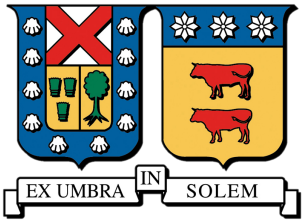
UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA
VALPARAÍSO – CHILE



"Estudio del Comportamiento del Número de Nusselt Local en Flujo Laminar Simultáneamente en Desarrollo para Canales Rectangulares"

Josué Matías Orellana Tello

MEMORIA DE TÍTULO
INGENIERO CIVIL MECÁNICO

PROFESOR GUÍA: Dr. CARLOS EDUARDO ROSALES HUERTA
PROFESOR CORREFERENTE: Dr. HERNAN ANDRES OLGUIN ASTUDILLO
VALPARAÍSO, SEPTIEMBRE 2026

CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): ☒ Memoria o trabajo de título ☐ Tesis de Postgrado

Título del trabajo: "Estudio del Comportamiento del Número de Nusselt Local en Flujo Laminar Simultáneamente en Desarrollo para Canales Rectangulares"

Nombre del candidato(a): Josue Matías Orellana Tello

Carrera / Grado: Ingeniería Civil Mecánica

Campus: Casa Central Valparaíso **Departamento:** Ingeniería Mecánica

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, CARLOS ROSALES HUERTA, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

☒ El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

☐ El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por **(marcar una opción)**:

☐ 6 meses ☐ 12 meses ☐ 2 años ☐ 3 años ☐ 5 años ☐ 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 3/11/2026 **Firma:** C. Rosales H.

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 02-11-2026 **Firma:**

Quiero agradecer a mi madre y a mi hermano, Ana y Hernán, por inspirarme siempre a dar lo mejor de mí. A mi pareja, Montserrat, mi gran apoyo durante todo este proceso, por todos estos años de amor, compañía y por estar siempre a mi lado.

A mis grandes amigos, con quienes compartí risas, tristezas y mucho trabajo. A Felipe, por su generosidad infinita, a Ignacio, Nohat y Francisco, por acompañarme durante estos años, por cada momento compartido y por hacer de este camino una etapa que recordaré siempre con mucho cariño.

También quiero agradecer a mis profesores guía, Carlos y Hernán, a quienes respeto y admiro profundamente. Gracias por compartir conmigo, con paciencia y disposición, sus conocimientos y experiencia.

"Mira que te mando que te esfuerces y seas valiente;
no temas ni desmayes, porque Jehová tu Dios estará
contigo en dondequiera que vayas."

Josué 1:9

Resumen

En esta memoria se estudia numéricamente la transferencia de calor en flujo laminar simultáneamente en desarrollo dentro de ductos rectangulares, bajo condición de temperatura de pared constante. El análisis se centra en el comportamiento del número de Nusselt local y medio, considerando la influencia del número de Prandtl y de la razón de aspecto de la sección transversal. Las simulaciones se realizaron en Ansys Fluent mediante el método de volúmenes finitos, resolviendo las ecuaciones completas de continuidad, cantidad de movimiento y energía. Se estudiaron siete razones de aspecto, $\alpha^* \in \{1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/10\}$, ocho números de Prandtl entre 0.1 y 50, y números de Reynolds entre 250 y 2000. A partir de los campos numéricos se desarrolló una herramienta de post-procesamiento en Python para calcular el número de Nusselt local mediante balances de energía, incorporando la conducción térmica axial presente en la ecuación de energía.

La solución numérica fue verificada mediante estudios de independencia de malla y comparaciones con resultados disponibles en la literatura. En el régimen completamente desarrollado, las diferencias respecto de los valores reportados por Shah y London [6] se mantuvieron por debajo de 0.6 %. La comparación con los resultados de Wibulswas [9] para $Pr = 0.72$ mostró mayores discrepancias hacia las menores posiciones de x^*. Al recalcular el número de Nusselt medio restringiendo la integración a $x^* \geq 10^{-4}$, el error medio general disminuyó a 2.82 % y el error máximo a 5.06 %.

Los resultados muestran que la evolución del número de Nusselt depende de la razón de aspecto y del número de Prandtl. Para una misma posición térmica x^*, el número de Prandtl determina el estado relativo de desarrollo hidrodinámico mediante la relación $x^+ = Pr\, x^*$, mientras que la dependencia residual con el número de Reynolds disminuye al aumentar el número de Péclet y al avanzar aguas abajo. Dentro del rango estudiado se adoptó $Pe > 500$ y $x^* \geq 10^{-4}$ como criterio práctico para identificar una región en la que esta dependencia se encuentra suficientemente reducida. Finalmente, se desarrollaron correlaciones para Nu_x y Nu_m en función de x^* y Pr para cada una de las razones de aspecto estudiadas, obteniéndose errores relativos máximos de ajuste de 1.25 % para Nu_x y 0.85 % para Nu_m dentro del dominio de aplicación establecido.

Índice general

Resumen **2**

Nomenclatura **10**

1. Introducción **12**

1.1. Contexto 12

1.2. Problema 13

1.3. Objetivos 13

1.3.1. Objetivo general 13

1.3.2. Objetivos específicos 13

1.4. Alcance 14

2. Marco Teórico **15**

2.1. Principios de transferencia de calor 15

2.1.1. Convección natural 15

2.1.2. Convección forzada 16

2.1.3. Coeficiente de transferencia de calor por convección 16

2.2. Concepto de capa límite 16

2.2.1. Capa límite hidrodinámica 17

2.2.2. Capa límite térmica 17

2.2.3. Número de Prandtl 18

2.3. Convección interna forzada 19

2.3.1. Velocidad media 19

2.3.2. Diámetro hidráulico y razón de aspecto 19

2.3.3. Número de Reynolds y régimen de flujo 20

2.3.4. Temperatura de bulk 20

2.3.5. Desarrollo del flujo en convección interna 21
2.4. Número de Nusselt 24
2.4.1. Definición general 24
2.4.2. Número de Nusselt local 24
2.4.3. Número de Nusselt medio 25
2.4.4. Condiciones de borde térmicas 26

3. Estado del Arte **28**
3.1. Antecedentes del problema de entrada térmica 28
3.2. Desarrollo simultáneo en ductos rectangulares: formulación de Wibulswas . . 28
3.2.1. Formulación parabólica 29
3.2.2. Método numérico y estructura adimensional del avance 30
3.2.3. Casos estudiados y alcance de los resultados 32
3.3. Resolución numérica de la región de entrada y correlaciones 34

4. Metodología **36**
4.1. Hipótesis y ecuaciones gobernantes 36
4.2. Dominio computacional 38
4.3. Condiciones de borde 39
4.4. Configuración numérica 39
4.4.1. Mallado 39
4.4.2. Configuración del solver 42
4.5. Post-procesamiento 43
4.5.1. Agrupación por posición axial 43
4.5.2. Temperatura de bulk y velocidad media 43
4.5.3. Balance energético y coeficiente convectivo local 44
4.5.4. Número de Nusselt local 46
4.5.5. Número de Nusselt promedio 46

5. Resultados y Discusión **48**

5.1. Verificación del modelo numérico 48
5.1.1. Independencia de malla 48
5.1.2. Aproximación parabólica 54
5.1.3. Comparación con los datos de Wibulswas 57
5.1.4. Número de Nusselt completamente desarrollado 60
5.2. Comportamiento del número de Nusselt local y medio 61
5.2.1. Influencia de la razón de aspecto y del número de Prandtl 61
5.3. Correlaciones para el número de Nusselt local y medio 64

6. Conclusiones **67**

A. Coeficientes de las correlaciones del número de Nusselt **70**
A.1. Nusselt local 70
A.2. Nusselt medio 72

B. Nusselt local y medio obtenido **75**
B.1. $Pr = 0.1$ 75
B.2. $Pr = 0.5$ 78
B.3. $Pr = 0.72$ 81
B.4. $Pr = 1$ 84
B.5. $Pr = 7$ 87
B.6. $Pr = 10$ 89
B.7. $Pr = 20$ 91
B.8. $Pr = 50$ 94

C. Sensibilidad a la longitud del dominio **97**

Índice de figuras

2.1. Desarrollo de la capa límite hidrodinámica sobre una placa plana. Fuente: [3, Fig. 6.1, p. 349]. 17

2.2. Desarrollo de la capa límite térmica sobre una placa plana. Fuente: [3, Fig. 6.2, p. 350]. 17

2.3. Desarrollo de la capa límite hidrodinámica en flujo laminar al interior de un ducto circular. Fuente: [3, Fig. 8.1, p. 486]. 21

3.1. Esquema del procedimiento de avance axial empleado por Wibulswas. Elaboración propia a partir de [9]. 32

3.2. Evolución del número de Nusselt medio para distintas razones de aspecto bajo Condición T y $Pr = 0.72$. Elaboración propia a partir de los datos de Wibulswas [9]. 33

4.1. Dominio utilizado en las simulaciones. Elaboración propia. 38

4.2. Mallado transversal con refinamiento mediante *Inflation* para dos razones de aspecto representativas. 41

4.3. Distribución axial de la malla generada mediante *Sweep*. 42

4.4. Volumen de control utilizado para el balance energético en la posición z_i. Elaboración propia. 44

5.1. Nusselt local para distintas discretizaciones transversales. Caso: $\alpha^* = 1$, $Re = 100$, $Pr = 0.72$, Condición T. 49

5.2. Errores L_2 global y restringido a $x^* \geq 0.05$ para cada malla evaluada respecto a la malla de referencia. 51

5.3. Nusselt local para distintas discretizaciones axiales. Caso: $\alpha^* = 1$, $Re = 2000$, $Pr = 50$, Condición T. 53

5.4. Nusselt local para distintos números de Reynolds. Casos: $\alpha^* = 1$, $Pr = 0.1$, 0.72, 7 y 50. 54

5.5. Nusselt local para distintos números de Péclet. Caso: $\alpha^* = 1$, $Pr = 1$. 56

5.6. Comparación del Nusselt medio frente a los valores de Wibulswas. Caso: $Re = 1000$, $Pr = 0.72$. 58

5.7. Nusselt medio frente a Wibulswas para $\alpha^* = 1$ y $Pr = 0.72$, considerando un dominio de integración acotado a $x^* \geq 10^{-4}$. 60

5.8. Nusselt medio para las siete razones de aspecto. Casos: $Pr = 0.1$, 0.72, 7 y 50. 62

5.9. Nusselt local para las siete razones de aspecto. Caso: $Pr = 7$. 63

5.10. Nusselt local y medio para los ocho números de Prandtl. Caso: $\alpha^* = 1$. 63

C.1. Comparación del Nusselt local entre el dominio calculado y el dominio extendido. Caso: $\alpha^* = 1$, $Re = 250$ y $Pr = 0.1$. 98

Índice de tablas

3.1. Síntesis de los principales antecedentes considerados en esta memoria. 35

4.1. Dimensiones de los ductos utilizados en las simulaciones. 38

4.2. Métricas de calidad de malla para las razones de aspecto estudiadas. 40

5.1. Errores de cada malla respecto a la malla de referencia. Caso: $\alpha^* = 1$, $Re = 100$, $Pr = 0.72$, condición T. 50

5.2. Errores para cada razón de aspecto respecto a la malla de referencia. Caso: Re = 2000, Pr = 50, Condición T 52

5.3. Norma L_2 para las distintas discretizaciones axiales respecto de la malla de referencia.Caso: $\alpha^* = 1$, $Re = 2000$, $Pr = 50$, Condición T. 53

5.4. Error relativo máximo del Nusselt local respecto al caso de referencia $Re = 2000$, para los casos con $Pe > 500$, evaluado en $x^* = 10^{-4}$. 57

5.5. Errores relativos del Nusselt medio frente a Wibulswas para $Pr = 0.72$. . . . 59

5.6. Comparación del número de Nusselt completamente desarrollado para las distintas relaciones de aspecto. 61

5.7. Número de Reynolds utilizado para generar los datos de ajuste y número de Péclet correspondiente. 64

5.8. Desviación máxima de la correlación de Nu_x respecto de las soluciones CFD para $\alpha^* = 1$ y $x^* \geq 10^{-4}$. 66

A.1. Coeficientes b_{ij} de la correlación Nu_x para α^* de 1 a 1/10 70

A.8. Calidad del ajuste de la correlación de Nu_x 72

A.9. Coeficientes b_{ij} de la correlación Nu_m para α^* de 1 a 1/10 72

A.16. Calidad del ajuste de la correlación de Nu_m 74

B.1. Nusselt local y medio, Pr = 0.1, Re 250–2000 75

B.8. Nusselt local y medio, Pr = 0.5, Re 250–2000 78

B.15. Nusselt local y medio, Pr = 0.72, Re 250–2000 81

B.22. Nusselt local y medio, Pr = 1, Re 250–2000 84
B.29. Nusselt local y medio, Pr = 7, Re 250–2000 87
B.36. Nusselt local y medio, Pr = 10, Re 250–2000 89
B.43. Nusselt local y medio, Pr = 20, Re 250–2000 91
B.50. Nusselt local y medio, Pr = 50, Re 250–2000 94

C.1. Configuraciones utilizadas para el estudio de sensibilidad a la longitud del dominio. 98
C.2. Diferencias entre el dominio calculado y el dominio extendido. 99

Nomenclatura

Propiedades físicas del fluido

ρ	Densidad del fluido [kg/m^3]
μ	Viscosidad dinámica [Pa $\cdot$ s]
ν	Viscosidad cinemática, $\nu = \mu/\rho$ [m^2/s]
k	Conductividad térmica [W/(m $\cdot$ K)]
c_p	Calor específico a presión constante [J/(kg $\cdot$ K)]
α	Difusividad térmica, $\alpha = k/(\rho c_p)$ [m^2/s]

Símbolos latinos

a	Lado mayor de la sección rectangular [m]
b	Lado menor de la sección rectangular [m]
A_c	Área de la sección transversal [m^2]
D_h	Diámetro hidráulico [m]
h	Coeficiente de transferencia de calor por convección [W/(m$^2\cdot$K)]
L	Longitud del ducto [m]
P	Perímetro mojado [m]
q''_w	Flujo de calor en la pared [W/m^2]
$\dot{Q}_w$	Tasa de transferencia de calor desde la pared [W]
T	Temperatura [K]
T_i	Temperatura de entrada del fluido [K]
T_m	Temperatura de bulk o media de mezcla [K]
T_w	Temperatura de pared [K]
u, v, w	Componentes de velocidad en las direcciones x, y y z [m/s]
u_m	Velocidad media del flujo [m/s]
x, y	Coordenadas transversales [m]

z	Coordenada axial [m]

Símbolos griegos

δ	Espesor de la capa límite hidrodinámica [m]
δ_t	Espesor de la capa límite térmica [m]
θ	Temperatura adimensional
θ_m	Temperatura de bulk adimensional
λ	Variable axial de las correlaciones, $\lambda = \ln(1 + 1/x^*)$
ψ	Variable de las correlaciones, $\psi = \ln(Pr)$

Números adimensionales

Nu	Número de Nusselt
Nu_x	Número de Nusselt local
Nu_m	Número de Nusselt medio
Nu_T^{fd}	Número de Nusselt completamente desarrollado bajo condición T
Re	Número de Reynolds, $Re = \rho u_m D_h/\mu$
Pr	Número de Prandtl, $Pr = \mu c_p/k = \nu/\alpha$
Pe	Número de Péclet, $Pe = Re\,Pr$
Gz	Número de Graetz, $Gz = 1/x^*$
α^*	Razón de aspecto de la sección rectangular, $\alpha^* = b/a$
x^+	Coordenada axial hidrodinámica, $x^+ = z/(D_h Re)$
x^*	Coordenada axial térmica, $x^* = z/(D_h RePr)$

Subíndices

fd	Completamente desarrollado (*fully developed*)
m	Valor medio
w	Pared (*wall*)
x	Valor local

Capítulo 1

Introducción

Cuando un fluido ingresa a un ducto con perfiles de velocidad y temperatura inicialmente uniformes, y sus paredes se encuentran a una temperatura distinta a la del fluido, los campos hidrodinámico y térmico comienzan a desarrollarse simultáneamente desde la entrada. En esta región, los perfiles de velocidad y temperatura varían con la posición axial y los gradientes térmicos en la pared son más intensos que aguas abajo. Como consecuencia, el coeficiente de transferencia de calor por convección presenta sus mayores valores cerca de la entrada y disminuye progresivamente a medida que el flujo se desarrolla.

En ductos suficientemente largos, la región de entrada puede representar una fracción pequeña de la longitud total, por lo que la transferencia de calor puede caracterizarse principalmente a partir de las condiciones del flujo desarrollado. La situación cambia cuando la longitud del ducto es comparable con las escalas características de desarrollo, donde los efectos de entrada abarcan una parte significativa, o incluso la totalidad del ducto, y el comportamiento local de la transferencia de calor adquiere una influencia directa sobre el desempeño térmico del sistema. Esta condición es habitual en aplicaciones que emplean canales cortos o de dimensiones reducidas.

1.1 Contexto

El aumento de la densidad de potencia en dispositivos electrónicos ha impulsado el desarrollo de soluciones capaces de remover grandes flujos de calor en espacios reducidos. Yu et al. [10] señalan que los flujos de calor asociados a dispositivos microelectrónicos de alta potencia pueden alcanzar valores del orden de 1500 W/cm^2, mientras que la capacidad de disipación mediante enfriamiento por aire convencional se sitúa alrededor de 100 W/cm^2. Esta brecha ha motivado la búsqueda de alternativas más eficientes, entre las que se encuentran los disipadores basados en microcanales.

Uno de los trabajos pioneros en esta área corresponde a Tuckerman y Pease [8], quienes diseñaron un disipador integrado en un sustrato de silicio con canales rectangulares de dimensiones microscópicas. Utilizando agua como fluido refrigerante en régimen laminar, alcanzaron experimentalmente una disipación de hasta 790 W/cm^2. Este resultado demostró el potencial de los microcanales para la refrigeración de componentes de alta densidad de potencia.

En este tipo de sistemas, las reducidas dimensiones de los canales hacen que los efectos de entrada puedan adquirir una importancia significativa, ya que las longitudes de desarrollo pueden ser comparables con la longitud disponible para la transferencia de calor. En consecuencia, el comportamiento térmico no puede caracterizarse únicamente mediante las condiciones del régimen desarrollado, sino que requiere considerar la evolución local de la transferencia de calor.

1.2 Problema

El flujo laminar simultáneamente en desarrollo en ductos rectangulares ha sido abordado en distintos estudios clásicos, considerando la influencia de parámetros como la geometría, el número de Prandtl y la condición térmica impuesta en la pared [5, 9, 6]. Sin embargo, bajo condición de temperatura de pared uniforme, estos trabajos se limitaron a valores específicos de Pr o a un subconjunto de razones de aspecto, sin cubrir de manera conjunta ambos parámetros en un rango amplio. No se dispone, por tanto, de una caracterización sistemática de la influencia combinada del número de Prandtl y de la razón de aspecto α^* sobre el número de Nusselt local en este régimen.

Esta limitación adquiere especial importancia en la región de entrada, donde la transferencia de calor presenta sus mayores variaciones con la posición axial. Desde el punto de vista numérico, dicha región requiere también una adecuada resolución espacial debido a los elevados gradientes de velocidad y temperatura presentes cerca de la entrada y de las paredes.

De lo anterior surge la pregunta que motiva este trabajo: ¿cómo se comporta el número de Nusselt local en flujo laminar simultáneamente en desarrollo dentro de ductos rectangulares bajo condición de temperatura de pared uniforme al variar el número de Prandtl Pr y la razón de aspecto α^*, y es posible representar este comportamiento mediante correlaciones de ajuste útiles para el diseño?

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo general

Analizar el comportamiento local y medio de la transferencia de calor en flujo laminar simultáneamente en desarrollo dentro de canales rectangulares mediante simulaciones CFD basadas en el método de volúmenes finitos, empleando el software Ansys Fluent.

1.3.2 Objetivos específicos

- Configurar y discretizar el dominio computacional tridimensional de un canal rectangular, utilizando estrategias de mallado estructurado con refinamiento progresivo en las paredes,

realizando un estudio de independencia de malla para garantizar la convergencia de los resultados térmicos respecto a la resolución de la capa límite.

- Desarrollar una herramienta de post-procesamiento en Python que integre los campos de velocidad y temperatura para calcular el número de Nusselt local mediante balances de energía, enfocado en la condición de temperatura de pared constante.
- Computar soluciones para flujos con transferencia de calor en canales rectangulares, con condición de temperatura de pared constante, para diferentes combinaciones de razón de aspecto del canal y número de Prandtl del fluido, y generar curvas del número de Nusselt local y medio como función de la posición axial adimensional.
- Comparar los resultados obtenidos con soluciones ya disponibles para el número de Nusselt medio generadas con el método aproximado de Wibulswas.
- En base a los datos obtenidos, desarrollar correlaciones de ajuste para el número de Nusselt local y medio en función de la posición axial adimensional.

1.4 Alcance

El estudio es de carácter numérico y se restringe a flujo laminar, incompresible y con propiedades del fluido constantes, dentro de canales rectangulares de sección uniforme bajo condición de temperatura de pared constante. La transferencia de calor se analiza en el régimen de desarrollo simultáneo de las capas límite hidrodinámica y térmica, sin considerar efectos conjugados en las paredes.

El espacio de parámetros abarca las razones de aspecto $\alpha^* \in \{1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6, 1/10\}$ y los números de Prandtl $Pr \in \{0.1, 0.5, 0.72, 1, 7, 10, 20, 50\}$.

Las simulaciones se realizan en Ansys Fluent con el método de volúmenes finitos y refinamiento de malla concentrado en la región de entrada. El cálculo del número de Nusselt local se efectúa mediante una herramienta de post-procesamiento propia desarrollada en Python. Los resultados se comparan contra los valores asintóticos tabulados para el régimen plenamente desarrollado [6] y se contrastan con los datos de Wibulswas [9] para los parámetros en común.

Capítulo 2

Marco Teórico

Este capítulo establece las bases conceptuales necesarias para analizar la transferencia de calor en la región de entrada de un canal rectangular. El desarrollo parte de los principios generales de la convección y del coeficiente convectivo h, continúa con el concepto de capa límite, que explica su variación espacial, y se particulariza luego al flujo confinado en un conducto, donde se introducen las magnitudes de referencia y el proceso de desarrollo de los campos de velocidad y temperatura. Sobre esta base se define finalmente el número de Nusselt local, parámetro central de esta memoria, junto con las condiciones de borde térmicas que gobiernan su comportamiento.

2.1 Principios de transferencia de calor

Para el análisis del fenómeno en estudio, es fundamental definir la convección como el mecanismo de transferencia de calor en un fluido, en el cual intervienen tanto la difusión térmica como el transporte de energía debido al movimiento del fluido. A diferencia de la conducción pura, la convección combina dos fenómenos físicos [3]:

- Difusión térmica: Ocurre a nivel microscópico, producto de la interacción entre las moléculas del fluido. Corresponde a la transferencia de calor por conducción dentro del mismo medio.
- Advección: Corresponde al transporte de energía a nivel macroscópico, donde el calor es trasladado por el movimiento del fluido entre distintas regiones.

Estos mecanismos se presentan tanto dentro del fluido como en la interacción entre una superficie sólida y un fluido en movimiento. Según la causa que origina el desplazamiento del fluido, se distinguen dos regímenes principales:

2.1.1 Convección natural

El movimiento del fluido se genera por fuerzas de flotabilidad, originadas por variaciones de densidad debido a diferencias de temperatura. Al calentarse, el fluido disminuye su densidad y asciende, mientras que el fluido más frío desciende, generando corrientes que favorecen la transferencia de calor.

2.1.2 Convección forzada

En la convección forzada, el movimiento del fluido es inducido por un agente externo, como una bomba, un ventilador o un gradiente de presión impuesto.

El fenómeno estudiado en este trabajo corresponde a un caso de convección forzada, por lo que este régimen constituye el marco de referencia para el análisis de la transferencia de calor desarrollado posteriormente.

2.1.3 Coeficiente de transferencia de calor por convección

La transferencia de calor entre una superficie y el fluido adyacente se expresa habitualmente mediante la ley de enfriamiento de Newton [3]:

$$q''_w = h\,(T_w - T_\infty) \tag{2.1}$$

donde q''_w es el flujo de calor por unidad de área en la pared $\left[\mathrm{W/m^2}\right]$, T_w es la temperatura de la pared, T_∞ es la temperatura de referencia del fluido y h es el coeficiente convectivo de transferencia de calor $\left[\mathrm{W/(m^2{\cdot}K)}\right]$.

El coeficiente h no es una propiedad del fluido. Su valor depende de la geometría, las propiedades termofísicas, la velocidad del flujo y las condiciones térmicas impuestas. Esta dependencia se origina en la forma en que la velocidad y la temperatura varían cerca de la pared. Para describir esa región se introduce el concepto de capa límite.

2.2 Concepto de capa límite

Cuando un fluido en movimiento entra en contacto con una superficie sólida estacionaria, la condición de no deslizamiento impone una velocidad nula en la pared. A medida que se aleja de ella, la velocidad aumenta hasta aproximarse a la del flujo no afectado por la superficie, generándose un gradiente de velocidad en una región próxima a la pared. Esta región se denomina capa límite hidrodinámica [3].

Si además existe una diferencia de temperatura entre la pared y el fluido, se desarrolla una región próxima a la superficie donde la temperatura varía desde el valor de la pared hasta el del fluido no afectado térmicamente. Esta región corresponde a la capa límite térmica. Ambas capas se desarrollan en la dirección del flujo, aunque sus espesores no necesariamente evolucionan a la misma tasa.

2.2.1 Capa límite hidrodinámica

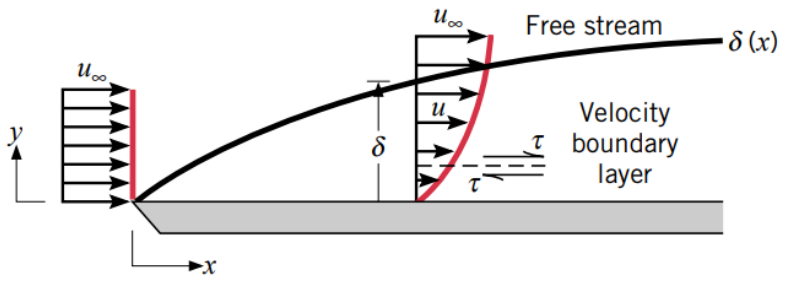


Figura 2.1: Desarrollo de la capa límite hidrodinámica sobre una placa plana.
Fuente: [3, Fig. 6.1, p. 349].

La capa límite hidrodinámica es la región próxima a la superficie donde los efectos viscosos son apreciables. Convencionalmente, su espesor $\delta(x)$ se define como la distancia desde la pared hasta el punto donde la velocidad alcanza el 99 % de la velocidad de la corriente libre u_∞ [3]:

$$u(x,\, y = \delta(x)) = 0.99\, u_\infty. \tag{2.2}$$

Como se observa en la Figura 2.1, el espesor $\delta(x)$ aumenta aguas abajo a medida que los efectos viscosos se extienden hacia el fluido. Una capa límite delgada presenta variaciones de velocidad más pronunciadas en las proximidades de la pared, mientras que estas tienden a disminuir a medida que la capa se desarrolla.

2.2.2 Capa límite térmica

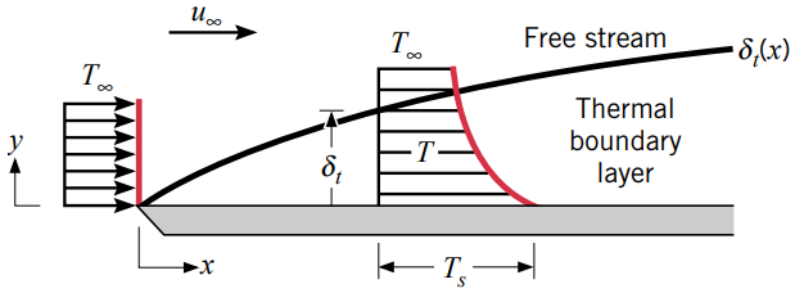


Figura 2.2: Desarrollo de la capa límite térmica sobre una placa plana.
Fuente: [3, Fig. 6.2, p. 350].

Cuando la temperatura de la pared difiere de la del fluido, se genera un gradiente de temperatura en las proximidades de la superficie. La influencia térmica de la pared se extiende progresivamente hacia el fluido, dando lugar a la capa límite térmica. Su espesor $\delta_t(x)$ se

define, de manera análoga a la capa límite hidrodinámica, como la distancia desde la pared donde se ha alcanzado el 99 % de la diferencia de temperatura entre la pared y el fluido [3]:

$$\frac{T_w - T(x,\, y = \delta_t(x))}{T_w - T_\infty} = 0.99. \tag{2.3}$$

El gradiente de temperatura en la pared determina el flujo de calor mediante la ley de Fourier:

$$q''_w = -k \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}, \tag{2.4}$$

donde k es la conductividad térmica del fluido $[\mathrm{W/(m \cdot K)}]$. Esta expresión para el flujo de calor puede relacionarse con la ley de enfriamiento de Newton (2.1). Al igualar ambas expresiones y despejar el coeficiente convectivo se obtiene:

$$h = \frac{-k \left.\dfrac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}}{T_w - T_\infty}. \tag{2.5}$$

Esta relación muestra que el coeficiente convectivo está directamente relacionado con la magnitud del gradiente térmico en la pared. Una capa límite térmica delgada presenta un gradiente más pronunciado y, por tanto, un mayor coeficiente convectivo. A medida que la capa límite se desarrolla aguas abajo, su espesor aumenta, el gradiente térmico en la pared disminuye y, con ello, también lo hace el coeficiente convectivo.

2.2.3 Número de Prandtl

Las capas límite hidrodinámica y térmica no necesariamente presentan el mismo espesor. Su relación depende de la rapidez con que se difunden la cantidad de movimiento y la energía térmica. Esta comparación se expresa mediante el número de Prandtl [3]:

$$Pr = \frac{\mu c_p}{k} = \frac{\nu}{\alpha}, \tag{2.6}$$

donde μ es la viscosidad dinámica del fluido $[\mathrm{Pa \cdot s}]$, c_p es el calor específico $[\mathrm{J/(kg \cdot K)}]$, $\nu = \mu/\rho$ es la viscosidad cinemática $[\mathrm{m^2/s}]$ y $\alpha = k/(\rho c_p)$ es la difusividad térmica $[\mathrm{m^2/s}]$.

Para el flujo sobre una placa plana, la relación entre los espesores de las capas límite hidrodinámica y térmica puede aproximarse mediante [3]:

$$\frac{\delta}{\delta_t} \approx Pr^{1/3}. \tag{2.7}$$

Así, para $Pr < 1$ la difusión térmica es relativamente más rápida y la capa térmica tiende a ser más gruesa que la hidrodinámica. Para $Pr > 1$ ocurre lo contrario, mientras que para

$Pr \approx 1$ ambos procesos presentan escalas comparables. El número de Prandtl depende de las propiedades termofísicas del fluido y, por ello, puede variar con la temperatura; bajo la hipótesis de propiedades constantes se trata como un parámetro fijo del problema.

2.3 Convección interna forzada

En la convección interna, el fluido se encuentra confinado por las paredes de un conducto. A diferencia del flujo externo, las capas límite que se forman sobre las paredes no pueden crecer indefinidamente, sino que avanzan hacia el interior hasta afectar toda la sección transversal. Como consecuencia, el flujo presenta una región de entrada seguida de una región en la que los perfiles alcanzan una condición plenamente desarrollada [3].

El confinamiento también modifica la forma de caracterizar el flujo. Al no existir una corriente libre bien definida, se utilizan magnitudes representativas de la sección transversal. Desde el punto de vista hidrodinámico, estas incluyen la velocidad media, una longitud característica del ducto y el número de Reynolds. Para describir el estado térmico del fluido se utiliza, en cambio, la temperatura de bulk.

2.3.1 Velocidad media

Debido a que la velocidad no es uniforme sobre la sección transversal, se define la velocidad media u_m que produce el mismo caudal másico que el perfil real [3]:

$$\dot{m} = \rho u_m A_c = \int_{A_c} \rho u \, dA_c \tag{2.8}$$

Para un fluido incompresible, con densidad constante:

$$u_m = \frac{1}{A_c} \int_{A_c} u \, dA_c \tag{2.9}$$

donde A_c es el área de la sección transversal. En un ducto de sección constante y flujo incompresible, u_m permanece constante en la dirección axial, aunque el perfil local de velocidades todavía se encuentre en desarrollo.

2.3.2 Diámetro hidráulico y razón de aspecto

Para una tubería circular, el diámetro proporciona directamente la longitud característica del flujo. En ductos no circulares se utiliza el diámetro hidráulico, definido como [6]:

$$D_h = \frac{4A_c}{P} \tag{2.10}$$

donde P es el perímetro mojado.

Esta definición permite disponer de una longitud característica común para expresar parámetros adimensionales en conductos de distintas geometrías. Para una sección rectangular de lados a y b, con $a \geq b$:

$$D_h = \frac{4ab}{2(a+b)} = \frac{2ab}{a+b} \tag{2.11}$$

Sin embargo, el diámetro hidráulico por sí solo no describe la forma de una sección rectangular. Para ello se introduce la razón de aspecto:

$$\alpha^* = \frac{b}{a} \leq 1 \tag{2.12}$$

De esta manera, $\alpha^* = 1$ corresponde a una sección cuadrada, mientras que valores menores representan ductos progresivamente más planos.

2.3.3 Número de Reynolds y régimen de flujo

Definidas la velocidad media y la longitud característica del conducto, el régimen de flujo puede caracterizarse mediante el número de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho u_m D_h}{\mu} = \frac{u_m D_h}{\nu} \tag{2.13}$$

Este número representa la relación entre los efectos inerciales y viscosos presentes en el flujo [3].

Cuando predominan los efectos viscosos, el movimiento del fluido es ordenado y el flujo se denomina laminar. Al aumentar la importancia de la inercia pueden aparecer inestabilidades y fluctuaciones, dando paso primero a una zona de transición y, posteriormente, al régimen turbulento. Para flujo interno se utilizan habitualmente los siguientes intervalos de referencia [3]:

$$\begin{cases} Re < 2300 & \text{flujo laminar} \\ 2300 \leq Re \leq 4000 & \text{zona de transición} \\ Re > 4000 & \text{flujo turbulento} \end{cases} \tag{2.14}$$

Estos valores constituyen criterios prácticos de referencia, ya que la transición puede verse afectada por factores como la geometría del conducto y las perturbaciones presentes en la entrada.

2.3.4 Temperatura de bulk

Así como la velocidad varía sobre la sección transversal, la temperatura tampoco es necesariamente uniforme. Por ello, en flujo interno se define una temperatura representativa

denominada temperatura de bulk T_m, o temperatura media de mezcla [3]:

$$T_m = \frac{\int_{A_c} \rho c_p u T \, dA_c}{\dot{m} c_p} \tag{2.15}$$

Para propiedades constantes:

$$T_m = \frac{1}{u_m A_c} \int_{A_c} u T \, dA_c \tag{2.16}$$

A diferencia de un promedio aritmético de temperatura, esta definición pondera cada región de la sección según la velocidad local. Esto se debe a que las regiones donde el fluido se desplaza más rápido transportan una mayor cantidad de energía.

Mientras la velocidad media permanece constante en un ducto de sección uniforme, la temperatura de bulk puede variar a lo largo del eje cuando existe transferencia de calor entre la pared y el fluido. Por esta razón, T_m reemplaza a T_∞ como temperatura de referencia para describir la convección interna.

2.3.5 Desarrollo del flujo en convección interna

En la región de entrada de un ducto, los perfiles de velocidad y temperatura evolucionan con la posición axial hasta alcanzar sus respectivos estados plenamente desarrollados. Este proceso puede interpretarse a partir del crecimiento de las capas límite desde las paredes hacia el interior de la sección transversal.

La Figura 2.3 ilustra este comportamiento para el campo de velocidad. A medida que el fluido avanza, el espesor de las capas límite hidrodinámicas aumenta y la región central no afectada por los efectos viscosos se reduce. Cuando las capas límite abarcan toda la sección transversal, el perfil de velocidad deja de cambiar con la posición axial y el flujo alcanza una condición hidrodinámicamente desarrollada.

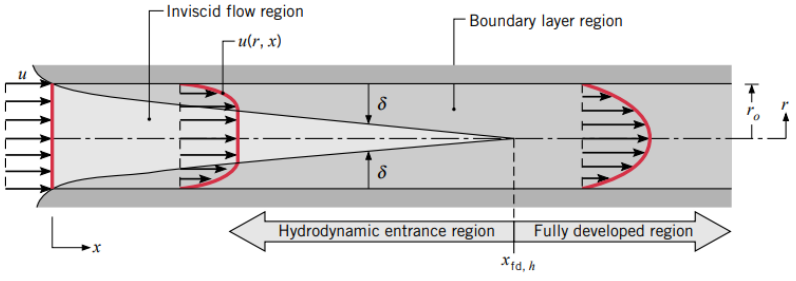


Figura 2.3: Desarrollo de la capa límite hidrodinámica en flujo laminar al interior de un ducto circular.
Fuente: [3, Fig. 8.1, p. 486].

El campo térmico presenta un proceso de desarrollo análogo. Sin embargo, los campos de velocidad y temperatura no necesariamente alcanzan el estado plenamente desarrollado a la

misma distancia axial. Por esta razón, se utilizan escalas independientes para caracterizar el grado de desarrollo hidrodinámico y térmico.

Desarrollo hidrodinámico

El grado de desarrollo del campo de velocidad se caracteriza mediante la coordenada axial hidrodinámica:

$$x^+ = \frac{x/D_h}{Re} = \frac{x}{D_h Re}. \tag{2.17}$$

La coordenada x^+ expresa la posición axial respecto de la escala característica $D_h Re$ del desarrollo hidrodinámico. De esta forma, valores pequeños de x^+ corresponden a la región de entrada, donde el perfil de velocidad aún se encuentra en desarrollo, mientras que valores mayores indican un estado progresivamente más desarrollado.

La distancia física requerida para alcanzar la condición hidrodinámicamente desarrollada se denomina longitud de entrada hidrodinámica L_h. Para flujo laminar se utiliza habitualmente la estimación clásica [6]:

$$\frac{L_h}{D_h} \approx 0.05\, Re. \tag{2.18}$$

Al expresarla en términos de x^+:

$$x_h^+ = \frac{L_h/D_h}{Re} \approx 0.05. \tag{2.19}$$

De acuerdo con esta estimación, $x^+ \approx 0.05$ proporciona una referencia para identificar el final de la región de entrada hidrodinámica. El valor exacto depende de la geometría del ducto y del criterio empleado para definir la condición de flujo plenamente desarrollado.

Desarrollo térmico

El grado de desarrollo del campo de temperatura se caracteriza de manera análoga mediante la coordenada axial térmica:

$$x^* = \frac{x/D_h}{Re\, Pr} = \frac{x}{D_h Re Pr} = \frac{x}{D_h Pe}, \tag{2.20}$$

donde

$$Pe = Re\, Pr \tag{2.21}$$

es el número de Péclet, que representa la relación entre el transporte de energía por advección y su difusión térmica.

La coordenada x^* expresa la posición axial respecto de la escala característica $D_h RePr$ del desarrollo térmico. De esta forma, valores pequeños de x^* corresponden a la región de entrada térmica, mientras que valores mayores indican un estado progresivamente más desarrollado.

Una condición térmicamente desarrollada no implica que la temperatura deje de variar en la dirección axial. La temperatura de bulk puede continuar cambiando mientras exista transferencia de calor; lo que permanece invariable es la forma adimensional del perfil de temperatura. Para una pared a temperatura constante, esta condición puede expresarse como:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{T_w - T}{T_w - T_m(x)}\right] = 0. \tag{2.22}$$

La distancia física necesaria para alcanzar este estado se denomina longitud de entrada térmica L_t. Para flujo laminar se emplea habitualmente la estimación [6]:

$$\frac{L_t}{D_h} \approx 0.05\, Re\, Pr. \tag{2.23}$$

Expresada en términos de x^*:

$$x_t^* = \frac{L_t/D_h}{Re\, Pr} \approx 0.05. \tag{2.24}$$

De acuerdo con esta estimación, $x^* \approx 0.05$ proporciona una referencia para identificar el final de la región de entrada térmica. Al igual que en el caso hidrodinámico, el valor exacto depende de la geometría, la condición térmica impuesta y el criterio utilizado para definir el estado térmicamente desarrollado.

Las coordenadas hidrodinámica y térmica se relacionan mediante:

$$x^* = \frac{x^+}{Pr}. \tag{2.25}$$

Esta relación muestra que, para una misma posición axial, el número de Prandtl determina el grado relativo de desarrollo de ambos campos. Para $Pr < 1$, se tiene $x^* > x^+$, por lo que el campo térmico se encuentra relativamente más avanzado en su desarrollo que el campo hidrodinámico. Para $Pr > 1$ ocurre lo contrario, mientras que para $Pr = 1$ ambas escalas coinciden.

Desarrollo simultáneo

Los desarrollos hidrodinámico y térmico no necesariamente comienzan en la misma posición del ducto. Si el intercambio térmico se inicia una vez que el perfil de velocidad se encuentra plenamente desarrollado, solo el campo de temperatura evoluciona en la región de entrada térmica. En cambio, cuando ambos procesos comienzan desde la misma sección de entrada, el flujo se encuentra simultáneamente en desarrollo [6].

En esta condición, el campo de temperatura evoluciona sobre un perfil de velocidad que también está cambiando con la posición axial. Las coordenadas x^+ y x^* permiten caracterizar, respectivamente, el grado de desarrollo de cada campo y establecer su estado relativo a una misma posición del ducto.

Debido a la relación $x^* = x^+/Pr$, el número de Prandtl adquiere un papel fundamental en el desarrollo simultáneo, ya que determina la escala relativa sobre la cual evolucionan los campos de velocidad y temperatura. En la presente memoria se utiliza x^* como coordenada axial principal para describir la evolución térmica del flujo y analizar el comportamiento del número de Nusselt local.

2.4 Número de Nusselt

La intensidad de la transferencia de calor por convección puede expresarse de forma adimensional mediante el número de Nusselt. Esta magnitud relaciona el coeficiente convectivo con la conductividad térmica del fluido y permite comparar el comportamiento térmico entre distintas condiciones de flujo y geometrías.

2.4.1 Definición general

El número de Nusselt, que relaciona el coeficiente convectivo h, el diámetro hidráulico D_h y la conductividad térmica k definidos anteriormente, se expresa como [3]:

$$Nu = \frac{hD_h}{k}. \tag{2.26}$$

Para un mismo fluido y una misma geometría, un mayor valor de Nu representa una mayor intensidad de transferencia de calor por convección. En una región térmicamente en desarrollo, el coeficiente convectivo varía con la posición axial y, por consiguiente, también lo hace el número de Nusselt.

2.4.2 Número de Nusselt local

Para caracterizar esta variación axial se define el número de Nusselt local:

$$Nu_x = \frac{h_x D_h}{k}. \tag{2.27}$$

En un ducto rectangular, aun cuando la temperatura de pared sea uniforme, el flujo de calor puede variar a lo largo del perímetro de una misma sección transversal. Por esta razón, para asociar un único valor de Nu_x a cada posición axial se utiliza un flujo de calor promediado sobre el perímetro mojado:

$$\overline{q''_w}(x) = \frac{1}{P}\int_P q''_w(x,s)\,ds, \tag{2.28}$$

donde s representa la coordenada a lo largo del perímetro P.

El coeficiente convectivo local promediado periféricamente queda entonces definido como:

$$h_x = \frac{\overline{q''_w}(x)}{T_w - T_m(x)}, \tag{2.29}$$

y, sustituyendo en la definición del número de Nusselt:

$$Nu_x = \frac{\overline{q''_w}(x) D_h}{k\left[T_w - T_m(x)\right]}. \tag{2.30}$$

De esta forma, Nu_x representa la intensidad de la transferencia de calor en una posición axial determinada. Mientras el campo térmico se encuentra en desarrollo, Nu_x varía con x^*; al alcanzarse la condición térmicamente desarrollada, se aproxima a un valor asintótico:

$$\lim_{x^*\to\infty} Nu_x = Nu_{fd}. \tag{2.31}$$

Para flujo laminar con propiedades constantes, Nu_{fd} depende de la geometría de la sección transversal y de la condición térmica aplicada en la pared [6].

En el problema estudiado, la geometría se caracteriza mediante la razón de aspecto α^* y el desarrollo térmico mediante x^*. Por lo tanto, el comportamiento del número de Nusselt local puede representarse de manera general como:

$$Nu_x = f\left(x^*, Pr, \alpha^*\right). \tag{2.32}$$

2.4.3 Número de Nusselt medio

Además del valor local, puede definirse un número de Nusselt medio para representar el comportamiento de la transferencia de calor a lo largo de un tramo del ducto:

$$Nu_m(x^*) = \frac{1}{x^*}\int_0^{x^*} Nu_\xi \, d\xi, \tag{2.33}$$

donde ξ es la variable de integración.

Así, Nu_x caracteriza una posición axial específica, mientras que Nu_m representa un valor promedio sobre el tramo comprendido entre la entrada y la posición considerada.

2.4.4 Condiciones de borde térmicas

La condición térmica impuesta en las paredes debe especificarse al caracterizar la transferencia de calor en un ducto. Shah y London [6] distinguen tres condiciones clásicas, denominadas T, H1 y H2.

Condición T: Temperatura de pared uniforme

En la condición T, la temperatura de pared permanece constante tanto en la dirección axial como a lo largo de todo el perímetro del ducto:

$$T_w(x, s) = \text{cte.} \tag{2.34}$$

Esta es la condición térmica utilizada en el presente estudio.

Condición H1: Flujo de calor axialmente uniforme con temperatura de pared periféricamente uniforme

En la condición H1, el calor transferido por unidad de longitud del ducto es constante y la temperatura de pared es uniforme a lo largo del perímetro de cada sección transversal, aunque puede variar con la posición axial:

$$q'_w = \text{cte}, \qquad T_w(x, s) = T_w(x). \tag{2.35}$$

Condición H2: Flujo de calor uniforme en toda la pared

En la condición H2, el flujo de calor por unidad de área permanece constante tanto en la dirección axial como a lo largo del perímetro:

$$q''_w(x, s) = \text{cte.} \tag{2.36}$$

A diferencia de H1, esta condición no requiere que la temperatura de pared sea uniforme a lo

largo del perímetro. En un ducto rectangular, T_w puede entonces variar entre distintos puntos de una misma sección transversal, aun cuando q''_w sea constante.

Capítulo 3

Estado del Arte

Este capítulo presenta los principales antecedentes relacionados con el desarrollo simultáneo de los campos de velocidad y temperatura en ductos rectangulares. Se considera primero el problema clásico de entrada térmica, seguido de la formulación de Wibulswas como antecedente directo del problema estudiado. Posteriormente, se revisan trabajos numéricos enfocados en la resolución de la región de entrada y en el desarrollo de correlaciones para el número de Nusselt. La revisión se centra en el tipo de desarrollo, la condición térmica y la geometría considerada en cada estudio.

3.1 Antecedentes del problema de entrada térmica

El problema de Graetz constituye una de las formulaciones clásicas para el estudio de la entrada térmica. En este caso, el calentamiento se inicia cuando el perfil de velocidad ya se encuentra hidrodinámicamente desarrollado, por lo que la evolución axial corresponde únicamente al campo de temperatura [6]. A partir de esta formulación se obtuvieron soluciones de referencia para describir la variación del número de Nusselt desde la entrada hasta el régimen térmicamente desarrollado, las cuales fueron posteriormente extendidas a distintas geometrías y condiciones térmicas.

Para el caso de flujo simultáneamente en desarrollo en ductos rectangulares, uno de los antecedentes más directos corresponde al trabajo de Wibulswas [9], cuya formulación se presenta en la sección siguiente.

3.2 Desarrollo simultáneo en ductos rectangulares: formulación de Wibulswas

La tesis doctoral de Wibulswas [9] constituye una de las principales referencias para el estudio del problema de entrada combinada. En ella se desarrolló un procedimiento numérico basado en diferencias finitas para resolver el desarrollo simultáneo de los campos de velocidad y temperatura en ductos rectangulares, considerando las condiciones térmicas T y H1. El método emplea un esquema de avance axial que permite determinar la evolución de ambos campos a partir de una entrada con perfiles uniformes de velocidad y temperatura. A continuación, se presenta la formulación empleada por Wibulswas para describir el desarrollo hidrodinámico y térmico del flujo.

3.2.1 Formulación parabólica

Siguiendo la notación original de Wibulswas [9], se considera un sistema de coordenadas en el que z corresponde a la dirección axial del ducto y x e y a las direcciones transversales. La componente principal de la velocidad se denota por w, mientras que u y v representan las componentes de velocidad en las direcciones x e y, respectivamente.

Para un fluido newtoniano, incompresible y de propiedades constantes, las ecuaciones de cantidad de movimiento y continuidad, bajo la hipótesis de flujo estacionario, pueden escribirse como

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\nabla^2 u, \tag{3.1}$$

$$u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \nu\nabla^2 v, \tag{3.2}$$

$$u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu\nabla^2 w, \tag{3.3}$$

donde el operador laplaciano se define como

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \tag{3.4}$$

y la ecuación de continuidad es

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \tag{3.5}$$

La formulación de Wibulswas se obtiene mediante una aproximación parabólica del flujo. Para ello, se considera que las componentes transversales de velocidad son pequeñas frente a la componente axial, $u, v \ll w$, y que la difusión viscosa en la dirección axial es despreciable frente a la difusión transversal. Además, Wibulswas supone que el gradiente de presión axial es uniforme sobre cada sección transversal, de modo que no depende de x ni y. En consecuencia, la presión resulta función exclusiva de la coordenada axial, $p = p(z)$ [9].

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{dp}{dz} \tag{3.6}$$

Estas hipótesis se aplican directamente a la ecuación de cantidad de movimiento axial, ecuación (3.3). Bajo la aproximación adoptada, los términos asociados a la convección producida por las componentes transversales de velocidad se consideran despreciables frente a la convección axial, mientras que la difusión viscosa en la dirección z se desprecia frente a la difusión en las direcciones transversales. La reducción puede representarse esquemáticamente como

$$\cancel{u\frac{\partial w}{\partial x}}^{\,0} + \cancel{v\frac{\partial w}{\partial y}}^{\,0} + w\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dz} + \nu\left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \cancel{\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}}^{\,0}\right]. \tag{3.7}$$

Por lo tanto, la ecuación de cantidad de movimiento axial adopta la forma

$$\nu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)=\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dz}+w\frac{\partial w}{\partial z}. \tag{3.8}$$

Esta forma de la ecuación es parabólica en la dirección axial, lo que permite resolver el campo de velocidad mediante un avance progresivo en z. Así, la solución en la sección z_{i+1} se determina a partir de las variables conocidas en la sección z_i, avanzando sucesivamente a lo largo del ducto y evitando la necesidad de resolver simultáneamente el campo de presión en todo el dominio.

El gradiente de presión constituye una incógnita adicional en la ecuación (3.8). Para eliminarlo explícitamente, Wibulswas evalúa esta misma ecuación sobre el eje central del ducto. Denotando con el subíndice c las magnitudes evaluadas en dicho eje, se obtiene

$$\nu\left(\nabla_\perp^2 w\right)_c=\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dz}+w_c\frac{\partial w_c}{\partial z}, \tag{3.9}$$

donde se ha introducido el operador laplaciano transversal

$$\nabla_\perp^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}. \tag{3.10}$$

Debido a que el gradiente de presión se supone uniforme en la sección transversal, las ecuaciones (3.8) y (3.9) contienen el mismo término de presión. Al restarlas, este término se cancela y se obtiene

$$\nu\left[\nabla_\perp^2 w-\left(\nabla_\perp^2 w\right)_c\right]=w\frac{\partial w}{\partial z}-w_c\frac{\partial w_c}{\partial z}. \tag{3.11}$$

De esta manera, el gradiente de presión deja de aparecer explícitamente en la ecuación de avance. La evolución de la velocidad central w_c queda vinculada al campo de velocidad de cada sección transversal, permitiendo cerrar el procedimiento de avance axial empleado por Wibulswas.

3.2.2 Método numérico y estructura adimensional del avance

La sección transversal se discretiza mediante una red regular de nodos separados una distancia h. Wibulswas aproxima el Laplaciano transversal (3.10) mediante el operador de nueve puntos K [9]:

$$\begin{aligned}K[\phi]_P=4\left(\phi_E+\phi_W+\phi_N+\phi_S\right)\\+\left(\phi_{NE}+\phi_{NW}+\phi_{SE}+\phi_{SW}\right)-20\phi_P,\end{aligned} \tag{3.12}$$

donde los subíndices E, W, N, S y las combinaciones diagonales NE, NW, SE, SW denotan los ocho nodos vecinos inmediatos al nodo central P, en las direcciones cardinales y diagonales, respectivamente. Aplicando este operador a una función arbitraria ϕ, el Laplaciano transversal

en el nodo P se aproxima como

$$\nabla_{\perp}^{2}\phi\Big|_{P} \simeq \frac{1}{6h^{2}} K[\phi]_{P}. \tag{3.13}$$

El operador $K[\phi]_P$ se evalúa localmente en cada nodo interior, mientras que $K[\phi]_c$ corresponde al mismo operador aplicado al nodo ubicado sobre el eje central y actúa como referencia común en la ecuación de cantidad de movimiento.

Definiendo $w^* = w/w_b$, un avance desde z hasta $z + \Delta z$, discretizando (3.11), conduce a la expresión

$$\Delta w_P^* = \frac{\nu \Delta z}{6 w_b h^2 w_P^*} \left[K[w^*]_P - K[w^*]_c\right] + \frac{w_c^*}{w_P^*} \Delta w_c^*, \tag{3.14}$$

mientras que, al despreciar la conducción axial, la ecuación de energía puede escribirse como

$$\Delta \theta_P = \frac{\alpha \Delta z}{6 w_b h^2 w_P^*} K[\theta]_P, \tag{3.15}$$

donde θ es una temperatura adimensional, definida para el caso de temperatura de pared constante como

$$\theta = \frac{t_w - t}{t_w - t_0}. \tag{3.16}$$

Estas expresiones permiten visualizar directamente la relación entre las escalas de desarrollo hidrodinámica y térmica.

Si se define $\varepsilon = h/D_h$ y el paso axial se expresa mediante la coordenada térmica utilizada en esta memoria, las ecuaciones anteriores adoptan la forma

$$\Delta w_P^* = \frac{Pr\, \Delta x^*}{6 \varepsilon^2 w_P^*} \left[K[w^*]_P - K[w^*]_c\right] + \frac{w_c^*}{w_P^*} \Delta w_c^*, \tag{3.17}$$

$$\Delta \theta_P = \frac{\Delta x^*}{6 \varepsilon^2 w_P^*} K[\theta]_P. \tag{3.18}$$

La comparación entre ambas ecuaciones resume una característica central de la formulación. El campo térmico avanza con Δx^*, mientras que el avance hidrodinámico asociado al mismo paso es

$$\Delta x^+ = Pr\, \Delta x^*. \tag{3.19}$$

Por tanto, el número de Prandtl no introduce un acoplamiento bidireccional entre cantidad de movimiento y energía, sino que vincula sus escalas axiales. Para una misma posición térmica, Pr determina qué estado de desarrollo del perfil de velocidad corresponde utilizar. Al expresar el problema mediante x^*, el número de Reynolds deja de aparecer como parámetro independiente dentro de esta formulación parabólica; su efecto queda incorporado en la transformación entre la posición dimensional y las coordenadas axiales adimensionales.

El avance numérico se completa mediante una corrección iterativa de la velocidad central. En cada nueva sección se estima inicialmente Δw_c^*, se resuelve la distribución de w^* en los nodos y se integra el perfil para obtener la velocidad media adimensional. Como el caudal debe conservarse, el valor correcto satisface $w_b^* = 1$. La diferencia $1 - w_b^*$ se utiliza para corregir Δw_c^* y repetir el cálculo hasta que la velocidad media adimensional sea suficientemente próxima a la unidad. Una vez convergido el campo de velocidad, la ecuación de energía se resuelve en la misma estación axial [9]. Así, los campos se desarrollan simultáneamente desde el punto de vista físico, pero el procedimiento numérico los resuelve de manera secuencial en cada paso axial. Este ciclo de estimación, resolución y corrección se resume esquemáticamente en la Figura 3.1.

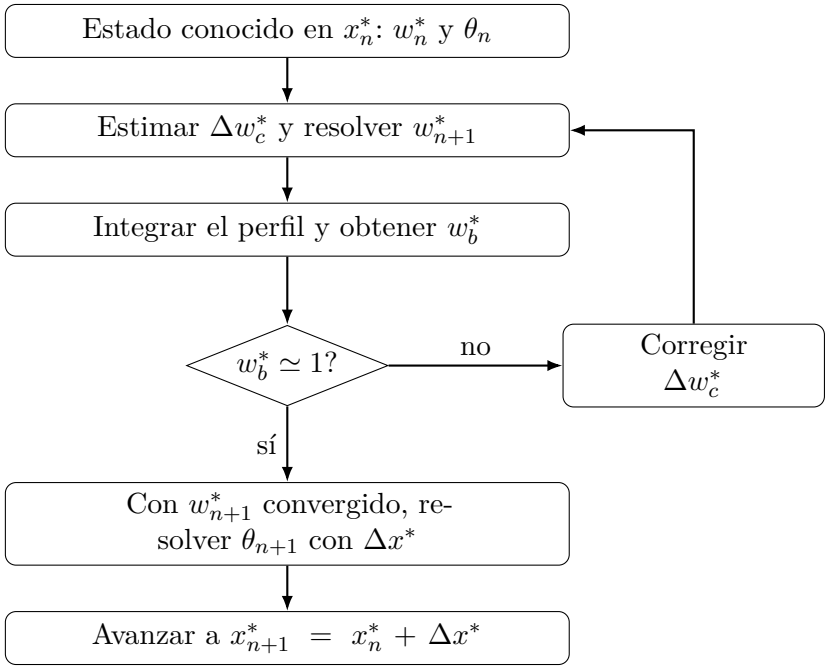


Figura 3.1: Esquema del procedimiento de avance axial empleado por Wibulswas. Elaboración propia a partir de [9].

3.2.3 Casos estudiados y alcance de los resultados

Para condición T, Wibulswas reporta resultados para razones de aspecto de 1, 2, 3, 4 y 6, equivalentes a $\alpha^* = 1$, 1/2, 1/3, 1/4 y 1/6 bajo la convención adoptada en esta memoria, todos ellos para $Pr = 0.72$ [9]. Los resultados se presentaron principalmente en términos del número de Nusselt medio frente al número de Graetz. Dado que

$$Gz = \frac{1}{x^*}, \tag{3.20}$$

los valores elevados de Gz corresponden a posiciones próximas a la entrada. Los datos muestran un aumento del Nusselt medio al aproximarse a la entrada y una dependencia sistemática con la razón de aspecto.

Para facilitar la comparación con la coordenada axial utilizada en esta memoria, la Figura 3.2 representa estos resultados en función de $x^* = 1/Gz$. Se observa que Nu_m disminuye aguas abajo y que, para una misma posición axial, una menor razón de aspecto desplaza las curvas hacia valores mayores de Nusselt.

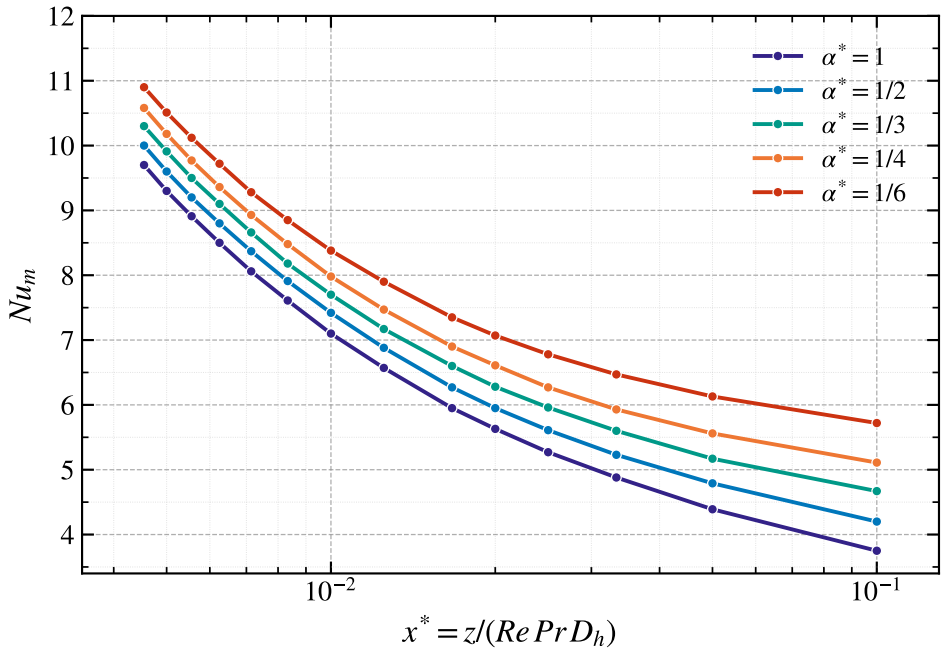


Figura 3.2: Evolución del número de Nusselt medio para distintas razones de aspecto bajo Condición T y $Pr = 0.72$. Elaboración propia a partir de los datos de Wibulswas [9].

Bajo condición H1, la tesis reporta resultados geométricos para razones de aspecto originales entre 1 y 4 con $Pr = 0.72$. El efecto del número de Prandtl se estudió además para una razón de aspecto original igual a 2, equivalente a $\alpha^* = 1/2$, donde el análisis se realiza para $Pr = 0$, 0.10, 0.72 y 10, además del límite $Pr \to \infty$ [9]. Para un mismo número de Graetz, los valores pequeños de Pr producen números de Nusselt mayores. En este contexto, $Pr = 0$ corresponde al límite de perfil de velocidad uniforme, mientras que $Pr \to \infty$ corresponde al límite de perfil hidrodinámicamente desarrollado.

Desde la perspectiva del presente estudio, la tesis de Wibulswas constituye la principal base de comparación para el desarrollo simultáneo en ductos rectangulares. Sin embargo, bajo condición T la cobertura del número de Prandtl quedó concentrada en $Pr = 0.72$, donde se estudió la influencia de la geometría, pero no la combinación sistemática entre Pr y α^*. Además, la formulación emplea una malla regular de diferencias finitas y desprecia la difusión axial, aspectos que justifican su comparación con soluciones numéricas posteriores de mayor resolución y con las ecuaciones completas.

3.3 Resolución numérica de la región de entrada y correlaciones

Los estudios posteriores a Wibulswas han prestado especial atención a la resolución numérica de la región de entrada y al desarrollo de correlaciones para representar la evolución del número de Nusselt hasta el régimen plenamente desarrollado.

Shome y Jensen [7] estudiaron el desarrollo simultáneo de los perfiles de velocidad y temperatura en un tubo circular. Aunque la geometría difiere de la considerada en esta memoria, su trabajo resulta relevante desde el punto de vista numérico. Los autores realizaron un estudio de independencia de malla con hasta 960 nodos radiales y emplearon una distribución no uniforme, con mayor concentración de nodos cerca de la pared y un espaciamiento axial creciente. Sus resultados mostraron la necesidad de una resolución elevada en las primeras posiciones axiales para obtener valores confiables del número de Nusselt local.

En ductos rectangulares, Bennett [1] abordó el problema de Graetz bajo las condiciones T, H1 y H2 para diez razones de aspecto, desde la sección cuadrada hasta $\alpha^* = 0.1$. El análisis se concentró especialmente en la región próxima a la entrada, donde la capa límite térmica es delgada y los gradientes de temperatura son elevados. Para resolver esta zona, empleó una transformación de variables basada en el comportamiento de Lévêque, obteniendo soluciones hasta valores del número de Graetz inverso del orden de 10^{-6}. A partir de estos resultados desarrolló correlaciones para las condiciones T y H1, con desviaciones inferiores a aproximadamente $\pm 2.5\,\%$ dentro del rango analizado.

Un antecedente previo en la construcción de correlaciones para ductos rectangulares corresponde a Lee y Garimella [4]. Los autores estudiaron flujo térmicamente en desarrollo bajo condición H1 para razones de aspecto desde $\alpha^* = 1$ hasta $\alpha^* = 0.1$, utilizando simulaciones tridimensionales mediante el método de volúmenes finitos en Fluent. A partir de los resultados numéricos propusieron correlaciones para el número de Nusselt local y medio en función de la posición axial y de la geometría. Posteriormente, Bennett [1] mostró que la correlación local propuesta por Lee y Garimella puede presentar errores del orden de $60\,\%$ al aproximarse al límite de Lévêque, evidenciando la sensibilidad de este tipo de expresiones a la resolución de la región más próxima a la entrada.

Dharaiya y Kandlikar [2] utilizaron también simulaciones tridimensionales con Fluent para estudiar el problema de Graetz en microcanales rectangulares, en este caso bajo condición H2 y para razones de aspecto entre 0.1 y 1. El análisis consideró distintas configuraciones de paredes calentadas. Los autores estudiaron la variación del número de Nusselt durante la entrada térmica y propusieron correlaciones para el valor plenamente desarrollado, $Nu_{H2,fd}$, en función de la razón de aspecto y de la configuración de calentamiento.

La Tabla 3.1 resume los principales antecedentes revisados según el tipo de desarrollo, la geometría, la condición térmica y su aporte principal.

Tabla 3.1: Síntesis de los principales antecedentes considerados en esta memoria.

Referencia	**Desarrollo**	**Geometría**	**Condición**	**Aporte principal**
Wibulswas [9]	Simultáneo	Rectangular	T, H1	Formulación parabólica y método de avance axial. Bajo T analizó distintas razones de aspecto para $Pr = 0.72$, mientras que el efecto de Pr fue estudiado bajo H1 para una geometría fija.
Shome y Jensen [7]	Simultáneo	Circular	General	Resolución refinada de la región de entrada y estudio de independencia de malla.
Lee y Garimella [4]	Térmico	Rectangular	H1	Simulaciones mediante Fluent y correlaciones para el Nusselt local y medio durante la entrada térmica.
Bennett [1]	Térmico	Rectangular	T, H1, H2	Resolución de posiciones muy próximas a la entrada y desarrollo de correlaciones para T y H1.
Dharaiya y Kandlikar [2]	Térmico	Rectangular	H2	Simulaciones mediante Fluent para distintas configuraciones térmicas y correlaciones del Nusselt plenamente desarrollado.

Los antecedentes muestran que los avances en resolución de la región de entrada y construcción de correlaciones se han concentrado principalmente en problemas con desarrollo térmico y un perfil de velocidad hidrodinámicamente desarrollado. El desarrollo simultáneo ha sido estudiado en ductos rectangulares por Wibulswas y, con mayor resolución numérica, por Shome y Jensen en geometría circular.

En consecuencia, dentro de los antecedentes revisados no se dispone de una caracterización sistemática de la dependencia conjunta

$$Nu_x = f\left(x^*, Pr, \alpha^*\right) \tag{3.21}$$

para flujo laminar simultáneamente en desarrollo en ductos rectangulares bajo condición de temperatura de pared constante. El presente estudio aborda esta dependencia considerando la influencia de la posición axial, el número de Prandtl y la razón de aspecto.

Capítulo 4

Metodología

El problema se resolvió numéricamente para flujo laminar simultáneamente en desarrollo en ductos rectangulares, bajo condición de temperatura de pared constante. Las simulaciones se realizaron en Ansys Fluent mediante el método de volúmenes finitos. A partir de los campos obtenidos, el número de Nusselt local Nu_x se calculó mediante un código desarrollado en Python.

En este capítulo se presentan las hipótesis del modelo, las ecuaciones gobernantes, las condiciones de borde, la geometría y el mallado del dominio, la configuración numérica empleada en Ansys Fluent y los criterios utilizados para verificar la convergencia de las simulaciones.

4.1 Hipótesis y ecuaciones gobernantes

Se considera flujo laminar, permanente, newtoniano e incompresible. Las propiedades termofísicas del fluido se mantienen constantes dentro de cada simulación. Se desprecian la disipación viscosa, la radiación y las fuerzas volumétricas.

Bajo estas hipótesis, el problema queda descrito por las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento y energía para un fluido newtoniano incompresible [3]. En coordenadas cartesianas, con z como dirección axial y $\mathbf{u} = (u, v, w)$ como vector de velocidad, la ecuación de continuidad es

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0. \tag{4.1}$$

La conservación de cantidad de movimiento se expresa como

$$\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u}, \tag{4.2}$$

donde p corresponde a la presión. Por su parte, la ecuación de energía queda dada por

$$\nabla \cdot (\rho c_p \mathbf{u} T) = \nabla \cdot (k \nabla T). \tag{4.3}$$

Debido a que las propiedades se mantienen constantes y no se consideran efectos de flotación,

el campo térmico no modifica las ecuaciones de cantidad de movimiento. El acoplamiento físico es, por tanto, unidireccional: el campo de velocidades determina el transporte convectivo presente en la ecuación de energía, mientras que la solución térmica no modifica el campo hidrodinámico.

Para las simulaciones se utilizó un fluido de referencia con

$$\rho = 1 \text{ kg/m}^3, \qquad \mu = 10^{-4} \text{ Pa s}, \qquad c_p = 1 \text{ J/(kg K)}. \tag{4.4}$$

La resolución se realizó en dos etapas. En primer lugar, para cada combinación de razón de aspecto y número de Reynolds se resolvió únicamente el campo hidrodinámico, manteniendo desactivada la ecuación de energía. La velocidad media de entrada correspondiente a cada valor de Re se obtuvo a partir de

$$u_m = \frac{Re\,\mu}{\rho D_h}. \tag{4.5}$$

La solución se iteró hasta obtener un campo de velocidad convergido. Debido a que ρ y μ permanecen constantes, para una geometría y un número de Reynolds determinados este campo hidrodinámico es independiente del número de Prandtl.

En una segunda etapa se activó la ecuación de energía utilizando como punto de partida el campo de velocidades previamente convergido. Para un mismo caso hidrodinámico se evaluaron distintos números de Prandtl modificando únicamente la conductividad térmica del fluido. A partir de

$$k = \frac{\mu c_p}{Pr}. \tag{4.6}$$

De esta manera, un mismo campo hidrodinámico pudo reutilizarse para los distintos números de Prandtl asociados a una misma combinación de Re y α^*, evitando resolver nuevamente el problema de cantidad de movimiento desde una condición inicial uniforme para cada caso térmico.

Los números de Reynolds considerados en el estudio paramétrico fueron

$$Re \in \{250,\ 500,\ 750,\ 1000,\ 1250,\ 1500,\ 2000\}, \tag{4.7}$$

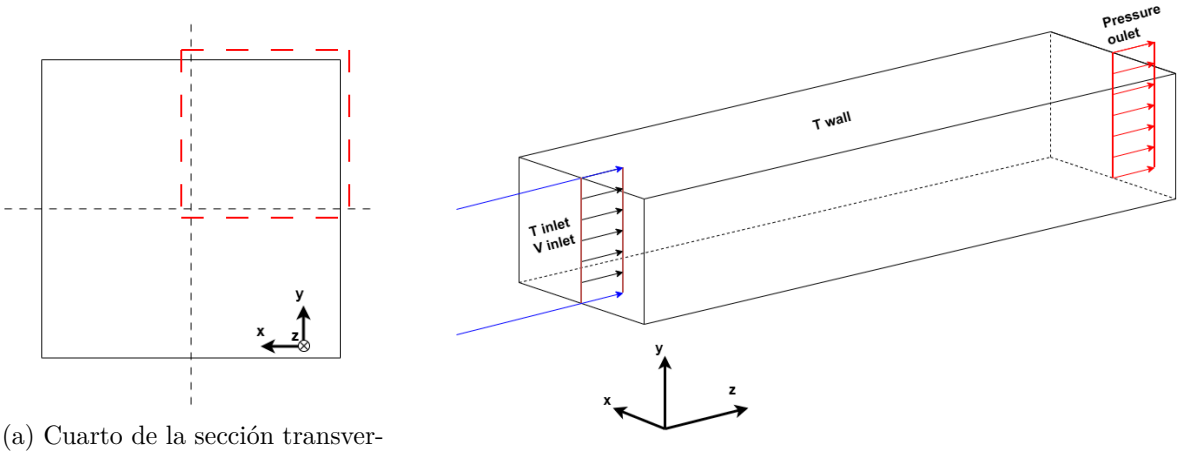
mientras que los números de Prandtl estudiados fueron

$$Pr \in \{0.1,\ 0.5,\ 0.72,\ 1,\ 7,\ 10,\ 20,\ 50\}. \tag{4.8}$$

4.2 Dominio computacional

El dominio corresponde a un ducto de sección rectangular y longitud $L = 1$ m. Debido a la doble simetría de la geometría y de las condiciones de borde, se modeló únicamente un cuarto de la sección transversal, reduciendo de esta forma el costo computacional.

La Figura 4.1 muestra la reducción del dominio y las condiciones de borde empleadas en las simulaciones.



(a) Cuarto de la sección transversal.

(b) Dominio computacional y condiciones de borde.

Figura 4.1: Dominio utilizado en las simulaciones.
Elaboración propia.

La misma configuración se utilizó para todas las geometrías, modificando las dimensiones de la sección transversal de acuerdo con la razón de aspecto requerida. Los valores considerados fueron

$$\alpha^* \in \left\{1,\ \tfrac{1}{2},\ \tfrac{1}{3},\ \tfrac{1}{4},\ \tfrac{1}{5},\ \tfrac{1}{6},\ \tfrac{1}{10}\right\}. \tag{4.9}$$

Las dimensiones utilizadas para cada geometría se presentan en la Tabla 4.1. Los valores de a y b corresponden a las dimensiones de la sección rectangular completa, mientras que el dominio modelado posee dimensiones transversales $a/2$ y $b/2$.

Tabla 4.1: Dimensiones de los ductos utilizados en las simulaciones.

α^*	D_h [m]	a [mm]	b [mm]	L [m]
1	0.100	100	100	1.0
1/2	0.100	150	75	1.0
1/3	0.090	180	60	1.0
1/4	0.096	240	60	1.0
1/5	0.090	270	54	1.0
1/6	0.096	336	56	1.0
1/10	0.100	550	55	1.0

4.3 Condiciones de borde

Las condiciones de borde corresponden a un flujo simultáneamente en desarrollo. En la entrada se impuso una velocidad axial uniforme, con componentes transversales nulas, y una temperatura uniforme:

$$w(x, y, 0) = u_m, \qquad u(x, y, 0) = v(x, y, 0) = 0, \qquad T(x, y, 0) = T_i, \tag{4.10}$$

donde T_i es la temperatura de entrada del fluido.

En las paredes se aplicaron las condiciones de no deslizamiento y temperatura constante:

$$\mathbf{u}\big|_{\text{pared}} = \mathbf{0}, \qquad T\big|_{\text{pared}} = T_w. \tag{4.11}$$

En los dos planos de simetría se impuso velocidad normal nula y gradiente normal nulo para las componentes tangenciales de velocidad y la temperatura:

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0, \qquad \frac{\partial \mathbf{u}_t}{\partial n} = 0, \qquad \frac{\partial T}{\partial n} = 0, \tag{4.12}$$

donde $\mathbf{n}$ es el vector normal al plano de simetría y $\mathbf{u}_t$ representa las componentes tangenciales de velocidad.

En la salida se utilizó una condición *Pressure Outlet* con presión manométrica igual a cero:

$$p_{\text{man}}\big|_{z=L} = 0. \tag{4.13}$$

4.4 Configuración numérica

Las ecuaciones gobernantes se resolvieron en Ansys Fluent mediante el método de volúmenes finitos. La misma configuración numérica se utilizó para todas las geometrías y condiciones simuladas.

4.4.1 Mallado

El diseño de la malla estuvo condicionado principalmente por los elevados gradientes de velocidad y temperatura presentes cerca de las paredes y en las primeras posiciones axiales. En particular, el reducido espesor inicial de las capas límite requiere una mayor resolución en estas regiones. La importancia de este refinamiento ha sido señalada en estudios numéricos previos de transferencia de calor en ductos rectangulares [4, 1].

La selección de la malla consideró tanto la resolución espacial como su calidad geométrica.

Durante las pruebas preliminares se observó que configuraciones con mayor distorsión de los elementos presentaban dificultades de convergencia al utilizar el esquema de acoplamiento presión–velocidad *Coupled*. Por esta razón, se buscó mantener una alta calidad ortogonal y una baja asimetría, además del refinamiento requerido en las regiones de mayor gradiente.

La calidad ortogonal evalúa la alineación de las caras de las celdas respecto de las direcciones que conectan sus centroides. Su valor varía entre 0 y 1, siendo preferibles los valores cercanos a 1. La asimetría (*skewness*) cuantifica la desviación de una celda respecto de su forma ideal y también varía entre 0 y 1, aunque en este caso los valores cercanos a 0 indican una mejor calidad.

Las métricas obtenidas para cada razón de aspecto se presentan en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2: Métricas de calidad de malla para las razones de aspecto estudiadas.

	Calidad ortogonal		**Asimetría**	
α^*	Mínimo	Promedio	Máximo	Promedio
1	0.6658	0.9319	0.5533	0.1796
1/2	0.5526	0.9315	0.6541	0.1812
1/3	0.5305	0.9281	0.6759	0.1890
1/4	0.6536	0.9325	0.5706	0.1801
1/5	0.5977	0.9334	0.6309	0.1811
1/6	0.6450	0.9371	0.5777	0.1717
1/10	0.5986	0.9380	0.6115	0.1697

La malla se generó mediante las herramientas *Hex Dominant*, *Inflation* y *Sweep*. La primera se utilizó para definir la estructura general de la malla, mientras que las dos restantes permitieron controlar el refinamiento transversal y axial, respectivamente.

Hex Dominant

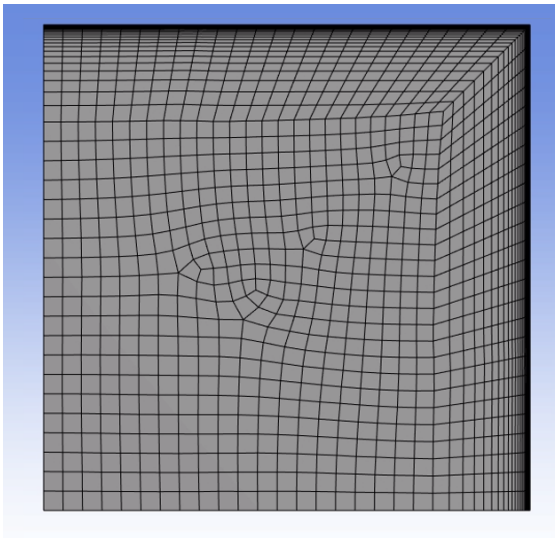
La función *Hex Dominant* se empleó para generar una malla compuesta principalmente por elementos hexaédricos, adecuada para la geometría regular del ducto. El tamaño máximo de elemento se fijó en aproximadamente el 2 % de D_h. Por ejemplo, para una sección de referencia de 100×100 mm, este valor corresponde a un tamaño máximo cercano a 2 mm.

Inflation

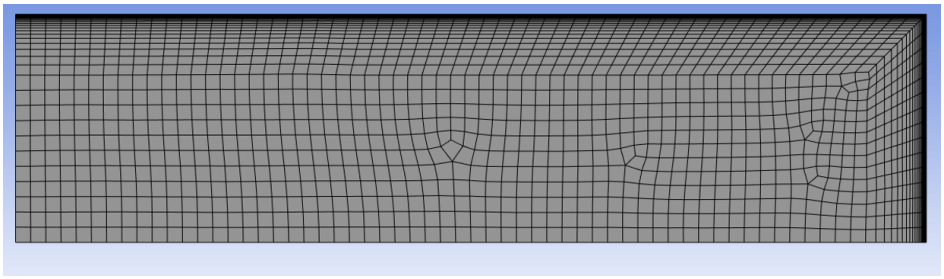
El refinamiento próximo a las paredes se realizó mediante *Inflation*, con el objetivo de aumentar la resolución transversal en las regiones donde se concentran los mayores gradientes de velocidad y temperatura. Se utilizaron 25 capas, valor posteriormente verificado mediante el estudio de independencia de malla presentado en la Sección 5.1.1.

El espesor total de la región refinada corresponde aproximadamente al 10 % de D_h, mientras que la primera capa presenta un espesor cercano al 0.021 % de D_h. La extensión y distribución

de estas capas se seleccionaron buscando un equilibrio entre resolución próxima a la pared y calidad de los elementos.



(a) $\alpha^* = 1$



(b) $\alpha^* = 1/4$

Figura 4.2: Mallado transversal con refinamiento mediante *Inflation* para dos razones de aspecto representativas.

Sweep

Una vez definida la malla transversal, esta se extendió a lo largo del ducto mediante la función *Sweep*. En la dirección axial se utilizaron 1000 divisiones con un *bias factor* igual a 20, concentrando los elementos de menor longitud en la región próxima a la entrada. Esta discretización axial fue posteriormente verificada mediante el estudio de independencia de malla presentado en la Sección 5.1.1.

Esta distribución aumenta la resolución donde los campos presentan las mayores variaciones axiales y permite incrementar progresivamente el tamaño de los elementos aguas abajo.

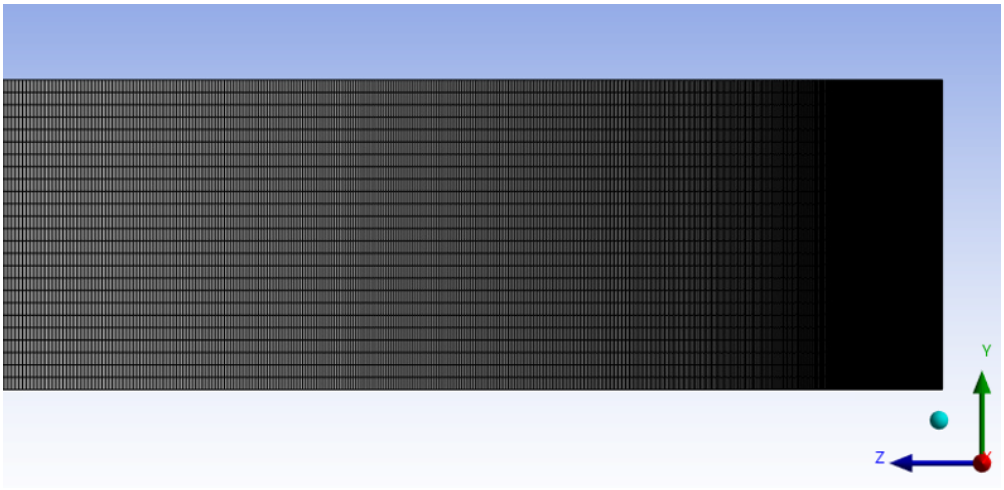


Figura 4.3: Distribución axial de la malla generada mediante *Sweep*.

4.4.2 Configuración del solver

En Ansys Fluent se utilizó el modelo de flujo laminar, sin incorporar modelos de turbulencia. El acoplamiento entre presión y velocidad se resolvió mediante el algoritmo *Coupled*.

A diferencia de los algoritmos segregados, como SIMPLE, donde las ecuaciones de cantidad de movimiento y la corrección de presión se resuelven de manera sucesiva, el esquema *Coupled* resuelve de forma implícita las ecuaciones de cantidad de movimiento y continuidad dentro de un mismo sistema. De manera esquemática, este sistema puede representarse como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{uu} & \mathbf{A}_{up} \\ \mathbf{A}_{pu} & \mathbf{A}_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_u \\ \mathbf{b}_p \end{bmatrix}. \tag{4.14}$$

Esta formulación fortalece el acoplamiento presión–velocidad y, en general, reduce el número de iteraciones necesarias para alcanzar la convergencia, a costa de un mayor requerimiento de memoria. La regularidad de la malla utilizada favorece la estabilidad de este procedimiento.

Para la discretización de los términos convectivos de las ecuaciones de cantidad de movimiento y energía se utilizó el esquema *Second Order Upwind*. Los gradientes espaciales se calcularon mediante *Least Squares Cell Based*.

La convergencia se evaluó inicialmente a partir de los residuales normalizados, utilizando los siguientes límites:

$$R_{\text{cont.}} \leq 10^{-7}, \qquad R_{u,v,w} \leq 10^{-6}, \qquad R_{\text{energía}} \leq 10^{-11}. \tag{4.15}$$

El descenso de los residuales se complementó con la verificación de los balances globales de masa y energía. En ambos casos se exigió un desbalance relativo inferior a 10^{-6}.

También se monitoreó la temperatura media adimensional del fluido en la salida,

$$\theta_m = \frac{T_w - T_m}{T_w - T_i}, \tag{4.16}$$

exigiendo que su variación relativa fuese inferior a 10^{-8} durante cinco controles consecutivos. La solución se consideró convergida únicamente cuando se cumplieron de manera simultánea los criterios de residuales, conservación y estabilización de θ_m.

4.5 Post-procesamiento

Una vez obtenida la solución convergida en Ansys Fluent, se exportaron la temperatura, la velocidad axial w, el volumen de celda V_c y las coordenadas (x, y, z) de cada elemento. El procesamiento de estos datos se realizó mediante un código desarrollado en Python.

4.5.1 Agrupación por posición axial

Debido a que la malla fue generada mediante *Sweep*, los elementos se distribuyen en capas transversales sucesivas a lo largo del ducto. Los datos exportados se agruparon según la coordenada axial de sus centroides, de manera que cada posición z_i representa una sección transversal del dominio.

4.5.2 Temperatura de bulk y velocidad media

Para cada sección se determinó primero su espesor axial Δz_i. Si A_c representa el área transversal del dominio considerado, la suma de los volúmenes de las celdas pertenecientes a una misma capa satisface

$$\sum_j V_{c,j} = A_c \, \Delta z_i, \tag{4.17}$$

de donde

$$\Delta z_i = \frac{\sum_j V_{c,j}}{A_c}. \tag{4.18}$$

El área transversal asociada a cada celda se obtiene entonces como

$$A_j = \frac{V_{c,j}}{\Delta z_i}. \tag{4.19}$$

A partir de estas áreas se calcula la temperatura media del fluido mediante un promedio

ponderado por el flujo másico. Como la densidad es constante, esta expresión se reduce a

$$T_m(z_i) = \frac{\sum_j w_j T_j A_j}{\sum_j w_j A_j}. \tag{4.20}$$

De manera análoga, la velocidad media de la sección se obtiene a partir del caudal volumétrico:

$$u_m(z_i) = \frac{\sum_j w_j A_j}{A_c}. \tag{4.21}$$

Para flujo incompresible, u_m debe mantenerse prácticamente constante a lo largo del ducto e igual al valor impuesto en la entrada. Esta condición se utilizó como verificación adicional del post-procesamiento.

4.5.3 Balance energético y coeficiente convectivo local

El coeficiente convectivo local se obtuvo mediante un balance de energía sobre la capa axial asociada a cada posición z_i. El volumen de control tiene un espesor Δz_i y está limitado por las caras

$$z_{i-1/2} = z_i - \frac{\Delta z_i}{2}, \qquad z_{i+1/2} = z_i + \frac{\Delta z_i}{2}. \tag{4.22}$$

La Figura 4.4 muestra el volumen de control utilizado.

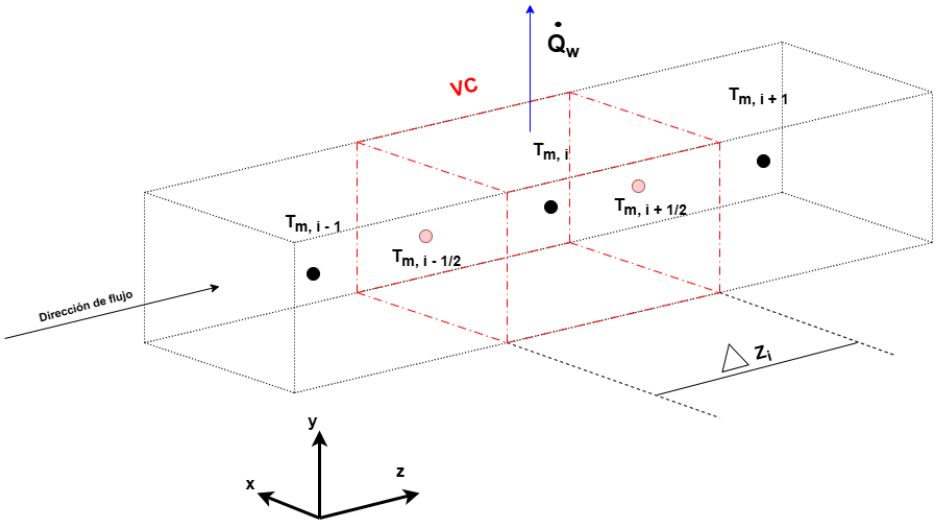


Figura 4.4: Volumen de control utilizado para el balance energético en la posición z_i. Elaboración propia.

La ecuación de energía resuelta por Ansys Fluent puede escribirse, bajo las hipótesis adoptadas,

como

$$\nabla \cdot (\rho c_p \mathbf{u} T) = \nabla \cdot (k \nabla T)\,. \tag{4.23}$$

Integrando sobre el volumen de control y aplicando el teorema de la divergencia se obtiene

$$\oint_{\partial V} \rho c_p T\,(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n})\; dS = \oint_{\partial V} k\,(\nabla T \cdot \mathbf{n})\; dS. \tag{4.24}$$

En las paredes, la condición de no deslizamiento anula el transporte advectivo normal. El calor transferido desde la pared al fluido puede expresarse entonces como la variación neta del transporte de energía entre las dos caras transversales del volumen:

$$\dot{Q}_{w,i} = \dot{m} c_p \left(T_{m,i+1/2} - T_{m,i-1/2}\right) - k \left[\left(\int_{A_c} \frac{\partial T}{\partial z}\, dA\right)_{i+1/2} - \left(\int_{A_c} \frac{\partial T}{\partial z}\, dA\right)_{i-1/2}\right]. \tag{4.25}$$

El primer término corresponde al cambio de entalpía del flujo, mientras que el segundo representa la conducción axial neta a través de las caras. Esta última contribución se conserva en el post-procesamiento debido a que forma parte de la ecuación de energía resuelta por Ansys Fluent.

La temperatura media en las caras, $T_{m,i\pm1/2}$, se obtiene interpolando los campos de temperatura y velocidad entre las secciones vecinas y aplicando posteriormente la definición de temperatura de bulk en cada cara.

Para evaluar la conducción axial se define

$$S_i = \int_{A_c} T\, dA \approx \sum_j T_j A_j. \tag{4.26}$$

De esta forma, en una cara interna se aproxima

$$\left(\int_{A_c} \frac{\partial T}{\partial z}\, dA\right)_{i+1/2} \approx \frac{S_{i+1} - S_i}{z_{i+1} - z_i}. \tag{4.27}$$

Una vez determinado $\dot{Q}_{w,i}$, el flujo de calor medio sobre la pared del volumen de control se calcula como

$$\overline{q''_w}(z_i) = \frac{\dot{Q}_{w,i}}{P\,\Delta z_i}, \tag{4.28}$$

donde P es el perímetro mojado de la sección. Bajo condición de temperatura de pared constante, la ley de enfriamiento de Newton permite escribir

$$\dot{Q}_{w,i} = h_i P \Delta z_i \left(T_w - T_{m,i}\right), \tag{4.29}$$

por lo que el coeficiente convectivo local queda dado por

$$h_i = \frac{\dot{Q}_{w,i}}{P \Delta z_i \left(T_w - T_{m,i}\right)}. \tag{4.30}$$

Este procedimiento permite obtener h_i a partir del balance energético del volumen de control, sin calcular directamente el gradiente de temperatura en la pared.

4.5.4 Número de Nusselt local

El número de Nusselt local se calcula a partir del coeficiente convectivo obtenido en cada sección:

$$Nu_{x,i} = \frac{h_i D_h}{k}. \tag{4.31}$$

La posición axial correspondiente se expresa mediante la coordenada térmica adimensional

$$x_i^* = \frac{z_i / D_h}{Re\, Pr}. \tag{4.32}$$

4.5.5 Número de Nusselt promedio

El número de Nusselt promedio entre la entrada y una posición x^* se define a partir de la distribución local como

$$Nu_m(x^*) = \frac{1}{x^*} \int_0^{x^*} Nu_x(\xi)\, d\xi. \tag{4.33}$$

En las simulaciones, los valores de Nu_x se encuentran asociados a los centroides de las capas axiales, por lo que el primer valor disponible se ubica en una posición $x_1^* > 0$. La integral se evaluó numéricamente mediante la regla de Simpson a partir de este primer punto, sin extrapolar el comportamiento de Nu_x hacia $x^* = 0$. De esta forma, el cálculo realizado corresponde a

$$Nu_{m,\mathrm{num}}(x^*) = \frac{1}{x^* - x_1^*} \int_{x_1^*}^{x^*} Nu_x(\xi)\, d\xi. \tag{4.34}$$

Esta elección evita asignar una contribución adicional a la región inmediatamente adyacente a la entrada, donde los gradientes térmicos son más elevados y los valores locales presentan

una mayor sensibilidad a la discretización espacial. En particular, el primer valor de Nu_x no se extrapola sobre el intervalo comprendido entre la entrada y su centroide, sino que participa únicamente en los intervalos posteriores de la cuadratura.

Debido al carácter acumulativo de Nu_m, la influencia relativa de las primeras posiciones disminuye a medida que aumenta la longitud considerada. Además, dado que Nu_x es positivo, la omisión del intervalo $0 \leq x^* < x_1^*$ conduce a una estimación conservadora de la contribución inicial, evitando introducir una extrapolación en una región que no se encuentra resuelta directamente.

Adicionalmente, bajo la hipótesis de conducción axial despreciable y temperatura de pared constante, el balance de energía puede escribirse como

$$-\frac{d\theta_m}{\theta_m} = 4Nu_x\, dx^*, \tag{4.35}$$

donde θ_m corresponde a la temperatura media adimensional definida en la Ecuación (4.16).

Integrando desde la entrada, donde $\theta_m = 1$, y utilizando la definición de Nu_m, se obtiene

$$Nu_m(x^*) = -\frac{\ln[\theta_m(x^*)]}{4x^*}. \tag{4.36}$$

Esta forma de calcular Nu_m se identificará en esta memoria como *método de balance*, con el fin de diferenciarla de la integración numérica del perfil de Nu_x. El método permite obtener Nu_m directamente a partir de la temperatura media y se utiliza como procedimiento complementario de comparación.

Debido a que su deducción desprecia la conducción axial, su aplicación se restringe a las condiciones en que dicha contribución puede considerarse suficientemente reducida. El criterio utilizado para identificar este régimen se analiza posteriormente en la Sección 5.1.2.

Ambos procedimientos se emplean posteriormente en la comparación con Wibulswas presentada en la Sección 5.1.3.

Capítulo 5

Resultados y Discusión

5.1 Verificación del modelo numérico

Antes de presentar los resultados principales, se establece la confiabilidad del modelo numérico mediante el estudio de independencia de malla y la comparación con datos de referencia de la literatura.

5.1.1 Independencia de malla

La independencia de malla se evaluó utilizando como caso base un canal de sección cuadrada con $Re = 100$ y $Pr = 0.72$. Para este análisis se consideraron siete configuraciones diferentes. Cuatro de ellas corresponden a mallas regulares con refinamiento progresivo en la sección transversal, de tamaños 16×16, 20×20, 25×25 y 50×50 elementos. Las tres restantes corresponden a mallas *Hex Dominant* construidas sobre una base de 50×50 elementos e incorporando capas de *Inflation* de 15, 25 y 35 capas. En todos los casos se utilizaron 1000 elementos en la dirección axial, distribuidos mediante *Sweep* con factor de sesgamiento. La malla con 35 capas de *Inflation* fue seleccionada como referencia para la comparación. A continuación, la Figura 5.1 presenta las curvas del Nusselt local, obtenidas para cada una de las configuraciones de malla evaluadas.

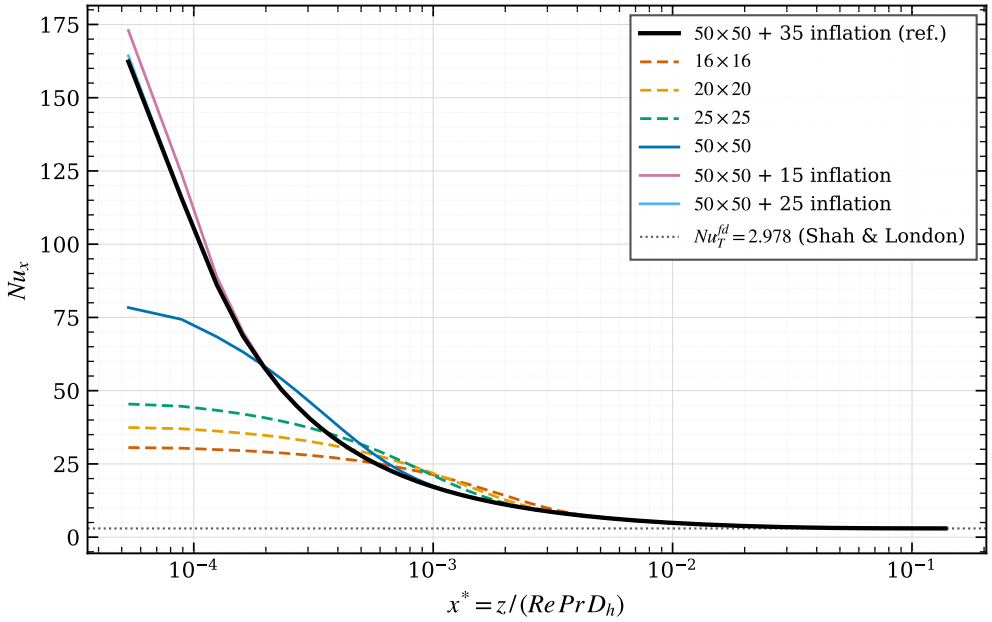


Figura 5.1: Nusselt local para distintas discretizaciones transversales.
Caso: $\alpha^* = 1$, $Re = 100$, $Pr = 0.72$, Condición T.

Los resultados muestran que las mallas regulares no logran reproducir adecuadamente el comportamiento del Nusselt en la región de entrada. Incluso al utilizar la configuración más refinada de este grupo, correspondiente a 50×50 elementos, permanece una diferencia significativa respecto a la solución de referencia. Esta diferencia es especialmente evidente cerca de la entrada del canal, donde los gradientes térmicos presentan una mayor intensidad. En particular, una malla 16×16, de resolución transversal comparable a la empleada por Wibulswas en su tesis doctoral, subestima el valor inicial del Nusselt en un factor superior a cinco, evidenciando la dificultad de este tipo de discretización para representar correctamente el problema de entrada simultánea.

Por otro lado, las mallas que incorporan capas de *Inflation* presentan un comportamiento considerablemente más cercano a la referencia. La inclusión de elementos refinados próximos a la pared permite capturar adecuadamente los gradientes presentes en la región de entrada, y las soluciones obtenidas con 25 y 35 capas muestran diferencias prácticamente imperceptibles en la escala de la figura. Este resultado confirma la importancia del refinamiento cercano a la pared para resolver problemas con gradientes térmicos elevados, en concordancia con los estudios realizados por Shome & Jensen [7] para tubos circulares y por Bennett [1] para el problema de Graetz en geometrías rectangulares.

Para cuantificar las diferencias entre las configuraciones evaluadas se calcularon dos indicadores respecto a la malla de referencia: la norma L_2 global y el error máximo local ε_{max}. La norma L_2 se definió como

$$L_2 = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(Nu_{x,i} - Nu_{x,i}^{ref} \right)^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(Nu_{x,i}^{ref} \right)^2}} \times 100, \tag{5.1}$$

donde $Nu_{x,i}$ corresponde al valor obtenido con la malla evaluada, $Nu_{x,i}^{ref}$ al valor de la malla de referencia y N al número de puntos considerados en la comparación. Los resultados se presentan en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1: Errores de cada malla respecto a la malla de referencia.
Caso: $\alpha^* = 1$, $Re = 100$, $Pr = 0.72$, condición T.

Malla	$\boldsymbol{L_2}$ [%]	ε_{max} [%]
16×16	57.98	81.15
20×20	53.31	76.94
25×25	48.32	72.00
50×50	31.38	51.72
$50 \times 50 + 15$ *Inflation*	4.50	7.19
$50 \times 50 + 25$ *Inflation*	0.65	1.23

La comparación cuantitativa permite observar que el principal aporte en precisión no proviene únicamente de aumentar la cantidad total de elementos, sino de distribuir adecuadamente el refinamiento en las zonas donde se concentran los gradientes. Al pasar desde la malla regular de 50×50 elementos a la configuración con 15 capas de *Inflation*, el error global disminuye desde 31.38 % hasta 4.5 %. Posteriormente, aumentar el número de capas desde 15 hasta 25 reduce nuevamente el error de forma significativa, alcanzando un valor de 0.65 % y un error máximo local de 1.23 %. La Figura 5.2 muestra adicionalmente el comportamiento del error al restringir el análisis a la región $x^* \geq 0.05$.

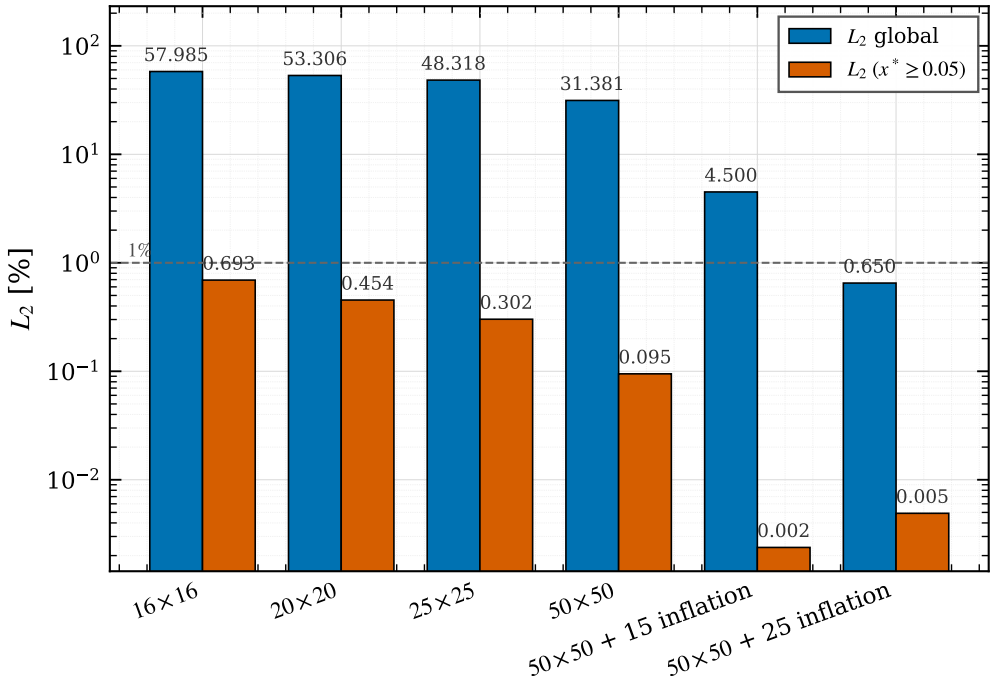


Figura 5.2: Errores L_2 global y restringido a $x^* \geq 0.05$ para cada malla evaluada respecto a la malla de referencia.

Al restringir el análisis a $x^* \geq 0.05$, todas las configuraciones presentan errores inferiores al 1 %. Esto indica que las mayores diferencias entre mallas se concentran en la región próxima a la entrada, donde los gradientes de velocidad y temperatura son más pronunciados. Aguas abajo, estas diferencias disminuyen y las distintas discretizaciones tienden a reproducir una misma solución.

A partir de estos resultados se adoptó, para el canal de sección cuadrada, una malla *Hex Dominant* con una resolución equivalente a una discretización transversal de 50×50 elementos y 25 capas de *Inflation*. Esta configuración representa un equilibrio adecuado entre precisión y costo computacional, ya que presenta una diferencia global de apenas 0.65 % respecto a la malla de 35 capas.

Para las relaciones de aspecto restantes, no se mantuvo constante el número de elementos en la sección transversal. En su lugar, se conservó el tamaño característico de los elementos del núcleo utilizado en la malla del canal cuadrado equivalente, correspondiente aproximadamente al 2 % de D_h. Dado que todas las geometrías consideradas poseen un diámetro hidráulico similar, este criterio permitió conservar una resolución espacial equivalente en el núcleo del dominio, mientras que en las proximidades de la pared se mantuvieron las 25 capas de *Inflation*.

No obstante, la estrategia de mallado fue definida inicialmente para el caso $\alpha^* = 1$ y $Re = 100$, mientras que los resultados presentados en este trabajo corresponden al rango $250 \leq Re \leq 2000$. Además, el estudio considera distintas relaciones de aspecto y un amplio rango de números de Prandtl. Por ello, fue necesario verificar que el criterio de mallado mantuviera una precisión adecuada para las condiciones más exigentes del estudio.

El nivel de refinamiento requerido está determinado principalmente por el espesor de las capas límite, el cual disminuye al aumentar Re en la capa hidrodinámica y al aumentar Pr en la capa térmica. En consecuencia, se seleccionó el caso $Re = 2000$ y $Pr = 50$ para la verificación, ya que corresponde a la condición más exigente de los casos estudiados, al presentar menores espesores de las capas límite.

La Tabla 5.2 presenta la comparación entre la malla base construida siguiendo este criterio y una malla refinada de 35 capas utilizada como referencia, para las siete relaciones de aspecto estudiadas, empleando como métrica la norma L_2 relativa del Nusselt local calculada sobre todo el dominio desde la entrada.

Tabla 5.2: Errores para cada razón de aspecto respecto a la malla de referencia.
Caso: Re = 2000, Pr = 50, Condición T

α^*	$\boldsymbol{L_2}$ [%]	ε_{max} [%]
1	0.9415	1.671
1/2	1.0223	1.805
1/3	1.0097	1.820
1/4	0.6886	1.325
1/5	1.5294	2.764
1/6	1.5109	2.692
1/10	1.4743	2.671

Los resultados muestran que la diferencia entre ambas configuraciones se mantiene reducida para todas las razones de aspecto evaluadas. El error L_2 permanece por debajo de 1.53 %, mientras que el error máximo local no supera el 2.77 %. De esta forma, se verifica que la discretización transversal seleccionada mantiene un nivel de precisión adecuado para las distintas razones de aspecto y para la condición térmica e hidrodinámica más restrictiva evaluada.

Adicionalmente, se evaluó la sensibilidad de la solución respecto al número de divisiones en la dirección axial. Manteniendo la discretización transversal seleccionada, se consideraron mallas con 500, 650, 800, 1000 y 1200 elementos axiales, utilizando esta última como referencia. Debido a que las posiciones de los centroides varían entre discretizaciones, las soluciones se interpolaron sobre una malla común en x^* y la comparación se realizó sobre el dominio compartido por todas las configuraciones.

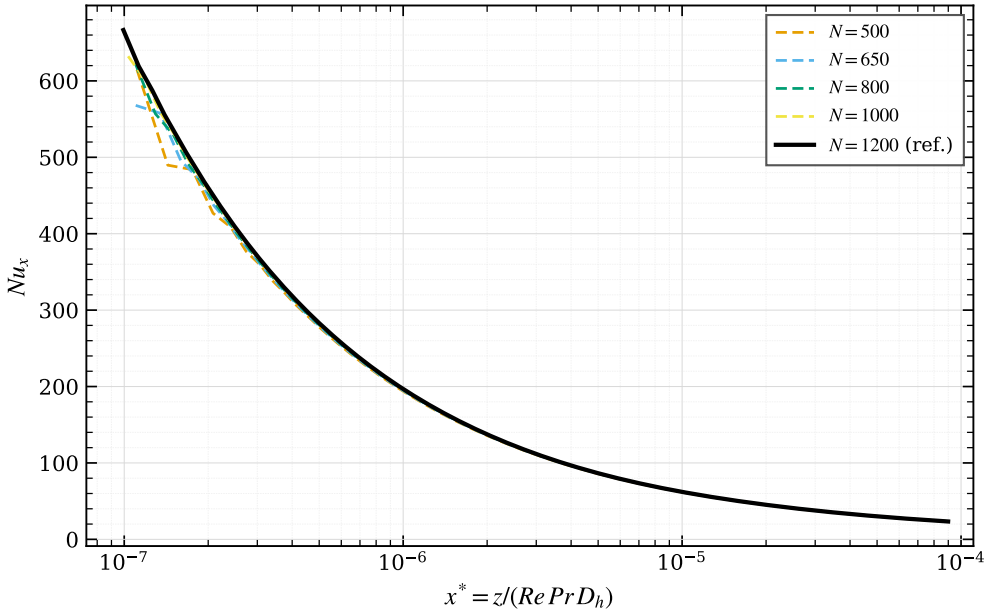


Figura 5.3: Nusselt local para distintas discretizaciones axiales.
Caso: $\alpha^* = 1$, $Re = 2000$, $Pr = 50$, Condición T.

La Figura 5.3 muestra que las principales diferencias se concentran en las primeras posiciones de la región de entrada, mientras que aguas abajo las soluciones tienden rápidamente al mismo comportamiento. La Tabla 5.3 presenta la norma L_2 relativa respecto de la malla con 1200 divisiones.

Tabla 5.3: Norma L_2 para las distintas discretizaciones axiales respecto de la malla de referencia.
Caso: $\alpha^* = 1$, $Re = 2000$, $Pr = 50$, Condición T.

Elementos axiales	$\boldsymbol{L_2}$ [%]
500	4.7554
650	2.5217
800	1.6776
1000	0.6272

El error disminuye a medida que aumenta la resolución axial. La malla con 1000 divisiones presenta una diferencia de aproximadamente 0.63 % respecto de la malla de referencia, por lo que se mantuvo esta discretización para las simulaciones posteriores. En conjunto, los resultados respaldan el uso de 25 capas de *Inflation* y 1000 divisiones axiales como configuración definitiva de la malla.

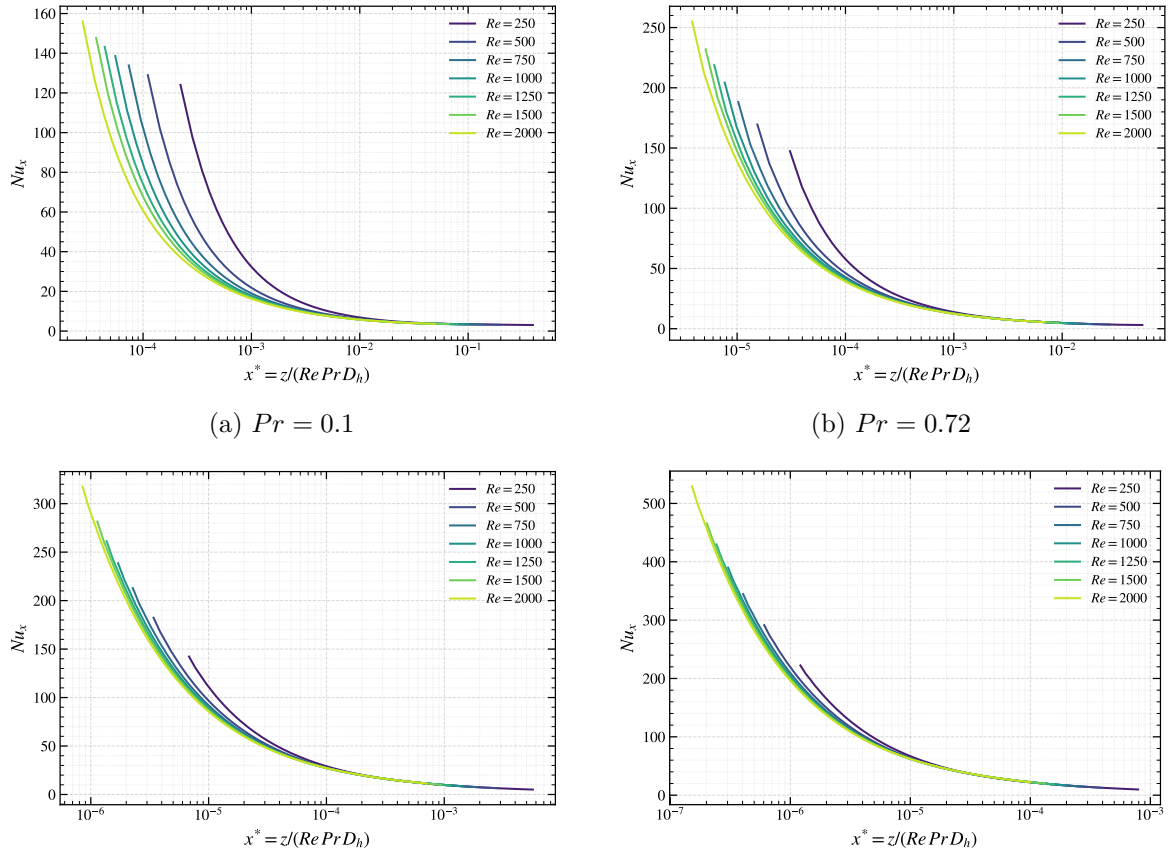
Finalmente, se evaluó la sensibilidad de la solución respecto de la longitud del dominio computacional. Para ello se comparó el dominio utilizado en las simulaciones, de $L = 1$ m, con un dominio extendido de $L = 3$ m para el caso $\alpha^* = 1$, $Re = 250$ y $Pr = 0.1$, correspondiente al menor número de Péclet estudiado, $Pe = 25$. La comparación mostró una norma L_2 relativa de 0.34 %, indicando una influencia reducida de la posición de la condición de salida sobre la

distribución de Nu_x dentro del dominio original. El procedimiento y los resultados detallados de esta verificación se presentan en el Anexo C.

5.1.2 Aproximación parabólica

La formulación parabólica de Wibulswas presentada en las secciones anteriores conduce a una solución en la que el número de Reynolds no aparece como parámetro independiente, sino incorporado en las coordenadas axiales adimensionales. Ansys Fluent, en cambio, resuelve las ecuaciones completas de Navier–Stokes y energía, conservando los términos despreciados en dicha aproximación. Resulta necesario, entonces, determinar bajo qué condiciones las soluciones numéricas se aproximan al comportamiento previsto por la formulación parabólica.

El estudio considera siete razones de aspecto y ocho números de Prandtl, evaluados para distintos números de Reynolds. Debido al número de combinaciones obtenidas, no resulta práctico presentar todos los casos. La Figura 5.4 muestra, como casos representativos, las soluciones para un ducto cuadrado con $Pr = 0.1$, 0.72, 7 y 50. Estos valores cubren un amplio rango de números de Prandtl y permiten observar la influencia de Re sobre la solución numérica.



(a) $Pr = 0.1$ (b) $Pr = 0.72$

(c) $Pr = 7$ (d) $Pr = 50$

Figura 5.4: Nusselt local para distintos números de Reynolds.
Casos: $\alpha^* = 1$, $Pr = 0.1$, 0.72, 7 y 50.

La dependencia con el número de Reynolds se concentra principalmente en la región próxima a la entrada y es más marcada para números de Prandtl bajos. A medida que aumenta Pr, las curvas correspondientes a distintos Reynolds se aproximan entre sí, hasta presentar diferencias pequeñas en gran parte del dominio.

Para analizar este comportamiento se considera la ecuación de energía en forma adimensional. Con el fin de aislar el efecto de la difusión térmica axial, y considerando que el transporte convectivo está dominado por la componente axial de velocidad, al escalar las coordenadas transversales con D_h, la coordenada axial como $x^* = z/(D_h RePr)$ y la temperatura como $\theta = (T - T_w)/(T_i - T_w)$, se obtiene

$$w^* \frac{\partial \theta}{\partial x^*} = \nabla_\perp^2 \theta + \frac{1}{Pe^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^{*2}}, \tag{5.2}$$

donde $\nabla_\perp^2$ corresponde al laplaciano transversal adimensional y $Pe = Re\, Pr$ es el número de Péclet. El término asociado a la difusión térmica axial queda multiplicado por $1/Pe^2$, por lo que su contribución disminuye al aumentar Pe. En ese límite, la ecuación de energía se aproxima progresivamente a una forma parabólica en la dirección axial.

Este comportamiento es consistente con las diferencias observadas en las simulaciones. Para un número de Prandtl fijo, aumentar Re incrementa el número de Péclet y reduce la influencia relativa de la difusión térmica axial. Para valores bajos de Pr, alcanzar un Péclet elevado requiere Reynolds mayores, limitados a su vez por la condición de flujo laminar. Por esta razón, la difusión axial mantiene una mayor influencia cerca de la entrada, donde los gradientes axiales son más intensos y las curvas correspondientes a distintos Reynolds presentan una mayor separación.

Para establecer un criterio cuantitativo, las curvas de Nu_x se analizaron en función del número de Péclet. La Figura 5.5 muestra este comportamiento para $Pr = 1$ y $\alpha^* = 1$.

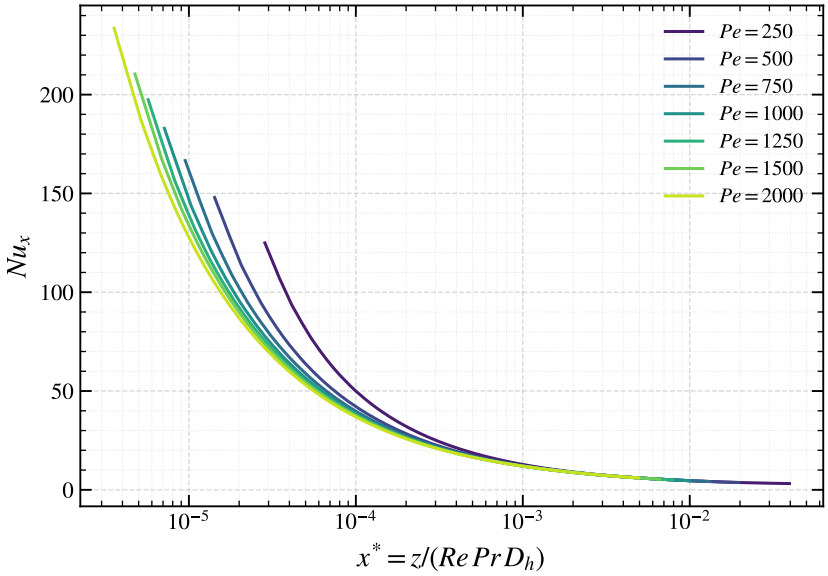


Figura 5.5: Nusselt local para distintos números de Péclet.
Caso: $\alpha^* = 1$, $Pr = 1$.

A medida que aumenta el número de Péclet, las curvas se aproximan entre sí. Para $Pe > 500$ las diferencias se reducen de forma considerable a partir de $x^* \geq 10^{-4}$, mientras que aguas arriba de esta posición todavía se observa una separación apreciable. Se adopta, por lo tanto, $Pe > 500$ y $x^* \geq 10^{-4}$ como un criterio práctico para identificar la región en que la dependencia con Re se encuentra suficientemente reducida.

La diferencia entre las soluciones obtenidas con distintos Reynolds se cuantifica mediante el error relativo máximo del Nusselt local. Como referencia se utiliza $Re = 2000$, que para cada número de Prandtl corresponde al mayor Péclet simulado y, por lo tanto, al caso con menor influencia relativa de la difusión térmica axial. El error se define como

$$\varepsilon_{\text{máx}} = \max_{Pe>500} \left| \frac{Nu_x(Pe) - Nu_x(Re{=}2000)}{Nu_x(Re{=}2000)} \right|_{x^*=10^{-4}} \times 100\,\%, \tag{5.3}$$

y se evalúa en $x^* = 10^{-4}$, correspondiente al límite inferior de la región adoptada. Como las diferencias disminuyen aguas abajo, esta posición entrega una estimación conservadora dentro del dominio considerado.

El criterio no puede aplicarse a todos los números de Prandtl, ya que el Péclet máximo alcanzable está limitado por el número de Reynolds. Con $Re_{\text{máx}} = 2000$ se tiene $Pe_{\text{máx}} = 2000\,Pr$, de manera que solo los casos con $Pr > 0.25$ pueden superar el umbral de $Pe = 500$ dentro del rango de Reynolds estudiado. La Tabla 5.4 presenta los errores obtenidos.

Tabla 5.4: Error relativo máximo del Nusselt local respecto al caso de referencia $Re = 2000$, para los casos con $Pe > 500$, evaluado en $x^* = 10^{-4}$.

Pr	$\varepsilon_{\text{máx}}$ [%]
0.5	4.45
0.72	9.78
1	7.97
7	7.02
10	4.01
20	0.81
50	0.36

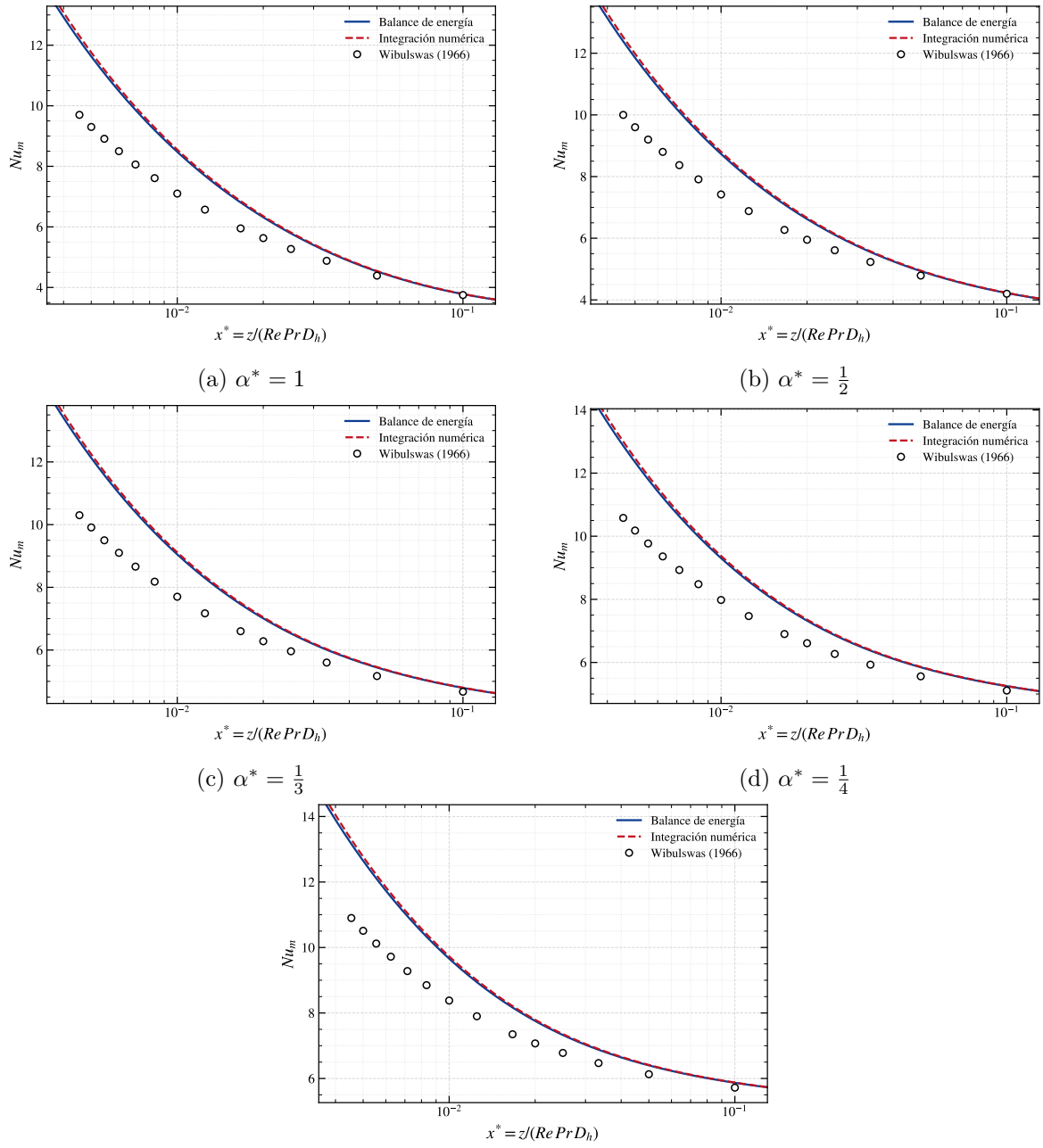
El error no presenta una variación estrictamente monótona con el número de Prandtl. Para $Pr = 0.5$ se obtiene un valor relativamente bajo, de 4.45 %, debido a que el criterio $Pe > 500$ solo incluye los Reynolds más altos simulados, próximos al caso de referencia $Re = 2000$. Para $Pr = 0.72$, el mismo criterio incorpora valores de Reynolds menores, aumentando la diferencia respecto de la referencia y alcanzando el error máximo de 9.78 %. A partir de este punto, al aumentar Pr también aumenta el número de Péclet asociado a cada Reynolds, reduciéndose progresivamente la influencia de la difusión térmica axial. El error disminuye hasta alcanzar valores inferiores al 1 % para $Pr = 20$ y $Pr = 50$.

El caso $Pr = 0.1$ no alcanza el umbral establecido, ya que su Péclet máximo es $Pe = 200$. Superar $Pe = 500$ requeriría un Reynolds mayor a 5000, fuera del rango laminar considerado. Aun así, las curvas muestran una tendencia al colapso, aunque a posiciones más alejadas de la entrada. Aplicando el mismo criterio sobre los casos con $Pe > 100$ y evaluando el error en $x^* = 10^{-3}$, se obtiene una diferencia máxima de 5.27 %. Esto muestra que, para números de Péclet menores, la región en que la dependencia con Re se reduce se desplaza aguas abajo.

En conjunto, los resultados muestran que la dependencia de Nu_x con el número de Reynolds disminuye al aumentar el número de Péclet y al avanzar aguas abajo. Dentro del rango estudiado, $Pe > 500$ y $x^* \geq 10^{-4}$ se adoptan como un criterio práctico para identificar una región de comportamiento aproximadamente parabólico. Este criterio **no** implica una independencia completa respecto de Re, ya que cerca de su límite inferior aún se observan diferencias de hasta aproximadamente 10 %. Sin embargo, permite reducir significativamente la dependencia respecto de Re en comparación con la región más próxima a la entrada.

5.1.3 Comparación con los datos de Wibulswas

Como se mencionó en capítulos previos, bajo condición de contorno tipo T, Wibulswas reporta el número de Nusselt medio para distintos valores de Gz. Estos valores se calcularon para $Pr = 0.72$ y para cinco relaciones de aspecto: $\alpha^* = 1$, 1/2, 1/3, 1/4 y 1/6. A continuación se presentan las soluciones obtenidas para cada razón de aspecto mediante las dos metodologías descritas en la Sección 4.5.5.



(a) $\alpha^* = 1$

(b) $\alpha^* = \frac{1}{2}$

(c) $\alpha^* = \frac{1}{3}$

(d) $\alpha^* = \frac{1}{4}$

(e) $\alpha^* = \frac{1}{6}$

Figura 5.6: Comparación del Nusselt medio frente a los valores de Wibulswas. Caso: $Re = 1000$, $Pr = 0.72$.

En la Figura 5.6 se observa que, en todas las relaciones de aspecto y con ambas metodologías, se obtienen números de Nusselt medios mayores que los reportados por Wibulswas. La Tabla 5.5 resume los errores relativos correspondientes.

Tabla 5.5: Errores relativos del Nusselt medio frente a Wibulswas para $Pr = 0.72$.

	Balance de energía		Integración numérica	
α^*	$\langle\varepsilon\rangle$ [%]	ε_{max} [%]	$\langle\varepsilon\rangle$ [%]	ε_{max} [%]
1	16.03	25.39	16.94	26.85
1/2	14.89	23.83	15.76	25.24
1/3	14.98	22.84	15.73	24.04
1/4	14.27	21.60	15.04	22.88
1/6	13.22	20.77	13.94	21.99
General	14.67	25.39	15.48	26.85

En ambas metodologías, el error medio supera el 13 % para todas las razones de aspecto, mientras que las desviaciones máximas alcanzan valores cercanos al 27 %. La integración numérica presenta errores levemente mayores que el método de balance, aunque la diferencia media entre ambos se mantiene por debajo del 1 %. Esta concordancia se debe a que el número de Péclet de los casos analizados se encuentra sobre el umbral establecido, reduciendo la influencia de la conducción axial.

Por lo tanto, las diferencias observadas sugieren la existencia de otros efectos asociados al procedimiento numérico empleado por Wibulswas, particularmente a la resolución de la región de entrada.

En su discretización, el lado menor del ducto se divide en 16 elementos y el paso axial es uniforme. Sobre esta malla se obtiene el número de Nusselt local mediante un balance energético a lo largo del ducto y, a partir de estos valores, se calcula el Nusselt medio como el promedio espacial del Nusselt local sobre la longitud considerada:

$$Nu_m = \frac{1}{L}\int_0^L Nu_x(z)\,dz.$$

Para una discretización axial uniforme, esta expresión puede aproximarse mediante

$$Nu_m = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} Nu_{x,i},$$

donde N es el número de intervalos considerados y $L = N\,\Delta z$.

La diferencia no está asociada al promedio en sí, sino a la resolución con que se determinan los valores locales utilizados en su cálculo. Como se observó en la Sección 5.1.1, las mallas uniformes presentan sus mayores diferencias precisamente en la región de entrada, donde el Nusselt local alcanza sus valores más altos. En particular, una malla 16×16, de resolución transversal comparable a la utilizada por Wibulswas para $\alpha^* = 1$, presenta errores superiores al 50 % respecto de la malla de referencia en esta región. La incorporación de refinamiento próximo a la pared reduce considerablemente estas diferencias.

Estos resultados indican que la resolución espacial empleada por Wibulswas puede contribuir a la menor magnitud de los valores de Nu_m reportados. Esta interpretación es consistente con la comparación realizada al excluir las posiciones más próximas a la entrada. Como se observa en la Figura 5.7, al considerar únicamente la región $x^* \geq 10^{-4}$, como dominio de integración, la solución propia presenta una mayor concordancia con los resultados de Wibulswas. El error medio general para las distintas razones de aspecto se reduce a 2.82 %, mientras que el error máximo disminuye a 5.06 %. Esta reducción muestra que una parte importante de la discrepancia entre ambas soluciones se concentra en la región próxima a la entrada y es consistente con el efecto de la resolución espacial observado en el estudio de independencia de malla.

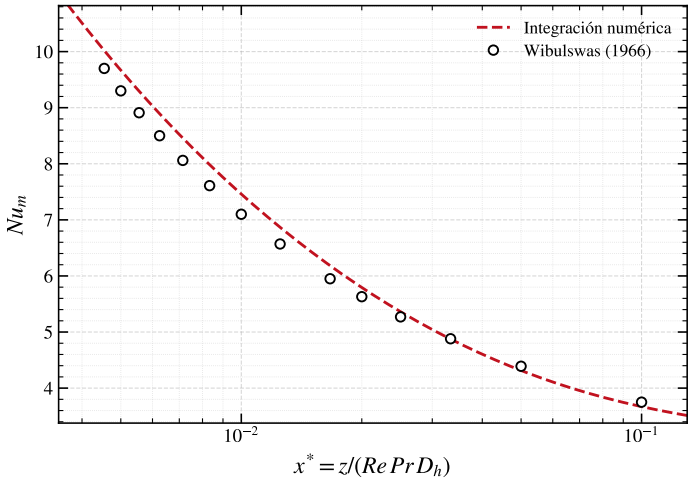


Figura 5.7: Nusselt medio frente a Wibulswas para $\alpha^* = 1$ y $Pr = 0.72$, considerando un dominio de integración acotado a $x^* \geq 10^{-4}$.

5.1.4 Número de Nusselt completamente desarrollado

Para verificar el comportamiento en el régimen completamente desarrollado, se compararon los resultados numéricos con la correlación de Shah y London [6], dada por

$$Nu_T^{\mathrm{fd}} = 7.541 \left(1 - 2.610\,\alpha^* + 4.970\,\alpha^{*2} - 5.119\,\alpha^{*3} + 2.702\,\alpha^{*4} - 0.548\,\alpha^{*5}\right). \tag{5.4}$$

La Tabla 5.6 compara los valores de referencia con los obtenidos mediante el modelo numérico para las distintas relaciones de aspecto estudiadas. El error relativo se mantiene por debajo de 0.6 % en todos los casos, lo que respalda el procedimiento de extracción del número de Nusselt en el límite completamente desarrollado.

Tabla 5.6: Comparación del número de Nusselt completamente desarrollado para las distintas relaciones de aspecto.

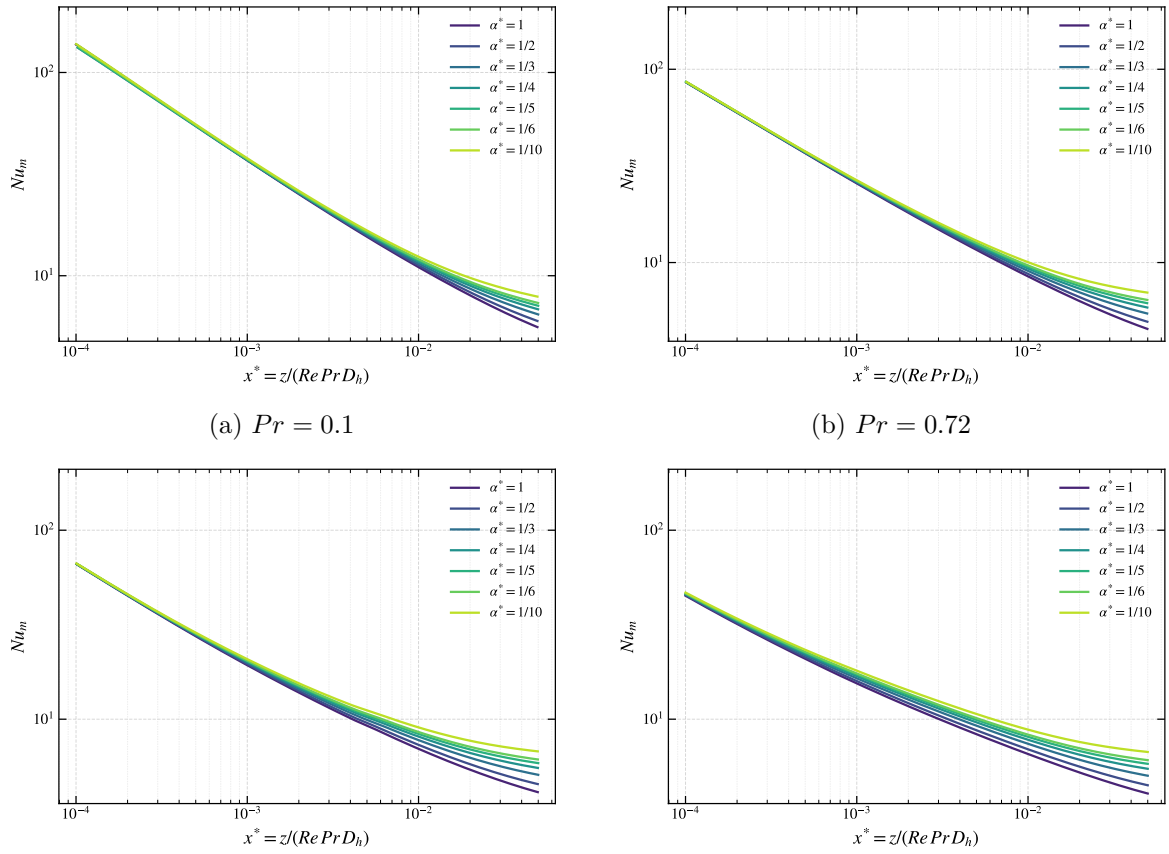
α^*	Nu_T^{fd} [6]	Nu_T^{fd}	ε [%]
1	2.978	2.978	0.00
1/2	3.388	3.393	0.15
1/3	3.949	3.959	0.25
1/4	4.435	4.447	0.27
1/5	4.826	4.840	0.29
1/6	5.138	5.160	0.43
1/10	5.910	5.943	0.56

5.2 Comportamiento del número de Nusselt local y medio

Una vez verificado el modelo, se analiza el comportamiento del número de Nusselt dentro del dominio estudiado. Para identificar el efecto de cada variable, primero se mantiene fijo el número de Prandtl y se varía la razón de aspecto. Luego, se mantiene fija la geometría y se modifica el número de Prandtl. En ambos casos se analiza el comportamiento del Nusselt local Nu_x y del Nusselt medio Nu_m.

5.2.1 Influencia de la razón de aspecto y del número de Prandtl

La Figura 5.8 muestra el comportamiento de Nu_m para las siete razones de aspecto y distintos números de Prandtl. El efecto de la geometría no es igual en todos los casos, sino que depende del número de Prandtl. A medida que Pr aumenta, las curvas correspondientes a las distintas razones de aspecto presentan una mayor separación. Además, para una misma posición x^*, los menores valores de α^* tienden a presentar números de Nusselt medio ligeramente mayores.



(a) $Pr = 0.1$

(b) $Pr = 0.72$

(c) $Pr = 7$

(d) $Pr = 50$

Figura 5.8: Nusselt medio para las siete razones de aspecto.
Casos: $Pr = 0.1$, 0.72, 7 y 50.

Lo interesante es el papel que juega el número de Prandtl. En la formulación de Wibulswas, Pr puede interpretarse como un reloj del desarrollo hidrodinámico, ya que para una misma posición térmica se cumple

$$x^+ = Pr\, x^*. \tag{5.5}$$

Por lo tanto, a menores valores de Pr, el perfil de velocidades se encuentra menos desarrollado para un mismo x^*. En estas condiciones, las curvas correspondientes a las distintas razones de aspecto permanecen muy próximas entre sí, mostrando una menor influencia de la geometría sobre el número de Nusselt.

A mayores valores de Pr ocurre lo contrario. Para una misma posición térmica adimensional x^*, el perfil de velocidades se encuentra en un estado de desarrollo más avanzado. En este caso, las diferencias entre las distintas razones de aspecto se hacen más evidentes, aumentando la separación entre las curvas de Nusselt.

La influencia de la geometría sobre el desarrollo local se observa con mayor claridad en la Figura 5.9, donde se presenta Nu_x para $Pr = 7$ y las siete razones de aspecto estudiadas.

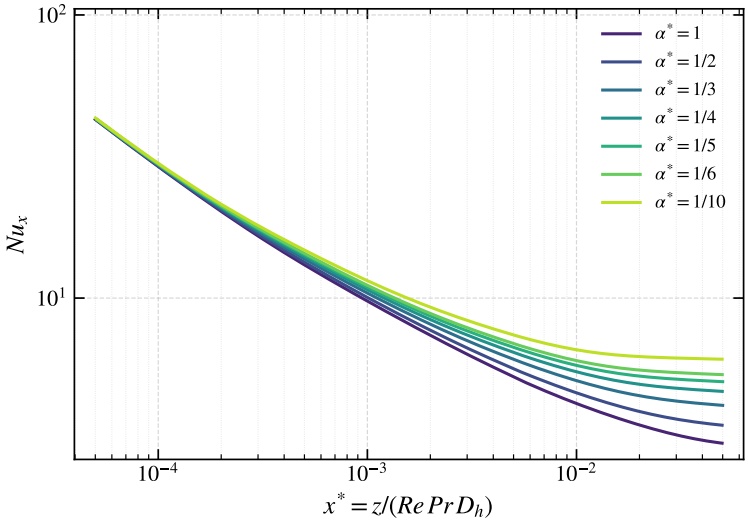
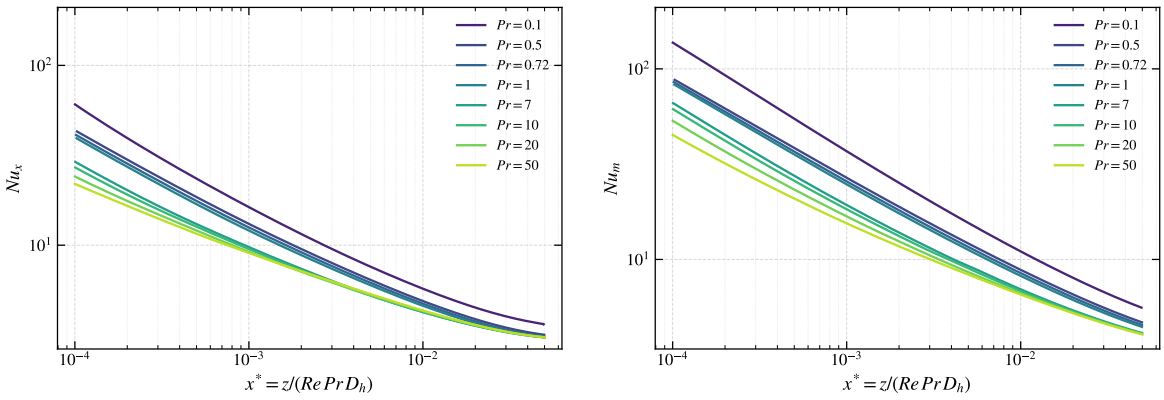


Figura 5.9: Nusselt local para las siete razones de aspecto. Caso: $Pr = 7$.

Se observa que, al disminuir α^*, el número de Nusselt se aproxima más rápidamente a su valor asintótico. Además, el valor completamente desarrollado aumenta a medida que disminuye la razón de aspecto.

Por otra parte, la influencia del número de Prandtl se observa directamente en la Figura 5.10, donde se comparan Nu_x y Nu_m para los ocho valores de Pr considerados y una sección cuadrada.



(a) Nu_x (b) Nu_m

Figura 5.10: Nusselt local y medio para los ocho números de Prandtl. Caso: $\alpha^* = 1$.

A una misma posición axial adimensional x^*, un mayor Pr corresponde a un estado de desarrollo hidrodinámico más tardío, lo que se traduce en una velocidad cercana a la pared menor. Por lo tanto, la capa límite térmica se engrosa en comparación con un Pr menor, ya que el perfil de velocidad condiciona al perfil térmico. Esto suaviza el gradiente de temperatura en la pared y, en consecuencia, reduce Nu_x.

La diferencia entre los distintos valores de Pr es más marcada en las menores posiciones de

x^*. En el caso de Nu_x, las curvas correspondientes a $Pr \geq 0.5$ convergen aguas abajo hacia un mismo valor asintótico, ya que una vez alcanzado el régimen completamente desarrollado el número de Nusselt local deja de depender del número de Prandtl para una geometría y condición térmica dadas.

La curva de $Pr = 0.1$ constituye la excepción y se mantiene por encima del resto dentro del dominio analizado. Al presentar el menor número de Prandtl, su desarrollo hidrodinámico avanza más lentamente respecto de la coordenada térmica x^*. Por lo tanto, para un mismo x^*, el flujo se encuentra menos desarrollado y no alcanza a converger hacia el valor asintótico dentro del rango mostrado.

En el caso de Nu_m, la convergencia es más lenta y las curvas no llegan a coincidir dentro del dominio. Este comportamiento se debe a su carácter acumulativo, ya que el promedio conserva la influencia de los valores de Nu_x obtenidos desde las primeras posiciones axiales.

5.3 Correlaciones para el número de Nusselt local y medio

Los resultados mostraron que el número de Nusselt depende de la razón de aspecto y del número de Prandtl, mientras que el número de Péclet condiciona la importancia relativa de la difusión térmica axial. A partir del análisis presentado en la Sección 5.1.2, se adoptó el siguiente dominio para la construcción y aplicación de las correlaciones:

$$x^* \geq 10^{-4}, \qquad Pe > 500, \qquad Pr \in [0.5, 50], \qquad \alpha^* \in \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{10}\right\}. \tag{5.6}$$

Dentro de este dominio, la dependencia de Nu_x con el número de Reynolds se encuentra suficientemente reducida para representar los resultados en función de x^*, Pr y α^*.

Para cada número de Prandtl se seleccionó un valor de Reynolds que permitiera satisfacer $Pe > 500$ y cubrir el intervalo requerido de x^* con una longitud computacional adecuada. Los casos utilizados para construir las correlaciones se presentan en la Tabla 5.7.

Tabla 5.7: Número de Reynolds utilizado para generar los datos de ajuste y número de Péclet correspondiente.

Pr	Re	Pe
0.5	1250	625
0.72	1250	900
1	1250	1250
7	250	1750
10	250	2500
20	250	5000
50	250	12500

A partir de estos datos se ajustaron correlaciones para el número de Nusselt local y medio. La

variación axial se representa mediante λ, mientras que la dependencia con Pr se incorpora mediante ψ. La forma general adoptada es

$$\mathrm{Nu}_{x,m} = Nu_T^{\mathrm{fd}} \left[1 + \sum_{i=1}^{6} c_i(Pr)\lambda^i \right], \tag{5.7}$$

$$c_i(Pr) = \sum_{j=0}^{4} b_{ij}\psi^j, \tag{5.8}$$

$$\lambda = \ln\left(1 + \frac{1}{x^*}\right), \qquad \psi = \ln(Pr). \tag{5.9}$$

La expresión corresponde a un polinomio de sexto grado en λ, cuyos coeficientes dependen de Pr mediante polinomios de cuarto grado en ψ. Los coeficientes b_{ij} se ajustaron de manera independiente para cada razón de aspecto, por lo que la correlación no contempla interpolación entre valores de α^*. Además, su forma asegura que

$$\mathrm{Nu}_{x,m} \to Nu_T^{\mathrm{fd}} \qquad \text{cuando} \qquad x^* \to \infty. \tag{5.10}$$

Los valores de Nu_T^{fd} utilizados para cada razón de aspecto se presentan en la Tabla 5.6. Los coeficientes b_{ij} para Nu_x se encuentran en las Tablas A.1 a A.7, mientras que los correspondientes a Nu_m se presentan en las Tablas A.9 a A.15, incluidas en el Anexo A.

La calidad de los ajustes se resume en las Tablas A.8 y A.16. Para Nu_x se obtiene $R^2 \geq 0.999974$, un MAE inferior a 0.22 % y un error relativo máximo de 1.25 %. Para Nu_m se obtiene $R^2 \geq 0.999970$, un MAE inferior a 0.18 % y un error relativo máximo de 0.85 %. Estos valores corresponden al ajuste respecto de los datos utilizados en la construcción de las correlaciones.

Debido a que Re no aparece como variable independiente, se realizó una comprobación adicional para cuantificar la dependencia residual con el número de Reynolds. Para $\alpha^* = 1$ y $Pr = 0.5$, 0.72, 1 y 7, la correlación de Nu_x se evaluó en todos los puntos tabulados con $x^* \geq 10^{-4}$ y se comparó con los Reynolds simulados que satisfacen $Pe > 500$. La desviación se definió como

$$\varepsilon_{\mathrm{corr}} = \left| \frac{Nu_{x,\mathrm{corr}} - Nu_{x,\mathrm{CFD}}}{Nu_{x,\mathrm{CFD}}} \right| \times 100\,\%. \tag{5.11}$$

y para cada combinación de Pr y Re se determinó

$$\varepsilon_{\mathrm{corr,max}}(Pr, Re) = \max_{x^* \geq 10^{-4}} \varepsilon_{\mathrm{corr}}. \tag{5.12}$$

La Tabla 5.8 presenta, para cada número de Prandtl analizado, la mayor desviación encontrada entre los Reynolds que satisfacen $Pe > 500$.

Tabla 5.8: Desviación máxima de la correlación de Nu_x respecto de las soluciones CFD para $\alpha^* = 1$ y $x^* \geq 10^{-4}$.

Pr	$Re_{\varepsilon_{\text{máx}}}$	$x^*_{\varepsilon_{\text{máx}}}$	$\varepsilon_{\text{máx}}$ [%]
0.5	2000	10^{-4}	4.483
0.72	750	10^{-4}	6.051
1	750	10^{-4}	4.311
7	2000	10^{-4}	6.510

Para los casos analizados con $Pe > 500$, la desviación máxima observada fue de 6.51 %. En todos ellos, el máximo se presenta en $x^* = 10^{-4}$ y disminuye aguas abajo, en concordancia con el comportamiento observado en la Sección 5.1.2.

Por lo tanto, los errores de 1.25 % para Nu_x y 0.85 % para Nu_m representan la precisión del ajuste **respecto de la base de datos utilizada**, mientras que la comprobación frente a distintos Reynolds cuantifica la dependencia residual con Re dentro del dominio adoptado.

Finalmente, los valores de Nu_x y Nu_m obtenidos directamente de las simulaciones para todas las combinaciones estudiadas se presentan en el Anexo B.

Capítulo 6

Conclusiones

En esta memoria se estudió numéricamente la transferencia de calor en flujo laminar simultáneamente en desarrollo dentro de ductos rectangulares, bajo condición de temperatura de pared constante. El análisis consideró la influencia de la razón de aspecto, el número de Prandtl y la posición axial sobre el número de Nusselt local y medio. A partir del trabajo realizado se establecen las siguientes conclusiones:

- Se configuró y discretizó el dominio computacional tridimensional para las siete razones de aspecto estudiadas, utilizando una malla predominantemente hexaédrica y refinamiento mediante *Inflation* en las paredes. El estudio de independencia de malla mostró que la resolución transversal tiene una influencia importante sobre el cálculo del Nusselt local en la región de entrada, donde se concentran los mayores gradientes térmicos. La configuración seleccionada, con 25 capas de *Inflation*, presentó diferencias reducidas respecto de la malla de referencia, incluso para el caso $Re = 2000$ y $Pr = 50$ utilizado como condición restrictiva de resolución transversal. En la dirección axial, la configuración con 1000 divisiones presentó una diferencia L_2 de aproximadamente 0.63 % respecto de la malla con 1200 divisiones, respaldando su utilización en las simulaciones posteriores.

  Adicionalmente, la comparación con un dominio extendido mostró una diferencia L_2 de 0.34 % respecto del dominio original, respaldando que la posición de la condición de salida tiene una influencia reducida sobre Nu_x dentro del dominio analizado.

- Se desarrolló una herramienta de post-procesamiento en Python para obtener el número de Nusselt local a partir de los campos de velocidad y temperatura calculados en Ansys Fluent. El procedimiento utiliza balances de energía sobre volúmenes de control axiales e incorpora la conducción térmica axial presente en la ecuación de energía. A partir de la distribución de Nu_x se obtuvo además el número de Nusselt medio mediante integración numérica. Como verificación del procedimiento, los valores de Nusselt completamente desarrollado presentaron diferencias inferiores al 0.6 % respecto de los valores reportados por Shah y London para todas las razones de aspecto estudiadas.

- Las simulaciones permitieron caracterizar la influencia conjunta del número de Prandtl y de la razón de aspecto sobre el desarrollo del número de Nusselt. Para una misma posición térmica x^*, el estado de desarrollo hidrodinámico está relacionado mediante $x^+ = Pr\, x^*$. Por lo tanto, valores menores de Pr corresponden a un perfil de velocidad menos desarrollado para un mismo x^*, mientras que valores mayores de Pr corresponden

a un estado hidrodinámico más avanzado. Esta diferencia modifica la evolución del campo térmico y se refleja en la dependencia observada de Nu_x con el número de Prandtl.

La razón de aspecto también modifica el comportamiento de la transferencia de calor. Al disminuir α^*, aumenta el valor de Nusselt completamente desarrollado y se modifica la evolución de Nu_x a lo largo del ducto. El efecto de la geometría resulta menos evidente para números de Prandtl bajos y aumenta a medida que Pr crece, debido al distinto estado de desarrollo hidrodinámico asociado a una misma posición x^*.

Adicionalmente, se observó que la dependencia residual con el número de Reynolds disminuye al aumentar el número de Péclet. Dentro del rango estudiado se adoptó $Pe > 500$ y $x^* \geq 10^{-4}$ como criterio práctico para identificar una región en la que esta dependencia se encuentra suficientemente reducida. Este criterio no representa una independencia exacta respecto de Re, ya que en el límite inferior del dominio se observaron diferencias de hasta aproximadamente 10 %, las cuales disminuyen aguas abajo.

- La comparación con los resultados de Wibulswas para $Pr = 0.72$ mostró que las mayores diferencias se asocian a las menores posiciones de x^*. Considerando todo el dominio disponible, las diferencias medias del número de Nusselt medio fueron cercanas al 15 %, con valores máximos cercanos al 27 %. Al recalcular Nu_m restringiendo la integración a $x^* \geq 10^{-4}$, el error medio general disminuyó a 2.82 % y el máximo a 5.06 %. El estudio de independencia de malla mostró que la resolución espacial de las primeras posiciones axiales puede contribuir a las diferencias observadas con los resultados de Wibulswas, sin atribuir dichas discrepancias exclusivamente a este efecto.

- Finalmente, se desarrollaron correlaciones para representar Nu_x y Nu_m en función de x^*, Pr y α^* dentro del dominio $x^* \geq 10^{-4}$, $Pe > 500$ y $0.5 \leq Pr \leq 50$. Los errores relativos máximos de ajuste respecto de la base de datos utilizada fueron de 1.25 % para Nu_x y 0.85 % para Nu_m. Estos valores representan la calidad del ajuste y no la incertidumbre total de las correlaciones. La comprobación adicional frente a distintos números de Reynolds mostró, para los casos analizados, una desviación máxima de 6.51 %, localizada en $x^* = 10^{-4}$ y asociada a la dependencia residual con Re que no se encuentra incorporada explícitamente en las correlaciones.

En conjunto, los resultados obtenidos permiten cumplir el objetivo general de caracterizar el comportamiento local y medio de la transferencia de calor en flujo laminar simultáneamente en desarrollo dentro de ductos rectangulares. El estudio amplía la información disponible para condición de temperatura de pared constante, incorporando de manera conjunta la influencia del número de Prandtl y de la razón de aspecto, y proporciona correlaciones que permiten representar las soluciones numéricas dentro del dominio establecido.

Bibliografía

[1] T. D. Bennett. Laminar convection in rectangular ducts of fully developed flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 156:119846, 2020.

[2] V. V. Dharaiya and S. G. Kandlikar. Numerical investigation of heat transfer in rectangular microchannels under H2 boundary condition during developing and fully developed laminar flow. *Journal of Heat Transfer*, 134(2):020911, 2012.

[3] F. P. Incropera, D. P. DeWitt, T. L. Bergman, and A. S. Lavine. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 6th edition, 2007.

[4] P.-S. Lee and S. V. Garimella. Thermally developing flow and heat transfer in rectangular microchannels of different aspect ratios. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49:3060–3067, 2006.

[5] S. R. Montgomery and P. Wibulswas. Laminar flow heat transfer for simultaneously developing velocity and temperature profiles in ducts of rectangular cross section. *Applied Scientific Research*, 18:247–259, 1968.

[6] R. K. Shah and A. L. London. *Laminar Flow Forced Convection in Ducts: A Source Book for Compact Heat Exchanger Analytical Data*. Academic Press, New York, 1978.

[7] B. Shome and M. K. Jensen. Correlations for simultaneously developing laminar flow and heat transfer in a circular tube. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 36(10):2710–2713, 1993.

[8] D. B. Tuckerman and R. F. W. Pease. High-performance heat sinking for VLSI. *IEEE Electron Device Letters*, 2(5):126–129, 1981.

[9] P. Wibulswas. *Laminar-Flow Heat-Transfer in Non-Circular Ducts*. PhD thesis, University of London, London, United Kingdom, 1966.

[10] Z.-Q. Yu, M.-T. Li, and B.-Y. Cao. A comprehensive review on microchannel heat sinks for electronics cooling. *International Journal of Extreme Manufacturing*, 6(2):022005, 2024.

Apéndice A

Coeficientes de las correlaciones del número de Nusselt

A.1 Nusselt local

Tabla A.1: Coeficientes b_{ij} de la correlación Nu_x para $\alpha^* = 1$

i	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$
1	$2.985\,17 \times 10^{-1}$	$-3.168\,62 \times 10^{-1}$	$-2.493\,28 \times 10^{-1}$	$1.891\,99 \times 10^{-1}$	$-2.536\,34 \times 10^{-2}$
2	$-2.807\,90 \times 10^{-1}$	$3.530\,30 \times 10^{-1}$	$2.551\,09 \times 10^{-1}$	$-2.063\,49 \times 10^{-1}$	$2.867\,97 \times 10^{-2}$
3	$8.167\,79 \times 10^{-2}$	$-1.482\,62 \times 10^{-1}$	$-9.678\,73 \times 10^{-2}$	$8.428\,76 \times 10^{-2}$	$-1.212\,36 \times 10^{-2}$
4	$-6.871\,75 \times 10^{-3}$	$2.888\,58 \times 10^{-2}$	$1.771\,50 \times 10^{-2}$	$-1.640\,15 \times 10^{-2}$	$2.428\,48 \times 10^{-3}$
5	$-5.407\,47 \times 10^{-5}$	$-2.677\,79 \times 10^{-3}$	$-1.592\,83 \times 10^{-3}$	$1.543\,85 \times 10^{-3}$	$-2.339\,77 \times 10^{-4}$
6	$3.615\,29 \times 10^{-5}$	$9.240\,24 \times 10^{-5}$	$5.741\,96 \times 10^{-5}$	$-5.687\,69 \times 10^{-5}$	$8.772\,85 \times 10^{-6}$

Tabla A.2: Coeficientes b_{ij} de la correlación Nu_x para $\alpha^* = 1/2$

i	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$
1	$9.158\,20 \times 10^{-2}$	$-2.086\,00 \times 10^{-1}$	$-1.867\,70 \times 10^{-1}$	$1.483\,44 \times 10^{-1}$	$-2.044\,06 \times 10^{-2}$
2	$-4.587\,23 \times 10^{-2}$	$2.314\,17 \times 10^{-1}$	$1.888\,17 \times 10^{-1}$	$-1.617\,54 \times 10^{-1}$	$2.337\,26 \times 10^{-2}$
3	$-9.904\,12 \times 10^{-3}$	$-9.681\,76 \times 10^{-2}$	$-7.104\,88 \times 10^{-2}$	$6.587\,91 \times 10^{-2}$	$-9.900\,83 \times 10^{-3}$
4	$8.961\,27 \times 10^{-3}$	$1.872\,66 \times 10^{-2}$	$1.300\,41 \times 10^{-2}$	$-1.278\,80 \times 10^{-2}$	$1.980\,02 \times 10^{-3}$
5	$-1.337\,38 \times 10^{-3}$	$-1.724\,55 \times 10^{-3}$	$-1.178\,73 \times 10^{-3}$	$1.202\,93 \times 10^{-3}$	$-1.902\,58 \times 10^{-4}$
6	$7.403\,46 \times 10^{-5}$	$5.843\,65 \times 10^{-5}$	$4.316\,45 \times 10^{-5}$	$-4.437\,92 \times 10^{-5}$	$7.115\,08 \times 10^{-6}$

Tabla A.3: Coeficientes b_{ij} de la correlación Nu_x para $\alpha^* = 1/3$

i	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$
1	$-1.053\,46 \times 10^{-1}$	$-1.770\,60 \times 10^{-1}$	$-8.694\,97 \times 10^{-2}$	$1.142\,30 \times 10^{-1}$	$-1.901\,51 \times 10^{-2}$
2	$1.726\,55 \times 10^{-1}$	$1.841\,28 \times 10^{-1}$	$8.558\,98 \times 10^{-2}$	$-1.211\,49 \times 10^{-1}$	$2.078\,45 \times 10^{-2}$
3	$-9.432\,23 \times 10^{-2}$	$-7.276\,80 \times 10^{-2}$	$-3.135\,48 \times 10^{-2}$	$4.818\,81 \times 10^{-2}$	$-8.484\,65 \times 10^{-3}$
4	$2.338\,56 \times 10^{-2}$	$1.342\,77 \times 10^{-2}$	$5.769\,12 \times 10^{-3}$	$-9.198\,72 \times 10^{-3}$	$1.647\,32 \times 10^{-3}$
5	$-2.491\,70 \times 10^{-3}$	$-1.189\,51 \times 10^{-3}$	$-5.450\,19 \times 10^{-4}$	$8.576\,95 \times 10^{-4}$	$-1.546\,99 \times 10^{-4}$
6	$1.074\,15 \times 10^{-4}$	$3.850\,15 \times 10^{-5}$	$2.152\,02 \times 10^{-5}$	$-3.159\,70 \times 10^{-5}$	$5.687\,25 \times 10^{-6}$

Tabla A.4: Coeficientes b_{ij} de la correlación Nu_x para $\alpha^* = 1/4$

i	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$
1	$-1.907\,06 \times 10^{-1}$	$-1.304\,96 \times 10^{-1}$	$-4.755\,16 \times 10^{-2}$	$8.851\,64 \times 10^{-2}$	$-1.593\,97 \times 10^{-2}$
2	$2.655\,79 \times 10^{-1}$	$1.340\,92 \times 10^{-1}$	$4.518\,35 \times 10^{-2}$	$-9.382\,04 \times 10^{-2}$	$1.745\,14 \times 10^{-2}$
3	$-1.295\,09 \times 10^{-1}$	$-5.205\,91 \times 10^{-2}$	$-1.624\,48 \times 10^{-2}$	$3.732\,49 \times 10^{-2}$	$-7.121\,14 \times 10^{-3}$
4	$2.909\,84 \times 10^{-2}$	$9.419\,79 \times 10^{-3}$	$3.111\,16 \times 10^{-3}$	$-7.156\,92 \times 10^{-3}$	$1.382\,99 \times 10^{-3}$
5	$-2.918\,80 \times 10^{-3}$	$-8.200\,24 \times 10^{-4}$	$-3.204\,26 \times 10^{-4}$	$6.733\,48 \times 10^{-4}$	$-1.300\,87 \times 10^{-4}$
6	$1.181\,48 \times 10^{-4}$	$2.563\,78 \times 10^{-5}$	$1.405\,32 \times 10^{-5}$	$-2.510\,37 \times 10^{-5}$	$4.794\,36 \times 10^{-6}$

Tabla A.5: Coeficientes b_{ij} de la correlación Nu_x para $\alpha^* = 1/5$

i	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$
1	$-2.773\,14 \times 10^{-1}$	$-1.302\,65 \times 10^{-1}$	$4.138\,06 \times 10^{-3}$	$7.070\,45 \times 10^{-2}$	$-1.510\,00 \times 10^{-2}$
2	$3.546\,96 \times 10^{-1}$	$1.273\,12 \times 10^{-1}$	$-8.013\,28 \times 10^{-3}$	$-7.220\,34 \times 10^{-2}$	$1.581\,38 \times 10^{-2}$
3	$-1.632\,55 \times 10^{-1}$	$-4.691\,55 \times 10^{-2}$	$4.234\,88 \times 10^{-3}$	$2.783\,76 \times 10^{-2}$	$-6.224\,62 \times 10^{-3}$
4	$3.483\,68 \times 10^{-2}$	$8.080\,09 \times 10^{-3}$	$-6.373\,02 \times 10^{-4}$	$-5.228\,22 \times 10^{-3}$	$1.175\,12 \times 10^{-3}$
5	$-3.379\,25 \times 10^{-3}$	$-6.705\,86 \times 10^{-4}$	$9.429\,01 \times 10^{-6}$	$4.882\,17 \times 10^{-4}$	$-1.082\,88 \times 10^{-4}$
6	$1.314\,91 \times 10^{-4}$	$1.972\,52 \times 10^{-5}$	$2.757\,69 \times 10^{-6}$	$-1.829\,01 \times 10^{-5}$	$3.938\,97 \times 10^{-6}$

Tabla A.6: Coeficientes b_{ij} de la correlación Nu_x para $\alpha^* = 1/6$

i	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$
1	$-3.061\,93 \times 10^{-1}$	$-1.063\,59 \times 10^{-1}$	$2.187\,76 \times 10^{-2}$	$5.396\,23 \times 10^{-2}$	$-1.246\,65 \times 10^{-2}$
2	$3.815\,88 \times 10^{-1}$	$1.037\,64 \times 10^{-1}$	$-2.509\,42 \times 10^{-2}$	$-5.578\,22 \times 10^{-2}$	$1.323\,01 \times 10^{-2}$
3	$-1.723\,64 \times 10^{-1}$	$-3.795\,82 \times 10^{-2}$	$1.021\,33 \times 10^{-2}$	$2.179\,47 \times 10^{-2}$	$-5.265\,58 \times 10^{-3}$
4	$3.607\,35 \times 10^{-2}$	$6.478\,41 \times 10^{-3}$	$-1.621\,12 \times 10^{-3}$	$-4.173\,40 \times 10^{-3}$	$1.005\,67 \times 10^{-3}$
5	$-3.449\,37 \times 10^{-3}$	$-5.334\,76 \times 10^{-4}$	$8.741\,08 \times 10^{-5}$	$3.995\,06 \times 10^{-4}$	$-9.385\,39 \times 10^{-5}$
6	$1.320\,92 \times 10^{-4}$	$1.529\,54 \times 10^{-5}$	$2.999\,29 \times 10^{-7}$	$-1.536\,68 \times 10^{-5}$	$3.457\,95 \times 10^{-6}$

Tabla A.7: Coeficientes b_{ij} de la correlación Nu_x para $\alpha^* = 1/10$

i	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$
1	$-3.988\,27 \times 10^{-1}$	$-7.456\,38 \times 10^{-2}$	$7.741\,66 \times 10^{-2}$	$1.633\,53 \times 10^{-2}$	$-7.354\,66 \times 10^{-3}$
2	$4.686\,22 \times 10^{-1}$	$6.786\,52 \times 10^{-2}$	$-7.965\,62 \times 10^{-2}$	$-1.628\,70 \times 10^{-2}$	$7.624\,89 \times 10^{-3}$
3	$-2.031\,74 \times 10^{-1}$	$-2.268\,20 \times 10^{-2}$	$3.012\,34 \times 10^{-2}$	$6.328\,73 \times 10^{-3}$	$-2.985\,59 \times 10^{-3}$
4	$4.087\,60 \times 10^{-2}$	$3.483\,56 \times 10^{-3}$	$-5.074\,92 \times 10^{-3}$	$-1.310\,98 \times 10^{-3}$	$5.699\,43 \times 10^{-4}$
5	$-3.798\,21 \times 10^{-3}$	$-2.554\,61 \times 10^{-4}$	$3.765\,44 \times 10^{-4}$	$1.456\,37 \times 10^{-4}$	$-5.416\,94 \times 10^{-5}$
6	$1.405\,20 \times 10^{-4}$	$5.614\,14 \times 10^{-6}$	$-9.202\,07 \times 10^{-6}$	$-6.625\,98 \times 10^{-6}$	$2.062\,19 \times 10^{-6}$

Tabla A.8: Calidad del ajuste de la correlación de Nu_x por relación de aspecto.

α^*	N	R^2	MAE [%]	RMSE [%]	ε_{max} [%]
1	8969	0.999 983	0.1593	0.2529	1.2531
1/2	8969	0.999 985	0.1344	0.1847	1.1442
1/3	8926	0.999 983	0.1766	0.2361	1.1054
1/4	8949	0.999 981	0.1984	0.2609	0.8941
1/5	8926	0.999 979	0.2077	0.2697	0.9393
1/6	8949	0.999 977	0.2140	0.2774	0.9566
1/10	8969	0.999 974	0.2160	0.2764	1.0040

A.2 Nusselt medio

Tabla A.9: Coeficientes b_{ij} de la correlación Nu_m para $\alpha^* = 1$

i	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$
1	$7.997\,51 \times 10^{-2}$	$1.360\,74 \times 10^{-2}$	$4.844\,14 \times 10^{-3}$	$-3.865\,40 \times 10^{-2}$	$8.127\,95 \times 10^{-3}$
2	$-6.675\,42 \times 10^{-2}$	$-1.729\,26 \times 10^{-2}$	$-1.810\,64 \times 10^{-3}$	$4.185\,96 \times 10^{-2}$	$-9.189\,13 \times 10^{-3}$
3	$3.551\,72 \times 10^{-2}$	$-1.062\,50 \times 10^{-3}$	$4.337\,77 \times 10^{-3}$	$-1.797\,54 \times 10^{-2}$	$3.928\,02 \times 10^{-3}$
4	$-1.132\,24 \times 10^{-3}$	$1.310\,58 \times 10^{-3}$	$-1.561\,72 \times 10^{-3}$	$3.635\,45 \times 10^{-3}$	$-7.849\,74 \times 10^{-4}$
5	$-3.592\,38 \times 10^{-4}$	$-3.004\,87 \times 10^{-4}$	$2.021\,49 \times 10^{-4}$	$-3.350\,18 \times 10^{-4}$	$7.224\,65 \times 10^{-5}$
6	$5.779\,61 \times 10^{-5}$	$1.623\,53 \times 10^{-5}$	$-7.015\,72 \times 10^{-6}$	$1.002\,70 \times 10^{-5}$	$-2.273\,50 \times 10^{-6}$

Tabla A.10: Coeficientes b_{ij} de la correlación Nu_m para $\alpha^* = 1/2$

i	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$
1	$1.305\,28 \times 10^{-1}$	$-4.894\,95 \times 10^{-2}$	$-2.817\,42 \times 10^{-2}$	$2.882\,73 \times 10^{-3}$	$1.447\,02 \times 10^{-3}$
2	$-8.716\,48 \times 10^{-2}$	$4.529\,30 \times 10^{-2}$	$2.693\,85 \times 10^{-2}$	$-5.875\,07 \times 10^{-4}$	$-1.959\,37 \times 10^{-3}$
3	$3.211\,60 \times 10^{-2}$	$-2.318\,06 \times 10^{-2}$	$-5.744\,30 \times 10^{-3}$	$-1.574\,95 \times 10^{-3}$	$1.016\,28 \times 10^{-3}$
4	$1.927\,42 \times 10^{-5}$	$5.084\,31 \times 10^{-3}$	$1.842\,31 \times 10^{-4}$	$6.176\,46 \times 10^{-4}$	$-2.325\,56 \times 10^{-4}$
5	$-4.749\,01 \times 10^{-4}$	$-5.998\,58 \times 10^{-4}$	$5.255\,47 \times 10^{-5}$	$-6.945\,86 \times 10^{-5}$	$2.248\,78 \times 10^{-5}$
6	$5.782\,58 \times 10^{-5}$	$2.534\,32 \times 10^{-5}$	$-2.180\,29 \times 10^{-6}$	$1.206\,31 \times 10^{-6}$	$-5.832\,10 \times 10^{-7}$

Tabla A.11: Coeficientes b_{ij} de la correlación Nu_m para $\alpha^* = 1/3$

i	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$
1	$1.327\,77 \times 10^{-1}$	$-1.136\,12 \times 10^{-1}$	$-2.481\,08 \times 10^{-2}$	$2.570\,71 \times 10^{-2}$	$-2.909\,57 \times 10^{-3}$
2	$-6.867\,25 \times 10^{-2}$	$1.118\,10 \times 10^{-1}$	$2.038\,81 \times 10^{-2}$	$-2.433\,01 \times 10^{-2}$	$2.843\,65 \times 10^{-3}$
3	$1.582\,15 \times 10^{-2}$	$-4.719\,42 \times 10^{-2}$	$-2.705\,99 \times 10^{-3}$	$7.688\,84 \times 10^{-3}$	$-9.371\,40 \times 10^{-4}$
4	$3.232\,51 \times 10^{-3}$	$9.253\,21 \times 10^{-3}$	$-4.290\,95 \times 10^{-4}$	$-1.091\,02 \times 10^{-3}$	$1.393\,96 \times 10^{-4}$
5	$-7.495\,23 \times 10^{-4}$	$-9.376\,36 \times 10^{-4}$	$1.094\,23 \times 10^{-4}$	$7.991\,34 \times 10^{-5}$	$-1.093\,53 \times 10^{-5}$
6	$6.248\,22 \times 10^{-5}$	$3.591\,04 \times 10^{-5}$	$-4.414\,34 \times 10^{-6}$	$-3.600\,66 \times 10^{-6}$	$5.344\,28 \times 10^{-7}$

Tabla A.12: Coeficientes b_{ij} de la correlación Nu_m para $\alpha^* = 1/4$

i	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$
1	$1.195\,77 \times 10^{-1}$	$-1.147\,73 \times 10^{-1}$	$-2.000\,69 \times 10^{-2}$	$3.063\,75 \times 10^{-2}$	$-4.200\,16 \times 10^{-3}$
2	$-4.925\,32 \times 10^{-2}$	$1.141\,84 \times 10^{-1}$	$1.267\,25 \times 10^{-2}$	$-2.868\,54 \times 10^{-2}$	$4.185\,88 \times 10^{-3}$
3	$3.885\,60 \times 10^{-3}$	$-4.721\,28 \times 10^{-2}$	$6.819\,05 \times 10^{-4}$	$9.164\,82 \times 10^{-3}$	$-1.453\,55 \times 10^{-3}$
4	$5.389\,34 \times 10^{-3}$	$9.116\,40 \times 10^{-3}$	$-1.067\,37 \times 10^{-3}$	$-1.338\,14 \times 10^{-3}$	$2.336\,88 \times 10^{-4}$
5	$-9.239\,38 \times 10^{-4}$	$-9.071\,20 \times 10^{-4}$	$1.632\,18 \times 10^{-4}$	$1.002\,74 \times 10^{-4}$	$-1.916\,89 \times 10^{-5}$
6	$6.514\,42 \times 10^{-5}$	$3.427\,66 \times 10^{-5}$	$-6.218\,29 \times 10^{-6}$	$-4.153\,31 \times 10^{-6}$	$7.954\,23 \times 10^{-7}$

Tabla A.13: Coeficientes b_{ij} de la correlación Nu_m para $\alpha^* = 1/5$

i	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$
1	$1.131\,02 \times 10^{-1}$	$-1.372\,03 \times 10^{-1}$	$-2.516\,87 \times 10^{-2}$	$4.459\,95 \times 10^{-2}$	$-7.045\,46 \times 10^{-3}$
2	$-4.163\,37 \times 10^{-2}$	$1.371\,66 \times 10^{-1}$	$1.639\,42 \times 10^{-2}$	$-4.221\,98 \times 10^{-2}$	$7.009\,96 \times 10^{-3}$
3	$-1.557\,55 \times 10^{-3}$	$-5.529\,89 \times 10^{-2}$	$-5.518\,33 \times 10^{-4}$	$1.419\,03 \times 10^{-2}$	$-2.518\,61 \times 10^{-3}$
4	$6.339\,39 \times 10^{-3}$	$1.047\,58 \times 10^{-2}$	$-8.500\,21 \times 10^{-4}$	$-2.235\,71 \times 10^{-3}$	$4.258\,10 \times 10^{-4}$
5	$-9.965\,53 \times 10^{-4}$	$-1.011\,58 \times 10^{-3}$	$1.432\,95 \times 10^{-4}$	$1.773\,97 \times 10^{-4}$	$-3.579\,52 \times 10^{-5}$
6	$6.541\,33 \times 10^{-5}$	$3.732\,58 \times 10^{-5}$	$-5.579\,81 \times 10^{-6}$	$-6.640\,20 \times 10^{-6}$	$1.339\,43 \times 10^{-6}$

Tabla A.14: Coeficientes b_{ij} de la correlación Nu_m para $\alpha^* = 1/6$

i	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$
1	$9.985\,20 \times 10^{-2}$	$-1.184\,18 \times 10^{-1}$	$-1.643\,25 \times 10^{-2}$	$3.502\,72 \times 10^{-2}$	$-5.398\,07 \times 10^{-3}$
2	$-2.990\,13 \times 10^{-2}$	$1.197\,53 \times 10^{-1}$	$6.439\,14 \times 10^{-3}$	$-3.248\,93 \times 10^{-2}$	$5.395\,73 \times 10^{-3}$
3	$-7.188\,51 \times 10^{-3}$	$-4.864\,11 \times 10^{-2}$	$3.303\,56 \times 10^{-3}$	$1.051\,16 \times 10^{-2}$	$-1.919\,79 \times 10^{-3}$
4	$7.244\,39 \times 10^{-3}$	$9.271\,17 \times 10^{-3}$	$-1.529\,71 \times 10^{-3}$	$-1.583\,09 \times 10^{-3}$	$3.205\,08 \times 10^{-4}$
5	$-1.062\,27 \times 10^{-3}$	$-9.038\,49 \times 10^{-4}$	$1.989\,59 \times 10^{-4}$	$1.223\,27 \times 10^{-4}$	$-2.694\,12 \times 10^{-5}$
6	$6.598\,36 \times 10^{-5}$	$3.361\,00 \times 10^{-5}$	$-7.363\,39 \times 10^{-6}$	$-4.805\,87 \times 10^{-6}$	$1.045\,29 \times 10^{-6}$

Tabla A.15: Coeficientes b_{ij} de la correlación Nu_m para $\alpha^* = 1/10$

i	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$
1	$8.271\,12 \times 10^{-2}$	$-9.674\,46 \times 10^{-2}$	$-2.464\,33 \times 10^{-2}$	$3.742\,09 \times 10^{-2}$	$-5.921\,61 \times 10^{-3}$
2	$-1.762\,88 \times 10^{-2}$	$9.871\,29 \times 10^{-2}$	$1.233\,43 \times 10^{-2}$	$-3.379\,74 \times 10^{-2}$	$5.800\,58 \times 10^{-3}$
3	$-1.377\,04 \times 10^{-2}$	$-3.975\,20 \times 10^{-2}$	$1.185\,32 \times 10^{-3}$	$1.075\,51 \times 10^{-2}$	$-2.035\,59 \times 10^{-3}$
4	$8.159\,36 \times 10^{-3}$	$7.516\,84 \times 10^{-3}$	$-1.101\,32 \times 10^{-3}$	$-1.606\,83 \times 10^{-3}$	$3.368\,10 \times 10^{-4}$
5	$-1.112\,72 \times 10^{-3}$	$-7.327\,21 \times 10^{-4}$	$1.539\,21 \times 10^{-4}$	$1.239\,60 \times 10^{-4}$	$-2.808\,61 \times 10^{-5}$
6	$6.429\,57 \times 10^{-5}$	$2.725\,55 \times 10^{-5}$	$-5.639\,52 \times 10^{-6}$	$-4.775\,92 \times 10^{-6}$	$1.063\,17 \times 10^{-6}$

Tabla A.16: Calidad del ajuste de la correlación de Nu_m por relación de aspecto.

α^*	N	R^2	MAE [%]	RMSE [%]	ε_{max} [%]
1	8982	0.999 970	0.1657	0.2191	0.7281
1/2	8982	0.999 970	0.1524	0.2080	0.7111
1/3	8939	0.999 971	0.1493	0.2055	0.6961
1/4	8962	0.999 971	0.1568	0.2124	0.7640
1/5	8939	0.999 971	0.1630	0.2155	0.7705
1/6	8962	0.999 970	0.1647	0.2171	0.7607
1/10	8982	0.999 970	0.1743	0.2263	0.8509

Apéndice B

Nusselt local y medio obtenido

B.1 $Pr = 0.1$

Tabla B.1: Nu_x y Nu_m para $Re = 250$, $Pr = 0.1$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
3×10^{-4}	93.57	203.60	93.74	203.76	94.20	194.74	93.86	200.55	94.59	194.63	94.15	200.42	94.63	204.28
5×10^{-4}	58.73	151.40	58.89	151.56	59.14	146.26	59.19	149.77	59.44	146.33	59.40	149.79	59.71	152.21
10^{-3}	32.36	96.94	32.53	97.10	32.76	94.57	32.91	96.44	33.05	94.75	33.14	96.56	33.35	97.84
2×10^{-3}	18.83	60.52	19.01	60.69	19.23	59.52	19.41	60.54	19.54	59.76	19.65	60.72	19.90	61.49
3×10^{-3}	14.11	45.74	14.30	45.91	14.54	45.21	14.72	45.95	14.87	45.48	14.98	46.15	15.26	46.75
5×10^{-3}	10.14	32.17	10.35	32.35	10.61	32.03	10.81	32.55	10.98	32.33	11.10	32.78	11.42	33.26
10^{-2}	6.85	20.16	7.11	20.37	7.44	20.36	7.71	20.74	7.92	20.72	8.08	21.02	8.47	21.43
2×10^{-2}	4.97	12.94	5.34	13.20	5.80	13.39	6.17	13.74	6.44	13.86	6.66	14.10	7.17	14.54
3×10^{-2}	4.29	10.15	4.75	10.47	5.29	10.77	5.71	11.13	6.03	11.31	6.27	11.54	6.84	12.02
5×10^{-2}	3.77	7.68	4.29	8.07	4.89	8.48	5.35	8.88	5.69	9.12	5.95	9.36	6.56	9.88

Tabla B.2: Nu_x y Nu_m para $Re = 500$, $Pr = 0.1$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
2×10^{-4}	75.97	176.46	76.13	176.62	76.42	169.85	76.60	174.36	76.71	169.88	76.81	174.34	76.92	177.18
3×10^{-4}	53.89	138.75	54.04	138.90	54.24	134.46	54.43	137.52	54.51	134.56	54.64	137.58	54.81	139.53
5×10^{-4}	35.94	100.61	36.10	100.77	36.31	98.21	36.44	100.07	36.56	98.38	36.64	100.18	36.83	101.44
10^{-3}	21.82	63.99	21.97	64.14	22.18	62.95	22.33	63.96	22.45	63.17	22.54	64.12	22.76	64.86
2×10^{-3}	14.02	40.55	14.19	40.71	14.40	40.22	14.57	40.80	14.71	40.47	14.80	40.99	15.05	41.48
3×10^{-3}	11.09	31.16	11.27	31.32	11.50	31.07	11.68	31.51	11.83	31.34	11.94	31.72	12.21	32.14
5×10^{-3}	8.44	22.52	8.65	22.70	8.92	22.65	9.13	22.99	9.30	22.95	9.43	23.23	9.75	23.60
10^{-2}	6.08	14.78	6.36	14.99	6.71	15.12	6.99	15.41	7.22	15.49	7.39	15.71	7.81	16.08
2×10^{-2}	4.64	10.00	5.04	10.27	5.53	10.55	5.91	10.87	6.21	11.04	6.44	11.25	6.99	11.68
3×10^{-2}	4.11	8.11	4.58	8.44	5.15	8.80	5.58	9.15	5.91	9.37	6.16	9.59	6.75	10.07
5×10^{-2}	3.69	6.41	4.21	6.81	4.82	7.27	5.28	7.66	5.62	7.92	5.88	8.16	6.50	8.69

Tabla B.3: Nu_x y Nu_m para $Re = 750$, $Pr = 0.1$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
10^{-4}	102.42	210.30	102.59	210.45	103.18	201.24	102.69	207.15	103.57	201.20	102.95	207.08	103.41	210.95
2×10^{-4}	57.70	142.60	57.85	142.75	58.01	138.28	58.21	141.34	58.26	138.39	58.39	141.41	58.55	143.37
3×10^{-4}	42.40	111.42	42.55	111.57	42.73	108.65	42.85	110.70	42.98	108.81	43.04	110.81	43.25	112.22
5×10^{-4}	29.57	80.83	29.72	80.98	29.90	79.31	30.05	80.60	30.16	79.51	30.24	80.74	30.45	81.66
10^{-3}	18.99	52.01	19.14	52.16	19.34	51.42	19.49	52.14	19.61	51.65	19.70	52.31	19.92	52.87
2×10^{-3}	12.76	33.64	12.93	33.79	13.15	33.53	13.31	33.96	13.45	33.78	13.55	34.16	13.80	34.56
3×10^{-3}	10.30	26.22	10.49	26.39	10.72	26.28	10.90	26.63	11.05	26.56	11.16	26.84	11.44	27.20
5×10^{-3}	8.00	19.33	8.22	19.51	8.49	19.55	8.71	19.84	8.89	19.86	9.02	20.08	9.34	20.41
10^{-2}	5.89	13.04	6.18	13.26	6.54	13.43	6.83	13.71	7.06	13.82	7.23	14.01	7.67	14.36
2×10^{-2}	4.57	9.07	4.96	9.35	5.46	9.65	5.85	9.96	6.15	10.15	6.38	10.35	6.94	10.78
3×10^{-2}	4.07	7.48	4.54	7.81	5.11	8.19	5.54	8.54	5.87	8.77	6.12	8.98	6.72	9.46
5×10^{-2}	3.66	6.02	4.19	6.42	4.79	6.89	5.25	7.27	5.59	7.55	5.86	7.78	6.48	8.31

Tabla B.4: Nu_x y Nu_m para $Re = 1000$, $Pr = 0.1$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
10^{-4}	84.10	184.13	84.27	184.28	84.63	177.44	84.75	181.96	84.85	177.51	84.94	181.99	85.03	184.85
2×10^{-4}	49.52	123.53	49.67	123.67	49.90	120.39	50.01	122.69	50.14	120.55	50.20	122.80	50.36	124.31
3×10^{-4}	37.34	96.57	37.47	96.72	37.67	94.59	37.80	96.16	37.92	94.77	37.99	96.29	38.17	97.37
5×10^{-4}	26.82	70.45	26.96	70.60	27.15	69.39	27.28	70.39	27.40	69.60	27.48	70.54	27.68	71.27
10^{-3}	17.78	45.93	17.94	46.08	18.13	45.57	18.28	46.14	18.40	45.80	18.49	46.32	18.71	46.79
2×10^{-3}	12.22	30.20	12.40	30.36	12.61	30.21	12.78	30.57	12.92	30.47	13.01	30.77	13.27	31.12
3×10^{-3}	9.96	23.79	10.15	23.95	10.39	23.93	10.57	24.23	10.73	24.21	10.84	24.45	11.12	24.77
5×10^{-3}	7.82	17.77	8.04	17.95	8.32	18.04	8.54	18.30	8.72	18.36	8.86	18.55	9.19	18.87
10^{-2}	5.82	12.20	6.11	12.42	6.47	12.63	6.76	12.89	6.99	13.02	7.17	13.19	7.61	13.54
2×10^{-2}	4.54	8.63	4.93	8.91	5.43	9.23	5.82	9.53	6.12	9.73	6.36	9.93	6.92	10.36
3×10^{-2}	4.05	7.17	4.52	7.51	5.09	7.90	5.53	8.24	5.85	8.48	6.11	8.69	6.70	9.17
5×10^{-2}	3.65	5.83	4.17	6.23	4.78	6.70	5.24	7.09	5.58	7.37	5.84	7.60	6.47	8.13

Tabla B.5: Nu_x y Nu_m para $Re = 1250$, $Pr = 0.1$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
5×10^{-5}	129.80	237.66	129.96	237.80	130.08	226.59	130.38	233.74	130.47	226.56	130.73	233.69	130.82	238.29
10^{-4}	74.05	166.49	74.19	166.64	74.48	161.22	74.48	164.76	74.70	161.33	74.65	164.84	74.91	167.26
2×10^{-4}	45.12	111.44	45.25	111.58	45.47	108.99	45.58	110.85	45.70	109.17	45.77	110.98	45.94	112.23
3×10^{-4}	34.63	87.38	34.77	87.52	34.95	85.84	35.08	87.12	35.19	86.04	35.26	87.27	35.46	88.18
5×10^{-4}	25.35	64.14	25.49	64.28	25.68	63.36	25.82	64.18	25.93	63.57	26.01	64.34	26.21	64.96
10^{-3}	17.14	42.30	17.29	42.44	17.49	42.07	17.64	42.56	17.76	42.31	17.85	42.74	18.07	43.15
2×10^{-3}	11.93	28.17	12.11	28.33	12.32	28.25	12.49	28.57	12.63	28.51	12.73	28.77	12.99	29.10
3×10^{-3}	9.77	22.36	9.97	22.53	10.21	22.55	10.40	22.82	10.56	22.83	10.67	23.04	10.96	23.35
5×10^{-3}	7.72	16.86	7.95	17.04	8.23	17.16	8.46	17.41	8.64	17.48	8.77	17.66	9.11	17.97
10^{-2}	5.78	11.71	6.07	11.94	6.43	12.16	6.73	12.41	6.96	12.55	7.14	12.72	7.58	13.07
2×10^{-2}	4.52	8.37	4.92	8.66	5.41	8.98	5.81	9.29	6.11	9.49	6.34	9.68	6.90	10.11
3×10^{-2}	4.04	7.00	4.51	7.33	5.08	7.73	5.51	8.07	5.84	8.31	6.09	8.52	6.69	9.00
5×10^{-2}	3.65	5.72	4.17	6.12	4.77	6.60	5.23	6.99	5.57	7.26	5.84	7.49	6.46	8.03

Tabla B.6: Nu_x y Nu_m para $Re = 1500$, $Pr = 0.1$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
5×10^{-5}	114.81	221.80	114.92	221.95	115.70	212.58	115.14	218.56	116.02	212.63	115.31	218.61	115.68	222.51
10^{-4}	67.79	153.89	67.91	154.04	68.13	149.53	68.29	152.60	68.34	149.67	68.46	152.71	68.60	154.67
2×10^{-4}	42.44	103.16	42.57	103.30	42.76	101.17	42.89	102.73	42.98	101.35	43.06	102.87	43.24	103.95
3×10^{-4}	32.98	81.16	33.12	81.30	33.31	79.93	33.44	81.02	33.54	80.13	33.61	81.17	33.80	81.96
5×10^{-4}	24.46	59.94	24.60	60.08	24.79	59.33	24.93	60.03	25.04	59.55	25.12	60.20	25.32	60.75
10^{-3}	16.74	39.90	16.89	40.05	17.09	39.77	17.24	40.19	17.36	40.01	17.45	40.38	17.67	40.76
2×10^{-3}	11.75	26.84	11.93	27.00	12.15	26.96	12.32	27.26	12.46	27.23	12.56	27.46	12.82	27.77
3×10^{-3}	9.66	21.43	9.86	21.59	10.11	21.65	10.30	21.90	10.46	21.94	10.57	22.13	10.86	22.43
5×10^{-3}	7.66	16.27	7.89	16.45	8.18	16.59	8.41	16.83	8.59	16.92	8.73	17.08	9.07	17.39
10^{-2}	5.76	11.40	6.04	11.62	6.41	11.86	6.70	12.11	6.94	12.25	7.12	12.42	7.56	12.77
2×10^{-2}	4.51	8.21	4.91	8.49	5.40	8.82	5.79	9.12	6.09	9.33	6.33	9.52	6.89	9.95
3×10^{-2}	4.03	6.89	4.50	7.22	5.07	7.62	5.51	7.96	5.83	8.20	6.09	8.41	6.69	8.89
5×10^{-2}	3.64	5.65	4.16	6.05	4.77	6.53	5.23	6.92	5.57	7.20	5.83	7.43	6.46	7.96

Tabla B.7: Nu_x y Nu_m para $Re = 2000$, $Pr = 0.1$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
5×10^{-5}	98.33	199.35	98.48	199.51	98.94	192.58	99.02	197.12	99.07	192.71	99.15	197.22	99.21	200.11
10^{-4}	60.75	137.40	60.88	137.54	61.10	134.24	61.22	136.54	61.32	134.40	61.37	136.66	61.52	138.18
2×10^{-4}	39.41	92.66	39.55	92.80	39.74	91.24	39.86	92.44	39.96	91.43	40.03	92.59	40.20	93.45
3×10^{-4}	31.14	73.38	31.27	73.52	31.46	72.53	31.58	73.38	31.69	72.74	31.76	73.53	31.95	74.17
5×10^{-4}	23.45	54.73	23.59	54.87	23.78	54.35	23.91	54.91	24.02	54.57	24.10	55.08	24.31	55.54
10^{-3}	16.28	36.97	16.44	37.11	16.63	36.95	16.79	37.30	16.91	37.19	17.00	37.49	17.23	37.82
2×10^{-3}	11.53	25.22	11.72	25.38	11.95	25.40	12.12	25.66	12.27	25.67	12.37	25.87	12.64	26.16
3×10^{-3}	9.53	20.29	9.74	20.46	9.99	20.56	10.18	20.79	10.35	20.85	10.46	21.02	10.76	21.31
5×10^{-3}	7.59	15.55	7.83	15.74	8.12	15.90	8.35	16.13	8.53	16.23	8.67	16.39	9.02	16.69
10^{-2}	5.73	11.02	6.02	11.25	6.38	11.49	6.68	11.74	6.91	11.89	7.09	12.05	7.53	12.40
2×10^{-2}	4.50	8.01	4.89	8.29	5.39	8.63	5.78	8.93	6.08	9.14	6.32	9.33	6.88	9.76
3×10^{-2}	4.02	6.75	4.49	7.08	5.06	7.49	5.50	7.83	5.82	8.07	6.08	8.28	6.68	8.76

B.2 $Pr = 0.5$

Tabla B.8: Nu_x y Nu_m para $Re = 250$, $Pr = 0.5$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
10^{-4}	70.68	163.52	70.82	163.66	71.07	158.26	71.12	161.78	71.30	158.41	71.24	161.88	71.49	164.28
2×10^{-4}	42.04	108.34	42.19	108.48	42.40	105.90	42.48	107.74	42.61	106.08	42.66	107.87	42.81	109.11
3×10^{-4}	31.84	84.34	31.96	84.47	32.13	82.80	32.26	84.07	32.36	82.99	32.44	84.21	32.61	85.11
5×10^{-4}	22.91	61.28	23.04	61.41	23.22	60.48	23.35	61.29	23.45	60.69	23.53	61.45	23.72	62.06
10^{-3}	15.16	39.78	15.30	39.91	15.49	39.54	15.63	40.01	15.75	39.76	15.84	40.18	16.05	40.59
2×10^{-3}	10.36	26.04	10.54	26.19	10.75	26.10	10.92	26.41	11.06	26.36	11.16	26.61	11.42	26.93
3×10^{-3}	8.42	20.45	8.62	20.62	8.87	20.63	9.06	20.90	9.23	20.92	9.34	21.12	9.64	21.43
5×10^{-3}	6.61	15.23	6.85	15.41	7.16	15.54	7.40	15.79	7.59	15.86	7.73	16.04	8.09	16.36
10^{-2}	4.95	10.42	5.25	10.66	5.64	10.89	5.95	11.16	6.19	11.30	6.39	11.48	6.85	11.84
2×10^{-2}	3.90	7.37	4.29	7.67	4.80	8.01	5.20	8.32	5.51	8.53	5.76	8.73	6.34	9.18
3×10^{-2}	3.49	6.14	3.96	6.48	4.53	6.89	4.98	7.24	5.32	7.49	5.59	7.71	6.23	8.21
5×10^{-2}	3.18	5.01	3.69	5.41	4.31	5.89	4.79	6.29	5.16	6.59	5.45	6.83	6.13	7.40

Tabla B.9: Nu_x y Nu_m para $Re = 500$, $Pr = 0.5$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
5×10^{-5}	83.60	178.85	83.73	178.99	84.00	173.57	84.06	177.08	84.19	173.82	84.13	177.28	84.34	179.68
10^{-4}	52.01	121.63	52.17	121.76	52.37	119.18	52.45	121.00	52.56	119.40	52.60	121.18	52.73	122.41
2×10^{-4}	33.84	81.38	33.95	81.51	34.13	80.29	34.24	81.26	34.33	80.50	34.40	81.42	34.57	82.13
3×10^{-4}	26.69	64.20	26.81	64.33	26.98	63.58	27.10	64.26	27.20	63.79	27.27	64.42	27.45	64.95
5×10^{-4}	20.03	47.68	20.16	47.81	20.34	47.43	20.47	47.88	20.57	47.64	20.65	48.05	20.85	48.44
10^{-3}	13.82	32.01	13.98	32.15	14.18	32.05	14.33	32.36	14.46	32.29	14.55	32.54	14.78	32.84
2×10^{-3}	9.76	21.71	9.96	21.87	10.21	21.94	10.40	22.17	10.56	22.21	10.67	22.39	10.96	22.67
3×10^{-3}	8.07	17.42	8.30	17.60	8.58	17.73	8.79	17.95	8.97	18.04	9.10	18.19	9.43	18.48
5×10^{-3}	6.46	13.31	6.72	13.52	7.03	13.72	7.28	13.95	7.48	14.07	7.63	14.22	8.01	14.54
10^{-2}	4.91	9.43	5.21	9.67	5.60	9.95	5.91	10.20	6.15	10.37	6.34	10.54	6.81	10.91
2×10^{-2}	3.88	6.86	4.28	7.16	4.78	7.52	5.18	7.83	5.49	8.06	5.74	8.25	6.33	8.70
3×10^{-2}	3.48	5.80	3.95	6.14	4.52	6.56	4.97	6.91	5.31	7.17	5.57	7.38	6.22	7.89

Tabla B.10: Nu_x y Nu_m para $Re = 750$, $Pr = 0.5$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
3×10^{-5}	101.56	203.40	101.70	203.57	101.91	197.40	102.02	201.38	102.13	197.72	102.11	201.67	102.29	204.30
5×10^{-5}	72.15	155.83	72.26	155.98	72.48	152.41	72.60	154.82	72.67	152.66	72.75	155.04	72.90	156.66
10^{-4}	47.07	106.47	47.18	106.61	47.34	104.92	47.46	106.17	47.53	105.14	47.60	106.34	47.75	107.23
2×10^{-4}	31.57	72.16	31.70	72.28	31.86	71.53	31.97	72.20	32.06	71.73	32.13	72.37	32.29	72.89
3×10^{-4}	25.23	57.46	25.36	57.58	25.53	57.13	25.65	57.62	25.75	57.34	25.82	57.79	26.00	58.19
5×10^{-4}	19.18	43.19	19.32	43.32	19.50	43.12	19.64	43.47	19.75	43.34	19.83	43.64	20.04	43.96
10^{-3}	13.42	29.48	13.59	29.63	13.81	29.63	13.98	29.88	14.12	29.88	14.22	30.07	14.47	30.34
2×10^{-3}	9.61	20.32	9.82	20.49	10.08	20.62	10.28	20.84	10.45	20.91	10.57	21.06	10.88	21.34
3×10^{-3}	8.00	16.46	8.24	16.64	8.52	16.82	8.74	17.03	8.92	17.14	9.05	17.29	9.38	17.58
5×10^{-3}	6.43	12.72	6.69	12.93	7.00	13.15	7.26	13.38	7.45	13.52	7.61	13.66	7.98	13.98
10^{-2}	4.90	9.12	5.20	9.37	5.59	9.66	5.90	9.91	6.14	10.09	6.33	10.25	6.80	10.62
2×10^{-2}	3.88	6.71	4.27	7.01	4.77	7.37	5.18	7.68	5.49	7.91	5.73	8.10	6.32	8.55

Tabla B.11: Nu_x y Nu_m para $Re = 1000$, $Pr = 0.5$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
2×10^{-5}	120.67	229.13	120.85	229.28	121.59	222.25	121.52	226.76	121.52	222.70	121.53	227.17	121.51	230.11
3×10^{-5}	92.27	187.65	92.44	187.79	92.64	183.22	92.79	186.27	92.80	183.55	92.92	186.55	93.03	188.53
5×10^{-5}	67.19	143.73	67.32	143.87	67.51	141.24	67.62	143.08	67.67	141.49	67.71	143.28	67.84	144.54
10^{-4}	44.82	98.80	44.95	98.93	45.11	97.69	45.20	98.66	45.30	97.90	45.35	98.83	45.50	99.54
2×10^{-4}	30.52	67.58	30.64	67.70	30.81	67.16	30.92	67.70	31.01	67.37	31.08	67.86	31.24	68.29
3×10^{-4}	24.54	54.12	24.67	54.24	24.84	53.94	24.96	54.34	25.07	54.15	25.14	54.50	25.32	54.85
5×10^{-4}	18.76	40.98	18.91	41.11	19.11	41.00	19.25	41.29	19.37	41.22	19.46	41.47	19.67	41.76
10^{-3}	13.24	28.24	13.42	28.39	13.66	28.44	13.84	28.67	13.98	28.70	14.09	28.87	14.35	29.14
2×10^{-3}	9.55	19.65	9.77	19.83	10.03	19.98	10.24	20.19	10.41	20.29	10.53	20.43	10.84	20.71
3×10^{-3}	7.98	15.99	8.21	16.19	8.49	16.38	8.71	16.59	8.89	16.72	9.03	16.85	9.37	17.15
5×10^{-3}	6.42	12.44	6.68	12.65	6.99	12.88	7.24	13.11	7.44	13.26	7.60	13.40	7.98	13.72
10^{-2}	4.89	8.98	5.20	9.22	5.58	9.52	5.89	9.77	6.14	9.96	6.33	10.11	6.80	10.49

Tabla B.12: Nu_x y Nu_m para $Re = 1250$, $Pr = 0.5$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
2×10^{-5}	112.59	202.03	112.71	202.20	113.03	201.90	113.09	202.31	113.05	202.28	113.07	202.60	113.30	203.06
3×10^{-5}	87.32	164.94	87.41	165.10	87.62	164.95	87.77	165.33	87.73	165.23	87.83	165.55	87.99	165.87
5×10^{-5}	64.44	127.13	64.57	127.27	64.75	127.27	64.83	127.52	64.92	127.49	64.96	127.69	65.11	127.95
10^{-4}	43.56	88.81	43.66	88.93	43.84	89.02	43.94	89.19	44.02	89.22	44.08	89.34	44.23	89.55
2×10^{-4}	29.90	61.86	30.02	61.98	30.19	62.11	30.30	62.25	30.40	62.30	30.46	62.40	30.63	62.58
3×10^{-4}	24.12	50.05	24.26	50.18	24.44	50.32	24.56	50.45	24.67	50.52	24.75	50.61	24.94	50.79
5×10^{-4}	18.52	38.36	18.68	38.49	18.88	38.65	19.04	38.79	19.16	38.87	19.25	38.96	19.47	39.15
10^{-3}	13.14	26.82	13.33	26.98	13.57	27.17	13.76	27.32	13.91	27.44	14.02	27.53	14.30	27.75
2×10^{-3}	9.52	18.90	9.74	19.09	10.01	19.31	10.21	19.49	10.39	19.63	10.51	19.73	10.83	19.99
3×10^{-3}	7.96	15.49	8.19	15.68	8.48	15.92	8.70	16.11	8.88	16.27	9.02	16.38	9.36	16.66
5×10^{-3}	6.41	12.12	6.67	12.34	6.98	12.60	7.24	12.81	7.43	12.98	7.59	13.11	7.97	13.42
10^{-2}	4.89	8.82	5.19	9.07	5.58	9.37	5.89	9.62	6.13	9.81	6.33	9.97	6.80	10.33

Tabla B.13: Nu_x y Nu_m para $Re = 1500$, $Pr = 0.5$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
2×10^{-5}	107.46	201.27	107.56	201.43	107.75	201.15	107.95	201.66	107.81	201.51	107.98	201.93	108.10	202.27
3×10^{-5}	84.21	163.92	84.32	164.07	84.49	163.96	84.62	164.28	84.62	164.23	84.66	164.48	84.84	164.81
5×10^{-5}	62.72	126.05	62.82	126.19	63.01	126.21	63.10	126.45	63.17	126.42	63.22	126.61	63.37	126.85
10^{-4}	42.73	87.92	42.84	88.04	43.00	88.13	43.11	88.30	43.19	88.33	43.25	88.45	43.40	88.64
2×10^{-4}	29.48	61.22	29.60	61.34	29.78	61.46	29.89	61.60	29.99	61.66	30.06	61.75	30.24	61.93
3×10^{-4}	23.84	49.54	23.98	49.66	24.17	49.81	24.30	49.94	24.41	50.01	24.49	50.10	24.69	50.28
5×10^{-4}	18.36	37.98	18.53	38.11	18.74	38.28	18.90	38.42	19.03	38.51	19.12	38.60	19.36	38.79
10^{-3}	13.08	26.59	13.28	26.75	13.53	26.95	13.72	27.11	13.87	27.23	13.99	27.32	14.26	27.55
2×10^{-3}	9.50	18.78	9.72	18.96	9.99	19.19	10.20	19.37	10.37	19.51	10.49	19.62	10.81	19.88
3×10^{-3}	7.95	15.40	8.18	15.60	8.47	15.84	8.69	16.03	8.87	16.19	9.01	16.30	9.35	16.59
5×10^{-3}	6.41	12.07	6.66	12.29	6.98	12.55	7.23	12.76	7.43	12.93	7.59	13.06	7.97	13.38
10^{-2}	4.89	8.79	5.19	9.04	5.57	9.35	5.89	9.60	6.13	9.79	6.32	9.94	6.79	10.31

Tabla B.14: Nu_x y Nu_m para $Re = 2000$, $Pr = 0.5$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
10^{-5}	154.31	282.72	154.48	282.93	155.27	282.46	155.25	283.06	154.86	283.08	155.02	283.51	155.03	283.94
2×10^{-5}	101.57	199.33	101.70	199.50	101.90	199.36	102.06	199.74	101.99	199.67	102.06	199.94	102.18	200.24
3×10^{-5}	80.49	161.85	80.64	162.01	80.82	161.96	80.92	162.25	80.94	162.20	81.02	162.40	81.15	162.67
5×10^{-5}	60.63	124.19	60.73	124.33	60.88	124.36	61.00	124.57	61.03	124.56	61.11	124.71	61.26	124.93
10^{-4}	41.70	86.51	41.81	86.63	41.97	86.73	42.08	86.88	42.15	86.91	42.22	87.02	42.38	87.20
2×10^{-4}	28.95	60.23	29.08	60.36	29.26	60.49	29.39	60.62	29.49	60.68	29.56	60.77	29.75	60.95
3×10^{-4}	23.49	48.77	23.64	48.89	23.84	49.05	23.98	49.18	24.10	49.26	24.19	49.34	24.40	49.53
5×10^{-4}	18.17	37.43	18.35	37.57	18.57	37.75	18.75	37.89	18.88	37.99	18.98	38.08	19.23	38.28
10^{-3}	13.01	26.27	13.22	26.44	13.47	26.65	13.67	26.81	13.82	26.94	13.94	27.04	14.23	27.27
2×10^{-3}	9.48	18.60	9.70	18.79	9.97	19.03	10.18	19.21	10.35	19.36	10.48	19.46	10.80	19.74
3×10^{-3}	7.94	15.28	8.17	15.48	8.45	15.73	8.68	15.92	8.86	16.08	9.00	16.19	9.34	16.49
5×10^{-3}	6.40	11.99	6.66	12.21	6.97	12.48	7.23	12.69	7.43	12.86	7.58	12.99	7.96	13.31

B.3 $Pr = 0.72$

Tabla B.15: Nu_x y Nu_m para $Re = 250$, $Pr = 0.72$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
5×10^{-5}	98.04	202.40	98.20	202.54	98.66	194.91	98.57	199.79	98.86	195.10	98.69	199.94	98.90	203.19
10^{-4}	57.82	137.92	57.97	138.06	58.17	134.37	58.26	136.88	58.37	134.57	58.40	137.03	58.55	138.70
2×10^{-4}	35.98	91.26	36.09	91.39	36.27	89.64	36.38	90.94	36.49	89.84	36.55	91.09	36.71	92.02
3×10^{-4}	27.80	71.30	27.93	71.43	28.10	70.32	28.21	71.22	28.31	70.52	28.38	71.38	28.55	72.05
5×10^{-4}	20.44	52.21	20.57	52.34	20.74	51.74	20.87	52.34	20.97	51.96	21.05	52.50	21.24	52.98
10^{-3}	13.80	34.35	13.96	34.49	14.15	34.28	14.30	34.64	14.42	34.51	14.50	34.82	14.72	35.16
2×10^{-3}	9.59	22.83	9.78	22.98	10.02	22.98	10.20	23.25	10.35	23.25	10.46	23.45	10.74	23.75
3×10^{-3}	7.87	18.09	8.09	18.27	8.37	18.35	8.58	18.60	8.76	18.65	8.88	18.83	9.21	19.13
5×10^{-3}	6.26	13.64	6.52	13.84	6.84	14.01	7.10	14.25	7.30	14.36	7.46	14.52	7.83	14.84
10^{-2}	4.75	9.50	5.06	9.75	5.46	10.01	5.78	10.28	6.03	10.45	6.23	10.62	6.71	10.99
2×10^{-2}	3.77	6.84	4.17	7.14	4.69	7.50	5.10	7.82	5.42	8.04	5.67	8.24	6.28	8.71
3×10^{-2}	3.40	5.74	3.87	6.09	4.45	6.52	4.91	6.88	5.26	7.14	5.53	7.36	6.19	7.88
5×10^{-2}	3.12	4.74	3.62	5.14	4.25	5.64	4.75	6.05	5.12	6.35	5.41	6.60	6.11	7.19

Tabla B.16: Nu_x y Nu_m para $Re = 500$, $Pr = 0.72$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
3×10^{-5}	101.34	204.41	101.49	204.56	102.02	198.20	101.65	202.24	102.19	198.56	101.88	202.55	102.17	205.32
5×10^{-5}	71.46	156.26	71.61	156.40	71.82	152.70	71.89	155.19	71.99	152.98	71.98	155.42	72.12	157.09
10^{-4}	46.13	106.25	46.24	106.38	46.43	104.62	46.51	105.91	46.62	104.85	46.66	106.09	46.82	107.01
2×10^{-4}	30.71	71.60	30.83	71.72	30.99	70.92	31.10	71.62	31.20	71.13	31.26	71.78	31.42	72.32
3×10^{-4}	24.45	56.81	24.58	56.93	24.75	56.46	24.86	56.96	24.96	56.66	25.03	57.12	25.21	57.54
5×10^{-4}	18.51	42.52	18.65	42.64	18.84	42.43	18.98	42.78	19.08	42.65	19.17	42.95	19.37	43.27
10^{-3}	12.91	28.86	13.08	29.00	13.30	28.99	13.48	29.25	13.61	29.24	13.72	29.44	13.97	29.72
2×10^{-3}	9.23	19.79	9.45	19.97	9.72	20.09	9.93	20.31	10.10	20.39	10.22	20.54	10.53	20.82
3×10^{-3}	7.69	15.99	7.94	16.18	8.23	16.36	8.46	16.58	8.64	16.69	8.78	16.83	9.12	17.13
5×10^{-3}	6.20	12.33	6.46	12.55	6.78	12.78	7.05	13.01	7.25	13.15	7.41	13.30	7.80	13.63
10^{-2}	4.74	8.84	5.05	9.09	5.44	9.38	5.76	9.64	6.01	9.83	6.21	9.99	6.69	10.37
2×10^{-2}	3.77	6.50	4.17	6.80	4.68	7.18	5.09	7.49	5.41	7.73	5.66	7.92	6.27	8.39

Tabla B.17: Nu_x y Nu_m para $Re = 750$, $Pr = 0.72$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
2×10^{-5}	115.14	199.83	115.24	200.01	115.83	199.75	115.48	200.06	115.91	200.17	115.53	200.38	115.85	200.93
3×10^{-5}	88.22	163.16	88.37	163.34	88.62	163.20	88.70	163.55	88.75	163.51	88.73	163.75	88.88	164.12
5×10^{-5}	64.29	125.59	64.39	125.75	64.57	125.75	64.69	126.00	64.73	126.00	64.80	126.17	64.95	126.44
10^{-4}	42.89	87.49	43.00	87.62	43.16	87.70	43.26	87.88	43.33	87.91	43.38	88.03	43.54	88.24
2×10^{-4}	29.17	60.73	29.29	60.86	29.45	60.98	29.56	61.12	29.65	61.18	29.72	61.26	29.89	61.45
3×10^{-4}	23.44	49.03	23.57	49.16	23.74	49.29	23.87	49.42	23.97	49.50	24.04	49.58	24.23	49.76
5×10^{-4}	17.92	37.47	18.07	37.60	18.27	37.75	18.42	37.89	18.54	37.97	18.63	38.05	18.85	38.24
10^{-3}	12.65	26.09	12.85	26.25	13.09	26.44	13.28	26.59	13.43	26.70	13.54	26.79	13.82	27.01
2×10^{-3}	9.16	18.33	9.39	18.51	9.66	18.74	9.87	18.92	10.05	19.05	10.18	19.16	10.50	19.42
3×10^{-3}	7.66	14.99	7.91	15.19	8.20	15.44	8.43	15.63	8.61	15.78	8.76	15.90	9.10	16.19
5×10^{-3}	6.19	11.73	6.45	11.95	6.77	12.22	7.04	12.43	7.24	12.60	7.40	12.73	7.79	13.05
10^{-2}	4.73	8.53	5.04	8.78	5.44	9.10	5.76	9.35	6.01	9.55	6.20	9.70	6.69	10.08

Tabla B.18: Nu_x y Nu_m para $Re = 1000$, $Pr = 0.72$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
2×10^{-5}	105.69	198.47	105.86	198.64	106.14	198.41	106.13	198.78	106.23	198.75	106.24	199.04	106.37	199.46
3×10^{-5}	82.37	161.21	82.47	161.37	82.72	161.31	82.80	161.62	82.84	161.56	82.92	161.81	83.05	162.10
5×10^{-5}	61.04	123.62	61.16	123.76	61.33	123.78	61.41	124.01	61.48	123.99	61.52	124.16	61.66	124.41
10^{-4}	41.36	85.88	41.46	86.00	41.63	86.09	41.72	86.26	41.80	86.28	41.86	86.40	42.01	86.59
2×10^{-4}	28.41	59.57	28.53	59.69	28.70	59.81	28.82	59.95	28.91	60.00	28.98	60.09	29.16	60.27
3×10^{-4}	22.93	48.10	23.07	48.23	23.25	48.37	23.39	48.50	23.50	48.57	23.58	48.65	23.77	48.83
5×10^{-4}	17.63	36.79	17.79	36.92	18.01	37.09	18.17	37.22	18.30	37.31	18.40	37.40	18.63	37.59
10^{-3}	12.55	25.68	12.75	25.85	13.01	26.05	13.21	26.21	13.36	26.33	13.48	26.42	13.77	26.65
2×10^{-3}	9.13	18.10	9.36	18.29	9.64	18.53	9.85	18.71	10.03	18.86	10.16	18.96	10.48	19.23
3×10^{-3}	7.65	14.84	7.89	15.04	8.18	15.29	8.42	15.49	8.60	15.65	8.74	15.77	9.10	16.06
5×10^{-3}	6.18	11.63	6.44	11.85	6.77	12.13	7.03	12.35	7.23	12.52	7.40	12.65	7.79	12.97
10^{-2}	4.73	8.48	5.04	8.73	5.43	9.05	5.76	9.31	6.00	9.50	6.20	9.66	6.68	10.04

Tabla B.19: Nu_x y Nu_m para $Re = 1250$, $Pr = 0.72$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
10^{-5}	155.43	279.48	155.55	279.66	155.91	279.11	156.14	279.66	155.69	279.70	155.72	280.07	155.92	280.64
2×10^{-5}	100.49	196.57	100.60	196.73	100.84	196.58	100.92	196.94	100.89	196.86	100.98	197.17	101.14	197.50
3×10^{-5}	79.14	159.31	79.24	159.45	79.42	159.41	79.54	159.70	79.53	159.63	79.60	159.87	79.75	160.14
5×10^{-5}	59.19	121.92	59.28	122.05	59.46	122.09	59.55	122.30	59.61	122.28	59.67	122.44	59.81	122.66
10^{-4}	40.45	84.62	40.56	84.73	40.72	84.83	40.82	84.99	40.90	85.01	40.96	85.12	41.11	85.30
2×10^{-4}	27.95	58.70	28.08	58.82	28.25	58.95	28.37	59.08	28.47	59.14	28.54	59.22	28.73	59.40
3×10^{-4}	22.62	47.42	22.77	47.55	22.97	47.70	23.11	47.83	23.22	47.90	23.31	47.98	23.52	48.17
5×10^{-4}	17.46	36.30	17.64	36.44	17.86	36.62	18.04	36.76	18.17	36.86	18.28	36.94	18.53	37.15
10^{-3}	12.49	25.40	12.71	25.57	12.96	25.78	13.17	25.95	13.33	26.07	13.45	26.17	13.74	26.41
2×10^{-3}	9.12	17.95	9.35	18.15	9.62	18.39	9.84	18.57	10.02	18.72	10.14	18.83	10.48	19.11
3×10^{-3}	7.64	14.73	7.88	14.94	8.18	15.20	8.41	15.40	8.60	15.56	8.74	15.68	9.09	15.97
5×10^{-3}	6.18	11.57	6.44	11.79	6.76	12.07	7.03	12.29	7.23	12.46	7.39	12.59	7.78	12.92
10^{-2}	4.73	8.45	5.04	8.70	5.43	9.02	5.75	9.28	6.00	9.48	6.20	9.63	6.68	10.01

Tabla B.20: Nu_x y Nu_m para $Re = 1500$, $Pr = 0.72$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
10^{-5}	147.45	277.98	147.57	278.16	148.11	277.83	147.77	278.08	147.99	278.31	147.74	278.53	148.09	279.14
2×10^{-5}	97.20	194.70	97.29	194.85	97.50	194.77	97.63	195.11	97.56	195.01	97.66	195.29	97.79	195.57
3×10^{-5}	77.05	157.59	77.17	157.73	77.32	157.71	77.43	157.98	77.44	157.91	77.50	158.12	77.64	158.38
5×10^{-5}	57.98	120.49	58.08	120.62	58.23	120.67	58.34	120.87	58.39	120.84	58.45	121.00	58.59	121.21
10^{-4}	39.84	83.60	39.95	83.72	40.11	83.82	40.21	83.97	40.29	83.99	40.35	84.10	40.51	84.28
2×10^{-4}	27.63	58.02	27.77	58.14	27.95	58.28	28.08	58.41	28.18	58.47	28.26	58.55	28.45	58.73
3×10^{-4}	22.42	46.90	22.58	47.03	22.78	47.18	22.93	47.32	23.05	47.39	23.14	47.48	23.37	47.66
5×10^{-4}	17.35	35.94	17.54	36.09	17.78	36.27	17.96	36.42	18.10	36.51	18.21	36.61	18.47	36.81
10^{-3}	12.46	25.20	12.68	25.37	12.94	25.59	13.14	25.76	13.31	25.89	13.43	25.99	13.72	26.24
2×10^{-3}	9.11	17.84	9.34	18.04	9.61	18.28	9.83	18.47	10.01	18.62	10.14	18.74	10.47	19.02
3×10^{-3}	7.64	14.66	7.88	14.87	8.17	15.13	8.41	15.33	8.59	15.49	8.74	15.61	9.09	15.91
5×10^{-3}	6.17	11.52	6.44	11.75	6.76	12.02	7.03	12.25	7.23	12.42	7.39	12.55	7.78	12.88

Tabla B.21: Nu_x y Nu_m para $Re = 2000$, $Pr = 0.72$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
10^{-5}	138.78	274.71	138.95	274.91	139.14	274.65	139.20	274.99	139.07	274.99	139.16	275.22	139.34	275.66
2×10^{-5}	93.26	191.51	93.39	191.67	93.54	191.61	93.66	191.90	93.63	191.79	93.71	192.00	93.84	192.27
3×10^{-5}	74.49	154.78	74.59	154.93	74.76	154.94	74.85	155.17	74.89	155.09	74.96	155.26	75.10	155.49
5×10^{-5}	56.47	118.27	56.57	118.40	56.72	118.46	56.82	118.64	56.86	118.61	56.92	118.74	57.07	118.94
10^{-4}	39.06	82.08	39.18	82.20	39.34	82.31	39.44	82.45	39.53	82.47	39.60	82.56	39.76	82.74
2×10^{-4}	27.24	57.03	27.38	57.15	27.58	57.30	27.72	57.43	27.83	57.49	27.92	57.58	28.12	57.75
3×10^{-4}	22.17	46.15	22.34	46.28	22.56	46.45	22.73	46.59	22.86	46.67	22.96	46.76	23.20	46.95
5×10^{-4}	17.23	35.43	17.43	35.58	17.68	35.78	17.87	35.93	18.02	36.04	18.14	36.13	18.41	36.35
10^{-3}	12.43	24.91	12.64	25.09	12.91	25.32	13.11	25.50	13.28	25.63	13.40	25.74	13.70	25.99
2×10^{-3}	9.10	17.69	9.33	17.89	9.60	18.14	9.82	18.34	10.00	18.49	10.13	18.60	10.46	18.89
3×10^{-3}	7.63	14.56	7.87	14.77	8.17	15.03	8.40	15.23	8.59	15.40	8.73	15.52	9.09	15.83
5×10^{-3}	6.17	11.46	6.43	11.69	6.76	11.97	7.02	12.19	7.23	12.37	7.39	12.50	7.78	12.83

B.4 $Pr = 1$

Tabla B.22: Nu_x y Nu_m para $Re = 250$, $Pr = 1$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
5×10^{-5}	81.41	177.00	81.54	177.14	81.80	171.73	81.87	175.22	81.99	171.99	81.94	175.44	82.15	177.84
10^{-4}	49.97	119.64	50.11	119.77	50.32	117.19	50.38	119.01	50.49	117.41	50.53	119.19	50.66	120.41
2×10^{-4}	32.08	79.44	32.20	79.56	32.36	78.34	32.47	79.31	32.56	78.55	32.63	79.47	32.79	80.17
3×10^{-4}	25.13	62.36	25.25	62.48	25.42	61.73	25.54	62.41	25.63	61.94	25.70	62.57	25.87	63.09
5×10^{-4}	18.72	46.00	18.85	46.13	19.03	45.74	19.16	46.20	19.26	45.96	19.34	46.37	19.53	46.75
10^{-3}	12.82	30.61	12.98	30.74	13.18	30.65	13.34	30.95	13.47	30.88	13.56	31.13	13.80	31.43
2×10^{-3}	9.02	20.59	9.24	20.75	9.50	20.82	9.70	21.06	9.87	21.10	9.99	21.28	10.30	21.57
3×10^{-3}	7.48	16.45	7.72	16.63	8.02	16.77	8.25	17.00	8.44	17.09	8.58	17.25	8.93	17.56
5×10^{-3}	6.01	12.53	6.28	12.74	6.62	12.95	6.89	13.19	7.10	13.33	7.26	13.48	7.66	13.81
10^{-2}	4.61	8.86	4.93	9.11	5.33	9.40	5.66	9.67	5.92	9.85	6.12	10.03	6.62	10.41
2×10^{-2}	3.68	6.46	4.09	6.77	4.61	7.14	5.04	7.47	5.36	7.71	5.62	7.91	6.24	8.39
3×10^{-2}	3.33	5.47	3.80	5.82	4.39	6.26	4.86	6.63	5.22	6.90	5.50	7.12	6.16	7.66

Tabla B.23: Nu_x y Nu_m para $Re = 500$, $Pr = 1$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
2×10^{-5}	116.41	225.44	116.57	225.60	117.38	218.64	117.28	223.10	117.43	219.16	117.29	223.57	117.23	226.47
3×10^{-5}	88.38	183.84	88.51	183.99	88.70	179.45	88.87	182.47	88.89	179.83	88.99	182.79	89.11	184.75
5×10^{-5}	63.74	139.98	63.89	140.12	64.09	137.51	64.16	139.33	64.24	137.80	64.28	139.56	64.39	140.80
10^{-4}	42.11	95.42	42.22	95.54	42.38	94.31	42.48	95.27	42.56	94.53	42.61	95.45	42.76	96.14
2×10^{-4}	28.42	64.70	28.54	64.82	28.71	64.29	28.81	64.81	28.91	64.49	28.97	64.98	29.13	65.40
3×10^{-4}	22.76	51.56	22.89	51.68	23.06	51.38	23.18	51.77	23.28	51.59	23.36	51.94	23.54	52.28
5×10^{-4}	17.34	38.81	17.49	38.94	17.69	38.83	17.84	39.12	17.96	39.06	18.05	39.30	18.26	39.58
10^{-3}	12.21	26.56	12.41	26.71	12.65	26.77	12.84	27.00	13.00	27.03	13.11	27.21	13.39	27.47
2×10^{-3}	8.83	18.38	9.07	18.57	9.35	18.74	9.57	18.95	9.76	19.06	9.89	19.20	10.22	19.49
3×10^{-3}	7.40	14.94	7.65	15.14	7.95	15.35	8.20	15.57	8.39	15.71	8.53	15.85	8.89	16.16
5×10^{-3}	5.99	11.61	6.26	11.83	6.60	12.08	6.87	12.32	7.08	12.48	7.24	12.63	7.64	12.97
10^{-2}	4.60	8.39	4.92	8.65	5.33	8.96	5.66	9.23	5.91	9.43	6.11	9.59	6.61	9.99

Tabla B.24: Nu_x y Nu_m para $Re = 750$, $Pr = 1$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
2×10^{-5}	102.21	195.56	102.34	195.74	102.41	195.50	102.67	195.97	102.51	195.84	102.68	196.20	102.81	196.54
3×10^{-5}	79.55	158.38	79.69	158.54	79.86	158.46	79.94	158.75	79.99	158.71	80.01	158.92	80.16	159.25
5×10^{-5}	58.86	120.98	58.97	121.12	59.11	121.15	59.22	121.37	59.26	121.36	59.33	121.51	59.47	121.75
10^{-4}	39.78	83.68	39.89	83.80	40.05	83.89	40.14	84.05	40.22	84.08	40.28	84.18	40.42	84.37
2×10^{-4}	27.28	57.82	27.40	57.94	27.57	58.06	27.69	58.19	27.78	58.25	27.85	58.34	28.03	58.51
3×10^{-4}	22.00	46.60	22.14	46.72	22.33	46.86	22.47	46.99	22.58	47.06	22.66	47.15	22.86	47.32
5×10^{-4}	16.91	35.56	17.08	35.70	17.30	35.87	17.47	36.00	17.60	36.10	17.71	36.18	17.95	36.38
10^{-3}	12.06	24.78	12.27	24.95	12.54	25.15	12.74	25.32	12.91	25.44	13.03	25.54	13.32	25.78
2×10^{-3}	8.80	17.45	9.04	17.65	9.33	17.89	9.55	18.08	9.73	18.23	9.87	18.34	10.21	18.62
3×10^{-3}	7.39	14.31	7.64	14.52	7.94	14.78	8.19	14.98	8.38	15.15	8.53	15.27	8.89	15.57
5×10^{-3}	5.99	11.22	6.26	11.46	6.59	11.74	6.87	11.96	7.07	12.14	7.24	12.28	7.64	12.61
10^{-2}	4.60	8.20	4.92	8.46	5.32	8.79	5.65	9.05	5.91	9.26	6.11	9.42	6.61	9.81

Tabla B.25: Nu_x y Nu_m para $Re = 1000$, $Pr = 1$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
10^{-5}	147.02	275.40	147.19	275.59	148.12	275.28	148.00	275.81	147.75	275.67	147.81	276.17	147.74	276.56
2×10^{-5}	95.72	192.30	95.87	192.46	96.11	192.38	96.21	192.72	96.19	192.61	96.26	192.89	96.36	193.17
3×10^{-5}	75.52	155.31	75.61	155.45	75.79	155.45	75.90	155.71	75.92	155.64	75.99	155.85	76.12	156.10
5×10^{-5}	56.53	118.43	56.64	118.55	56.79	118.60	56.88	118.80	56.94	118.77	56.99	118.93	57.12	119.14
10^{-4}	38.64	81.86	38.75	81.97	38.91	82.07	39.01	82.22	39.08	82.24	39.14	82.34	39.29	82.52
2×10^{-4}	26.69	56.60	26.83	56.72	27.01	56.85	27.13	56.98	27.24	57.04	27.31	57.12	27.50	57.29
3×10^{-4}	21.62	45.66	21.77	45.79	21.98	45.94	22.13	46.07	22.25	46.14	22.34	46.23	22.56	46.41
5×10^{-4}	16.71	34.91	16.90	35.05	17.14	35.23	17.33	35.38	17.47	35.48	17.58	35.57	17.84	35.77
10^{-3}	12.00	24.41	12.22	24.58	12.49	24.80	12.70	24.98	12.87	25.11	13.00	25.21	13.30	25.46
2×10^{-3}	8.79	17.26	9.03	17.46	9.31	17.71	9.54	17.90	9.72	18.06	9.86	18.17	10.20	18.46
3×10^{-3}	7.39	14.18	7.64	14.39	7.94	14.66	8.18	14.86	8.37	15.03	8.52	15.15	8.89	15.47
5×10^{-3}	5.99	11.14	6.26	11.38	6.59	11.66	6.87	11.89	7.07	12.07	7.24	12.21	7.64	12.55

Tabla B.26: Nu_x y Nu_m para $Re = 1250$, $Pr = 1$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
10^{-5}	139.13	272.52	139.24	272.69	139.42	272.41	139.67	272.77	139.27	272.74	139.45	273.02	139.68	273.50
2×10^{-5}	92.14	189.44	92.23	189.58	92.43	189.56	92.54	189.85	92.51	189.72	92.61	189.98	92.74	190.23
3×10^{-5}	73.20	152.83	73.30	152.96	73.43	152.97	73.56	153.21	73.55	153.12	73.63	153.32	73.77	153.55
5×10^{-5}	55.16	116.45	55.26	116.57	55.41	116.64	55.51	116.82	55.56	116.79	55.62	116.93	55.75	117.12
10^{-4}	37.94	80.51	38.05	80.62	38.21	80.73	38.32	80.87	38.40	80.89	38.46	80.99	38.62	81.16
2×10^{-4}	26.34	55.73	26.48	55.85	26.67	55.99	26.81	56.12	26.92	56.17	27.00	56.26	27.20	56.43
3×10^{-4}	21.39	45.00	21.56	45.13	21.78	45.29	21.94	45.42	22.07	45.50	22.17	45.59	22.41	45.78
5×10^{-4}	16.60	34.45	16.80	34.61	17.05	34.80	17.25	34.95	17.40	35.06	17.52	35.15	17.79	35.37
10^{-3}	11.98	24.16	12.20	24.34	12.47	24.57	12.68	24.75	12.85	24.88	12.98	24.99	13.29	25.25
2×10^{-3}	8.79	17.13	9.02	17.34	9.31	17.59	9.53	17.79	9.72	17.94	9.85	18.06	10.20	18.36
3×10^{-3}	7.38	14.09	7.63	14.31	7.94	14.58	8.18	14.78	8.37	14.95	8.52	15.08	8.89	15.39
5×10^{-3}	5.98	11.09	6.25	11.33	6.59	11.61	6.86	11.84	7.07	12.03	7.24	12.16	7.64	12.51

Tabla B.27: Nu_x y Nu_m para $Re = 1500$, $Pr = 1$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
10^{-5}	133.91	269.57	134.01	269.73	134.04	269.49	134.37	269.99	134.00	269.70	134.28	270.17	134.42	270.43
2×10^{-5}	89.81	187.01	89.90	187.15	90.04	187.15	90.19	187.42	90.12	187.26	90.23	187.51	90.37	187.74
3×10^{-5}	71.66	150.78	71.77	150.91	71.90	150.95	72.01	151.16	72.03	151.06	72.09	151.24	72.21	151.45
5×10^{-5}	54.24	114.89	54.34	115.00	54.48	115.08	54.58	115.25	54.64	115.20	54.70	115.34	54.84	115.52
10^{-4}	37.47	79.47	37.58	79.58	37.74	79.69	37.85	79.83	37.94	79.84	38.00	79.94	38.17	80.10
2×10^{-4}	26.10	55.06	26.25	55.19	26.45	55.33	26.60	55.46	26.72	55.52	26.80	55.61	27.02	55.78
3×10^{-4}	21.25	44.50	21.43	44.63	21.66	44.80	21.83	44.94	21.97	45.03	22.07	45.11	22.32	45.31
5×10^{-4}	16.54	34.12	16.75	34.28	17.00	34.48	17.21	34.64	17.36	34.75	17.48	34.85	17.77	35.07
10^{-3}	11.96	23.98	12.18	24.17	12.46	24.40	12.67	24.59	12.84	24.72	12.97	24.83	13.28	25.10
2×10^{-3}	8.78	17.04	9.02	17.24	9.30	17.50	9.53	17.70	9.72	17.86	9.85	17.98	10.20	18.28
3×10^{-3}	7.38	14.03	7.63	14.25	7.93	14.52	8.18	14.73	8.37	14.90	8.52	15.02	8.88	15.34
5×10^{-3}	5.98	11.05	6.25	11.29	6.59	11.58	6.86	11.81	7.07	11.99	7.24	12.13	7.64	12.48

Tabla B.28: Nu_x y Nu_m para $Re = 2000$, $Pr = 1$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
5×10^{-6}	191.18	380.88	191.36	381.08	192.19	380.99	192.22	381.40	191.35	381.10	191.67	381.51	191.71	381.74
10^{-5}	127.78	264.57	127.92	264.74	128.04	264.71	128.27	265.04	128.04	264.71	128.18	265.00	128.30	265.23
2×10^{-5}	86.90	183.18	87.02	183.32	87.15	183.35	87.26	183.58	87.25	183.39	87.33	183.57	87.46	183.79
3×10^{-5}	69.74	147.65	69.83	147.78	69.97	147.84	70.07	148.03	70.10	147.90	70.17	148.06	70.31	148.25
5×10^{-5}	53.07	112.54	53.16	112.66	53.31	112.75	53.41	112.90	53.47	112.84	53.53	112.96	53.67	113.13
10^{-4}	36.85	77.94	36.97	78.06	37.14	78.18	37.26	78.31	37.36	78.32	37.43	78.41	37.60	78.57
2×10^{-4}	25.80	54.11	25.97	54.24	26.19	54.40	26.35	54.54	26.48	54.60	26.58	54.69	26.82	54.87
3×10^{-4}	21.07	43.79	21.27	43.94	21.52	44.13	21.71	44.28	21.86	44.36	21.97	44.46	22.23	44.67
5×10^{-4}	16.47	33.66	16.69	33.83	16.95	34.04	17.16	34.21	17.32	34.33	17.44	34.43	17.73	34.67
10^{-3}	11.95	23.73	12.17	23.93	12.44	24.17	12.65	24.36	12.83	24.50	12.95	24.62	13.27	24.89
2×10^{-3}	8.77	16.91	9.01	17.12	9.30	17.38	9.52	17.58	9.71	17.75	9.85	17.87	10.19	18.17
3×10^{-3}	7.38	13.94	7.63	14.16	7.93	14.44	8.18	14.65	8.37	14.82	8.52	14.95	8.88	15.27

B.5 $Pr = 7$

Tabla B.29: Nu_x y Nu_m para $Re = 250$, $Pr = 7$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
10^{-5}	111.06	247.05	111.16	247.19	111.33	247.26	111.30	247.42	111.28	247.06	111.32	247.27	111.55	247.60
2×10^{-5}	72.67	166.16	72.76	166.28	72.84	166.35	72.96	166.56	72.92	166.28	73.00	166.49	73.11	166.66
3×10^{-5}	57.25	131.70	57.34	131.81	57.46	131.90	57.52	132.05	57.56	131.88	57.61	132.03	57.71	132.19
5×10^{-5}	42.75	98.34	42.84	98.44	42.97	98.54	43.06	98.67	43.11	98.58	43.17	98.69	43.29	98.83
10^{-4}	29.13	66.37	29.26	66.47	29.44	66.60	29.56	66.71	29.66	66.70	29.73	66.79	29.92	66.94
2×10^{-4}	20.24	45.06	20.44	45.19	20.69	45.36	20.89	45.50	21.05	45.56	21.16	45.65	21.44	45.84
3×10^{-4}	16.57	36.09	16.82	36.25	17.13	36.46	17.37	36.63	17.56	36.72	17.70	36.83	18.04	37.06
5×10^{-4}	13.10	27.48	13.39	27.69	13.74	27.95	14.01	28.15	14.23	28.29	14.39	28.42	14.77	28.70
10^{-3}	9.76	19.30	10.05	19.56	10.41	19.86	10.69	20.10	10.93	20.29	11.09	20.43	11.52	20.78
2×10^{-3}	7.39	13.84	7.70	14.11	8.08	14.45	8.39	14.72	8.64	14.93	8.82	15.09	9.28	15.49
3×10^{-3}	6.33	11.49	6.66	11.79	7.07	12.14	7.40	12.43	7.66	12.65	7.86	12.82	8.34	13.25
5×10^{-3}	5.28	9.19	5.64	9.50	6.08	9.89	6.43	10.20	6.70	10.44	6.91	10.62	7.41	11.07

Tabla B.30: Nu_x y Nu_m para $Re = 500$, $Pr = 7$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
5×10^{-6}	144.50	332.49	144.60	332.56	144.66	333.12	144.65	333.07	144.60	331.23	144.68	331.62	144.98	331.67
10^{-5}	96.70	223.25	96.77	223.33	96.80	223.61	96.94	223.76	96.93	222.72	97.01	223.04	97.13	223.07
2×10^{-5}	65.60	150.40	65.68	150.47	65.77	150.65	65.85	150.76	65.91	150.27	65.95	150.45	66.06	150.52
3×10^{-5}	52.54	119.61	52.62	119.68	52.74	119.83	52.83	119.94	52.91	119.63	52.95	119.76	53.08	119.85
5×10^{-5}	39.91	89.84	40.03	89.93	40.19	90.07	40.31	90.18	40.41	90.03	40.48	90.13	40.65	90.24
10^{-4}	27.80	61.26	28.00	61.38	28.25	61.56	28.45	61.69	28.60	61.68	28.71	61.77	28.99	61.95
2×10^{-4}	19.82	42.15	20.09	42.34	20.43	42.58	20.68	42.76	20.89	42.85	21.04	42.96	21.40	43.21
3×10^{-4}	16.46	34.09	16.75	34.30	17.10	34.58	17.37	34.79	17.59	34.92	17.74	35.05	18.14	35.34
5×10^{-4}	13.15	26.29	13.44	26.53	13.79	26.84	14.07	27.07	14.29	27.24	14.46	27.38	14.86	27.72
10^{-3}	9.81	18.74	10.10	19.01	10.46	19.34	10.75	19.60	10.98	19.79	11.15	19.95	11.58	20.33
2×10^{-3}	7.42	13.58	7.73	13.86	8.12	14.21	8.43	14.49	8.67	14.71	8.86	14.87	9.32	15.28

Tabla B.31: Nu_x y Nu_m para $Re = 750$, $Pr = 7$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
3×10^{-6}	180.82	421.55	180.95	421.55	180.43	422.58	181.23	422.52	180.65	417.81	181.02	418.72	181.36	418.47
5×10^{-6}	135.11	313.92	135.22	313.97	135.13	314.55	135.35	314.68	135.41	311.77	135.49	312.46	135.68	312.32
10^{-5}	91.97	211.30	92.05	211.36	92.08	211.66	92.17	211.79	92.30	210.39	92.33	210.76	92.44	210.75
2×10^{-5}	63.16	142.97	63.24	143.03	63.34	143.22	63.43	143.32	63.53	142.68	63.57	142.88	63.70	142.93
3×10^{-5}	50.88	114.05	50.98	114.12	51.12	114.29	51.22	114.39	51.34	114.00	51.39	114.14	51.55	114.22
5×10^{-5}	38.92	86.04	39.08	86.13	39.28	86.30	39.43	86.41	39.58	86.23	39.66	86.34	39.89	86.47
10^{-4}	27.43	59.07	27.68	59.22	27.99	59.43	28.22	59.59	28.42	59.58	28.55	59.70	28.88	59.90
2×10^{-4}	19.79	40.99	20.07	41.20	20.42	41.48	20.69	41.69	20.91	41.79	21.06	41.92	21.45	42.21
3×10^{-4}	16.49	33.31	16.77	33.55	17.12	33.85	17.39	34.08	17.62	34.22	17.78	34.36	18.18	34.69
5×10^{-4}	13.18	25.84	13.47	26.09	13.82	26.41	14.10	26.66	14.32	26.84	14.48	26.99	14.90	27.34
10^{-3}	9.83	18.53	10.12	18.80	10.48	19.14	10.77	19.40	11.00	19.60	11.17	19.76	11.60	20.15

Tabla B.32: Nu_x y Nu_m para $Re = 1000$, $Pr = 7$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
2×10^{-6}	217.01	512.12	217.12	511.99	217.23	513.85	217.00	513.54	217.29	504.64	217.39	506.40	217.94	505.68
3×10^{-6}	173.05	404.92	173.15	404.87	172.97	405.89	173.18	406.01	173.40	399.91	173.51	401.28	173.81	400.87
5×10^{-6}	130.43	301.96	130.51	301.97	130.46	302.54	130.62	302.76	130.88	299.15	130.92	300.04	131.08	299.81
10^{-5}	89.54	203.88	89.60	203.92	89.64	204.21	89.73	204.36	89.93	202.68	89.93	203.12	90.05	203.08
2×10^{-5}	61.87	138.46	61.96	138.52	62.08	138.70	62.17	138.82	62.32	138.06	62.35	138.29	62.50	138.33
3×10^{-5}	50.00	110.71	50.13	110.79	50.30	110.96	50.42	111.07	50.57	110.62	50.63	110.79	50.82	110.87
5×10^{-5}	38.43	83.79	38.62	83.90	38.87	84.08	39.05	84.21	39.23	84.01	39.33	84.14	39.60	84.28
10^{-4}	27.30	57.81	27.57	57.99	27.91	58.23	28.17	58.41	28.38	58.41	28.53	58.54	28.89	58.77
2×10^{-4}	19.80	40.35	20.08	40.57	20.42	40.87	20.70	41.09	20.92	41.21	21.08	41.35	21.48	41.66
3×10^{-4}	16.51	32.89	16.79	33.14	17.14	33.45	17.41	33.69	17.63	33.84	17.79	33.99	18.20	34.33
5×10^{-4}	13.20	25.59	13.48	25.85	13.83	26.18	14.11	26.43	14.34	26.61	14.50	26.77	14.91	27.14
10^{-3}	9.84	18.41	10.13	18.69	10.50	19.03	10.78	19.30	11.01	19.50	11.18	19.66	11.61	20.06

Tabla B.33: Nu_x y Nu_m para $Re = 1250$, $Pr = 7$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
2×10^{-6}	210.48	496.42	210.60	496.22	210.34	497.80	210.45	497.93	210.96	487.39	211.08	489.53	211.55	488.78
3×10^{-6}	168.41	392.81	168.51	392.71	168.32	393.66	168.58	394.00	169.05	386.98	169.08	388.55	169.33	388.05
5×10^{-6}	127.58	293.47	127.65	293.44	127.60	293.99	127.73	294.26	128.13	290.23	128.11	291.17	128.27	290.93
10^{-5}	88.01	198.69	88.08	198.71	88.13	198.99	88.20	199.17	88.46	197.31	88.45	197.78	88.57	197.72
2×10^{-5}	61.06	135.36	61.17	135.41	61.30	135.59	61.40	135.72	61.58	134.90	61.62	135.14	61.78	135.18
3×10^{-5}	49.46	108.43	49.61	108.51	49.81	108.69	49.95	108.82	50.13	108.33	50.20	108.51	50.42	108.60
5×10^{-5}	38.15	82.27	38.37	82.39	38.65	82.60	38.86	82.74	39.07	82.53	39.18	82.67	39.49	82.83
10^{-4}	27.25	56.99	27.53	57.18	27.88	57.45	28.15	57.64	28.38	57.65	28.53	57.79	28.91	58.04
2×10^{-4}	19.81	39.93	20.09	40.17	20.43	40.48	20.70	40.71	20.93	40.83	21.09	40.98	21.50	41.30
3×10^{-4}	16.52	32.62	16.80	32.87	17.15	33.19	17.42	33.44	17.64	33.59	17.81	33.75	18.21	34.10
5×10^{-4}	13.21	25.43	13.49	25.70	13.84	26.03	14.12	26.29	14.35	26.47	14.51	26.63	14.93	27.00
10^{-3}	9.84	18.34	10.14	18.61	10.50	18.96	10.79	19.23	11.02	19.43	11.19	19.60	11.62	19.99

Tabla B.34: Nu_x y Nu_m para $Re = 1500$, $Pr = 7$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
2×10^{-6}	205.98	484.12	206.11	483.87	205.80	485.30	206.02	485.79	206.79	474.19	206.88	476.49	207.25	475.68
3×10^{-6}	165.28	383.50	165.38	383.37	165.22	384.26	165.40	384.75	166.07	377.17	166.10	378.79	166.31	378.26
5×10^{-6}	125.61	287.02	125.69	286.98	125.65	287.48	125.74	287.80	126.25	283.51	126.21	284.45	126.36	284.22
10^{-5}	86.95	194.81	87.02	194.83	87.08	195.09	87.15	195.29	87.45	193.33	87.44	193.79	87.56	193.74
2×10^{-5}	60.50	133.05	60.62	133.11	60.78	133.29	60.88	133.44	61.10	132.58	61.14	132.82	61.32	132.87
3×10^{-5}	49.10	106.76	49.27	106.84	49.49	107.03	49.65	107.17	49.86	106.67	49.95	106.85	50.19	106.95
5×10^{-5}	37.97	81.16	38.22	81.30	38.53	81.52	38.76	81.68	38.99	81.47	39.11	81.62	39.44	81.80
10^{-4}	27.23	56.40	27.52	56.61	27.87	56.89	28.14	57.10	28.37	57.11	28.53	57.26	28.92	57.53
2×10^{-4}	19.81	39.64	20.09	39.88	20.44	40.20	20.71	40.44	20.94	40.56	21.10	40.71	21.50	41.05
3×10^{-4}	16.53	32.43	16.81	32.68	17.15	33.01	17.43	33.26	17.65	33.42	17.82	33.57	18.22	33.93
5×10^{-4}	13.21	25.32	13.50	25.59	13.85	25.92	14.13	26.18	14.35	26.37	14.52	26.53	14.93	26.91

Tabla B.35: Nu_x y Nu_m para $Re = 2000$, $Pr = 7$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
10^{-6}	290.24	695.74	290.48	695.02	290.15	698.13	289.93	699.11	291.12	673.31	291.53	677.24	292.34	675.54
2×10^{-6}	200.24	465.95	200.38	465.68	200.09	466.88	200.28	467.81	201.42	455.25	201.45	457.47	201.74	456.70
3×10^{-6}	161.29	370.01	161.39	369.87	161.26	370.62	161.36	371.27	162.27	363.26	162.22	364.72	162.41	364.28
5×10^{-6}	123.06	277.75	123.13	277.70	123.11	278.12	123.17	278.54	123.78	274.02	123.74	274.89	123.87	274.68
10^{-5}	85.55	189.31	85.64	189.32	85.72	189.55	85.79	189.79	86.13	187.75	86.14	188.17	86.27	188.13
2×10^{-5}	59.77	129.82	59.92	129.89	60.12	130.07	60.26	130.24	60.51	129.36	60.57	129.59	60.79	129.66
3×10^{-5}	48.65	104.41	48.86	104.52	49.14	104.72	49.33	104.89	49.58	104.39	49.68	104.57	49.97	104.70
5×10^{-5}	37.80	79.65	38.07	79.81	38.41	80.06	38.67	80.25	38.92	80.05	39.05	80.20	39.41	80.42
10^{-4}	27.22	55.61	27.50	55.84	27.85	56.13	28.13	56.37	28.37	56.39	28.53	56.54	28.93	56.84
2×10^{-4}	19.82	39.25	20.10	39.50	20.45	39.82	20.72	40.08	20.95	40.20	21.11	40.36	21.52	40.71
3×10^{-4}	16.53	32.17	16.82	32.43	17.16	32.76	17.44	33.02	17.66	33.18	17.83	33.34	18.24	33.71
5×10^{-4}	13.22	25.17	13.51	25.44	13.86	25.78	14.14	26.04	14.36	26.23	14.53	26.39	14.94	26.78

B.6 $Pr = 10$

Tabla B.36: Nu_x y Nu_m para $Re = 250$, $Pr = 10$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
10^{-5}	99.52	231.67	99.58	231.78	99.63	232.02	99.79	232.19	99.69	231.43	99.80	231.73	99.93	231.81
2×10^{-5}	66.05	154.89	66.12	154.98	66.22	155.12	66.29	155.26	66.30	154.87	66.36	155.05	66.46	155.17
3×10^{-5}	52.37	122.51	52.44	122.60	52.56	122.72	52.64	122.84	52.69	122.59	52.74	122.73	52.85	122.84
5×10^{-5}	39.37	91.35	39.47	91.44	39.62	91.57	39.71	91.67	39.79	91.55	39.85	91.65	40.00	91.77
10^{-4}	27.10	61.65	27.26	61.76	27.48	61.91	27.64	62.03	27.77	62.02	27.87	62.11	28.11	62.26
2×10^{-4}	19.11	41.97	19.37	42.14	19.69	42.35	19.93	42.51	20.13	42.59	20.27	42.70	20.63	42.93
3×10^{-4}	15.82	33.73	16.12	33.94	16.48	34.19	16.76	34.39	16.99	34.52	17.15	34.64	17.55	34.92
5×10^{-4}	12.67	25.85	12.97	26.10	13.35	26.40	13.65	26.63	13.88	26.80	14.06	26.94	14.49	27.28
10^{-3}	9.52	18.34	9.83	18.61	10.22	18.95	10.52	19.22	10.77	19.43	10.95	19.59	11.41	19.98
2×10^{-3}	7.26	13.27	7.60	13.57	8.01	13.94	8.35	14.23	8.61	14.46	8.81	14.64	9.30	15.07
3×10^{-3}	6.25	11.08	6.61	11.40	7.05	11.79	7.40	12.10	7.67	12.34	7.88	12.52	8.37	12.98

Tabla B.37: Nu_x y Nu_m para $Re = 500$, $Pr = 10$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
3×10^{-6}	176.92	419.09	177.03	419.06	176.01	419.99	176.98	420.29	176.36	415.25	176.91	416.53	177.29	415.96
5×10^{-6}	131.31	310.77	131.36	310.80	131.33	311.50	131.52	311.61	131.57	308.69	131.67	309.38	131.83	309.14
10^{-5}	88.77	207.92	88.84	207.97	88.86	208.29	88.96	208.42	89.07	207.00	89.10	207.37	89.21	207.34
2×10^{-5}	60.66	139.85	60.74	139.91	60.84	140.10	60.92	140.20	61.02	139.55	61.06	139.75	61.18	139.78
3×10^{-5}	48.76	111.20	48.86	111.26	49.00	111.43	49.10	111.53	49.22	111.13	49.27	111.28	49.43	111.35
5×10^{-5}	37.24	83.57	37.39	83.66	37.60	83.83	37.75	83.94	37.90	83.75	37.98	83.87	38.21	83.99
10^{-4}	26.24	57.13	26.50	57.28	26.82	57.50	27.06	57.66	27.26	57.65	27.41	57.77	27.75	57.98
2×10^{-4}	18.99	39.53	19.29	39.76	19.66	40.04	19.95	40.26	20.18	40.37	20.35	40.51	20.76	40.81
3×10^{-4}	15.88	32.11	16.18	32.36	16.55	32.68	16.84	32.92	17.08	33.07	17.25	33.22	17.68	33.56
5×10^{-4}	12.75	24.91	13.06	25.18	13.43	25.52	13.73	25.78	13.96	25.97	14.14	26.13	14.58	26.51
10^{-3}	9.57	17.90	9.88	18.19	10.27	18.55	10.58	18.83	10.82	19.05	11.00	19.21	11.46	19.63

Tabla B.38: Nu_x y Nu_m para $Re = 750$, $Pr = 10$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
2×10^{-6}	207.80	499.56	207.94	499.40	206.66	500.93	207.73	501.41	207.47	491.05	208.03	493.46	208.52	492.35
3×10^{-6}	165.08	393.72	165.18	393.66	164.90	394.69	165.26	394.88	165.53	388.24	165.62	389.69	165.91	389.23
5×10^{-6}	124.23	292.51	124.30	292.51	124.25	293.13	124.37	293.32	124.72	289.47	124.71	290.36	124.86	290.11
10^{-5}	85.13	196.58	85.19	196.62	85.23	196.93	85.30	197.07	85.53	195.28	85.53	195.72	85.64	195.65
2×10^{-5}	58.76	133.00	58.86	133.05	58.98	133.25	59.07	133.36	59.25	132.56	59.28	132.79	59.43	132.82
3×10^{-5}	47.49	106.15	47.63	106.22	47.81	106.40	47.94	106.51	48.11	106.04	48.18	106.21	48.39	106.28
5×10^{-5}	36.54	80.18	36.76	80.30	37.03	80.50	37.23	80.63	37.43	80.42	37.54	80.56	37.84	80.71
10^{-4}	26.08	55.26	26.37	55.45	26.74	55.72	27.02	55.91	27.25	55.92	27.41	56.05	27.80	56.31
2×10^{-4}	19.03	38.59	19.33	38.84	19.69	39.16	19.98	39.40	20.23	39.52	20.39	39.67	20.82	40.01
3×10^{-4}	15.92	31.50	16.22	31.77	16.59	32.10	16.88	32.36	17.12	32.52	17.29	32.68	17.73	33.04
5×10^{-4}	12.78	24.56	13.09	24.84	13.46	25.19	13.76	25.46	14.00	25.65	14.17	25.82	14.61	26.21
10^{-3}	9.59	17.74	9.90	18.03	10.29	18.40	10.60	18.68	10.84	18.90	11.03	19.07	11.49	19.50

Tabla B.39: Nu_x y Nu_m para $Re = 1000$, $Pr = 10$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
2×10^{-6}	199.03	477.98	199.13	477.74	198.91	479.48	199.29	479.97	199.86	467.99	200.00	470.47	200.28	469.37
3×10^{-6}	159.24	377.29	159.34	377.17	159.18	378.21	159.36	378.61	160.04	370.87	160.02	372.51	160.22	371.91
5×10^{-6}	120.63	281.07	120.69	281.03	120.63	281.60	120.74	281.89	121.23	277.48	121.19	278.45	121.33	278.17
10^{-5}	83.21	189.69	83.28	189.70	83.33	189.99	83.40	190.16	83.70	188.16	83.69	188.62	83.81	188.55
2×10^{-5}	57.76	128.90	57.88	128.96	58.03	129.15	58.15	129.28	58.36	128.40	58.41	128.64	58.59	128.68
3×10^{-5}	46.84	103.16	47.02	103.25	47.24	103.44	47.41	103.57	47.62	103.06	47.71	103.24	47.96	103.34
5×10^{-5}	36.23	78.22	36.49	78.36	36.81	78.59	37.05	78.75	37.29	78.53	37.42	78.68	37.76	78.86
10^{-4}	26.05	54.22	26.36	54.44	26.73	54.73	27.02	54.95	27.27	54.96	27.44	55.11	27.85	55.40
2×10^{-4}	19.05	38.08	19.35	38.34	19.72	38.67	20.00	38.93	20.25	39.06	20.42	39.22	20.85	39.57
3×10^{-4}	15.94	31.17	16.24	31.44	16.61	31.78	16.90	32.05	17.14	32.22	17.32	32.38	17.75	32.76
5×10^{-4}	12.80	24.37	13.10	24.66	13.48	25.01	13.78	25.29	14.01	25.48	14.19	25.65	14.63	26.05

Tabla B.40: Nu_x y Nu_m para $Re = 1250$, $Pr = 10$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
2×10^{-6}	193.96	462.46	194.08	462.15	193.80	463.71	194.02	464.45	195.11	451.53	195.10	454.00	195.37	452.99
3×10^{-6}	155.70	365.69	155.78	365.51	155.64	366.43	155.75	366.98	156.67	358.70	156.60	360.34	156.79	359.79
5×10^{-6}	118.38	273.06	118.45	272.99	118.41	273.52	118.47	273.88	119.08	269.21	119.02	270.16	119.15	269.88
10^{-5}	82.00	184.93	82.08	184.92	82.15	185.20	82.21	185.40	82.56	183.29	82.55	183.75	82.68	183.68
2×10^{-5}	57.14	126.11	57.29	126.17	57.47	126.37	57.60	126.52	57.86	125.61	57.91	125.85	58.13	125.90
3×10^{-5}	46.46	101.14	46.67	101.24	46.94	101.45	47.13	101.60	47.38	101.08	47.48	101.27	47.77	101.39
5×10^{-5}	36.09	76.91	36.37	77.07	36.72	77.32	36.99	77.51	37.24	77.30	37.39	77.46	37.76	77.67
10^{-4}	26.06	53.55	26.36	53.78	26.73	54.09	27.03	54.32	27.28	54.35	27.45	54.51	27.87	54.81
2×10^{-4}	19.07	37.75	19.37	38.02	19.73	38.36	20.02	38.62	20.27	38.76	20.44	38.92	20.87	39.29
3×10^{-4}	15.95	30.95	16.26	31.23	16.62	31.58	16.92	31.85	17.16	32.02	17.33	32.19	17.77	32.58
5×10^{-4}	12.81	24.25	13.11	24.53	13.49	24.89	13.79	25.17	14.03	25.37	14.20	25.54	14.64	25.95

Tabla B.41: Nu_x y Nu_m para $Re = 1500$, $Pr = 10$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
10^{-6}	277.33	676.14	277.50	675.29	275.66	678.06	276.95	680.22	277.84	651.73	278.56	656.72	279.18	654.45
2×10^{-6}	190.46	450.56	190.57	450.20	190.34	451.57	190.48	452.56	191.84	439.20	191.79	441.57	192.03	440.67
3×10^{-6}	153.27	356.84	153.35	356.63	153.22	357.48	153.29	358.15	154.32	349.66	154.25	351.20	154.42	350.69
5×10^{-6}	116.83	267.05	116.90	266.96	116.88	267.43	116.91	267.86	117.58	263.09	117.52	263.99	117.65	263.74
10^{-5}	81.16	181.39	81.25	181.38	81.34	181.63	81.40	181.87	81.78	179.73	81.78	180.16	81.92	180.10
2×10^{-5}	56.72	124.06	56.89	124.12	57.11	124.33	57.26	124.50	57.54	123.58	57.61	123.82	57.86	123.88
3×10^{-5}	46.22	99.67	46.46	99.78	46.76	100.01	46.98	100.18	47.25	99.66	47.36	99.85	47.69	99.99
5×10^{-5}	36.02	75.97	36.32	76.15	36.68	76.42	36.96	76.63	37.23	76.43	37.38	76.59	37.77	76.83
10^{-4}	26.07	53.07	26.37	53.31	26.74	53.63	27.04	53.88	27.29	53.91	27.46	54.08	27.89	54.40
2×10^{-4}	19.08	37.52	19.38	37.79	19.75	38.14	20.03	38.41	20.28	38.55	20.45	38.72	20.88	39.09
3×10^{-4}	15.96	30.80	16.27	31.08	16.63	31.44	16.93	31.71	17.17	31.89	17.34	32.06	17.78	32.45
5×10^{-4}	12.81	24.16	13.12	24.45	13.49	24.81	13.80	25.09	14.03	25.29	14.21	25.47	14.65	25.88

Tabla B.42: Nu_x y Nu_m para $Re = 2000$, $Pr = 10$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
10^{-6}	268.94	646.94	269.17	646.01	268.62	648.65	268.91	651.31	270.95	622.50	271.23	626.60	271.64	624.76
2×10^{-6}	186.01	433.29	186.12	432.90	185.91	434.01	185.92	435.32	187.52	421.95	187.46	423.94	187.66	423.24
3×10^{-6}	150.12	344.17	150.22	343.95	150.11	344.61	150.10	345.50	151.24	337.02	151.17	338.34	151.32	337.93
5×10^{-6}	114.80	258.50	114.88	258.40	114.88	258.78	114.89	259.31	115.60	254.58	115.56	255.35	115.68	255.15
10^{-5}	80.06	176.40	80.18	176.40	80.30	176.62	80.38	176.91	80.79	174.80	80.81	175.18	80.98	175.15
2×10^{-5}	56.20	121.20	56.42	121.28	56.70	121.50	56.88	121.71	57.20	120.83	57.30	121.05	57.60	121.15
3×10^{-5}	45.96	97.64	46.24	97.78	46.59	98.03	46.83	98.24	47.14	97.76	47.27	97.95	47.64	98.13
5×10^{-5}	35.96	74.70	36.27	74.91	36.65	75.21	36.94	75.44	37.22	75.27	37.38	75.44	37.79	75.71
10^{-4}	26.08	52.44	26.38	52.69	26.75	53.03	27.05	53.29	27.30	53.34	27.47	53.51	27.90	53.85
2×10^{-4}	19.09	37.21	19.39	37.49	19.76	37.84	20.05	38.12	20.29	38.27	20.46	38.44	20.90	38.83
3×10^{-4}	15.97	30.60	16.28	30.89	16.65	31.24	16.94	31.52	17.18	31.70	17.36	31.88	17.79	32.28

B.7 $Pr = 20$

Tabla B.43: Nu_x y Nu_m para $Re = 250$, $Pr = 20$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
5×10^{-6}	123.69	303.12	123.74	303.14	123.65	303.87	123.87	303.96	123.89	300.88	124.00	301.61	124.16	301.35
10^{-5}	82.56	200.62	82.62	200.67	82.64	200.99	82.72	201.11	82.82	199.61	82.85	200.00	82.95	199.95
2×10^{-5}	55.90	133.48	55.97	133.53	56.07	133.73	56.15	133.82	56.26	133.13	56.29	133.33	56.42	133.36
3×10^{-5}	44.77	105.49	44.88	105.56	45.02	105.73	45.12	105.82	45.25	105.40	45.30	105.55	45.47	105.61
5×10^{-5}	34.12	78.74	34.29	78.83	34.51	79.01	34.68	79.12	34.84	78.92	34.94	79.04	35.19	79.16
10^{-4}	24.11	53.44	24.41	53.60	24.76	53.84	25.04	54.01	25.28	54.01	25.43	54.14	25.84	54.37
2×10^{-4}	17.63	36.85	17.98	37.10	18.40	37.42	18.74	37.66	19.00	37.79	19.20	37.95	19.67	38.29
3×10^{-4}	14.86	29.93	15.21	30.22	15.63	30.57	15.97	30.85	16.24	31.02	16.44	31.19	16.93	31.58
5×10^{-4}	12.06	23.27	12.41	23.58	12.84	23.96	13.18	24.27	13.45	24.48	13.66	24.66	14.16	25.09
10^{-3}	9.19	16.83	9.55	17.16	10.01	17.57	10.37	17.90	10.66	18.15	10.87	18.34	11.40	18.82

Tabla B.44: Nu_x y Nu_m para $Re = 500$, $Pr = 20$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
2×10^{-6}	185.60	463.61	185.69	463.33	185.47	465.28	185.84	465.74	186.48	453.05	186.58	455.63	186.82	454.40
3×10^{-6}	147.60	363.54	147.68	363.38	147.53	364.56	147.68	364.92	148.42	356.75	148.36	358.44	148.54	357.74
5×10^{-6}	111.11	268.61	111.18	268.54	111.11	269.19	111.18	269.45	111.72	264.80	111.65	265.78	111.77	265.44
10^{-5}	76.17	179.40	76.24	179.39	76.29	179.72	76.34	179.87	76.66	177.76	76.65	178.22	76.76	178.11
2×10^{-5}	52.68	120.80	52.81	120.84	52.98	121.06	53.10	121.18	53.34	120.26	53.39	120.50	53.59	120.52
3×10^{-5}	42.71	96.24	42.91	96.32	43.15	96.54	43.34	96.66	43.59	96.13	43.68	96.31	43.97	96.41
5×10^{-5}	33.12	72.63	33.42	72.79	33.78	73.04	34.05	73.21	34.32	72.99	34.47	73.15	34.87	73.35
10^{-4}	24.02	50.19	24.37	50.43	24.80	50.76	25.12	51.00	25.41	51.03	25.59	51.20	26.07	51.52
2×10^{-4}	17.78	35.27	18.12	35.57	18.54	35.94	18.87	36.23	19.15	36.39	19.35	36.57	19.84	36.97
3×10^{-4}	14.98	28.93	15.33	29.24	15.75	29.63	16.09	29.93	16.35	30.13	16.56	30.32	17.05	30.75
5×10^{-4}	12.14	22.71	12.49	23.04	12.92	23.44	13.26	23.76	13.54	23.98	13.74	24.18	14.25	24.64

Tabla B.45: Nu_x y Nu_m para $Re = 750$, $Pr = 20$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
2×10^{-6}	175.60	432.06	175.71	431.70	175.45	433.29	175.56	434.21	177.04	419.95	176.92	422.42	177.15	421.41
3×10^{-6}	140.72	339.95	140.80	339.74	140.65	340.73	140.68	341.34	141.80	332.29	141.67	333.87	141.82	333.28
5×10^{-6}	106.82	252.45	106.88	252.35	106.85	252.91	106.86	253.29	107.59	248.21	107.51	249.12	107.62	248.82
10^{-5}	73.92	169.88	74.01	169.86	74.10	170.16	74.16	170.36	74.58	168.09	74.57	168.53	74.72	168.44
2×10^{-5}	51.59	115.29	51.79	115.36	52.03	115.59	52.20	115.75	52.51	114.79	52.60	115.02	52.88	115.09
3×10^{-5}	42.10	92.30	42.38	92.42	42.71	92.67	42.97	92.85	43.28	92.31	43.41	92.51	43.78	92.66
5×10^{-5}	32.96	70.14	33.31	70.34	33.72	70.65	34.04	70.87	34.35	70.67	34.53	70.86	34.98	71.11
10^{-4}	24.10	48.94	24.44	49.22	24.86	49.58	25.19	49.86	25.49	49.91	25.68	50.10	26.17	50.46
2×10^{-4}	17.84	34.69	18.18	35.00	18.60	35.39	18.93	35.69	19.20	35.86	19.40	36.05	19.90	36.48
3×10^{-4}	15.02	28.56	15.37	28.88	15.79	29.28	16.13	29.59	16.40	29.79	16.60	29.99	17.10	30.44
5×10^{-4}	12.17	22.50	12.52	22.83	12.95	23.24	13.29	23.57	13.57	23.80	13.77	24.00	14.28	24.47

Tabla B.46: Nu_x y Nu_m para $Re = 1000$, $Pr = 20$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
10^{-6}	248.28	622.79	248.46	621.75	248.06	624.89	248.28	627.49	250.59	596.22	250.72	600.86	251.06	598.74
2×10^{-6}	170.47	412.34	170.59	411.88	170.36	413.25	170.33	414.51	172.10	400.01	171.94	402.22	172.12	401.36
3×10^{-6}	137.15	325.48	137.23	325.21	137.12	326.04	137.07	326.89	138.33	317.70	138.20	319.14	138.33	318.63
5×10^{-6}	104.56	242.70	104.64	242.56	104.63	243.05	104.62	243.54	105.42	238.43	105.34	239.25	105.45	238.98
10^{-5}	72.73	164.22	72.86	164.20	73.00	164.48	73.07	164.74	73.53	162.48	73.55	162.88	73.74	162.82
2×10^{-5}	51.08	112.08	51.33	112.17	51.64	112.42	51.86	112.63	52.22	111.69	52.33	111.92	52.68	112.03
3×10^{-5}	41.87	90.04	42.20	90.20	42.59	90.49	42.88	90.71	43.23	90.20	43.39	90.41	43.81	90.61
5×10^{-5}	32.96	68.75	33.31	68.99	33.74	69.33	34.07	69.59	34.40	69.42	34.58	69.61	35.05	69.91
10^{-4}	24.15	48.27	24.49	48.56	24.91	48.94	25.23	49.24	25.53	49.31	25.72	49.50	26.22	49.89
2×10^{-4}	17.87	34.37	18.21	34.69	18.63	35.09	18.96	35.40	19.24	35.58	19.44	35.77	19.93	36.22
3×10^{-4}	15.05	28.35	15.39	28.68	15.81	29.09	16.15	29.41	16.42	29.61	16.63	29.81	17.12	30.27

Tabla B.47: Nu_x y Nu_m para $Re = 1250$, $Pr = 20$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
10^{-6}	242.61	599.20	242.81	598.03	242.34	600.72	242.28	603.97	245.24	573.13	245.20	577.24	245.52	575.44
2×10^{-6}	167.31	398.54	167.42	398.02	167.23	399.16	167.11	400.75	168.98	386.51	168.83	388.51	168.98	387.76
3×10^{-6}	134.93	315.43	135.02	315.11	134.93	315.84	134.83	316.85	136.15	307.89	136.03	309.17	136.14	308.71
5×10^{-6}	103.15	236.00	103.23	235.84	103.26	236.26	103.23	236.84	104.05	231.88	103.99	232.61	104.11	232.38
10^{-5}	72.00	160.38	72.17	160.37	72.35	160.63	72.45	160.94	72.93	158.76	72.97	159.12	73.20	159.10
2×10^{-5}	50.81	109.93	51.11	110.05	51.47	110.32	51.72	110.57	52.10	109.68	52.24	109.91	52.63	110.06
3×10^{-5}	41.79	88.56	42.14	88.74	42.56	89.06	42.87	89.32	43.23	88.86	43.41	89.06	43.86	89.30
5×10^{-5}	32.99	67.86	33.34	68.11	33.76	68.47	34.10	68.76	34.42	68.62	34.61	68.82	35.10	69.15
10^{-4}	24.18	47.84	24.52	48.14	24.94	48.53	25.26	48.84	25.56	48.92	25.75	49.12	26.25	49.53
2×10^{-4}	17.88	34.17	18.23	34.49	18.65	34.90	18.98	35.21	19.26	35.40	19.46	35.59	19.95	36.05
3×10^{-4}	15.06	28.22	15.40	28.55	15.83	28.96	16.17	29.29	16.44	29.50	16.64	29.70	17.14	30.16

Tabla B.48: Nu_x y Nu_m para $Re = 1500$, $Pr = 20$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
10^{-6}	238.63	581.27	238.83	580.04	238.44	582.31	238.23	586.10	241.43	556.24	241.39	559.90	241.63	558.36
2×10^{-6}	165.13	388.20	165.25	387.65	165.08	388.64	164.90	390.42	166.80	376.72	166.66	378.49	166.79	377.84
3×10^{-6}	133.40	307.95	133.49	307.62	133.43	308.24	133.30	309.38	134.60	300.77	134.50	301.91	134.61	301.51
5×10^{-6}	102.17	231.03	102.27	230.87	102.32	231.24	102.29	231.89	103.10	227.14	103.07	227.79	103.20	227.60
10^{-5}	71.52	157.57	71.71	157.56	71.94	157.82	72.06	158.17	72.56	156.09	72.62	156.43	72.89	156.43
2×10^{-5}	50.66	108.39	50.99	108.52	51.39	108.81	51.66	109.09	52.06	108.27	52.21	108.50	52.64	108.68
3×10^{-5}	41.77	87.50	42.13	87.71	42.56	88.04	42.88	88.33	43.24	87.91	43.42	88.12	43.89	88.39
5×10^{-5}	33.01	67.23	33.36	67.50	33.78	67.87	34.12	68.18	34.44	68.06	34.63	68.26	35.12	68.62
10^{-4}	24.20	47.54	24.54	47.85	24.96	48.24	25.28	48.56	25.58	48.65	25.77	48.85	26.26	49.28
2×10^{-4}	17.89	34.03	18.24	34.35	18.66	34.76	18.99	35.08	19.27	35.27	19.47	35.47	19.96	35.93
3×10^{-4}	15.07	28.13	15.41	28.46	15.84	28.87	16.18	29.20	16.45	29.42	16.65	29.62	17.15	30.09

Tabla B.49: Nu_x y Nu_m para $Re = 2000$, $Pr = 20$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
5×10^{-7}	336.95	834.97	337.36	832.10	336.58	836.25	336.34	845.65	340.49	787.00	341.08	792.83	341.50	790.06
10^{-6}	233.58	555.48	233.79	554.19	233.45	555.95	233.01	560.35	236.28	533.06	236.24	535.96	236.43	534.81
2×10^{-6}	162.32	373.50	162.44	372.94	162.31	373.69	162.05	375.73	163.86	363.28	163.76	364.69	163.86	364.19
3×10^{-6}	131.40	297.39	131.51	297.05	131.48	297.53	131.32	298.83	132.55	291.01	132.49	291.93	132.60	291.63
5×10^{-6}	100.90	224.08	101.03	223.92	101.13	224.23	101.11	224.97	101.88	220.66	101.89	221.21	102.06	221.08
10^{-5}	70.93	153.66	71.18	153.68	71.49	153.94	71.65	154.35	72.16	152.50	72.26	152.80	72.60	152.86
2×10^{-5}	50.54	106.28	50.90	106.45	51.33	106.78	51.63	107.11	52.03	106.40	52.21	106.63	52.66	106.87
3×10^{-5}	41.78	86.09	42.13	86.32	42.57	86.68	42.90	87.01	43.26	86.67	43.45	86.88	43.93	87.19
5×10^{-5}	33.05	66.40	33.39	66.68	33.82	67.06	34.14	67.39	34.46	67.32	34.66	67.53	35.15	67.91
10^{-4}	24.22	47.14	24.56	47.45	24.98	47.85	25.31	48.18	25.60	48.30	25.79	48.50	26.29	48.94
2×10^{-4}	17.91	33.83	18.25	34.16	18.67	34.57	19.01	34.90	19.28	35.10	19.49	35.30	19.98	35.77

B.8 $Pr = 50$

Tabla B.50: Nu_x y Nu_m para $Re = 250$, $Pr = 50$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
2×10^{-6}	165.24	430.91	165.30	430.55	164.98	432.44	165.16	433.11	166.36	418.69	166.27	421.41	166.53	420.20
3×10^{-6}	130.68	335.69	130.76	335.47	130.60	336.60	130.63	337.09	131.62	327.84	131.48	329.61	131.63	328.92
5×10^{-6}	97.87	246.01	97.92	245.90	97.86	246.55	97.89	246.85	98.56	241.63	98.46	242.64	98.56	242.26
10^{-5}	66.82	162.65	66.91	162.62	66.98	162.96	67.04	163.12	67.43	160.76	67.42	161.24	67.56	161.10
2×10^{-5}	46.28	108.62	46.47	108.67	46.70	108.92	46.88	109.06	47.19	108.05	47.28	108.30	47.57	108.34
3×10^{-5}	37.71	86.24	38.00	86.36	38.35	86.62	38.62	86.79	38.95	86.22	39.09	86.43	39.49	86.57
5×10^{-5}	29.60	64.97	30.00	65.19	30.48	65.51	30.84	65.74	31.20	65.54	31.40	65.73	31.93	66.01
10^{-4}	21.94	45.02	22.36	45.34	22.87	45.76	23.29	46.07	23.63	46.15	23.87	46.36	24.46	46.78
2×10^{-4}	16.54	31.90	16.96	32.27	17.47	32.74	17.88	33.10	18.21	33.31	18.46	33.53	19.06	34.04
3×10^{-4}	14.09	26.34	14.52	26.72	15.04	27.20	15.46	27.58	15.80	27.83	16.05	28.07	16.67	28.61
5×10^{-4}	11.58	20.87	12.03	21.28	12.58	21.78	13.01	22.18	13.35	22.47	13.61	22.71	14.22	23.29

Tabla B.51: Nu_x y Nu_m para $Re = 500$, $Pr = 50$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
10^{-6}	219.52	572.68	219.62	571.45	219.19	574.52	219.07	577.76	222.16	544.72	222.02	549.12	222.33	547.10
2×10^{-6}	149.68	375.25	149.76	374.69	149.55	376.02	149.41	377.58	151.39	362.30	151.18	364.40	151.31	363.52
3×10^{-6}	120.13	294.52	120.19	294.17	120.10	295.02	119.99	296.01	121.37	286.38	121.22	287.71	121.33	287.16
5×10^{-6}	91.42	218.21	91.51	218.03	91.52	218.52	91.49	219.08	92.37	213.75	92.30	214.50	92.43	214.21
10^{-5}	63.64	146.59	63.84	146.57	64.04	146.88	64.17	147.18	64.72	144.85	64.77	145.22	65.05	145.18
2×10^{-5}	45.08	99.62	45.45	99.75	45.87	100.07	46.19	100.34	46.64	99.42	46.82	99.66	47.30	99.84
3×10^{-5}	37.31	80.00	37.74	80.22	38.24	80.60	38.61	80.89	39.05	80.42	39.25	80.65	39.81	80.95
5×10^{-5}	29.76	61.21	30.19	61.52	30.70	61.95	31.10	62.29	31.50	62.17	31.72	62.39	32.31	62.80
10^{-4}	22.17	43.27	22.58	43.63	23.09	44.10	23.49	44.47	23.84	44.59	24.08	44.82	24.68	45.33
2×10^{-4}	16.67	31.11	17.09	31.50	17.60	31.99	18.01	32.38	18.34	32.61	18.59	32.85	19.19	33.40
3×10^{-4}	14.18	25.84	14.60	26.24	15.13	26.74	15.55	27.14	15.89	27.40	16.14	27.65	16.76	28.22

Tabla B.52: Nu_x y Nu_m para $Re = 750$, $Pr = 50$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
5×10^{-7}	306.22	807.79	306.54	804.78	304.76	809.41	305.36	818.89	309.34	753.48	309.91	760.50	310.46	757.36
10^{-6}	209.53	528.23	209.71	526.85	209.34	529.08	208.92	533.43	212.43	502.92	212.21	506.28	212.40	504.86
2×10^{-6}	144.40	349.55	144.48	348.92	144.34	349.93	144.07	351.93	146.06	338.00	145.91	339.58	146.00	338.92
3×10^{-6}	116.49	275.99	116.58	275.60	116.53	276.24	116.37	277.50	117.74	268.77	117.65	269.77	117.75	269.37
5×10^{-6}	89.17	205.98	89.32	205.79	89.42	206.19	89.40	206.91	90.29	202.11	90.27	202.68	90.46	202.50
10^{-5}	62.66	139.75	62.96	139.76	63.29	140.08	63.50	140.49	64.09	138.43	64.21	138.75	64.61	138.81
2×10^{-5}	44.94	95.96	45.37	96.16	45.88	96.54	46.25	96.91	46.74	96.14	46.95	96.39	47.50	96.67
3×10^{-5}	37.41	77.57	37.84	77.85	38.36	78.27	38.75	78.64	39.19	78.29	39.41	78.53	40.00	78.90
5×10^{-5}	29.90	59.81	30.32	60.15	30.83	60.61	31.22	60.99	31.61	60.94	31.84	61.17	32.45	61.64
10^{-4}	22.25	42.62	22.67	43.00	23.17	43.48	23.57	43.87	23.92	44.03	24.16	44.26	24.75	44.80
2×10^{-4}	16.71	30.82	17.13	31.22	17.65	31.71	18.06	32.11	18.39	32.36	18.64	32.60	19.24	33.16

Tabla B.53: Nu_x y Nu_m para $Re = 1000$, $Pr = 50$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
5×10^{-7}	296.75	759.82	297.09	756.59	296.48	760.70	295.70	771.35	300.87	712.01	301.01	717.68	301.29	715.09
10^{-6}	204.44	500.99	204.63	499.50	204.31	501.27	203.71	506.27	207.18	478.73	206.98	481.52	207.09	480.36
2×10^{-6}	141.64	334.16	141.76	333.49	141.65	334.29	141.32	336.54	143.20	324.06	143.08	325.36	143.17	324.82
3×10^{-6}	114.58	264.99	114.71	264.58	114.72	265.09	114.54	266.51	115.83	258.71	115.78	259.54	115.91	259.22
5×10^{-6}	88.03	198.80	88.24	198.62	88.42	198.97	88.43	199.79	89.29	195.52	89.32	196.02	89.58	195.91
10^{-5}	62.27	135.81	62.65	135.87	63.07	136.21	63.34	136.69	63.94	134.91	64.11	135.21	64.58	135.35
2×10^{-5}	44.98	93.94	45.43	94.18	45.95	94.60	46.34	95.02	46.82	94.39	47.04	94.65	47.63	94.99
3×10^{-5}	37.51	76.25	37.93	76.56	38.45	77.01	38.83	77.42	39.27	77.15	39.50	77.40	40.10	77.82
5×10^{-5}	29.98	59.06	30.40	59.41	30.90	59.89	31.29	60.28	31.67	60.29	31.91	60.53	32.51	61.02
10^{-4}	22.29	42.27	22.71	42.66	23.21	43.15	23.62	43.55	23.96	43.72	24.20	43.96	24.80	44.51

Tabla B.54: Nu_x y Nu_m para $Re = 1250$, $Pr = 50$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
3×10^{-7}	383.00	990.52	383.46	984.83	381.37	990.31	381.55	1010.27	386.41	916.75	387.62	925.09	388.15	921.36
5×10^{-7}	291.02	726.58	291.38	723.33	290.81	726.51	289.79	737.84	295.03	684.16	295.10	689.12	295.35	687.07
10^{-6}	201.29	482.29	201.51	480.80	201.23	482.24	200.50	487.47	203.81	462.71	203.61	465.12	203.68	464.12
2×10^{-6}	139.93	323.70	140.07	323.03	140.01	323.67	139.64	326.02	141.39	314.83	141.29	315.97	141.39	315.51
3×10^{-6}	113.40	257.55	113.56	257.15	113.63	257.58	113.45	259.06	114.67	252.08	114.64	252.82	114.81	252.56
5×10^{-6}	87.35	193.98	87.62	193.83	87.88	194.16	87.93	195.02	88.76	191.23	88.83	191.68	89.16	191.63
10^{-5}	62.11	133.22	62.53	133.32	63.02	133.68	63.32	134.22	63.92	132.66	64.11	132.96	64.64	133.16
2×10^{-5}	45.05	92.64	45.49	92.92	46.01	93.36	46.40	93.81	46.87	93.29	47.10	93.55	47.70	93.93
3×10^{-5}	37.57	75.41	38.00	75.73	38.51	76.20	38.89	76.63	39.32	76.43	39.54	76.68	40.15	77.14
5×10^{-5}	30.02	58.57	30.44	58.94	30.95	59.42	31.34	59.83	31.71	59.87	31.95	60.11	32.55	60.63
10^{-4}	22.32	42.05	22.73	42.44	23.24	42.93	23.65	43.34	23.98	43.53	24.23	43.77	24.82	44.33

Tabla B.55: Nu_x y Nu_m para $Re = 1500$, $Pr = 50$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
3×10^{-7}	376.86	952.72	377.43	947.10	376.24	951.74	375.34	971.59	381.08	886.70	381.84	894.04	382.23	891.00
5×10^{-7}	287.09	701.98	287.50	698.79	286.97	701.43	285.76	712.85	290.87	664.16	290.92	668.66	291.08	666.82
10^{-6}	199.13	468.58	199.35	467.12	199.12	468.28	198.32	473.50	201.41	451.14	201.23	453.33	201.29	452.44
2×10^{-6}	138.74	316.07	138.90	315.43	138.88	315.95	138.52	318.28	140.13	308.20	140.06	309.23	140.18	308.83
3×10^{-6}	112.59	252.14	112.79	251.77	112.92	252.14	112.76	253.61	113.90	247.34	113.90	248.01	114.11	247.80
5×10^{-6}	86.92	190.50	87.24	190.38	87.57	190.70	87.66	191.57	88.47	188.19	88.57	188.61	88.95	188.61
10^{-5}	62.05	131.38	62.50	131.52	63.02	131.90	63.35	132.46	63.93	131.10	64.14	131.40	64.69	131.64
2×10^{-5}	45.10	91.74	45.54	92.03	46.06	92.49	46.45	92.95	46.90	92.53	47.14	92.79	47.74	93.20
3×10^{-5}	37.62	74.82	38.04	75.16	38.55	75.64	38.93	76.07	39.35	75.93	39.58	76.18	40.19	76.66
5×10^{-5}	30.05	58.24	30.47	58.61	30.98	59.10	31.37	59.51	31.74	59.58	31.97	59.83	32.58	60.36
10^{-4}	22.33	41.89	22.75	42.28	23.26	42.78	23.67	43.19	24.00	43.40	24.24	43.64	24.84	44.21

Tabla B.56: Nu_x y Nu_m para $Re = 2000$, $Pr = 50$.

x^*	$\alpha^* = 1$		$\alpha^* = 1/2$		$\alpha^* = 1/3$		$\alpha^* = 1/4$		$\alpha^* = 1/5$		$\alpha^* = 1/6$		$\alpha^* = 1/10$	
	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m	Nu_x	Nu_m
2×10^{-7}	456.86	1145.39	457.80	1137.17	456.71	1143.06	455.29	1171.87	460.62	1062.01	462.18	1071.37	462.54	1067.04
3×10^{-7}	369.07	899.90	369.74	894.67	368.95	898.17	367.28	916.76	373.29	845.63	373.72	852.06	373.94	849.37
5×10^{-7}	282.00	667.88	282.40	664.95	281.99	666.78	280.60	677.31	285.23	636.80	285.21	640.68	285.31	639.15
10^{-6}	196.29	449.71	196.50	448.39	196.33	449.17	195.55	453.91	198.19	435.40	198.05	437.26	198.09	436.53
2×10^{-6}	137.18	305.60	137.37	305.04	137.44	305.41	137.14	307.53	138.52	299.20	138.49	300.09	138.66	299.78
3×10^{-6}	111.55	244.74	111.82	244.44	112.06	244.74	111.98	246.09	112.99	240.93	113.04	241.53	113.33	241.40
5×10^{-6}	86.44	185.78	86.83	185.73	87.27	186.05	87.45	186.89	88.19	184.13	88.34	184.53	88.81	184.61
10^{-5}	62.05	128.93	62.51	129.12	63.05	129.54	63.41	130.11	63.96	129.04	64.18	129.34	64.77	129.65
2×10^{-5}	45.18	90.54	45.60	90.86	46.13	91.34	46.51	91.81	46.94	91.52	47.18	91.78	47.79	92.24
3×10^{-5}	37.67	74.05	38.09	74.40	38.61	74.89	38.99	75.33	39.39	75.27	39.62	75.53	40.23	76.04
5×10^{-5}	30.09	57.79	30.51	58.17	31.02	58.67	31.41	59.09	31.77	59.20	32.01	59.45	32.61	60.00

Apéndice C

Sensibilidad a la longitud del dominio

En muchas aplicaciones de CFD, la condición de salida puede tener cierta influencia sobre la solución aguas arriba. Con el fin de verificar que la posición de esta condición y la longitud del ducto no afecten de manera apreciable los resultados dentro del dominio utilizado en las simulaciones, se realizó un estudio adicional de sensibilidad respecto de la longitud del dominio.

Para esta verificación se seleccionó el caso $\alpha^* = 1$, $Re = 250$ y $Pr = 0.1$, correspondiente al menor número de Péclet considerado en el estudio, $Pe = 25$.

Un número de Péclet bajo indica que la conducción térmica axial tiene una mayor importancia relativa frente al transporte convectivo. Esto es relevante para la condición de salida, ya que la conducción térmica no está restringida a la dirección del flujo: el calor puede propagarse tanto aguas abajo como aguas arriba. Por lo tanto, una condición térmica impuesta en la salida puede transmitir su influencia hacia posiciones ubicadas aguas arriba. Esta influencia se vuelve más relevante a medida que disminuye el número de Péclet, por lo que el caso $Pe = 25$ constituye una condición apropiada para evaluar la posible influencia de la salida sobre la solución dentro del dominio de interés.

Por otra parte, este caso presenta una longitud de entrada hidrodinámica que supera la longitud del dominio original. Utilizando la estimación clásica [6].

$$L_h \approx 0.05\, Re\, D_h, \tag{C.1}$$

y utilizando $Re = 250$ y $D_h = 0.1$ m, se obtiene

$$L_h \approx 1.25 \text{ m}. \tag{C.2}$$

Este valor es superior a la longitud del dominio utilizado en las simulaciones, $L = 1$ m, por lo que el flujo puede encontrarse todavía en desarrollo al alcanzar la salida. De esta manera, la combinación de un bajo número de Péclet y una longitud de entrada hidrodinámica superior a la longitud del dominio proporciona una condición exigente para evaluar la sensibilidad de los resultados frente a la posición de la salida.

Para realizar la comparación, la solución correspondiente al dominio original, se contrastó con una segunda simulación en la que la longitud del ducto se aumentó hasta $L = 3$ m.

En adelante, ambas configuraciones se denominan *dominio calculado* y *dominio extendido*, respectivamente. Las condiciones de entrada, las propiedades del fluido, la sección transversal y la configuración del solver se mantuvieron sin modificaciones.

La discretización axial del dominio calculado corresponde a 1000 divisiones con un *bias factor* igual a 20. Para el dominio extendido se utilizaron 800 divisiones y un *bias factor* de aproximadamente 115. Este último valor se seleccionó de manera que el tamaño de los primeros elementos axiales fuese similar al utilizado en el dominio calculado, manteniendo una resolución comparable en la región donde se presentan las mayores variaciones de Nu_x. Las configuraciones utilizadas se resumen en la Tabla C.1.

Tabla C.1: Configuraciones utilizadas para el estudio de sensibilidad a la longitud del dominio.

Dominio	$\boldsymbol{L}$ **[m]**	$\boldsymbol{N_z}$	***Bias factor***
Calculado	1	1000	20
Extendido	3	800	115

La comparación se realizó dentro del intervalo correspondiente al dominio calculado. Debido a que las posiciones de los centroides no coinciden exactamente entre ambas discretizaciones, los valores de Nu_x obtenidos con el dominio extendido se interpolaron en las posiciones correspondientes al dominio calculado. Esta solución interpolada se utilizó como referencia para cuantificar las diferencias entre ambas configuraciones. La Figura C.1 muestra las distribuciones de Nu_x obtenidas para ambos dominios.

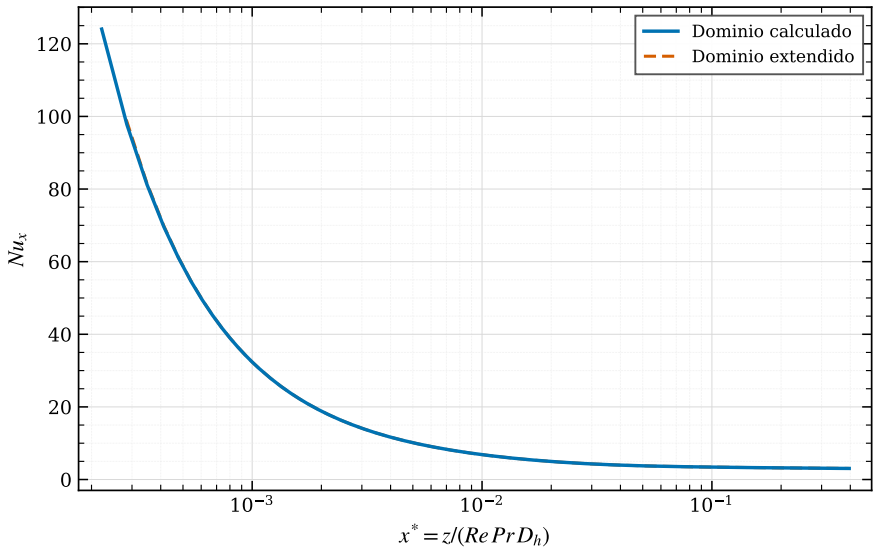


Figura C.1: Comparación del Nusselt local entre el dominio calculado y el dominio extendido. Caso: $\alpha^* = 1$, $Re = 250$ y $Pr = 0.1$.

Ambas soluciones presentan una alta concordancia a lo largo de prácticamente todo el intervalo analizado. Para cuantificar las diferencias entre ellas se calcularon la norma L_2 relativa, el error relativo medio y el error relativo máximo. Los resultados se presentan en la Tabla C.2.

Tabla C.2: Diferencias entre el dominio calculado y el dominio extendido.

Indicador	**Valor** [%]
Norma L_2 relativa	0.3419
Error relativo medio	0.0125
Error relativo máximo	0.8141

La norma L_2 relativa entre ambas soluciones fue de 0.3419 %, mientras que el error relativo medio fue de solo 0.0125 %. El error relativo máximo alcanzó 0.8141 % y se presentó en las menores posiciones de x^* consideradas.

En consecuencia, el aumento de la longitud del ducto desde 1 m hasta 3 m produce diferencias pequeñas en la distribución de Nu_x dentro del dominio original. Considerando que la comparación se realizó para el caso con menor número de Péclet del estudio, los resultados indican que la influencia de la condición de salida sobre la solución en el dominio de interés es reducida. Por lo tanto, se considera adecuada la utilización de $L = 1$ m como longitud del dominio computacional para los casos analizados.