modelos. A continuación, se presentan dichas funciones ordenadas desde la mejor (menor tiempo de duración) a la peor (tomó más tiempo resolver el modelo).

COMPARACIÓN TIEMPO DE CÓMPUTO [s]					
Funciones	Small	Funciones	Medium	Funciones	Large
VT abajo	15.92	Yan original	87.62	Experimental	1511.78
Yan abajo	16.6	VT lineal	105.53	VT lineal	1886.98
Yan arriba	16.61	Yan abajo	110.29	VT original	3745.24

YAN lineal	16.85	Yan arriba	161.27	YAN lineal	4107.57
VT lineal	18.04	VT original	235.73	VT arriba	4432.76
Yan original	18.61	YAN lineal	239.14	Yan abajo	4524.86
VT original	20.79	Experimental	305.05	VT abajo	4558.1
Experimental	23.1	VT arriba	326.24	Yan original	6384.07
VT arriba	53.06	VT abajo	344.41	Yan arriba	6452.92

Tabla n°6: Comparación resultados tiempo de cómputo para tres modelos de bloque.

Observando la Tabla n°5 es posible apreciar que, al parecer, los tiempos de cómputo de cada función dependen del tamaño del modelo que se está utilizando. Por ejemplo, si observamos la función Yan original esta demora 18.61 en el modelo small y 6384.07 en el modelo large, siendo en ambos casos una de las funciones más lentas. Sin embargo, dentro del modelo medium dicha función es la más rápida.

Por otra parte, se observa la importancia de la regla de mezcla utilizada con respecto al tiempo de cómputo, dado que las diferencias porcentuales entre las funciones más rápidas y las más lentas rondan entre 230-330% dependiendo del modelo utilizado.

Finalmente, se analiza la forma de agrupar los bloques y sus destinos para cada una de las reglas de mezcla utilizadas. Se aprecia que, independiente del modelo de bloques utilizado los clusters y destinos generados son muy similares y en algunos casos, como, por ejemplo, al utilizar las funciones de Van Tonder los clusters son los mismos. Esto es posible dado que, aunque los destinos varían según las reglas de mezcla, si los valores económicos que producen son muy cercanos, los cambios en el destino no son suficientes para afectar la estructura de los clusters. Esto indica que las diferencias en las recuperaciones entre curvas no son lo suficientemente significativas como para alterar la agrupación general de bloques.

5.7 Modelo de bloques pequeño 8k v/s 24k patterns

A continuación, se presentan los resultados obtenidos al comparar un modelo de bloques utilizando 8.000 formas para clusterizar v/s 24.000 formas. Se muestran los resultados de valor económico final, tiempo de cómputo y la cantidad de bloques que fue a cada destino para las funciones lineales, donde P1 corresponde a la planta n°1, P2 a planta n°2 y W corresponde a botadero.

5.7.1 Funciones lineales

	COMPARACIÓN FUNCIONES LINEALES					
	VALOR ECONÓMICO [USD]		TIEMPO DE CÓMPUTO [s]		DESTINOS (P1, P2, W)	
funciones	8k	24k	8k	24k	8k	24k
Experimental	5065.63	5154.76	23.1	13.81	(60,60,96)	(60,60,96)
YAN lineal	4471.01	4556.64	16.85	14.31	(60,59,97)	(60,60,96)
VT lineal	4741.04	4829.95	18.04	5.19	(60,60,96)	(60,60,96)

Tabla n°7: Resultados funciones lineales 8k v/s 24k patterns.

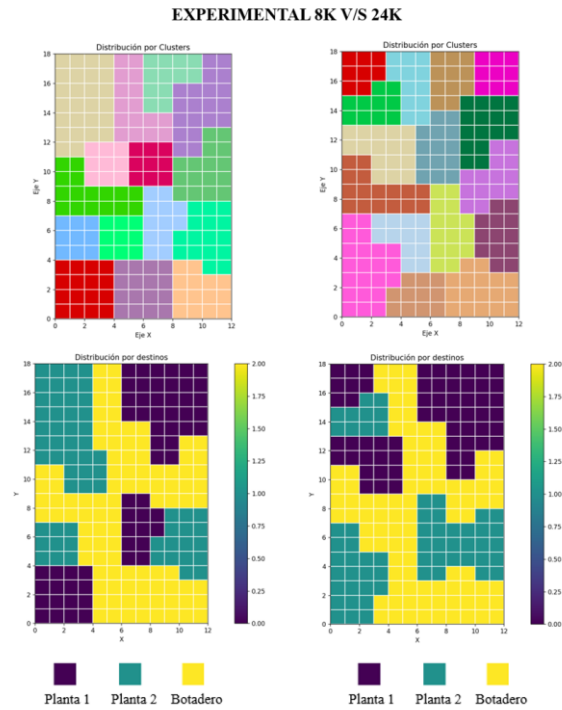


Figura n°27: Clusters (superior) y destinos (inferior) de función lineal Experimental.

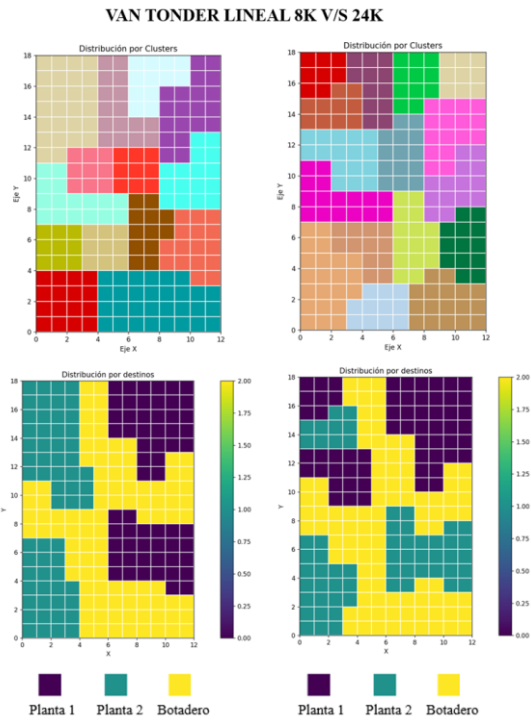


Figura n°28: Clusters (superior) y destinos (inferior) de función lineal de Van Tonder.

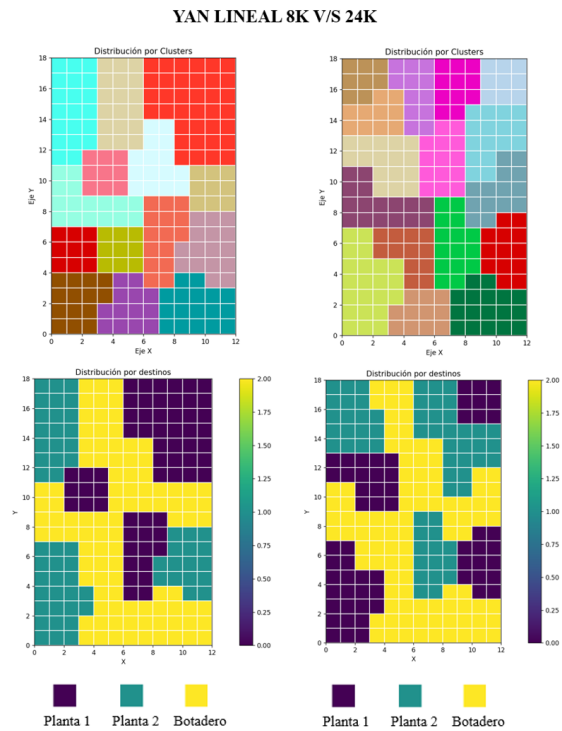


Figura n°29: Clusters (superior) y destinos (inferior) de función lineal de Yan.

5.7.2 Funciones de VAN TONDER

Luego, se muestran los resultados de valor económico final, tiempo de cómputo y la cantidad de bloques que fue a cada destino para la función de recuperación en función del tipo de roca propuesta por Van Tonder, donde P1 corresponde a la planta n°1, P2 a planta n°2 y W corresponde a botadero.

	COMPARACIÓN CURVAS VAN TONDER					
	VALOR ECONÓMICO [USD]		TIEMPO DE CÓMPUTO [s]		DESTINOS (P1, P2, W)	
funciones	8k	24k	8k	24k	8k	24k
VT original	4420.5	4508.77	20.79	4.79	(60,60,96)	(60,60,96)
VT arriba	5027.86	5123.76	53.06	5.53	(60,60,96)	(60,60,96)
VT abajo	3813.13	3893. 79	15.92	1.03	(60,60,96)	(60,60,96)

Tabla n°8: Resultados funciones de Van Tonder 8k v/s 24k patterns.

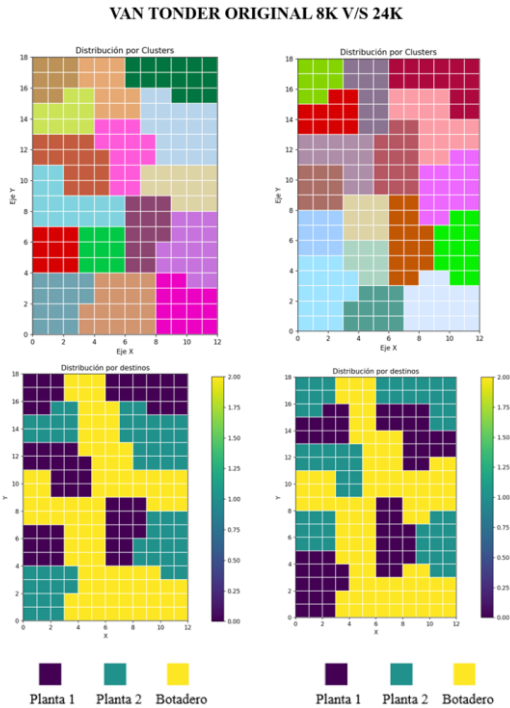


Figura n°30: Clusters (superior) y destinos (inferior) de función original de Van Tonder.

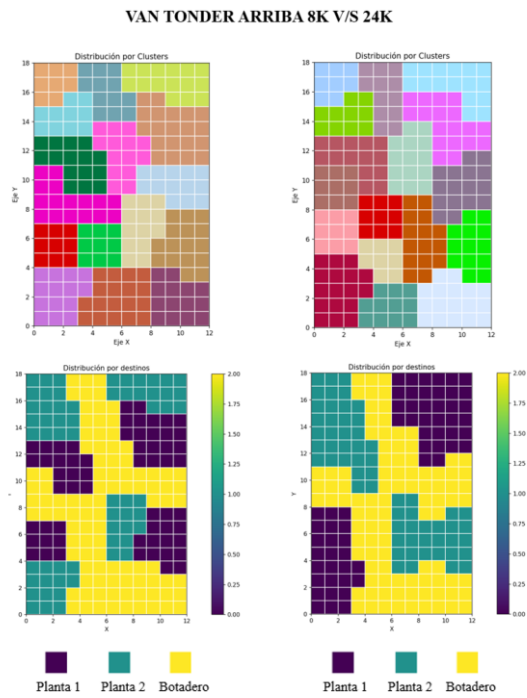


Figura n°31: Clusters (superior) y destinos (inferior) para función Van Tonder arriba.

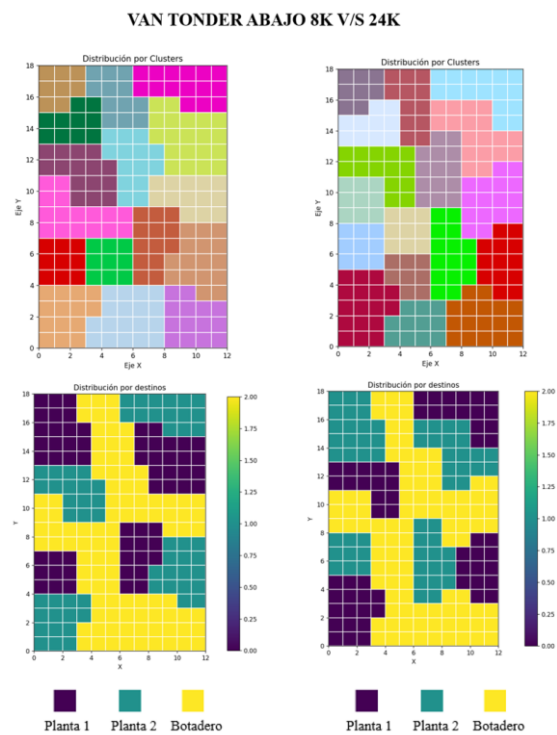


Figura n°32: Clusters (superior) y destinos (inferior) para función Van Tonder abajo.

5.7.3 Funciones de YAN

Finalmente, se muestran los resultados de valor económico final, tiempo de cómputo y la cantidad de bloques que fue a cada destino para la función de recuperación en función del tipo de roca propuesta por YAN, donde P1 corresponde a la planta n°1, P2 a planta n°2 y W corresponde a botadero.

	COMPARACIÓN CURVAS YAN					
	VALOR ECONÓMICO [USD]		TIEMPO DE CÓMPUTO [s]		DESTINOS (P1, P2, W)	
funciones	8k	24k	8k	24k	8k	24k
Yan original	4887.34	5003.33	18.61	5.67	(60,59,97)	(60,60,96)
Yan arriba	5265.23	5385.29	16.61	7.89	(60,59,97)	(60,60,96)
Yan abajo	4510.03	4621.36	16.6	6.28	(60,60,96)	(60,60,96)

Tabla n°9: Resultados funciones de Yan 8k v/s 24k patterns.

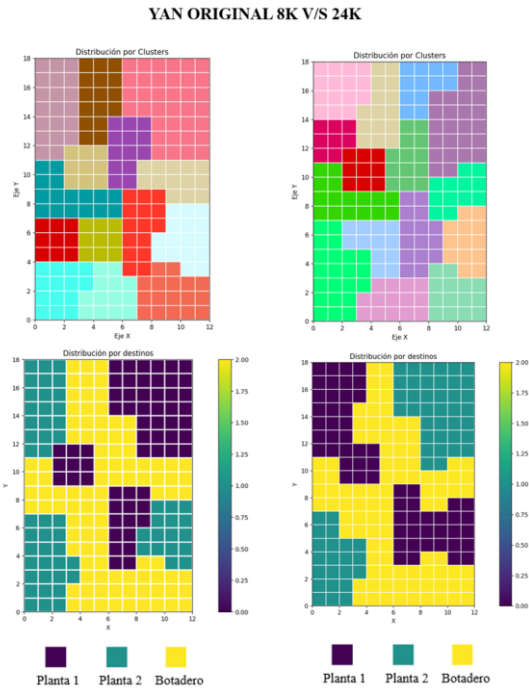


Figura n°33: Clusters (superior) y destinos (inferior) para función Yan original.

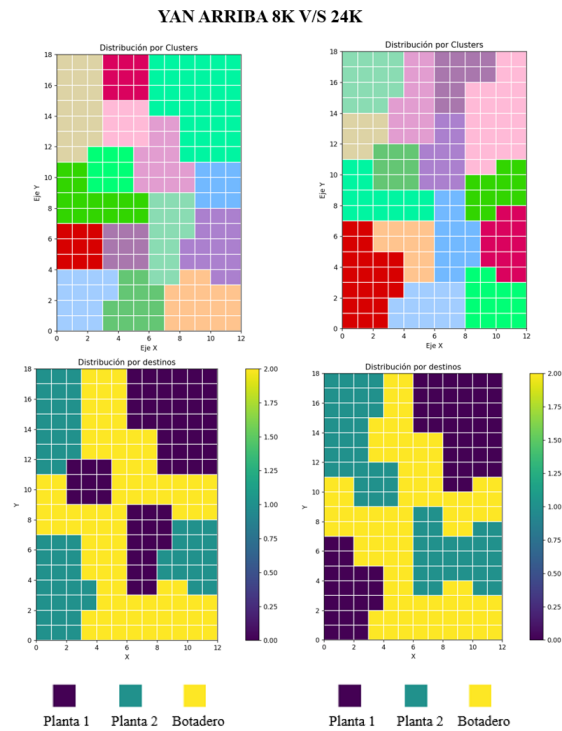


Figura n°34: Clusters (superior) y destinos (inferior) para función Yan arriba.

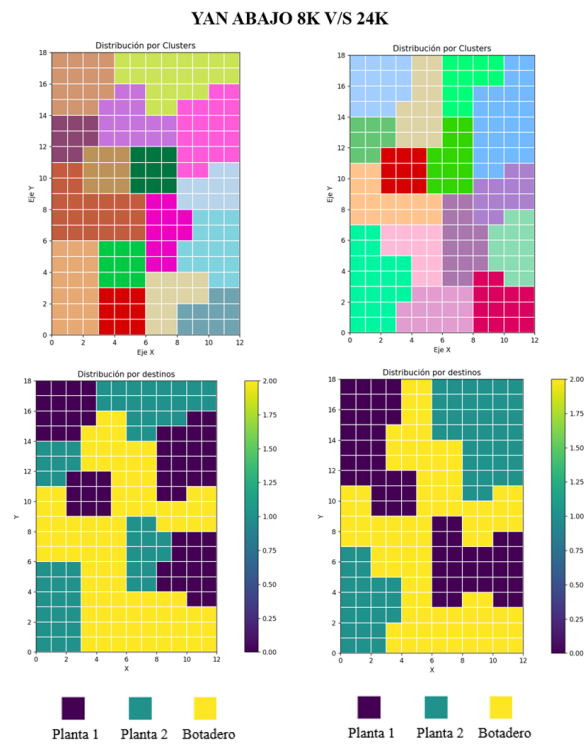


Figura n°35: Clusters (superior) y destinos (inferior) para función Yan abajo.

5.8 Comparación de resultados 8k v/s 24k figuras.

Observando los resultados es posible notar un leve aumento del valor económico final para todos los casos (entre 1.75 y 2.5%). Esto dado que, al tener una mayor cantidad de patterns para agrupar los bloques es posible encontrar mejores opciones que maximicen el beneficio. Tal y como se muestra en las figuras expuestas donde se aprecia que al pasar de 8k a 24k patterns los clusters cambian lo cual conlleva a un aumento del beneficio económico. Por otra parte, se aprecia que el tiempo de cómputo se redujo considerablemente. Un ejemplo de esto es la función de “Van Tonder arriba” donde el tiempo disminuye de 53.06 a 5.53 al añadir una mayor cantidad de patterns. Por lo tanto, es posible afirmar que al aumentar la cantidad de figuras con las cuales agrupar los bloques aumenta el valor económico final y a la vez, se reduce el tiempo de cómputo.

6. Capítulo VI: Conclusiones

Los resultados obtenidos al aplicar diferentes reglas de mezcla en el cálculo de recuperación para la agrupación de bloques en minería revelan un impacto significativo en el rendimiento económico. Se observó que, dependiendo de la regla de mezcla utilizada las diferencias en valor económico pueden llegar a ser de hasta un 29%, lo cual subraya la importancia de seleccionar la función adecuada para cada modelo. Estas variaciones en el valor económico se explican principalmente por la cantidad de roca tipo 0 presente en cada uno de los modelos utilizados.

En cuanto a la estructura de los clusters y la asignación de destinos, si bien hubo variaciones entre las reglas de mezcla, estas no generaron diferencias significativas en la distribución final de los clusters. Sin embargo, se observó que un aumento en la cantidad de patterns optimiza tanto el valor económico como los tiempos de cómputo, destacando la importancia de considerar estos aspectos al implementar dichas funciones.

Por otro lado, la eficiencia computacional presentó variaciones notables según la regla de mezcla y el tamaño del modelo. En algunos casos, la diferencia entre tiempos de cómputo de las reglas más rápidas y lentas fue de hasta un 330%, lo que sugiere que, además del valor económico, el tiempo computacional es un factor clave en la selección de la regla de mezcla más apropiada para un proyecto específico.

Dado el impacto que tienen las reglas de mezcla en los resultados económicos y computacionales, sería interesante el estudio de la automatización de la selección de reglas de mezcla según las características del depósito lo cual podría optimizar el valor económico obtenido. Por otra parte, sería interesante evaluar cómo las reglas de mezcla pueden ser optimizadas para reducir el impacto ambiental, por ejemplo, minimizando el material de desecho o mejorando la eficiencia energética del procesamiento, lo que puede ser clave en proyectos más sostenibles.

Referencias.

- Carrasco, P., Chilès, J.-P., & Séguret, S. (2008). *ADDITIVITY, METALLURGICAL RECOVERY, AND GRADE*.
- Coward, S., & Dowd, P. (2015). *Geometallurgical Models for the Quantification of Uncertainty in Mining Project Value Chains*.
- Dominy, S. C., O’connor, L., Parbhakar-Fox, A., Glass, H. J., & Purevgerel, S. (2018). Geometallurgy—A route to more resilient mine operations. In *Minerals* (Vol. 8, Issue 12). MDPI AG. <https://doi.org/10.3390/min8120560>
- Dunham, S., Stewart, M., Coward, S., Vann, J., Dunham, S., & Stewart, M. (2009). *The Primary-Response Framework for Geometallurgical Variables*. <https://www.researchgate.net/publication/237532317>
- Garrido, M., Sepúlveda, M., & Navarro, F. (2017). *Optimization of planning and scheduling of ore body with open pit extraction considering homogeneity in clays as geometallurgical variables*. <https://www.researchgate.net/publication/319036175>
- Morales, N., Seguel, S., Cáceres, A., Jélvez, E., & Alarcón, M. (2019). Incorporation of geometallurgical attributes and geological uncertainty into long-term open-pit mine planning. *Minerals*, 9(2). <https://doi.org/10.3390/min9020108>
- Navarra, A., Grammatikopoulos, T., & Waters, K. (2018). Incorporation of geometallurgical modelling into long-term production planning. *Minerals Engineering*, 120, 118–126. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2018.02.010>
- Navarra, A., Menzies, A., Jordens, A., & Waters, K. (2017). Strategic evaluation of concentrator operational modes under geological uncertainty. *International Journal of Mineral Processing*, 164, 45–55. <https://doi.org/10.1016/j.minpro.2017.05.009>
- Nelis, G., Meunier, F., & Morales, N. (2022). Column Generation for Mining Cut Definition with Geometallurgical Interactions. *Natural Resources Research*, 31(1), 131–148. <https://doi.org/10.1007/s11053-021-09976-5>
- Sepúlveda, E., Dowd, P. A., & Xu, C. (2018). The optimisation of block caving production scheduling with geometallurgical uncertainty—a multi-objective approach. *Mining Technology: Transactions of the Institute of Mining and Metallurgy*, 127(3), 131–145. <https://doi.org/10.1080/25726668.2018.1442648>
- Tabesh, M., & Askari-Nasab, H. (2011). Two-stage clustering algorithm for block aggregation in open pit mines. *Transactions of the Institutions of Mining and Metallurgy, Section A: Mining Technology*, 120(3), 158–169. <https://doi.org/10.1179/1743286311Y.0000000009>
- Tabesh, M., & Askari-Nasab, H. (2013). MINERAL MINING Automatic Creation of Mining Polygons Using Hierarchical Clustering Techniques 1. In *Journal of Mining Science* (Vol. 49, Issue 3). Pleiades Publishing.

- Van Tonder, E., Deglon, D. A., & Napier-Munn, T. J. (2010). The effect of ore blends on the mineral processing of platinum ores. *Minerals Engineering*, 23(8), 621–626.
<https://doi.org/10.1016/j.mineng.2010.02.008>
- Yan, D., & Eaton, R. (1994). BREAKAGE PROPERTIES OF ORE BLENDS. In *Minerals Engineering* (Vol. 7, Issue 3).
- Yavarzadeh, S., Abodallheisharif, J., & Neishabouri, A. (2014). Modeling of Short Term Production Scheduling with the Objective Grade Control. In *Mine Planning and Equipment Selection* (pp. 379–387). Springer International Publishing.
https://doi.org/10.1007/978-3-319-02678-7_37