

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE OBRAS CIVILES
VALPARAÍSO - CHILE



**RESPUESTA DINÁMICA DE SUELOS BAJO CARGAS DE
IMPACTO CAUSADAS POR EQUIPOS CHANCADORES DE LA
GRAN MINERÍA**

FRANCISCO GONZÁLEZ GATICA

Memoria para optar al título de

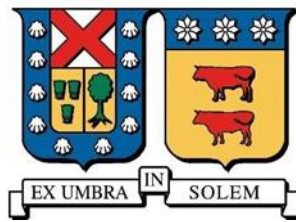
INGENIERO CIVIL

Profesor Guía.

GONZALO SUAZO FUENTEALBA

Noviembre 2018

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE OBRAS CIVILES VALPARAÍSO – CHILE



**RESPUESTA DINÁMICA DE SUELOS BAJO CARGAS DE
IMPACTO CAUSADAS POR EQUIPOS CHANCADORES DE LA
GRAN MINERÍA**

Memoria de titulación presentada por
FRANCISCO GONZÁLEZ GATICA

Como requisito parcial para optar al título de
INGENIERO CIVIL

Profesor Guía
GONZALO SUAZO FUENTEALBA

Noviembre de 2018

Agradecimientos

Resumen

Diariamente en la industria minera se procesa grandes cantidades de material a través del uso de máquinas, las cuales no son del todo perfectas y suelen inducir vibraciones y cargas dinámicas en su operación, las cuales deben ser soportadas por estructuras preparadas para ello. Entre los distintos procesos uno de gran importancia es el chancado, en donde a través del chancador se muele la roca hasta obtener un tamaño deseado.

Entre otras cosas los chancadores se caracterizan por ser máquinas de gran tonelaje que inducen cargas de gran magnitud, por lo que su correcto diseño presenta un gran reto para la ingeniería, la cual desea limitar las vibraciones de la estructura a fin de evitar que esta se vea sometida a posibles daños.

En este estudio a través de la teoría de fundaciones de máquinas y también a través de la metodología de diferencias finitas se presenta el análisis dinámico de una fundación sujeta a las cargas producidas en la operación de un chancador de cono de la marca Metso (modelo MP800).

De manera previa se realiza un análisis de sensibilidad del modelo numérico, lo cual permite posteriormente validar y demostrar que la metodología de diferencias finitas implementada a través del software FLAC3D es válida para analizar este tipo de problemas.

En cuanto al análisis de la estructura sometida a las cargas del chancador se estudia la importancia relativa de diferentes variables, frecuencia de carga, profundidad de enterramiento, largo y ancho de la fundación y espesor de esta, de la cual se determina que la frecuencia de carga es la principal variable que considerar en un diseño, la cual se estudia a través de la razón de frecuencia que permite estimar que tan alejado se está de la frecuencia natural. También se concluye que la expresión propuesta por Barkan para estimar la frecuencia natural entrega resultados con un error aceptable y por lo tanto puede ser usada para estimar de manera previa la frecuencia natural.

En cuanto a las dimensiones de la estructura se analiza un caso correspondiente al norte de Chile de la cual se concluye que dimensiones de 5[m]x5[m]x2[m] son adecuadas para soportar máquinas de este tipo, ya que posee dimensiones suficientes para la máquina considerada y posee una respuesta dinámica adecuada.

También se estudia la interferencia dinámica entre dos fundaciones del mismo tipo de lo cual se concluye que en el caso de que ambas máquinas estén en operación la interferencia destructiva entre las ondas generadas produce una respuesta favorable respecto el comportamiento de una fundación aislada.

Finalmente, se realiza un breve análisis sobre la influencia de un talud en la respuesta estática y dinámica de la fundación, de lo cual se concluye que el grado de influencia del talud depende del factor de seguridad de este, en el caso de que no posea un factor muy elevado se puede presentar asentamientos diferenciables considerables en la fundación.

Abstract

Daily in the mining industry huge amount of material are processed through different kinds of machine, which in mechanical terms are not perfect and they often induce vibrations and dynamic loads in his operation, which are supported by structures prepared for it. Among the different processes one of great importance is the crushing, where through crushers the rock is milled until obtaining a desired size.

Among other things the stone crushers are characterized for being machine of huge tonnage that produces loads of great magnitude, for this reason its correct design presents a challenge for engineering.

In this study through the theory of machine foundation and also through the methodology of finite difference is presented the dynamic analysis of a foundation subject to the loads produced in the operation of a cone crusher of the Metso brand (model MP800).

A sensitive analysis of the numerical model is performed previously, which allows subsequently validating and demonstrating that the finite difference methodology implemented through FLAC3D software is valid to analyze this kind of problems.

Regarding the analysis of the foundation subject to the stone crusher loads, the relative importance of different variables as, load frequency, embedment depth, length and width and thickness of the foundation are studied, these analysis conclude that the load frequency is the main variable to consider in a design, which is studied through the frequency ratio that allows to determinate how far away is the natural frequency of the system from the frequency of operation of the machine. It is also concluded that by the expression proposed by Barkan, used to determinate the natural frequency of the system, results were obtained with an acceptable error and therefore this expression can be used to estimate the natural frequency.

Regarding the dimensions of the structure, for the case of the north of Chile, It is concluded that a foundation of 5[m]x5[m]x2[m] has adequate dimensions since it has an adequate dynamic behavior.

It is also studied the dynamic interference of two foundation of the same type. From this analysis It is concluded that when both machines are in operation the destructive interference of the waves generated by the operation of both machines produce a favorable dynamic response in comparison to an isolated foundation.

Finally, a brief analysis is made on the influence of a slope in the static and dynamic response of the foundation, from which it is concluded that the degree of influence of the slope depends on the factor of safety of this, in the case that it does not have a high factor of safety, the foundation can present considerable differentiable settlements.

Índice de contenidos

AGRADECIMIENTOS	ii
RESUMEN	iii
ABSTRACT	iv
ÍNDICE DE CONTENIDOS	v
ÍNDICE DE FIGURAS	vii
ÍNDICE DE TABLAS	xi
1.- Introducción	1
2.- Revisión de la literatura	5
2.1 Fundaciones superficiales	5
2.1.1 Regla práctica	5
2.1.2 Masa en fase	5
2.1.4 Teoría del medio elástico semi infinito	6
2.1.5 Modelo de Barkan	7
2.1.6 Modelo simplificado de Lysmer	7
2.1.7 Método de la impedancia	9
2.2 Modelos numéricos	10
2.2.1 Sensibilidad de los modelos numéricos	10
2.2.2 Análisis de fundaciones vibratorias mediante métodos numéricos	12
3.- Planteamiento del problema	13
3.1 Consideraciones de diseño	13
3.2 comportamiento no lineal del suelo	15
3.3 Presencia de más de un estrato	15
3.4 Interacción entre fundaciones	16
4.- Análisis numérico	17
4.1 Método de las diferencias finitas	17
4.1.1 Ecuación del movimiento	18
4.1.2 Formulación matemática	19
4.2 Modelos constitutivos	22
4.2.1 Modelo elástico Isotrópico	22
4.2.2 Modelo de Mohr-Coulomb	22
4.3 Análisis dinámico	24
4.3.1 Disipación de energía	24
4.3.2 Paso del tiempo	26
4.3.3 Propagación de ondas	27
4.3.4 Condiciones de borde	27
5.- Validación del modelo	29
5.1 Estudio experimental	29
5.1.1 Características generales de la investigación experimental	29
5.1.2 Características sistema máquina-fundación	32
5.1.3 Resultados fundación superficial	34
5.1.4 Sistema máquina-fundación enterrada	35
5.1.5 Resultados fundación enterrada	37
5.1.6 Modelo de elementos finitos	37
5.2 Calibración modelo FLAC	40
5.2.1 Efecto de las condiciones de borde	40

5.2.2 Influencia del mallado.	42
5.3 Modelo del experimento.	44
6.- Estimación de la frecuencia natural.	48
6.1 Frecuencia natural en fundaciones superficiales.	48
6.1.1 Métodos semi analíticos.	50
6.2 Frecuencia natural en fundaciones enterradas.	50
6.3 Estimación de la frecuencia natural mediante modelo numérico.	51
6.3.1 Propiedades del medio.	52
6.3.2 Características de la estructura.	52
6.3.3 Resultados.	53
7.- Análisis de una fundación aislada.	55
7.1 Efecto el enterramiento.	55
7.2 Efecto del espesor de la fundación.	56
7.3 Efecto del ancho de la fundación.	57
7.4 Efecto de la rigidez del medio.	58
7.4.1 Espesor de la fundación.	58
7.4.2 Ancho de la fundación.	59
7.5 Restricciones de vibración.	60
7.5.1 Norte de Chile.	62
8.- Interacción dinámica entre fundaciones.	64
8.1 Efecto de la distancia de separación entre fundaciones.	64
8.2- Efecto del desfase entre máquinas.	68
8.3- Dos máquinas funcionando al mismo tiempo.	70
9.- Influencia de un talud cercano.	71
9.2- Efecto del ángulo de fricción interna.	72
9.2 Efecto de la distancia del talud.	76
10.- Conclusiones.	78
11.- Referencias.	81

Índice de figuras

FIGURA 1.1: DIAGRAMA DE MAQUINA ROTATORIA	1
FIGURA 1.2:DIAGRAMA MÁQUINA RECIPROCA	2
FIGURA 1.3: SOLICITACION TIPO DE UNA MAQUINA IMPULSIVA	2
FIGURA 1.4: FUNDACIÓN TIPO BLOQUE	3
FIGURA 1.5:FUNDACIÓN TIPO BLOQUE COMBINADO.	3
FIGURA 1.6:FUNDACIÓN COMPUESTA POR PILOTES.	3
FIGURA 1.7:BLOQUE DE INERCIA	4
FIGURA 2.1:PROBLEMA DINÁMICO DE BOUSINESSQ.....	6
FIGURA 2.2:EXTENSIÒN DE LA SOLUCIÓN A OTROS GRADOS DE LIBERTAD	9
FIGURA 2.3:ESQUEMA DE MALLADO.....	12
FIGURA 3.1:ESQUEMA FUNCIONAMIENTO MÁQUINA ROTATORIA.....	13
FIGURA 3.2:RESTRICIONES EN LA AMPLITUD DE VIBRACIÓN	14
FIGURA 3.3:RESTRICIONES EN LA AMPLITUD DE ACELERACIÓN	13
FIGURA 3.4: COMPORTAMIENTO NO LINEAL DE ARENAS	15
FIGURA 3.5:PRESENCIA DE MÁS DE UN ESTRATO	16
FIGURA 3.6:INTERFERENCIA DE MÁQUINAS	16
FIGURA 4.1: ESQUEMA FUNCIONAMIENTO DE FLAC.....	18
FIGURA 4.2: MODELO MASA RESORTE	18
FIGURA 4.3: ELEMENTO TETRAÉDRICO	20
FIGURA 4.4:ENVOLVENTE DE TENSIÓN.	23
FIGURA 4.5: CRITERIO DE PLASTIFICACIÓN.....	24
FIGURA 4.6:AMORTIGUAMIENTO SEGÚN FRECUENCIA DE CARGA.....	26
FIGURA 5.1: EXCAVACIÓN DE CALICATA	29
FIGURA 5.2: CARACTERÍSTICAS DEL PERFIL DEL TERRENO	30
FIGURA 5.3: EXPLORACIÓN GEOFÍSICA	30
FIGURA 5 4: PERFIL MÓDULO DE CORTE.....	31
FIGURA 5.5: PERFIL VELOCIDAD DE ONDA DE CORTE	31
FIGURA 5.6:FUNDACIÓN SUPERFICIAL UTILIZADA EN EL EXPERIMENTO	32
FIGURA 5.7: CARGA PRODUCIDA POR VIBRADOR HIDRÁULICO	33
FIGURA 5 8: VERIFICACIÓN DEL CORRECTO FUNCIONAMIENTO DEL EXPERIMENTO	33
FIGURA 5.9: DIMENSIONES FUNDACIÓN ENTERRADA.....	36
FIGURA5.10: FUERZAS PRODUCIDAS EN FUNDACIÓN ENTERRADA A DIFERENTES PROFUNDIDADES	36
FIGURA 5.11:MODELO 2D EN ABAQUS	37
FIGURA 5.12:RESPUESTA CON DISTINTAS CONDICIONES DE BORDE	38
FIGURA 5.13: MODELO 3D EN ABAQUS	38
FIGURA 5 14: PROPIEDADES ELÁSTICAS CONSIDERADAS EN MODELO ABAQUS.....	39
FIGURA 5.15:COMPARACIÓN NUMÉRICO CON RESULTADOS EXPERIMENTALES	39
FIGURA 5.16:MODELO DE DIMENSIONES 21M X 21M	41
FIGURA 5.17:MODELO DE DIMENSIONES 51 X 51	41
FIGURA 5.18:EFECTO DE LAS CONDICIONES DE BORDE	42
FIGURA 5.19:INFLUENCIA DEL TAMAÑO DEL ELEMENTO	43
FIGURA 5.20:MODELO CON MALLA NO UNIFORME	43
FIGURA 5.21:TAMAÑO DE LA MALLA VS VARIACIÓN EN LA RESPUESTA.....	44
FIGURA 5.22:MALLADO GRADUAL	45
FIGURA 5.23:MODELO NUMÉRICO DEL EXPERIMENTO.	46
FIGURA 5.24: COMPARACIÓN RESULTADOS EXPERIMENTALES CON NUMÉRICOS.....	47
FIGURA 6.1: COMPONENTE REAL DE RIGIDEZ MEDIDA POR MBAWALA.....	48

FIGURA 6.2: TASA DE DEFORMACIÓN	49
FIGURA 6.3: VISTA EN PLANTA CHANCADOR MP800.....	53
FIGURA 6.4: AMPLITUD DE VIBRACIÓN PARA DIFERENTES FRECUENCIAS.....	54
FIGURA 7.1: VARIACIÓN PORCENTUAL DE LA AMPLITUD DE VIBRACIÓN PARA DIFERENTES RAZONES DE EMPOTRAMIENTO	56
FIGURA 7.2: AMPLITUD NORMALIZADA VS ESPESOR	57
FIGURA 7.3: AMPLITUD NORMALIZADA VS ANCHO DE LA FUNDACIÓN.....	58
FIGURA 7.4: COMPARACIÓN DE LA RESPUESTA DINÁMICA ENTRE DOS MEDIOS DE DISTINTA RIGIDEZ.....	59
FIGURA 7.5: EFECTO DE UN MEDIO MÁS RÍGIDO EN LA RESPUESTA DINÁMICA	60
FIGURA 7.6: COMPARACIÓN ENTRE LÍMITE DE AMPLITUD DE VIBRACIÓN Y VIBRACIÓN OBTENIDA	61
FIGURA 8.1: FUNDACIONES SEPARADAS 5[M]	65
FIGURA 8.2: FUNDACIONES SEPARADAS 1[M]	65
FIGURA 8.3: FACTOR DE TRANSMISIÓN ACTIVO	66
FIGURA 8.4: FACTOR DE TRANSMISIÓN PASIVO	67
FIGURA 8.5: FACTOR DE TRANSMISIÓN ACTIVO SEGÚN VIVEK.....	67
FIGURA 8.6: FACTOR DE TRANSMISIÓN PASIVO SEGÚN VIVEK.....	68
FIGURA 8.7: RESPUESTA DINÁMICA DE LAS FUNDACIONES CON UN DESFASE DE 0.25[S].....	69
FIGURA 8.8: RESPUESTA DINÁMICA DE LAS FUNDACIONES CON UN DESFASE DE 0.75[S].....	69
FIGURA 8.9: FACTOR DE TRANSMISIÓN ACTIVO PARA EL CASO DE DOS CHANCADORES EN OPERACIÓN	70
FIGURA 9.1: MODO DE FALLA DE TALUD.....	71
FIGURA 9.2: DESPLAZAMIENTO CONSIDERANDO UN ÁNGULO DE FRICCIÓN DE 36	72
FIGURA 9.3: DESPLAZAMIENTOS CON UN ÁNGULO DE FRICCIÓN DE 29 GRADOS.....	73
FIGURA 9.4: DEFORMACIÓN DE CORTE PARA DISTINTOS ÁNGULOS DE FRICCIÓN.....	74
FIGURA 9.5: PLASTIFICACIÓN CONSIDERANDO UN ÁNGULO DE 27°	75
FIGURA 9.6: PLASTIFICACIÓN CONSIDERANDO UN ÁNGULO DE 36°	75
FIGURA 9.7: DESPLAZAMIENTOS CON UN ÁNGULO DE FRICCIÓN DE 29 CONSIDERANDO UNA DISTANCIA DE 2[M] AL TALUD	76
FIGURA 9.8: PLASTIFICACIÓN DE LAS ZONAS DEL MODELO CONSIDERANDO UN ANGULO DE FRICCIÓN DE 27 Y UNA DISTANCIA DE 2[M].....	77
FIGURA 10.1: RIGIDEZ DINÁMICA OBTENIDA POR MRAWALA.....	78

Índice de tablas

TABLA 2.1: EFECTO DEL TAMAÑO DEL ELEMENTO EN LA RESPUESTA DINÁMICA.....	10
TABLA 2.2: PROPIEDADES MECANICAS.....	11
TABLA 2.3: RESPUESTA BAJO DISTINTAS METODOLOGÍAS.....	11
TABLA 5.1: DESPLAZAMIENTO PARA DISTINTAS FRECUENCIAS	34
TABLA 5.2: ACELERACIONES PARA DISTINTAS FRECUENCIAS.....	340
TABLA 5.3: RESULTADOS FUNDACIÓN ENTERRADA.....	40
TABLA 5.4: PROPIEDADES ELASTICAS.....	39
TABLA 5.5: PROPIEDADES ELASTICAS	40
TABLA 5.6: EFECTO DE LAS CONDICIONES DE BORDE	42
TABLA 5.7: INFLUENCIA DEL MALLADO	43
TABLA 5.8: MALLADO NO UNIFORME	44
TABLA 5.9: RESULTADOS MODELO FLAC3D	46
TABLA 6.1: VALORES TASA DE DEFORMACION	49
TABLA 6.2: FRECUENCIA NATURAL SEGUN LYSMER.....	50
TABLA 6.3: RESULTADOS OBTENIDOS POR BARKAN.....	50
TABLA 6.4: FRECUENCIA NATURAL ESTIMADA POR BARKAN PARA UNA FUNDACION COMPLETAMENTE ENTERRADA.....	51
TABLA 6.5: PROPIEDADES ELASTICAS MEDIAS	52
TABLA 6.6: ESTIMACION UTILIZANDO EXPRESION DE BARKAN	53
TABLA 7.1: EFECTO DEL ENTERRAMIENTO	556
TABLA 7.2: EFECTO DEL ESPESOR	556
TABLA 7.3: EFECTO DEL ANCHO	57
TABLA 7.4: PROPIEDADES ELASTICAS MEDIAS	58
TABLA 7.5: EFECTO DEL ESPESOR EN UN MEDIO MAS RIGIDO	59
TABLA 7.6: EFECTO DEL ANCHO EN MEDIO MAS RIGIDO.....	59
TABLA 7.7: RESTRICCIÓN EN LA AMPLITUD DE VIBRACION	60
TABLA 7.8:COMPARACIÓN ENTRE RESPUESTA Y RESTRICCIÓN	61
TABLA 7.9: RESPUESTA FUNDACIÓN DE 3[M] DE ESPESOR	61
TABLA 7.10:VERIFICACIÓN DE CUMPLIMIENTO DE RESTRICCIÓN.....	62
TABLA 7.11: PROPIEDADES ELÁSTICAS SUELO DEL NORTE DE CHILE	62
TABLA 7.12: FRECUENCIA NATURAL DE FUNDACIÓN EN EL NORTE DE CHILE	63
TABLA 7.13: RESPUESTA DINÁMICA DE LA FUNDACIÓN EN CONDICIONES DEL NORTE DE CHILE	63
TABLA 8.1: RESULTADOS INTERACCION DINAMICA	66
TABLA 8.2: EFECTO DEL DESFASE	668
TABLA 9.1: RESPUESTA ESTÁTICA EN DIFERENTES PUNTOS DE LA FUNDACIÓN	73
TABLA 9.2:AMPLITUD DE VIBRACIÓN EN RESPUESTA DINÁMICA	75
TABLA 9.3:DESPLAZAMIENTO ESTÁTICO EN DISTINTOS PUNTOS DE LA FUNDACIÓN	76

Capítulo 1

1.- Introducción

Los procesos industriales son llevados a cabo por maquinaria que induce vibraciones en las estructuras de soporte, estructuras aledañas y en el suelo. Este efecto puede ser analizado como una sollicitación dinámica que recibe la fundación o estructura de soporte de la maquinaria.

Estas estructuras deben cumplir con dos funciones generales, permitir el correcto funcionamiento de la máquina impidiendo el daño estructural de este y ser capaz de resistir las demandas de carga de manera adecuada para lograr un ambiente de trabajo adecuado, lo cual se traduce en una respuesta dinámica con una limitada amplitud de vibración

Para cumplir con lo anterior los ingenieros deben realizar un correcto dimensionamiento de la estructura, a su vez para ello se vuelve imprescindible que el ingeniero sea capaz de comprender el comportamiento dinámico del sistema suelo-estructura, para lo cual adquiere relevancia determinar de correcta manera aspectos del sistema como la frecuencia natural, aceleraciones que se generan en el medio, origen de la carga dinámica entre otros.

Como se menciona anteriormente dentro de los aspectos importantes a considerar está el origen de la sollicitación dinámica, la cual es determinada de acuerdo con el tipo de maquinaria utilizada en el proceso industrial, las cuales se dividen en 4 grandes categorías de acuerdo con la ACI 351.3R-04 [1]

- Máquinas de masa desbalanceada: esta maquinaria debido a su naturaleza en su operación induce fuerzas dinámicas que se determinan a partir de expresiones sinusoidales.
- Máquinas rotatorias: dentro de esta categoría se encuentran las turbinas a gas, compresores, turbinas de vapor, etc, estas producen cargas dinámicas cuando los centroides de rotación de las partes de la maquinaria no coinciden con el centro de rotación.

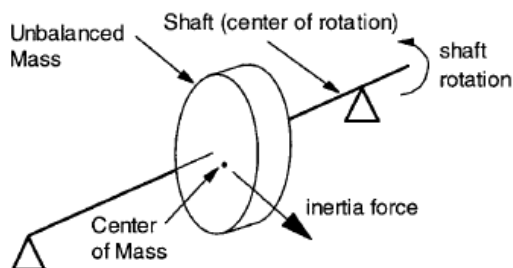


Figura 1.1: Diagrama de maquina rotatoria

- Máquinas reciprocas: son aquellas que como su nombre lo dice en su movimiento poseen un movimiento reciproco, es decir de vaivén, usualmente estás compuestas por pistones.

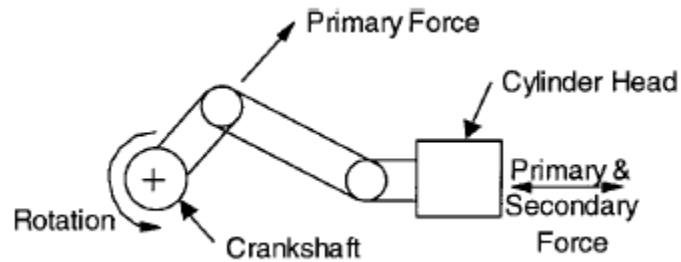


Figura 1.2: Diagrama máquina recíproca

- Máquinas impulsivas: está compuesta por máquinas que producen cargas de impacto tales como martillos o prensas de perforación.

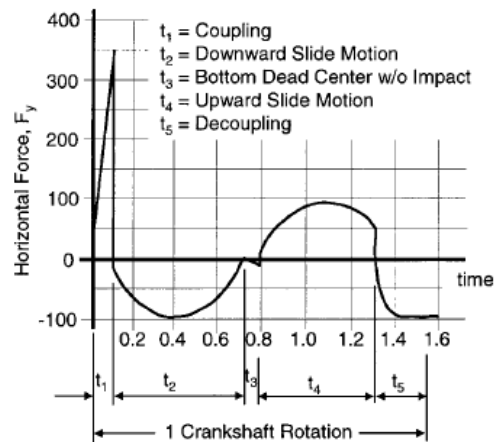


Figura 1.3: Solicitación tipo de una máquina impulsiva

- Máquinas de otro tipo: dentro de esta categoría están las trituradoras de roca y trituradoras de metal.

Asimismo, para realizar el diseño se cuenta con diferentes tipos de fundación, en donde la elección de un tipo u otro depende de las características del proyecto. Algunos ejemplos de fundaciones son los siguientes:

- Fundación tipo bloque: La utilización de este tipo de fundación depende principalmente de las características del suelo superficial, tiene como ventaja minimizar el movimiento de tierra, se suelen diseñar como estructuras de gran rigidez.

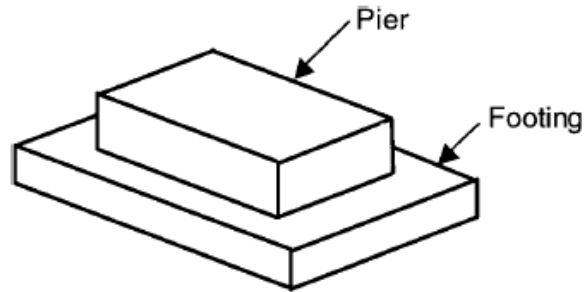


Figura 1.4: Fundación tipo bloque

- Fundación tipo bloque combinado: Este tipo de estructura es utilizada para soportar máquinas separadas por una pequeña distancia, su diseño es más complejo debido a la interacción entre las fuerzas de las dos máquinas.

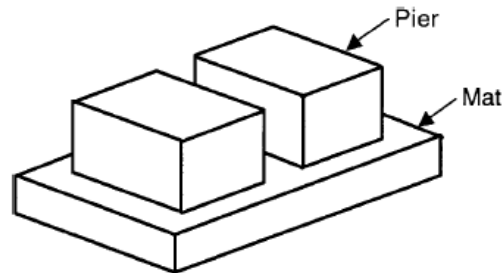


Figura 1.5: Fundación tipo bloque combinado.

- Fundación de pilotes: Se necesita usar pilotes cuando las condiciones superficiales del suelo indiquen se pueden producir asentamientos excesivos.

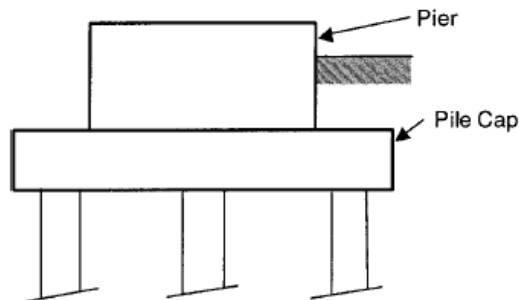


Figura 1.6: Fundación compuesta por pilotes.

- Bloque de inercia: son utilizados para alejar la frecuencia de operación de la máquina de la frecuencia natural del sistema y resistir crecientes amplitudes al incrementar la fuerza inercial.

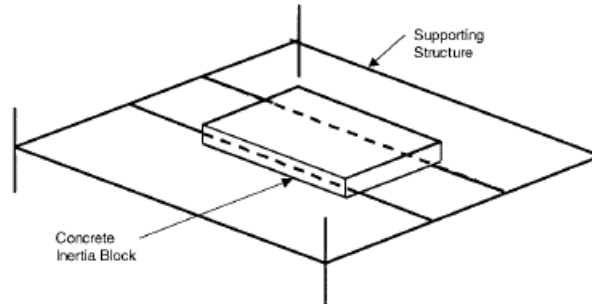


Figura 1.7: Bloque de inercia

Además de la gran cantidad de fundaciones, en la actualidad se cuenta con una gran diversidad de métodos para realizar el análisis y diseño de la estructura, dichos métodos pueden ser meramente empíricos como por ejemplo considerar que la fundación tenga de 2 a 3 veces la masa de la máquina, de carácter semi empírico o mediante moderación numérica, dichas metodologías serán abordadas con mayor detalle en el siguiente capítulo.

En el presente texto el análisis de la respuesta del sistema suelo-estructura, se llevará a cabo mediante modelación numérica, específicamente mediante la técnica de diferencias finitas que viene implementada en el software FLAC, luego dicho análisis será comparado con metodologías semi empíricas, esto en una primera instancia para una fundación aislada, para luego analizar la interacción de máquinas con el software mencionado anteriormente.

Capítulo 2

2.- Revisión de la literatura.

En este capítulo del texto se discutirá sobre las diferentes soluciones que se encuentran en la literatura y se discutirá su validez dado diferentes escenarios, para ello se comenzará con los primeros métodos de diseño y se avanzará hacia métodos más modernos y en muchos casos más complejos también.

2.1 Fundaciones superficiales.

2.1.1 Regla práctica

Los primeros diseños de fundaciones de máquinas vibratorias corresponden a métodos semi empíricos, dentro de estos está el método de “rules of thumb” cuyo objetivo es reducir la amplitud de resonancia aumentando la masa de la fundación, con ello resultaban masivas estructuras con una masa de al menos 3 a 5 veces la masa de la maquinaria que se soporta.

Este método quedo obsoleto con el tiempo ya que ignora las otras variables que influyen y no considera un análisis dinámico que permita estimar las amplitudes de las vibraciones esperadas.

2.1.2 Masa en fase.

Masa en fase es una técnica desarrollada en la década de los 30 la cual asumía que debajo de la fundación había una masa de suelo que vibraba de manera rígida junto a la estructura, conociendo aquella masa era posible estimar la frecuencia natural del sistema de la siguiente forma.

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m + m_s}} \quad (2.1)$$

Donde:

- f_n : frecuencia natural
- m : masa de la máquina.
- m_s : masa de suelo que participa.
- K : Rigidez.

2.1.4 Teoría del medio elástico semi infinito.

Reissner[2] desarrolló una solución para el problema de vibraciones verticales de una fundación que es sometida a una carga periódica y es soportada por un medio semi-infinito, homogéneo, isotrópico y elástico (lo que se conoce en la literatura como “Half-space”). La solución fue obtenida mediante la integración de la solución de Lamb sobre un área circular, también conocido como problema dinámico de Bousinessq, el cual es ilustrado en la figura 2.1

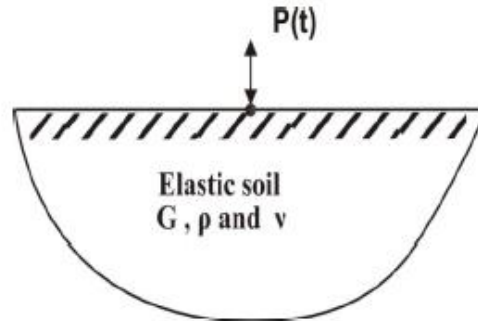


Figura 2.1: Problema dinámico de Bousinessq

La fundación se modela como una masa oscilatoria que produce presiones periódicas verticales distribuidas de manera uniforme en el área circular, por otro lado, para representar la masa de suelo es necesario conocer el módulo de corte(G), el módulo de poisson (ν) y la densidad(ρ).

El desplazamiento vertical, Z_0 , se expresa de la siguiente manera.

$$Z_0 = \frac{P e^{i\omega t}}{G r_0} (f_1 + i f_2) \quad (2.2)$$

Donde:

- G: módulo de corte.
- P: amplitud de la carga.
- r_0 : radio de contacto.
- $f_1 f_2$: Funciones de desplazamiento de Reissner.
- ω : frecuencia angular de la carga.

Además, se tiene que las funciones f_1 y f_2 depende del parámetro a_0 dimensional que tiene la siguiente ecuación:

$$a_0 = \omega r_0 \sqrt{\frac{P}{G}} = \frac{\omega r_0}{V_s} \quad (2.3)$$

2.1.5 Modelo de Barkan.

Barkan [3] propone una serie de expresiones para estimar la rigidez equivalente del suelo, esto en base a las propiedades elásticas del medio y a la geometría de la fundación, cabe mencionar que las expresiones propuestas sirven para casos de fundaciones rectangulares, donde la rigidez vertical se estima mediante la siguiente expresión:

$$K_v = \frac{G}{1 - \nu} \beta_z \sqrt{4cd} \quad (2.4)$$

Donde:

- β_z : Constante que depende de las geometrías de la fundación, para el caso de geometrías cuadradas tiene un valor de 2.2
- c : ancho de la fundación
- d : largo de la fundación.

2.1.6 Modelo simplificado de Lysmer.

Lysmer en 1965 [4] estudia la solución propuesta por Reisner y logra obtener una solución que no depende de las ecuaciones de desplazamiento f_1 y f_2 , con lo que elimina uno de los puntos débiles del análisis que era la necesidad de utilizar gráficos para la estimación de dichas funciones.

Para lograr ello Lysmer modela el efecto de la presión de contacto uniforme discreteando el suelo en una serie de anillos de presión constante que sufren el mismo desplazamiento.

Además, Lysmer sugiere que el sistema puede ser correctamente representado mediante un sistema de masa, resorte y disipado, en un cierto rango de frecuencias, llegando de esta manera a una representación similar al modelo de Winkler, tal como se muestra en la siguiente ecuación:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = P(t) \quad (2.5)$$

En donde la constante del resorte y el disipador son independientes de la frecuencia y se pueden estimar de la siguiente forma:

$$K_v = \frac{4Gr_0}{1 - \nu} \quad (2.6)$$

$$C_v = \frac{3,4r_0^2}{1 - \nu} \sqrt{G\rho} \quad (2.7)$$

Además, en su solución introduce una constante que es la razón de masa modificada, que se calcula mediante la siguiente expresión.

$$B_v = \frac{1 - \nu}{4} \frac{m}{pr_0^3} \quad (2.8)$$

Donde r_0 es el radio equivalente de la fundación, que para el caso de una fundación con una geometría distinta de la circular. Se estima mediante la siguiente expresión.

$$r_0 = \sqrt{BL/\pi} \quad (2.9)$$

También se tiene que el valor crítico de disipación, que se estima de la siguiente manera:

$$C_c = 2\sqrt{K_v m} \quad (2.10)$$

Lo que permite estimar la razón de amortiguamiento.

$$D = \frac{C_v}{C_c} = \frac{0.425}{\sqrt{B_v}} \quad (2.11)$$

Luego conocidas las constantes K_v y D_v la condición de equilibrio dinámica puede ser resuelta para cualquier tipo de excitación dinámica.

En caso de una excitación externa del tipo sinusoidal se llega a la siguiente solución particular de la ecuación diferencial, la cual representa la respuesta del sistema en su estado permanente, es decir una vez que ha pasado el efecto del transiente.

$$U_v = \frac{P_0/K_v}{\sqrt{\left(1 - \frac{w^2}{w_n^2}\right)^2 + 4D^2\left(\frac{w^2}{w_n^2}\right)}} \quad (2.12)$$

Luego Richart y Whitman [5] extendieron el modelo simplificado de Lysmer para diferentes grados de libertad, refiérase a la figura 2.2 para ver los resultados de dicho estudio.

Mode	Vertical	Horizontal	Rocking	Torsion
Stiffness:	$\frac{4GR}{1-\nu}$	$\frac{8GR}{2-\nu}$	$\frac{8GR^3}{3(1-\nu)}$	$\frac{16GR^3}{3}$
Mass ratio \bar{m} :	$\frac{m(1-\nu)}{4\rho R^3}$	$\frac{m(2-\nu)}{8\rho R^3}$	$\frac{3I_x(1-\nu)}{8\rho R^3}$	$\frac{I_z}{\rho R^3}$
Damping ratio:	$\frac{0.425}{\bar{m}^{1/2}}$	$\frac{0.29}{\bar{m}^{1/2}}$	$\frac{0.15}{(1+\bar{m})\bar{m}^{1/2}}$	$\frac{0.50}{1+2\bar{m}}$
Fictitious added mass:	$\frac{0.27m}{\bar{m}}$	$\frac{0.095m}{\bar{m}}$	$\frac{0.24I_x}{\bar{m}}$	$\frac{0.24I_z}{\bar{m}}$

Figura 2.2: Extensión de la solución a otros grados de libertad

2.1.7 Método de la impedancia.

Mediante el presente método se logra determinar la rigidez y disipación del sistema como parámetros dependientes de la frecuencia. Estos se pueden determinar mediante mediciones de terreno o mediante expresiones analíticas.

Dicho método asume una relación lineal entre la fuerza y el desplazamiento para un particular nivel de frecuencia de una carga aplicada de manera dinámica.

A continuación, se muestra la manera de obtener las expresiones, para el caso de una excitación externa armónica.

$$K(w) = \frac{Po(t)}{Uo(t)} \quad (2.13)$$

Dado que la sollicitación es del tipo armónica se puede asumir que la solución particular de la ecuación del movimiento es de la siguiente forma $u_p(t) = U_v e^{i\omega t}$ expresión que al ser sustituida en la ecuación diferencial del movimiento obtiene lo siguiente:

$$U_v = \frac{Po}{Ko - Mw^2 + iCw} \quad (2.14)$$

Donde la fracción de la ecuación representa la rigidez del sistema, de esta manera la rigidez se puede expresar mediante la suma de una componente real y una imaginaria. Además, la rigidez pasa a ser una propiedad dependiente de la frecuencia de excitación del sistema, como se muestra a continuación.

$$K_v(w) = (Ko - Mw^2 + iCw) \quad (2.15)$$

$$K_v^R(w) = Ko - Mw^2 \quad (2.16)$$

$$K_v^i(\omega) = C\omega \quad (2.17)$$

De tal manera que al conocer la componente real e imaginaria de la rigidez es posible estimar el comportamiento del sistema para diferentes frecuencias de excitación.

Es importante mencionar, que dichas componentes se pueden obtener mediante mediciones de terreno o a través de expresiones semi empíricas.

Son diversos los autores que han realizado referentes a esta metodología como Gazetas [6] quien estudia la respuesta dinámica en medios de más de una capa, Veletsos [7] quien estudió la influencia de la disipación en la respuesta dinámica, entre otros.

Gazetas [8,9] realiza una compilación de los distintos autores generando un documento que resume el estado del arte alcanzado hasta la fecha de publicación.

2.2 Modelos numéricos.

Los grandes avances realizados en la computación en los últimos años han permitido la masificación de métodos numéricos que permiten resolver las ecuaciones diferenciales gobernantes de diversos problemas. De esta manera en la literatura se presentan diversos estudios ejecutados de manera numérica, donde las técnicas que más han sido utilizadas para el caso de fundaciones de equipo vibratorios son la de elementos finitos y diferencias finitas.

A continuación, se presenta algunos de los mencionados estudios presentes en la literatura.

2.2.1 Sensibilidad de los modelos numéricos.

Tal como se menciona anteriormente los métodos numéricos constituyen una herramienta poderosa de la ingeniería, sin embargo, estos deben ser usados con cautela y buen criterio, los ingenieros que usen dicha herramienta deben estar al tanto de diferentes aspectos que se mencionan a continuación.

Kumar [10] estudió el efecto que tiene las condiciones de borde y el mallado cuando se implementa el método de las diferencias finitas para estudiar el efecto que tienen las explosiones subterráneas en estructuras superficiales.

En la tabla 2.1 se muestran distintos valores de la velocidad peak de la partícula según el tamaño del elemento considerado y la distancia desde el punto de aplicación de la carga, de esta queda de manifiesto la gran variabilidad que presenta el método utilizado.

Tabla 2.1: Efecto del tamaño del elemento en la respuesta dinámica

mesh size	80m away	94m away	111m away
Field value	0.061	0.05	0.036
1x1x1	0.079	0.056	0.026
1x1x2	0.099	0.07	0.034
1x2x1	0.012	0.009	0.004
1x2x2	0.047	0.032	0.021
2x1x1	0.058	0.041	0.02
2x1x2	0.071	0.05	0.029
2x2x1	0.031	0.022	0.012
2x2x2	0.039	0.028	0.014

La variabilidad de los modelos numéricos también fue estudiada por Jesmani[11] en el contexto de fundaciones superficiales sujetas cargas vibratorias, quien además verificó la variabilidad de los resultados al emplear diferentes metodologías de análisis. Para ello estudió el caso de una fundación circular sujeta a una carga armónica concentrada, donde las propiedades de la fundación y el suelo son mostradas en la tabla 2.2 y en la tabla 2.3 se muestran los resultados del análisis bajo distintas metodologías.

Tabla 2.2: Propiedades mecánicas

D (m) Diameter of Foundation	γ (kN/m ³) Density	ϕ Internal Fraction	E (kN/m ²) Modulus of Elasticity	ν Poisson Ratio
1.5	15	26°	15000	0.2

Tabla 2.3: Resultados bajo distintas metodologías

Analysis Method	Maximum Displacement (cm)		
	$Q_0 = 27$ kN	$Q_0 = 54$ kN	$Q_0 = 108$ kN
Lumped Mass	0.170	0.334	0.668
Elastic Half Space	0.130	0.260	0.522
Finite Element (with Linear Elastic Criteria)	0.107	0.200	0.400
Finite Element (with Mohr-Coulomb Criteria)	1.00	3.200	12.300

De la tabla 2.3 se observa que la metodología utilizada puede generar grandes variaciones en la respuesta cuando se trata de la metodología de elementos finitos, sin embargo, en situaciones de mayor complejidad, donde no apliquen los supuestos de los métodos analíticos es necesario resolver el problema de manera numérica.

2.2.2 Análisis de fundaciones vibratorias mediante métodos numéricos.

Uno de los estudios importantes realizados en los últimos años en el tema de fundaciones sujetas a cargas vibratorias es el de Gosh[12], quien estudia de manera numérica la respuesta de dinámica de fundaciones vibratorias.

Entre los distintos aspectos de dicho estudio destaca el esquema de mallado utilizado, refiérase a la figura 2.3, el cual es ampliamente utilizado para tratar problemas relacionados a fundaciones, el cual se caracteriza por volverse gradualmente más fino hacia el centro hasta llegar a un tamaño de malla constante, donde se ubica la fundación.

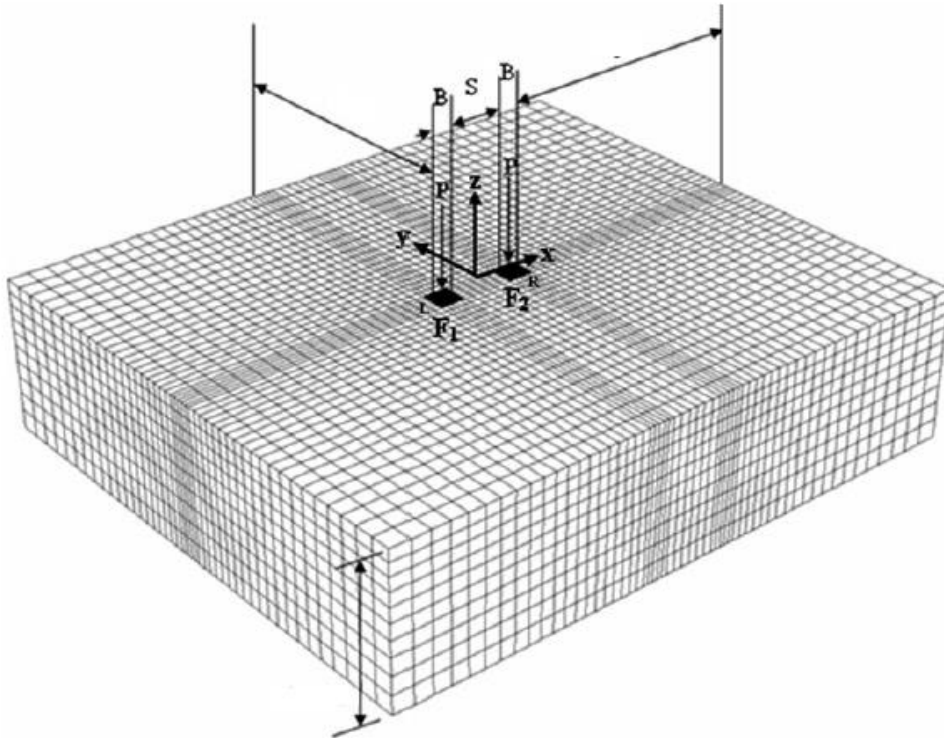


Figura 2.3: Esquema de mallado

Además, en el mencionado estudio se hace uso de los conceptos de fundación activa, pasiva y aislada para llevar a cabo el análisis, dichos conceptos son explicados en el capítulo 8 para analizar la interacción dinámica entre fundaciones.

Capítulo 3

3.- Planteamiento del problema.

Los modelos mencionados anteriormente son simplificaciones de un problema que en la realidad tiene una gran cantidad de parámetros o situaciones que influyen en el comportamiento de la estructura, esto sumado a diferentes consideraciones de diseño que se deben tener presente al momento del diseño, hacen que el problema en realidad sea más complejo y a la vez introducen la interrogante sobre qué tan exactos son estos métodos, si las simplificaciones de los diferentes modelos son válidas o no y qué método de cálculo resulta ser más exacto.

En base a lo anterior la presente sección tiene como finalidad plantear la discusión sobre los diferentes métodos de cálculo.

3.1 Consideraciones de diseño.

En la figura 3.1 se muestra el esquema de la operación de una maquina rotatoria, en ella la masa desbalanceada produce una carga dinámica que varía de manera armónica y que se transmite a través de la maquina a la fundación y suelo.

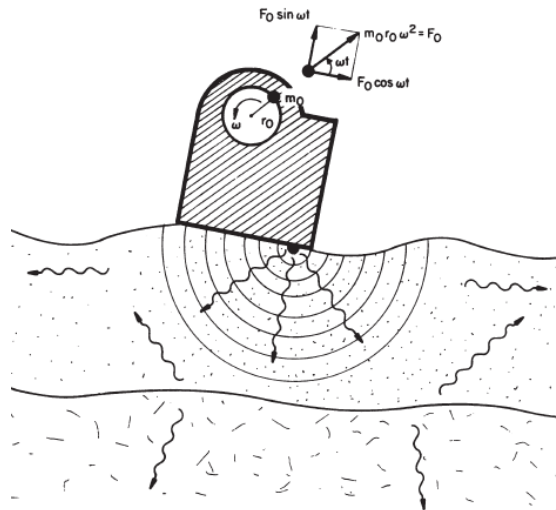


Figura 3.1: Esquema funcionamiento máquina rotatoria

Las ondas transmitidas durante la operación de la máquina generan vibraciones que pueden dañar la estructura y máquina, además estas generan tal perturbación en el medio que pueden afectar el trabajo de la gente que se encuentra en las inmediaciones de la estructura, es por ello por lo que un adecuado diseño debe limitar amplitudes de vibración.

Con el fin de saber si un diseño o una estructura posee un diseño seguro, se puede recurrir a gráficos tipo como los señalados en las figuras 3.2 y 3.3 (para mayor información ver Gazetas [6]) que presentan qué tan propensa esta la estructura de recibir daños.

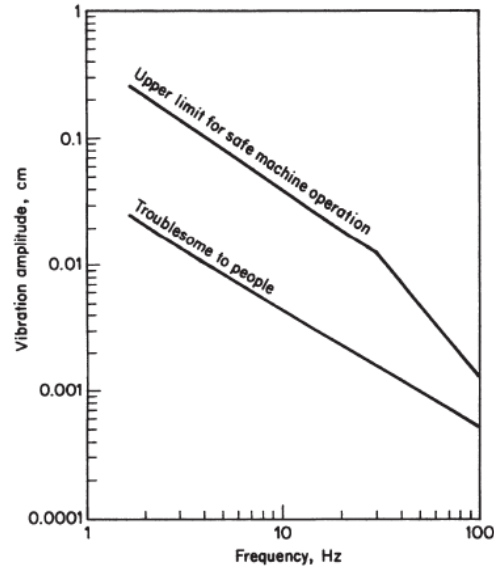


Figura 3.2: Restricciones en la amplitud de vibración

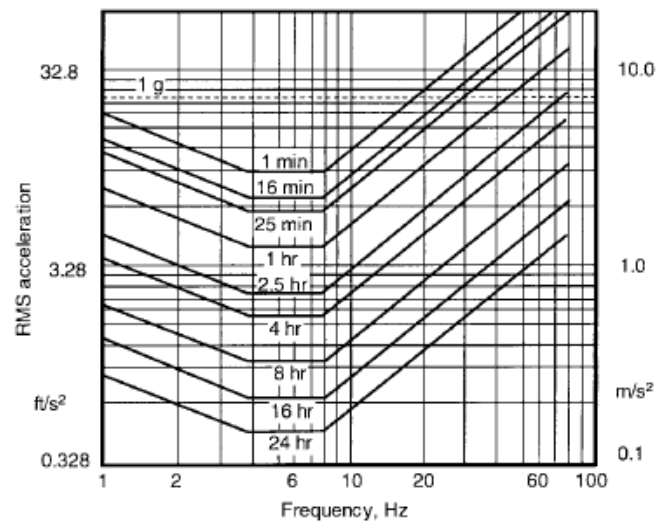


Figura 3.3: Restricciones en la amplitud de aceleración

Otro aspecto importante para considerar es la frecuencia natural del sistema, un correcto diseño debe alejar la frecuencia de operación de la máquina de la frecuencia natural del sistema y de esta manera contribuir con el cumplimiento de la amplitud de vibración. Para ello se introduce el concepto de razón de frecuencia, refiérase a la ecuación 3.1.

$$f_r = \frac{f_0}{f_n} \quad (3.1)$$

Donde:

- f_r : Razón de frecuencia.
- f_0 : Frecuencia de operación.
- f_n : Frecuencia natural.

En específico la ACI-351[1] menciona que tan alejado esté la frecuencia natural de la frecuencia de operación queda a criterio del ingeniero, en la práctica se ha usado valores que van entre un 20% a 33%, aunque en algunos casos se han usado valores tan pequeños como un 10%.

Por otro lado, el verdadero problema consiste en lograr estimar adecuadamente la frecuencia natural del suelo, esto debido a que depende de parámetros difíciles de estimar como la masa de suelo y la rigidez.

3.2 comportamiento no lineal del suelo.

Debido a las consideraciones de diseño mencionadas en la sección anterior es que las fundaciones de máquinas trabajan en el rango de pequeñas deformaciones. Aun así, el suelo muestra tener un comportamiento no lineal desde etapas tempranas de deformación.

En función de las pequeñas deformaciones que el suelo experimenta en este tipo de estructuras es que muchos modelos incorporan resortes lineales para analizar el comportamiento de la estructura, lo cual es importante tener claro que es una aproximación ya que el suelo muestra tener un comportamiento no lineal, tal como se muestra en la figura 3.4

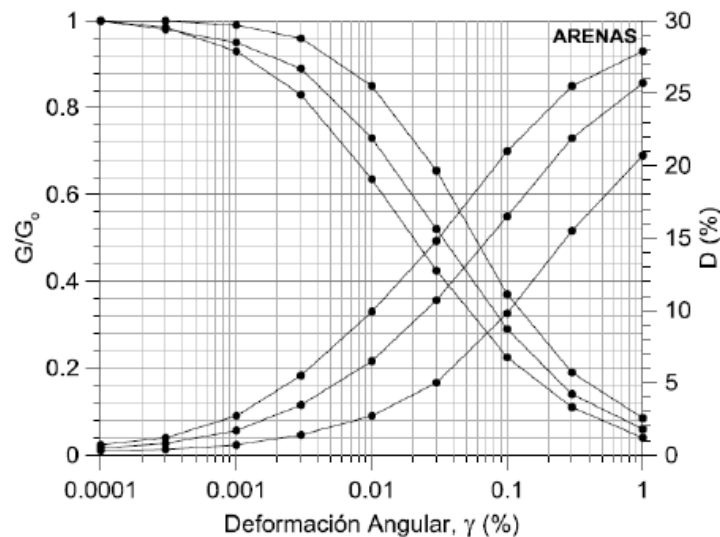


Figura 3.4: Comportamiento no lineal de arenas

3.3 Presencia de más de un estrato.

Otro aspecto importante que no fue mencionado en el capítulo anterior es que en las diferentes soluciones mostradas se asume un valor único de rigidez para el suelo, lo cual no es físicamente real ya que las propiedades del medio varían de acuerdo con la profundidad siendo necesario identificar diferentes estratos para la representación de este.

Una manera de determinar la rigidez del medio es en base al radio del módulo de corte el cual se define como el cociente entre los módulos de dos estratos ($G1/G2$), en la figura 3.5 se muestran expresiones para ello.

Type of loading	Static stiffness*	Range of validity	Profile
Vertical:	$\frac{4G_1 R}{1-\nu_1} \cdot \frac{1+1.28 \frac{R}{H}}{1+1.28 \frac{R G_1}{H G_2}}$	$1 < \frac{H}{R} < 5$	
Horizontal:	$\frac{8G_1 R}{2-\nu_1} \cdot \frac{1+\frac{1}{2} \frac{R}{H}}{1+\frac{1}{2} \frac{R G_1}{H G_2}}$	$1 < \frac{H}{R} < 4$	
Rocking:	$\frac{8G_1 R^3}{3(1-\nu_1)} \cdot \frac{1+\frac{1}{6} \frac{R}{H}}{1+\frac{1}{6} \frac{R G_1}{H G_2}}$	$0.75 < \frac{H}{R} < 2$	

Figura 3.5: Presencia de más de un estrato

3.4 Interacción entre fundaciones.

Sumado a las complejidades anteriores es común en la industria que se tenga más de una máquina en operación, las cuales en caso de estar cerca pueden interactuar e influenciar el comportamiento estático y dinámico de la otra, de esta manera el problema se hace considerablemente más complejo.

La interferencia estática ha sido estudiada por diversos autores [13-16] quienes concluyen que la capacidad de carga de las fundaciones se ve aumentada debido a efecto de interferencia estática y que dicho efecto ocurre cuando las fundaciones están próximas entre si a una distancia máxima de 4 veces el ancho

El problema ha sido estudiado también de manera dinámica por algunos autores como Wong [17], Pedro Amaya [18], Priyanka Gosh [12] y Vivek [19] quienes estudiaron dicho problema mediante modelos numéricos, específicamente empleando la técnica de diferencias finitas, por otro lado, en el año 2015 Priyanka Gosh junto a Abhijeet Swain [20] estudiaron el problema de manera experimental, como se señala en la figura 3.6.

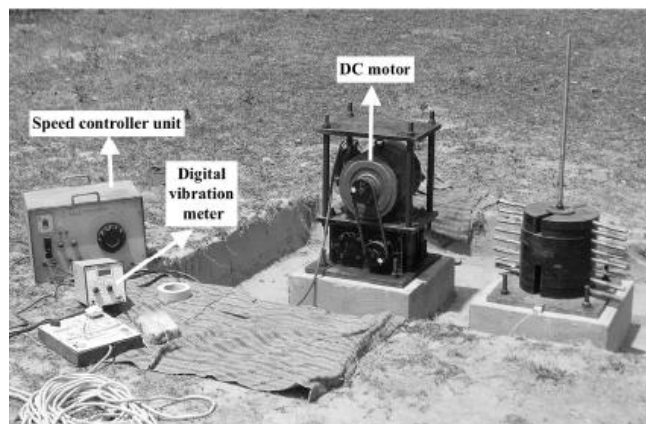


Figura 3.6: Interferencia de máquinas

Capítulo 4

4.- Análisis numérico.

Debido a las complicaciones mencionadas en el capítulo 3, se hace necesario recurrir a técnicas de análisis numérico si se desea analizar el problema con el mayor detalle posible y por lo tanto de una manera más cercana a la realidad.

Las técnicas de análisis numérico son diversas, pero todas ellas se caracterizan por resolver las ecuaciones diferenciales que gobiernan el problema que se desee modelar de manera aproximada y en caso de que se haga un correcto uso de ella se logra obtener soluciones muy cercanas a la real.

Son diversas las técnicas de análisis numérico, entre las cuales destacan:

- Método de elementos finitos.
- Método de diferencias finitas.
- Modelos con elementos de borde.

En este estudio se detallará el método de diferencias finitas, esto debido a que dicha técnica será implementada mediante el uso de software.

4.1 Método de las diferencias finitas.

El método de diferencias finitas es implementado mediante el uso del software FLAC (Fast Lagrangian Analysis of Continua).

FLAC es un software utilizado para resolver problemas del ámbito de la ingeniería en geotecnia y geomecánica, ello mediante el método de diferencias finitas el cual permite resolver un set de ecuaciones diferenciales al aplicar de manera previa condiciones de borde.

El algoritmo utilizado consiste en reemplazar directamente las ecuaciones de movimiento por una expresión algebraica formulada en base a las variables de campo que gobiernan el problema (por ejemplo, esfuerzo y deformaciones) para distintos puntos discretos ubicados en el espacio del modelo, de acuerdo con la formulación de volumen finito expuesta por Wilkins [21].

Las ecuaciones son resueltas de manera explícita, primero a través de las ecuaciones de movimiento se determina los desplazamientos y las velocidades en cada nodo, luego a través de las velocidades se determina las tasas de deformación y con esta última información se obtiene las nuevas deformaciones y esfuerzos, en la figura 4.1 se esquematiza su funcionamiento.

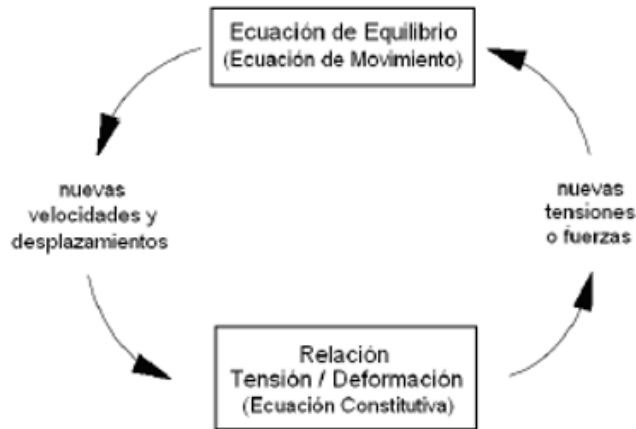


Figura 4.1: Esquema funcionamiento de FLAC

4.1.1 Ecuación del movimiento.

FLAC para hallar la solución invoca las leyes del movimiento de Newton, específicamente a través de la segunda ley logra obtener la relación entre la fuerza y la aceleración del sistema, la cual queda descrita a través de la siguiente expresión.

$$m\ddot{u} = \sum f(t) \quad (4.1)$$

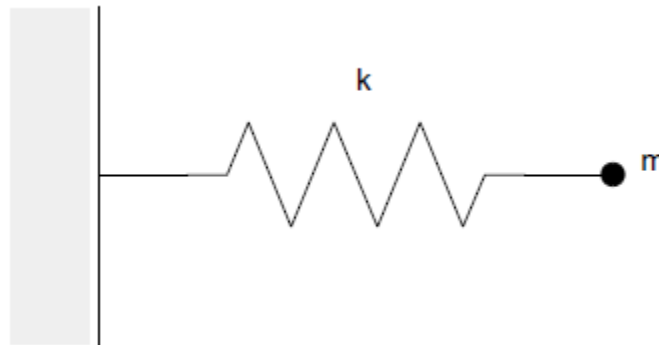


Figura 4.2: Modelo masa resorte

Dicha ecuación se puede expresar para un medio continuo de la siguiente forma:

$$\frac{d\sigma_{ij}}{dx_i} + \rho g = \rho \frac{dv_i}{dt} \quad (4.2)$$

Donde:

- σ_{ij} : Componente del tensor de tensiones.
- ρ : Densidad del medio.

- t : Tiempo.
- x_i : vector de coordenadas.
- v_i : Componente de la velocidad.
- g_i : aceleración de gravedad.

Luego para resolver la ecuación del movimiento es necesario además recurrir a otras expresiones.

$$\xi_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{dv_i}{dx_j} + \frac{dv_j}{dx_i} \right) \quad (4.3)$$

$$w_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{dv_i}{dx_j} - \frac{dv_j}{dx_i} \right) \quad (4.4)$$

Las ecuaciones 4.2, 4.3 y 4.4 en adicción con las relaciones que otorga las leyes constitutivas del material permiten la resolución del problema.

$$|\sigma| = H_{ij}(\sigma_{ij}, \xi_{ij}, k) \quad (4.5)$$

$$|\sigma| = \frac{d\sigma_{ij}}{dt} - w_{ik}\sigma_{kj} + \sigma_{ik}w_{kj} \quad (4.6)$$

Donde:

- H: indica la forma de la relación constitutiva.
- K: parámetro que toma en cuenta la historia de la carga, puede estar presente o no, ello depende de la relación constitutiva.
- $|\sigma|$: Derivada del estrés, desde el punto de vista de u observador en un marco de referencia adjunto al punto material y girando con él a una velocidad angular igual al valor instantáneo de la velocidad angular omega del material.

4.1.2 Formulación matemática.

Para comprender la formulación del método, antes es necesario tener en cuenta los siguientes enfoques tomados en cuenta por el programa.

- **Enfoque de diferencias finitas:** Las derivadas espaciales y temporales de primer orden son aproximadas asumiendo una variación lineal de las variables sobre los intervalos de espacio y tiempo.
- **Enfoque de modelo discreto:** El modelo continuo (real) es reemplazado por uno discreto equivalente, en el cual todas las fuerzas son concentradas en los nodos del modelo tridimensional.
- **Enfoque de solución dinámica:** Los términos de inercia en las ecuaciones de movimiento, se usan como medio numérico para alcanzar el estado de equilibrio.

Las leyes del movimiento para un medio continuo son transformadas a esquemas discretos, de acuerdo con los tres enfoques mencionados anteriormente, de ello resulta un sistema de ecuaciones diferenciales parciales, el cual es resuelto usando un método explícito en el tiempo.

Con el objetivo de definir la variación de velocidad y los correspondientes intervalos espaciales, el medio es discretizado en elementos tetraédricos con tasa de deformación constante, tal como se muestra en la figura 4.3.

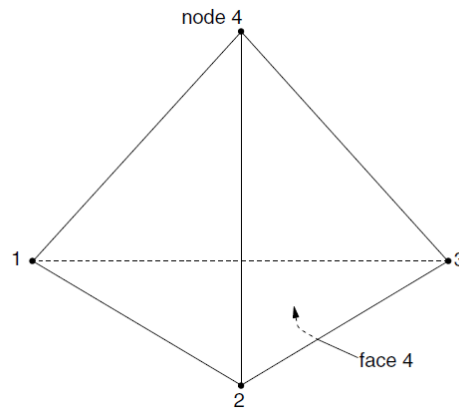


Figura 4.3: Elemento tetraédrico

4.1.2.1 Aproximación de diferencias finitas a derivadas especiales.

Se hace uso de la propiedad de tasa de deformación constante del tetraedro, ya que esto implica una variación lineal en la velocidad, dicha propiedad junto al teorema de la divergencia de Gauss se utiliza para obtener el tensor de tasa de deformación.

El teorema de divergencia de Gauss queda determinado por la siguiente expresión:

$$\iiint \frac{dv_i}{dx_j} dV = \iint v_i n_j dS \quad (4.7)$$

Luego resolviendo las respectivas integrales se obtiene:

$$V \frac{dv_i}{dx_j} = \sum_{f=1}^4 \bar{v}_i^{(f)} n_j^{(f)} S^{(f)} \quad (4.8)$$

$$\bar{v}_i^{(f)} = \frac{1}{3} \sum_{l=1}^4 v_i^l \quad (4.9)$$

Donde:

- V: volumen del tetraedro.
- f: relaciona el valor de la variable a la cara del tetraedro que se está tomando en cuenta en ese momento.
- S: Área de las caras del tetraedro.
- n: vector unitario normal a la superficie de las caras del tetraedro, este apunta hacia afuera de las caras.
- l: variable usada para indicar que se está hablando del valor en el nodo l.

4.1.2.2 Formulación nodal de las ecuaciones del movimiento.

La formulación nodal de la ecuación del movimiento es derivada aplicando el principio de trabajos virtuales, para cualquier instante de tiempo.

Es importante mencionar que al fijar el tiempo el problema se considera como un equivalente estático, de esta manera el lado derecho de la ecuación 4.9 es igualado a 0.

Las fuerzas nodales f^n (con n variando de 1 a 4) actuando sobre un elemento de tetraedro se obtienen aplicando el principio de fuerzas virtuales. Luego de aplicar una velocidad virtual, en el tetraedro se genera un campo de velocidades lineales dv^n y un campo de de tasa de deformación constante dxi y se equilibra el trabajo externo realizado por las fuerzas nodales f^n y las fuerzas de cuerpo B con el trabajo interno realizado por los esfuerzos σ_{ij} bajo esa velocidad.

La siguiente ecuación permite obtener el trabajo externo.

$$E = \sum_{n=1}^4 \delta v_i^n f_i^n + \iiint \delta v_i B_i dV \quad (4.10)$$

Mientras que el trabajo interno se expresa de la siguiente forma.

$$I = \iiint \sigma_{IJ} \delta \xi_{IJ} dV \quad (4.11)$$

Donde dv_i se determina mediante la siguiente expresión.

$$dv_i = \sum_{n=1}^4 \delta v_i^n N^n \quad (4.12)$$

$$N^n = C_0^n + C_1^n x_1 + C_2^n x_2 + C_3^n x_3 \quad (4.13)$$

Donde:

- N^n : Función lineal.
- $C_0^n, C_1^n, C_2^n, C_3^n$: Constantes obtenidas a partir de sistemas de ecuaciones.

Luego mediante una extensa álgebra (la cual puede ser consultada en el manual de FLAC3D) la condición de equilibrio se formula de la siguiente forma:

$$-f_i^n = \frac{T_i^n}{3} + \frac{\rho b_i V}{4} - m^n \left(\frac{dv_i}{dt} \right)^n \quad (4.14)$$

Donde:

- f_i^n : fuerza en el nodo n en la dirección i.
- T_i : tensor de esfuerzos.
- b_i : aceleración de gravedad.

4.2 Modelos constitutivos.

FLAC3D en su versión 5.0 cuenta con 15 modelos constitutivos, los cuales se pueden agrupar en tres grandes categorías.

- Modelo null.
- Modelo elástico.
- Modelo plástico.

En el presente estudio se utilizará una combinación de los tres anteriores.

4.2.1 Modelo elástico Isotrópico.

Es la representación más simple que se le puede dar a un material, la cual es válida para materiales que exhiben un comportamiento esfuerzo-deformación lineal, sin histéresis.

Dicho modelo sigue la ley de Hooke, en donde un incremento de esfuerzo genera un incremento de deformaciones de acuerdo con un comportamiento lineal y reversible.

$$\Delta\sigma_{ij} = 2G\Delta\varepsilon_{ij} + \alpha_2\Delta\varepsilon_{kk}\delta_{ij} \quad (4.15)$$

$$\alpha_2 = K - \frac{2}{3}G \quad (4.16)$$

4.2.2 Modelo de Mohr-Coulomb.

El presente modelo se caracteriza por comportarse de manera lineal, si el material se ve sometido a esfuerzos mayores emplea una regla de plastificación, el cual se da tanto para esfuerzos de corte como esfuerzos tensionales. Dicha regla de plastificación suele conocerse también como criterio de falla y queda determinada por las siguientes expresiones.

Para el caso del esfuerzo de tensión, la envolvente de falla, $f(\sigma_1, \sigma_3) = 0$, esta definida desde el punto A al B (según lo descrito en la figura 4.4)

$$f^s = \sigma_1 - \sigma_3 N_\phi + 2c \sqrt{N_\phi} \quad (4.17)$$

$$N_\phi = \frac{1 - \sin(\phi)}{1 + \sin(\phi)} \quad (4.18)$$

Asimismo, el criterio de falla desde el punto B al C, siempre en relación con la figura 4.4, viene dado por la siguiente expresión.

$$f_t = \sigma_3 - \sigma_t \quad (4.19)$$

Donde los puntos A, B y C quedan definidos en la siguiente figura.

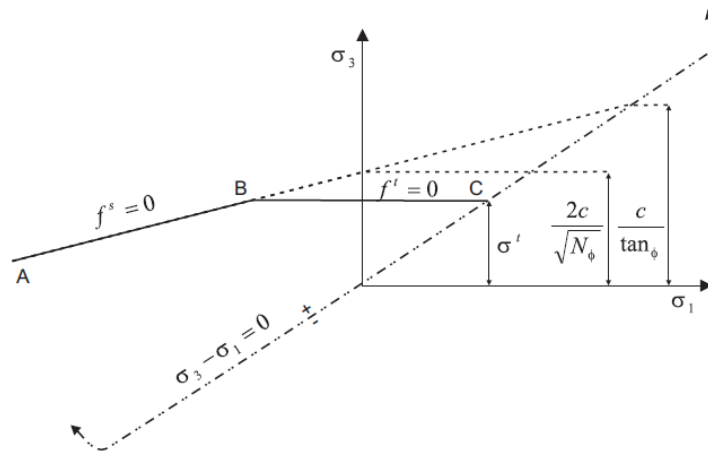


Figura 4.4: Envolvente de tensión.

Por otro lado, a la envolvente de falla se le da una única definición a través de las funciones g^s y g^t usadas para definir la plastificación debido a corte y tensión respectivamente.

Se define la función $h(\sigma_1, \sigma_3) = 0$ la cual es una diagonal entre las funciones $f^s = 0$ y $f^t = 0$ tal como se indica en la figura 21

$$h = \sigma_3 - \sigma^t + a^p(\sigma_1 - \sigma^p) \quad (4.20)$$

Donde a^p y σ^p son constantes.

$$a^p = \sqrt{1 + N_\phi^2 + 1 + N_\phi} \quad (4.21)$$

$$\sigma^p = \sigma^t N_\phi - 2c \sqrt{N_\phi} \quad (4.22)$$

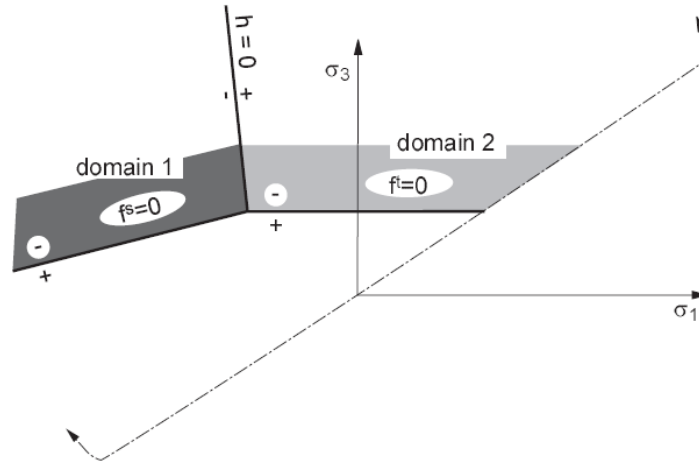


Figura 4.5: Criterio de plastificación

De la figura 4.5 se logra observar dos dominios, uno en donde la función h es negativo y otro donde es positivo, en caso de que el estado tensional de un punto caiga en el primer dominio se declara plastificación por corte, mientras que en el caso del segundo dominio se declara plastificación por tensión.

4.3 Análisis dinámico.

El análisis dinámico posee una serie de características particulares que son necesarias para poder realizar adecuadamente este tipo de estudio, dentro de las cuales destacan las siguientes:

- **Disipación de energía.**
- **Paso del tiempo.**
- **Propagación de ondas.**
- **Condiciones de borde.**

4.3.1 Disipación de energía.

Todo sistema contiene un cierto nivel de disipación, ya que de caso contrario el sistema se mantendría en un estado vibratorio de manera indefinida.

FLAC cuenta con diferentes opciones para incluir la disipación de energía en los modelos dentro de las cuales para el caso dinámico destacan la disipación de Rayleigh y la disipación

histórica, en el presente texto se pondrá énfasis en la primera opción ya que fue utilizada en los diversos análisis.

4.3.1.1 Disipación de Rayleigh.

Debido a su fácil implementación es ampliamente utilizada, la disipación de Rayleigh consiste en un método aproximado para incluir efectos de disipación de energía, que en sistemas reales se debe a dos causas, una debido a la propagación de ondas mecánicas, conocida como disipación geométrica y otra debido a la fricción interna del material.

El método de Rayleigh es una aproximación del fenómeno real ya que produce una disipación de energía independiente de la frecuencia sobre un rango definido de frecuencias, cuando en la realidad la disipación de un sistema es dependiente de la frecuencia. Dicho efecto lo logra mediante la incorporación de dos elementos viscosos, los cuales son dependientes de la frecuencia, pero que se cancelan sobre un rango definido, causando una disipación independiente de la frecuencia.

Los elementos viscosos que conforman la disipación consisten en un elemento con una disipación proporcional a la masa y otro que es proporcional a la rigidez, lo cual matemáticamente se describe de la siguiente manera.

$$C = \alpha M + \beta K \quad (4.23)$$

Donde:

- C: matriz de disipación.
- M: matriz de masa.
- K: matriz de rigidez
- α : Constante proporcional a la masa.
- β : Constante proporcional a la rigidez.

Además, para un sistema de i grados de libertad se puede determinar la disipación crítica del sistema, si se conoce de manera previa las constantes α y β .

$$\xi_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{w_i} + \beta w_i \right) \quad (4.24)$$

Luego mediante la expresión anterior se puede obtener el gráfico de la figura 4.6, donde se muestra la variación de la disipación crítica normalizada para un modo de vibrar i respecto a la frecuencia angular w_i . Tres casos se muestran, uno que considera disipación proporcional a la masa, otro a la rigidez y uno que considera ambos, es decir, la suma de los dos casos anteriores.

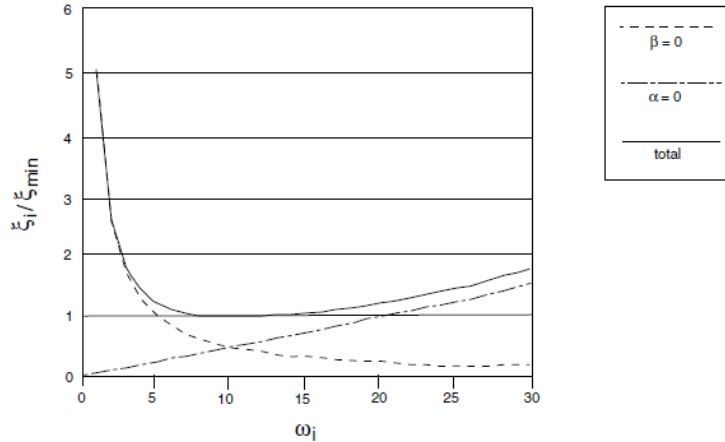


Figura 4.6: Amortiguamiento según frecuencia de carga

4.3.2 Paso del tiempo.

El paso del tiempo es un aspecto fundamental en la modelación del problema, esto debido a que está asociado al criterio de convergencia de la solución, teniendo de esta manera un paso del tiempo crítico, sobre el cual el modelo no es capaz de convergir a una solución y que por lo tanto se debe ocupar aquel valor, o uno menor, pero con la precaución de que no se extienda en gran medida el tiempo de ejecución del modelo.

Cada subzona dentro del modelo posee su propio paso del tiempo crítico, por lo cual con el fin de garantizar la convergencia del modelo se debe ocupar el menor tiempo crítico de todo el modelo.

$$\Delta t_{crit} = \min\left(\frac{V}{C_p A_{max}^f}\right) \quad (4.25)$$

Donde:

- V: volumen de la subzona.
- C_p : Velocidad de onda de compresión.
- A_{max}^f : Es la cara con mayor área asociada a la subzona.

Luego un factor de seguridad de 0.5 debe ser usado debido a que la ecuación 4.25 es solo un estimativo del tiempo crítico, dando origen a la siguiente expresión.

$$\Delta t_d = \frac{1}{2} \Delta t_{crit} \quad (4.26)$$

Además, si se usa disipación proporcional a la rigidez (revisar ecuación 4.27) para lograr estabilidad numérica el paso del tiempo debe ser reducido según Belytschko[22] mediante la siguiente expresión.

$$\Delta t_\beta = \frac{2}{w_{max}} (\sqrt{1 + \lambda^2} - \lambda) \quad (4.27)$$

$$W_{max} = \frac{2}{\Delta t_d} \quad (4.28)$$

$$\lambda = \frac{0.4\beta}{\Delta t_d} \quad (4.29)$$

Es importante notar de las expresiones anteriores que el uso de disipación proporcional a la rigidez produce una disminución drástica del paso del tiempo a medida que el término β aumenta, por lo que esta constante debe ser usada con precaución.

4.3.3 Propagación de ondas.

La capacidad del modelo para poder modelar de manera adecuada la propagación de ondas mecánicas, depende de características como la velocidad de onda del material, el contenido de frecuencias del input dinámico y el mallado utilizado para discretizar el medio continuo. Se debe tener especial cuidado con estas variables dado que puede ocurrir distorsión numérica en la propagación de ondas; para que ello no ocurra se recurre a la expresión de Kuhlemeyer y Lysmer[23] quienes demostraron que para una adecuada propagación de onda a través del modelo se debe cumplir la siguiente relación.

$$\Delta l \leq \frac{\lambda}{10} \quad (4.30)$$

Donde:

- Δl : Longitud de la zona del modelo.
- λ : Longitud de onda.

Es importante notar que a medida que las frecuencias de la señal de entrada son mayores, se requiere un mallado de menor tamaño para lograr una correcta propagación de la onda, a tal punto que puede llegar a ser poco práctico; para esos casos es conveniente de manera previa aplicar un filtro a la señal de entrada, con la cual se tengan solo las frecuencias más representativas.

4.3.4 Condiciones de borde.

En el análisis dinámico se debe contar con condiciones de borde extra a las consideradas en la etapa estática del modelo (usualmente fijar la velocidad en 0 en una determinada dirección), ello con el fin de evitar la reflexión de ondas mecánicas hacia el interior del modelo, producto del choque de la onda con la condición de borde estática.

Una manera de evitar la reflexión de ondas hacia el interior es tener modelos de grandes dimensiones, en donde la zona de interés se encuentre alejada de las condiciones de borde y que luego mediante la disipación de energía se encargue de absorber a energía de las ondas reflejadas, el problema de dicha metodología es que conduce a tiempos grandes de análisis dado las dimensiones requeridas del modelo.

Para lograr solucionar este problema FLAC cuenta con 2 condiciones de borde para modelos dinámicos, las cuales evitan el problema de reflexión de ondas, estas se conocen como condición de borde viscosa y condición de borde de campo libre.

4.3.4.1 Condición de borde viscoso.

Son varias las formulaciones existentes para condiciones de borde viscosas, FLAC3D implementa la formulación de Lysmer y Kuhlemeyer[24], esta consiste en la incorporación de disipadores independientes que actúan en la dirección de los esfuerzos de corte y normal, estos producen esfuerzos de tracción en sus respectivas direcciones, lo cuales son determinados por las siguientes expresiones.

$$t_n = -\rho C_p V_n \quad (4.31)$$

$$t_s = -\rho C_s V_s \quad (4.32)$$

Donde:

- ρ : Densidad volumétrica del material.
- C_p : Velocidad de onda de compresión.
- C_s : Velocidad de onda de corte.
- V_n : Componente normal de la onda transmitida.
- V_s : Componente tangencial de la onda transmitida.

Su efectividad depende del ángulo de incidencia de la onda sobre la condición de borde, en términos generales, para ángulos de incidencia mayores a 30 el método logra absorber la mayoría de la energía, sin embargo, para ángulos de incidencia menores y ondas superficiales no es perfecto ya que algo de energía no se absorbe.

4.3.4.2 Condición de campo libre.

Como se vio anteriormente para lograr la condición de borde no reflectante se puede recurrir a modelos de grandes dimensiones, lo cual lleva a casos poco prácticos dado los tiempos de ejecución de dichos modelos, por otro lado, se sabe también que las condiciones de borde viscosas pueden en ocasiones no ser totalmente efectivas. Es por ello que, como alternativa a las condiciones de borde viscosas, para los bordes laterales del modelo, FLAC3D dispone con la opción de Free Field Boundary, la cual fuerza al modelo a tener condición de campo libre y de esta manera retener las ondas.

El uso de esta metodología implica la ejecución de la condición de campo libre en paralelo con el mallado del modelo generado por FLAC3D, lo cual se logra al unir mediante disipadores la grilla de la condición de campo libre con la grilla principal del modelo, simulando de esta manera una condición de borde viscosa a la cual se le aplica las condiciones de esfuerzos calculada en la grilla de campo libre.

Capítulo 5

5.- Validación del modelo.

5.1 Estudio experimental.

Como se puede apreciar de la sección anterior el modelo al ser de resolución del tipo numérica es sensible a diferentes parámetros, lo que hace necesario calibrar este para cerciorare de que entregue resultados acordes a la realidad. Por lo que en la siguiente sección se describirá el experimento utilizado para poder validar el modelo.

5.1.1 Características generales de la investigación experimental.

La investigación se llevó a cabo en la Universidad de Pretoria y forma parte de los estudios llevados a cabo en la tesis de Silipius Joseph Mbawala [25] para optar al grado de doctor en ingeniería civil.

El estudio consistió en el emplazamiento de dos fundaciones, una superficial y otra con una porción de ella enterrada en el suelo, de manera previa a ello se caracterizó el suelo mediante diferentes pruebas de campo, para de esta manera obtener sus propiedades elásticas.

Para caracterizar el tipo de suelo se realizó una excavación de 1.5[m] de profundidad, tal como se muestra en las siguientes figuras



Figura 5.1: Excavación de calicata

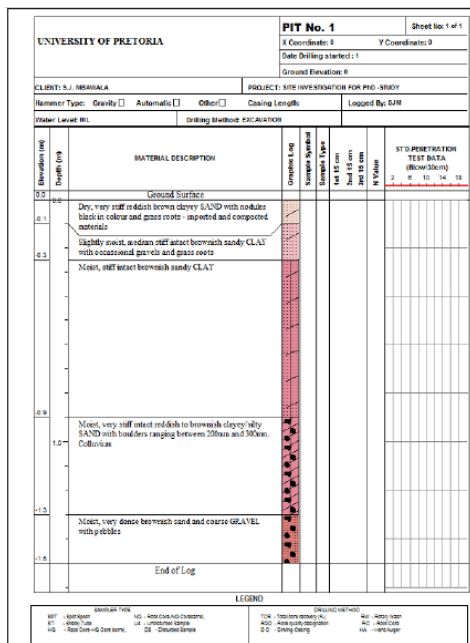


Figura 5.2: Características del perfil del terreno

Para la obtención de los parámetros elásticos del suelo se midió las ondas superficiales producidas por un vibrador de 20[Kg] y otro de 74[Kg], el primero produce ondas de Rayleigh cortas, por lo que es útil para estimar propiedades del suelo a pequeñas profundidades, por otro lado, el vibrador de 74[Kg] produce ondas más largas por lo que se utiliza para estimar propiedades a profundidades mayores.

En la siguiente figura se ilustra esta etapa del experimento.



Figura 5.3: Exploración geofísica

Tal como se muestra en la figura 5.3, la onda fue medida por una serie de geófonos a distancias de 0.5[m], 1[m], 1.5[m], 2[m] y 2.5[m], además en las figuras 5.4 y 5.5 se muestran los resultados de dichas mediciones.

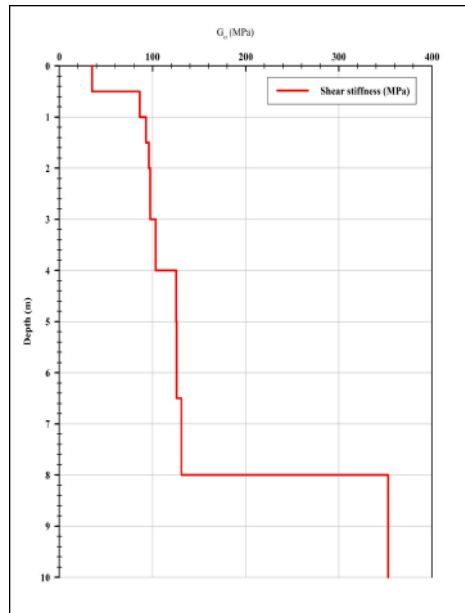


Figura 5.4: Perfil módulo de corte

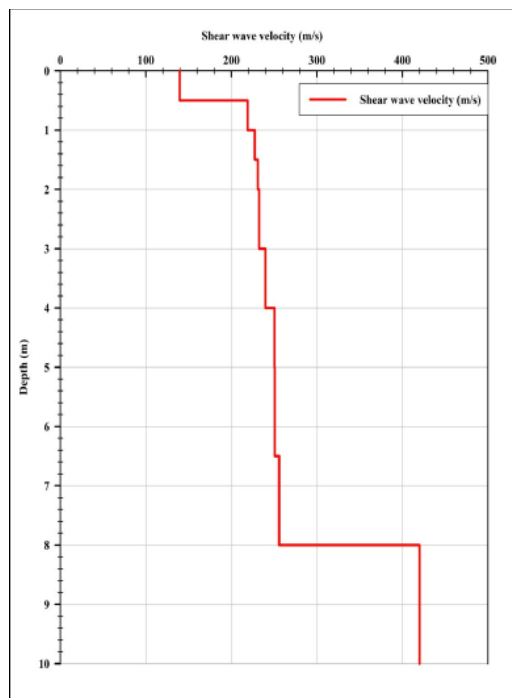


Figura 5.5: Perfil velocidad de onda de corte

5.1.2 Características sistema máquina-fundación.

La fundación consiste en hormigón sin refuerzo de dimensiones 2.5[m]x2[m]x0.4[m] de espesor, tal como se señala en la figura 5.6

A la fundación se le atornillo en su centro un vibrador hidráulico de 361.4[Kg] de masa, para de esta manera asegurar que la maquina excite solo de manera vertical a la fundación.

Además de la instrumentación para excitar de manera dinámica la fundación se cuenta con instrumentos para medir la respuesta del sistema, para ello se cuenta con dos acelerómetros de 1g, cada uno ubicados a 200[mm] del borde del vibrador. La data de dichos instrumentos es almacenada mediante un sistema Nicolet.

La carga producida por la máquina se obtuvo mediante una celda de carga aplicada en los pies del vibrador, tal como se indica en la figura 5.7 de la cual queda en evidencia que la carga aplicada por la maquina no es constante, del gráfico se tiene que la carga de mayor magnitud se produce para una frecuencia de 65[Hz] con una magnitud de 11.4[Kn].



Figura 5.6: Fundación superficial utilizada en el experimento

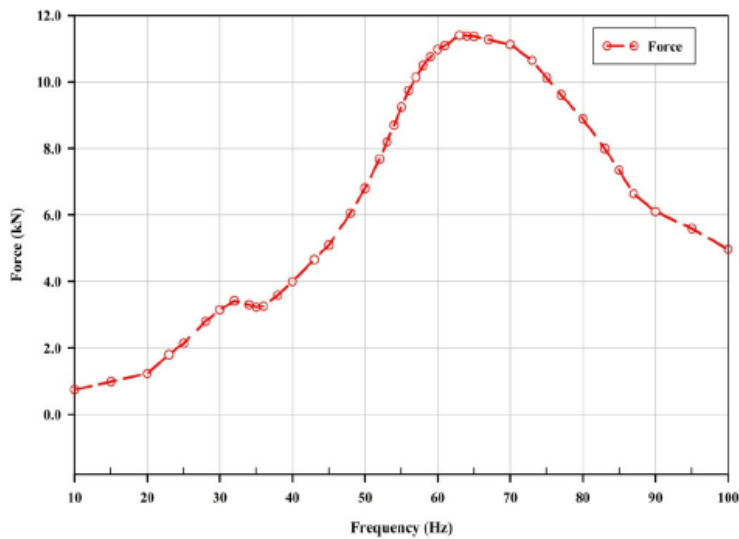


Figura 5.7: Carga producida por vibrador hidráulico

Sumado a las mediciones de la fuerza se verificó que el experimento se estuviera realizando de la manera deseada, es decir que la fundación este deformando verticalmente, sin asentamientos diferenciales, para ello se ocupó el registro de dos acelerómetros ubicados en la fundación, en la figura 5.8 se muestran los resultados que lo corroboran.

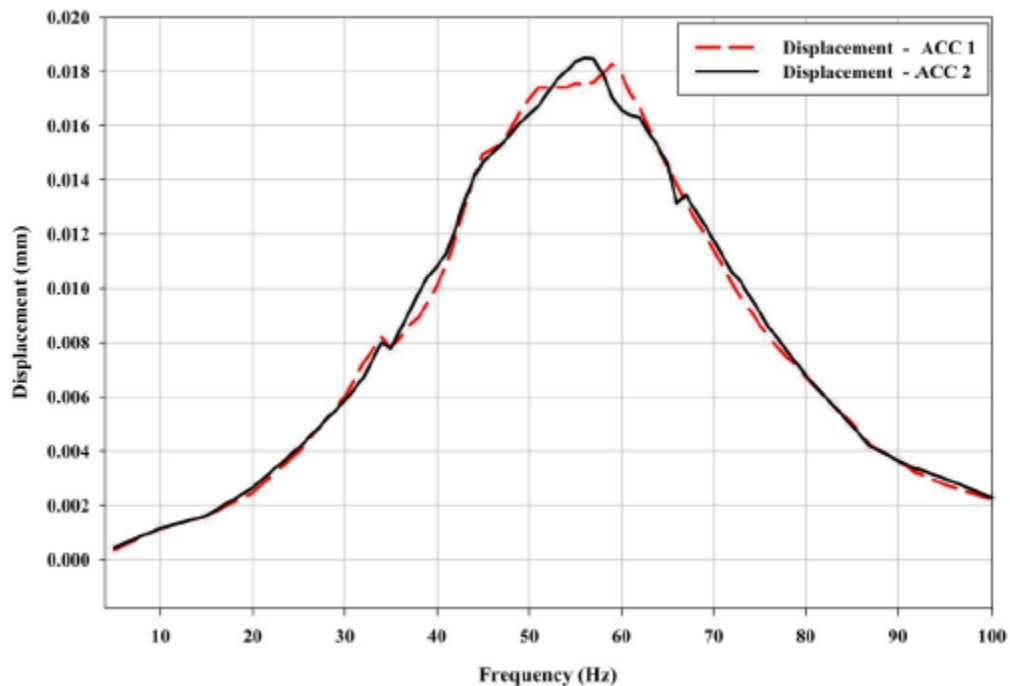


Figura 5.8: Verificación del correcto funcionamiento del experimento

5.1.3 Resultados fundación superficial.

Una vez verificado el correcto funcionamiento del experimento, los resultados obtenidos ganan validez al saber que han sido obtenidos de manera correcta. A continuación, se presentan los resultados obtenidos en términos de desplazamiento y aceleraciones producidas en la superficie de la fundación.

Tabla 5.1: Desplazamiento para distintas frecuencias.

S/No	Frequency (Hz)	Displacement (mm)	S/No	Frequency (Hz)	Displacement (mm)	S/No	Frequency Hz	Displacement (mm)
1	5	0.00041	24	51	0.017058	47	75	0.008914
2	10	0.001151	25	52	0.017298	48	76	0.008367
3	15	0.001611	26	53	0.01754	49	77	0.007986
4	20	0.002552	27	54	0.017704	50	78	0.007552
5	25	0.004045	28	55	0.017951	51	79	0.007198
6	30	0.005918	29	56	0.018003	52	80	0.006762
7	32	0.006962	30	57	0.018024	53	83	0.00567
8	34	0.008099	31	58	0.01791	54	85	0.004994
9	35	0.007789	32	59	0.017657	55	87	0.0042
10	36	0.008329	33	60	0.017237	56	90	0.003649
11	37	0.008882	34	61	0.016776	57	92	0.003254
12	38	0.009378	35	62	0.016492	58	95	0.002854
13	39	0.009941	36	63	0.015811	59	100	0.002256
14	40	0.010454	37	64	0.015195			
15	41	0.011064	38	65	0.014525			
16	42	0.012015	39	66	0.013507			
17	43	0.013117	40	67	0.01329			
18	44	0.014054	41	69	0.012185			
19	45	0.014811	42	70	0.011609			
20	47	0.015306	43	71	0.010998	-		
21	48	0.015773	44	72	0.010408	-		
22	49	0.016315	45	73	0.009923	-		
23	50	0.016689	46	74	0.009425	-		

Tabla5.2: Aceleraciones para diferentes frecuencias

S/No	Frequency (Hz)	Acceleration (m/sec ²)	S/No	Frequency (Hz)	Acceleration (m/sec ²)	S/No	Frequency Hz	Acceleration (m/sec ²)
1	10	0.11285022	24	49	1.48007231	47	69.9	2.31534404
2	15	0.11462739	25	49.4	1.57724152	48	71.1	2.28690926
3	20	0.14483935	26	50	1.60389913	49	72	2.2300397
4	25	0.24315926	27	50.6	1.70728878	50	73	2.18027883
5	30	0.39599622	28	51	1.66134404	51	74	2.11274622
6	32	0.44282987	29	51.6	1.75495956	52	75	2.01442631
7	34	0.52337804	30	52	1.78992769	53	76	1.96111109
8	35	0.4315397	31	53	1.92023609	54	77	1.91490457
9	35.9	0.48840926	32	54.1	2.02508935	55	78	1.87225239
10	36.9	0.55949622	33	55.1	2.19805057	56	79	1.81005131
11	38.1	0.57669261	34	56.1	2.32600709	57	80	1.7425187
12	39.1	0.64777957	35	57	2.33254044	58	83	1.58670274
13	40	0.7206437	36	58	2.42139913	59	85	1.40663283
14	41	0.79706218	37	59	2.50492631	60	87.1	1.28813752
15	42	0.914931	38	60	2.54224696	61	90	1.17084404
16	43	1.01445274	39	61	2.54224696	62	92	1.11042013
17	44	1.11042013	40	62	2.55322357	63	95.1	0.99966
18	44.9	1.18213422	41	63.1	2.52923204	64	100	0.85748609
19	46.1	1.26979109	42	64	2.51559	-	-	-
20	47	1.32875074	43	65.1	2.48746813	-	-	-
21	47.5	1.35211578	44	66	2.45370183	-	-	-
22	48	1.40898535	45	67	2.43326465	-	-	-
23	48.4	1.43449291	46	69	2.32187739	-	-	-

De la tabla 5.1 se observa que el máximo desplazamiento se da para la frecuencia de 57[hz] con un valor de 0.018024[mm], por otro lado, de la tabla 5.2 se observa que la máxima aceleración se da para una frecuencia de 62[hz] con un valor de 2.553[m/s²]

5.1.4 Sistema máquina-fundación enterrada

Él estudió también contemplo el caso de una fundación para diferentes profundidades de enterramiento.

Al igual que para el caso superficial la fundación está hecha de hormigón, pero esta vez con otras dimensiones, posee un largo y ancho de 1.2[m] y un espesor de 1.24[m], tal como se aprecia en la figura 5.11.



Figura 5.9: Dimensiones fundación enterrada

En esta ocasión se ocupó la misma máquina que para el caso de la fundación superficial y también se midió la fuerza ejercida por la máquina, con la diferencia que en esta ocasión se evidenció una leve diferencia en la fuerza producida de acuerdo con el enterramiento de la fundación.

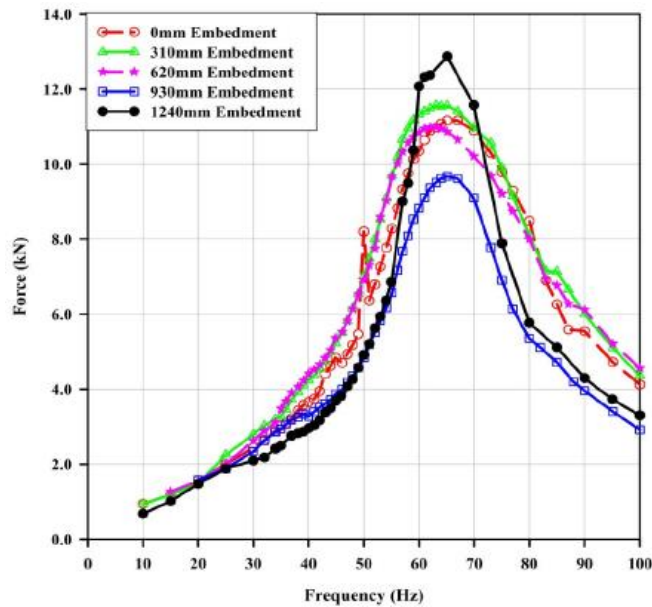


Figura 5.10: Fuerzas producidas en fundación enterrada a diferentes profundidades

De la figura 5.10 se observa que la máxima fuerza se produce para el caso de la fundación completamente enterrada, llegando la fuerza a tener un valor aproximado de 13 [Kn] lo cual también nos indica que se producen fuerzas mayores que para el caso de la fundación superficial.

5.1.5 Resultados fundación enterrada.

En la siguiente tabla se puede apreciar como a medida que aumenta el enterramiento de la fundación, aumenta la frecuencia natural, esto debido a un aumento en la rigidez del sistema.

Tabla 5.3: Resultados fundación enterrada

Embedment depth (mm)	Experimental results			
	Natural frequency	Resonant frequency	Resonant frequency ratio	Estimated Damping ratio
0	41.0	38.1	1	0.2612
310	46.1	39.1	1.0262	0.3725
620	51.0	36.9	0.9685	0.4881
930	47.0	35.9	0.9423	0.4564
1240	55.0	36.9	0.9685	0.5243

5.1.6 Modelo de elementos finitos.

El estudio presentado además de la componente experimental de terreno posee una sección de simulación numérica del problema en estudio mediante la técnica de elementos finitos implementada mediante el software ABAQUS.

En una primera instancia se modela el experimento geofísico, que consiste en la medición de las ondas superficiales, para ello se utilizó un modelo 2D, tal como se muestra en la siguiente figura.

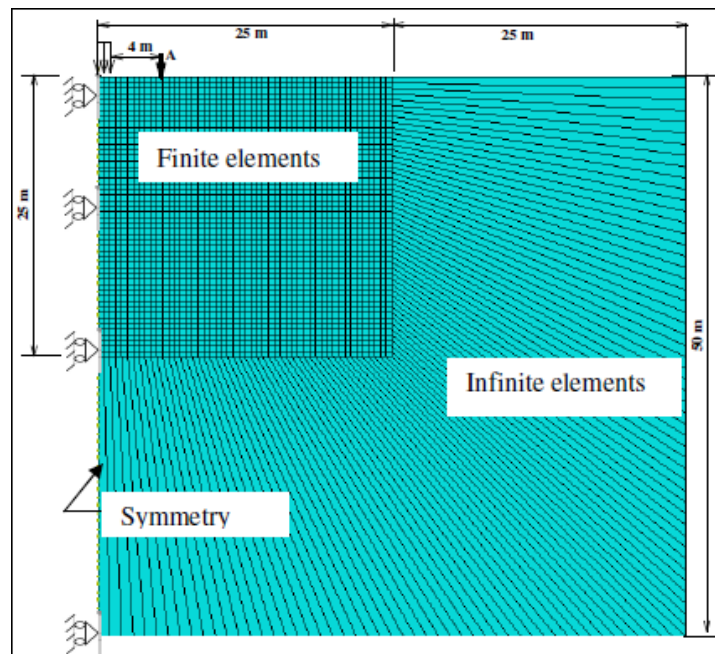


Figura 5.11: Modelo 2d en ABAQUS

Tal como se muestra en la figura 5.11 en dicho modelo se utilizó un plano de simetría vertical con condiciones de borde deslizantes en ese grado de libertad. El suelo se modeló como un medio perfectamente elástico.

Se determina el punto A el cual está ubicado a 4 metros de un extremo de la aplicación de la carga y en aquel punto se siguió un registro de la respuesta del medio en el dominio del tiempo, realizando una comparación entre la utilización de condiciones de borde fijas y absorbentes, donde se concluye que estas últimas son las adecuadas para un modelo de características dinámicas.

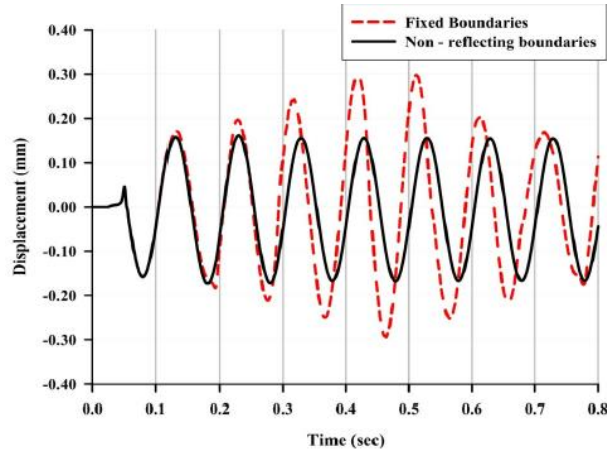


Figura 5.12: Respuesta con distintas condiciones de borde

Luego se construyó un modelo 3D de dimensiones 20[m]x20[m] en planta con 10[m] de espesor, de manera similar al caso anterior, con a diferencia que en esta ocasión se utiliza un modelo de tres dimensiones, de manera análoga al caso anterior se utiliza planos de simetría, lo que permite modelar solamente un cuarto del modelo.

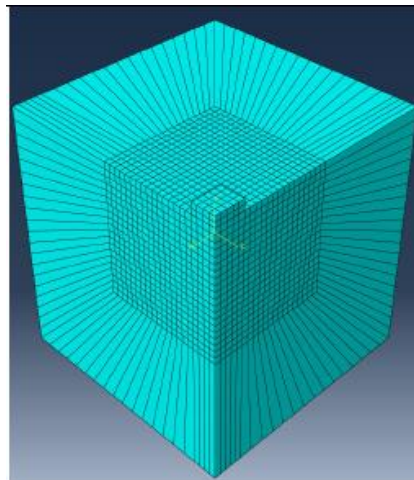


Figura 5.13: Modelo 3D en ABAQUS

El suelo fue nuevamente modelado como un medio perfectamente elástico, con la diferencia de que ahora, se consideró también un caso con 5 capas distintas de suelo, para lograr modelar de manera aproximada el cambio de rigidez del medio con la profundidad.

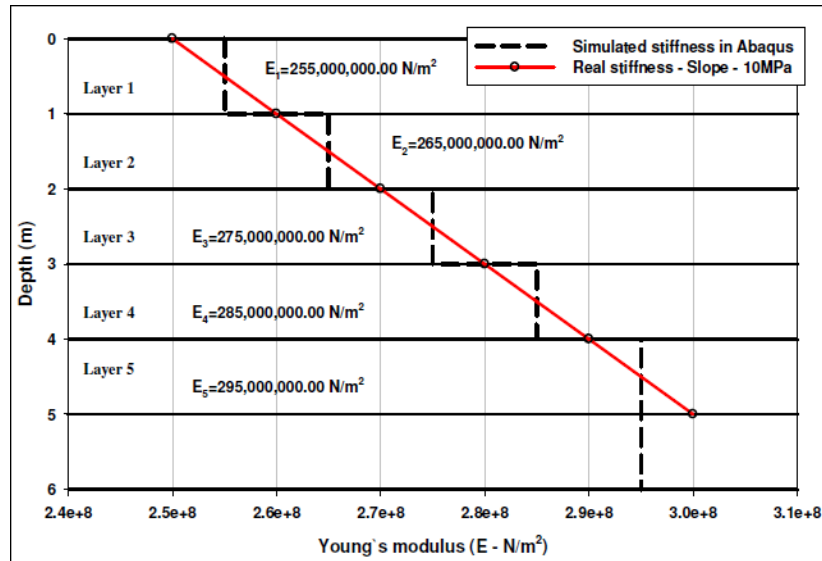


Figura 5.14: Propiedades elásticas consideradas en modelo abaqus

La fundación de igual manera se modelo como un medio elástico, en la tabla 5.4 se muestran los valores utilizados en las distintas propiedades mecánicas.

Tabla 5.4: Propiedades elásticas.

Soil properties of the ground			Concrete properties		
Soil mass density (kg/m ³)	Young's Modulus(E) MPa	Poisson's ratio	Concrete mass density (kg/m ³)	Young's Modulus (E) MPa	Poisson's ratio
2000	250	0.25	2400	35000	0.2

Una vez construido el modelo, se procede a ejecutar el análisis de este, para luego comparar los resultados del modelo numérico con los obtenidos de manera experimental.

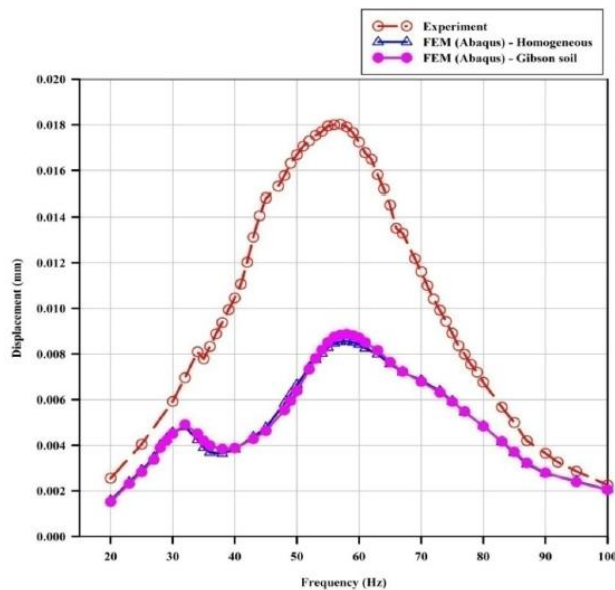


Figura 5.15: Comparación modelo numérico con resultados experimentales

De la figura 5.15 se observa que el modelo numérico subestima los desplazamientos, además se tiene que no hay gran diferencia entre el modelo de una capa y el de 5 capas, a pesar del gran error obtenido en la estimación de los desplazamientos, el modelo logra predecir con un pequeño error la frecuencia natural del sistema.

El error obtenido se puede explicar por diversos factores, uno es que en el estudio señalado no se presenta un análisis previo sobre las dimensiones adecuadas para analizar este tipo de problemas, tampoco se analiza la influencia de la discretización del modelo y por último al representar el modelo mediante una capa o mediante capas de 1[m] de espesor, no se logra captar todas las variaciones de rigidez que posee el perfil estratigráfico.

5.2 Calibración modelo FLAC.

Como ha sido mencionado anteriormente por tratarse de un modelo numérico, este es sensible en distintos aspectos, como en las dimensiones que se le da al modelo o a la forma en que el problema es discretizado.

5.2.1 Efecto de las condiciones de borde.

En esta etapa del estudio se modela una capa de suelo homogénea de 12[m] de espesor, la cual está conformada por arena en estado denso, esta soporta una fundación de hormigón de 1[m]x1[m] de ancho y largo y 1[m] de espesor el cual se encuentra enterrado en el medio, a su vez la fundación soporta una máquina que produce una carga dinámica del tipo sinusoidal con una amplitud de 150[KN] y una frecuencia de 16.67[Hz], las propiedades elásticas pueden ser consultadas en la tabla 5.5.

Tabla 5.5: Propiedades elásticas

Material	ρ [Kg/m ³]	K[Kpa]	G[Kpa]
Hormigón	2,500	1.390E+06	1.048E+06
Arena	2,100	6.771E+05	2.425E+04

Además, se consideró una disipación del tipo Rayleigh del 4% respecto al valor crítico, condición de borde viscosa en el plano $z = 0$ y condición campo libre en las superficies laterales del modelo y se tuvo precaución de cumplir con la condición impuesta para una correcta propagación de ondas, según la ecuación 4.30

Se analizó 1.5(s) de aplicación de carga dinámica para diferentes anchos de modelo en el rango de 21[m] a 51[m] de ancho con un mallado constante de 1[m] de largo por subzona, como se muestra en las figuras 5.16 y 5.17 respectivamente.

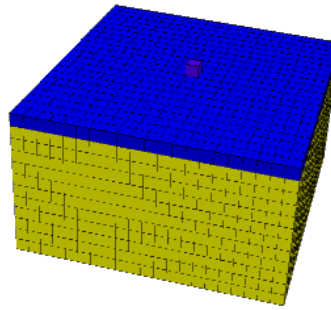


Figura 5.16: Modelo de dimensiones 21m x 21m

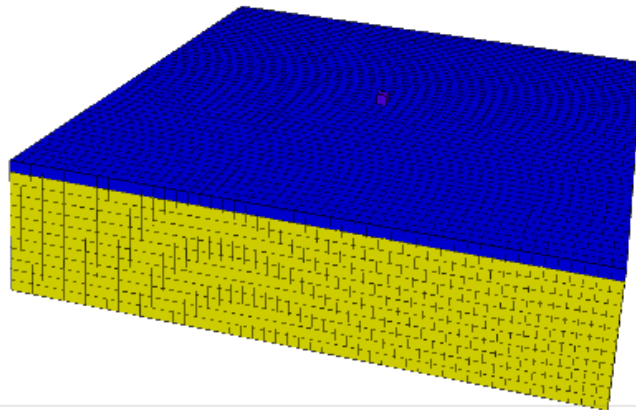


Figura 5.17: Modelo de dimensiones 51 x 51

De esta manera se obtienen diferentes desplazamientos de acuerdo con el ancho del modelo y se define la variación porcentual de la respuesta de la siguiente forma:

$$\Delta d = \frac{|d_{21} - d_i|}{d_{21}} * 100 \quad (5.1)$$

Donde:

- d_{21} : Amplitud de vibración para un ancho de 21[m].
- d_i : Amplitud de vibración para un ancho de i [m].
- Δd : Variación porcentual de la amplitud de vibración.

Con el fin de poder visualizar el efecto de los bordes en la respuesta del modelo, los resultados pueden ser consultados en la tabla 5.6 si se desea consultar valores exactos o en la figura 5.18 en caso de verificar la tendencia.

Tabla 5.6: Efecto de las condiciones de borde

Ancho	Dinámico[m]	Δd [%]
21	0.000711	0
31	0.000704	0.984528833
41	0.000696	2.109704641
51	0.000694	2.390998594

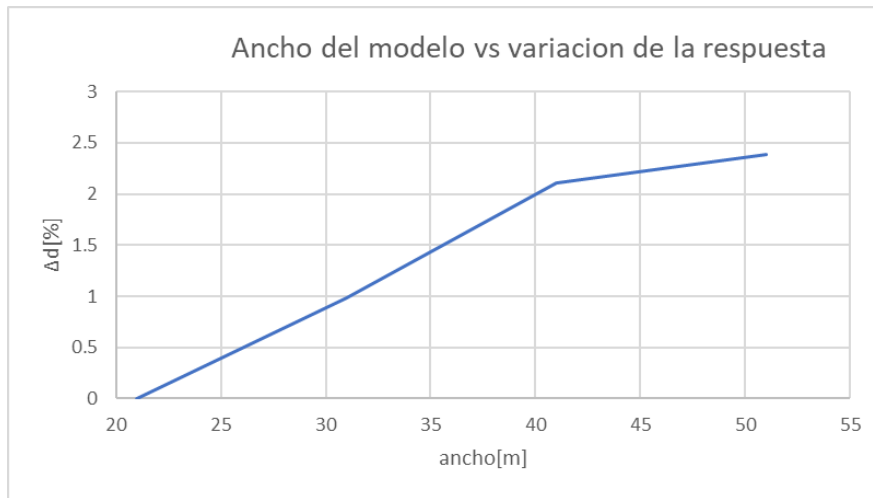


Figura 5.18: Efecto de las condiciones de borde

De la figura 5.18 se aprecia que el efecto de aumentar el ancho del modelo de 21[m] a 51[m] se traduce en un aumento porcentual del 2.3[%] en la amplitud de vibración lo cual para fines ingenieriles es insignificante, por lo que se considera adecuado el ancho de 21[m] más aún si se considera que el tiempo de ejecución de un modelo de 51[m] es considerablemente mayor respecto de uno de 21[m].

5.2.2 Influencia del mallado.

Una vez definido el ancho del modelo es necesario estudiar la influencia de las características del mallado, con el fin de obtener resultados que no estén influenciados por la discretización del problema sin incurrir en grandes tiempos de análisis, que sería el caso de utilizar un mallado fino.

De manera análoga al caso anterior, se estudia la variación de la respuesta dinámica, pero esta vez debido a cambios en la densidad del mallado, es decir que tan fino se realiza la discretización del problema, los resultados pueden ser consultados en la tabla 5.7 y en la figura 5.19.

Tabla 5.7: Influencia del mallado

Ancho [m]	Δl [m]	Dinámico	Δ_{dyn} [%]
21	1	0.000711	0.000
21	0.5	0.000804	13.080
21	0.25	0.000858	20.675
21	0.125	0.000860	20.956

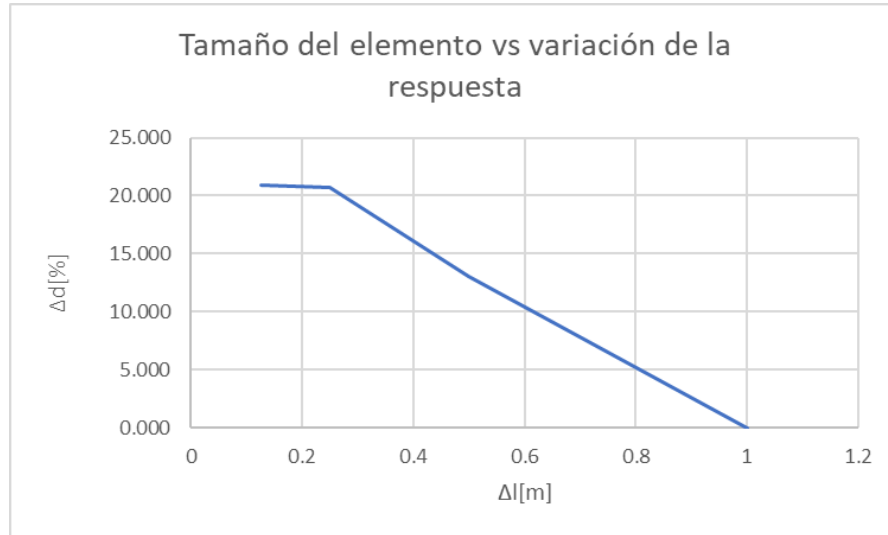


Figura 5.19: Influencia del tamaño del elemento

Luego con el fin de poder optimizar el tiempo de cálculo se verifica el efecto de ocupar una grilla no uniforme como la señalada en la figura 5.20.

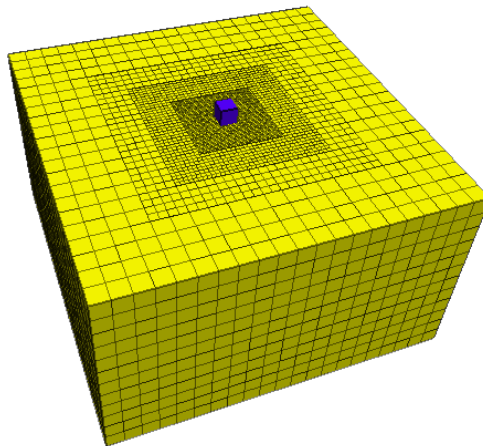


Figura 5.20: Modelo con malla no uniforme

En la tabla 5.8 se puede ver los resultados para el caso de mallado no uniforme, además de la figura 5.21 queda en evidencia que para elementos pequeños es válido utilizar una malla no uniforme, pues tienden a dar resultados similares.

Tabla 5.8: Mallado no uniforme

Ancho [m]	Δl [m]	Dinámico	Δ_{dyn} [%]
21	1	0.000711	0.000
21	0.5	0.000822	15.612
21	0.25	0.000851	19.691
21	0.125	0.000868	22.082

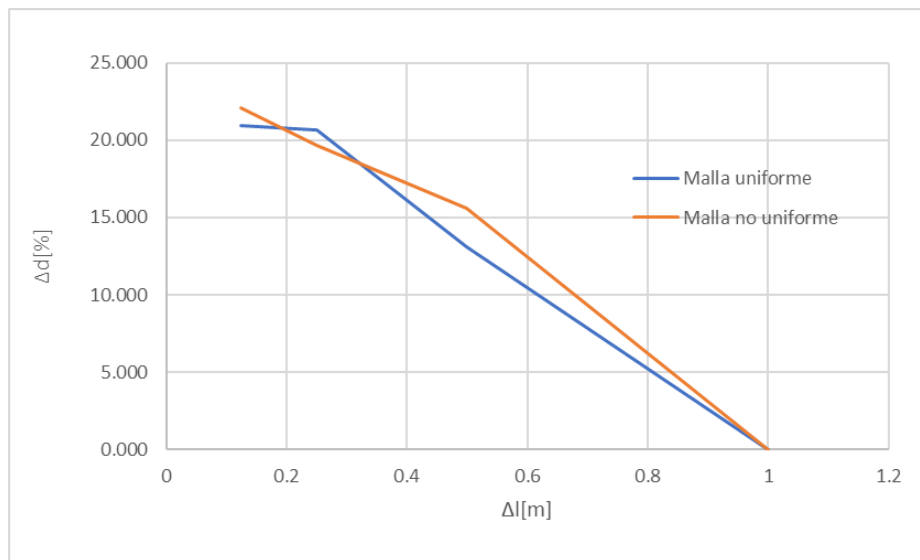


Figura 5.21: Tamaño de la malla vs variación en la respuesta

Además, se estudia de manera separada el efecto que tiene la densidad del mallado en la dirección vertical, esto debido a que la estructura es sometida exclusivamente a cargas de compresión, análisis del cual se obtiene que un mallado de 0.25[m] de largo en la dirección vertical es suficiente.

5.3 Modelo del experimento.

Debido al estudio de sensibilidad numérica realizada en las secciones anteriores 5.2.1 y 5.2.2 es que se tiene conocimiento sobre la correcta discretización del problema, con el fin de replicar los resultados obtenidos empíricamente por Mbalawa.

De la sección 5.2.2 se sabe que es válido utilizar un mallado no uniforme, sin embargo en dicha sección se planteó una densificación que obliga a utilizar el comando "attach face" (para mayor información dirigirse al manual de FLAC3D) con el fin de garantizar continuidad del modelo, el problema de ocupar dicho comando es que el modelo internamente une gridpoints que antes estaban separados y realiza una interpolación lineal entre ambos para

realizar sus cálculos, lo cual eventualmente en algunos casos puede causar diferencias en los resultados si es que no es utilizado de manera correcta.

Por eso en esta sección se propone la utilización de una discretización que gradualmente se va volviendo más fina, similar a la propuesta por Ghosh [12], de esta manera la continuidad del modelo no es forzada mediante técnicas numéricas. En la figura 5.22 se muestra el mallado propuesto.

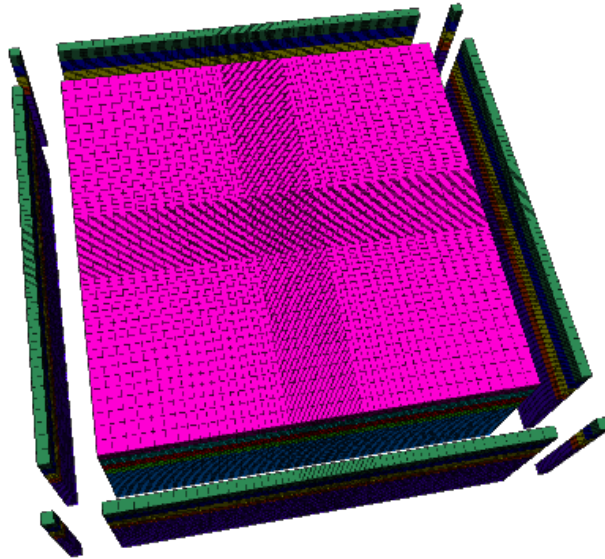


Figura 5.22: Mallado gradual

De esta se observa un mallado más fino al centro del modelo debido a que es donde se espera la mayor concentración de esfuerzos debido a la ubicación de la fundación, máquina y aplicación de cargas dinámicas.

Otro aspecto importante de mencionar es que el experimento descrito en la sección 5.1 realiza mediciones en el rango de 10[Hz] a 100[Hz], el presente estudio replica el experimento en el rango de los 15[Hz] a 75[Hz], esto debido que para frecuencias mayores la modelación pasa a ser poco práctica debido a la condición impuesta por la ecuación 4.30 que indica que a medida que el mallado se hace más fino más que pequeño debe ser el elemento para la correcta propagación de onda.

A diferencia de lo planteado por Mbawala en su modelo de elementos finitos (sección 5.1.6) quien tomo propiedades elásticas promedio cada 1[m] de estrato se usa propiedades elásticas cada 0.25[m] como se señala en la figura 5.23 a través de los distintos colores.

De la tabla 5.9 y de la figura 5.24 se aprecia que en general el modelo entrega resultados acordes a la realidad, el error anda en el rango del 5[%] al 11[%] con excepción de dos puntos que se escapan, que corresponden al de 30[Hz] , al de 50[Hz] y al de 45[Hz], los errores se pueden deber a diversas causas, como errores intrínsecos en la obtención de los datos experimentales, errores debido a la simpleza del modelo, ya que este considera una rigidez constante y disipación de energía constante, cuando en la realidad estos dependen del grado de deformación y de la tasa de deformación del medio.

A pesar de lo anterior el error se encuentra dentro de un rango aceptable para fines ingenieriles, además el bajo grado de error se puede explicar por el bajo nivel de carga producido por la máquina, lo que se traduce en vibraciones pequeñas que no llevan al medio a un rango no lineal.

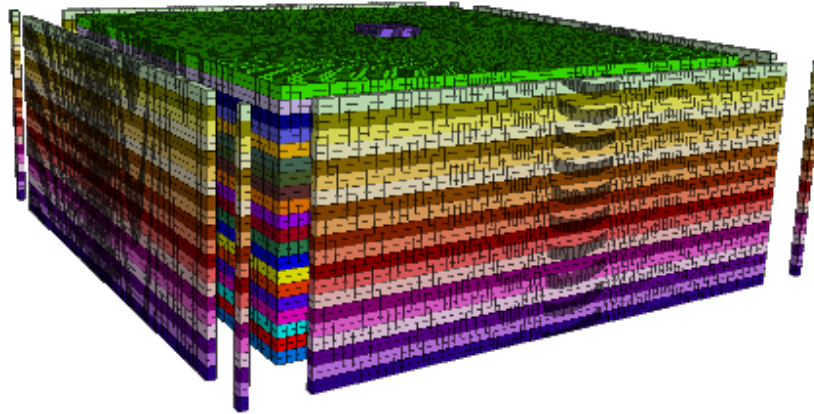


Figura 5.23: Modelo numérico del experimento.

Tabla 5.9: Resultados modelo FLAC3D

Frecuencia [Hz]	Amplitud de desplazamiento		
	Experimental[mm]	Numérico [mm]	Error [%]
15	0.001611	0.0015324	4.879
20	0.002552	0.002834	11.050
25	0.004045	0.0042378	4.766
30	0.005918	0.0071319	20.512
35	0.007789	0.007599	2.439
40	0.010454	0.009845	5.826
45	0.014811	0.012537	15.353
50	0.016689	0.013997	16.130
54	0.017704	0.016575	6.377
55	0.017951	0.016864	6.055
56	0.018003	0.016952	5.838
57	0.018024	0.016669	7.518
60	0.017237	0.016403	4.838
65	0.014525	0.015664	7.842
70	0.011609	0.012796	10.225
75	0.008914	0.0098947	11.002

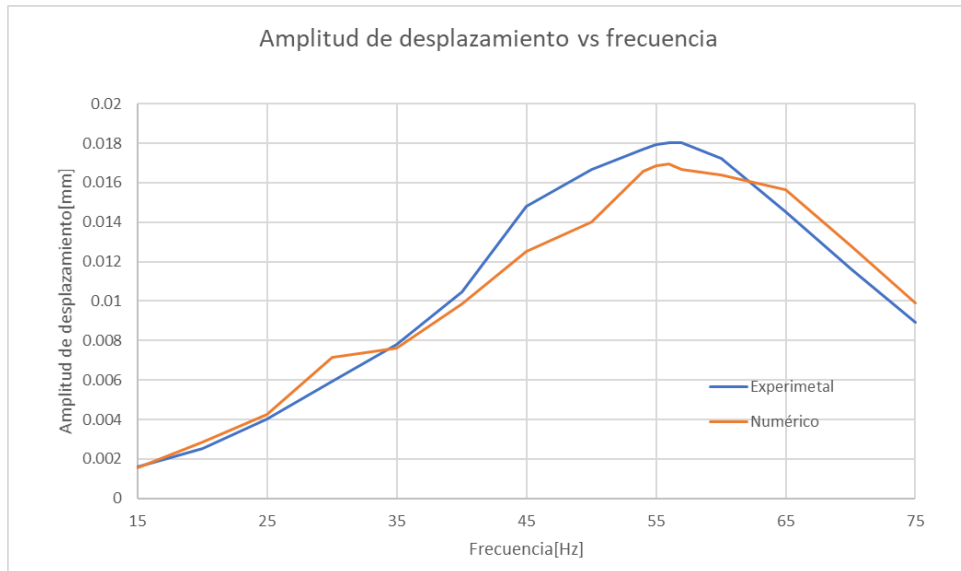


Figura 5.24: Comparación resultados experimentales con numéricos

Capítulo 6

6.- Estimación de la frecuencia natural.

En el presente capítulo se revisarán diferentes métodos para estimar la frecuencia natural, dentro de una gran gama de posibilidades.

Poder estimar la frecuencia natural es de suma importancia, ya que se recomienda que la estructura funcione alejada de esta, para ello se define la razón de frecuencia según la expresión vista en el capítulo 3 (ecuación 3.1), en específico la ACI351[1] menciona que la frecuencia de operación debe estar alejada de la frecuencia natural en un valor definido por el proyecto, en algunos casos pueden ser un valor tan bajo como un 10[%] por sobre o bajo la frecuencia natural o en otros casos valores muy altos como un 50[%].

Además, se debe estar al tanto del valor de la frecuencia natural, ya que, si se está en una condición de resonancia o cercana a ella será necesario entonces modificar características del proyecto, como por ejemplo las dimensiones de la fundación o las propiedades superficiales del medio que las sostiene.

6.1 Frecuencia natural en fundaciones superficiales.

Tal como se vio en el capítulo 2 existen diversas maneras para poder estimar la rigidez del medio, lo cual a su vez afecta el valor de la frecuencia natural de acuerdo con la ecuación 2.1 por lo que se hace necesario comparar la exactitud de dichas expresiones con valores experimentales. Por ello se recurre nuevamente al experimento mencionado en el capítulo 5

De este experimento se mide que la frecuencia natural de la fundación superficial, para ello se obtuvo la parte real de la rigidez según el método de la impedancia, refiérase a la figura 6.1, de esta manera la frecuencia natural se estima como la frecuencia por la cual la parte real de la rigidez es 0, de acuerdo con lo señalado en la ecuación 2.19, obteniéndose así un valor de 49[Hz].

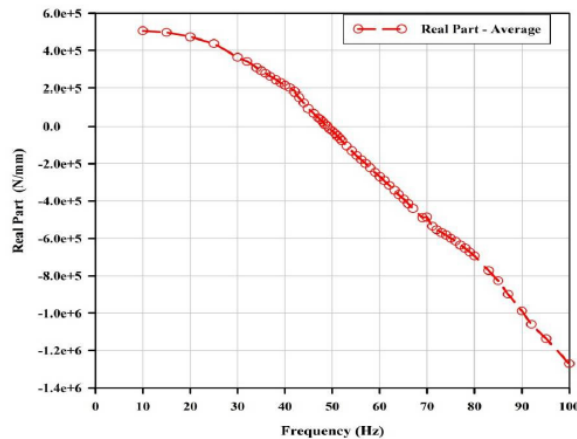


Figura 6.1: Componente real de rigidez medida por Mbawala

Para comparar dicho valor con expresiones empíricas es necesario utilizar un valor representativo de la rigidez del suelo, para ello se recurre al modelo numérico, del cual se obtiene la tasa de deformación de corte, como se muestra en la figura 6.2 de la cual se observa que inmediatamente debajo de la fundación ocurren las mayores tasas de deformación, tal como se muestra en la tabla 6.1, de esta manera se considera una profundidad de 2.5[m] como representativa

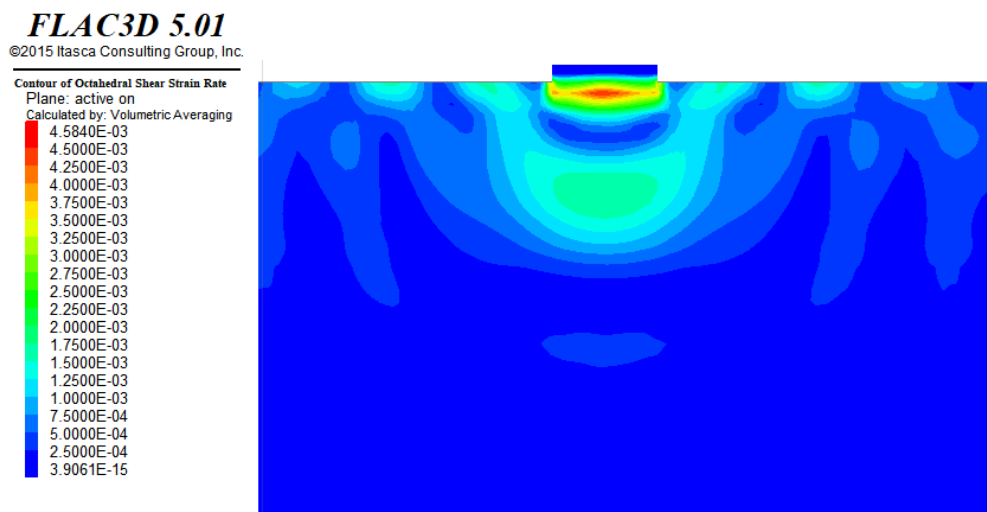


Figura 6.2: Tasa de deformación

Tabla 6.1: Valores de la tasa de deformación

Profundidad[m]	Tasa de deformación[%/s]
0	0.27110
0.5	0.30950
1	0.07773
1.5	0.05859
2	0.14260
2.5	0.17465
3	0.16030
3.5	0.12370
4	0.07418

6.1.1 Métodos semi analíticos.

De acuerdo los resultados anteriores se estima la rigidez vertical del medio según las expresiones propuestas por Barkan y Lysmer, de esta manera se tiene los siguientes resultados.

Tabla 6.2: Frecuencia natural según Lysmer

Go	86.971	[MPa]
B	2.000	[m]
L	2.500	[m]
espesor	0.400	[m]
Ro	1.262	
m_f	4,800.000	[Kg]
v	0.250	
K_v	585,171,622.860	[N/m]
m maquina	361.400	[Kg]
m total	5,161.400	[Kg]
fn	53.589	[Hz]
fn(exp)	49.000	[Hz]
error	9.366	[%]

Tabla 6.3: resultados obtenidos por Barkan

βz	2.200
Kz	570,454,333.009
f_n	52.911
f_n(exp)	49.000
error	7.982

Se observa que ambos métodos sobre estiman la rigidez del medio dando de esta forma frecuencias más elevadas, aun así, los resultados son útiles ya que poseen un error aceptable, siendo útiles como una primera aproximación.

6.2 Frecuencia natural en fundaciones enterradas.

También se desea estimar la frecuencia natural de fundaciones enterradas, este al ser el caso más común en la práctica ingenieril es de especial importancia, para ello se ocupa la expresión de Barkan para fundaciones superficiales, la cual ahora se corrige por un factor de enterramiento, dando lugar de esta manera a la siguiente expresión.

$$K_v = \frac{G}{1 - \nu} \beta_z \sqrt{BL} \eta_z \quad (6.1)$$

$$\eta_z = 1 + (1 - \nu) \frac{h_0}{\sqrt{\frac{BL}{\pi}}} \quad (6.2)$$

Donde:

- η_z : Factor de corrección por enterramiento.
- h_0 : Profundidad de enterramiento.
- B : Ancho de la fundación.
- L : Largo de la fundación.

De esta manera mediante la expresión anterior se estima la frecuencia natural de la fundación señalada en la figura 33, de la figura 35 se sabe que la frecuencia natural de la fundación totalmente enterrada es de 55[Hz], resultado que es comparado con el obtenido mediante la expresión de Barkan en la tabla 6.4, de la cual se concluye que la expresión de Barkan logra estimar con buena exactitud la frecuencia natural de una fundación enterrada.

Tabla 6.4: Frecuencia natural estimada por Barkan para una fundacion completamente enterrada

β_z	2.200
h_0 [m]	1.240
B [m]	1.200
L [m]	1.200
n_z	1.824
K_v [N/m ²]	642,115,246.316
f_n [Hz]	59.163
$f_n \text{ exp}$ [Hz]	55.000
error [%]	7.568

6.3 Estimación de la frecuencia natural mediante modelo numérico.

Debido a la ya mencionada importancia de las fundaciones enterradas y a que el estudio presente es realizado de manera numérica es que se debe verificar que el modelo sea capaz de predecir de buena manera la frecuencia natural de sistemas que se encuentran enterrados.

6.3.1 Propiedades del medio.

Para ello se considera un caso donde el suelo está conformado por tres capas, de las cuales las primeras dos poseen una rigidez que varía de acuerdo con el confinamiento de estas, como es indicado en la ecuación 56, en tanto la capa más profunda corresponde a una roca de rigidez constante, la rigidez media de los diferentes estratos es mostrada en la tabla 10

$$E_s = 7\sigma_{oct}^{0.8} \left(\frac{3}{Y(1+2k_0)} \right)^{0.8} + 32 \quad (6.3)$$

Donde:

- E_s : Módulo de Young en [Mpa].
- σ_{oct} : Esfuerzo octaédrico [Mpa].
- Y : Densidad volumétrica [Kg/m³].
- k_0 : Constante de empuje horizontal en reposo.

Tabla 6.5: Propiedades elasticas medias

Material	ρ [Kg/m ³]	ν	ϕ [°]	Es[Mpa]	Modelo
Estrato1	1,910	0	38	50	Mohr-Coulomb
Estrato2	2,070	0	40	70	Mohr-Coulomb
Roca	2,120	0	-	4,272	Lineal elástico

6.3.2 Características de la estructura.

La estructura está conformada por una fundación de hormigón y un chancador de cono de la marca Metso, en específico el modelo MP800. Esta es una máquina de grandes dimensiones, este tiene un radio aproximado de 2[m] y una altura aproximada de 5[m], en la figura 6.3 se puede ver una vista en planta de la máquina, además posee un gran tonelaje ya que pesa 120.000[Kg] por lo cual su masa es considerada en el modelo numérico. Debido a las grandes dimensiones de la máquina es que la fundación también debe tener dimensiones acordes, por lo que en esta parte del estudio se considera una fundación de 4[m] de largo con 4[m] de ancho y 1.5[m] de espesor.

El chancador en su operación produce cargas dinámicas del tipo harmónicas debido a masas desbalanceada, las cuales son soportadas por los apoyos que transmiten la carga a la fundación, en la figura 6.3 los apoyos se denotan por la letra B y cada uno de estos recibe una carga con una amplitud de 135[Kn].

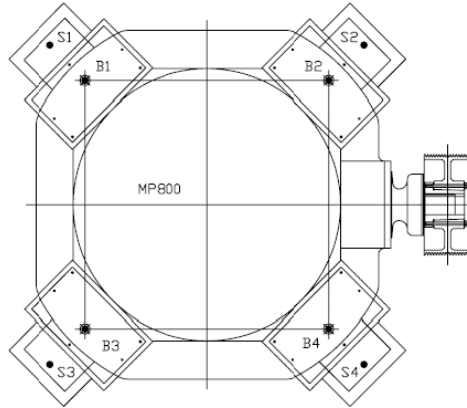


Figura 6.3: Vista en planta chancador MP800

6.3.3 Resultados.

Como se vio en la sección 6.2 la frecuencia natural de fundaciones enterradas puede ser estimada de buena manera con la expresión de Barkan, por lo que se procede a comparar estos resultados con los obtenidos numéricamente.

Los resultados obtenidos mediante la expresión de Barkan son mostrados en la tabla 6.6 de la cual se tiene que la frecuencia natural es de 5.399[Hz], por otro lado, en la figura 6.4 se muestra los resultados obtenidos mediante el modelo numérico para un rango de frecuencia que va desde los 3 a los 15[Hz] la cual estima la frecuencia natural en un valor de 4[Hz]. Estos resultados indican que el modelo es capaz de predecir adecuadamente la frecuencia natural, las diferencias entre ambas metodologías se dan por un lado debido a que la expresión de Barkan da frecuencias naturales levemente mayores a la real y por otro lado debido a que para obtener la curva mostrada en la figura 6.4, el modelo no fue ejecutado en 5[Hz] así que es posible que dicha frecuencia de mayores vibraciones que 4[Hz], pero con los resultados obtenidos ya se deja en evidencia que el modelo es capaz de considerar efectos de resonancia con una exactitud aceptable.

Tabla 6.6: Estimacion utilizando expresion de Barkan

L/2	2	[m]
B/2	2	[m]
masa Fundación	57,600	[Kg]
masa Máquina	120,000	[Kg]
G	14,875,270	[N/m ²]
β_z	2.200	
nz	1.093	
kv	204,404,775.436	[N/m]
fn	5.399	[Hz]

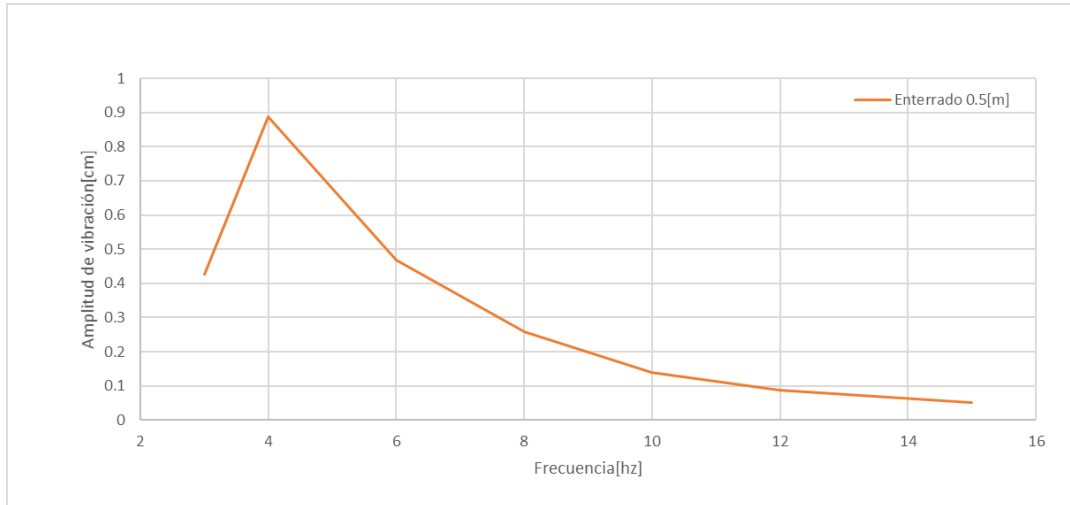


Figura 6.4: Amplitud de vibración para diferentes frecuencias

Capítulo 7

7.- Análisis de una fundación aislada.

En este capítulo se estudia el efecto que tiene diferentes variables como el ancho de la fundación, el espesor de esta o el nivel de enterramiento, también se estudia el efecto que tiene la rigidez del medio en la respuesta dinámica. Ello con el fin de poder establecer el grado de sensibilidad que tiene una variable en la respuesta dinámica.

Los estudios recién mencionados se realizan en un contexto similar al mencionado en la sección 6.3 en el sentido que se modela un medio de tres capas con las mismas propiedades elásticas (a menos que se mencione lo contrario) y la máquina considerada sigue siendo un chancador de cono modelo MP800. Una de las diferencias respecto aquella sección es que los análisis presentados se hicieron a una frecuencia constante de carga de 10[Hz], con el fin de mantener una buena razón de frecuencia, lo que a su vez es una de las recomendaciones de la ACI 351 y una práctica común de la ingeniería.

7.1 Efecto el enterramiento.

En esta sección se estudia el efecto del enterramiento en la vibración vertical a través de la variación de la respuesta dinámica respecto el caso de una fundación superficial, para ello se considera una fundación idéntica a la utilizada en la sección 6.3.3

Los resultados son mostrados a través de parámetros adimensionales, por lo que se define la variación porcentual de la respuesta, respecto a una fundación sin enterramiento y la razón de enterramiento en la ecuación 7.1.

$$\delta = \frac{\text{Profundidad de enterramiento}}{r_0} \quad (7.1)$$

Donde:

- δ : Razón de enterramiento.
- r_0 : Radio equivalente.

La profundidad de enterramiento va siendo gradualmente aumentada en saltos de 0.5[m] hasta llegar a un enterramiento completo (que corresponde a 1.5[m]), de la tabla 7.1 se puede ver los resultados obtenidos, de esta se observa que la razón de frecuencia no se ve mayormente afectada debido a que se producen pequeños cambios en la frecuencia natural, también como era esperado, el enterrar la fundación afecto de manera positiva el comportamiento dinámico al lograr reducir la amplitud de vibración en un 8[%]. De la figura 7.1 se observa la tendencia del efecto en términos adimensionales, en donde el cambio de pendiente indica que, a partir de ese valor de razón de empotramiento, esta variable adquiere mayor sensibilidad en el cambio de la vibración vertical.

Tabla 7.1: Efecto del enterramiento

Enterramiento	δ	amplitud[cm]	Δ [%]	Amp nor	nz	fn[Hz]	f/fn
0.000	0.000	0.092	0.000	1.000	1.000	5.164	1.936
0.500	0.222	0.091	1.413	0.986	1.093	5.399	1.852
1.000	0.443	0.089	3.152	0.968	1.186	5.625	1.778
1.500	0.665	0.084	8.370	0.916	1.279	5.841	1.712

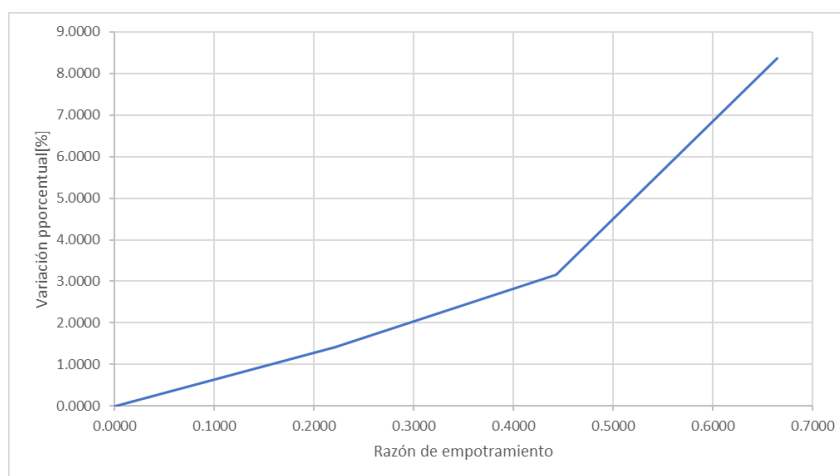


Figura 7.1: Variación porcentual de la amplitud de vibración para diferentes razones de empotramiento

7.2 Efecto del espesor de la fundación.

Se estudia el efecto de aumentar el espesor de la fundación (la cual no posee grado de enterramiento), lo que trae consigo básicamente un aumento en la masa de la fundación, lo que a su vez modifica la razón de frecuencia al estar constantemente disminuyendo la frecuencia natural de la estructura, esto sin modificar la rigidez de ella, tal como se muestra en los resultados de la tabla 7.2 de la cual se aprecia que en esta situación la variable del espesor muestra ser más sensible a la respuesta dinámica que el enterramiento ya que se logra importantes disminuciones en la amplitud de la vibración llegando a un valor de 46[%] de disminución respecto al espesor de 1[m]. En la figura 7.2 se muestra esta clara tendencia de disminución, en la cual se ve además que levemente la pendiente va disminuyendo lo cual indica que eventualmente a partir de un gran espesor de fundación se podría no apreciar grandes cambios respecto un espesor más pequeño.

Tabla 7.2: Efecto del espesor

Espesor	Amplitud[cm]	Amp_nor	Δ %	M[Kg]	fn[Hz]	f/fn
1.0	0.104	1.000	0.000	38,400.000	5.530	1.808
1.5	0.092	0.883	11.725	57,600.000	5.223	1.915
2.0	0.082	0.789	21.067	76,800.000	4.963	2.015
3.0	0.067	0.641	35.904	115,200.000	4.540	2.202
4.0	0.056	0.534	46.556	153,600.000	4.210	2.375

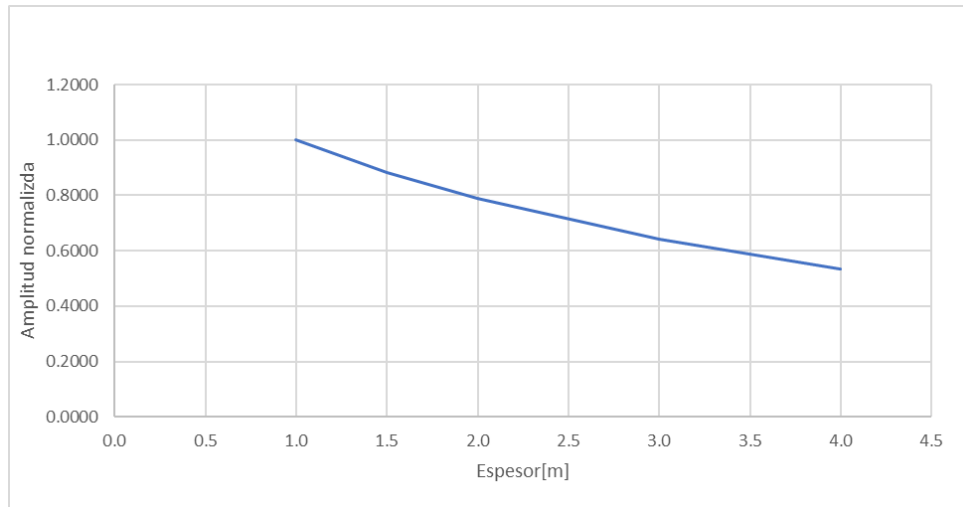


Figura 7.2: Amplitud normalizada vs espesor

7.3 Efecto del ancho de la fundación.

En este caso se considera una fundación de un espesor de 2[m] la cual se encuentra totalmente enterrada y se le modifica su ancho y largo de igual manera, de forma que siempre tenga una geometría cuadrada. Lo anterior se traduce en un aumento de área de la fundación lo que trae consigo un aumento en la rigidez de la fundación, pero también un aumento en la masa de ella, de tal forma que dichos efectos se contrarrestan manteniendo una razón de frecuencia aproximadamente constante, como se muestra en la tabla 7.3 donde la razón de frecuencia varía en un pequeño rango de 2.434 a 2.523, la tendencia de la amplitud de vibración se puede observar de la figura 7.3 de la cual se observa un cambio de pendiente para un ancho de 5[m] mostrando que a partir de aquel valor la variable se vuelve menos sensible, aun así esta variable mostró tener gran influencia en la respuesta dinámica al lograr una reducción del 65[%] de la amplitud de vibración.

Tabla 7.3: Eefecto del ancho

Ancho	nz	Kv	M[Kg]	fn	f/fn
3	1.496	1.090E+08	43,200.00	4.108	2.434
4	1.372	1.333E+08	76,800.00	4.137	2.417
5	1.298	1.576E+08	120,000.00	4.075	2.454
6	1.248	1.819E+08	172,800.00	3.964	2.523

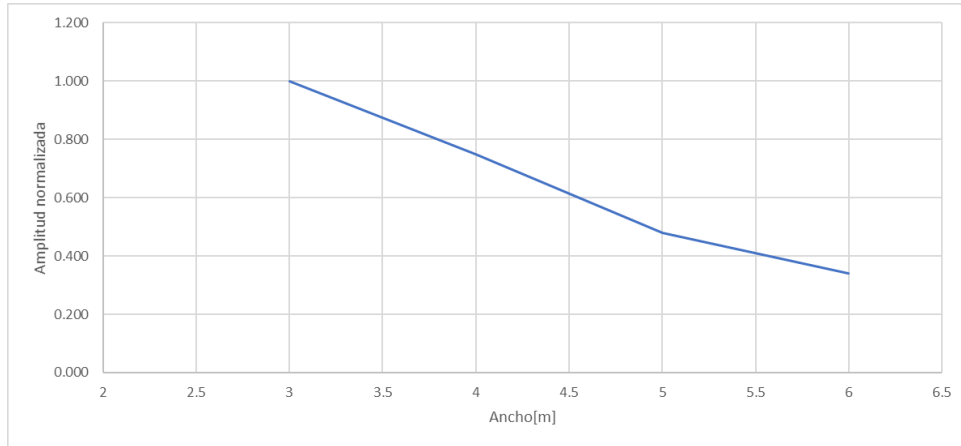


Figura 7.3: Amplitud normalizada vs ancho de la fundación

7.4 Efecto de la rigidez del medio.

En esta sección se plantea el mismo esquema de perfil estratigráfico que se ha estado utilizando, con la diferencia que ahora se aumenta la rigidez de este según la ecuación 7.2, obteniéndose la rigidez media mostrada en la tabla 7.4. En términos de velocidad de onda de corte considerando los dos estratos más superficiales se tiene una velocidad de onda promedio de 140[m/s].

$$E_s = 7\sigma_{oct}^{0.8} \left(\frac{3}{Y(1+2k_0)} \right)^{0.8} + 75 \quad (7.2)$$

Tabla 7.4: Propiedades elasticas medias

Material	ϕ [°]	Es[Mpa]	Modelo
Estrato1	38	93	Mohr-Coulomb
Estrato2	40	113	Mohr-Coulomb
Roca	-	4,272	Lineal elástico

Al igual que las secciones 7.2 y 7.3 se estudia el efecto del espesor y el ancho respectivamente y luego es comparado con los resultados obtenidos en la sección correspondiente con el fin de determinar el efecto de la rigidez del medio.

7.4.1 Espesor de la fundación.

En la tabla 7.5 se muestran los resultados obtenidos con la nueva rigidez para los diferentes espesores, al comparar dicho resultado con la tabla 7.2 se observa que se está más cerca de la resonancia al pasar de razones de frecuencia en torno al valor de 2 a razones de frecuencia en torno al valor de 1.5.

Al comparar los resultados según lo indicado en la figura 7.4 se tiene que la amplitud de vibración para el medio más rígido es mayor que lo obtenido en el medio más blando, esto se explica por el cambio sufrido en la razón de frecuencia y a su vez indica que en ciertas

ocasiones bajo ciertos rangos la razón de frecuencia es una variable más relevante que la rigidez del medio en el comportamiento dinámico de la estructura.

Tabla 7.5: Efecto del espesor en un medio mas rigido

Espesor	Amplitud[cm]	Amp_nor	$\Delta\%$	M[Kg]	fn[Hz]	f/fn
1	0.123	1.000	0.000	38,400	7.807	1.281
2	0.102	0.827	17.313	76,800	7.025	1.424
3	0.084	0.684	31.646	115,200	6.439	1.553
4	0.069	0.563	43.664	153,600	5.979	1.673

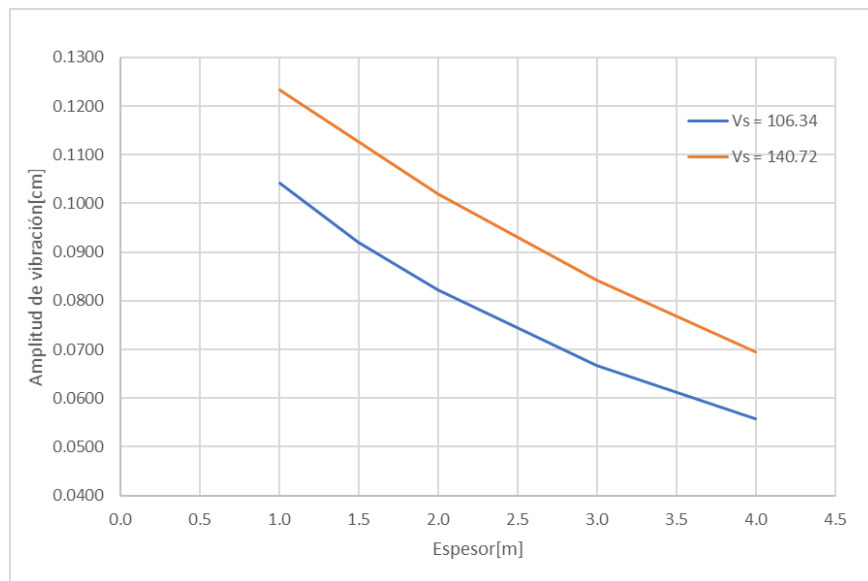


Figura 7.4: Comparación de la respuesta dinámica entre dos medios de distinta rigidez

7.4.2 Ancho de la fundación.

En la tabla 7.6 se muestran los resultados obtenidos para los diferentes anchos considerando un medio más rígido, nuevamente se aprecia un cambio en la razón de frecuencia respecto el caso anterior, sin embargo debido al enterramiento y al ancho de la fundación la estructura presenta una rigidez mayor, lo que explica los resultados mostrados en la figura 7.5 donde se aprecia que para el medio más rígido se tienen menores desplazamientos a pesar de encontrarse más cerca de la resonancia, esto nos indica que en ciertos rangos la rigidez es predominante y en otros rangos puede ser predominante la razón de frecuencia.

Tabla 7.6: Efecto del ancho en medio mas rigido

Ancho	Amplitud[cm]	Amp nor	$\Delta[\%]$	kv [N/m]	fn	f/fn
3	0.086	1.000	0.000	4.301E+08	8.158	1.226
4	0.050	0.579	42.111	5.259E+08	8.217	1.217
5	0.035	0.411	58.882	6.217E+08	8.092	1.236
6	0.026	0.297	70.253	7.175E+08	7.872	1.270

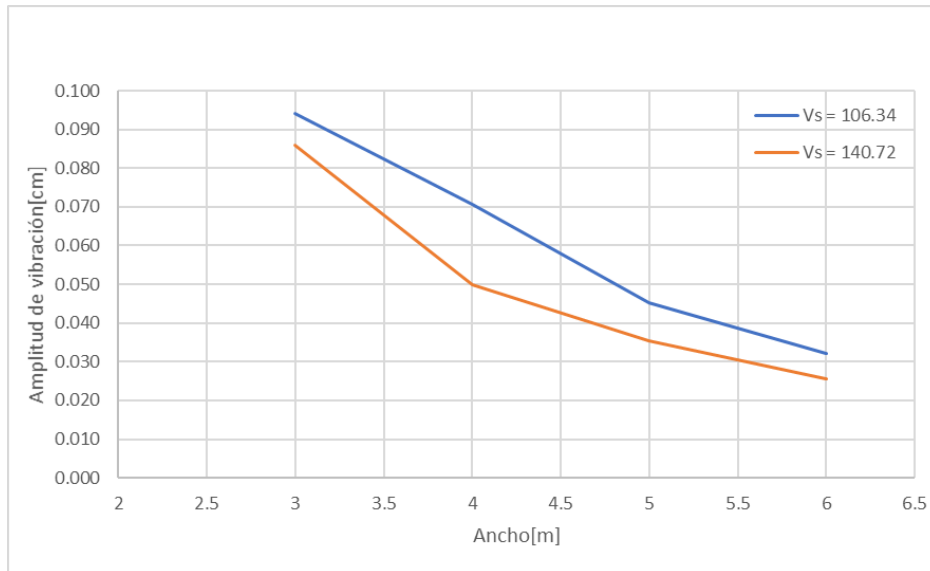


Figura 7.5: Efecto de un medio más rígido en la respuesta dinámica

7.5 Restricciones de vibración.

Tal como se menciona en la sección 3.1 uno de los aspectos fundamentales en el diseño de este tipo de estructuras es limitar las vibraciones a la que esta se ve expuesta, para ello resulta de vital importancia los análisis efectuados en las secciones anteriores.

En esta sección se revisa las implicancias que tiene las restricciones en la vibración impuestas por Gazzetas de acuerdo con la frecuencia de operación de la máquina, los valores de dicha restricción son mostrados en la tabla 7.7

En la figura 6.10 se compara los resultados obtenidos de la sección 6.3.4 con las restricciones recomendadas por Gazetas, de donde se ve que las vibraciones son ampliamente superadas por el límite superior permitido para un diseño seguro, lo cual se debe a la gran magnitud de la carga producida por el chancador y al bajo valor en la velocidad de onda de corte que se interpreta como un medio de rigidez baja.

Tabla 7.7: Restricción en la amplitud de vibración

Frecuencia[hz]	Amplitud[cm]	Límite superior
6	0.5159	0.065477
8	0.2821	0.048083
10	0.1601	0.038227
12	0.0920	0.031207
15	0.0540	0.024377

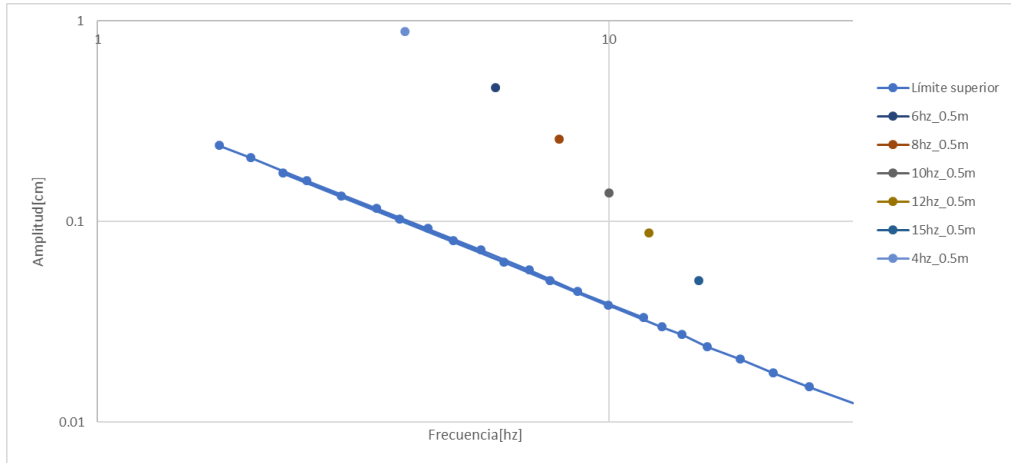


Figura 7.6: Comparación entre límite de amplitud de vibración y vibración obtenida

Lo anterior indica que se vuelve necesario adoptar medidas como la estudiadas anteriormente (enterrar la fundación, modificar la geometría de ella).

En las secciones 7.4.1 y 7.4.2 se estudia el efecto del ancho de la fundación para dos medios de distinta rigidez, en el primer caso al comparar dichos resultados con la restricción de Gazetas (Recordando que en este caso la frecuencia de operación es de 10[Hz]) se tiene que se hace necesario aumentar las dimensiones de la fundación para cumplir con la amplitud de vibración, en caso de considerar una fundación de un ancho de 5[m], tal como se muestra en la tabla 7.8, otra forma de poder cumplir con el requerimiento es considerar una fundación de 5[m] de ancho pero con un espesor de 3[m] en vez de dos, la cual se encuentra enterrada en su totalidad, tal como se indica en la tabla 7.9.

Tabla 7.8: Comparación entre respuesta y restricción

Ancho[m]	Amplitud [cm]	Límite superior[cm]
5	0.045	0.038
6	0.032	0.038

Tabla 7.9: Respuesta fundación de 3[m] de espesor

Ancho[m]	Espesor[m]	Enterramiento[m]	Amplitud [cm]	Límite superior[cm]
5	3	3	0.035014	0.038

Por otro lado, en el caso de un medio más rígido se tiene que con menores dimensiones de fundación se cumple el requerimiento de vibración, como es señalado en la tabla 7.10.

Tabla 7.10: Verificación de cumplimiento de restricción

Ancho	Amplitud[cm]	Limite superior[cm]
5	0.035	0.038
6	0.026	0.038

7.5.1 Norte de Chile.

Bajo el mismo contexto de la restricción en la amplitud de la respuesta dinámica, se analiza el caso correspondiente a una estratigrafía del norte de Chile.

El suelo está conformado por tres capas, de las cuales la más superficial tiene un espesor de 5[m] y corresponde a suelos estériles, la capa de al medio tiene un espesor de 7[m] y corresponde a una mezcla de grava con arenas (Denotada como perfil H2) y la capa más profunda posee un espesor de 3[m] y está formado por rocas fracturadas, las propiedades de dichas capas son señaladas en la tabla 7.11

Tabla 7.11: Propiedades elásticas suelo del norte de Chile

Suelo	p[Kg/m3]	Vs[m/s]	Go[Pa]	v	φ[°]	c[Pa]
Esteril	1824.66871	250	1.140420E+08	0.3	36	0
H2	2242.60958	453	4.602037E+08	0.3	42	40000
Roca fracturada	2250	630	8.930250E+08	0.35	45	600000

Además, se considera que la rigidez en la zona superficial va aumentando gradualmente hasta llegar al valor de G_0 según la ecuación 7.3, donde la presión de confinamiento σ_v y la rigidez máxima G_0 están en unidades de [Ton/m2] y k_2 es una constante que depende del tipo de suelo, para el caso de estériles tiene un valor de 100.

$$G_0 = 70k_2\sigma_v^{0.5} \quad (7.3)$$

De esta forma se desarrolla el modelo numérico y se obtiene la respuesta dinámica para una fundación de 5[m] de ancho y 2[m] de espesor, además los resultados se obtienen bajo dos condiciones de carga, una donde cada apoyo recibe una carga vertical con una amplitud de 132[kN] y otra donde cada apoyo recibe una fuerza de 202[kN], esto se realiza con el fin de considerar la incertidumbre en las cargas producidas por un Chancador.

Además de manera previa se estima la frecuencia natural de la estructura mediante la ya mencionada expresión de Barkan.

Tabla 7.12: Frecuencia natural de fundación en el norte de Chile

β_z	2.2
B[m]	5
L[m]	5
Espesor[m]	2
masa fundación	120,000
m máquina	120,500
nz	1.297
Kv	2.3257E+09
fn	15.651
fn/f	1.565

Se aprecia que a 10[Hz] se mantiene una buena razón de frecuencia, además dado que la máxima frecuencia de operación del Chancador es de 15[Hz] este nunca pasara por la resonancia, aunque si puede estar cerca de ella. Lo anterior sumado a la alta rigidez del medio se traduce en reducidas amplitudes de vibración que cumplen con el criterio de Gazetas como se muestra en la tabla 7.13 donde además se indica un límite identificado por Gazetas como problemático.

Tabla 7.13: Respuesta dinámica de la fundación en condiciones del norte de Chile

Carga por apoyo[KN]	Amplitud[cm]	Límite superior[cm]	Límite problemático[cm]
132	0.014210	0.038220	0.004314
202	0.021584	0.038220	0.004314

Capítulo 8

8.- Interacción dinámica entre fundaciones.

En este capítulo se estudia la interferencia dinámica entre dos fundaciones cercanas entre si. Como se menciona en la sección 3.4 este fenómeno aún no es estudiado con gran detalle, por lo que se estima importante realizar un análisis de este tipo. Para ello se considera un medio con las propiedades elásticas mencionadas en la sección 6.3.1, además se ocupa una fundación con largo y ancho de 5[m] y con espesor de 3[m], ello con el fin de que la estructura aislada cumpla con las restricciones propuestas por Gazetas, tal como se indica en la sección 7.5, además el estudio se realiza con una frecuencia constante de 10[Hz].

8.1 Efecto de la distancia de separación entre fundaciones.

A fin de estudiar el fenómeno de interferencia se utilizan los parámetros adimensionales definidos por Vivek. Para ello se introduce el concepto de fundación activa, fundación pasiva y fundación aislada, donde la primera corresponde a la estructura que soporta una maquina en operación, la segunda a una estructura que soporta a una máquina apagada y la tercera a una fundación que soporta a una maquina en operación y que no está sujeta a efectos de interferencia, de esta manera en la ecuación 8.1 y 8.2 se definen los parámetros adimensionales de transmisión activa y pasiva respectivamente, además se define el parámetro adimensional de espaciamiento en la ecuación 8.3 donde S corresponde a la separación entre las fundaciones y B al largo de la fundación.

$$\xi_{activo} = \frac{\text{Vibración de fundación activa en presencia de fundación pasiva}}{\text{vibración de fundación aislada}} \quad (8.1)$$

$$\xi_{activo} = \frac{\text{Vibración de fundación pasiva en presencia de fundación activa}}{\text{vibración de fundación aislada}} \quad (8.2)$$

$$d = \frac{S}{B} \quad (8.3)$$

El estudio se realiza para un rango de separaciones entre los 5[m] y 1[m], como se muestra en las figuras 8.1 y 8.2 respectivamente, los resultados son mostrados en la tabla 8.1.

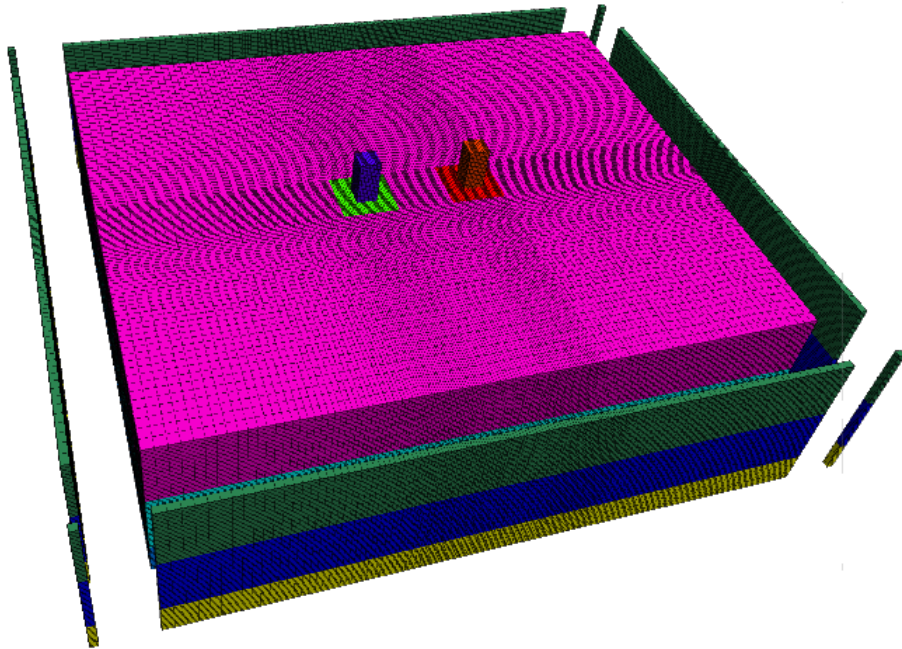


Figura 8.1: Fundaciones separadas 5[m]

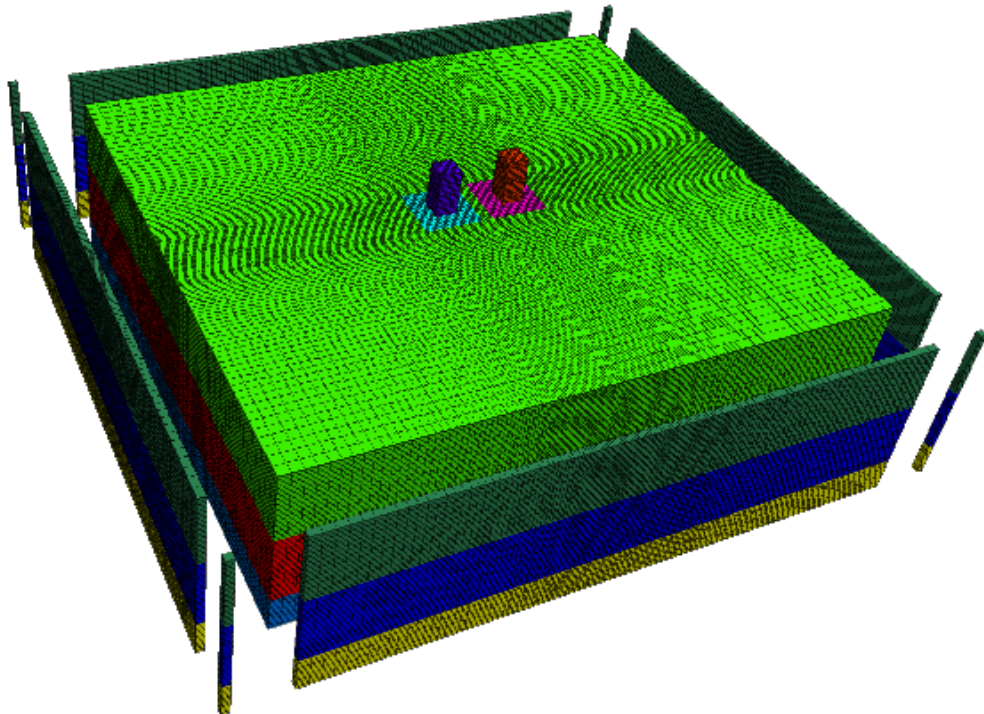


Figura 8.2: Fundaciones separadas 1[m]

Tabla 8.1: Resultados interaccion dinamica

Separación	Desplazamiento activa[cm]	Desplazamiento pasiva[cm]	ξ_{activo}	ξ_{pasivo}	S/B
1	0.03883	0.01544	1.10898	0.44097	0.2
2	0.03501	0.00891	0.99989	0.25456	0.4
3	0.03024	0.00628	0.86363	0.17921	0.6
4	0.03023	0.00613	0.86337	0.17516	0.8
5	0.03010	0.00589	0.85966	0.16819	1

En las figuras 8.3 y 8.4 se muestra de manera gráfica los valores de los factores de trasmisión activo y pasivo respectivamente de los cuales se concluye que para el caso de la fundación activa se puede producir una amplificación o disminución de la vibraciones respecto el caso aislado, mientras que para el caso de la fundación pasiva las vibraciones disminuyen acorde aumenta la razón S/B lo cual se explica por el decaimiento en la amplitud de la onda con la distancia producto de la disipación de energía. Por otro lado, en las figuras 8.5 y 8.6 se muestra los resultados de un estudio análogo realizado por Vivek, del cual se obtienen valores similares a los del presente estudio.

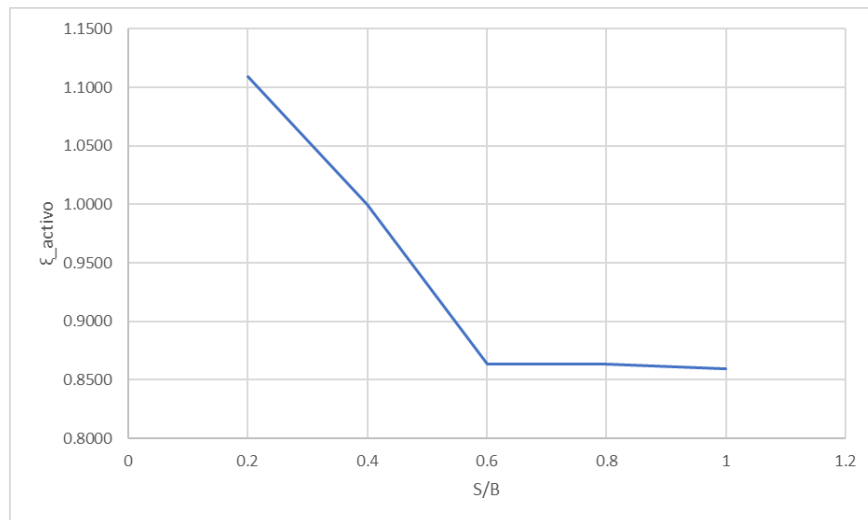


Figura 8.3: Factor de transmisión activo

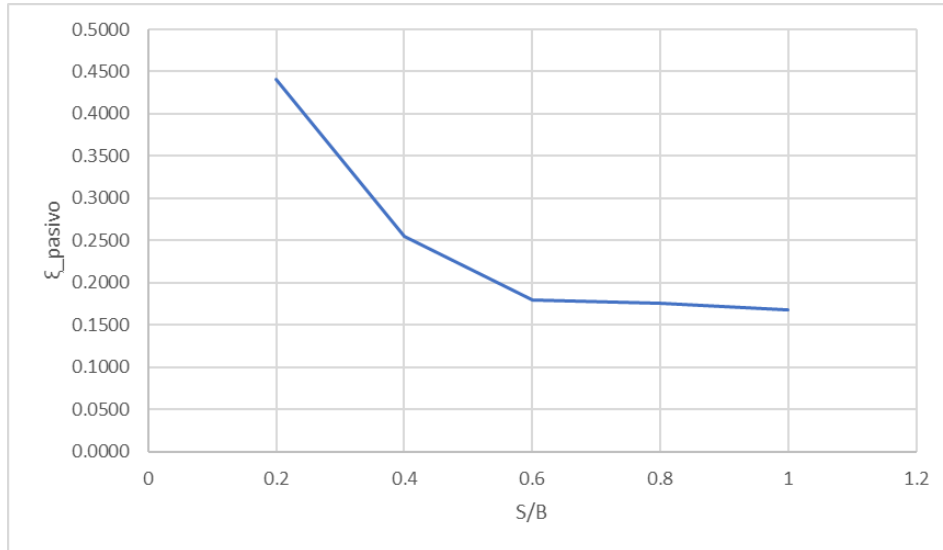


Figura 8.4: Factor de transmisión pasivo

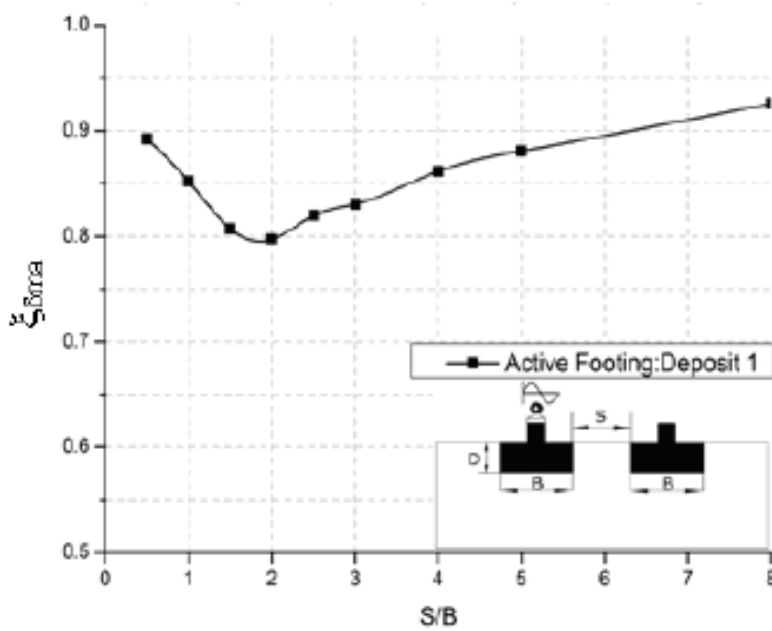


Figura 8.5: Factor de transmisión activo según Vivek

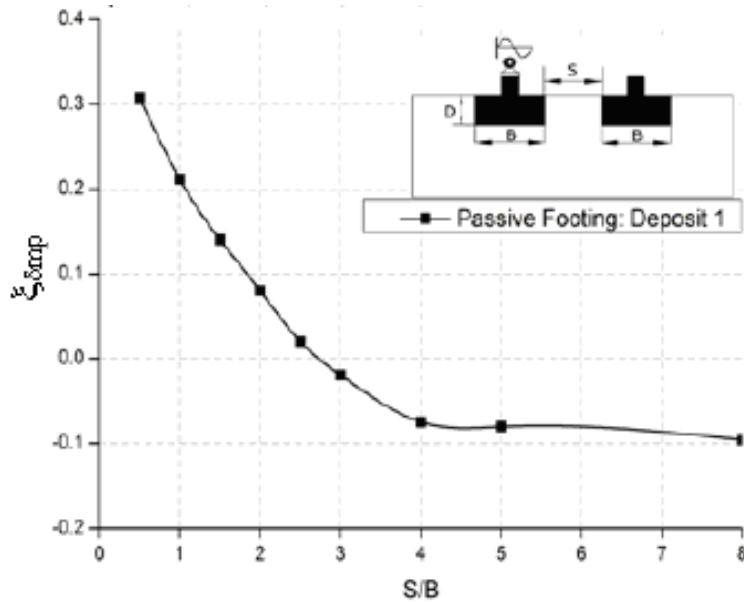


Figura 8.6: Factor de transmisión pasivo según Vivek

8.2- Efecto del desfase entre máquinas.

Se estudia el desfase en el encendido de una máquina respecto otra, para un desfase de 0 [s] (las 2 máquinas comienzan a operar al mismo tiempo), 0.25[s] y 0.75[s], de esta manera se verifica si la interferencia ya sea constructiva o destructiva tiene un efecto relevante en la respuesta dinámica de la estructura.

Tabla 8.2: Efecto del desfase

Separación	$\Delta s[s]$	Vibración[cm]
3	0	0.02490
3	0.25	0.36032
3	0.75	0.35624

De la tabla anterior se verifica que el efecto en la respuesta permanente respecto la fundación aislada es leve produciendo leves cambios en la respuesta, por otro lado, en la respuesta transitoria se pueden producir grandes valores de desplazamiento, los cuales no presentan un riesgo para la estructura al ser momentáneos, dicho efecto queda claro en las figuras 8.7 y 8.8 que muestran la respuesta dinámica para un desfase de 0.25[s] y 0.75[s] respectivamente.

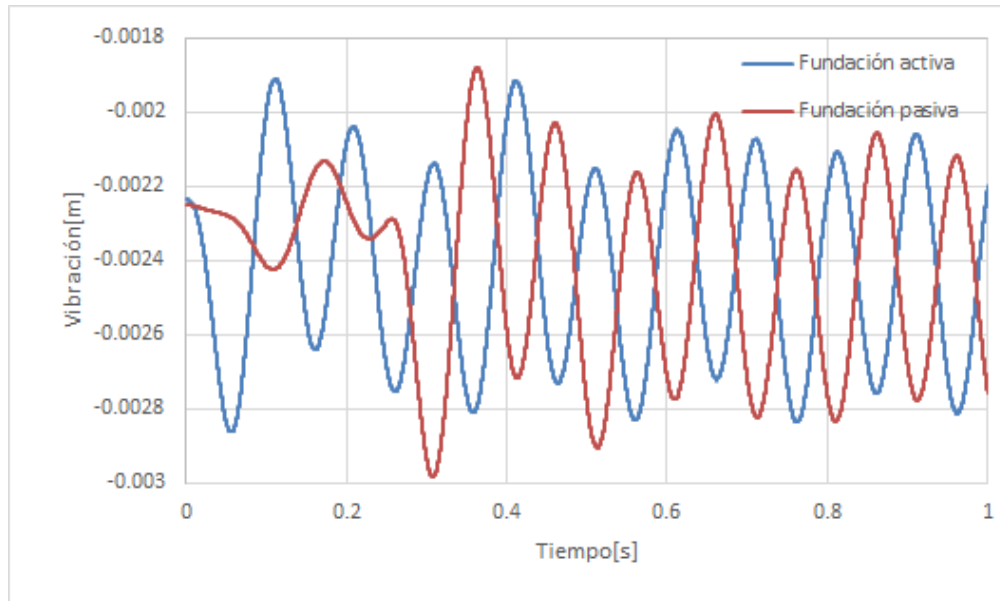


Figura 8.7: Respuesta dinámica de las fundaciones con un desfase de 0.25[s]

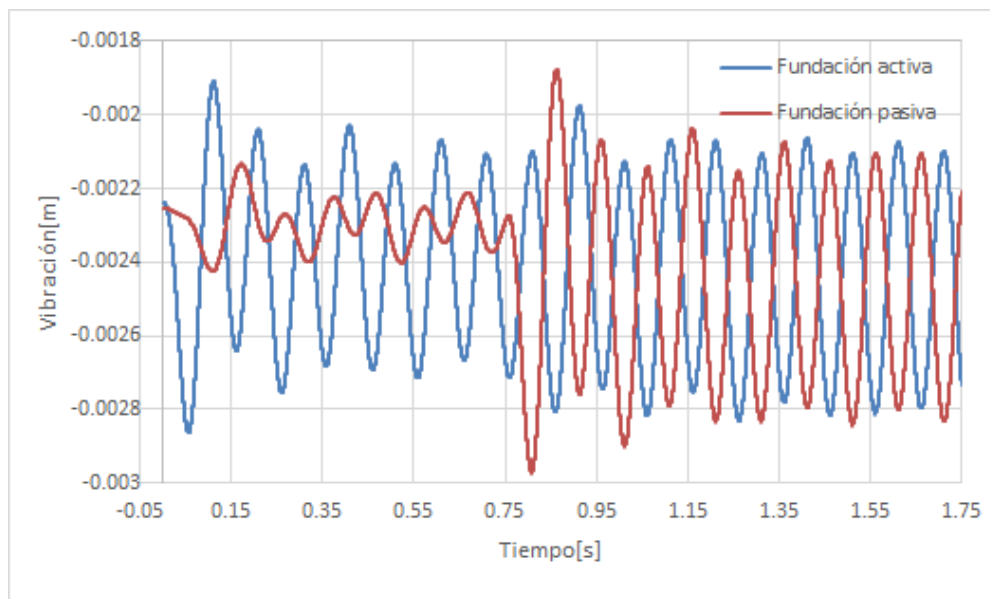


Figura 8.8: Respuesta dinámica de las fundaciones con un desfase de 0.75[s]

8.3- Dos máquinas funcionando al mismo tiempo.

Debido a que en la industria el caso más habitual es que este en operación al mismo tiempo más de una máquina se estudia el caso de dos Chancadores encendidos al mismo tiempo, para ello se calcula el factor de transmisión activo para distintas razones S/B, de los resultados se obtiene que debido a la interferencia de onda sucede una disminución de las vibraciones, tal como se muestra en la figura 8.9.

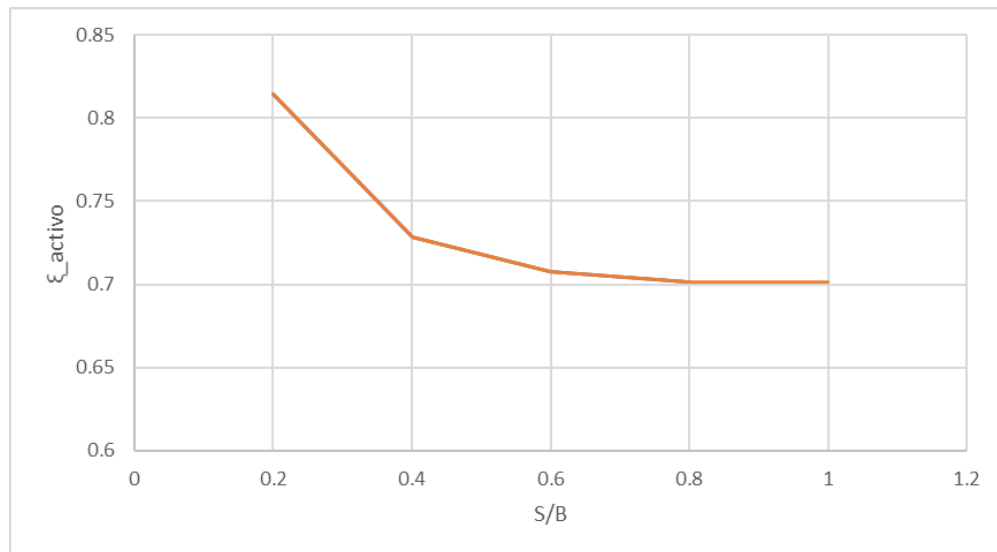


Figura 8.9: Factor de transmisión activo para el caso de dos Chancadores en operación

Capítulo 9

9.- Influencia de un talud cercano.

En este capítulo se estudia la influencia que tiene un talud en la respuesta dinámica de una estructura.

El medio corresponde al norte de Chile, por lo que este es caracterizado según lo explicado en la sección 7.5.1. El talud posee una altura de 5[m] y una inclinación de 25°, un valor pequeño respecto a su ángulo de fricción interna.

En el estudio se considera una fundación superficial de dimensiones 5[m]x5[m]x2[m] de espesor y una frecuencia de carga de 15[Hz] de esta manera se está cerca de la resonancia, ello sumado a la cercanía del talud permiten el análisis de la estructura en una situación adversa.

De manera previa al análisis con el fin de tener mayor claridad sobre la estabilidad del talud se determina su factor de seguridad a través del método de la reducción de propiedades, del cual se obtiene un factor de seguridad de 1.664 lo que indica que el talud es bastante estable, importante mencionar además que en este cálculo previo el algoritmo utilizado considera la plastificación del medio, en la figura 9.1 se muestra el modo de falla del talud una vez que el algoritmo ha finalizado sus iteraciones, el cual indica un modo de falla superficial.

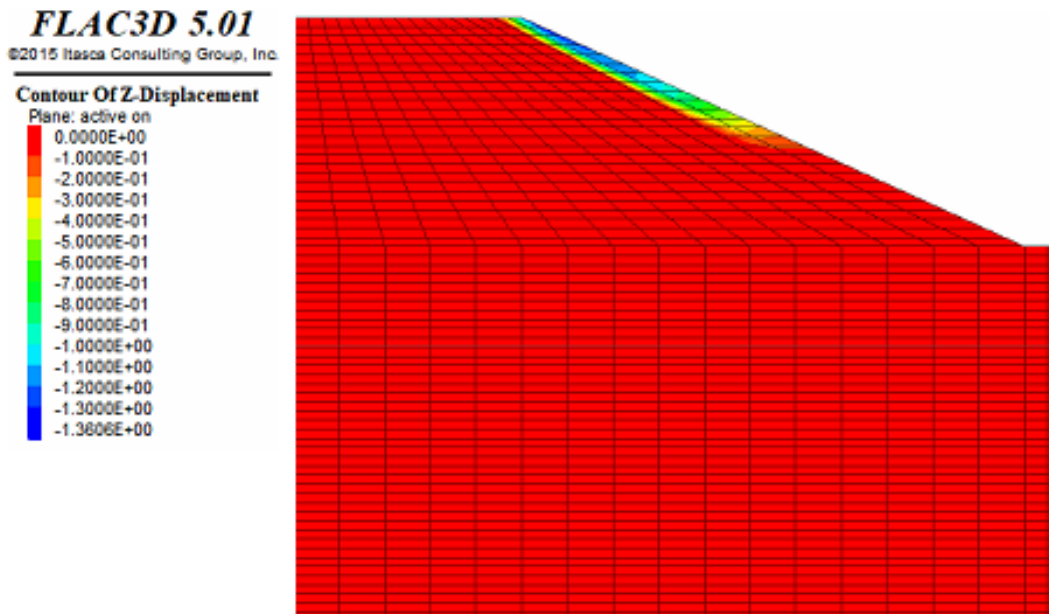


Figura 9.1: Modo de falla de talud

9.2- Efecto del ángulo de fricción interna.

En esta sección se estudia la influencia del ángulo de fricción interna en la respuesta estática y dinámica, para lo cual se varia esta propiedad entre los valores de 27° y 36° , además se considera una distancia constante entre el extremo de la fundación y el talud de 1[m].

En las figuras 9.2 y 9.3 se observa los desplazamientos producidos en la etapa estática considerando un ángulo de fricción de 36° y 29° respectivamente, de ellos en la primera figura se ve una pequeña asimetría en la respuesta, mientras que en la segunda una gran asimetría en ella, lo que indica que la influencia del talud está directamente relacionada con su factor de seguridad, a medida que este sea más pequeño mayor será la influencia del talud, en este caso se espera la ocurrencia de asentamientos diferenciales.

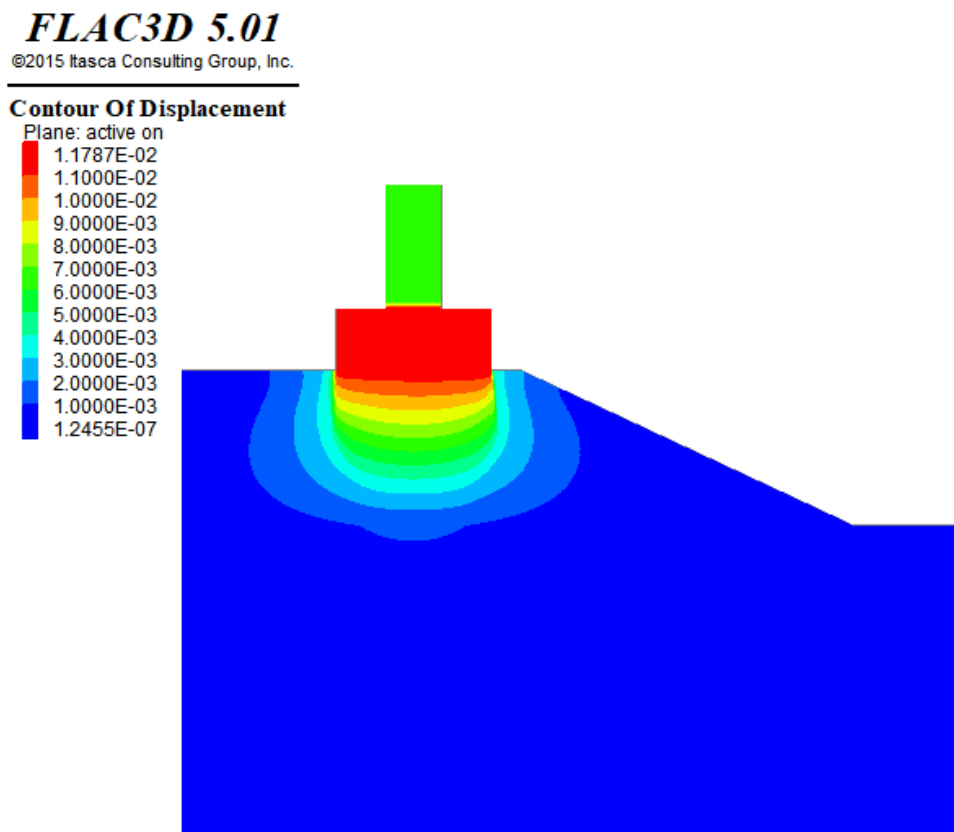


Figura 9.2: Desplazamiento considerando un ángulo de fricción de 36°

FLAC3D 5.01

©2015 Itasca Consulting Group, Inc.

Contour Of Displacement

Plane: active on

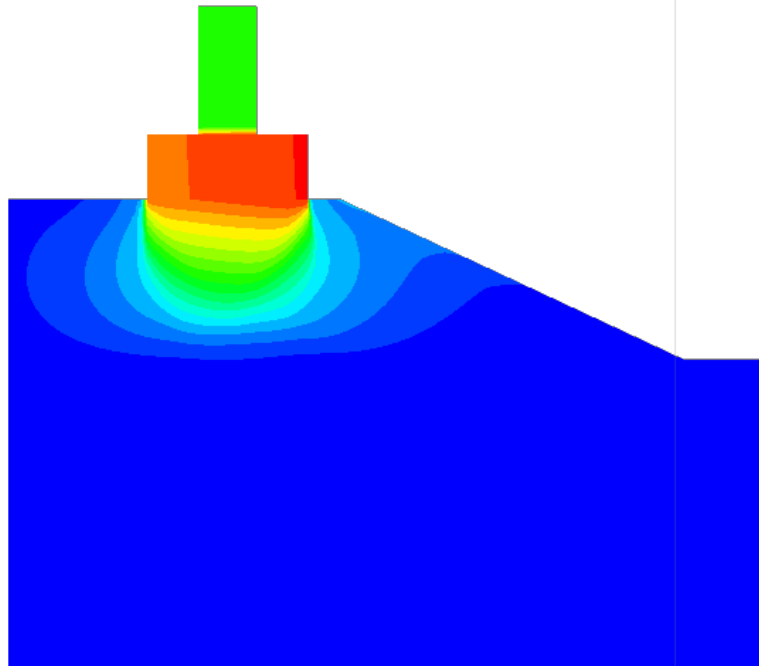
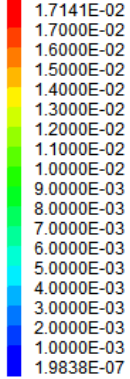


Figura 9.3: Desplazamientos con un ángulo de fricción de 29 grados.

En la siguiente tabla se muestra los desplazamientos estáticos en tres puntos de la fundación (A, B, C), donde el primero está a 40[cm] del extremo izquierdo, el segundo se ubica en la mitad de la fundación y el tercero a 40[cm] del extremo derecho, estos resultados confirman la ocurrencia de leves asentamientos diferenciales que aumentan a medida que el ángulo de fricción disminuye.

Tabla 9.1: Respuesta estática en diferentes puntos de la fundación

ϕ°	A[m]	B[m]	C[m]
27	0.01751	0.01816	0.01886
29	0.01600	0.01630	0.01649
32	0.01393	0.01407	0.01421
36	0.01167	0.01173	0.01178

En cuanto a la respuesta dinámica esta se ve fuertemente afectada por el ángulo de fricción, en la figura 9.4 se muestra las deformaciones de corte producidas en el centro de la base de la fundación, se observa que cuando se inicia la operación de la maquina se genera un fuerte incremento en la deformación de corte, para luego deformar en torno a un valor con una amplitud definida, esto último se cumple para los ángulos de 36° a 29°, sin embargo

para valores menores como 27° se observa que la deformación de corte sigue aumentando lo que puede sugerir que el suelo está plastificándose, por lo que se revisa la plastificación de las zonas del modelo en las figuras 9.5 y 9.6 para ángulos de fricción interna de 27° y 36° respectivamente, de las cuales se observa que en el primer caso se está formando una cuña de falla, mientras que en el segundo caso apenas se percibe plastificación.

Finalmente, en la tabla 9.2 se muestra las amplitudes de vibración para los diferentes puntos de la fundación según el ángulo de fricción, estos resultados muestran un comportamiento similar al caso estático, donde se produce leves asentamientos diferenciales.

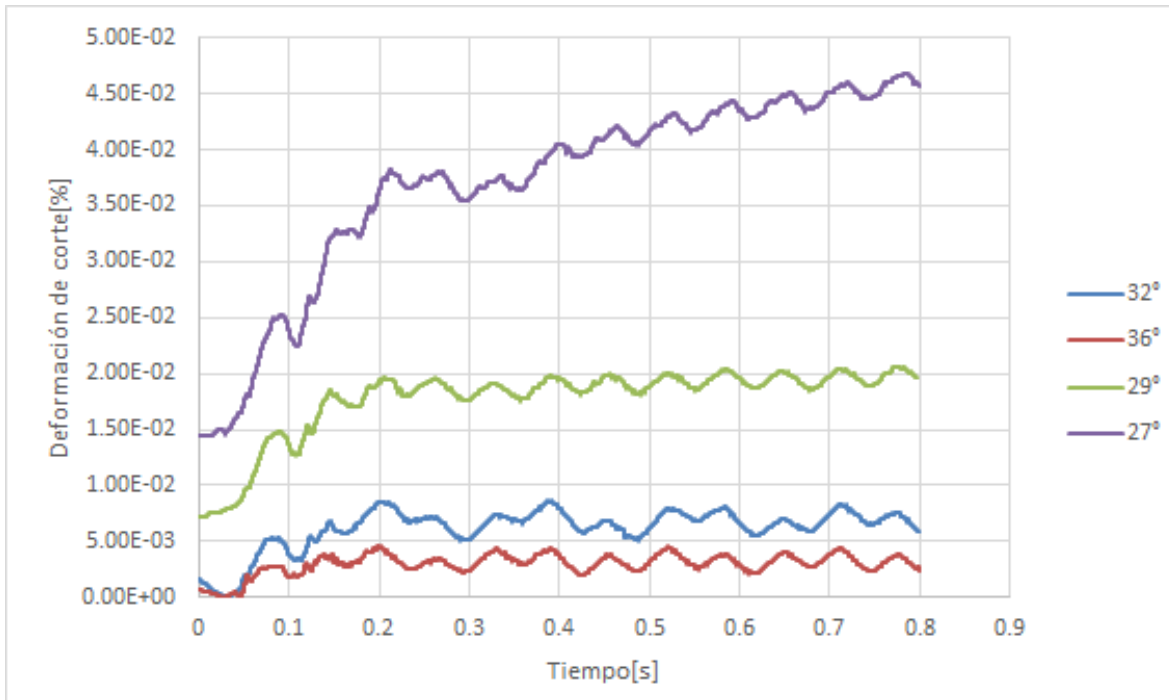


Figura 9.4: Deformación de corte para distintos ángulos de fricción

FLAC3D 5.01

©2015 Itasca Consulting Group, Inc.

Zone
 Plane: active on
 Colorby: State -Average
 None
 shear-n shear-p tension-p
 shear-n tension-n shear-p tension-p
 shear-p tension-p
 tension-p

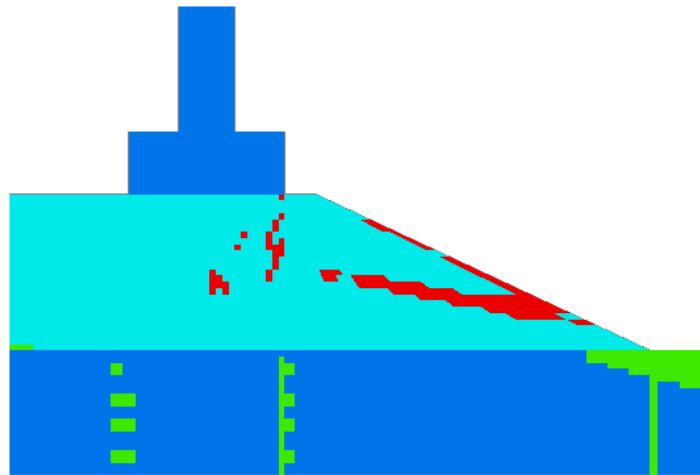


Figura 9.5: Plastificación considerando un ángulo de 27°

FLAC3D 5.01

©2015 Itasca Consulting Group, Inc.

Zone
 Plane: active on
 Colorby: State -Average
 None
 shear-n shear-p tension-p
 shear-n tension-n shear-p tension-p
 shear-p tension-p
 tension-p

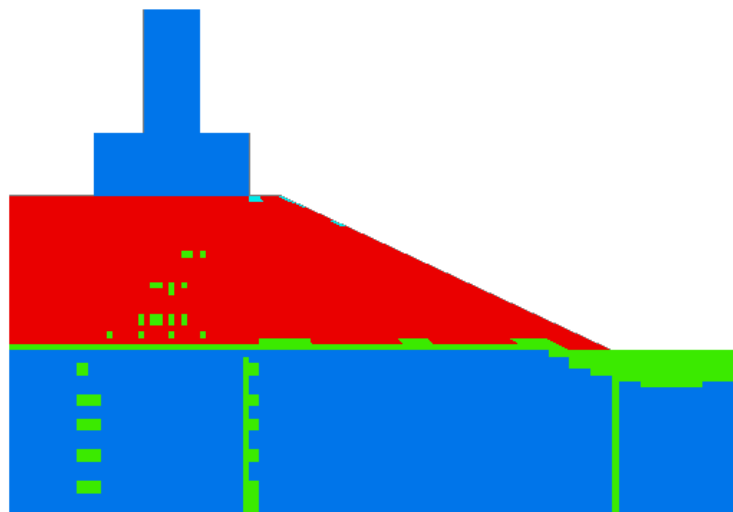


Figura 9.6: Plastificación considerando un ángulo de 36°

Tabla 9.2: Amplitud de vibración

ϕ°	A[m]	B[m]	C[m]
27	0.00042123	0.00043028	0.00043461
29	0.00041985	0.00042961	0.00043400
32	0.00041833	0.00042899	0.00043397
36	0.00041770	0.00042744	0.00043259

9.2 Efecto de la distancia del talud.

En esta sección se repite el análisis mostrado anteriormente, con la diferencia que ahora el extremo de la fundación se ubica a una distancia de 2[m] del talud.

En la figura 9.7 se observa los desplazamientos totales del modelo, si bien se sigue observando cierta asimetría en la respuesta estática esta es menor que la obtenida en el análisis, en la tabla 9.3 se tiene la respuesta estática para los diferentes putos de la fundación, la cual es bastante similar a la obtenida en el análisis anterior.

Respecto a la respuesta dinámica se observa que la ubicación de la fundación respecto al talud posee una gran influencia, en la figura 9.8 se sigue observando zonas del talud que plastifican, pero ahora en menor cantidad respecto la situación anterior.

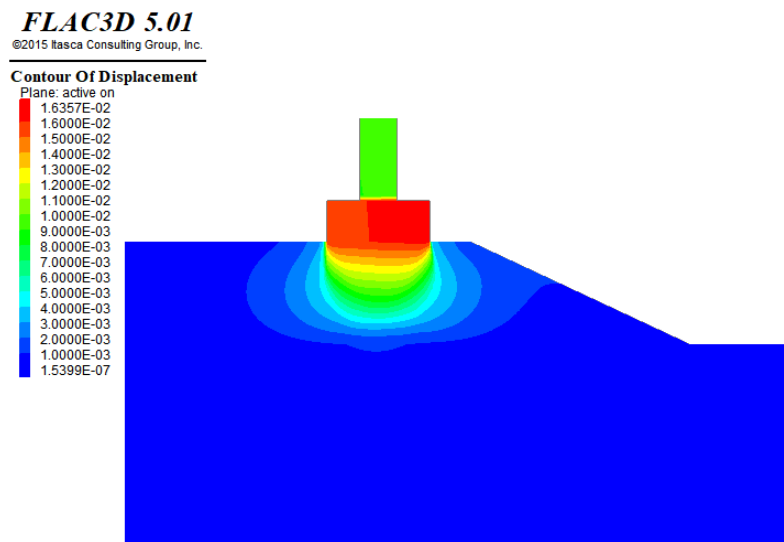


Figura 9.7: Desplazamientos con un ángulo de fricción de 29 considerando una distancia de 2[m] al talud

Tabla 9.3: Desplazamiento estático en distintos puntos de la fundación

ϕ	A[m]	B[m]	C[m]
27	0.01830	0.01848	0.01866
29	0.01523	0.01542	0.01561
32	0.01212	0.01214	0.01214
36	0.01156	0.01159	0.01168

FLAC3D 5.01

©2015 Itasca Consulting Group, Inc.

Zone
Plane: active on
Color by: State - Average

None
shear-n shear-p tension-p
shear-n tension-n shear-p tension-p
shear-p tension-p
tension-p

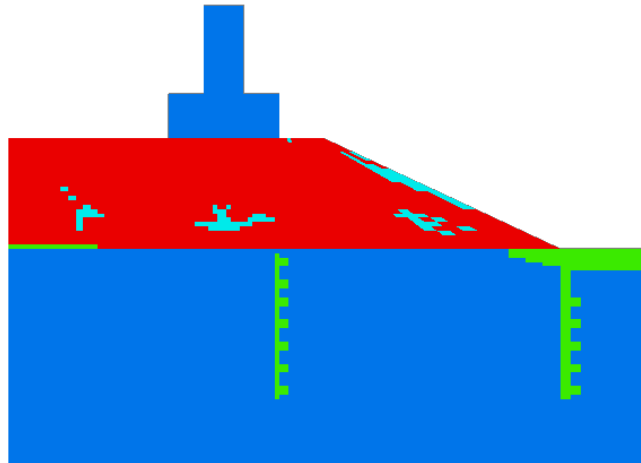


Figura 9.8: Plastificación de las zonas del modelo considerando un ángulo de fricción de 27 y una distancia de 2[m]

Capítulo 10

10.- Conclusiones.

Respecto a la utilización de modelos numéricos en la sección 5.2 se verificó que estos son altamente sensibles al modo en que estos se usan, esto por la imposición de condiciones de borde ficticias y por la manera en que el problema es discretizado, por ello en todo estudio de estas características es de vital importancia hacer estudios de sensibilidad previos, para luego utilizar dichos resultados en la validación del modelo.

La metodología de diferencias finitas implementada en el software FLAC3D mostró ser una herramienta útil, capaz de entregar resultados con una exactitud aceptable para uso ingenieril, donde la exactitud depende en gran medida de que tan bien el modelo constitutivo pueda representar el fenómeno que se estudia.

Para el caso estudiado, resultó adecuado (en cierto rango de frecuencia) utilizar un modelo elástico lineal, ya que el suelo y fundación se ve sujeto a vibraciones con una amplitud del orden de 10^{-6} [m], por lo que es esperable que el medio responda de manera lineal. Sin embargo, al tratarse de un fenómeno dinámico las propiedades dependen también de la tasa de deformación, lo que provoca que el medio responda con otra rigidez, tal como se muestra en la figura 10.1, de esta manera se explica parte del error obtenido en la validación del modelo, ya que la forma en que se representó el medio no considera dicho efecto.

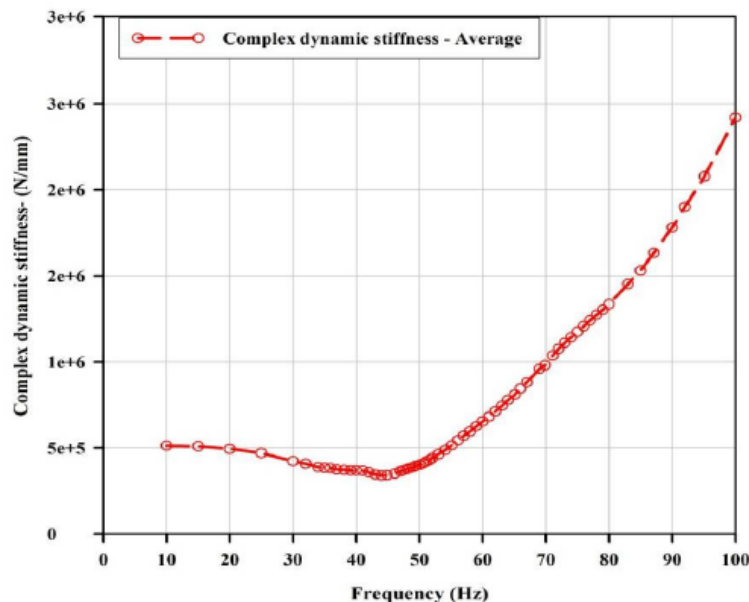


Figura 10.1: Rigidez dinámica obtenida por MBawala.

El modelo numérico mostró ser también capaz de estimar con buena precisión la frecuencia natural en situaciones de mayor complejidad como es el considerar una fundación medianamente enterrada, además dichos resultados pueden ser respaldados de buena manera mediante expresiones semi analíticas como las propuestas por Lysmer (refiérase a la ecuación 2.9) o la expresión de Barkan (ecuación 2.7) para fundaciones superficiales y para fundaciones enterradas o medianamente enterradas la expresión de Barkan corregida por el factor η_z de enterramiento.

Respecto a la importancia relativa de las distintas variables que influyen en la respuesta dinámica del sistema, la razón de frecuencia mostró ser sin duda la variable más importante al poder generar respuestas con una variación del orden del 1000[%] entre si, luego la variable que le sigue en importancia es el ancho y largo de la fundación, la cual logra aumentar la rigidez del sistema manteniendo aproximadamente constante la razón de frecuencia y logra reducir la amplitud de vibración en un orden del 60[%], en tercer lugar se tiene el espesor de la fundación la cual logra reducir la amplitud de vibración al disminuir la frecuencia natural y alejarla de la frecuencia de operación, sin embargo dicho efecto se logra solo si la frecuencia de operación es superior a la frecuencia natural como el caso analizado anteriormente.

Respecto al enterramiento de la fundación se obtuvo que este no logro grandes reducciones en la amplitud de vibración, sin embargo dicho efecto está sujeto al perfil de velocidad de onda de corte, ya que algunos medios pueden obtener mayor rigidez en menor profundidad que otros, además tampoco se descarta que dicha variable no sea de relevancia ya que habría que estudiar su influencia en otros grados de libertad como el horizontal , donde se espera que tenga gran relevancia debido al contacto de las paredes de la fundación con el suelo.

Por otro lado, en el análisis de interferencia dinámica se obtiene resultados similares a los reproducidos por Vivek[17], se tiene que las vibraciones de la fundación se ven favorecidas por la presencia de otra fundación, ya sea que esta se encuentre con una maquina en operación o no, donde la primera situación, genera mayor reducción en las vibraciones respecto de la segunda, debido a la interferencia destructiva de las ondas mecánicas generadas por ambas máquinas. En específico cuando solo una de las máquinas se encuentra en operación se logra una reducción del orden del 15[%], dependiendo del distanciamiento de ambas, mientras que en el otro caso la reducción puede llegar a valores del 30[%] respecto la vibración de una fundación aislada

También es importante mencionar que debido a que el análisis fue efectuado a un distanciamiento máximo entre ambas fundaciones de $B[m]$, el estado tensional del modelo también está influenciado por las cargas estáticas, ya que estudios de la literatura indican que este fenómeno tiene lugar hasta un distanciamiento máximo de 4 veces el ancho de la fundación.

Respecto a la presencia del talud se concluye que la influencia de este en la respuesta tanto estática como dinámica depende de la estabilidad de este, donde taludes con un alto factor de seguridad (por ejemplo 1.6 o mayores) influyen levemente la respuesta de la estructura, aun cuando está cerca del talud, mientras que taludes menos estables influyen más, pudiendo producir asentamientos diferenciales donde la magnitud de ellos depende entre otras cosas de las características del talud.

Se tiene también que las deformaciones de corte son sensibles al ángulo de fricción interna, en especial para valores bajo como 27 grados, donde la ocurrencia de falla se vuelve más probable, además se tiene valores que podrían sugerir la degradación del suelo, incluso para valores elevados de fricción interna como 36 grados, sin embargo, esto es solo un fenómeno que ocurre localmente en la base de la fundación, ya que en profundidades mayores aquellas deformaciones disminuyen.

Por último respecto al diseño de este tipo de estructuras resulta fundamental tener una adecuada representación del medio mediante ensayos de laboratorio y de terreno, con ello se puede estimar la frecuencia natural, la cual junto a las restricciones de desplazamiento, las características del medio y las dimensiones de la máquina permiten definir un rango de frecuencias de operación de manera que esta pueda cumplir con su tarea y a la vez mantenerse alejada de la frecuencia natural con el fin de evitar daños en la máquina que puedan cortar la producción.

Específicamente para el caso del norte de Chile se tiene que una fundación de 5[m]x5[m]x2[m] son dimensiones adecuadas, en tanto esta tiene las dimensiones necesarias para el tamaño de la máquina y esta obtiene reducidas vibraciones en un amplio rango de frecuencias, ello en el contexto de las amplitudes recomendadas por Gazetas.

Capítulo 11

11.- Referencias.

- [1] Comité, A. C. I. 351 (2004). Foundations for Dynamic Equipment. American Concrete Institute, ACI. Farmington Hills, EE. UU.
- [2] Reissner, E. (1936). Stationäre, axialsymmetrische, durch eine schüttelnde Masse erregte Schwingungen eines homogenen elastischen Halbraumes. *Ingenieur-Archiv*, 7(6), 381-396.
- [3] Barkan, D. D. (1962). Dynamics of based and foundations. McGraw-Hill.
- [4] Lysmer, J. (1965). Vertical motion of rigid footings. Michigan Univ. Ann Arbor Coll of Engineering.
- [5] Whitman, R. V., & Richart, F. E. (1967). Design procedures for dynamically loaded foundations.
- [6] Gazetas, G. (1975). Dynamic stiffness functions of strip and rectangular footings on layered media (Doctoral dissertation, Massachusetts Institute of Technology).
- [7] Veletsos, A. S., & Verbič, B. (1973). Vibration of viscoelastic foundations. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2(1), 87-102.
- [8] Gazetas, G. (1983). Analysis of machine foundation vibrations: state of the art. *International Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2(1), 2-42.
- [9] Gazetas, G. (1991). Formulas and charts for impedances of surface and embedded foundations. *Journal of geotechnical engineering*, 117(9), 1363-1381.
- [10] Kumar, R., Choudhury, D., & Bhargava, K. (2016). Simulation of rock subjected to underground blast using FLAC3D. *Japanese Geotechnical Society Special Publication*, 2(12), 508-511.
- [11] Jesmani, M., & Kamalzare, M. (2010). Comparison between numerical and analytical solutions of dynamic response of circular shallow footing. *Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, 15, 1768-1781.
- [12] Ghosh, P. (2012). FLAC based numerical studies on dynamic interference of two nearby embedded machine foundations. *Geotechnical and Geological Engineering*, 30(5), 1161-1181.
- [13] Stuart, J. G. (1962). Interference between foundations, with special reference to surface footings in sand. *Geotechnique*, 12(1), 15-22.
- [14] DAs, B. M., & Larbi-Cherif, S. (1983). Bearing capacity of two closely-spaced shallow foundations on sand. *Soils and foundations*, 23(1), 1-7.
- [15] Khan, I. N., Bohara, K. C., Ohri, M. L., & Singh, A. (2006). A study on interference of surface model footings resting on sand. *Journal-the institution of engineers, Malaysia*, 67(1).
- [16] Nainegali, L., & Ekbote, A. G. (2016). Interference of Two Nearby Footings Resting on Clay Medium. In *Geotechnical Applications* (pp. 59-67). Springer, Singapore.

- [17] Wong, H. L., & Luco, J. E. (1986). Dynamic interaction between rigid foundations in a layered half-space. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 5(3), 149-158.
- [18] Crouse, C. B., Dawson, E., Amaya, P., & Sen, P. (2010). Vibration Analysis of Rotating Fans Mounted on Adjacent Rectangular Foundation Blocks.
- [19] Vivek, P., & Ghosh, P. (2012). Dynamic interaction of two nearby machine foundations on homogeneous soil. In *GeoCongress 2012: State of the Art and Practice in Geotechnical Engineering* (pp. 21-30).
- [20] Swain, A., & Ghosh, P. (2015). Experimental study on dynamic interference effect of two closely spaced machine foundations. *Canadian Geotechnical Journal*, 53(2), 196-209.
- [21] Alder, B., Fernbach, S., Rotenberg, M., & Gillis, J. (1964). Methods in computational physics. *Physics Today*, 17, 48.
- [22] Belytschko, T., Liu, W. K., & Smolinski, P. (1983). COMPUTATIONAL METHODS FOR ANALYSIS OF TRANSIENT RESPONSE. In *Unknown Host Publication Title*. ASCE.
- [23] Kuhlemeyer, R. L., & Lysmer, J. (1973). Finite element method accuracy for wave propagation problems. *Journal of Soil Mechanics & Foundations Div*, 99(Tech Rpt).
- [24] Lysmer, J., & Kuhlemeyer, R. L. (1969). Finite dynamic model for infinite media. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 95(4), 859-878.
- [25] Mbawala, S. J. (2015). Behaviour of machine foundations subjected to vertical dynamic loading (Doctoral dissertation, University of Pretoria).
- [26] Itasca Consulting Group. (2015). FLAC3D manual.