UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INDUSTRIAS
VALPARAÍSO - CHILE

PRONÓSTICO DEL PRECIO DE ACCIONES DE LA BANCA CHILENA MEDIANTE REDES NEURONALES ARTIFICIALES

STEFANO ANDRÉS SIMI SALINAS

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

PROFESOR GUÍA	:	SR. WERNER KRISTJANPOLLER R.
PROFESOR CORREFERENTE	:	SR. RODOLFO SALAZAR A.

AGOSTO 2017

Agradecimientos

Es díficil plasmar a todas las personas que me ayudaron en una sola hoja, pero se intentará abarcar a la mayoría. En primer lugar, quisiera agradecer a mi familia: madre, padre, hermanas, primos, tíos, abuelos, etc; todos ellos me ayudaron a ser la persona que soy ahora, mis valores, mis ideales, mis virtudes y mi manera de ser.

En segundo lugar, a todas las personas que considero amigos cercanos: Los Cabros, Los Amigos del Benjita, Albatros y sus discípulos, Simi FC, PIE>A, ESM y al Aldo.

Finalmente, agardecer a todos los que fueron parte de esta etapa universitaria, los cuales me ayudaron a formarme como profesional y disfrutar de este período único: los profesores, ayudantes, alumnos de otras carreras, al Gonzalo Peña, al Cristian Rodriguez, al Dani, al Kevin, al Ramos, Ale Gomez, a la Caro Arias, a la Paula Lazo, al Ezequiel, a la Naty, al Jorge Espinoza, al José, al Parot, al Miguel Valenzuela, al Seba Tapia, al Peirano, al Jona, al Yerko, al Pancho Cepeda, al Gustavo, al Delatorre, a la Vale Mery y a muchos otros más. Agradecer especialmente al profesor Werner Kristjanpoller, por sus excelentes clases y por aguantarme tanto tiempo escribiendo la memoria. Y una mención especial a mi novia Javiera Chavéz, por ayudarme y apoyarme durante todo el proceso de la escritura de la presente memoria.

A todos los que he nombrado y a muchos más, gracias desde el kokoro.

Dedicado a: mi madre Adriana, mi abuela Julia y especialmente a mi difunto abuelo Juan.

RESUMEN EJECUTIVO

La redes neuronales artificiales (RNA) han sido ampliamente estudiadas en las últimas décadas para preprocesamiento de imágenes, clustering, problemas de clasificación y en el ámbito de la predicción. Este último, ha sido abordado en muchas ocasiones por el mercado accionario, para que inversionistas y corredores de bolsa puedan obtener beneficios en el trading de acciones.

En esta memoria, se modeló el precio de cierre diario de cuatro acciones del sector bancario chileno mediante redes neuronales artificiales, con un benchmark de modelos lineales clásicos de la literatura, como lo son los modelos autorregresivos (AR). El prónostico se realizó mediante un análisis de ventana móvil, con un paso hacia adelante. Además, se implementó un modelo híbrido que permitió combinar los resultados del modelo AR con la RNA. Las redes neuronales utilizadas fueron multicapa prealimentadas con propagación hacia atrás. Los pronósticos obtenidos fueron medidos con métricas de desempeño conocidas, como MSE, RMSE, MAE y MAPE para cada modelo en el estudio.

Los resultados arrojaron que, en tres de cuatro acciones del estudio, los modelos AR fueron superiores en su capacidad predictiva a las RNA y al modelo híbrido.

Palabras Clave. Redes neuronales artificiales, Análisis ventana móvil, Modelo AR, Pronóstico un paso hacia adelante, Sector bancario chileno.

ABSTRACT

Artificial neural networks (ANNs) have been extensively studied in the last decades for tasks such as image preprocessing, clustering, classification problems and in the prediction field. The latter has been approached on many occasions by the stock market, so that investors and stockbrokers would profit in the stock trading.

In this report, the daily closing price of four shares of the Chilean banking sector was modeled using artificial neural networks, with a benchmark of classical linear models used in the literature, such as autoregressive models (AR). The forecast was made by a rolling-window analysis, with one-step ahead. In addition, an hybrid model that allowed to combine the results of the AR model with the RNA was implemented. Multilayer Feedforward Neural Networks with Backpropagation were used.

The forecasts obtained were measured for each model in the study, using known performance metrics, such as MSE, RMSE, MAE and MAPE. The results showed that, in three out of four of the studied actions, the predictive capacity of AR models were superior to the predictive capacity of RNA and to the hybrid model's one.

Keywords. Artificial neural networks, Rolling-Window analysis, AR model, one-step ahead, Chilean banking sector.

GLOSARIO

ACF	AutoCorrelation Function
ADALINE	ADAptive LINear Element
ADF	Augmented Dickey–Fuller
ANN	Artificial Neural Network
AR	Modelo Autoregresivo
ARIMA	Modelo Autoregresivo Integrado de Media Móvil
ARMA	Modelo Autoregresivo y de Media Móvil
BCI	Banco de Crédito e Inversiones
BP	Back-Propagation
CHI	Banco de Chile
DAN2	Dynamic Artificial Neural Network
EMH	Efficient Market Hypothesis
IA	Inteligencia Artificial
ITAUC	ITAU Corpbanca
LMS	Least Mean Square
MA	Modelo de Media Móvil
MADALINE	Many ADALINE
MAE	Mean Absolute Error
MAPE	Mean Absolute Percentage Error
MCO	Mínimos Cuadrados Ordinarios
MLP	Multilayer Perceptron
MSE	Mean Squared Error
PACF	Partial AutoCorrelation Function
PYMES	Pequeñas Y Medianas Empresas
RMSE	Root Mean Squared Error
RNA	Redes Neuronales Artificiales
RNAH	Red Neuronal Artificial Híbrida

Índice de Contenidos

1. Introducción **1**
1.1. Historia de los Bancos . . . 1
1.1.1. Banco de Crédito e Inversiones (BCI) . . . 1
1.1.2. Banco Santander Chile (SAN) . . . 3
1.1.3. Banco de Chile (CHI) . . . 4
1.1.4. ITAU-CORPBANCA (ITAUCORP) . . . 5
1.2. Antecedentes del Estudio . . . 6
1.3. Problema de Investigación . . . 7
1.4. Objetivos . . . 8
1.4.1. Objetivo General . . . 8
1.4.2. Objetivos Específicos . . . 8

2. Marco Teórico **9**
2.1. Teorías de Predicción del Mercado de Capitales . . . 9
2.1.1. Teoría de los Mercados Eficientes (TME) . . . 9
2.1.2. Teoría de la Caminata Aleatoria (TCA) . . . 10
2.2. Enfoques para la Predicción en el Mercado de Valores . . . 10
2.2.1. Regla de Inversión Técnica . . . 10
2.2.2. Regla de Inversión Fundamental . . . 11
2.3. Técnicas Estadísticas . . . 12
2.3.1. Procesos Estocásticos . . . 12
2.3.2. Series de Tiempo . . . 12
2.3.2.1. Estacionariedad . . . 13
2.3.2.2. Ruido Blanco . . . 14
2.3.2.3. Caminata Aleatoria . . . 14
2.3.2.4. Raíz Unitaria . . . 15
2.3.2.5. Procesos Integrados . . . 15
2.3.3. Pruebas Estadísticas . . . 16
2.3.3.1. Test de Ljung-Box . . . 16
2.3.3.2. Test Dickey-Fuller Aumentada . . . 18
2.3.4. Modelos Lineales Estacionarios . . . 18
2.3.4.1. Modelo Autorregresivo (AR(p)) . . . 18
2.3.4.2. Modelo de Media Móvil (MA(q)) . . . 18
2.3.4.3. Modelo Autorregresivo con Media Móvil (ARMA(p,q)) 19

2.3.4.4. Modelo Autorregresivo Integrado con Media Móvil (ARIMA(p,d,q)) . . . 19
2.4. Técnicas de Inteligencia Artificial . . . 20
2.4.1. Fundamentos de la Inteligencia Artificial . . . 20
2.4.2. Redes Neuronales . . . 22
2.4.2.1. Definición . . . 22
2.4.2.2. Ventajas y Desventajas de las Redes Neuronales . . . 23
2.4.2.3. Unidad Fundamental: La Neurona . . . 26
2.4.2.4. Paradigmas de Aprendizaje . . . 29
2.4.2.5. Función de Activación/Transferencia . . . 32
2.4.2.6. Arquitecturas de las Redes Neuronales . . . 34
2.4.2.7. Clasificación de Redes Neuronales . . . 38
2.4.2.8. Pre-procesamiento y Post-procesamiento de la data . . . 38
2.4.2.9. Algoritmo de Propagación Hacia Atrás (Back-Propagation) 40
2.4.2.10. Algoritmo de Levenberg-Marquardt para el Back-Propagation 45
2.5. Trabajos Relacionados con la Predicción de Precio de Acciones . . . 46
2.6. Métricas de Desempeño de Pronósticos . . . 51

3. Metodología 53
3.1. Análisis de Modelos Mediante Ventana-Móvil . . . 53
3.1.1. Análisis de Ventana-Móvil para el Rendimiento Predictivo . . . 53
3.2. Pasos para la Construcción de un Modelo AR . . . 55
3.2.1. Examinar la Data . . . 56
3.2.1.1. Banco de Créditos e Inversiones . . . 56
3.2.1.2. Banco de Chile . . . 57
3.2.1.3. Banco de Santander-Chile . . . 57
3.2.1.4. Banco Itaú-Corpbanca . . . 58
3.2.2. Transformación de la Serie Temporal . . . 59
3.2.3. Determinación de Estacionariedad . . . 62
3.2.4. Formulación de Modelos Autorregresivos . . . 69
3.2.5. Implementación de Modelos . . . 70
3.2.6. Pronóstico y su Evaluación de Desempeño . . . 70
3.3. Pasos para la Construcción de un Modelo de RNA . . . 71
3.3.1. Fase 1: Definición y Formulación del Problema . . . 72
3.3.2. Fase 2: Diseño del Sistema . . . 72
3.3.2.1. Tipo de RNA . . . 72
3.3.2.2. Recolección de la Data . . . 73
3.3.2.3. Partición de la Data . . . 73
3.3.2.4. Pre-procesamiento de la Data . . . 74
3.3.2.5. Topología de la RNA . . . 74
3.3.2.6. Parámetros relevantes de la RNA . . . 77
3.3.3. Fase 3: Realización del Sistema . . . 80
3.3.4. Fase 4: Verificación del Sistema . . . 80
3.4. Modelo Híbrido de RNA . . . 80

4. Resultados **82**
4.1. Resultados de Modelos AR 82
4.2. Resultados de RNA 83
4.2.1. Extrapolación de resultados de RNA 84
4.3. Resultados de RNA Híbrida 85
4.4. Comparación de Resultados 86

5. Análisis de Resultados **90**

6. Conclusiones y Recomendaciones **93**

Bibliografía **96**

A. ANEXOS **102**

Índice de Tablas

1.1. Bancos regulados y fiscalizados por la SBIF 2

3.1. Entradas de la RNA 74
3.2. Entradas de la RNA Híbrida 80

4.1. Tabla Resumen de Resultados de Modelos AR para BCI 82
4.2. Tabla Resumen de Resultados de Modelos AR para CHI 83
4.3. Tabla Resumen de Resultados de Modelos AR para SAN 83
4.4. Tabla Resumen de Resultados de Modelos AR para ITAUC 83
4.5. Tabla Resumen de Resultados de RNA para BCI 84
4.6. Tabla Resumen de Resultados de RNA para CHI 84
4.7. Tabla Resumen de Resultados de RNA para SAN 84
4.8. Tabla Resumen de Resultados de RNA para ITAUC 84
4.9. Tabla de Primera Extrapolación de Resultados para acción BCI 84
4.10. Tabla de Segunda Extrapolación de Resultados para acción BCI 85
4.11. Tabla de Primera Extrapolación de Resultados para acción CHI 85
4.12. Tabla de Segunda Extrapolación de Resultados para acción CHI 85
4.13. Tabla de Primera Extrapolación de Resultados para acción SAN 85
4.14. Tabla de Segunda Extrapolación de Resultados para acción SAN 85
4.15. Tabla de Primera Extrapolación de Resultados para acción ITAUC 85
4.16. Tabla Resumen de Resultados de RNA Híbridas 86
4.17. Tabla Comparativa para la acción BCI 86
4.18. Tabla Comparativa para la acción CHI 86
4.19. Tabla Comparativa para la acción SAN 86
4.20. Tabla Comparativa para la acción ITAUC 87

A.1. Tabla de Resultados de Modelos AR para BCI 121
A.2. Tabla de Resultados de Modelos AR para CHI 122
A.3. Tabla de Resultados de Modelos AR para SAN 123
A.4. Tabla de Resultados de Modelos AR para ITAUC 124
A.5. Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 66 para BCI 125
A.6. Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 126 para BCI 126
A.7. Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 189 para BCI 127
A.8. Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 252 para BCI 128
A.9. Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 66 para CHI 129

A.10. Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 126 para CHI 130
A.11. Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 189 para CHI 131
A.12. Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 252 para CHI 132
A.13. Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 66 para SAN 133
A.14. Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 126 para SAN 134
A.15. Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 189 para SAN 135
A.16. Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 252 para SAN 136
A.17. Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 66 para ITAUC 137
A.18. Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 126 para ITAUC 138
A.19. Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 189 para ITAUC 139
A.20. Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 252 para ITAUC 140
A.21. Tabla de Resultados de RNA Híbrida con Ventana Móvil 504 para BCI . . 141
A.22. Tabla de Resultados de RNA Híbrida con Ventana Móvil 378 para CHI . . 142
A.23. Tabla de Resultados de RNA Híbrida con Ventana Móvil 504 para SAN . 143
A.24. Tabla de Resultados de RNA Híbrida con Ventana Móvil 189 para ITAUC 144

Índice de Figuras

1.1. Logotipo BCI 1
1.2. Logotipo Santander 3
1.3. Logotipo Banco de Chile 4
1.4. Logotipo Itau 5

2.1. Ejemplo de una neurona biológica. 27
2.2. Ejemplo de una neurona artificial. 27
2.3. Comparación entre neurona biológica y artificial. 29
2.4. Diagrama de bloques del aprendizaje supervisado. 30
2.5. Diagrama de bloques del aprendizaje no-supervisado. 31
2.6. Diagrama de bloques del aprendizaje reforzado. 31
2.7. Función de escalón unitario. 32
2.8. Función Logística. 33
2.9. Función tangente hiperbólica. 33
2.10. Función lineal. 34
2.11. Ejemplo de una Single-Layer Network. 35
2.12. Ejemplo de una Multilayer Feedforward Network. 36
2.13. Ejemplo de una Red Recurrente con neuronas ocultas. 37
2.14. Ilustración esquemática del uso de pre y post-procesamiento de la data. . 39
2.15. Arquitectura del Perceptrón Multicapa con dos capa ocultas. 41
2.16. Ilustración de las direcciones de las dos señales básicas en el Perceptrón Multicapa. 42

3.1. Ilustración de una ventana móvil. 54
3.2. Ilustración de las N submuestras con incrementos iguales a 1. 54
3.3. Precio de cierre de la acción BCI. 56
3.4. Precio de cierre de la acción CHI. 57
3.5. Precio de cierre de la acción SAN. 58
3.6. Precio de cierre de la acción ITAUC. 59
3.7. Logaritmo natural del Precio de BCI. 60
3.8. Logaritmo natural del Precio de CHI. 60
3.9. Logaritmo natural del Precio de SAN. 61
3.10. Logaritmo natural del Precio de ITAUC. 61
3.11. Correlograma del Precio de BCI. 63
3.12. Test ADF para el Precio de BCI. 64

3.13. Correlograma del logaritmo del Precio de BCI. 65
3.14. Test ADF para el logaritmo del Precio de BCI. 66
3.15. Correlograma del retorno logarítmico de BCI. 67
3.16. Test ADF para el retorno logarítmico de BCI. 68
3.17. Ciclo de un proyecto de RNA. 71
3.18. Análisis de Ventana-Móvil empleado. 73
3.19. Entradas empleadas. 75
3.20. Capas ocultas empleadas. 76
3.21. Ejemplo de una configuración de RNA. 77
3.22. Ejemplo de una configuración de RNA Híbrida. 81

4.1. Gráfico de Pronósticos de la acción BCI. 87
4.2. Gráfico de Pronósticos de la acción CHI. 88
4.3. Gráfico de Pronósticos de la acción SAN. 88
4.4. Gráfico de Pronósticos de la acción ITAUC. 89

A.1. Correlograma del Precio de CHI. 103
A.2. Test ADF para el Precio de CHI. 104
A.3. Correlograma del logaritmo del Precio de CHI. 105
A.4. Test ADF para el logaritmo del Precio de CHI. 106
A.5. Correlograma del retorno logarítmico de CHI. 107
A.6. Test ADF para el retorno logarítmico de CHI. 108
A.7. Correlograma del Precio de SAN. 109
A.8. Test ADF para el Precio de SAN. 110
A.9. Correlograma del logaritmo del Precio de SAN. 111
A.10. Test ADF para el logaritmo del Precio de SAN. 112
A.11. Correlograma del retorno logarítmico de SAN. 113
A.12. Test ADF para el retorno logarítmico de SAN. 114
A.13. Correlograma del Precio de ITAUC. 115
A.14. Test ADF para el Precio de ITAUC. 116
A.15. Correlograma del logaritmo del Precio de ITAUC. 117
A.16. Test ADF para el logaritmo del Precio de ITAUC. 118
A.17. Correlograma del retorno logarítmico de ITAUC. 119
A.18. Test ADF para el retorno logarítmico de ITAUC. 120

1 | Introducción

Actualmente en Chile existen veintisiete bancos regulados y fiscalizados por la Superintendencia de Bancos e Instituciones Financieras (SBIF). De estos, diecinueve se encuentran establecidos en Chile, cuatro son bancos extranjeros con sucursales en el país, tres son bancos locales con sucursales en el extranjero y uno es un banco de carácter estatal (Tabla 1.1). Dentro de estos bancos, existen cinco instituciones financieras que componen el índice bursátil BANCA, otorgado por la Bolsa de Comercio de Santiago. Estas instituciones son: Banco de Crédito e Inversiones (BCI), Banco Santander-Chile (BSANTANDER), Banco de Chile (CHILE), ITAU Corpbanca (ITAUCORP) y Grupo Security S.A. (SECURITY). Todas estas instituciones son transadas en la Bolsa de Comercio de Santiago.

1.1. Historia de los Bancos

1.1.1. Banco de Crédito e Inversiones (BCI)

El 10 de junio de 1937, luego de ser autorizado por el Decreto Supremo de Hacienda N°1683, BCI abrió sus puertas como una sociedad anónima de giro bancario. Desde su inicio, el objetivo principal fue atender el sector productivo del país, enfocado principalmente en las pequeñas y medianas empresas (PYMES) y en las personas. Desde sus orígenes, este banco se ha caracterizado por su permanente calidad de servicio, espíritu innovador, y un decidido propósito de atender a los distintos segmentos de la economía. Esta orientación fue una de las bases que se propuso la

Figura 1.1: Logotipo BCI

Tabla 1.1: Bancos regulados y fiscalizados por la SBIF

(Fuente: Elaboración Propia.)

Bancos Establecidos en Chile	**Sucursales de Bancos Extranjeros**	**Sucursales de Bancos Locales en el Exterior**	**Bancos Estatales**
-Banco de Chile -Banco Internacional -Scotiabank Chile -Banco de Crédito e Inversiones -Banco BICE -HSBC Bank (Chile) -Banco Santander Chile -Itaú Corpbanca -Banco Security -Banco Falabella -Banco Ripley -Rabobank Chile -Banco Consorcio -Banco Penta -Banco Bilbao Vizcaya Argentina,Chile (BBVA) -Banco BTG Pactual Chile	-Banco do Brasil S.A. -JP Morgan Chase Bank N.A. -Banco de la Nación Argentina -The Bank of Tokyo-Mitsubishi, UFJ, LTD -China Construction Bank, Agencia en Chile	-BCI - Sucursal Miami -Banco del Estado de Chile - Sucursal Nueva York -Itaú Corpbanca New York Branch- Sucursal Nueva York	-Banco del Estado de Chile

empresa desde su fundación, con su primer Directorio, integrado por Juan Yarur Lolas y otros destacados empresarios.

Actualmente, BCI es uno de los bancos más importantes del país, con numerosas sociedades filiales que complementan y apoyan su giro, más de trescientos puntos de contacto en el país, oficinas en el extranjero, miles de clientes provenientes de diferentes mercados, con alrededor de diez mil quinientos colaboradores que responsablemente ayudan a mantener el

Banco como uno de los principales actores del concierto bancario nacional, y con el control accionario en manos de las mismas raíces familiares que han conducido la empresa desde su nacimiento.

1.1.2. Banco Santander Chile (SAN)

En el año 1978, se abrió la primera filial del Banco Santander de España en Chile, dedicada principalmente a operaciones del comercio exterior. En 1984, se puso en marcha una red de treinta cajeros automáticos en sucursales (Telebanco TB), complementada con servicios como Banco en casa por Computador, posicionándose así como la única entidad bancaria en el país con estos servicios a la fecha.

Figura 1.2: Logotipo Santander

A comienzos de la década de los 90, en 1990, cambió de nombre a Banco Santander Chile. Tres años después, en 1993 llevó a cabo la adquisición de Fincard, el principal procesador de tarjetas de crédito del país de la época y, con ciento dos sucursales a nivel nacional, ingresó al mercado de rentas masivas.

A comienzos del siglo XXI, en el año 2000, el Banco Santander Chile lanzó al mercado el portal www.santander.cl, una iniciativa pionera en toda la estrategia de internet del Grupo, marcando el inicio de un fuerte posicionamiento en este ámbito. En el 2004 Santander se ubicó como el Banco más eficiente del país y una de las primeras empresas por valor en bolsa, con un patrimonio bursátil superior a los US$ 6.000 millones. En el año 2008, Santander Chile superó las quinientas sucursales en su red de distribución y alcanzó más de tres millones de clientes.

En la década actual, el banco inició un profundo proceso de transformación comercial a principios del 2012, con foco en la innovación comercial, la simplificación de los productos y procesos, y la multicanalidad efectiva. Al cierre del ejercicio, el Banco superó los US$

50.000 millones en activos totales. En el 2015, Santander presentó 'Advance', un nuevo modelo de atención especializado para PYMES, que incorpora una propuesta integral de productos financieros y no financieros. Además, se reforzaron los planes de la alianza con LANPASS, donde se trabajó la tangibilización del beneficio de los kilómetros LANPASS, lanzando nuevas formas de acumulación y reforzando acciones de canje rebajado en productos aéreos y no aéreos.

1.1.3. Banco de Chile (CHI)

Nacido de la fusión del Banco de Valparaíso (1855), del Banco Nacional de Chile (1865) y del Banco Agrícola (1868), inició sus operaciones el 2 de enero de 1894 con dos oficinas principales ubicadas en Santiago y Valparaíso, una red de veintidós sucursales y agencias extranjeras en Europa, Estados Unidos y Sudamérica que atendían los negocios internacionales. En 1922, cuando el Banco de Chile estaba totalmente consolidado y era el principal y más importante banco comercial del país, el Directorio impulsó la construcción de su Casa Matriz, que ubicada en la calle Ahumada 251, en pleno centro de Santiago, fue inaugurada en abril de 1926, convirtiéndose en el edificio más imponente de la capital y hoy, declarado inmueble de conservación histórica. Su arquitecto fue el vienés nacionalizado chileno, Alberto Siegel Lubbe quien lo diseñó, siguiendo un estilo neo clásico, destacando su cúpula circular, escaleras de mármol y amplios espacios para la atención del público. Los terrenos habían pertenecido al Arzobispado de Santiago.

Figura 1.3: Logotipo Banco de Chile

Desde su fundación, el Banco de Chile ha liderado el mercado financiero chileno como uno de los bancos más grandes y exitosos en términos de retorno de activos, solidez y rentabilidad para sus accionistas, mostrando una de las mayores capitalizaciones de mercado entre las empresas chilenas.

La acción del Banco de Chile se encuentra listada en las Bolsas de comercio locales y también en los principales mercados bursátiles del mundo. En la Bolsa de Comercio de Nueva York (NYSE) el banco mantiene un programa de ADS (American Depositary Shares),

sujeto a las normas más exigentes de supervisión e información pública establecidas por la Comisión de Valores (Securities and Exchange Commission, SEC) de los Estados Unidos de América.

1.1.4. ITAU-CORPBANCA (ITAUCORP)

A mediados de 1871, un grupo de vecinos de Concepción encabezados por don Aníbal Pinto, quien más tarde sería Presidente de la República, redujo a escritura pública los Estatutos del Banco de Concepción. El 6 de octubre de ese año el Banco inició sus operaciones, las que se han mantenido de forma continua hasta hoy, constituyendo de este modo el Banco más antiguo del país.

Figura 1.4: Logotipo Itau

Cien años después, en 1971 el Banco sufrió un cambio importante en su propiedad y estructura, cuando a raíz de un proceso de estatización de la banca privada, pasó a ser controlado por la Corporación de Fomento de la Producción de Chile (CORFO). Ese mismo año, el Banco de Concepción adquirió el Banco Francés e Italiano en Chile, lo que llevó su presencia hasta Santiago. En noviembre de 1975, CORFO vendió las acciones a empresarios privados, que se hicieron cargo del Banco en 1976. En 1980, como consecuencia de su crecimiento, el Banco de Concepción se definió como un banco nacional, cambiando su razón social a Banco Concepción y trasladó la Gerencia General desde Concepción a Santiago. En 1986 el Banco fue adquirido por la Sociedad Nacional de Minería (SONAMI). Desde dicha adquisición, el Banco tomó un interés especial por el financiamiento de la pequeña y mediana minería, aumentó su capital y vendió su cartera riesgosa al Banco Central. A fines de 1995, SONAMI vendió un porcentaje mayoritario del Banco a un grupo de inversionistas liderados por don Álvaro Saieh B., a través del holding INFISA (hoy Corp Group). En 1997, como parte de una estrategia de reposicionamiento del banco, cambiaron su nombre por el de CORPBANCA. En el año 1998, el Banco adquirió la

cartera de préstamos de Corfinsa, que correspondía a la división de consumo del Banco Sudamericano, y posteriormente la Financiera Condell, las cuales conforman hoy Bancondell, comenzando su participación en el segmento de ingresos medios-bajos de la población.

El 29 de enero de 2014, CorpBanca confirmó a la Superintendencia de Valores y Seguros (SVS) su fusión con la operación local de la brasileña Itaú, operación que consideró un aumento de capital de US$ 652 millones por parte del banco extranjero.

1.2. Antecedentes del Estudio

El acto de pronosticar ha sido dominado por métodos lineales durante muchas décadas. Estos métodos son fáciles de desarrollar e implementar, además de ser relativamente simples en cuanto a su interpretación. Sin embargo, los modelos lineales poseen serias limitaciones debido a su incapacidad de captar la no linealidad en su data (Zhang, 2004).

La predicción de acciones ha sido siempre un tema de interés de la mayoría de los inversionistas y analistas financieros, pero encontrar el mejor momento para comprar o vender acciones es una difícil tarea, debido a que existe una gran cantidad de factores que pueden influenciar los precios de estas, como por ejemplo la tasa de interés, la tasa inflacionaria, el tipo de cambio, entre otros (Chang y Liu, 2008). Por lo tanto, la predicción del mercado accionario ha permanecido como un tópico importante en el ámbito de la investigación, sumado a que presenta un ambiente complejo, dinámico, estocástico y, por lo tanto, difícil de predecir (Yang y Wu, 2006).

Debido a la complejidad de las series de tiempo financieras, existe cierto escepticismo sobre su predicción. Esto se ve bien reflejado en la Teoría de Mercados Eficientes, introducida por Fama en 1970. Según la teoría, los precios de las acciones reflejan toda la información existente, por lo tanto, el precio actual es la mejor predicción para el día siguiente y la estrategia “buy&hold” es la mejor para el trading de acciones. Sin embargo, existen fuertes evidencias que refutan esta teoría. Es por ello que el objetivo es no dudar si

las series de tiempo financieras son predecibles, sino que descubrir un buen modelo, capaz de describir las dinámicas de estas (Falinouss, 2007).

Anteriormente se mencionó que los modelos lineales eran los preponderantes en el mundo de la pronosticación, más aún en lo que respecta a predicción financiera. La predicción financiera es considerada como una de las más difíciles aplicaciones de la predicción de series de tiempo. Esto se debe principalmente a que las series de tiempo financieras presentan un complejo comportamiento, resultado de un gran número de factores, de tipo económicos, políticos, psicológicos, etc. Además, son inherentemente ruidosas, no estacionarias y deterministamente caóticas.

1.3. Problema de Investigación

La predicción del precio de las acciones en el mercado de capitales ha sido de gran interés para los corredores de bolsa e inversionistas, debido a los generosos beneficios obtenidos por las transacciones tanto de compra como de venta de acciones (Bisoi y Dash, 2014).

Los pronósticos basados en las series de tiempo han sido extensamente descritos en la literatura, donde el ámbito financiero ha sido uno de los más influenciados. Existen diversos modelos de series de tiempo que son ampliamente reconocidos en la literatura, cuya finalidad es el pronosticar datos futuros a partir de una data histórica. Algunos de estos modelos son el Modelo Autoregresivo (AR), el Modelo de Media Móvil (MA), el Modelo Autoregresivo y de Media Móvil (ARMA) y el Modelo Autoregresivo Integrado de Media Móvil (ARIMA) (Lütkepohl y Krätzig, 2004). Sin embargo, en un ambiente tan dinámico como lo es la Bolsa de Comercio, los datos obtenidos para realizar las series de tiempo poseen comportamientos no lineales, lo que afectaría la eficacia del pronóstico (Laboissiere et al., 2015).

Dado lo anteriormente mencionado, surge la alternativa de utilizar sistemas inteligentes, como lo son las Redes Neuronales Artificiales o ANN's por sus siglas en inglés (Artifi-

cial Neural Networks), las cuales son una aproximación útil para abordar problemas de pronóstico de series de tiempo.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo General

Pronosticar el precio de acciones mediante el uso de Redes Neuronales Artificiales para distintos bancos en Chile.

1.4.2. Objetivos Específicos

1. Identificar y analizar cuáles son los bancos más propicios a pronosticar y cuáles serán sus variables explicativas.
2. Recopilar datos históricos acerca de los bancos seleccionados y sus variables explicativas en un intervalo de tiempo determinado.
3. Realizar un pre-procesamiento a la data histórica obtenida.
4. Entrenar y validar a las Redes Neuronales Artificiales y probarlas en distintas topologías.
5. Analizar los resultados obtenidos mediante distintos indicadores econométricos.
6. Comparar las redes neuronales con modelos econométricos.

2 | Marco Teórico

2.1. Teorías de Predicción del Mercado de Capitales

El mercado de capitales ha sido estudiado en innumerables ocasiones con tal de extraer patrones útiles para predecir sus movimientos. Aunque numerosos intentos científicos se han realizado, no se ha sido descubierto ningún método para predecir con precisión el movimiento de los precios de acciones (Soni, 2011). Por lo tanto, siempre ha tenida cierta atracción para los investigadores. Cuando se trata de predecir precios futuros del mercado de capitales, existen dos importantes teorías que se deben considerar. La primera es la Teoría de los Mercados Eficientes, también traducida al inglés como Efficient Market Hypothesis (EMH) introducida por Fama en 1970. Y la segunda es la Teoría de la Caminata Aleatoria o Random Walk Theory (Malkiel, 1999).

2.1.1. Teoría de los Mercados Eficientes (TME)

La teoría, impulsada por Fama, establece que el presente precio del mercado refleja la asimilación de toda la información disponible. Lo que significa, ninguna predicción de precios futuros puede realizarse. A medida que la nueva información entra al sistema, el desequilibrio en la acción es inmediatamente descubierto y rápidamente eliminado por el cambio correcto en la acción (Falinouss, 2007). Malkiel y Fama (1970) dividen su teoría en tres formas: Débil, Semi-Fuerte y Fuerte.

En la TME Débil, sólo el precio pasado y la información histórica están involucrados en el precio actual. Por otra parte, la TME Semi-Fuerte va un paso más allá, incorporando toda

la información histórica y toda la información pública actual en el precio. Finalmente, la teoría Fuerte incluye la información histórica, además de la información pública y privada actual, en el precio de la acción (Falinouss, 2007).

Sin embargo, en los años recientes, muchos reportes publicados muestran que la TME está lejos de ser correcta. Incluso Fama (1991) en su artículo "Efficient Capital Market: II" declara que la TME debe ser falsa.

2.1.2. Teoría de la Caminata Aleatoria (TCA)

Una perspectiva distinta en el mundo de las predicciones proviene de la Teoría de la Caminata Aleatoria o, por su traducción en inglés, Random Walk Theory. En esta teoría, la predicción del mercado accionario se cree imposible, donde los precios son determinados al azar y superar al mercado es inalcanzable. Sumado a lo anterior, establece que el precio de las acciones no depende del pasado de la acción (Soni, 2011). La Teoría de la Caminata Aleatoria posee un fundamento teórico similar a la TME Semi-Fuerte, donde toda la información se asume disponible para cualquier persona. Sin embargo, Random Walk Theory declara que, incluso con dicha información, la predicción del futuro es ineficaz.

2.2. Enfoques para la Predicción en el Mercado de Valores

Debido a las teorías TME y TCA, se han creado dos filosofías para la compra y venta en el mercado accionario. Estos dos acercamientos a la predicción financiera del mercado son el análisis técnico y el análisis fundamental.

2.2.1. Regla de Inversión Técnica

El término de análisis técnico denota una aproximación básica a la inversión de acciones, donde el pasado de la acción es estudiado, utilizando como herramienta principal los gráficos. Está basado en la búsqueda de reglas y patrones desde los precios pasados

de las acciones llamadas series de tiempo financieras. Los principios básicos incluyen conceptos como la tendencia natural de los precios, confirmación y divergencia, y el efecto del volumen transado. Cientos de métodos de predicción de acciones han sido desarrollados basados en estos principios básicos y aún siguen siendo base para modelos actuales (Hellstrom y Holmstrom, 1998). El análisis técnico se basa en data numérica de series de tiempo y trata de pronosticar precios de acciones haciendo uso de indicadores de este mismo análisis (Pring, 2002). Modelos Auto-regresivos y Ventanas Móviles son algunas de las técnicas de predicción más famosas que han dominado las predicciones de series de tiempo en las últimas décadas.

2.2.2. Regla de Inversión Fundamental

El análisis fundamental investiga los factores que afectan la oferta y la demanda (Thomsett, 1998). El objetivo es reunir e interpretar dicha información y actuar antes que esta se vea incorporada en el precio de la acción. El tiempo entre un evento y la respuesta del mercado resultante a dicho evento, presenta una oportunidad de inversión. El análisis fundamental se basa en datos económicos de compañías y trata de pronosticar mercados usando dicha data, que es publicada de manera regular en reportes anuales y cuatrimestrales, auditorías y estado de resultados. Por lo tanto, el analista toma sus decisiones basándose en el rendimiento pasado de la compañía. Los datos para este análisis derivan desde la economía global, pasando por el sector industrial y finalmente llegando a compañía misma que se analiza.

Cuando se aplican Machine Learning y Data Mining a la data de acciones, el interés recae en realizar un análisis técnico para ver si el algoritmo puede aprender de manera precisa los patrones ocultos de las series de tiempo. Además, se dice que Machine Learning puede desarrollar un papel importante en evaluar y predecir el rendimiento de una compañía y otros parámetros relevantes en el análisis fundamental. De hecho, los más exitosos sistemas automatizados de predicción de precios utilizan una especie de análisis híbrido, donde se ven envueltos tanto el análisis fundamental como el técnico.

En esta memoria, se realizará un estudio del análisis netamente técnico, donde se utilizarán modelos de series de tiempo clásicos como modelos Auto-regresivos y métodos novedosos actuales de Machine Learning como las Redes Neuronales Artificiales.

2.3. Técnicas Estadísticas

2.3.1. Procesos Estocásticos

Un proceso estocástico es una sucesión de variables aleatorias indexadas por algún parámetro que, usualmente, es el tiempo. Los procesos estocásticos son ampliamente usados como modelos matemáticos de sistemas o fenómenos que aparentemente varían en una manera aleatoria. Destacan sus aplicaciones en muchas disciplinas incluyendo las ciencias como biología, química, ecología, neurociencia, física y en la tecnología e ingeniería, como procesamiento de imágenes, teorías de la información y telecomunicaciones. Finalmente, los cambios en el mercado financiero ha motivado el estudio de procesos estocásticos en las finanzas (Shreve, 2004; Steele, 2012).

2.3.2. Series de Tiempo

Una serie de tiempo es un número de observaciones tomadas de forma secuencial en un intervalo de tiempo determinado, caracterizando a cada observación con el período en que fue tomada (Box, 2012). Por ende, se puede describir a una serie de tiempo como un proceso estocástico indexado por la variable tiempo. Para realizar un pronóstico basado en series de tiempo se requiere información de períodos pasados, por lo tanto, el objetivo principal es lograr una dependencia en la data histórica. Analizando una serie de tiempo se pueden encontrar estructuras y patrones en los datos históricos que dan origen a modelos capaces de predecir su comportamiento. En virtud de los modelos obtenidos, es posible conseguir valores futuros a través de estos modelos de regresión. Los modelos más renombrados en la literatura son: Modelo Autoregresivo (AR), Modelo de Media Móvil (MA), Modelo Autoregresivo y de Media Móvil (ARMA) y Modelo Autoregresivo Integrado de Media Móvil (ARIMA). Los modelos mencionados anteriormente son utilizados para representar

series de tiempo estacionarias.

2.3.2.1. Estacionariedad

Una serie de tiempo estacionaria es aquella cuyas propiedades no dependen en el tiempo en el cual la serie es observada (Hyndman y Athanasopoulos, 2014). Existen dos tipos procesos estacionarios: uno estricto o fuerte y uno débil.

Según Pishro-Nik (2016), se definen Procesos estacionarios fuertes y débiles de la siguiente forma:

Una serie de tiempo continua $X_t, t \in \mathbb{R}$ es estrictamente estacionaria si, para un conjunto finito de tiempo $\{ t_1, t_2, ..., t_T \}$ y para $k \in \mathbb{R}$ se tiene que la función de distribución acumulativa conjunta entre $\{ X(t_1), X(t_2), ..., X(t_T) \}$ y $\{ X(t_{1+k}), X(t_{2+k}), ..., X(t_{T+k}) \}$ es la misma:

$$F_{X_{t_1},X_{t_2},...,X_{t_T}}(x_1, x_2, ..., x_T) = F_{X_{t_{1+k}},X_{t_{2+k}},...,X_{t_{T+k}}}(x_1, x_2, ..., x_T) \tag{2.1}$$

Es muy difícil encontrar un proceso estrictamente estacionario en la vida real. Incluso si se encuentra, es igualmente díficil probar que lo es.

Una serie de tiempo continua $X_t, t \in \mathbb{R}$ es débilmente estacionaria si su media y función de correlación no cambia en el tiempo. Más precisamente:

$$\mathrm{E}(X_t) = \mu_x \qquad \forall t \in T \tag{2.2}$$

$$\mathrm{E}[(X_t - \mu_x)(X_{t-h} - \mu_x)] = \gamma_h \qquad \forall t \in T \wedge \forall h/(t-h) \in T \tag{2.3}$$

En la ecuación 2.3, para el caso particular cuando h es cero, se obtiene que la varianza de la serie es igual a σ_x^2. Por lo tanto, se dice que un proceso estacionario débil es cuando su media y varianza son constantes, es decir, no dependan del tiempo y las covarianzas sólo dependan de la distancia del tiempo entre dos miembros del proceso (Lütkepohl y Krätzig, 2004).

2.3.2.2. Ruido Blanco

Sea un proceso estocástico estacionario una secuencia de variables aleatorias *independiente e idénticamente distribuidas* (idd), denotada como $a_1, ..., a_t, ...$, la cual se asume con media cero y varianza σ_a^2 (Box, 2012). La independencia del tiempo implica que a_t no está correlacionada, tienendo una función de autocovarianza de la siguiente forma:

$$\gamma_k = \mathrm{E}[a_t a_{t+k}] = \begin{cases} \sigma_a^2, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases} \tag{2.4}$$

Si a_t sigue una distribución normal, el Proceso de Ruido Blanco pasa a ser un Proceso de Ruido Blanco Gaussiano.

$$a_t \sim N(0, \sigma_a^2) \tag{2.5}$$

Recordar que si la media de a_t es cero, la esperanza de a_t es también cero.

$$E[a_t] = 0 \tag{2.6}$$

2.3.2.3. Caminata Aleatoria

Según Tsay (2005), una serie de tiempo X_t es una caminata aleatoria si satisface:

$$X_t = X_{t-1} + a_t \tag{2.7}$$

donde X_0 es un número real que denota el valor inicial del proceso y $\{a_t\}$ es ruido blanco. Además, una caminata aleatoria es un proceso no débilmente estacionario.

Una forma alternativa de escribir la ecuación 2.7 es la siguiente:

$$X_t = X_0 + \sum_{i=1}^{t} a_t \tag{2.8}$$

Según Hyndman y Athanasopoulos (2014), la caminata aleatoria típicamente poseen:

- Largos períodos de tendencia al alza o a la baja.
- Cambios repentinos e impredecibles en su dirección.

La caminata aleatoria tiende a tener una media pequeña y positiva. Cuando esto sucede, se dice que la caminata aleatoria posee variaciones.

$$X_t = \mu + X_{t-1} + a_t \tag{2.9}$$

donde $\mu = \mathrm{E}(X_t - X_{t-1})$ y $\{a_t\}$ es ruido blanco. El término constante μ del modelo es muy importante en el estudio financiero (Tsay, 2005). Representa la tendencia temporal de X_t y es usualmente es referido como la derivada del modelo. Análogamente, como en la ecuación 2.8, la ecuación 2.9 se puede escribir de la siguiente manera:

$$X_t = t\mu + X_0 + \sum_{i=1}^{t} a_t \tag{2.10}$$

2.3.2.4. Raíz Unitaria

Se dice que una serie de tiempo tiene raíz unitaria si se puede escribir de la siguiente forma:

$$X_t = \phi X_{t-1} + a_t \tag{2.11}$$

Donde $\phi = 1$ y $\{a_t\}$ es ruido blanco. Como se puede apreciar, si $\phi = 1$ la ecuación 2.11 queda igual a la ecuación 2.7, por lo tanto, se dice que la caminata aleatoria posee raíz unitaria. En caso contrario, cuando $|\phi| < 1$ se dice que la serie X_t es una serie de tiempo estacionaria. Existen diversos test que comprueban si una serie de tiempo posee raíz unitaria o no. Uno de ellos es la prueba Aumentada de Dickey-Fuller (ADF), la cual se detallará más adelante.

2.3.2.5. Procesos Integrados

Un proceso estocástico se dice *integrado de orden d* (I(d)) si es necesario aplicar las primeras diferencias d veces para convertir al proceso en uno estacionario (Lütkepohl

y Krätzig, 2004). Se refiere a las primeras diferencias como una forma de eliminar la componente de tendencia en una serie de tiempo. En la ecuación 2.12 se muestra un ejemplo de primeras diferencias.

$$\Delta X_t = X_t - X_{t-1} \tag{2.12}$$

Siendo Δ el *operador diferenciador*. Otra notación para el operador diferenciador es $\Delta = (1 - L)$, siendo esta notación útil para describir modelos más adelante.

Recapitulando, si X_t es un proceso integrado de orden uno ($X_t \sim \mathrm{I}(1)$), quiere decir que X_t no es un proceso estacionario, pero su primera diferencia, ΔX_t, si lo es. Cuando una serie de tiempo es estacionaria en su nivel, se dice que la serie es un proceso integrado de orden cero (I(0)).

Finalmente, la siguiente ecuación describe un proceso integrado de orden d:

$$\Delta^d X_t = (1 - L)^d X_t \tag{2.13}$$

donde L es un operador de rezago (por ejemplo: $LX_t = X_{t-1}$,$L^2X_t = X_{t-2}$,...).

2.3.3. Pruebas Estadísticas

2.3.3.1. Test de Ljung-Box

El término correlación viene dado por la dependecia lineal de dos variables, pero cuando la dependecia lineal es entre X_t y sus valores pasados X_{t-k}, el termino se denomina *autocorrelación* (Tsay, 2005). El coeficiente de correlación entre una variable X_t y X_{t-k} viene dado por la Función de Autocorrelación o, por su traducción al inglés, *AutoCorrelation Function* (ACF).

$$\widehat{\rho_t} = Corr(X_t, X_{t-k}) = \frac{Cov(X_t, X_{t-k})}{\sqrt{\mathrm{Var}(X_t)}\sqrt{\mathrm{Var}(X_{t-k})}} = \frac{\widehat{\gamma_k}}{\widehat{\gamma_0}}; \tag{2.14}$$

Para que una serie de tiempo sea estacionaria, esta no debe estar serialmente correlacio-

nada y esto se cumple, si y sólo si:

$$\rho_k = 0; \forall k > 0 \tag{2.15}$$

La función de autocorrelación mide la correlación entre dos variables separadas por k períodos, pero considera la dependencia creada por los rezagos intermedios existentes entre ambos periodos. Para poder cuantificar la correlación de sólo las variables separadas, sin los rezagos intermedios, se crea la denominada Función de Autocorrelación Parcial o, por su traducción al inglés, *Partial AutoCorrelation Function* (PACF)(Lütkepohl y Krätzig, 2004).

$$\pi_t = Corr(X_t, X_{t-k}|X_{t-1}, X_{t-2}, ..., X_{t-k+1}) \tag{2.16}$$

$$\pi_t = \frac{Cov(X_t - \widehat{X_t}, X_{t-k} - \widehat{X_{t-k}})}{\sqrt{\mathrm{Var}(X_t - \widehat{X_t})}\sqrt{\mathrm{Var}(X_{t-k} - \widehat{X_{t-k}})}} \tag{2.17}$$

Para el cálculo de las variables $\widehat{X_t}$ y $\widehat{X_{t-k}}$ se utiliza el métodos de los Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO).

$$\widehat{X_t} = \nu + \alpha_1 X_{t-1} + ... + \alpha_k X_{t-k} + \mu_t \tag{2.18}$$

Finalmente, para saber si la serie está autocorrelacionada para el rezago k, se define el test de Ljung-Box de la siguiente forma:

$H_0 : \rho_1 = ... = \rho_k = 0$

$H_1 : \rho_i \neq 0;$ para algún i $\in 1, ..., k$

$$Q(k) = T(T+2)\sum_{i=1}^{k} \frac{\widehat{\rho_i^2}}{T-i} \tag{2.19}$$

donde T es el tamaño de la muestra y se rechaza la hipotesis nula si:

$$Q(k) > \chi^2_{(1-\alpha,k)} \tag{2.20}$$

2.3.3.2. Test Dickey-Fuller Aumentada

El test de Dickey-Fuller Aumentada tiene por objetivo ver si la serie de tiempo estudiada posee raíz unitaria o no.

$H_0 : \phi = 0$ o posee raíz unitaria.

$H_1 : \phi < 0$ o es un proceso estacionario.

$$\Delta X_t = \phi X_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \alpha_{j+1} \Delta X_{t-j} + \mu_t \tag{2.21}$$

El coeficiente ϕ es calculado mediante MCO en la ecuación 2.21.

2.3.4. Modelos Lineales Estacionarios

2.3.4.1. Modelo Autorregresivo (AR(p))

Según (Tsay, 2005), un proceso X_t Autorregresivo de orden p (AR(p)), puede ser escrito de la siguiente forma:

$$X_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^{p} \phi_i X_{t-i} + a_t \tag{2.22}$$

donde a_t es ruido blanco y X_t es un proceso estacionario. La definición que brinda Hyndman y Athanasopoulos (2014) se resume en que la variable que se desea predecir, es una combinación lineal de sus valores pasados. Utilizando el operador de rezago L, la ecuación 2.22 queda redefinida de la siquiente forma:

$$(1 - \sum_{i=1}^{p} \phi_i L^i) X_t = \phi_0 + a_t \tag{2.23}$$

2.3.4.2. Modelo de Media Móvil (MA(q))

Según (Tsay, 2005), un proceso X_t modelado por una Media Móvil de orden q (MA(q)), puede ser escrito de la siguiente forma:

$$X_t = c_0 + a_t + \sum_{j=1}^{q} \theta_j a_{t-j} \tag{2.24}$$

donde a_t es ruido blanco y X_t es un proceso estacionario. Análogamente con el modelo AR(p), se utiliza el operador de rezago L para que la ecuación 2.24 quedase redefinida de la siquiente forma:

$$X_t = c_0 + (1 + \sum_{j=1}^{q} \theta_j L^j) a_t \tag{2.25}$$

2.3.4.3. Modelo Autorregresivo con Media Móvil (ARMA(p,q))

El presente modelo combina los dos anteriormente mencionados. Por lo tanto, es aquel modelo que tiene p elementos autorregresivos y q elementos de media móvil. La serie de tiempo X_t se puede modelar de la siguiente forma:

$$X_t = \mu + \sum_{i=1}^{p} \phi_i X_{t-i} + \sum_{j=1}^{q} \theta_j a_{t-i} + a_t \tag{2.26}$$

Análogamente, con el operador L:

$$(1 - \sum_{i=1}^{p} \phi_i L^i) X_t = \mu + (1 + \sum_{j=1}^{q} \theta_j L^j) a_t \tag{2.27}$$

donde, nuevamente, a_t es ruido blanco y X_t es un proceso estacionario.

2.3.4.4. Modelo Autorregresivo Integrado con Media Móvil (ARIMA(p,d,q))

Sea un proceso estocástico X_t, es denominado proceso ARIMA(p,d,q) si es I(d) y, luego de realizar d diferencias, posee una representación de un modelo ARMA(p,q). En otras palabras, $\Delta^d Y_t \sim ARMA(p, q)$ (Lütkepohl y Krätzig, 2004). El modelo descrito anteriormente puede escribirse de la siguiente forma:

$$(1 - \sum_{i=1}^{p} \phi_i L^i)(1 - B)^d X_t = \mu + (1 + \sum_{j=1}^{q} \theta_j L^j) a_t \tag{2.28}$$

donde a_t es ruido blanco. En esta memoria, no se contempla su versión estacional.

2.4. Técnicas de Inteligencia Artificial

El desarrollo tecnológico ha incrementado de manera considerable los volúmenes de información que las firmas pueden manejar tanto para sus operaciones cotidianas como también para la posible expansión de sus mercados y dirigir sus productos al público adecuado.

Se utilizan diversas técnicas de Inteligencia Artificial (IA) para emular "comportamientos inteligentes". Al software que hace uso de dichas técnicas se le denomina de forma genérica "sistema inteligente".

Dentro de la gran cantidad de "sistemas inteligentes", se encuentran las denominadas redes neuronales.

2.4.1. Fundamentos de la Inteligencia Artificial

En 1936, Alan Turing fue uno de los precursores del estudio del cerebro humano como forma de visualizar el mundo de la computación. El matemático fue altamente influyente en el desarrollo de las Ciencias de la Computación Teórica o Theoretical Computer Science y es ampliamente considerado como el padre de dicha área y de la Inteligencia (Cooper y Van Leeuwen, 2013). No obstante, el neurofisiólogo Warren McCulloch y el matemático Walter Pitts llevaron a cabo, en 1943, una teoría acerca de la forma en que trabajan las neuronas y además fueron capaces de modelar una red nueronal simple mediante circuitos eléctricos.

Posteriormente, en 1949, Donald Hebb en su libro "The Organization of Behavior, A Neuropsychological Theory" explica cómo la función de las neuronas contribuía al proceso psicológico del aprendizaje (Hebb, 2005). Este es uno de los fundamentos más relevantes, aún presentes en la mayoría de las funciones de aprendizaje que pueden hallarse en una red neuronal actual.

En 1950, el psicólogo y conductista estadounidense Karl Lashley postuló que la información no era almacenada de forma centralizada en el cerebro, sino que era distribuida por el córtex.

En 1956, la Conferencia de Dartmouth (“Dartmouth Summer Research Project on Artificial Intelligence”) es el evento considerado como origen del campo de la Inteligencia Artificial.

El psicólogo americano Frank Rosenblattt es reconocido históricamente por su trabajo en el área de la Inteligencia Artificial. Su contribución destaca en el año 1957 con el desarrollo del Perceptron, el cual fue inicialmente simulado en una IBM 704 en el Laboratorio de Aeronáutica de Cornell. Este modelo era capaz de generalizar a partir del entrenamiento de la red, incluso si la data no se hubiese presentado en el entrenamiento. Sin embargo, era incapaz de resolver ciertos problemas lógicos y clasificar clases no linealmente separables. Más adelante, en el año 1962, publica su libro "Principles of Neurodynamics: Perceptrons and the Theory of Brain Mechanisms", el cual confirmó que, bajo ciertas condiciones, el aprendizaje del Perceptron convergía hacia un estado finito.

En el 1960, el académico de la Universidad de Stanford, Bernard Widrow, y su estudiante de doctorado, Marcian Hoff, desarrollaron el algoritmo LMS (Least Mean Square) el cual se usa en filtros adaptativos que permitieron desarrollar las redes ADALINE (ADAptive LINear Element) y MADALINE (Many ADALINE).

En el año 1969, los científicos Marvin Minsky y Seymour Papert publicaron su libro Perceptrons, el cual establecía las limitaciones del Perceptrón. También probaron matemáticamente la incapacidad del perceptrón de resolver problemas relativamente fáciles, tales como el aprendizaje de una función no-lineal. Por este motivo, el Perceptrón se consideró que era muy débil, ya que la funciones no-lineales son extensamente empleadas en computación y en los problemas del mundo real (Matich, 2001).

En el año 1974, Paul Werbos fue el primero en describir, en su tesis de la universidad de Harvard, la idea básica del algoritmo de aprendizaje de Propagación hacia atrás (Backpropagation) en redes neuronales (Werbos, 1974). Adicionalmente, en el 1982, aplicó el método de Linnainmaa de diferenciación automática en las redes neuronales artificiales (Werbos, 1982).

En el 1977, Stephen Grossberg y Gail Carpenter desarrollaron la Teoría de Resonancia Adaptada o su traducción al inglés Adaptive resonance theory (ART) que explica como el cerebro procesa la información. Realizaron un variado número de redes neuronales con aprendizaje no-supervisado y supervisado para problemas de reconocimiento de patrones y predicción.

En 1982, el físico americano John Hopfield inventa una red neuronal asociativa, ahora comúnmente llamada Hopfield Network (Hopfield, 1982).

En 1986, los académicos David Rumelhart, Geoffrey Hinton y Ronald Williams publicaron un artículo donde se renueva la aplicación del algoritmo Backpropagation en las neuroredes (Rumelhart et al., 1988). Estos dos últimos eventos, reactivan el uso de las redes que fueron anteriormente frenadas por Minsky y Papert.

2.4.2. Redes Neuronales

2.4.2.1. Definición

Existen muchas definiciones en la literatura de cómo se definen las redes neuronales artificiales. En los siguientes párrafos se detallarán algunas definiciones de diferentes autores.

Zurada (1992) define a las redes neuronales como sistemas celulares físicos que puedan adquirir, almacenar y usar conocimiento empírico.

Haykin (2001) se refiere a una red neuronal como un procesamiento distribuido masivamente paralelo, que tiene una tendencia natural para almacenar conocimiento empírico y hacerlo disponible para el uso. Recuerda al cerebro en dos aspectos: en primer lugar, el conocimiento se adquiere por la red a través de un proceso de aprendizaje; y en segundo lugar, las conexiones interneurónicas, se conocen como pesos sinápticos y se usan para almacenar el conocimiento.

Las redes neuronales artificiales son un sistema interconectado de neuronas que intentan modelar la forma de procesamiento de la información en sistemas nerviosos biológicos, especialmente al del cerebro humano y que tiene por finalidad producir un estímulo de salida. El cerebro humano corresponde a un sistema altamente complejo, no-lineal y paralelo (Fausett y Fausett, 1994).

Según , las redes neuronales se caracterizan principalmente por:

- La adquisición de conocimiento a través de la experiencia, el cual es almacenado en el peso relativo de las conexiones interneuronales.
- Tener una gran plasticidad y adaptabilidad, siendo capaces de cambiar dinámicamente junto con el medio.
- Poseer un alto nivel de tolerancia a fallas, es decir, pueden sufrir un daño considerable y continuar con un buen comportamiento.
- Poseer un comportamiento no-lineal, lo que permite procesar información procedente de fenómenos no-lineales.

2.4.2.2. Ventajas y Desventajas de las Redes Neuronales

Las redes neuronales, con su notable capacidad de derivar el significado desde un complicado o impreciso set de datos, pueden ser usadas para extraer patrones o detectar tendencias muy difíciles de apreciar para los humanos u otras técnicas computacionales. Otras ventajas de este tipo de modelos se presentan a continuación (Tu, 1996):

Ventajas

- **Requiere un menor conocimiento en Estadística:** el desarrollador de una red neuronal necesita identificar las variables que se utilizarán para el entrenamiento de la red. Además, sólo necesita un aprendizaje básico de la estructura de una red neuronal y que lo parámetros pueden ser ajustados antes de desarrollar el modelo. No se requiere un conocimiento matemático de las ecuaciones comprometidas en los algoritmos de aprendizaje como el Backpropagation. Para los modelos estadísticos como el ARIMA, se necesita una base teórica mayor, dominando conceptos econométricos como p-valor, estacionariedad, procesos autorregresivos, ruido blanco, test de normalidad, entre otros.

- **Detectan complejos comportamientos no-lineales entre variables dependiente e independientes:** si existe una relación no-lineal entre las variables de entrada y la(s) variable(s) de salida de la red, esta ajustará automáticamente los pesos en su estructura para reflejar dicha no-linealidad. Muchos modelos estadísticos sólo pueden representar patrones lineales en sus variables implicadas, siendo que en realidad su comportamiento es no-lineal.

- **Tolerancia a fallas** las redes neuronales fueron los primeros métodos computacionales con la capacidad inherente de tolerancia a fallas. Esto se puede ver reflejado en dos aspectos. El primer aspecto, es que reconocen patrones con ruido, distorsionados o incompletos de la data ingresada. En el segundo aspecto, es que pueden seguir realizando su función (con cierta degradación) aunque se destruya parte de la red. Este último aspecto se debe principalmente a que su información está distribuida en las conexiones entre neuronas, existiendo un grado de redundancia en este tipo de almacenamiento.

- **Uso de diferentes algoritmos de aprendizaje:** existe un variado conjunto de algoritmos de aprendizaje para redes neuronales para las distintas funciones u objetivos que posea el diseñador, ya sean problemas de clasificación, regresión, procesamiento de imágenes, entre otros. Entre ellos destacan el algoritmo del Gradiente

Descendiente, Gradiente Conjugado, Método de Newton, Método Cuasi-Newton, Levenberg-Marquardt, entre otros.

- **Operación en tiempo real:** una de las mayores prioridades, casi en todas las áreas de aplicación, es la necesidad de velocidad en el procesamiento de la data. Las redes neuronales cumplen dicha necesidad debido a que se implementan de forma paralela.

Desventajas

- **La "caja negra":** los desarrolladores de modelos estadísticos buscan causalidad entre las variables explicativas y la variable explicada en sus modelos, por lo tanto, existe una gran relevancia en la estimación de parámetros de los modelos y su significancia. Por otra parte, el desarrollador de redes neuronales entrega un set de datos para su entrenamiento y deja que la red determine cuáles son las variables más relevantes. No existe un criterio establecido para la interpretación de los pesos en la matriz de conexiones de pesos en la capa oculta, es decir, no existe una interpretación en los parámetros del modelo, contrariamente lo que ocurre en los modelos econométricos.

- **Requiere mayores recursos computacionales:** el desarrollo de un modelo de red neuronal es un procedimiento que necesita un tiempo computacional mucho mayor que la mayoría de los modelos estadísticos. Con un computador personal, utilizando el algoritmo de Backpropagation, puede tomar desde horas a días o inclusive semanas antes de que la red neuronal converja a un estado de aprendizaje óptimo con un mínimo de error.

- **Propensas al problema del Overfitting:** la capacidad de las redes neuronales de modelar interacciones y no linealidades entre las variables, puede implícitamente guíar a un problema de Overfitting o sobre-ajuste en el set de datos del entrenamiento, lo cual implicaría un paupérrimo desempeño en set de prueba de datos externos. Sin embargo, existen 3 métodos para prevenir este problema: limitar el número de nodos ocultos, castigar a los pesos en la función objetivo sumando términos (Regularización) y limitar el tamaño del entrenamiento usando Validación-Cruzada (Early Stopping).

- **Desarrollo del modelo es empírico:** es difícil concluir que uno ha desarrollado el mejor modelo de redes neuronales posible para una aplicación particular, debido a los múltiples algoritmos de entrenamiento disponibles y dada a la naturaleza empírica del desarrollo del modelo. El desarrollador de la red necesitará pasar por un proceso empírico de sensibilización en los parámetros de entrenamiento como la tasa de aprendizaje, los parámetros de momentum, número de capas ocultas, número de neuronas por capa, iteraciones en los algoritmos, etc.

2.4.2.3. Unidad Fundamental: La Neurona

La primera red neuronal fue inspirada por la neurona biológica desde su estructura hasta su funcionamiento, siendo extensamente imitada incluso en la computación moderna.

La anatomía básica de una neurona biológica consiste en un *soma* o cuerpo celular, del cual nacen cortas y numerosas prolongaciones llamadas *dendritas* y el *axón*, el cual también es una prolongación del soma, pero que se diferencia de las dendritas en su función y en ser generalmente único y más largo.

La mayoría de las neuronas codifican sus salidas como una serie de breves pulsos periódicos, llamados *potenciales de acción*. La neurona *pre-sináptica* es aquella en donde se originan estos potenciales, cerca del soma de la célula, que luego se propagan a través del axón, hasta llegar hasta su extremo terminal, llamado *botón sináptico*. Es aquí en donde se genera la *sinapsis*, que consiste en la transmisión del impulso eléctrico o información entre el axón de la neurona pre-sináptica y las dendritas de la neurona *post-sináptica*, que reciben la información y la propagan al soma de esta última.

Es necesario destacar que en el soma se suman todos los impulsos eléctricos recibidos por las dendritas. Si dicha suma sobrepasa cierto umbral, entonces se transmitirá un pulso a lo largo del axón, en caso contrario, no transmitirá ningún pulso. Después de transmitir un impulso, la neurona no podrá transmitir durante un tiempo de entre 0,5[ms] a 2 [ms]. A este tiempo se le denomina *período refractario*.

En la Figura 2.1 se puede visualizar todas las partes anteriormente mencionadas.

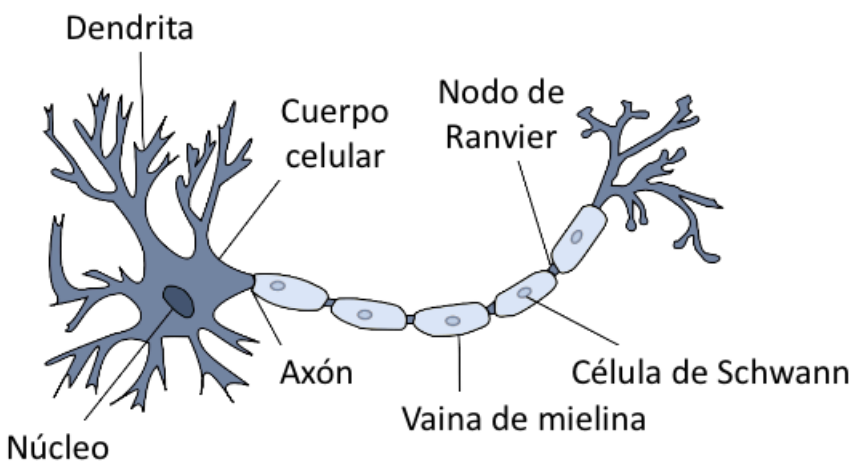

Figura 2.1: Ejemplo de una neurona biológica.
(Fuente: Kriesel, 2009.)

Por otra parte, la neurona artificial consiste en un modelo matemático con n entradas, n pesos sinápticos (con o sin sesgo), una función que combina dichas variables (sumatoria, pitatoria, etc.), una función de activación/transferencia y una variable de salida. En la Figura 2.2 se muestra un ejemplo simple de una neurona artificial k con todos sus elementos.

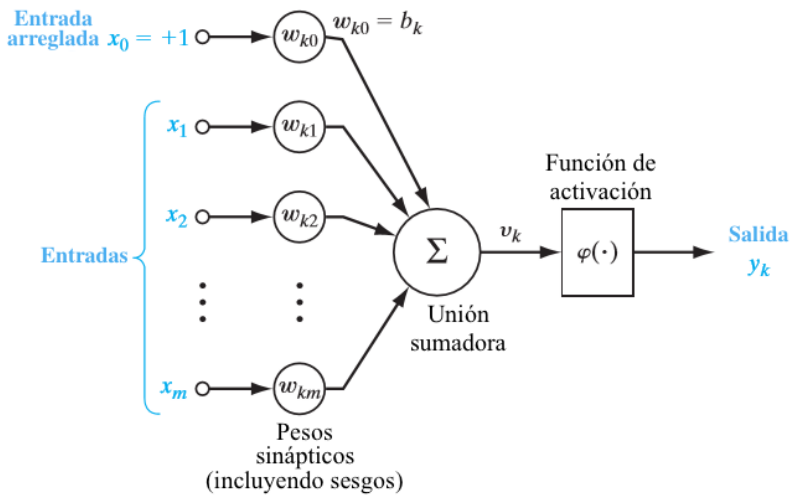

Figura 2.2: Ejemplo de una neurona artificial.
(Fuente: Haykin et al., 2009.)

Donde m es el número de entradas para x_m, w_{km} son los pesos sinápticos, b_k el valor del sesgo, υ_k es una combinación lineal entre u_k(el cual se definirá más adelante) y b_k, $\varphi(\cdot)$ es la función de activación y y_k es la salida de la red.

Según Laboissiere et al. (2015), el modo en que opera cada neurona artificial sigue los siguientes pasos:

1. Las señales son enviadas a las entradas.
2. Cada señal es multiplicada por su respectivo peso sináptico.
3. Se calcula la suma entre las señales ponderadas y el valor del umbral de la neurona.
4. Dicha información es procesada por la función de activación, produciendo una salida.

Los cuatro pasos anteriores se pueden describir en las siguiente dos ecuaciones:

$$u_k = \sum_{j=1}^{m} w_{kj} x_j \tag{2.29}$$

$$y_k = \varphi(u_k + b_k) \tag{2.30}$$

Ahora si aplicamos una función que englobe los términos u_k y b_k:

$$\upsilon_k = u_k + b_k \tag{2.31}$$

Las ecuaciones 2.29 y 2.30 quedan expresadas de la siguiente forma:

$$\upsilon_k = \sum_{j=0}^{m} w_{kj} x_j \tag{2.32}$$

$$y_k = \varphi(\upsilon_k) \tag{2.33}$$

donde $x_0 = +1$ y $w_{k0} = b_k$.

Para finalizar con la caracterización de la neurona, en la Figura 2.3 se realiza una comparación de la neurona biológica y la neurona artificial, y como éstas se relacionan.

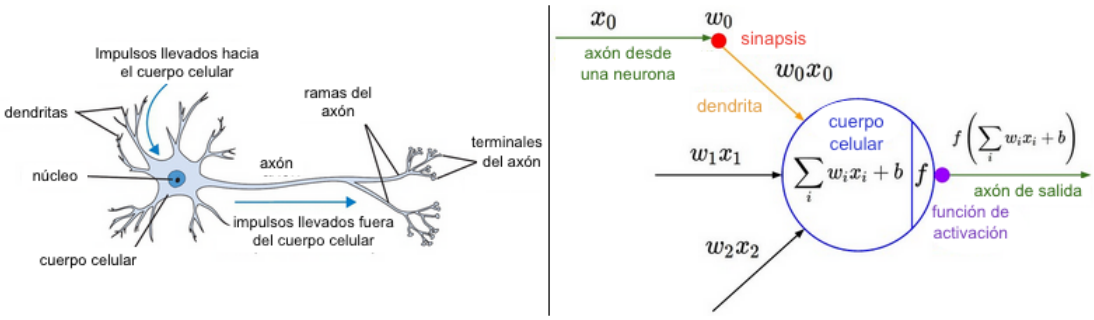

Figura 2.3: Comparación entre neurona biológica y artificial.
(Fuente: Karpathy, 2016.)

Como se puede apreciar, las entradas a la neurona artificial corresponden al pulso por el axón de la neurona pre-sináptica, los pesos corresponden al proceso de sinapsis, las dendritas a la función que relaciona las entradas con los pesos (generalmente multiplicación), en el soma se produce la suma de todas las entradas y lo que se convertirá en el input para la función de activación, esta última representa el umbral para los potenciales de acción mencionados anteriormente. Finalmente, si se supera el umbral, se forma la salida de la neurona post-sináptica o, análogamente, la salida de la neurona artificial.

2.4.2.4. Paradigmas de Aprendizaje

Las RNA son únicas entre los distintos métodos de procesamiento matemáticos en poder aprender características de la data y adaptar sus parámetros de acuerdo con la estructura que subyace en el set de entrenamiento. Este proceso se llama aprendizaje. Todas las reglas o paradigmas de aprendizaje que utilizan las redes neuronales pueden ser clasificados en 3 grandes categorías (Haykin et al., 2009):

Aprendizaje Supervisado

El aprendizaje supervisado se refiere al tipo de entrenamiento en el cual se provee al sistema con información de las entradas al igual que las salidas. Estas últimas, cumplen un rol de agente externo (supervisor o maestro) que es la respuesta que debería generar la red

a partir de una entrada determinada. El supervisor controla la salida de la red y, en caso de que esta no coincida con la salida deseada, se procederá a modificar los pesos sinápticos de las conexiones con el objetivo de conseguir una salida que se aproxime a la deseada.

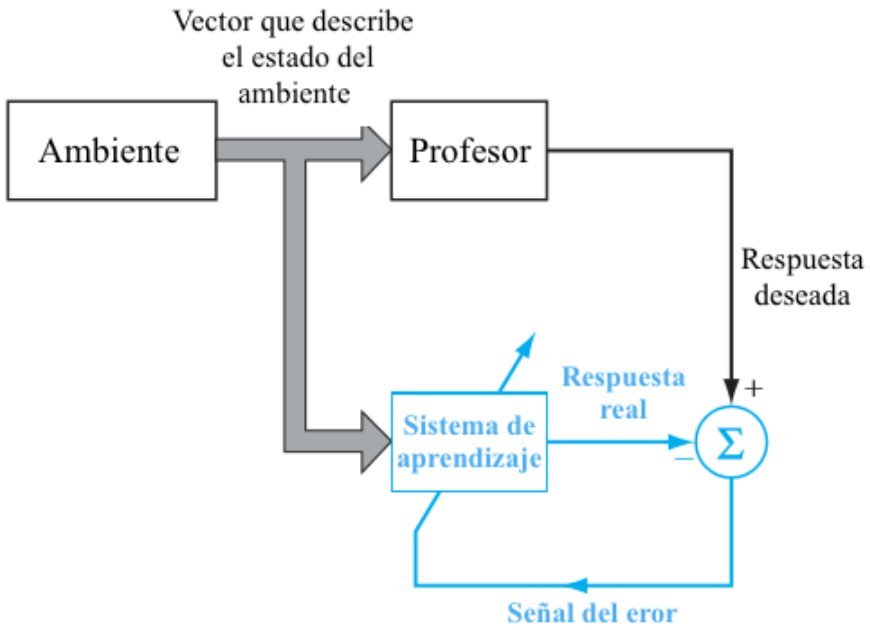

Figura 2.4: Diagrama de bloques del aprendizaje supervisado.
(Fuente: Haykin et al., 2009.)

Entre las reglas de aprendizaje más conocidas y utilizadas, en esta categoría, están: Error Correction Rules (Perceptron Learning Rule, Mays Learning Rule, Widrow-Hoff (a-LMS) Learning Rule), Error Backpropagation Learning Rule, Delta Rule, entre otros (Hassoun, 1995).

Aprendizaje No-Supervisado

Las redes con aprendizaje no supervisado (también conocido como autosupervisado) no requieren influencia externa para ajustar los pesos de las conexiones entre sus neuronas. La red no recibe ninguna información por parte del entorno que le indique si la salida generada, en respuesta a una determinada entrada, es o no la correcta.

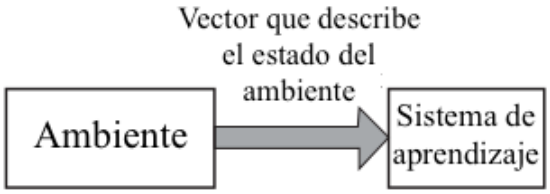

Figura 2.5: Diagrama de bloques del aprendizaje no-supervisado.
(Fuente: Haykin et al., 2009.)

Algunas reglas de aprendizaje conocidas, en esta categoría, son: Hebbian Learning Rule, Oja's Rule, Yuille et al. Rule, Linsker's Rule (Hassoun, 1995).

Aprendizaje Reforzado

El aprendizaje reforzado (también conocido como por refuerzo) es un caso particular de aprendizaje supervisado, pero se diferencia de este último en que la única retroalimentación de la red es si su salida es la correcta o no.

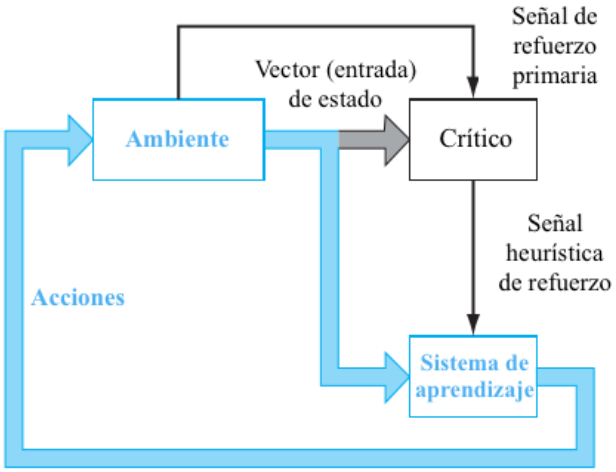

Figura 2.6: Diagrama de bloques del aprendizaje reforzado.
(Fuente: Haykin et al., 2009.)

En otras palabras, la función del supervisor se reduce a indicar mediante una señal de refuerzo si la salida obtenida en la red se ajusta a la deseada (éxito o fracaso), y en función

de ello, se ajustan los pesos basándose en un mecanismo de probabilidades. Por lo tanto, la función del supervisor se asemeja más a la de un crítico (que opina sobre la respuesta de la red) que a la de un maestro (que indica a la red la respuesta concreta que debe generar), como ocurría en el caso del aprendizaje supervisado con corrección de error.

Algunas reglas de aprendizaje conocidas, en esta categoría, son: Associative Reward-Penalty Reinforcement Learning Rule (Hassoun, 1995).

2.4.2.5. Función de Activación/Transferencia

La función de activación calcula el estado de actividad de una neurona; transformando la entrada global (la suma del producto de las entradas con sus pesos) en un valor (estado) de activación. La función debe ser continua y diferenciable para la correcta ejecución de algunos algoritmos de aprendizaje, como ocurre en el Backpropagation. Las funciones de activación más conocidas son:

Función de Escalón Unitario

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases} \tag{2.34}$$

Los valores de salida obtenidos por medio de esta función de activación serán binarios, en otras palabras, los valores en el conjunto {0,1}.

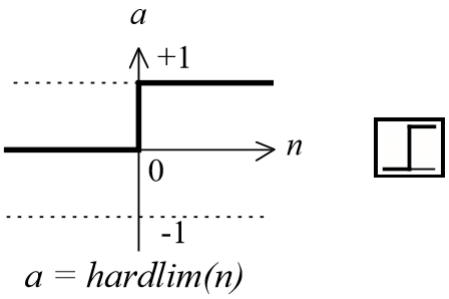

Figura 2.7: Función de escalón unitario.
(Fuente: Demuth et al., 2008.)

Función Logística o Sigmoide

$$f(x) = \frac{1}{1 + \exp -x} \tag{2.35}$$

Los valores de salida obtenidos que proporciona esta función de activación va entre los valores 0 y 1, en otras palabras, entre el intervalo [0,1]. Cabe destacar que la ecuación 2.35 es una función no lineal.

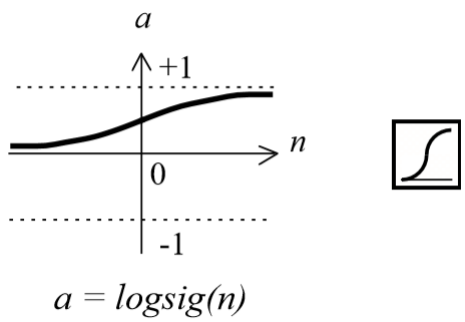

Figura 2.8: Función Logística.
(Fuente: Demuth et al., 2008.)

Función Tangente Hiperbólica

$$f(x) = tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{2}{1 + e^{-2x}} - 1 \tag{2.36}$$

Los valores de salida obtenidos que proporciona esta función de activación va entre los valores -1 y 1, en otras palabras, entre el intervalo [-1,1]. La ecuación 2.36 también es una función no lineal.

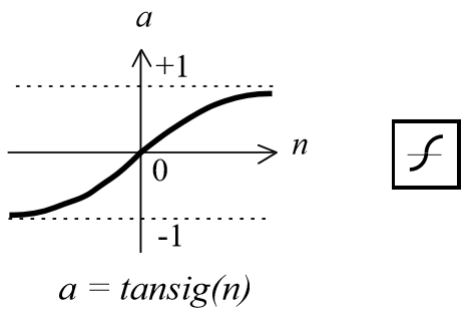

Figura 2.9: Función tangente hiperbólica.
(Fuente: Demuth et al., 2008.)

Función Lineal

$$f(x) = x \tag{2.37}$$

Los valores de salida obtenidos que proporciona esta función de activación va entre los valores -∞ y ∞, en otras palabras, entre el intervalo [-∞,∞].

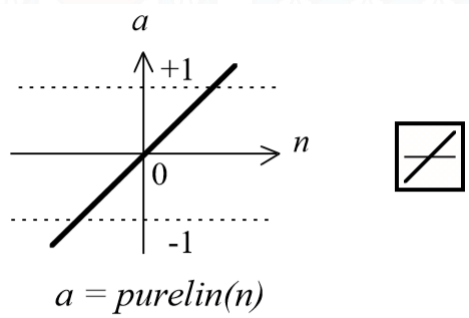

Figura 2.10: Función lineal.
(Fuente: Demuth et al., 2008.)

2.4.2.6. Arquitecturas de las Redes Neuronales

La forma en que las neuronas de una red neuronal están estructuradas está íntimamente ligada con el algoritmo de aprendizaje usado para entrenar dicha red (Haykin et al., 2009). En general, se pueden identificar tres clases fundamentalmente diferentes de arquitecturas de redes:

Redes Neuronales Prealimentadas de una Capa

En la forma más simple de una red neuronal con capas, se tiene una *capa de entrada (Input Layer)* de nodos fuente que se proyecta sobre una capa de neuronas de salida o *capa de salida (Output Layer)*, pero no viceversa. Es decir, esta red es estrictamente de un tipo alimentada hacia adelante (feedforward) o acíclica. Se ilustra en la Figura 2.11 un caso de cuatro nodos en ambas capas de entra y salida. Dicha red se denomina "Single-Layer Network" o red de una sola capa, refiriéndose a la capa de salida de neuronas computacionales. No se contará la capa de entrada, debido a que ningún cálculo computacional es realizado allí.

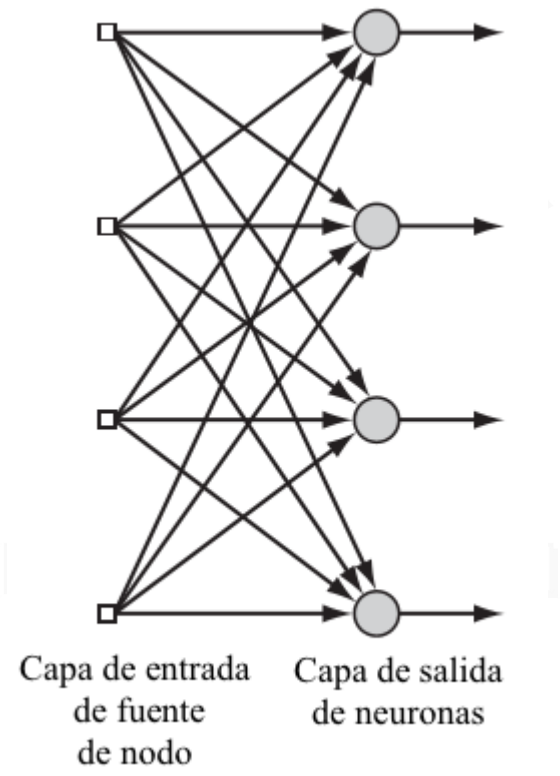

Figura 2.11: Ejemplo de una Single-Layer Network.
(Fuente: Haykin et al., 2009.)

Redes Neuronales Prealimentadas de una Multicapa

La segunda clase de feedforward neuronal network se distingue de la anterior por la presencia de una o más *capas ocultas (Hidden Layers)*, cuyos nodos computacionales corresponden a las *neuronas ocultas o unidades ocultas (hidden neurons or hidden units)*. La función de las neuronas ocultas es intervenir entre la entrada externa y la salida de la red neuronal de una manera útil. Al agregar una o más capas ocultas, la red es capaz de extraer estadísticas de mayor orden. Esta habilidad es muy valiosa cuando el tamaño de la capa de entrada es grande.

Los nodos de la capa de entrada provisionan los elementos para formar el vector de entrada, el cual constituye en señales de entrada aplicadas a las neuronas en la segunda capa (es decir, a la primera capa oculta). Las señales de salida de la segunda capa son usadas

como entradas para la tercera capa y así para el resto de la red. El set de señales de salidas de las neuronas de la capa de salida de la red constituye el total de respuesta de la red al patrón de activación, acompañado de los valores de entrada de la capa de entrada. En la Figura 2.12 se aprecia un ejemplo de este tipo de redes, la cual se abrevia por el número de neuronas de cada capa separadas por un guion (para el caso de la figura: 10-4-2).

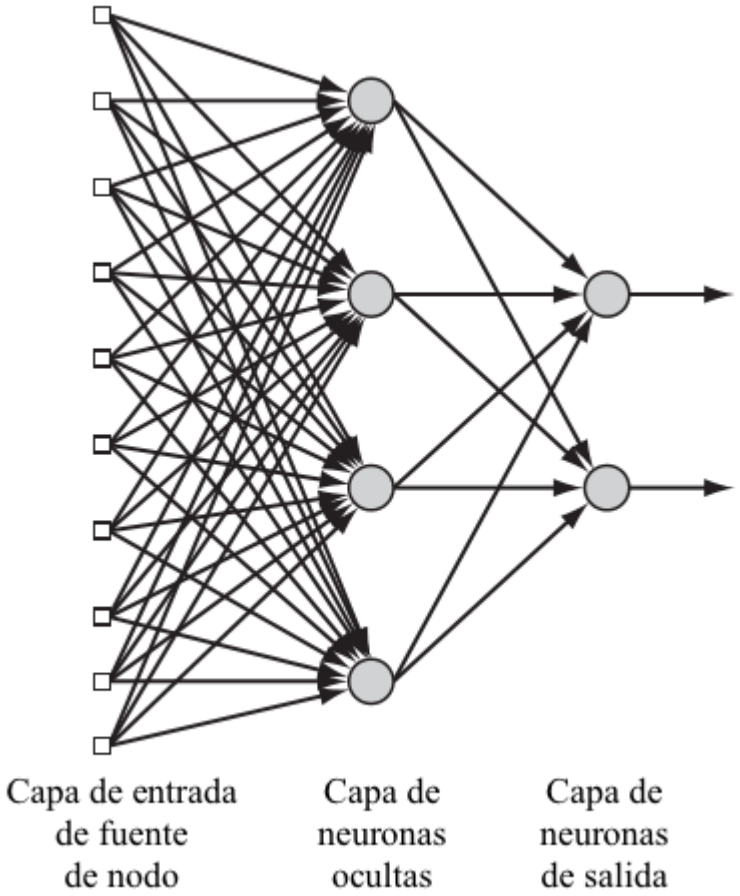

Figura 2.12: Ejemplo de una Multilayer Feedforward Network.
(Fuente: Haykin et al., 2009.)

Además, en la Figura 2.12 se puede visualizar que está *totalmente conectada*, esto quiere decir, que cada nodo en cada capa de la red está conectado a cada nodo de la capa siguiente. Si alguna conexión de nodos entre las capas no existiese, se referirá a la red como *parcialmente conectada*.

En resumen, se puede concluir que cada capa que no se encuentre al principio y al final de la red se denominan capas ocultas.

Redes Recurrentes (Recurrent Networks)

Una red recurrente se distingue de las alimentadas hacia adelante en que al menos exista un ciclo (loop) de alimentación hacia atrás. En la Figura 2.13 se presenta una red recurrente con neuronas ocultas, donde el feedback se produce tanto en las neuronas de salida como en las neuronas ocultas.

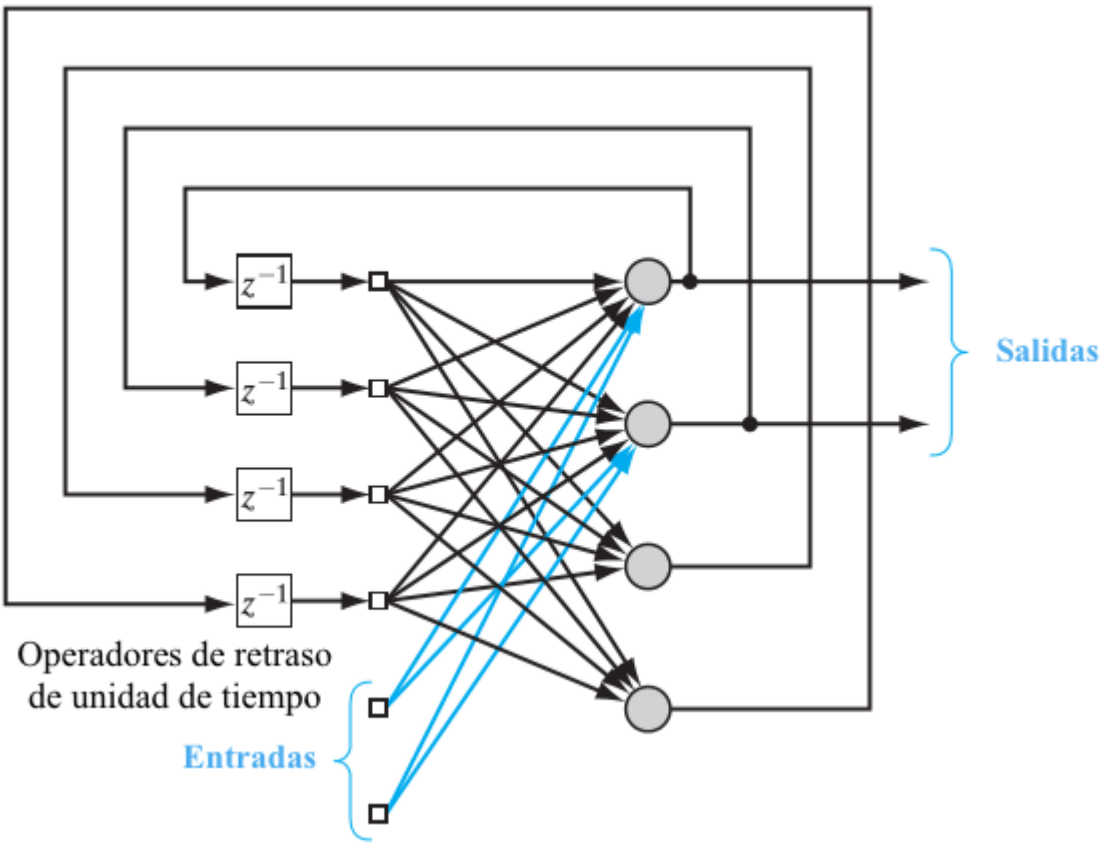

Figura 2.13: Ejemplo de una Red Recurrente con neuronas ocultas.
(Fuente: Haykin et al., 2009.)

La presencia de ciclos de realimentación, en cualquier red recurrente, posee un profundo impacto en la capacidad de aprendizaje de la red y en su rendimiento. Además, dichos feedback involucra el uso de elementos de delay por unidad (unit-delay elements), el

cual resulta en un comportamiento dinámico no lineal, asumiendo que las funciones de activación de la red neuronal sean no lineales.

2.4.2.7. Clasificación de Redes Neuronales

Según Basheer y Hajmeer (2000), existen diversas maneras de clasificar acorde a una o más de sus características relevantes. Generalmente, las RNA se clasifican basado en:

1. **Funcionalidad:** para los distintos fines que la red fue diseñada (Clasificación de patrones, Clustering, Aproximación de funciones, Pronóstico, Optimización, Asociación, Control, entre otros).

2. **Conectividad de las neuronas:** el grado de conectividad entre las neuronas en la red puede ser parcial o total.

3. **Dirección de la información:** el sentido en que fluye la información dentro de la red, las cuales pueden ser recurrentes o no recurrentes.

4. **Algoritmo de aprendizaje:** representa un set de ecuaciones sistemáticas que utiliza las salidas obtenidas a lo largo de la red con una medida arbitraria de desempeño, para así actualizar la estructura interna de la red.

5. **La regla o paradigma de aprendizaje:** entre los cuales destacan tres tipos: aprendizaje supervisado, aprendizaje no-supervisado y aprendizaje reforzado.

2.4.2.8. Pre-procesamiento y Post-procesamiento de la data

En la práctica, casi siempre es ventajoso aplicar transformaciones de pre-procesamiento a la data de entrada (input data) antes de ser presentada a la red neuronal. Por lo tanto, a la salida de la red, también deberá ser necesario realizar un post-procesamiento para dar con los valore de salida requeridos. Para aplicaciones prácticas, el pre-procesamiento de la data es una de las más importantes etapas en el desarrollo de un modelo, y la elección de los pasos de pre-procesamiento usualmente tiene un efecto significativo en el rendimiento de la generalización que posea la red (Bishop, 1995). En la Figura 2.14, se puede apreciar

cómo ocurren las etapas del pre-procesamiento y post-procesamiento en una RNA.

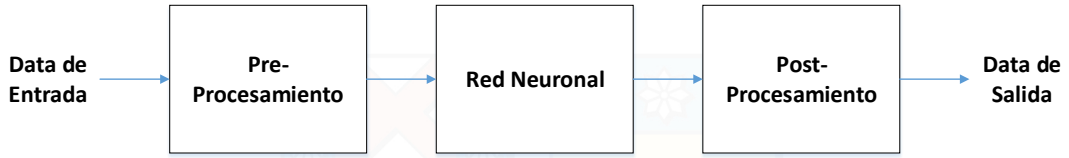

Figura 2.14: Ilustración esquemática del uso de pre y post-procesamiento de la data. (Fuente: Bishop, 1995.)

Existen diferentes tipos de pre-procesamiento para la data de entrada a la red. A continuación, se detallan los más populares para el uso de redes neuronales:

Normalización Min-Max

Este método, también conocido como *scaling*, normaliza la data dentro de un rango uniforme (por ejemplo, [0,1]). En la siguiente ecuación 2.38, se muestra cómo se deben modificar las entradas por la normalización min-max.

$$X_i' = \lambda_1 + (\lambda_2 - \lambda_1)(\frac{X_i - X_{min}}{X_{max} - X_{min}}) \tag{2.38}$$

Donde X_i son las variables que se desean escalar (tanto la data de entrada como los targets), X_{max} y X_{min} son el máximo y mínimo valor de X_i, λ_1 y λ_2 corresponden al intervalo del rango de la función de transferencia ([λ_1,λ_2]), que además será el nuevo rango de los datos, y finalmente X_i' es el valor normalizado de X_i.

Cabe destacar que según Hassoun (1995), se recomienda que la data sea normalizada entre valores ligeramente dentro de los límites del intervalo como 0,1 y 0,9 en vez de entre 0 y 1. Esto se debe principalmente para evadir la saturación de la función sigmoide, lo cual implicaría un aprendizaje lento o inclusive ningún aprendizaje. Una de las ventajas de este tipo de normalización es la exacta preservación de las relaciones que posea la data (Jayalakshmi y Santhakumaran, 2011).

Estandarización o Z-Score

Esta técnica utiliza la media y la desviación estándar para cada variable a lo largo del set de entrenamiento para normalizar la data.

$$X_i' = \frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \tag{2.39}$$

Esta normalización produce que cada variable posea media cero y una varianza unitaria. Una de las ventajas de este tipo de normalización es que reduce el efecto de los datos atípicos (outliers) en la data (Jayalakshmi y Santhakumaran, 2011).

Normalización por escalonado decimal

Normaliza los datos moviendo el punto decimal en los valores de las variables. El número de veces que se moverá el punto decimal dependerá del máximo valor absoluto de cada variable. El valor normalizado viene dado por la siguiente ecuación:

$$X_i' = \frac{X_i}{10^c}; \qquad c \in \mathbb{Z} / \frac{max(|X_i|)}{10^c} < 1 \tag{2.40}$$

También es conocida por el nombre “Decimal Scaling”.

2.4.2.9. Algoritmo de Propagación Hacia Atrás (Back-Propagation)

Antes de describir dicho algoritmo, se detallarán algunos aspectos preliminares.

En primer lugar, se tiene un perceptron multicapa con dos capas ocultas con dos capas ocultas y una capa de salida. La red se encuentra totalmente conectada, es decir, que cada neurona en ,cualquier capa de la red, está conectada con todas las neuronas (o nodos) de la capa anterior. La Figura 2.15 representa la descripción escrita anteriormente.

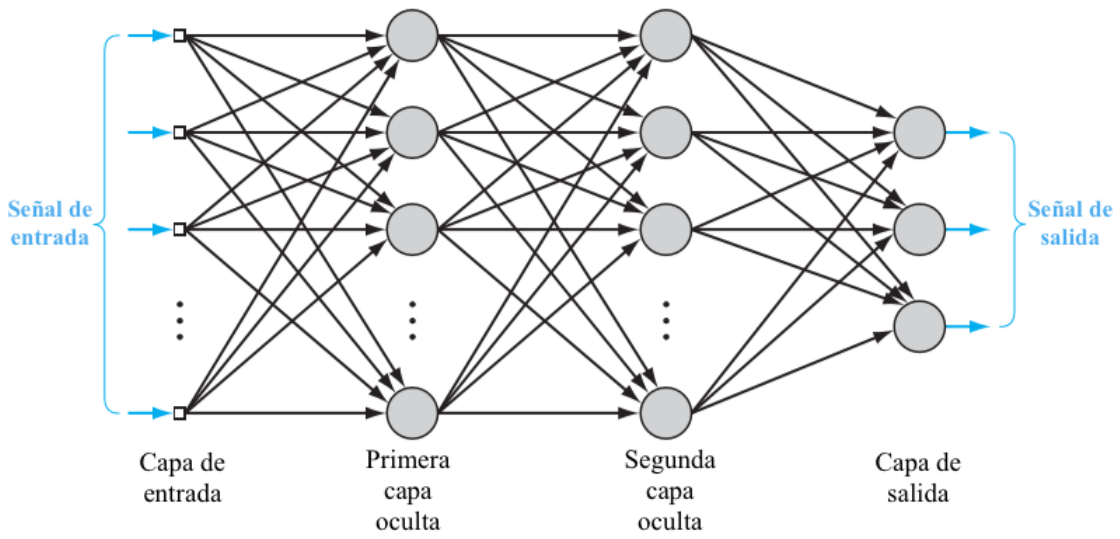

Figura 2.15: Arquitectura del Perceptrón Multicapa con dos capa ocultas.
(Fuente: Haykin et al., 2009.)

Luego, existen dos tipos de señales que se transmiten a lo largo de la red neuronal:

1. **Señales de Función:** también conocidas por señales de entrada, son señales (estímulos) que provienen del final de la capa de entrada, se propagan hacia adelante (neurona por neurona) a través de la red y emergen en la capa de salida de la red como señales de salida.

2. **Señales de Error:** originadas en una neurona de salida de la red y propagada hacia atrás (capa por capa) a través de la red.

Por lo tanto, cada neurona oculta o de salida de un perceptrón multicapa está diseñada para realizar dos cálculos computacionales:

1. El cálculo de la señal de función, la cual aparece a la salida de cada neurona, la cual es expresada como una función continua no lineal de la señal de entrada y los pesos sinápticos asociados a esa neurona.

2. El cálculo estiamdo del gradiente del vector del error(es decir, los gradientes de la superfice del error con respecto a los pesos conectados a las entradas de la neurona), el cual es necesario para la propagación hacia atrás de la red.

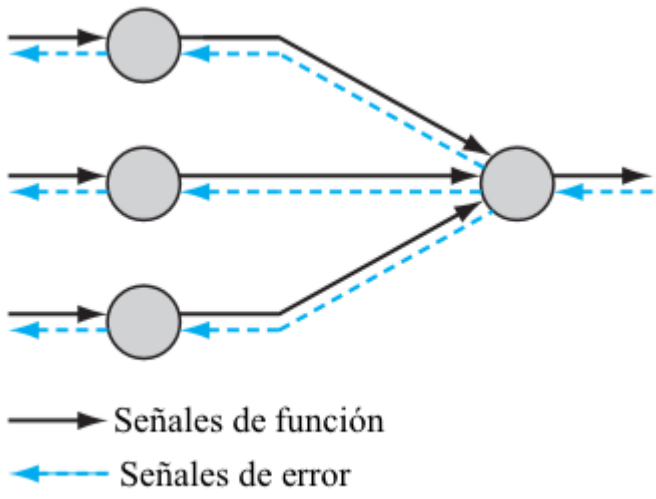

Figura 2.16: Ilustración de las direcciones de las dos señales básicas en el Perceptrón Multicapa. (Fuente: Haykin et al., 2009.)

Para finalizar con el preámbulo, existen dos métodos de aprendizaje supervisado con respecto al modo de actualizar los pesos sinápticos: por paquetes(Batch) o en linea(On-Line).

En primer lugar, se tiene un muestra o set de entrenamiento para entrenar la red de manera supervisada.

$$\Im = \{x(n), d(n)\}_{n=1}^{N} \tag{2.41}$$

donde $\Im$ es la muestra total del set de entrenamiento, $x(n)$ representan las entradas a la red y $d(n)$ representan los targets o las respuestas esperadas. Sea $y_j(n)$ la señal de la función producida por la salida de la neurona j en la capa de salida, causada por los estímulos $x(n)$. Entonces la señal del error producida en la salida de la neurona j es:

$$e_j(n) = d_j(n) - y_j(n) \tag{2.42}$$

donde $d_j(n)$ es el i-ésimo elemento del vector de respuesta deseada $d(n)$. El *error instantáneo* de la neurona j es definido como

$$\mathcal{E}_j(n) = \frac{1}{2}e_j^2(n) \tag{2.43}$$

Sumando todos errores de todas las neuronas en la capa de salida, queda definido como el *total de los errores instantáneos* como

$$\mathcal{E}(n) = \sum_{j\in C}\mathcal{E}_j(n) = \frac{1}{2}\sum_{j\in C}e_j^2(n) \tag{2.44}$$

donde C incluye todas las neuronas en la capa de salida. Luego, existiendo N muestras en la muestra total del set de entrenamiento, el *error promedio de la muestra total de entrenamiento* queda definido como

$$\mathcal{E}_{prom}(N) = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\mathcal{E}(n) = \frac{1}{2N}\sum_{n=1}^{N}\sum_{j\in C}e_j^2(n) \tag{2.45}$$

Luego la función de pérdida o función de costo de la red viene dada por el método en que la red actualiza los pesos sinápticos:

$$\text{Función de Costo} = \begin{cases} \mathcal{E}_{prom}(N) & \text{, Aprendizaje por paquete} \\ \mathcal{E}(n) & \text{, Aprendizaje en linea} \end{cases} \tag{2.46}$$

En método por paquetes, los pesos sinápticos son ajustados después de presentar todos los N ejemplos del set de entrenamiento Im, constituyendo una época o ciclo de entrenamiento. Por el contrario, el método On-Line ajusta los pesos sinápticos por cada muestra del set de entrenamiento, constituyendo una época o ciclo por cada muestra presentada la red.

Algoritmo Back-Propagation

A continuación, se presentará los pasos del algoritmo de propagación hacia atrás de perceptrón multicapa con p inputs, m outputs, L capas, cuyo set de entrenamiento constará de N ejemplos y que seguirá el metodo On-Line.

1. **Inicialización:** se determinan los valores iniciales de los pesos sinápticos de manera

aleatoria o en base a algún criterio apropiado.

2. **Presentación de los ejemplos de entrenamiento:** Se presenta a la red un ejemplo de entrenamiento $(x(n), d(n))$.

3. **Computación Hacia Adelante:** Se producen las señales de función, capa por capa, a lo largo de la red:

$$\upsilon_j^{(l)}(n) = \sum_i w_{ji}^{(l)}(n) y_i^{(l-1)}(n) \tag{2.47}$$

donde $y_i^{(l-1)}(n)$ es la señal (de función) de salida de la neurona i en la capa anterior $(l-1)$ en la iteración n. El peso $w_{ji}^{(l)}(n)$ es la conexión entre la neurona j en la capa l con la neurona anterior i en la capa anterior $l-1$. Para $i = 0$, se cumple que $y_0^{(l-1)}(n) = +1$ y $w_{j0}^{(l)}(n) = b_j^{(l)}(n)$ los cuales representan el sesgo (o bias) aplicado a la neurona j en la capa l. Asumiendo una función sigmoide, el output de la neurona j en la capa l es

$$y_j^{(l)}(n) = \varphi_j(\upsilon_j(n)) \tag{2.48}$$

Para el caso general en la red:

$$y_j^{(l)}(n) = \begin{cases} x_j(n) & , l = 0 \\ o_j(n) & , l = L \\ \varphi_j(\upsilon_j(n)) & , e.o.c. \end{cases} \tag{2.49}$$

donde $x_j(n)$ es el j-ésimo elemento del vector de entrada $x(n)$. La señal del error queda finalmente expresada como

$$e_j(n) = d_j(n) - o_j(n) \tag{2.50}$$

donde $d_j(n)$ es el j-ésimo elemento del vector de respuesta esperada (o target).

4. **Computación Hacia Atrás:** se calculan los gradientes locales de la red:

$$\delta_j^{(l)}(n) = \begin{cases} e_j^{(L)}(n)\varphi'(\upsilon_j^{(L)}(n)) & \text{, para la neurona } j \text{ en la capa de salida } L \\ \varphi'(\upsilon_j^{(l)}(n)) \sum_k \delta_k^{(l+1)}(n) w_{kj}^{(l+1)}(n) & \text{, para la neurona } j \text{ en la capa oculta } l \end{cases} \tag{2.51}$$

donde cada peso sináptico se va actualizando mediante la *regla delta generalizada*:

$$w_{ji}^{(l)}(n+1) = w_{ji}^{(l)}(n) + \alpha[\Delta w_{ji}^{(l)}(n-1)] + \eta\delta_j^{(l)}(n) y_i^{(l-1)}(n) \tag{2.52}$$

donde η es la tasa de aprendizaje y α es la constante de momentum.

5. **Iteración:** Repetir puntos 2, 3 y 4, hasta que el criterio de parada escogido es alcanzado.

2.4.2.10. Algoritmo de Levenberg-Marquardt para el Back-Propagation

Existen diversos algoritmos que optimizan los parámetros libres de red (pesos sinápticos), la mayoría son derivaciones del gradiente descendiente. Bishop (1995) detalla algunos como: Gradiente Descendiente, Gradiente Conjugado, Gradiente Escalado Conjugado, Método de Newton, Quasi-Método de Newton y Algoritmo Levenberg-Marquadt. Este último será el utilizado en este memoria.

Como los algoritmos Quasi-Método de Newton, el algoritmo de Levenberg-Marquardt fue diseñado para acelerar el entrenamiento de la red, sin la necesidad de calcular la matriz Hessiana (Demuth et al., 2008). Cuando la función de costo tiene forma de una suma de cuadrados (como es típico en redes con propagación hace adelante), entonces la matriz Hessiana se puede aproximar de la siguiente forma:

$$H = J'J \tag{2.53}$$

y el gradiente puede ser calculado como

$$g = J'e \tag{2.54}$$

donde J es la matriz Jacobiaan que contiene las primeras derivadas de los errores de la red con respecto a los pesos y al sesgo, y e es un vector correspondiente a los errores. El cálculo de la matriz Jacobiana de la técnica estándar de propagación hacia atrás es mucho menos complejo que el de la matriz Hessiana. El algoritmo Levenberg-Marquadt utiliza la aproximación de la matriz Hessiana en la siguiente actualización de tipo Newton:

$$x_{k+1} = x_k - [J'J + \mu I]^{-1} J'e \tag{2.55}$$

Cuando el escalar μ es cero, la ecuación 2.55 es igual a un método de Newton, usando la aproximación de la matriz Hessiana. Cuando μ es grande, se convierte en gradiente descendiente con un salto pequeño. El método de Newton es más rápido y más preciso cerca de un error mínimo, por lo tanto, el objetivo es cambiar a un método de Newton lo más rápido posible. Así, μ es disminuido después de cada paso existoso (disminución en la función de costo) y aumentado sólo cuando un paso tentativo incrementaría la función de costos. De esta forma, la función de desempeño es siempre reducida en cada iteración del algoritmo.

2.5. Trabajos Relacionados con la Predicción de Precio de Acciones

Existen miles de artículos y trabajos de investigación sobre la predicción de precios, utilizando técnicas estadísticas, de inteligencia artificial, modelos híbridos que utilizan una mezcla de las mencionadas anteriormente, entre otras. A continuación, se detallan algunos de ellos.

Wong (1991) fue uno de los primeros en utilizar el algoritmo de propagación hacia atrás para la predicción de series de tiempo. Su objetivo fue predecir el índice S&P500, su data poseía frecuencia semanal desde el año 1985 al 1987, constituyendo un set de

entrenamiento de 140 semanas y un set de testeo de 12 semanas.

En 1995, Kingdon y Feldman fueron capaces de predecir la bancarrota de una empresa usando su información financiera (ingresos, activos, ratios financieros, entre otros) mediante el uso de un algoritmo genético. En promedio, los resultados obtenidos fueron un 15 % superiores a los modelos tradicionales de la época (Kingdon y Feldman*, 1995).

Meyler et al. (1998) describieron los pasos para la elaboración de modelos ARIMA para pronosticar la tasa inflacionaria de Irlanda. Por otra parte, Zhang (2003) utiliza el modelo ARIMA, una ANN y un modelo híbrido, siendo este último el mejor modelo para predecir el tipo de cambio de la libra británica con respecto al dolar americano. En ese mismo año, CARPINTERO et al. (2003) modelaron el precio diario de las acción de Cementos Argos, transada en la Bolsa de Valores de Colombia, mediante el uso de modelos ARIMA.

Zhang et al. (2004) desarrolla una red neuronal con Back-Propagation sumado a un sistema inteligente que emite señales de compra y venta. Dicho sistema demuestra retornos alrededor de tres veces más que la estrategia comprar y retener (buy&hold), y la serie estudiada fue el índice compuesto de Shanghai.

Otro caso más reciente es el efectuado por los académicos de la Pontificia Universidad Católica de Río de Janeiro en conjunto con integrantes del Centro Brasileño de Investigación de Física situado en la misma ciudad en el año 2009. Este estudio consta de la predicción de acciones brasileñas mediante redes neuronales y suavizamiento exponencial adaptativo. En los resultados obtenidos, la métrica RMSE determinó que las redes neuronales eran ligeramente superiores al método de suavizamiento exponencial adaptativo (De Faria et al., 2009).

Che y Wang (2010) compara un modelo ARIMA con una Regresión de Soporte de Vectores o, su traducción al inglés, Support Vector Regression (SVR) para luego crear un modelo híbrido que combine ambos modelos (SVRARIMA). En este trabajo se realiza un modelo híbrido similar al de Zhang (2003). Kara et al. (2011) intentan predecir la dirección

del movimiento del Índice de Acciones de Estanbul (ISE) mediante redes neuronales de clasificación y Máquinas de Vectores de Soportes o, su traducción al inglés, Support Vector Machine (SVM). Sus resultados demostraron que la RNA supera al SVM en alrededor de un 4 %.

Khan et al. (2011) utilizan RNA con propagación hacia atrás para la predicción de precio de acciones de la compañía farmacéutica *ACI Pharmaceuticals*, variando la cantidad de inputs que recibe la red. En el mismo año, Hsieh et al. (2011) combina un Diseño de Experimentos, el método de Taguchi y una RNA con BP para pronosticar de manera robusta el índice de la Bolsa de Taiwan (TWSE).

Guresen et al. (2011) compararon el Perceptrón Multicapa (MLP), una red neuronal dinámica (DAN2) y un modelo híbrido que utilizaba nuevas entradas provenientes de un modelo GARCH. La variable pronosticada fue el índice norteamericano NASDAQ y el modelo MLP fue levemente superior a los dos modelos restantes. Wang et al. (2011) utilizó una transformada de Wavelet para descomponer la data (ruidosa y no ruidosa) en conjunto con una RNA con Back-Porpagation (WDBP) para pronosticar el precio de cierre mensual del Índice Compuesto de Shanghai.

Wang et al. (2012) realiza una gran cantidad de modelos para pronosticar el precio de cierre del Índice Integrado de Shenzhen (SZII) y el precio de apertura del Índice Promedio Industrial del Dow Jones (DJIAI). Los modelos utilizados fueron: Suavizamiento Exponencial, ARIMA, RNA con Back-Propagation, Modelo Híbrido de los tres anteriores utilizando Algoritmo Genético (PHM), un Modelo Híbrido Equiponderado (EWH) y un modelo de Caminata Aleatoria (RWM).

Arouri et al. (2012) pronosticaron la volatilidad condicional del petróleo crudo y sus precios futuros mediante la utilización de variaciones del modelo Generalizado de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva (GARCH). Cuatro de nueve modelos lograron ser estables, siendo el FIGACRH el modelo que se ajustaba mejor a la data.

Villada et al. (2012) utilizan RNA para la predicción de precio de acciones de Ecopetrol y Preferencial Bancolombia. Utilizaron como inputs la serie de precios diaria y luego, añadieron a la anterior, la serie de tiempo del tipo de cambio del dolar estadounidense. La red mostró buenos desempeños tanto en el aprendizaje como en predicción. Villada et al. (2014) pronostica, mediante RNA, los precios del petróleo de referencia o, por su traducción a inglés, West Texas Intermediate (WIT) transado principalmente en la Bolsa Mercantil de Nueva York. Para ello, utiliza de variables de entrada el precio diario de la serie, el índice S&P500, el tipo de cambio del dolar estadounidense y combinaciones de las series anteriormente mencionadas.

Ariyo et al. (2014) presenta un extenso proceso de construcción de un modelo predictivo de precios mediante el uso de modelos ARIMA. En el estudio, se pronosticaron las acciones de Nokia y el Banco Cenita, demostrando un gran potencial en la predicción a corto plazo. En ese mismo año, Adebiyi et al. (2014) además compararon el modelo ARIMA en su anterior publicación con un modelos de redes neuronales artificiales, siendo este último superior en cuanto al pronóstico precio de la acción Dell.

Patel et al. (2015) plantea el uso de RNA, Bosques Aleatorios o, por su traducción a inglés, Random Forest (RF), Regresión de Soporte de Vectores (SVR, por sus siglas en inglés) y modelos híbridos a partir de los tres modelos anteriormente mencioados, para predecir valores futuros de los índices CNX Nifty y S&P Bombay Stock Exchange (BSE). Para ello se utilizó una data histórica de diez años y diez indicadores técnicos de entrada a los modelos. En ese mismo año, Patel et al. (2015) publica un artículo sobre la comparación de cuatro modelos (ANN, RF, SVM y Clasificador Bayesiano Ingenuo) para predecir el movimiento de los dos índices indios que se mencionarion en el anterior estudio.

Ramos et al. (2015) utilizaron el modelo ARIMA y el modelo de suavizamiento exponencial para pronosticar la ventas del Retail de la compañía portuguesa Foreva. Las ventas del retail se separaron en cinco categorías de calzado para mujeres: botas, botínes,

zapatos bajos, sandalias y zapatos con tacos. Ambos fueron buenas aproximaciones para las distintas categorías, pero ningún modelo supera al otro en todas ellas.

Ortiz et al. (2016) predice el precio de la electricidad en el mercado español mediante RNA, utilizando de inputs dos valores pronosticados: la carga eléctrica y el precio del gas natural. Para el precio del gas natural se utilizó un modelo de regresión. en cambio para la carga eléctrica se utilizó una RNA.

Sharma et al. (2016) analiza dieciséis índices bursátiles de todo el mundo para predecir su volatilidad mediante el modelo GARCH, EGARCH y un modelo propuesto RG cuyos benchmarks fueron un modelo RW, suavizamiento exponencial y media móvil. Kim y Enke (2016) también pronostica volatilidad mediante RNA, comparando dichos resultados con un modelo GARCH y una media móvil ponedarada exponecialmente (EWMA). El objetivo del estudio fue pronosticar volatilidad para la estrategia de colocación de acciones mediante la volatilidad pronosticada. El índice bursátil estudiado fue el Korea Composite Stock Price Index 200 (KOSPI 200) y el método ANN presentó mejores resultado que los otros modelos.

Safi (2016) realizó una comparación entre RNA, modelo ARIMA y un modelo de regresión lineal con el tiempo como variable explicativa. El estudio se enfocó en pronosticar el Producto Interno Bruto (GDP, por sus siglas en inglés) de Palestina. Las redes superaron al modelo ARIMA y al modelo de regresión lineal en cuanto a su capacidad productiva en el horizonte de estudio. Rounaghi y Zadeh (2016) pronostica retornos de los índices S&P500 and London Stock Exchange (LSE) mediante modelos ARMA. La data utilizada fue de frecuencia anual y mensual entre el año 2007 y 2013.

Wang y Wang (2016) propone una nueva arquitectura de RNA (ST-ERNN), la cual combina un Perceptrón Multicapa (MLP) con una Red Recurrente de Elman (ERNN). El modelo se compara con sus partes separada (BPNN y ERNN), mejorando su capacidad predictiva, acercándose más a los valores reales. En este estudio, se analizaron cuatro indicadores del petróleo crudo: WTI, precio del petróleo crudo de Daqing, precio de Petro-China

Co. Ltd.(PTR) y el precio de la China Petroleum & Chemical Corp. (SNP).

Cho y Shin (2016) plantea un modelo Heteroscedástico Integrado Autorregresivo (IHAR, por sus siglas en inglés) para predecir la volatilidad realizada de los índices bursátiles S&P500 y NASDAQ y los tipos de cambio de yen japonés y del euro (ambos con respecto al dólar).

García Luna et al. (2016) promueve un artículo de investigación que desarrolla un ejercicio de predicción del precio de las acciones del sector bancario, que cotizaron en el índice general de la Bolsa de Valores de Colombia (IGBC) durante el período del 17 al 24 de julio de 2015. Para tal estudio, se usó un modelo Log-normal complementado con simulaciones de Monte-Carlo.

Para finalizar, Hikichi et al. (2017) pronostica, mediante modelos ARIMA, el número de certificaciones ISO para 13 países dentro del continente de América. El horizonte para la construcción de los modelos fue entre 1996 y 2015, siendo el 2016 y 2017 los años pronosticados.

2.6. Métricas de Desempeño de Pronósticos

Para poder escoger el modelo sobresaliente en un estudio, es decir, el que ajusta de mejor manera sus predicciones a los valores reales, existen una serie de métricas de comparación de errores ampliamente conocidas y utilizadas en la literatura. Estos indicadores miden la eficacia del pronóstico de cada modelo y los hacen comparables. A continuación, se detallarán cómo se calculan algunos de ellos:

- **Error Absoluto Medio o Mean Absolute Error (MAE)**

$$MAE = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}|X_i - \widehat{X}_i| \tag{2.56}$$

- **Error Porcentual Absoluto Medio o Mean Absolute Percentage Error (MAPE)**

$$MAPE = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{|X_i - \widehat{X}_i|}{X_i} \tag{2.57}$$

- **Error Cuadrado Medio o Mean Squared Error (MSE)**

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (X_i - \widehat{X}_i)^2 \tag{2.58}$$

- **Error de la Raíz Cuadrada de la Media o Root Mean Squared Error (RMSE)**

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (X_i - \widehat{X}_i)^2} \tag{2.59}$$

3 | Metodología

En este capítulo se detallarán los procedimientos para la formulación de modelos predictivos, los cuales otorgarán resultados que se compararán en el siguiente capítulo (4) con las métricas de error. En la primera parte de la metodología, se explicará lo que es el Análisis de la Ventana-Móvil. En segundo lugar, se formularán los procedimientos para elaborar un modelo Autorregresivo. En tercer lugar, se formularán los procedimientos para elaborar un modelo mediante RNA. En cuarto y último lugar, se probará la eficacia de un modelo híbrido que comibne tanto el modelo estadístico con el de inteligencia artificial.

3.1. Análisis de Modelos Mediante Ventana-Móvil

El análisis de los modelos mediante Ventana-Móvil, o también llamada Ventana Deslizante, Ventana Corrediza o Rolling Window (su traducción al inglés), puede evaluar dos ámbitos: la estabilidad de un modelo durante el tiempo o la precisión del pronóstico de un modelo (Zivot y Wang, 2007). En esta memoria, se analizará este último enfoque.

3.1.1. Análisis de Ventana-Móvil para el Rendimiento Predictivo

En primer lugar, se supone que se posee la data para todos los períodos de la muestra T. Luego, uno puede chequear el rendimiento de la predicción de una serie de modelos de series de tiempo usando una ventana móvil. El algoritmo que permite esto es el siguiente:

1. Escoger el tamaño de la ventana m, es decir, el número de observaciones consecutivas por ventana móvil.

2. Escoger el horizonte de pronóstico h, el cual se encuentra dentro de la ventana móvil.

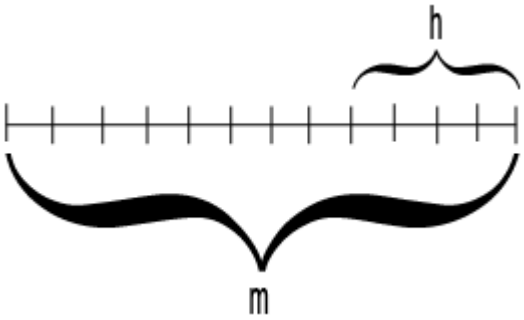

Figura 3.1: Ilustración de una ventana móvil.
(Fuente: LeSage, 2001.)

3. Si el incremento entre las sucesivas ventanas móviles es 1, entonces la partición de la muestra total es de $N = T - m + 1$ submuestras.

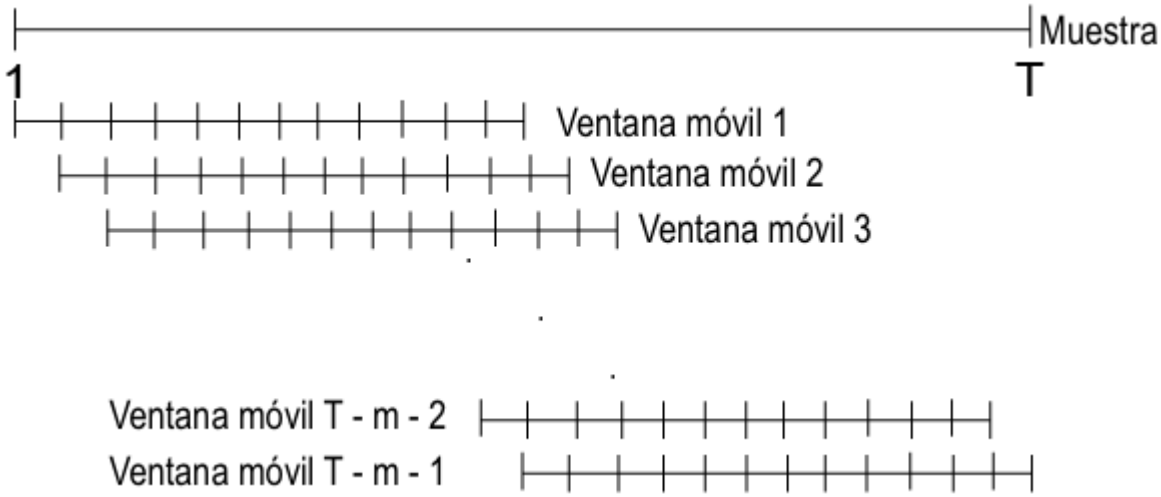

Figura 3.2: Ilustración de las N submuestras con incrementos iguales a 1.
(Fuente: LeSage, 2001.)

4. Para cada submuestra:

   a) Estimar un modelo.

   b) Estimar h pronósticos hacia adelante.

c) Calcular los errores para cada pronóstico:

$$e_{nj} = y_{m-h+n+j} - \widehat{y}_{nj} \tag{3.1}$$

donde e_{nj} es el error de la ventana móvil n para el pronóstico j pasos hacia adelante, y es el valor real e $\widehat{y}_{nj}$ es el pronóstico j pasos hacia adelante en la ventana móvil de la submuestra n.

5. Calcular el RMSE para cada error por cada paso hacia adelante pronosticado:

$$RMSE_j = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{N} e_{nj}^2}{N}}; \forall j \in \{1, ..., h\} \tag{3.2}$$

6. Comparar los RMSE's obtenidos, siendo el mejor modelo cuyo RMSE sea el más bajo.

Para esta memoria, se utilizarán ventanas móviles de 66, 126, 189, 252, 378 y 504, los cuales corresponden a tres meses, seis meses, nueve meses, un año , un año y medio, y dos años respectivamente. Además, se pronosticará un paso hacia adelante ($h = 1$).

3.2. Pasos para la Construcción de un Modelo AR

En primer lugar, se eximanirá la data de cada acción para poder analizar cualitativamente si existe tendencia, variaciones abruptas, estacionalidad, etc. Luego, se aplicará alguna transofrmación a la data para estabilizar la varianza de la serie si eso fuese necesario. En tercer lugar, se chequeará la estacionariedad de la serie de tiempo y se aplicarán las primeras diferencias necesarias para volverla estacionaria. En cuarto lugar, se formularán modelos autorregresivos con distintas ventanas móviles con un paso hacia adelante como pronóstico. Finalmente, de los resultados obtenidos, se obtendrán las métricas de pronósticos para cada modelo en cada ventana, siendo el modelo escogido el con menor RMSE.

3.2.1. Examinar la Data

En primer lugar, se recolectaron los precios de cierre de los cuatros bancos más preponderantes en el índice bursátil BANCA de la Bolsa de Comercio de Santiago: Banco de Créditos e Inversiones (BCI), Banco de Chile (CHI), Banco Santander-Chile (SAN) e Itau Corpbanca (ITAUC). El horizonte de la data estudiada va desde 23 de junio del año 2009 hasta el 9 de junio del 2017, estableciendo un total de 1991 observaciones. Además, los datos fueron recolectados de dos fuentes distintas: Bolsa de Comercio de Santiago[1] y la página Web Investing.com [2].

3.2.1.1. Banco de Créditos e Inversiones

A partir de la gráfica 3.3 se puede apreciar una tendencia al alza en los dos primeros años, luego crece y decrece consecutivamente en el tramo intermedio y finalmente vuelve a incrementar en el último tramo. Por lo tanto, se puede establecer a priori que existe una tendencia en el tiempo, la cual es creciente. A simple vista, no se visualizan patrones estacionales.

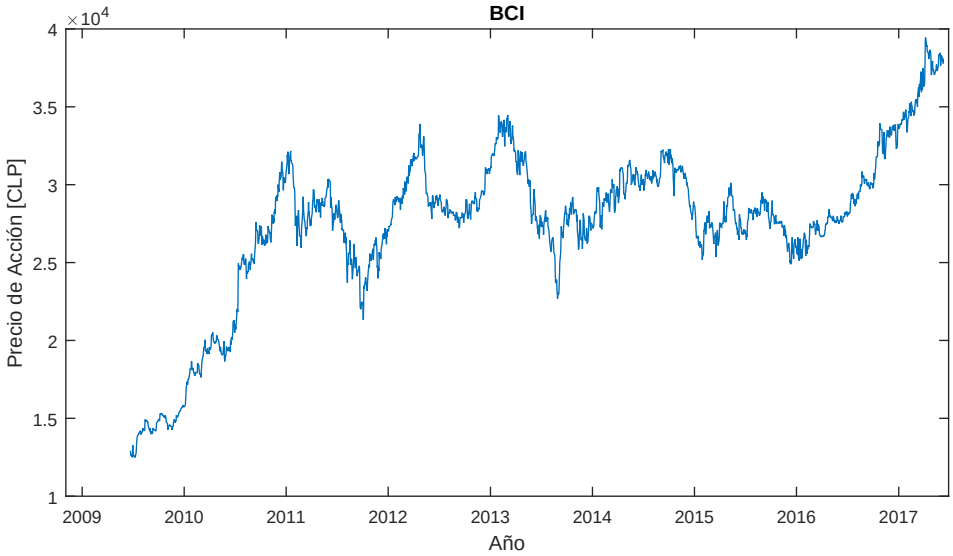

Figura 3.3: Precio de cierre de la acción BCI.
(Fuente: Elaboración Propia.)

[1] http://www.bolsadesantiago.com/
[2] https://www.investing.com/

3.2.1.2. Banco de Chile

A partir de la gráfica 3.4 se puede apreciar una tendencia al alza durante todo el horizonte de estudio. Por lo tanto, existe una tendencia notoriamente creciente. Además, la varianza en la muestra no parece ser constante, ya que desde el 2011 al 2014 existe una mayor variación en el precio que en el tramo restante. A simple vista, no se visualizan patrones estacionales.

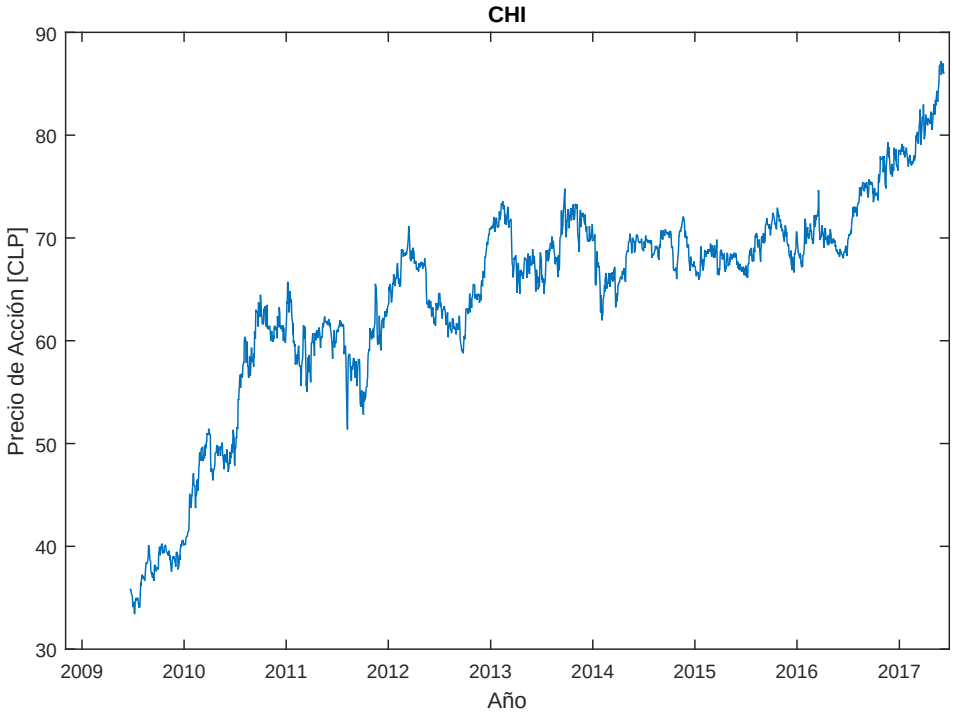

Figura 3.4: Precio de cierre de la acción CHI.
(Fuente: Elaboración Propia.)

3.2.1.3. Banco de Santander-Chile

A partir de la gráfica 3.5 se puede apreciar una fuerte alza los dos primero años, luego una tendencia decreciente hasta el inicio del año 2014. Posteriormente se mantiene constante para el 2014 y 2015, y finalmente una tendencia al alza los dos últimos años. La varianza no pareciese constante a lo largo de la serie de tiempo. A simple vista, no se visualizan patrones estacionales.

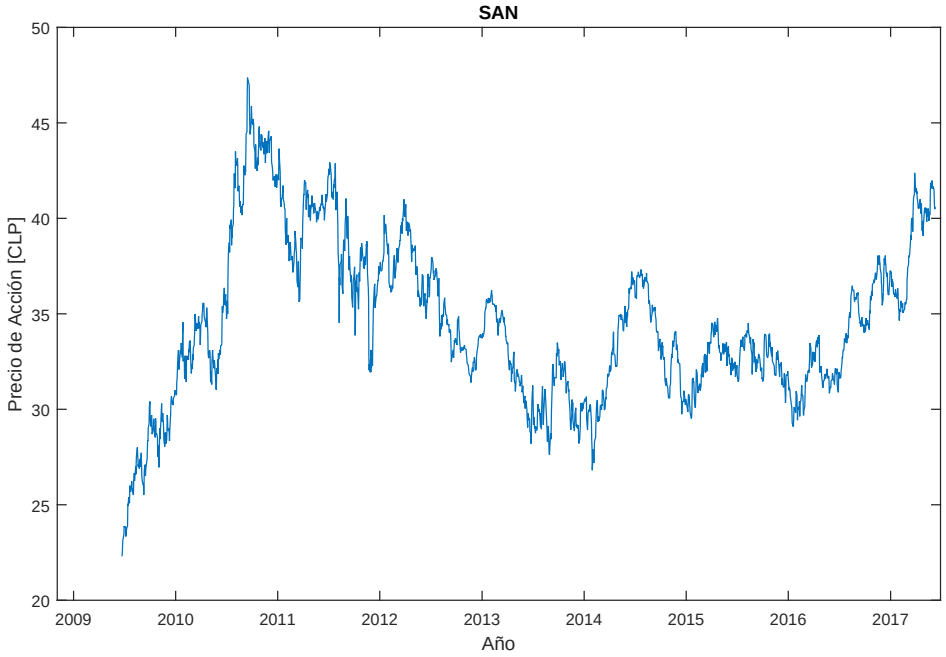

Figura 3.5: Precio de cierre de la acción SAN.
(Fuente: Elaboración Propia.)

3.2.1.4. Banco Itaú-Corpbanca

A partir de la gráfica 3.6 se puede apreciar una fuerte alza los dos primero años, llegando al máximo valor de la serie de tiempo. Luego, una muy leve tendencia decreciente desde inicios del año 2011 hasta el final de la data del estudio. Al igual que las otras series temporales, la varianza no parece constante a lo largo del tiempo. A simple vista, no se visualizan patrones estacionales.

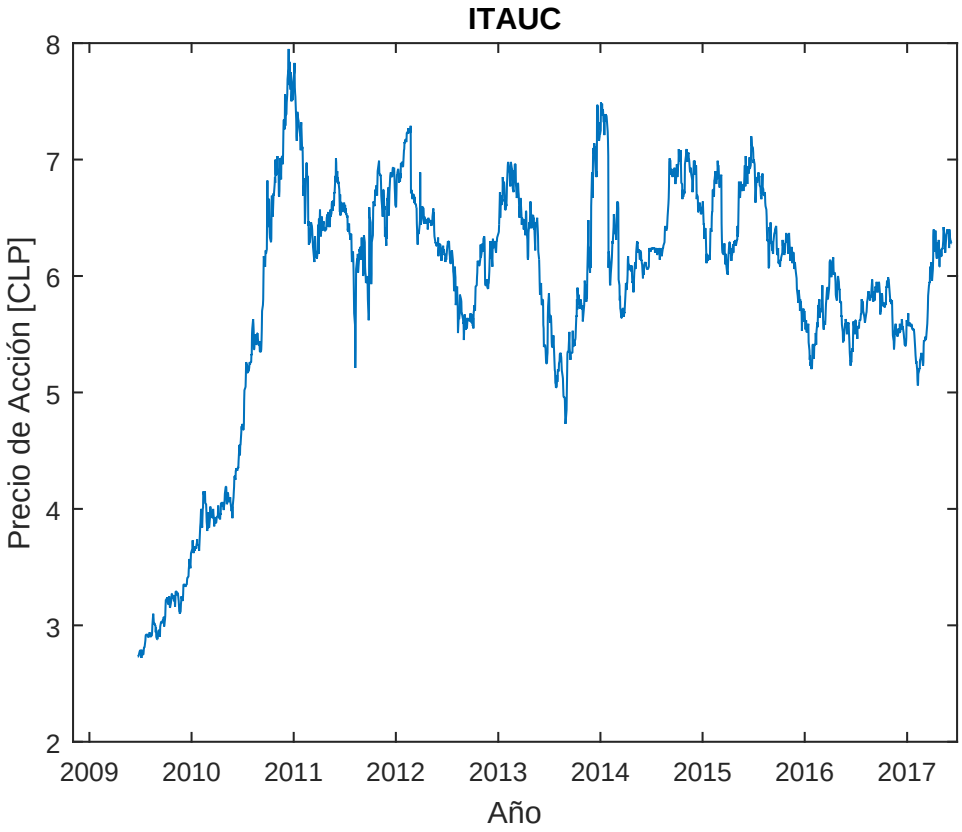

Figura 3.6: Precio de cierre de la acción ITAUC.
(Fuente: Elaboración Propia.)

3.2.2. Transformación de la Serie Temporal

Según Hyndman y Athanasopoulos (2014), la transformación logarítmica ayuda a estabilizar la varianza de una serie temporal. Esta transformación suele llamarse una Transformación de Box-Cox. A continuación, se aplicarán a todas las series dicha transformación:

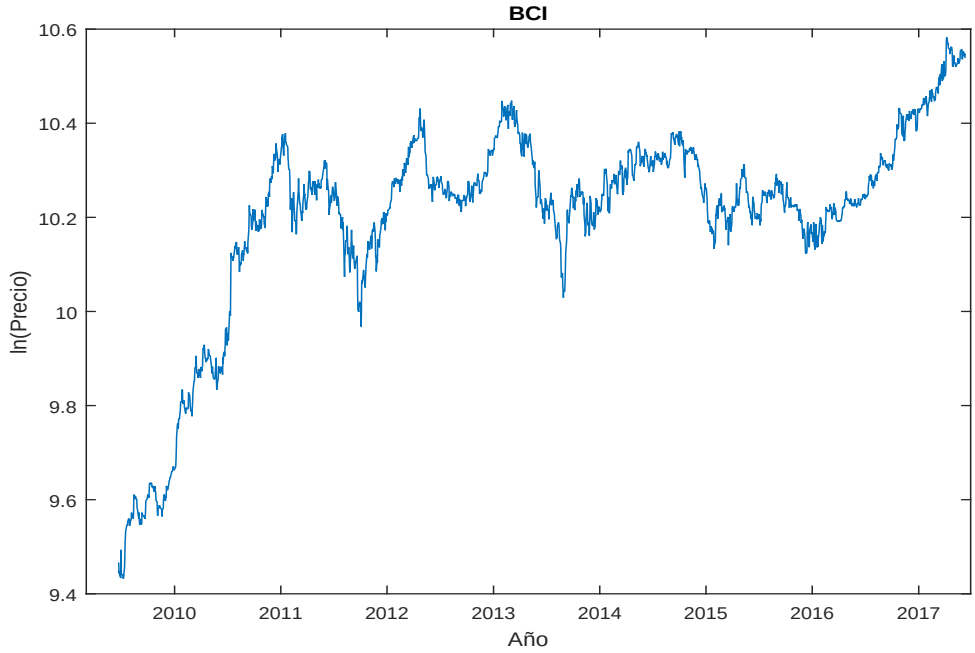

Figura 3.7: Logaritmo natural del Precio de BCI.
(Fuente: Elaboración Propia.)

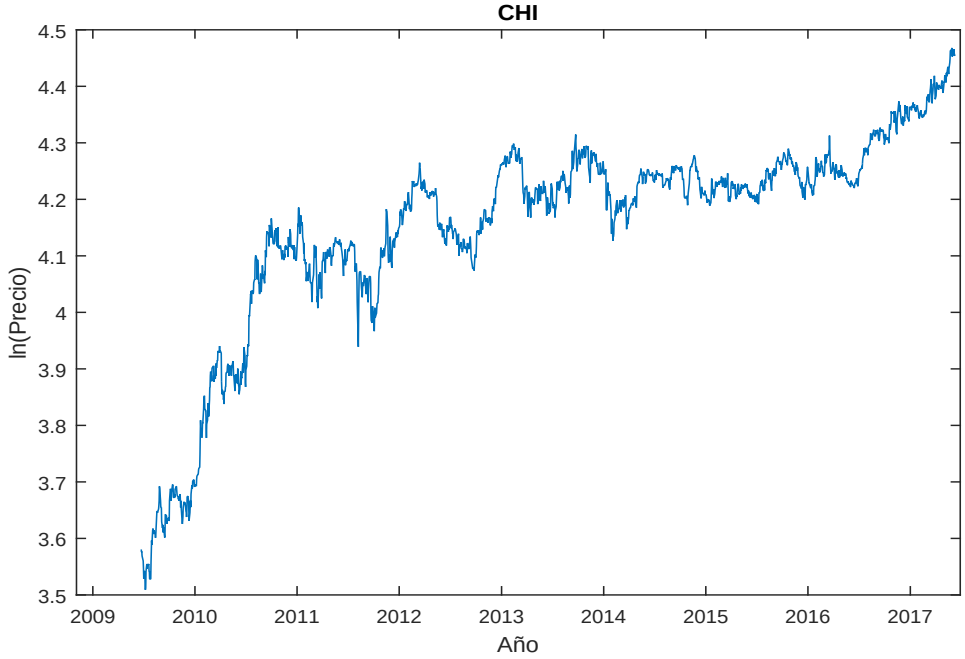

Figura 3.8: Logaritmo natural del Precio de CHI.
(Fuente: Elaboración Propia.)

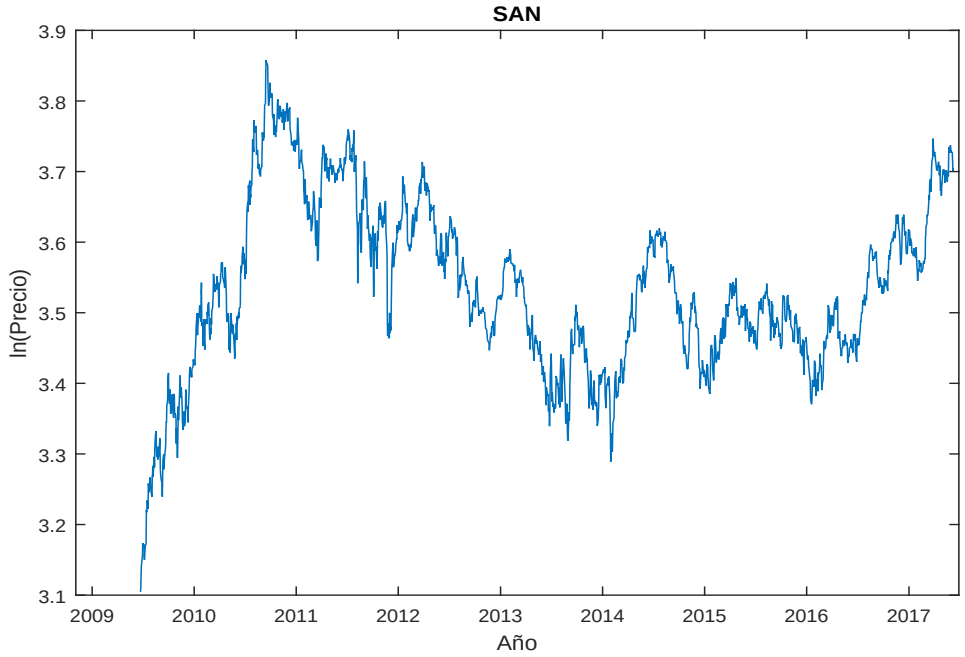

Figura 3.9: Logaritmo natural del Precio de SAN.
(Fuente: Elaboración Propia.)

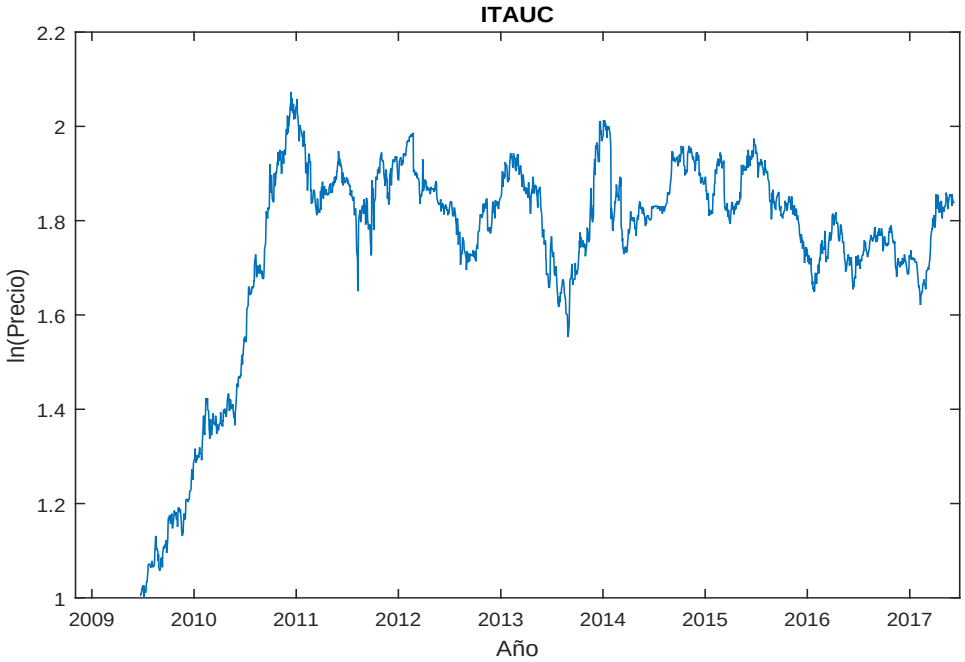

Figura 3.10: Logaritmo natural del Precio de ITAUC.
(Fuente: Elaboración Propia.)

3.2.3. Determinación de Estacionariedad

Para chequear que las series de tiempo sean un proceso débilmente estacionario, se utilizarán tanto las funciones ACF (2.14) y PACF (2.17), expresadas en un correlograma, como también un test de raíz unitaria ADF (2.21) para saber con certeza estadística que lo es.

En la Figura 3.11, se puede apreciar que existe un grado de autocorrelación en la serie, por lo tanto, por simple inspección se puede afirmar que la serie no es estacionaria en su nivel. Para ratificar, se realizó una prueba ADF en la Figura 3.12 donde no se rechaza la hipotesis nula, con un p-valor de 0.1829 y un estadístico t de -2.267409, en otras palabras, la serie de tiempo en su nivel posee raíz unitaria.

Se repite el procedimiento para la serie con la transformación logarítmica en las Figuras 3.13 y 3.14. Para este caso, se puede apreciar que en el correlograma persiste la dependecia con respecto al tiempo, pero al analizar la prueba ADF, se demuestra que es un proceso estacionario al 5 % de significancia, con un p-valor de 0.02 y un estadístico t de -3.202859.

Finalmente, se procede a realizar las primeras diferencias a la serie logarítmica del precio, para poder estabilizar la media y poder acercarse a un proceso estacionario. En la Figura 3.15 se aprecia un correlograma más similar al de una serie de tiempo estacionaria. Además, lo anterior se corrobora con el test ADF, con un valor-p igual a 0 y un estadístico t de -28.53628, el cual es muy grande, lo que implica que es más significativo, es decir, se rechaza la hipotesis nula.

Análogamente, el mismo procedimiento se hizo con las acciones CHI, SAN y ITAUC. Todas las series necesitaron solamente realizar una primera diferencia para ser un proceso estacionario (Ver sección de Anexos A.1).

Date: 07/21/17 Time: 03:09
Sample: 1 1991
Included observations: 1991

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.994	0.994	1970.2	0.000
		2	0.988	-0.046	3915.7	0.000
		3	0.981	0.032	5838.3	0.000
		4	0.976	0.047	7740.4	0.000
		5	0.971	0.000	9622.6	0.000
		6	0.965	0.016	11486.	0.000
		7	0.960	-0.025	13328.	0.000
		8	0.955	0.021	15152.	0.000
		9	0.949	-0.028	16955.	0.000
		10	0.944	-0.006	18739.	0.000
		11	0.938	0.007	20502.	0.000
		12	0.932	-0.016	22246.	0.000
		13	0.927	0.007	23970.	0.000
		14	0.921	-0.012	25674.	0.000
		15	0.916	0.021	27359.	0.000
		16	0.911	0.009	29027.	0.000
		17	0.906	0.007	30677.	0.000
		18	0.901	-0.000	32309.	0.000
		19	0.896	-0.005	33924.	0.000
		20	0.891	0.001	35521.	0.000
		21	0.886	0.012	37102.	0.000
		22	0.881	-0.000	38666.	0.000
		23	0.876	-0.006	40214.	0.000
		24	0.871	-0.008	41745.	0.000
		25	0.866	-0.003	43259.	0.000
		26	0.861	-0.008	44757.	0.000
		27	0.856	-0.009	46237.	0.000
		28	0.851	-0.017	47700.	0.000
		29	0.845	-0.010	49146.	0.000
		30	0.840	0.029	50575.	0.000
		31	0.835	-0.016	51987.	0.000
		32	0.830	-0.011	53383.	0.000
		33	0.825	0.007	54762.	0.000
		34	0.820	-0.001	56125.	0.000
		35	0.815	0.012	57473.	0.000
		36	0.810	-0.005	58804.	0.000

Figura 3.11: Correlograma del Precio de BCI.
(Fuente: Elaboración Propia.)

Null Hypothesis: BCI has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 3 (Automatic - based on SIC, maxlag=25)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-2.267409	0.1829
Test critical values:	1% level	-3.433442	
	5% level	-2.862792	
	10% level	-2.567483	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(BCI)
Method: Least Squares
Date: 07/21/17 Time: 03:46
Sample (adjusted): 5 1991
Included observations: 1987 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
BCI(-1)	-0.003856	0.001700	-2.267409	0.0235
D(BCI(-1))	0.058627	0.022310	2.627886	0.0087
D(BCI(-2))	-0.056079	0.022312	-2.513424	0.0120
D(BCI(-3))	-0.108326	0.022308	-4.855928	0.0000
C	119.8915	47.46650	2.525813	0.0116

R-squared	0.022250	Mean dependent var	12.65827
Adjusted R-squared	0.020277	S.D. dependent var	385.2303
S.E. of regression	381.3048	Akaike info criterion	14.72759
Sum squared resid	2.88E+08	Schwarz criterion	14.74167
Log likelihood	-14626.86	Hannan-Quinn criter.	14.73276
F-statistic	11.27566	Durbin-Watson stat	2.003452
Prob(F-statistic)	0.000000		

Figura 3.12: Test ADF para el Precio de BCI.
(Fuente: Elaboración Propia.)

Date: 07/21/17 Time: 03:45
Sample: 1 1991
Included observations: 1991

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.994	0.994	1971.7	0.000
		2	0.988	-0.043	3920.3	0.000
		3	0.982	0.020	5847.0	0.000
		4	0.977	0.025	7753.1	0.000
		5	0.972	-0.002	9639.0	0.000
		6	0.967	0.039	11506.	0.000
		7	0.961	-0.047	13353.	0.000
		8	0.956	0.017	15181.	0.000
		9	0.950	-0.025	16988.	0.000
		10	0.945	-0.003	18775.	0.000
		11	0.939	0.005	20543.	0.000
		12	0.933	-0.020	22290.	0.000
		13	0.928	0.005	24016.	0.000
		14	0.922	-0.005	25724.	0.000
		15	0.917	0.025	27412.	0.000
		16	0.912	0.022	29083.	0.000
		17	0.907	0.016	30737.	0.000
		18	0.902	0.003	32375.	0.000
		19	0.898	-0.003	33997.	0.000
		20	0.893	-0.000	35602.	0.000
		21	0.888	0.006	37192.	0.000
		22	0.884	0.004	38766.	0.000
		23	0.879	-0.003	40324.	0.000
		24	0.875	-0.006	41867.	0.000
		25	0.870	-0.004	43394.	0.000
		26	0.865	-0.015	44906.	0.000
		27	0.860	-0.003	46401.	0.000
		28	0.856	-0.007	47881.	0.000
		29	0.851	-0.011	49345.	0.000
		30	0.846	0.028	50794.	0.000
		31	0.842	-0.002	52228.	0.000
		32	0.837	-0.010	53646.	0.000
		33	0.832	0.007	55051.	0.000
		34	0.828	-0.001	56440.	0.000
		35	0.823	0.009	57816.	0.000
		36	0.819	-0.002	59177.	0.000

Figura 3.13: Correlograma del logaritmo del Precio de BCI.
(Fuente: Elaboración Propia.)

Null Hypothesis: LBCI has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 3 (Automatic - based on SIC, maxlag=25)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-3.202859	0.0200
Test critical values:	1% level	-3.433442	
	5% level	-2.862792	
	10% level	-2.567483	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LBCI)
Method: Least Squares
Date: 07/21/17 Time: 03:48
Sample (adjusted): 5 1991
Included observations: 1987 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LBCI(-1)	-0.004686	0.001463	-3.202859	0.0014
D(LBCI(-1))	0.053048	0.022315	2.377271	0.0175
D(LBCI(-2))	-0.044527	0.022325	-1.994501	0.0462
D(LBCI(-3))	-0.089727	0.022299	-4.023753	0.0001
C	0.048396	0.014927	3.242083	0.0012

R-squared	0.018561	Mean dependent var	0.000552
Adjusted R-squared	0.016580	S.D. dependent var	0.014115
S.E. of regression	0.013998	Akaike info criterion	-5.697329
Sum squared resid	0.388346	Schwarz criterion	-5.683251
Log likelihood	5665.296	Hannan-Quinn criter.	-5.692158
F-statistic	9.370997	Durbin-Watson stat	2.003906
Prob(F-statistic)	0.000000		

Figura 3.14: Test ADF para el logaritmo del Precio de BCI.
(Fuente: Elaboración Propia.)

Date: 07/21/17 Time: 03:45
Sample: 1 1991
Included observations: 1990

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.055	0.055	5.9466	0.015
		2	-0.046	-0.049	10.148	0.006
		3	-0.094	-0.090	27.960	0.000
		4	-0.028	-0.020	29.489	0.000
		5	0.001	-0.005	29.489	0.000
		6	0.015	0.004	29.919	0.000
		7	-0.025	-0.031	31.211	0.000
		8	0.045	0.049	35.341	0.000
		9	-0.010	-0.016	35.541	0.000
		10	-0.026	-0.025	36.862	0.000
		11	0.023	0.032	37.903	0.000
		12	0.015	0.010	38.356	0.000
		13	0.030	0.027	40.192	0.000
		14	-0.024	-0.024	41.318	0.000
		15	-0.014	-0.003	41.736	0.000
		16	-0.013	-0.011	42.064	0.000
		17	0.003	-0.001	42.079	0.001
		18	0.015	0.015	42.526	0.001
		19	0.009	0.002	42.698	0.001
		20	-0.023	-0.022	43.788	0.002
		21	-0.007	-0.004	43.882	0.002
		22	0.008	0.011	44.005	0.004
		23	0.006	0.001	44.077	0.005
		24	-0.004	-0.008	44.115	0.007
		25	0.004	0.008	44.151	0.010
		26	0.003	0.002	44.168	0.014
		27	0.014	0.014	44.540	0.018
		28	0.040	0.043	47.830	0.011
		29	-0.075	-0.079	59.183	0.001
		30	-0.009	0.003	59.348	0.001
		31	0.008	0.009	59.468	0.002
		32	-0.025	-0.037	60.763	0.002
		33	-0.007	-0.006	60.856	0.002
		34	-0.027	-0.030	62.332	0.002
		35	0.022	0.023	63.350	0.002
		36	0.022	0.005	64.347	0.003

Figura 3.15: Correlograma del retorno logarítmico de BCI.
(Fuente: Elaboración Propia.)

Null Hypothesis: D(LBCI) has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 2 (Automatic - based on SIC, maxlag=25)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-28.53628	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.433442	
	5% level	-2.862792	
	10% level	-2.567483	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LBCI,2)
Method: Least Squares
Date: 07/21/17 Time: 03:50
Sample (adjusted): 5 1991
Included observations: 1987 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LBCI(-1))	-1.080762	0.037873	-28.53628	0.0000
D(LBCI(-1),2)	0.134097	0.030704	4.367353	0.0000
D(LBCI(-2),2)	0.089633	0.022351	4.010216	0.0001
C	0.000596	0.000315	1.889816	0.0589

R-squared	0.478004	Mean dependent var	-9.84E-07
Adjusted R-squared	0.477214	S.D. dependent var	0.019405
S.E. of regression	0.014030	Akaike info criterion	-5.693173
Sum squared resid	0.390356	Schwarz criterion	-5.681911
Log likelihood	5660.167	Hannan-Quinn criter.	-5.689037
F-statistic	605.2932	Durbin-Watson stat	2.003506
Prob(F-statistic)	0.000000		

Figura 3.16: Test ADF para el retorno logarítmico de BCI.
(Fuente: Elaboración Propia.)

3.2.4. Formulación de Modelos Autorregresivos

En base a que las series resultantes, de la sección anterior, mostraron un comportamiento similar en cuanto a su estacioneriedad, se tratarán a todas de manera similar en cuanto a la confección de sus modelos autorregresivos. A continuación, se detallará una explicación matemática de la formulación de modelos:

Sean los siguientes conjuntos

$$\begin{aligned}
&T = \{1, 2, 3, ..., 1991\} \quad \text{Conjunto de períodos de la muestra total.}\\
&P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \quad \text{Conjunto de orden de modelos AR.}\\
&H = \{1237, 1238, ..., 1991\} \text{ Conjunto de períodos a pronosticar de la muestra total.}\\
&\text{donde} \quad H \subseteq T\\
&V = \{66, 126, 189, 252, 378, 540\} \quad \text{Conjunto de tamaños de Ventanas Móviles.}\\
&N = \{1, 2, 3, ..., 755\} \quad \text{Conjunto de submuestras para ventanas móviles.}
\end{aligned} \tag{3.3}$$

La serie de tiempo que representa el precio de una acción queda descrita por

$$X_t \qquad \forall t \in T \tag{3.4}$$

luego, se aplica la Transformación de Box-Cox y las primeras diferencias mencionadas anteriomente:

$$ln(X_t) \qquad \forall t \in T \tag{3.5}$$

$$ln(X_t) - ln(X_{t-1}) = ln(\frac{X_t}{X_{t-1}}) = ln(\Delta X_t) \qquad \forall t \in T - \{1\} \tag{3.6}$$

Reemplazando este último término de la ecuación 3.6 por una serie simplificada y estacionaria:

$$R_t = ln(\Delta X_t) \qquad \forall t \in T - \{1\} \tag{3.7}$$

donde R_t es el retorno logarítimico de la acción en el período t. La formulación de modelos autorregresivos para cada acción, en cada ventana móvil, queda planteada de la siguiente manera:

$$R^{(v)}_{t_n,p} = \phi^{(v)}_{0,n,p} + \sum_{i=1}^{p} \phi^{(v)}_{i,n} R^{(v)}_{t_n-i} \quad \forall v \in V, t_n \in N, p \in P \tag{3.8}$$

donde $R^{(v)}_{t_n,p}$ es el retorno logarítmico del periodo t de la submuestra n de la ventana móvil v constituido por el modelo AR de orden p, $\phi^{(v)}_{0,n,p}$ es la constante del modelo autorregresivo de orden p de la submuestra n de la ventana móvil v. Finalmente, $\phi^{(v)}_{in}$ y $R^{(v)}_{t_n-i}$ son los parámetros y rezagos del modelo autorregresivo de orden p de la submuestra n de la ventana móvil v.

3.2.5. Implementación de Modelos

Los modelos planteados en la sección anterior, se implementarán en el software Eviews 9, obteniéndose los resultados de pronósticos. Posteriormente, dichos resultados se trasladarán a MATLAB para la obtención de las métricas de desempeño de pronósticos. El traslado se realiza por la facilidad que posee MATLAB para trabajar con vectores.

3.2.6. Pronóstico y su Evaluación de Desempeño

Se pronostica un paso hacia adelante, utilizando cada modelo formulado en cada ventana móvil con su orden de rezago correspondiente:

$$\widehat{R}^{(v)}_{t_h,p} = \phi^{(v)}_{0np} + \sum_{i=1}^{p} \phi^{(v)}_{in} R^{(v)}_{t_n-i} \quad \forall v \in V, t_h \in H, t_n \in N, p \in P \tag{3.9}$$

Finalmente, se calcula el error y se obtiene la métrica de desempeño del modelo.

$$\widehat{X}^{(v)}_{h,p} = exp(\widehat{R}^{(v)}_{t_h,p}) * X^{(v)}_{h-1,p} \qquad \forall t_h, h \in H, v \in V, p \in P \tag{3.10}$$

$$e^{(v)}_{h,p} = X_h - \widehat{X}^{(v)}_{h,p} \qquad \forall h \in H, v \in V, p \in P \tag{3.11}$$

3.3. Pasos para la Construcción de un Modelo de RNA

Según Basheer y Hajmeer (2000), el desarrollo existoso de un proyecto de redes neuronales constituye un ciclo de 6 fases: Definición y Formulación del Problema (fase 1), Diseño del Sistema (fase 2), Realización del Sistema (fase 3), Verificación del Sistema (fase 4), Implementación del Sistema (fase 5) y Mantenimiento del Sistema (fase 6). En esta memoria, se desarrollarán las 4 primeras fases, ya que las dos últimas fases involucran incorporar las redes obtenidas en un sistema de trabajo (por ejemplo un hardware o un programa empaquetado) que pueda ser instalado y ejecutado en una computadora. La Figura 3.17 muestra las etapas de ciclo de una ANN y la línea divisora para el enfoque de la presente memoria.

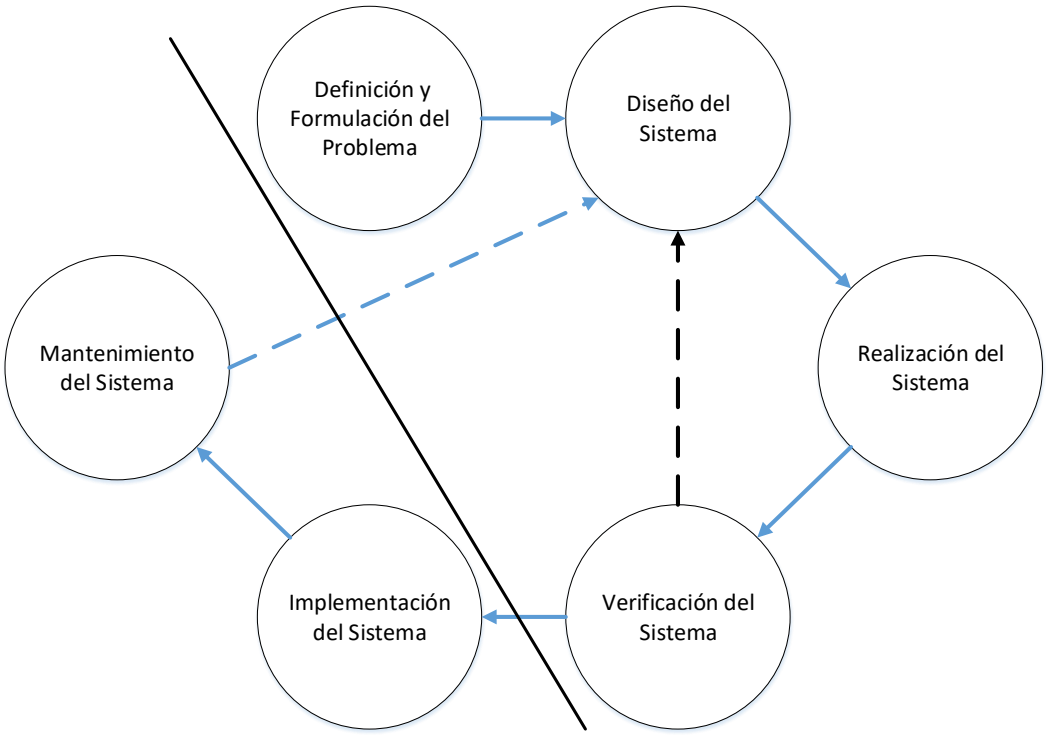

Figura 3.17: Ciclo de un proyecto de RNA.
(Fuente: Basheer y Hajmeer (2000).)

3.3.1. Fase 1: Definición y Formulación del Problema

La problemática fue definida en el primer capítulo de esta memoria (1.3). Por lo tanto, se planteará solamente la formulación del problema.

El problema involucra el retorno logarítmico de la serie de tiempo de cada acción y sus valores pasados como vectores de entrada. Esto implica que solamente se realizará un análisis técnico del precio de la acción, a diferencia de los muchos trabajos relacionados nombrados en el marco teórico de esta memoria (2.5). Esto se debe principalmente a que el autor pretende establecer una equidad de condiciones entre el modelo autorregresivo y la red neuronal. La ventaja del modelo de RNA, por sobre los modelos AR, es que son capaces de captar la no-linealidad de la serie de tiempo, por lo tanto, debiesen predecir mejor su comportamiento.

3.3.2. Fase 2: Diseño del Sistema

En primer lugar, se establece el tipo de red neuronal que se utilizará en el estudio y su respectiva regla de aprendizaje. El segundo paso del diseño de un sistema es usualmente la recolección de la data, seguido por la partición de los set de entrenamiento de la red y finalmente, por el pre-procesamiento de los inputs, el cual puede ser realizado dentro o fuera del programa. Luego, la topología de la red neuronal (Número de capas y sus respectivos nodos y funciones de activación). Finalmente, la selección de los parámetros importantes de la RNA: la tasa de aprendizaje, término de momentum, la función de pérdida, modos de entrenamiento, entre otros.

3.3.2.1. Tipo de RNA

Para todos los modelos de RNA se utilizará una red neuronal con multicapa alimentada hacia adelante, cuya regla de aprendizaje será el Algoritmo de Levenberg-Marquardt para la propagación hacia atrás (Aprendizaje Supervisado).

3.3.2.2. Recolección de la Data

La data utilizada inicia el 31 de mayo del año 2013 y finaliza el 9 de junio del 2017, siendo los últimos 3 años los que componen el horizonte a pronosticar (755 observaciones, iniciando el 9 de junio del 2014). Además, los datos fueron recolectados de dos fuentes distintas: Bolsa de Comercio de Santiago[3] y la página Web Investing.com [4].

3.3.2.3. Partición de la Data

Análogamente con el procedimiento de los modelos autorregresivos, se utilizará el análisis de ventana-móvil, con un paso hacia adelante ($h = 1$), para la predicción de los modelos de RNA para cada acción. Las ventanas utilizadas fueron: 66, 126, 189 y 252. Por consiguiente y de forma preliminar, La cantidad ventanas implica que se obtendrán 4 diferentes tipos modelos por acción.

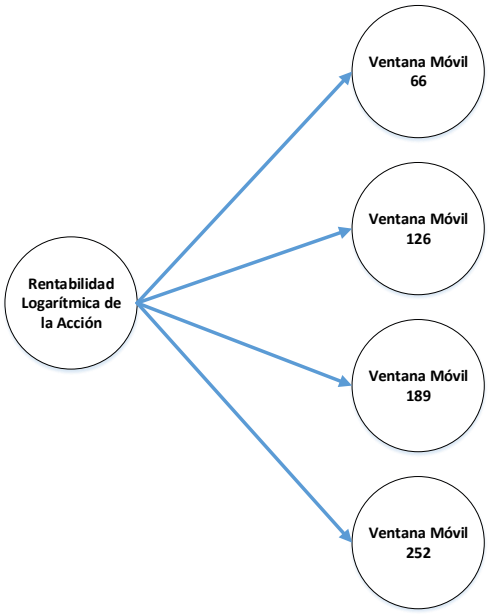

Figura 3.18: Análisis de Ventana-Móvil empleado.
(Fuente: Elaboración Propia.)

[3]http://www.bolsadesantiago.com/
[4]https://www.investing.com/

En cada submuestra de ventana móvil, se dedicará un 80 % del set al entrenamiento de la red, el 20 % restante a la validación del modelo. Finalmente, se realizará un conjunto de prueba equivalente a un solo dato fuera del entrenamiento de la red. Este último set de testeo equivale a un paso hacia adelante del análisis de ventana móvil.

3.3.2.4. Pre-procesamiento de la Data

Se realizó una Estandarización (2.39) a los inputs y targets previo a la entrada de la red nueronal.

3.3.2.5. Topología de la RNA

Se modelarán diferentes topologías, en las cuales variarán el número de nodos en la capa de entrada y el número de capas ocultas y sus respectivas neuronas ocultas.

Capa de Entrada

Como fue mencionado anteriormente, para cada acción se utilizarán cuatro tipos de ventanas móviles. Luego, para cada ventana móvil se tendrán tres tipos de entrada:

Tabla 3.1: Entradas de la RNA

Nombre	Inputs	N° Nodos
Data 1	$R_{t-1}, R_{t-2}, R_{t-3}, R_{t-4}, R_{t-5}$	5
Data 2	$R_{t-1}, R_{t-2}, R_{t-3}, R_{t-4}, R_{t-5}, R_{t-6}, R_{t-7}, R_{t-8}, R_{t-9}, R_{t-10}$	10
Data 3	$R_{t-1}, R_{t-2}, R_{t-3}, R_{t-4}, R_{t-5}, R_{t-6}, R_{t-7}, R_{t-8}, R_{t-9}, R_{t-10}, R_{t-11}, R_{t-12}, R_{t-13}, R_{t-14}, R_{t-15}$	15

por ende, los modelos utilizados tendrán 5, 10 o 15 nodos en la capa de entrada, dependiendo que Data estén utilizando en la red neuronal. Cabe destacar que solamente se utilizará los valores pasados de la rentabilidad logarítmica, por lo tanto, constituye un análisis netamente técnico. La cantidad de modelos en estudio se eleva a 12 por acción.

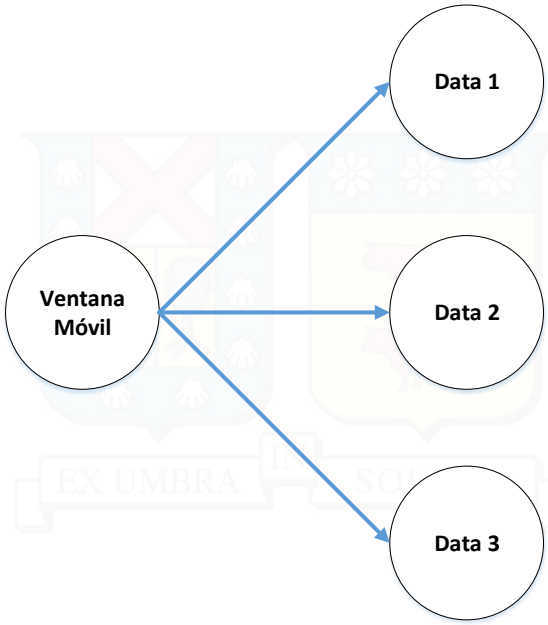

Figura 3.19: Entradas empleadas.
(Fuente: Elaboración Propia.)

Capas Ocultas

Cada vector de entrada estará asociado a una configuración especial de capas ocultas. El número de capas ocultas variará de una a tres capas y los nodos ocultos serán múltiplos de cinco, comenzando en 5 nodos y terminando en 20, en otras palabras, serán 5, 10, 15 y 20 posibles nodos por capa oculta. Lo anterior implica un total de 144 modelos por acción.

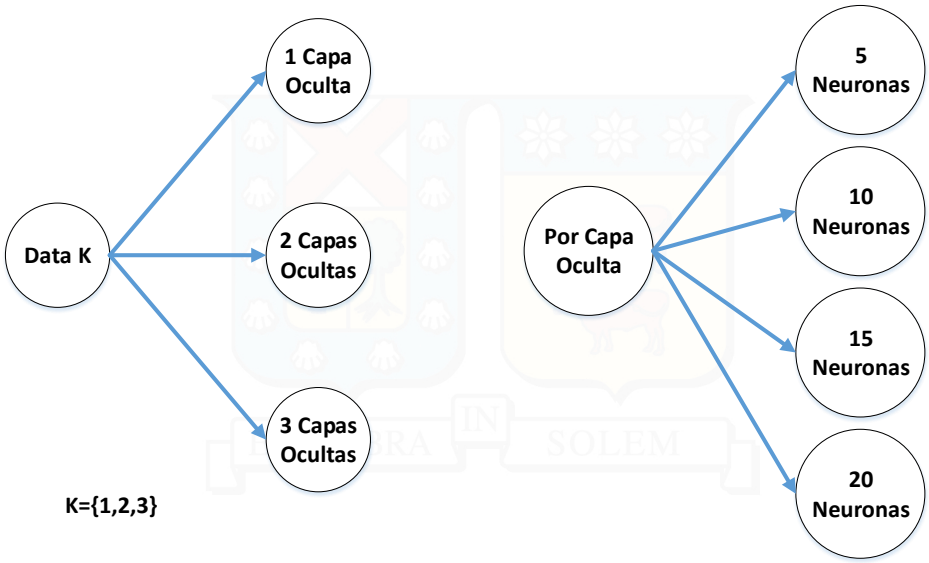

Figura 3.20: Capas ocultas empleadas.
(Fuente: Elaboración Propia.)

Todas las funciones de transferencia de los nodos ocultos poseen una función sigmoide.

Capa de Salida

Para todas las configuraciones de redes se tendrá una neurona de salida que posea una función lineal.

Para escalerecer un poco el mecanismo de configuraciones, se ejemplificará en la Figura 3.21 una red neuronal para la acción BCI, con una ventana móvil de 66 datos, un input de 5 valores pasados (correspondiente a la Data 1), una capa oculta y 5 nodos ocultos.

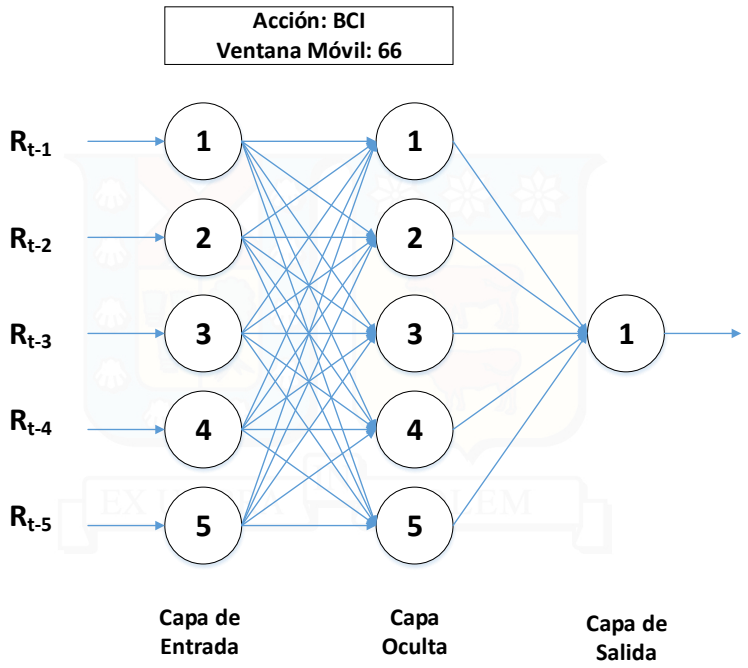

Figura 3.21: Ejemplo de una configuración de RNA.
(Fuente: Elaboración Propia.)

3.3.2.6. Parámetros relevantes de la RNA

Una de las partes más interesantes, desafiantes y críticas de diseñar un modelo es su selección de parámetros, ya que todas las elecciones tendrán una implicancia en la búsqueda del mínimo global. A continuación, se detallarán todos los parámetros implicados y sus respectivos valores:

- **Función de Pérdida** ($\mathcal{E}$): También llamada función de costos (por su base a en optimización), es la función con la cual se deriva con respecto a los pesos sinápticos en el gradiente descendiente. La utilizada en esta memoria es el Cuadrado Medio del Error (MSE).

- **Tasa de Aprendizaje** (η): La tasa de aprendizaje es uno de los parámetros más importantes en una red neuronal, ya que acelera o frena el aprendizaje de la red, en otras palabras, acelera o frena la convergencia del mínimo global a la función de

pérdida de la red. Si η es muy grande, fallará en alcanzar el mínimo global e incluso pordía diverger. Si η es muy pequeño, tomará muchos pasos pequeños para alcanzar el mínimo global, por lo que el entrenamiento de la red sería demasiado lento. La tasa de aprendizaje utilizada en este estudio fue de 0.01.

- **Coeficiente de Momentum** (α): El coeficiente de momentum influye en la actualización de los pesos tomando en cuenta la actualización anterior. Su función es acelerar la actualización de los pesos para evitar la oscilaciones causadas por la tasa de aprendizaje. Un α grande reduce el riesgo de quedar atrapado en un mínimo local, acelera el entrenamiento, pero incrementa el riesgo de no poder converger (al igual que un η alto). Un α muy pequeño, suprime el efecto de momentum, incrementa la probabilidad de quedar atrapado en un mínimo local y retarda el aprendizaje de la red.

- **Número de ciclos de entrenamiento** (epochs): Un mayor número de ciclos de entrenamiento implica una menor función de pérdida. Sin embargo, un número excesivo de epochs produce un fenómeno llamado sobre-entrenamiento (overtraining, en inglés) o memorización. Teóricamente, los resultados del entrenamiento puede resultar un error muy cercano a cero, perdiendo la capacidad de generalizar de la red ante nuevos ejemplos fuera de la muestra de entrenamiento. Un bajo número de epochs, produce una RNA incapaz de representar la data. El número de epochs en este estudio fue de 7500. Cabe destacar, que es uno de los criterios de parada del algoritmo.

- **Meta del Rendimiento** (Performance goal): Número al cual deberá alcanzar la función objetivo para detener el aprendizaje del algoritmo. Es uno de los criterios de parada y que para este estudio toma un valor igual a cero.

- **Número máximo de fallos en la Validación** (Maximum validation failures): Cumple un rol fundamental en mejorar la generalización de la red neuronal y evitar el sobre-ajuste (overfitting). Esta cifra es necesaria para que sea efectiva la separación del set de entrenamiento (set de entrenamiento y set de validación), ya que cuando

la red comienza a sobreajustar la data, el error en el set de validación comienza a incrementar. Cuando el error de validación crece por un número específico de iteraciones (el parámetro en cuestión), el entrenamiento es detenido y los pesos y sesgos son retornados al mínimo error de validación. Por lo tanto, este parámetro también es un criterio de parada y en este estudio toma un valor de veinte.

- **Tiempo** (time): Cumple un rol de criterio de parada. Se define como el máximo tiempo para entrenar la red neuronal y es medido en segundos. En este estudio, se utilizó *inf*, el cual representa el infinito en el software MATLAB.

- **Mínimo Rendimiento del Gradiente** (Minimum performance gradient): Número en el cual, si el gradiente disminuye dicha cantidad o menor la función de pérdida, el entrenamiento se detiene, es decir, nuevamente otro criterio de parada. El valor para este parámetro es de 10^{-6}.

- **Coeficiente mu** (μ): Parámetro definido en el marco teórcio de las RNA (2.55), el cual es adaptativo en cada iteración. El valor adaptativo de μ se ve incrementado por μ_{inc} hasta que el cambio anterior da como resultado un valor de rendimiento reducido. El cambio es aplicado a la red y μ es disminuido por μ_{dec}. Si μ alcanza o sobrepasa un máximo valor predeterminado (μ_{max}), el entrenamiento se detiene (criterio de parada). Los parámetros definidos para este estudio son:

  - $\mu = 0.01$
  - $\mu_{inc} = 1.5$
  - $\mu_{dec} = 0.8$
  - $\mu_{max} = 10^{10}$

- Modo de entrenamiento: En esta memoria, se utilizó el modo por paquetes (Batch Training) para la propagación hacia atrás.

3.3.3. Fase 3: Realización del Sistema

Los modelos propuestos en el diseño del sistema fueron implementados en el software MATLAB R2015a.

3.3.4. Fase 4: Verificación del Sistema

Una vez obtenidos los resultados, se verificará que tan bien puedan sus resultados experimentales medir la capacidad de generalización de las redes en el set de testeo. Se utilizarán las métricas de error descritas en la sección 2.6. Se resideñarán las redes neuronales según el comportamiento de la data de cada acción. Se extrapolarán resultados sensibilizando la ventana móvil en primera instancia, y luego los datos de entrada de la red, número de capas ocultas y/o el número de nodos ocultos.

3.4. Modelo Híbrido de RNA

En esta memoria, se propone también la existencia de un modelo híbrido que combina el modelo AR con una RNA con propagación hacia atrás. La única diferencia con los modelos propuestos en la sección anterior es la cantidad de entradas que posea la red neuronal. Cómo se puede apreciar en la Tabla 3.2, existe un nuevo input que proviene del prónostico del mejor modelo autorregresivo de la acción correspondiente. Cabe destacar, que no se realizará una extrapolación a esta red neuronal y que utilizará la mejor ventana móvil de las RNA anteriormente calculadas, manteniendo constante la sensibilización de la data de entrada, número de capas y número de nodos ocultos.

Tabla 3.2: Entradas de la RNA Híbrida

Nombre	Inputs	N° Nodos
Data 1	$\widehat{R}_t, R_{t-1}, R_{t-2}, R_{t-3}, R_{t-4}, R_{t-5}$	6
Data 2	$\widehat{R}_t, R_{t-1}, R_{t-2}, R_{t-3}, R_{t-4}, R_{t-5}, R_{t-6}, R_{t-7}, R_{t-8}, R_{t-9}, R_{t-10}$	11
Data 3	$\widehat{R}_t, R_{t-1}, R_{t-2}, R_{t-3}, R_{t-4}, R_{t-5}, R_{t-6}, R_{t-7}, R_{t-8}, R_{t-9}, R_{t-10}, R_{t-11}, R_{t-12}, R_{t-13}, R_{t-14}, R_{t-15}$	16

Las etapas y parámetros utilizados serán los mismos que en las anteriores redes. La Figura 3.22 ilustra de mejor manera cómo serán los modelos híbridos:

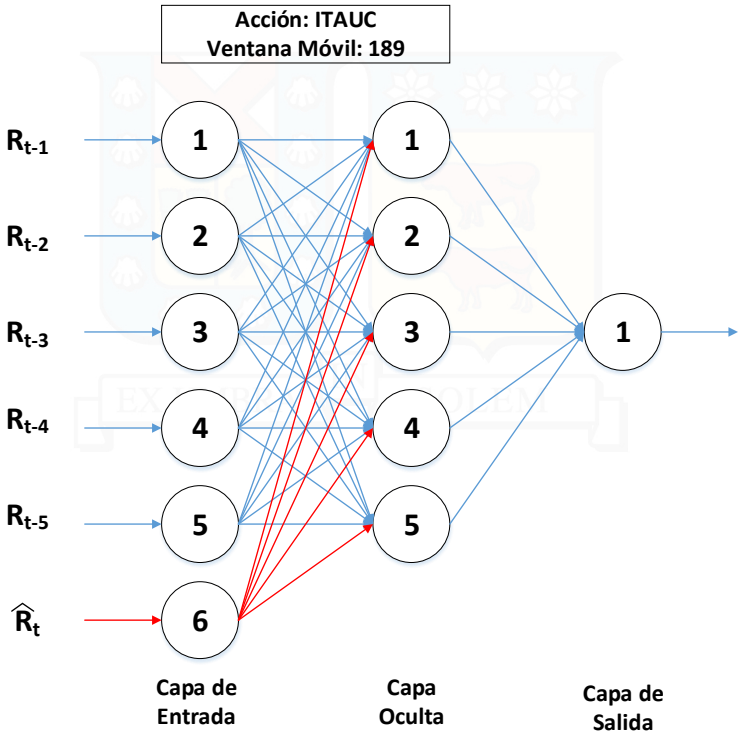

Figura 3.22: Ejemplo de una configuración de RNA Híbrida.
(Fuente: Elaboración Propia.)

4 | Resultados

En este capítulo, se dispondrán todos los resultados obtenidos mediante los modelos planteados en la Metodología. En primer lugar, se mostrarán los resultados de los modelos autorregresivos, seguido de los modelos de RNA y sus extrapolaciones, y luego los pronósticos de los modelos híbridos. Finalmente, se realizará una comparación de los mejores modelos de las tres técnicas para cada acción.

4.1. Resultados de Modelos AR

En las siguientes cuatro tablas, se dispondrán los mejores modelos autorregresivos de cada ventana móvil asociada. Cabe destacar que la elección de los modelos que aparecen en estas tablas fue por la métrica de error RMSE, acorde con el análisis de ventana móvil explicado en la metodología (3.1). El resultado en negrita, indica el menor RMSE presente en las tablas, indicando el mejor modelo para la acción mediante modelos autorregresivos. Adicionalmente, se disponen los resultados de todas las ventanas móviles de todos los modelos autorregresivos de cada acción en la sección de anexos (A.1).

Tabla 4.1: Tabla Resumen de Resultados de Modelos AR para BCI

Ventana	Modelo	MSE	RMSE	MAE	MAPE
66	AR(1)	136281,69426	369,16351	268,23843	0,90446
126	AR(3)	131754,11708	362,97950	265,47603	0,89607
189	AR(3)	130504,93635	361,25467	263,40086	0,88824
252	AR(3)	128716,46322	358,77077	262,45227	0,88526
378	AR(5)	128634,12154	**358,65599**	262,76927	0,88634
504	AR(3)	129136,73515	359,35600	262,54202	0,88587

Tabla 4.2: Tabla Resumen de Resultados de Modelos AR para CHI

Ventana	Modelo	MSE	RMSE	MAE	MAPE
66	AR(1)	0,36910	0,60753	0,44662	0,61860
126	AR(1)	0,36264	0,60220	0,44331	0,61423
189	AR(4)	0,35828	0,59856	0,44484	0,61662
252	AR(4)	0,35564	0,59635	0,44199	0,61251
378	AR(4)	0,35558	0,59631	0,43972	0,60935
504	AR(5)	0,35349	**0,59455**	0,43795	0,60679

Tabla 4.3: Tabla Resumen de Resultados de Modelos AR para SAN

Ventana	Modelo	MSE	RMSE	MAE	MAPE
66	AR(1)	0,14544	0,38137	0,29527	0,87279
126	AR(1)	0,14306	0,37823	0,29272	0,86511
189	AR(1)	0,14157	0,37626	0,29123	0,86105
252	AR(1)	0,14142	0,37606	0,29143	0,86139
378	AR(1)	0,14116	**0,37571**	0,29091	0,85979
504	AR(1)	0,14127	0,37585	0,29079	0,85960

Tabla 4.4: Tabla Resumen de Resultados de Modelos AR para ITAUC

Ventana	Modelo	MSE	RMSE	MAE	MAPE
66	AR(1)	0,00573	0,07569	0,05533	0,90331
126	AR(1)	0,00560	0,07482	0,05465	0,89244
189	AR(1)	0,00556	0,07453	0,05433	0,88714
252	AR(1)	0,00553	**0,07434**	0,05422	0,88532
378	AR(1)	0,00555	0,07449	0,05414	0,88376
504	AR(1)	0,00554	0,07440	0,05411	0,88312

4.2. Resultados de RNA

En esta sección, se muestran las siguientes cuatro tablas que resumirán las mejores configuraciones de RNA de cada ventana móvil asociada. Cabe destacar que la elección de las mejores configuraciones que aparecen en estas tablas fue por la métrica de error RMSE al igual que en los modelos autorregresivos. El resultado en negrita, indica el menor RMSE presente en las tablas, indicando el mejor modelo para la acción utilizando redes con propagación hacia atrás. Análogamente con la sección anterior, se disponen los resultados de todas las ventanas móviles de todas las configuraciones de cada acción en la sección de anexos (A.5).

Tabla 4.5: Tabla Resumen de Resultados de RNA para BCI

Ventana	Data-Capas-Neuronas	MSE	RMSE	MAE	MAPE
66	3-3-5	176.735,2927	420,399	312,213	1,054
126	2-3-5	162.154,8898	402,685	295,936	1,000
189	1-2-5	150.649,7691	388,136	288,049	0,971
252	1-1-5	150.579,4120	**388,046**	283,984	0,957

Tabla 4.6: Tabla Resumen de Resultados de RNA para CHI

Ventana	Data-Capas-Neuronas	MSE	RMSE	MAE	MAPE
66	3-3-5	0,44046	0,66367	0,48976	0,67849
126	2-3-5	0,40479	0,63623	0,46704	0,64615
189	3-1-10	0,38540	0,62080	0,45692	0,63394
252	3-2-5	0,38348	**0,61926**	0,45054	0,62402

Tabla 4.7: Tabla Resumen de Resultados de RNA para SAN

Ventana	Data-Capas-Neuronas	MSE	RMSE	MAE	MAPE
66	3-3-5	0,17330	0,41629	0,32180	0,95268
126	2-2-5	0,15359	0,39191	0,30555	0,90398
189	2-2-5	0,15156	0,38931	0,29983	0,88662
252	1-2-10	0,14807	**0,38479**	0,29562	0,87374

Tabla 4.8: Tabla Resumen de Resultados de RNA para ITAUC

Ventana	Data-Capas-Neuronas	MSE	RMSE	MAE	MAPE
66	2-3-15	0,00650	0,08064	0,06358	1,03814
126	2-2-5	0,00604	0,07774	0,05794	0,94729
189	3-2-5	0,00552	**0,07431**	0,05445	0,88924
252	1-1-5	0,00588	0,07665	0,05670	0,92717

4.2.1. Extrapolación de resultados de RNA

Las extrapolaciones descritas en la metodología se expondrán en las siguientes tablas, variando las ventanas móviles, número de inputs a la red, número de capas y neuronas ocultas.

Tabla 4.9: Tabla de Primera Extrapolación de Resultados para acción BCI

Ventana	Data-Capas-Neuronas	MSE	RMSE	MAE	MAPE
378	1-3-5	141.754,9753	376,504	275,176	0,927
504	2-3-5	137.303,4423	**370,545**	271,090	0,915

Tabla 4.10: Tabla de Segunda Extrapolación de Resultados para acción BCI

Ventana	Data-Capas-Neuronas	MSE	RMSE	MAE	MAPE
504	1-4-5	143.089,8585	**378,272**	278,334	0,936
504	2-4-5	144.831,9591	380,568	275,960	0,927

Tabla 4.11: Tabla de Primera Extrapolación de Resultados para acción CHI

Ventana	Data-Capas-Neuronas	MSE	RMSE	MAE	MAPE
378	2-3-10	0,36645	**0,60535**	0,44555	0,61791
504	2-3-10	0,36714	0,60592	0,44279	0,61367

Tabla 4.12: Tabla de Segunda Extrapolación de Resultados para acción CHI

Ventana	Data-Capas-Neuronas	MSE	RMSE	MAE	MAPE
378	2-4-5	0,37438	**0,61186**	0,44699	0,61889
378	2-4-10	0,37704	0,61404	0,45498	0,63115
378	3-4-5	0,39007	0,62456	0,45304	0,62825
378	3-4-10	0,39365	0,62742	0,46232	0,64066

Tabla 4.13: Tabla de Primera Extrapolación de Resultados para acción SAN

Ventana	Data-Capas-Neuronas	MSE	RMSE	MAE	MAPE
378	3-3-5	0,14709	0,38353	0,29457	0,87093
504	1-3-10	0,14652	**0,38278**	0,29207	0,86506

Tabla 4.14: Tabla de Segunda Extrapolación de Resultados para acción SAN

Ventana	Data-Capas-Neuronas	MSE	RMSE	MAE	MAPE
504	1-4-5	0,14742	0,38395	0,29637	0,87774
504	1-4-10	0,15321	0,39142	0,29800	0,88307
504	2-4-5	0,15015	0,38750	0,29681	0,87993
504	2-4-10	0,14830	0,38510	0,29592	0,87595
504	3-4-5	0,14612	**0,38225**	0,29296	0,86648
504	3-4-10	0,15103	0,38862	0,30024	0,88801

Tabla 4.15: Tabla de Primera Extrapolación de Resultados para acción ITAUC

Ventana	Data-Capas-Neuronas	MSE	RMSE	MAE	MAPE
189	4-2-5	0,00579	**0,07610**	0,05648	0,92111
189	5-2-5	0,00617	0,07853	0,05764	0,94103

4.3. Resultados de RNA Híbrida

En la presente sección, se detallarán los mejores modelos híbridos según el indicador RMSE. La disponibilidad de todos los resultados totales se encuentran en la sección de

anexos(A.21).

Tabla 4.16: Tabla Resumen de Resultados de RNA Híbridas

Acción	Ventana	Data-Capas-Neuronas	MSE	RMSE	MAE	MAPE
BCI	504	1-3-5	134827,36076	367,18845	269,58696	0,91009
CHI	378	3-3-5	0,36491	0,60408	0,44505	0,61679
SAN	504	2-1-10	0,14848	0,38533	0,29487	0,87387
ITAUC	189	3-3-5	0,00580	0,07617	0,05619	0,91909

4.4. Comparación de Resultados

En esta última sección, se dispondrán los mejores resultados de las tres métodos propuestos para cada acción, resaltando el mejor en cuanto a la predicción un paso hacia adelante.

Tabla 4.17: Tabla Comparativa para la acción BCI

Método	Ventana	Modelo	MSE	RMSE	MAE	MAPE
AR	**378**	**AR(5)**	**128634,12154**	**358,65599**	**262,76927**	**0,88634**
RNA	504	2-3-5	137303,44234	370,54479	271,09005	0,91473
RNA Híbrida	504	1-3-5	134827,36076	367,18845	269,58696	0,91009

Tabla 4.18: Tabla Comparativa para la acción CHI

Método	Ventana	Modelo	MSE	RMSE	MAE	MAPE
AR	**504**	**AR(5)**	**0,35349**	**0,59455**	**0,43795**	**0,60679**
RNA	378	2-3-10	0,36645	0,60535	0,44555	0,61791
RNA Híbrida	378	3-3-5	0,36491	0,60408	0,44505	0,61679

Tabla 4.19: Tabla Comparativa para la acción SAN

Método	Ventana	Modelo	MSE	RMSE	MAE	MAPE
AR	**378**	**AR(1)**	**0,14116**	**0,37571**	**0,29091**	**0,85979**
RNA	504	3-4-5	0,14612	0,38225	0,29296	0,86648
RNA Híbrida	504	2-1-10	0,14848	0,38533	0,29487	0,87387

Tabla 4.20: Tabla Comparativa para la acción ITAUC

Método	Ventana	Modelo	MSE	RMSE	MAE	MAPE
AR	252	AR(1)	0,00553	0,07434	0,05422	0,88532
RNA	**189**	**3-2-5**	**0,00552**	**0,07431**	**0,05445**	**0,88924**
RNA Híbrida	189	3-3-5	0,00580	0,07617	0,05619	0,91909

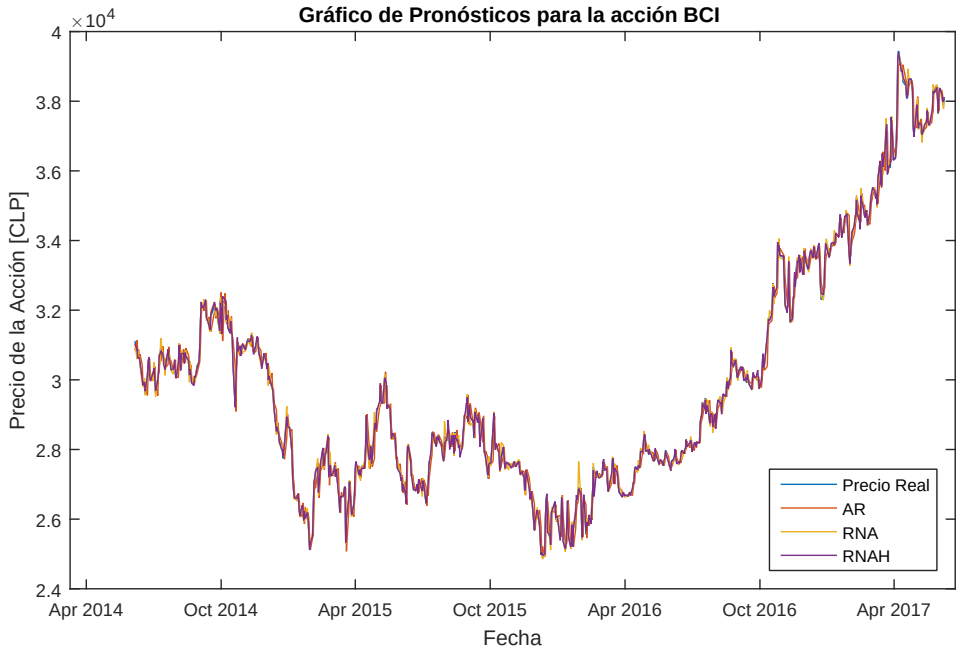

Figura 4.1: Gráfico de Pronósticos de la acción BCI.
(Fuente: Elaboración Propia.)

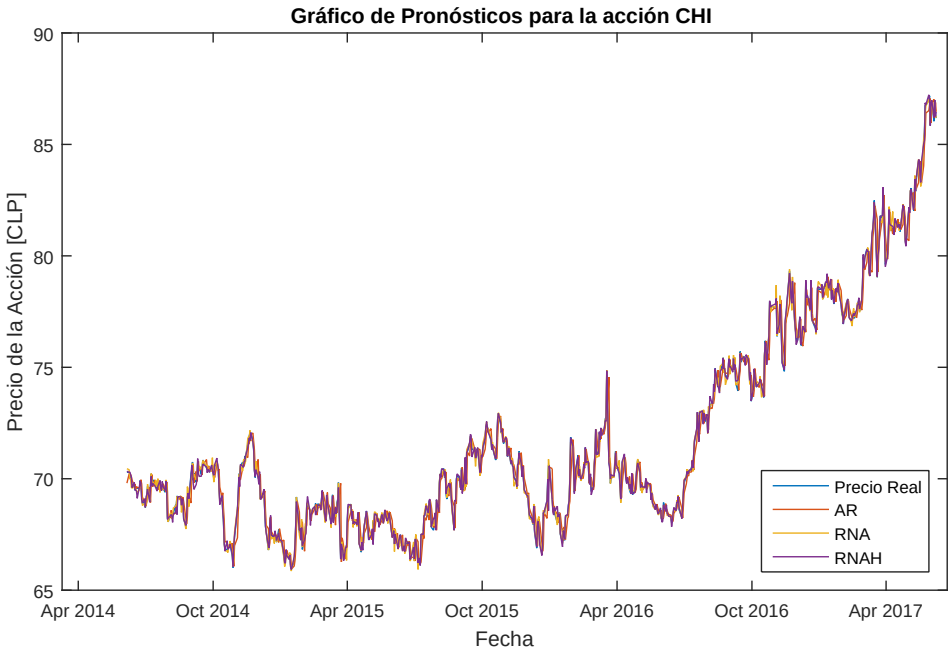

Figura 4.2: Gráfico de Pronósticos de la acción CHI.
(Fuente: Elaboración Propia.)

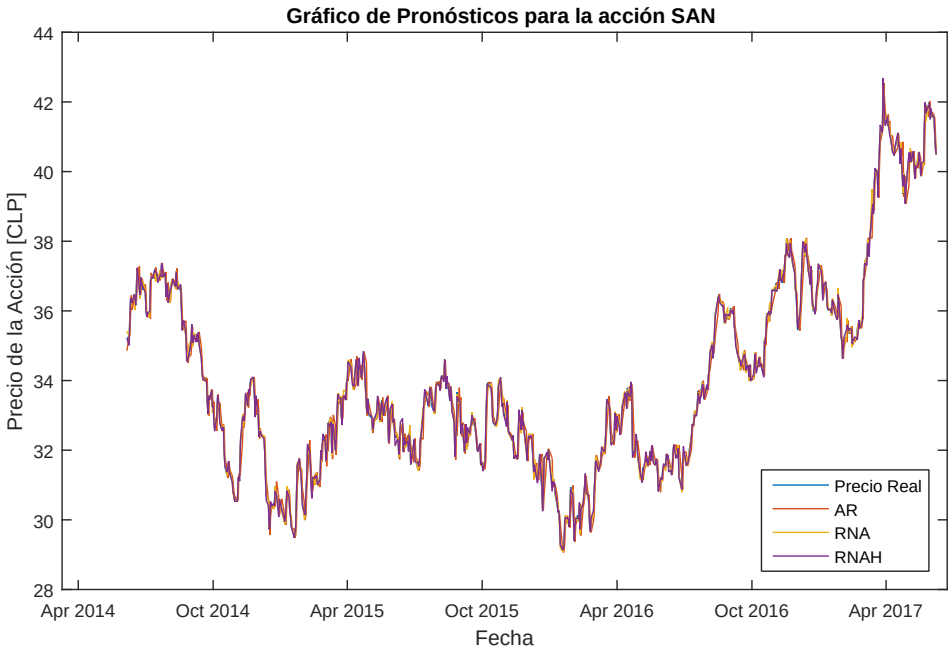

Figura 4.3: Gráfico de Pronósticos de la acción SAN.
(Fuente: Elaboración Propia.)

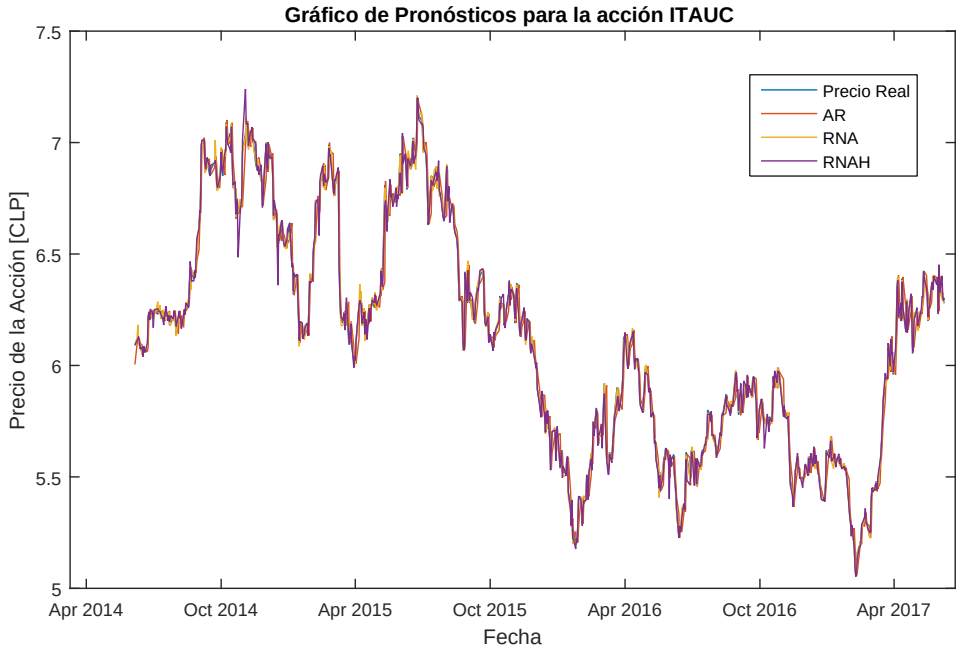

Figura 4.4: Gráfico de Pronósticos de la acción ITAUC.
(Fuente: Elaboración Propia.)

5 | Análisis de Resultados

En esta sección, se realizará un análisis exhaustivo de los resultados de la sección anterior.

En primer lugar, se puede apreciar que en los modelos autorregresivos de todas las acciones, con respecto a los mejores modelos por ventana móvil, no superan el orden de 5 rezagos (4.1). En general, se muestra una tendencia decreciente del RMSE a medida que aumenta el tamañano de la ventana móvil, por lo tanto, mientras mayor sea la cantidad de datos para estimar los parámetros del modelo, mayor será su capacidad predictiva (al menos para este estudio). Para las acciones BCI y CHI, los modelos AR varían de orden de rezago entre 3, 4 y 5, siendo este último orden el que mejor se ajusta a los datos en cuanto a pronóstico un paso hacia adelante. Por otra parte, las acciones SAN e ITAUC sólo muestra modelos autorregresivos de primer orden como los mejores modelos de todas las sensibilizaciones de ventana deslizante. Para finalizar, los tres primeros indicadores de desempeño (MSE, RMSE y MAE) de BCI son excesivamente grandes en comparación a las otras acciones, esto se debe principalmente a que el número que se desea pronosticar es mucho mayor que las otras acciones. Sin embargo, cuando se analiza el tamaño del error absoluto porcentual (MAPE) se puede visualizar que es muy pequeño, similar a los MAPE de las otras acciones.

En segundo lugar, los resultados de las RNA con propagación hacia atrás comparte el mismo comportamiento que los modelos AR en lo que se refiera a la relación del tamaño de la ventana móvil y el RMSE de sus pronósticos (inversamente proporcional). Una de las posibles causales de este fenómeno es el aumento del set de entrenamiento, el cual, al ser aumentado, ve incrementada su capacidad de generalización (Basheer y Hajmeer,

2000). Además, resalta la gran cantidad de modelos con cinco neuronas ocultas en sus configuraciones, lo que llevaría a pensar que la serie se comporta de manera lineal (Basheer y Hajmeer, 2000). En la mayoría de las acciones, el mejor pronóstico surge en la ventana móvil 252 (a excepción de ITAUC), por lo que se extrapoló a un ventana móvil de tamaño 378 para las acciones que quedasen en la frontera. Los resultados de la extrapolación resultaron favorables para la red neuronal, disminuyendo el indicador RMSE, por lo tanto, se extrapoló una vez más el tamaño de la ventana móvil a 504, el límite establecido para los modelos AR. Para BCI, se incrementó el número de capas ocultas a cuatro, manteniendo un número de neuronas ocultas constante (5 neuronas) y variando la data entrante entre Data 1 y Data 2. Los resultados de la segunda extrapolación no superan a los de la primera. Para CHI, la extrapolación de 504 no disminuyó el RMSE de la ventana de 378, por ende, se sensibilizó con respecto a esta última. El número de entradas varió entre Data 2 y Data 3, con cuatro capas ocultas y varíando entre 5 y 10 nodos ocultos por capa. La segunda extrapolación no tuvo éxito, debido a que no se pudo conseguir un resultado mejor que los modelos anteriores. Para SAN, se repite el mismo procedimiento, teniendo como ventana móvil óptima 504, sensibilizando las capas de la red a 4 capas ocultas. La segunda extrapolación obtuvo resultados favorables respecto a las anteriores, quedando como configuración ganadora la que poseía Data 3, cuatro capas ocultas y 5 neuronas, con una ventana móvil de 504. Finalmente, para la acción ITAUC, el mínimo RMSE no queda en una frontera de ventana móvil, por lo que se procede a extender el número de entradas a la red, creando dos variables adicionales (Data 4 y Data 5), las cuales poseen un mayor número de rezagos (20 y 25 respectivamente) de la rentabilidad logarítmica de la acción. El resultado de dicha extrapolación no tiene resultados favorables.

En los modelos híbridos, existe una tendencia a las 3 capas ocultas, al igual que a las 5 neuronas por cada capa, salvo la acción SAN. Estos modelos sólo logran mejorar los pronósticos para la acción BCI y CHI, en lo que respecta a su comparación con el modelo planteado en RNA, pero ninguno es capaz de competir con su modelo AR.

Finalmente, en la comparación de resultados se demuestra la supremacía de los modelos

autorregresivos por sobre las RNA, opuesto a lo estipulado en los trabajos relacionados del marco teórico(2.5). La única acción en que la red nueronal (no híbrida) que supera a los modelos de series de tiempo es ITAUC, cuya mejora es de un 0,05 %, pero incluso comparando los otros indicadores de desempeño (MAE y MAPE), esta no logra superar en todos los ámbitos al mmodelo AR.

6 | Conclusiones y Recomendaciones

El análisis técnico ha sido ampliamente utilizado en la literatura para la predicción del mercado bursátil, desde los modelos de series de tiempo (suavizamiento exponencial, medias móviles, modelos autorregresivos, entre otros) hasta las técnicas de inteligencia artificial (redes neuronales, máquina de soporte de vectores, regresión de soporte de vectores, sistemas de lógica difusa, entre otros). Este mismo análisis se aplicó a los modelos envueltos en este estudio, pudiendo evidenciar su buena capacidad de pronóstico a un paso hacia adelante mediante un análisis de ventana corrediza para series temporales.

Las variables involucradas en el estudio fueron el precio diario de las acciones de cuatro bancos chilenos con el mayor peso sobre el índice bursátil BANCA, el cual es provisto por la Bolsa de Comercio de Santiago. El horizonte de la data estudiada va desde 23 de junio del año 2009 hasta el 9 de junio del 2017, estableciendo un total de 1991 observaciones. Además, los datos fueron recolectados de dos fuentes distintas: Bolsa de Comercio de Santiago y la página Web Investing.com.

Se analizaron distintos modelos AR, diferentes topologías de RNA con propagación hacia atrás (con distintos tamaños de set de entrenamientos) y modelos híbridos que combinen las dos metodologías anteriores. Una de las premisas de este estudio, es que los dos ultimos métodos utilizados, son modelos no lineales que superan a los modelos lineales convencionales. Se realizó un análisis de Ventanas Móviles de distintos tamaños, para poder apreciar la capacidad predictiva de cada uno de los modelos utilizados a lo largo del tiempo.

En el presente estudio y sus resultados, se pudo concluir que:

- Los modelos AR superan en su capacidad predictiva a las RNA en un análisis de ventana móvil con un paso hacia adelante y en un horizonte de pronóstico de tres años. De las cuatro acciones, solamente en la acción ITAUC el modelo AR es vencido por una red neuronal, mejorando su capacidad productiva en un 0.05 % (disminución realtiva en cuanto al RMSE), lo cual no es suficiente para la implicancia computacional que poseen las redes (tiempo de entrenamiento, memoria computacional, uso del procesador del hardware , entre otros). Adicionalmente, los modelos autorregresivos poseen coeficientes cuya interpretación es relevante para el estudio de las relaciones entre el retorno actaul y sus valores pasados. Por el otro lado, no existe interpretación de los pesos sinápticos (interconexiones de nodos ocultos) de la *çaja negra"* presente en las RNA.

- Cabe destacar la capacidad predictiva de todos los modelos finales involucrados en el estudio, ya que todos de los MAPE involucrados son inferiores al 1 %, es decir, el tamaño porcentual abosluto del error es muy bajo.

- El bajo número de neuronas presentes en todos los modelos de RNA puede implicar un comportamiento lineal en el retorno, lo cual no responde a su comportamiento real.

- En general, el tamaño de la ventana móvil es inversamente proporcional a las métricas de desempeño empleadas en el estudio, por lo tanto, a mayor tamaño de ventana móvil mayor será la capacidad predictiva de los modelos. Se debe mencionar que esto ocurre dentro de las ventanas móviles utilizadas, principalmente en los modelos de las acciones BCI y SAN, y que a medida que crece el tamaño de la ventana, va disminuyendo el efecto de reducción del error, es decir, la mejora en cada ventana es cada vez menor.

Como se pudo apreciar, las redes neuronales no pudieron superar a los clásicos modelos AR de la literatura, opuesto a lo que se establecen en una serie de trabajos relacionados en

el marco teórico. Por lo tanto, se realizarán ciertas observaciones y recomendaciones para futuras investigaciones del estudio en cuestión.

- **Entradas de las RNA:** En la presente memoria, sólo se utilizaron entradas que representaban valores pasados de las respuestas esperadas (targets) de la red. Esto sólo llevaba a un análisis técnico para abordar el estudio de las acciones de los bancos. Por ende, una recomendación importante es añadir más variables al estudio, tanto técnicas como fundamentales. Algunas de ellas son: el IPSA, el índice BANCA, el Tipo de Cambio, el precio máximo y mínimo de la acción, la tasa de interés, la tasa de inflación.

- **Tipo de Red Neuronal:** Existen diversos tipos de redes neruonales que podrían predecir de mejor manera que el ampliamente conocido Multicapa con Propagación hacia atrás. Dentro de estos podemos encontrar las redes recurrentes como las de Jordan y Elman, o algunas alimentadas hacia adelante como las Redes Neuronales Cascada, las cuales introducen los inputs no sólo a la primera capa, sino también a las siguientes.

- **h-pasos hacia adelante:** En este trabajo, se realizó un análisis de ventana móvil con un paso hacia adelante, lo que es muy efectivo para los modelos autorregresivos, debido a que la varianza es mínima, pero a medida que se aumenten los pasos, aumentará la varianza del pronóstico. Es interesante ver lo que sucedería si se pronostica a 5 y 10 pasos hacia adelante en los modelos planteados.

- **Sensibilización de parámetros de la RNA:** En el diseño del sistema, se escogieron parámetros para la red neuronal en base a la experiencia de alumnos de la UTFSM y, a su vez, en base a los expuesto en los libros y artículos expuestos en esta memoria. Una vez escogidos, no se modificaron, ya que entrar a sensibilizar dichos parámetros de la red requiere un estudio más profundo, incluso pudiendo llegar a ser otro estudio completamente válido. Por esta razón, se recomienda tratar con distintos parámetros a los de esta red, porque existe la posibilidad de que la función de pérdida pudiese estar atrapada en un mínimo local.

Bibliografía

Adebiyi, Ayodele Ariyo; Adewumi, Aderemi Oluyinka; y Ayo, Charles Korede (2014). Comparison of arima and artificial neural networks models for stock price prediction. *Journal of Applied Mathematics*, 2014. 2.5

Ariyo, Adebiyi A; Adewumi, Adewumi O; y Ayo, Charles K (2014). Stock price prediction using the arima model. In *Computer Modelling and Simulation (UKSim), 2014 UKSim-AMSS 16th International Conference on* (pp. 106–112).: IEEE. 2.5

Arouri, Mohamed El Hedi; Lahiani, Amine; Lévy, Aldo; y Nguyen, Duc Khuong (2012). Forecasting the conditional volatility of oil spot and futures prices with structural breaks and long memory models. *Energy Economics*, 34(1), 283–293. 2.5

Basheer, IA y Hajmeer, M (2000). Artificial neural networks: fundamentals, computing, design, and application. *Journal of microbiological methods*, 43(1), 3–31. 2.4.2.7, 3.3, 3.17, 5

Bishop, Christopher M (1995). *Neural networks for pattern recognition*. Oxford university press. 2.4.2.8, 2.14, 2.4.2.10

Bisoi, Ranjeeta y Dash, Pradipta K (2014). A hybrid evolutionary dynamic neural network for stock market trend analysis and prediction using unscented kalman filter. *Applied Soft Computing*, 19, 41–56. 1.3

Box, George (2012). Box and jenkins: Time series analysis forecasting and control. *A Very British Affair: Six Britons and the Development of Time Series Analysis during the 20th Century*, (pp. 161). 2.3.2, 2.3.2.2

CARPINTERO, ALVARO TREJOS; SALAZAR, SEBASTIÁN NIETO; y OLAYA, PATRICIA A CARVAJAL (2003). Modelo de predicción del precio de la accion ordinaria cementos argos. *Scientia et technica*, 3(23). 2.5

Chang, Pei-Chann y Liu, Chen-Hao (2008). A tsk type fuzzy rule based system for stock price prediction. *Expert Systems with applications*, 34(1), 135–144. 1.2

Che, Jinxing y Wang, Jianzhou (2010). Short-term electricity prices forecasting based on support vector regression and auto-regressive integrated moving average modeling. *Energy Conversion and Management*, 51(10), 1911–1917. 2.5

Cho, Soojin y Shin, Dong Wan (2016). An integrated heteroscedastic autoregressive model for forecasting realized volatilities. *Journal of the Korean Statistical Society*, 45(3), 371–380. 2.5

Cooper, S Barry y Van Leeuwen, Jan (2013). *Alan Turing: His work and impact*. Elsevier. 2.4.1

De Faria, EL; Albuquerque, Marcelo P; Gonzalez, JL; Cavalcante, JTP; y Albuquerque, Marcio P (2009). Predicting the brazilian stock market through neural networks and adaptive exponential smoothing methods. *Expert Systems with Applications*, 36(10), 12506–12509. 2.5

Demuth, Howard; Beale, Mark; y Hagan, Martin (2008). Neural network toolbox™ 6. *User's guide*, (pp. 37–55). 2.7, 2.8, 2.9, 2.10, 2.4.2.10

Falinouss, Pegah (2007). Stock trend prediction using news articles: a text mining approach. Master's thesis, Luleå University of Technology. 1.2, 2.1.1

Fama, Eugene F (1991). Efficient capital markets: Ii. *The journal of finance*, 46(5), 1575–1617. 2.1.1

Fausett, Laurene y Fausett, Laurene (1994). *Fundamentals of neural networks: architectures, algorithms, and applications*. Número 006.3. Prentice-Hall,. 2.4.2.1

García Luna, Rafael; Parody Camargo, Edder; y Charris Fontanilla, Arturo (2016). Modelo log-normal para predicción del precio de las acciones del sector bancario. 2.5

Guresen, Erkam; Kayakutlu, Gulgun; y Daim, Tugrul U (2011). Using artificial neural network models in stock market index prediction. *Expert Systems with Applications*, 38(8), 10389–10397. 2.5

Hassoun, Mohamad H (1995). *Fundamentals of artificial neural networks*. MIT press. 2.4.2.4, 2.4.2.4, 2.4.2.4, 2.4.2.8

Haykin, Simon S (2001). *Neural networks: a comprehensive foundation*. Tsinghua University Press. 2.4.2.1

Haykin, Simon S; Haykin, Simon S; Haykin, Simon S; y Haykin, Simon S (2009). *Neural networks and learning machines*, volume 3. Pearson Upper Saddle River, NJ, USA:. 2.2, 2.4.2.4, 2.4, 2.5, 2.6, 2.4.2.6, 2.11, 2.12, 2.13, 2.15, 2.16

Hebb, Donald Olding (2005). *The organization of behavior: A neuropsychological theory*. Psychology Press. 2.4.1

Hellstrom, T y Holmstrom, K (1998). Predicting the stock market. *Unpublished Thesis, Malardalen University, Department of Mathematics and Physics, Vasteras, Sweden*. 2.2.1

Hikichi, Suzana E; Salgado, Eduardo G; y Beijo, Luiz A (2017). Forecasting number of iso 14001 certifications in the americas using arima models. *Journal of Cleaner Production*, 147, 242–253. 2.5

Hopfield, John J (1982). Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. *Proceedings of the national academy of sciences*, 79(8), 2554–2558. 2.4.1

Hsieh, Ling-Feng; Hsieh, Su-Chen; y Tai, Pei-Hao (2011). Enhanced stock price variation prediction via doe and bpnn-based optimization. *Expert Systems with Applications*, 38(11), 14178–14184. 2.5

Hyndman, Rob J y Athanasopoulos, George (2014). *Forecasting: principles and practice*. OTexts. 2.3.2.1, 2.3.2.3, 2.3.4.1, 3.2.2

Jayalakshmi, T y Santhakumaran, A (2011). Statistical normalization and back propagation for classification. *International Journal of Computer Theory and Engineering*, 3(1), 89. 2.4.2.8, 2.4.2.8

Kara, Yakup; Boyacioglu, Melek Acar; y Baykan, Ömer Kaan (2011). Predicting direction of stock price index movement using artificial neural networks and support vector machines: The sample of the istanbul stock exchange. *Expert systems with Applications*, 38(5), 5311–5319. 2.5

Karpathy, Andrej (2016). Cs231n: Convolutional neural networks for visual recognition. *Neural networks*, 1. 2.3

Khan, Zabir Haider; Alin, Tasnim Sharmin; y Hussain, Md Akter (2011). Price prediction of share market using artificial neural network (ann). *International Journal of Computer Applications*, 22(2), 42–47. 2.5

Kim, Youngmin y Enke, David (2016). Using neural networks to forecast volatility for an asset allocation strategy based on the target volatility. *Procedia Computer Science*, 95, 281–286. 2.5

Kingdon, J y Feldman*, K (1995). Genetic algorithms and applications to finance. *Applied Mathematical Finance*, 2(2), 89–116. 2.5

Kriesel, David (2009). A brief introduction to neural networks. 2007. *Url: http://www. dkriesel. com*. 2.1

Laboissiere, Leonel A; Fernandes, Ricardo AS; y Lage, Guilherme G (2015). Maximum and minimum stock price forecasting of brazilian power distribution companies based on artificial neural networks. *Applied Soft Computing*, 35, 66–74. 1.3, 2.4.2.3

LeSage, James P (2001). Econometrics toolbox. *Matlab software*. 3.1, 3.2

Lütkepohl, Helmut y Krätzig, Markus (2004). *Applied time series econometrics*. Cambridge university press. 1.3, 2.3.2.1, 2.3.2.5, 2.3.3.1, 2.3.4.4

Malkiel, Burton Gordon (1999). *A random walk down Wall Street: including a life-cycle guide to personal investing*. WW Norton & Company. 2.1

Malkiel, Burton G y Fama, Eugene F (1970). Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *The journal of Finance*, 25(2), 383–417. 2.1.1

Matich, Damián Jorge (2001). Redes neuronales: Conceptos básicos y aplicaciones. *Cátedra de Informática Aplicada a la Ingeniería de Procesos–Orientación I*. 2.4.1

Meyler, Aidan; Kenny, Geoff; y Quinn, Terry (1998). Forecasting irish inflation using arima models. 2.5

Ortiz, María; Ukar, Olatz; Azevedo, Filipe; y Múgica, Arantza (2016). Price forecasting and validation in the spanish electricity market using forecasts as input data. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 77, 123–127. 2.5

Patel, Jigar; Shah, Sahil; Thakkar, Priyank; y Kotecha, K (2015). Predicting stock market index using fusion of machine learning techniques. *Expert Systems with Applications*, 42(4), 2162–2172. 2.5

Pishro-Nik, Hossein (2016). Introduction to probability, statistics, and random processes. 2.3.2.1

Pring, Martin J (2002). *Technical analysis explained: The successful investor's guide to spotting investment trends and turning points*. McGraw-Hill Professional. 2.2.1

Ramos, Patrícia; Santos, Nicolau; y Rebelo, Rui (2015). Performance of state space and arima models for consumer retail sales forecasting. *Robotics and computer-integrated manufacturing*, 34, 151–163. 2.5

Rounaghi, Mohammad Mahdi y Zadeh, Farzaneh Nassir (2016). Investigation of market efficiency and financial stability between s&p 500 and london stock exchange: Monthly and yearly forecasting of time series stock returns using arma model. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 456, 10–21. 2.5

Rumelhart, David E; Hinton, Geoffrey E; Williams, Ronald J; et al. (1988). Learning representations by back-propagating errors. *Cognitive modeling*, 5(3), 1. 2.4.1

Safi, Samir (2016). A comparison of artificial neural network and time series models for forecasting gdp in palestine. *American Journal of Theoretical and Applied Statistics*, 5(2), 58–63. 2.5

Sharma, Prateek et al. (2016). Forecasting stock market volatility using realized garch model: International evidence. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 59, 222–230. 2.5

Shreve, Steven E (2004). *Stochastic calculus for finance II: Continuous-time models*, volume 11. Springer Science & Business Media. 2.3.1

Soni, Sneha (2011). Applications of anns in stock market prediction: a survey. *International Journal of Computer Science & Engineering Technology*, 2(3), 71–83. 2.1, 2.1.2

Steele, J Michael (2012). *Stochastic calculus and financial applications*, volume 45. Springer Science & Business Media. 2.3.1

Thomsett, Michael C (1998). *Mastering fundamental analysis*. Dearborn Finanical Pub. 2.2.2

Tsay, Ruey S (2005). *Analysis of financial time series*, volume 543. John Wiley & Sons. 2.3.2.3, 2.3.2.3, 2.3.3.1, 2.3.4.1, 2.3.4.2

Tu, Jack V (1996). Advantages and disadvantages of using artificial neural networks versus logistic regression for predicting medical outcomes. *Journal of clinical epidemiology*, 49(11), 1225–1231. 2.4.2.2

Villada, Fernando; Arroyave, Daniel; y Villada, Melissa (2014). Pronóstico del precio del petróleo mediante redes neuronales artificiales. *Información tecnológica*, 25(3), 145–154. 2.5

Villada, Fernando; Muñoz, Nicolás; y García, Edwin (2012). Aplicación de las redes neuronales al pronóstico de precios en el mercado de valores. *Información tecnológica*, 23(4), 11–20. 2.5

Wang, Jie y Wang, Jun (2016). Forecasting energy market indices with recurrent neural networks: Case study of crude oil price fluctuations. *Energy*, 102, 365–374. 2.5

Wang, Ju-Jie; Wang, Jian-Zhou; Zhang, Zhe-George; y Guo, Shu-Po (2012). Stock index forecasting based on a hybrid model. *Omega*, 40(6), 758–766. 2.5

Wang, Jian-Zhou; Wang, Ju-Jie; Zhang, Zhe-George; y Guo, Shu-Po (2011). Forecasting stock indices with back propagation neural network. *Expert Systems with Applications*, 38(11), 14346–14355. 2.5

Werbos, Paul John (1974). Beyond regression: New tools for prediction and analysis in the behavioral sciences. *Doctoral Dissertation, Applied Mathematics, Harvard University, MA*. 2.4.1

Werbos, Paul J (1982). Applications of advances in nonlinear sensitivity analysis. In *System modeling and optimization* (pp. 762–770). Springer. 2.4.1

Wong, Francis S. (1991). Time series forecasting using backpropagation neural networks. *Neurocomputing*, 2(4), 147–159. 2.5

Yang, Qiang y Wu, Xindong (2006). 10 challenging problems in data mining research. *International Journal of Information Technology & Decision Making*, 5(04), 597–604. 1.2

Zhang, Defu; Jiang, Qingshan; y Li, Xin (2004). Application of neural networks in financial data mining. *International Journal of Computational Intelligence*, 1(2), 116–119. 2.5

Zhang, G Peter (2003). Time series forecasting using a hybrid arima and neural network model. *Neurocomputing*, 50, 159–175. 2.5

Zhang, G Peter (2004). *Neural networks in business forecasting*. IGI Global. 1.2

Zivot, Eric y Wang, Jiahui (2007). *Modeling financial time series with S-Plus®*, volume 191. Springer Science & Business Media. 3.1

Zurada, Jacek M (1992). *Introduction to artificial neural systems*, volume 8. West St. Paul. 2.4.2.1

A | ANEXOS

Date: 07/21/17 Time: 05:16
Sample: 1 1991
Included observations: 1991

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.995	0.995	1972.3	0.000
		2	0.989	-0.009	3923.7	0.000
		3	0.984	0.015	5855.1	0.000
		4	0.979	0.033	7768.0	0.000
		5	0.974	0.030	9664.1	0.000
		6	0.969	-0.014	11543.	0.000
		7	0.965	0.008	13405.	0.000
		8	0.960	0.023	15250.	0.000
		9	0.956	-0.048	17078.	0.000
		10	0.951	-0.012	18888.	0.000
		11	0.946	0.006	20680.	0.000
		12	0.941	-0.004	22455.	0.000
		13	0.936	0.026	24213.	0.000
		14	0.932	0.009	25956.	0.000
		15	0.928	0.020	27683.	0.000
		16	0.923	-0.005	29396.	0.000
		17	0.919	-0.004	31094.	0.000
		18	0.915	-0.006	32776.	0.000
		19	0.910	-0.024	34442.	0.000
		20	0.905	-0.004	36092.	0.000
		21	0.901	0.009	37727.	0.000
		22	0.896	-0.002	39346.	0.000
		23	0.892	0.012	40951.	0.000
		24	0.888	0.015	42542.	0.000
		25	0.884	0.006	44119.	0.000
		26	0.880	0.017	45683.	0.000
		27	0.876	0.010	47235.	0.000
		28	0.873	0.018	48774.	0.000
		29	0.869	0.014	50303.	0.000
		30	0.866	0.003	51820.	0.000
		31	0.862	-0.031	53325.	0.000
		32	0.859	0.004	54818.	0.000
		33	0.855	-0.000	56299.	0.000
		34	0.851	-0.010	57768.	0.000
		35	0.847	-0.009	59224.	0.000
		36	0.844	-0.006	60668.	0.000

Figura A.1: Correlograma del Precio de CHI.
(Fuente: Elaboración Propia.)

Null Hypothesis: CHI has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 4 (Automatic - based on SIC, maxlag=25)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-1.984984	0.2937
Test critical values:	1% level	-3.433443	
	5% level	-2.862793	
	10% level	-2.567483	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(CHI)
Method: Least Squares
Date: 07/21/17 Time: 05:18
Sample (adjusted): 6 1991
Included observations: 1986 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
CHI(-1)	-0.003113	0.001568	-1.984984	0.0473
D(CHI(-1))	-0.007013	0.022408	-0.312952	0.7543
D(CHI(-2))	-0.044577	0.022287	-2.000126	0.0456
D(CHI(-3))	-0.102459	0.022292	-4.596295	0.0000
D(CHI(-4))	-0.065528	0.022417	-2.923146	0.0035
C	0.231621	0.102197	2.266410	0.0235

R-squared	0.018830	Mean dependent var	0.025564
Adjusted R-squared	0.016352	S.D. dependent var	0.719109
S.E. of regression	0.713205	Akaike info criterion	2.164921
Sum squared resid	1007.150	Schwarz criterion	2.181821
Log likelihood	-2143.767	Hannan-Quinn criter.	2.171129
F-statistic	7.599824	Durbin-Watson stat	2.001958
Prob(F-statistic)	0.000000		

Figura A.2: Test ADF para el Precio de CHI.
(Fuente: Elaboración Propia.)

Date: 07/21/17 Time: 05:20
Sample: 1 1991
Included observations: 1991

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.995	0.995	1973.5	0.000
		2	0.990	-0.016	3927.0	0.000
		3	0.984	0.013	5861.3	0.000
		4	0.980	0.028	7777.7	0.000
		5	0.975	0.015	9676.9	0.000
		6	0.970	-0.017	11559.	0.000
		7	0.965	-0.001	13423.	0.000
		8	0.961	0.020	15270.	0.000
		9	0.956	-0.035	17099.	0.000
		10	0.951	-0.024	18910.	0.000
		11	0.946	0.001	20703.	0.000
		12	0.941	-0.005	22477.	0.000
		13	0.936	0.031	24234.	0.000
		14	0.931	0.011	25975.	0.000
		15	0.927	0.013	27700.	0.000
		16	0.922	-0.006	29410.	0.000
		17	0.918	-0.004	31103.	0.000
		18	0.913	0.000	32781.	0.000
		19	0.909	-0.030	34442.	0.000
		20	0.904	-0.004	36086.	0.000
		21	0.899	-0.002	37714.	0.000
		22	0.894	-0.001	39325.	0.000
		23	0.889	0.004	40920.	0.000
		24	0.885	0.026	42501.	0.000
		25	0.881	0.016	44067.	0.000
		26	0.877	0.020	45620.	0.000
		27	0.873	0.002	47159.	0.000
		28	0.869	0.033	48686.	0.000
		29	0.866	0.008	50202.	0.000
		30	0.862	0.000	51706.	0.000
		31	0.858	-0.025	53197.	0.000
		32	0.855	0.005	54677.	0.000
		33	0.851	-0.007	56144.	0.000
		34	0.847	-0.018	57598.	0.000
		35	0.843	-0.005	59040.	0.000
		36	0.839	-0.003	60469.	0.000

Figura A.3: Correlograma del logaritmo del Precio de CHI.
(Fuente: Elaboración Propia.)

Null Hypothesis: LCHI has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 3 (Automatic - based on SIC, maxlag=25)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-2.724284	0.0700
Test critical values:	1% level	-3.433442	
	5% level	-2.862792	
	10% level	-2.567483	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LCHI)
Method: Least Squares
Date: 07/21/17 Time: 05:20
Sample (adjusted): 5 1991
Included observations: 1987 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LCHI(-1)	-0.003892	0.001429	-2.724284	0.0065
D(LCHI(-1))	0.017146	0.022294	0.769098	0.4419
D(LCHI(-2))	-0.037434	0.022282	-1.680018	0.0931
D(LCHI(-3))	-0.104550	0.022296	-4.689197	0.0000
C	0.016651	0.005934	2.806135	0.0051

R-squared	0.016655	Mean dependent var	0.000445
Adjusted R-squared	0.014670	S.D. dependent var	0.011646
S.E. of regression	0.011560	Akaike info criterion	-6.079970
Sum squared resid	0.264875	Schwarz criterion	-6.065892
Log likelihood	6045.450	Hannan-Quinn criter.	-6.074799
F-statistic	8.392126	Durbin-Watson stat	2.011206
Prob(F-statistic)	0.000001		

Figura A.4: Test ADF para el logaritmo del Precio de CHI.
(Fuente: Elaboración Propia.)

Date: 07/21/17 Time: 05:21
Sample: 1 1991
Included observations: 1990

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.020	0.020	0.8150	0.367
		2	-0.039	-0.040	3.9051	0.142
		3	-0.106	-0.105	26.411	0.000
		4	-0.053	-0.051	32.012	0.000
		5	-0.004	-0.010	32.037	0.000
		6	-0.039	-0.054	35.007	0.000
		7	-0.014	-0.025	35.411	0.000
		8	0.057	0.050	41.812	0.000
		9	-0.005	-0.018	41.853	0.000
		10	-0.009	-0.014	42.013	0.000
		11	0.006	0.015	42.096	0.000
		12	-0.016	-0.016	42.585	0.000
		13	-0.001	-0.005	42.587	0.000
		14	-0.040	-0.036	45.773	0.000
		15	0.035	0.036	48.281	0.000
		16	-0.000	-0.011	48.282	0.000
		17	-0.007	-0.012	48.393	0.000
		18	0.043	0.048	52.050	0.000
		19	0.016	0.015	52.593	0.000
		20	-0.029	-0.031	54.298	0.000
		21	-0.022	-0.010	55.282	0.000
		22	-0.004	0.007	55.316	0.000
		23	-0.012	-0.024	55.605	0.000
		24	-0.014	-0.017	55.974	0.000
		25	-0.014	-0.011	56.378	0.000
		26	-0.005	-0.019	56.423	0.000
		27	-0.027	-0.037	57.879	0.000
		28	0.001	-0.001	57.881	0.001
		29	-0.016	-0.021	58.381	0.001
		30	0.033	0.020	60.525	0.001
		31	-0.009	-0.015	60.679	0.001
		32	-0.011	-0.009	60.906	0.002
		33	0.042	0.041	64.507	0.001
		34	0.009	0.004	64.681	0.001
		35	-0.012	-0.009	64.975	0.002
		36	-0.019	-0.009	65.677	0.002

Figura A.5: Correlograma del retorno logarítmico de CHI.
(Fuente: Elaboración Propia.)

Null Hypothesis: D(LCHI) has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 2 (Automatic - based on SIC, maxlag=25)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-29.13008	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.433442	
	5% level	-2.862792	
	10% level	-2.567483	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LCHI,2)
Method: Least Squares
Date: 07/21/17 Time: 05:21
Sample (adjusted): 5 1991
Included observations: 1987 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LCHI(-1))	-1.125695	0.038644	-29.13008	0.0000
D(LCHI(-1),2)	0.142580	0.031239	4.564162	0.0000
D(LCHI(-2),2)	0.104818	0.022332	4.693671	0.0000
C	0.000501	0.000260	1.925337	0.0543

R-squared	0.496335	Mean dependent var	2.55E-06
Adjusted R-squared	0.495573	S.D. dependent var	0.016303
S.E. of regression	0.011579	Akaike info criterion	-6.077239
Sum squared resid	0.265867	Schwarz criterion	-6.065977
Log likelihood	6041.737	Hannan-Quinn criter.	-6.073102
F-statistic	651.3804	Durbin-Watson stat	2.010980
Prob(F-statistic)	0.000000		

Figura A.6: Test ADF para el retorno logarítmico de CHI.
(Fuente: Elaboración Propia.)

Date: 07/21/17 Time: 05:28
Sample: 1 1991
Included observations: 1991

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.991	0.991	1957.4	0.000
		2	0.981	-0.044	3876.8	0.000
		3	0.971	0.017	5759.9	0.000
		4	0.963	0.044	7610.6	0.000
		5	0.954	-0.010	9429.0	0.000
		6	0.946	0.046	11219.	0.000
		7	0.938	-0.011	12980.	0.000
		8	0.930	-0.003	14712.	0.000
		9	0.922	-0.034	16413.	0.000
		10	0.913	-0.016	18084.	0.000
		11	0.905	0.040	19725.	0.000
		12	0.897	-0.009	21340.	0.000
		13	0.890	0.022	22928.	0.000
		14	0.883	0.012	24491.	0.000
		15	0.876	0.033	26032.	0.000
		16	0.869	-0.043	27548.	0.000
		17	0.862	0.017	29041.	0.000
		18	0.855	0.006	30511.	0.000
		19	0.848	0.015	31959.	0.000
		20	0.842	-0.016	33385.	0.000
		21	0.835	-0.007	34789.	0.000
		22	0.828	0.016	36172.	0.000
		23	0.823	0.024	37536.	0.000
		24	0.817	0.022	38883.	0.000
		25	0.812	0.014	40213.	0.000
		26	0.806	-0.024	41526.	0.000
		27	0.800	-0.003	42820.	0.000
		28	0.795	-0.010	44096.	0.000
		29	0.789	0.006	45355.	0.000
		30	0.784	0.028	46597.	0.000
		31	0.778	-0.018	47823.	0.000
		32	0.772	-0.043	49030.	0.000
		33	0.766	-0.002	50218.	0.000
		34	0.759	-0.014	51387.	0.000
		35	0.753	0.007	52537.	0.000
		36	0.747	0.029	53670.	0.000

Figura A.7: Correlograma del Precio de SAN.
(Fuente: Elaboración Propia.)

Null Hypothesis: SAN has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=25)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-3.297021	0.0152
Test critical values:	1% level	-3.433438	
	5% level	-2.862791	
	10% level	-2.567482	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(SAN)
Method: Least Squares
Date: 07/21/17 Time: 05:28
Sample (adjusted): 3 1991
Included observations: 1989 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
SAN(-1)	-0.008468	0.002568	-3.297021	0.0010
D(SAN(-1))	0.062185	0.022360	2.781056	0.0055
C	0.300855	0.089292	3.369348	0.0008

R-squared	0.008905	Mean dependent var	0.009145
Adjusted R-squared	0.007907	S.D. dependent var	0.481991
S.E. of regression	0.480082	Akaike info criterion	1.371786
Sum squared resid	457.7300	Schwarz criterion	1.380225
Log likelihood	-1361.241	Hannan-Quinn criter.	1.374885
F-statistic	8.921865	Durbin-Watson stat	1.997320
Prob(F-statistic)	0.000139		

Figura A.8: Test ADF para el Precio de SAN.
(Fuente: Elaboración Propia.)

Date: 07/21/17 Time: 05:31
Sample: 1 1991
Included observations: 1991

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.990	0.990	1953.3	0.000
		2	0.979	-0.042	3864.5	0.000
		3	0.968	0.020	5735.8	0.000
		4	0.959	0.046	7571.8	0.000
		5	0.950	-0.002	9373.2	0.000
		6	0.941	0.051	11144.	0.000
		7	0.933	-0.012	12885.	0.000
		8	0.925	-0.001	14596.	0.000
		9	0.916	-0.025	16275.	0.000
		10	0.906	-0.019	17921.	0.000
		11	0.898	0.032	19536.	0.000
		12	0.890	-0.006	21123.	0.000
		13	0.882	0.021	22682.	0.000
		14	0.874	0.013	24215.	0.000
		15	0.867	0.032	25726.	0.000
		16	0.860	-0.040	27210.	0.000
		17	0.852	0.020	28670.	0.000
		18	0.845	0.002	30106.	0.000
		19	0.838	0.024	31520.	0.000
		20	0.831	-0.013	32912.	0.000
		21	0.824	-0.016	34281.	0.000
		22	0.818	0.015	35628.	0.000
		23	0.811	0.028	36956.	0.000
		24	0.806	0.020	38266.	0.000
		25	0.800	0.007	39558.	0.000
		26	0.794	-0.023	40832.	0.000
		27	0.788	-0.000	42087.	0.000
		28	0.782	-0.005	43323.	0.000
		29	0.776	0.015	44542.	0.000
		30	0.771	0.016	45744.	0.000
		31	0.765	-0.015	46929.	0.000
		32	0.759	-0.043	48095.	0.000
		33	0.752	0.004	49241.	0.000
		34	0.746	-0.009	50369.	0.000
		35	0.739	0.001	51477.	0.000
		36	0.733	0.036	52569.	0.000

Figura A.9: Correlograma del logaritmo del Precio de SAN.
(Fuente: Elaboración Propia.)

Null Hypothesis: LSAN has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=25)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-3.692368	0.0043
Test critical values:	1% level	-3.433438	
	5% level	-2.862791	
	10% level	-2.567482	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LSAN)
Method: Least Squares
Date: 07/21/17 Time: 05:31
Sample (adjusted): 3 1991
Included observations: 1989 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LSAN(-1)	-0.009518	0.002578	-3.692368	0.0002
D(LSAN(-1))	0.066127	0.022331	2.961264	0.0031
C	0.033918	0.009116	3.720888	0.0002

R-squared	0.010796	Mean dependent var	0.000299
Adjusted R-squared	0.009800	S.D. dependent var	0.013982
S.E. of regression	0.013913	Akaike info criterion	-5.710490
Sum squared resid	0.384429	Schwarz criterion	-5.702051
Log likelihood	5682.083	Hannan-Quinn criter.	-5.707391
F-statistic	10.83724	Durbin-Watson stat	1.996747
Prob(F-statistic)	0.000021		

Figura A.10: Test ADF para el logaritmo del Precio de SAN.
(Fuente: Elaboración Propia.)

Date: 07/21/17 Time: 05:31
Sample: 1 1991
Included observations: 1990

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.063	0.063	7.9814	0.005
		2	-0.021	-0.025	8.8418	0.012
		3	-0.071	-0.068	18.886	0.000
		4	0.002	0.010	18.893	0.001
		5	-0.063	-0.067	26.788	0.000
		6	0.005	0.009	26.833	0.000
		7	0.004	0.001	26.859	0.000
		8	0.035	0.026	29.255	0.000
		9	0.001	-0.001	29.256	0.001
		10	-0.038	-0.042	32.207	0.000
		11	-0.006	0.004	32.279	0.001
		12	-0.027	-0.029	33.717	0.001
		13	-0.011	-0.009	33.940	0.001
		14	-0.005	-0.005	33.988	0.002
		15	0.062	0.054	41.676	0.000
		16	-0.014	-0.023	42.042	0.000
		17	-0.018	-0.017	42.671	0.001
		18	-0.008	0.003	42.808	0.001
		19	0.020	0.015	43.581	0.001
		20	0.009	0.013	43.762	0.002
		21	-0.022	-0.026	44.708	0.002
		22	-0.041	-0.039	48.074	0.001
		23	-0.030	-0.030	49.855	0.001
		24	-0.023	-0.023	50.960	0.001
		25	0.027	0.030	52.406	0.001
		26	0.003	-0.010	52.425	0.002
		27	-0.003	-0.008	52.443	0.002
		28	0.020	0.021	53.225	0.003
		29	-0.025	-0.030	54.498	0.003
		30	0.020	0.028	55.331	0.003
		31	0.045	0.047	59.475	0.002
		32	0.026	0.018	60.862	0.002
		33	-0.002	-0.002	60.869	0.002
		34	-0.013	-0.017	61.189	0.003
		35	-0.034	-0.029	63.597	0.002
		36	-0.020	-0.012	64.417	0.002

Figura A.11: Correlograma del retorno logarítmico de SAN.
(Fuente: Elaboración Propia.)

Null Hypothesis: D(LSAN) has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=25)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-41.83963	0.0000
Test critical values:	1% level	-3.433438	
	5% level	-2.862791	
	10% level	-2.567482	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LSAN,2)
Method: Least Squares
Date: 07/21/17 Time: 05:32
Sample (adjusted): 3 1991
Included observations: 1989 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LSAN(-1))	-0.936716	0.022388	-41.83963	0.0000
C	0.000280	0.000313	0.893553	0.3717

R-squared	0.468369	Mean dependent var	-1.09E-06
Adjusted R-squared	0.468101	S.D. dependent var	0.019137
S.E. of regression	0.013957	Akaike info criterion	-5.704654
Sum squared resid	0.387068	Schwarz criterion	-5.699028
Log likelihood	5675.279	Hannan-Quinn criter.	-5.702588
F-statistic	1750.554	Durbin-Watson stat	1.996573
Prob(F-statistic)	0.000000		

Figura A.12: Test ADF para el retorno logarítmico de SAN.
(Fuente: Elaboración Propia.)

Date: 07/21/17 Time: 05:41
Sample: 1 1991
Included observations: 1991

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.994	0.994	1969.8	0.000
		2	0.988	-0.006	3916.4	0.000
		3	0.982	0.015	5840.8	0.000
		4	0.976	0.014	7744.0	0.000
		5	0.971	0.022	9627.1	0.000
		6	0.966	0.009	11491.	0.000
		7	0.961	0.015	13336.	0.000
		8	0.955	-0.025	15162.	0.000
		9	0.950	-0.020	16967.	0.000
		10	0.944	0.001	18752.	0.000
		11	0.939	0.007	20518.	0.000
		12	0.933	-0.022	22264.	0.000
		13	0.927	-0.004	23990.	0.000
		14	0.922	-0.012	25695.	0.000
		15	0.916	-0.013	27379.	0.000
		16	0.910	0.002	29044.	0.000
		17	0.905	0.012	30688.	0.000
		18	0.899	0.013	32314.	0.000
		19	0.894	-0.004	33921.	0.000
		20	0.888	0.000	35510.	0.000
		21	0.883	-0.011	37080.	0.000
		22	0.877	-0.002	38632.	0.000
		23	0.872	-0.005	40164.	0.000
		24	0.866	0.010	41679.	0.000
		25	0.861	-0.029	43175.	0.000
		26	0.855	-0.008	44651.	0.000
		27	0.849	-0.014	46108.	0.000
		28	0.843	-0.006	47546.	0.000
		29	0.838	0.008	48965.	0.000
		30	0.832	0.021	50367.	0.000
		31	0.827	-0.024	51750.	0.000
		32	0.820	-0.048	53113.	0.000
		33	0.814	-0.025	54456.	0.000
		34	0.807	-0.032	55776.	0.000
		35	0.800	0.005	57076.	0.000
		36	0.794	0.012	58355.	0.000

Figura A.13: Correlograma del Precio de ITAUC.
(Fuente: Elaboración Propia.)

Null Hypothesis: ITAUC has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=25)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-3.067481	0.0292
Test critical values:	1% level	-3.433437	
	5% level	-2.862790	
	10% level	-2.567482	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(ITAUC)
Method: Least Squares
Date: 07/21/17 Time: 05:41
Sample (adjusted): 2 1991
Included observations: 1990 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
ITAUC(-1)	-0.006012	0.001960	-3.067481	0.0022
C	0.037110	0.011702	3.171141	0.0015

R-squared	0.004711	Mean dependent var	0.001784
Adjusted R-squared	0.004210	S.D. dependent var	0.092925
S.E. of regression	0.092729	Akaike info criterion	-1.917272
Sum squared resid	17.09406	Schwarz criterion	-1.911648
Log likelihood	1909.685	Hannan-Quinn criter.	-1.915206
F-statistic	9.409442	Durbin-Watson stat	1.990134
Prob(F-statistic)	0.002188		

Figura A.14: Test ADF para el Precio de ITAUC.
(Fuente: Elaboración Propia.)

Date: 07/21/17 Time: 05:41
Sample: 1 1991
Included observations: 1991

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.994	0.994	1972.1	0.000
		2	0.989	-0.011	3922.9	0.000
		3	0.983	0.008	5853.1	0.000
		4	0.978	0.011	7763.3	0.000
		5	0.973	0.024	9654.9	0.000
		6	0.968	0.004	11528.	0.000
		7	0.963	0.007	13383.	0.000
		8	0.958	-0.018	15220.	0.000
		9	0.953	-0.025	17038.	0.000
		10	0.948	0.014	18836.	0.000
		11	0.943	0.001	20617.	0.000
		12	0.937	-0.013	22378.	0.000
		13	0.932	-0.009	24121.	0.000
		14	0.927	-0.012	25845.	0.000
		15	0.921	-0.003	27550.	0.000
		16	0.916	0.012	29236.	0.000
		17	0.911	0.007	30905.	0.000
		18	0.906	0.019	32556.	0.000
		19	0.901	0.001	34191.	0.000
		20	0.897	-0.007	35810.	0.000
		21	0.892	-0.010	37411.	0.000
		22	0.887	-0.001	38996.	0.000
		23	0.882	-0.003	40563.	0.000
		24	0.877	0.004	42114.	0.000
		25	0.872	-0.024	43648.	0.000
		26	0.867	-0.008	45165.	0.000
		27	0.861	-0.014	46663.	0.000
		28	0.856	-0.003	48145.	0.000
		29	0.851	0.006	49609.	0.000
		30	0.846	0.012	51057.	0.000
		31	0.841	-0.016	52488.	0.000
		32	0.835	-0.038	53901.	0.000
		33	0.830	-0.016	55295.	0.000
		34	0.824	-0.024	56671.	0.000
		35	0.818	0.008	58027.	0.000
		36	0.812	0.014	59366.	0.000

Figura A.15: Correlograma del logaritmo del Precio de ITAUC.
(Fuente: Elaboración Propia.)

Null Hypothesis: LITAUC has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=25)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-3.452292	0.0094
Test critical values:	1% level	-3.433437	
	5% level	-2.862790	
	10% level	-2.567482	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LITAUC)
Method: Least Squares
Date: 07/21/17 Time: 05:42
Sample (adjusted): 2 1991
Included observations: 1990 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LITAUC(-1)	-0.005438	0.001575	-3.452292	0.0006
C	0.009937	0.002778	3.576988	0.0004

R-squared	0.005959	Mean dependent var	0.000419
Adjusted R-squared	0.005459	S.D. dependent var	0.015222
S.E. of regression	0.015181	Akaike info criterion	-5.536559
Sum squared resid	0.458151	Schwarz criterion	-5.530935
Log likelihood	5510.876	Hannan-Quinn criter.	-5.534494
F-statistic	11.91832	Durbin-Watson stat	1.966000
Prob(F-statistic)	0.000567		

Figura A.16: Test ADF para el logaritmo del Precio de ITAUC.
(Fuente: Elaboración Propia.)

Date: 07/21/17 Time: 05:42
Sample: 1 1991
Included observations: 1990

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.018	0.018	0.6125	0.434
		2	-0.018	-0.019	1.2730	0.529
		3	-0.032	-0.032	3.3802	0.337
		4	-0.036	-0.035	5.9778	0.201
		5	-0.018	-0.018	6.6142	0.251
		6	-0.021	-0.023	7.5229	0.275
		7	0.046	0.044	11.835	0.106
		8	0.006	0.001	11.896	0.156
		9	0.005	0.004	11.955	0.216
		10	-0.028	-0.027	13.529	0.196
		11	0.020	0.024	14.337	0.215
		12	0.007	0.007	14.429	0.274
		13	0.020	0.022	15.251	0.292
		14	0.020	0.017	16.027	0.312
		15	-0.015	-0.014	16.489	0.350
		16	-0.023	-0.021	17.562	0.350
		17	-0.022	-0.016	18.539	0.356
		18	0.014	0.013	18.913	0.397
		19	0.016	0.014	19.454	0.428
		20	0.019	0.013	20.146	0.449
		21	0.003	0.000	20.163	0.511
		22	0.000	0.002	20.164	0.573
		23	-0.016	-0.012	20.659	0.602
		24	0.034	0.039	22.964	0.522
		25	0.012	0.010	23.273	0.562
		26	0.024	0.023	24.398	0.553
		27	0.005	0.004	24.454	0.605
		28	-0.008	-0.003	24.583	0.650
		29	-0.044	-0.040	28.492	0.492
		30	0.020	0.029	29.336	0.500
		31	0.069	0.065	39.076	0.151
		32	0.039	0.034	42.214	0.107
		33	0.049	0.045	47.145	0.053
		34	-0.026	-0.021	48.481	0.051
		35	-0.028	-0.020	50.033	0.048
		36	-0.034	-0.021	52.412	0.038

Figura A.17: Correlograma del retorno logarítmico de ITAUC.
(Fuente: Elaboración Propia.)

Null Hypothesis: D(LITAUC) has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=25)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-43.80109	0.0001
Test critical values:	1% level	-3.433438	
	5% level	-2.862791	
	10% level	-2.567482	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LITAUC,2)
Method: Least Squares
Date: 07/21/17 Time: 05:43
Sample (adjusted): 3 1991
Included observations: 1989 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(LITAUC(-1))	-0.982470	0.022430	-43.80109	0.0000
C	0.000411	0.000342	1.204708	0.2285

R-squared	0.491235	Mean dependent var	4.39E-19
Adjusted R-squared	0.490979	S.D. dependent var	0.021344
S.E. of regression	0.015228	Akaike info criterion	-5.530386
Sum squared resid	0.460756	Schwarz criterion	-5.524760
Log likelihood	5501.969	Hannan-Quinn criter.	-5.528320
F-statistic	1918.535	Durbin-Watson stat	1.999322
Prob(F-statistic)	0.000000		

Figura A.18: Test ADF para el retorno logarítmico de ITAUC.
(Fuente: Elaboración Propia.)

Tabla A.1: Tabla de Resultados de Modelos AR para BCI

Ventana	Modelo	MSE	RMSE	MAE	MAPE
66	AR(1)	136281,69426	369,16351	268,23843	0,90446
	AR(2)	136471,71119	369,42078	271,48469	0,91567
	AR(3)	138204,23289	371,75830	273,35605	0,92242
	AR(4)	141729,53018	376,46983	277,74511	0,93746
	AR(5)	143574,03014	378,91164	282,98522	0,95488
	AR(6)	147110,52903	383,54990	286,32082	0,96649
	AR(7)	149892,29411	387,15926	287,11026	0,96869
	AR(8)	151317,19061	388,99510	288,43098	0,97324
	AR(9)	155015,28926	393,71981	293,50823	0,98957
126	AR(1)	132710,83574	364,29498	264,64922	0,89242
	AR(2)	131968,55135	363,27476	265,86453	0,89651
	AR(3)	131754,11708	362,97950	265,47603	0,89607
	AR(4)	133444,62752	365,30074	267,60130	0,90273
	AR(5)	134281,80472	366,44482	270,48212	0,91291
	AR(6)	135644,63131	368,29965	271,39550	0,91549
	AR(7)	137127,14161	370,30682	271,23901	0,91459
	AR(8)	137839,87774	371,26793	272,06704	0,91729
	AR(9)	139687,83477	373,74836	274,41782	0,92502
189	AR(1)	132707,81782	364,29084	264,30746	0,89095
	AR(2)	131621,94289	362,79739	264,86674	0,89278
	AR(3)	130504,93635	361,25467	263,40086	0,88824
	AR(4)	131760,86364	362,98879	264,37629	0,89126
	AR(5)	132146,06480	363,51900	265,81513	0,89649
	AR(6)	133566,77677	365,46789	267,17521	0,90089
	AR(7)	134634,21331	366,92535	267,45771	0,90152
	AR(8)	135412,33019	367,98414	268,72049	0,90615
	AR(9)	136946,93353	370,06342	271,18261	0,91406
252	AR(1)	131639,76352	362,82194	263,55193	0,88839
	AR(2)	130400,65791	361,11031	264,15731	0,89055
	AR(3)	128716,46322	358,77077	262,45227	0,88526
	AR(4)	129757,49217	360,21867	262,96439	0,88680
	AR(5)	129790,34144	360,26427	263,98962	0,89053
	AR(6)	130859,10282	361,74453	264,95953	0,89399
	AR(7)	132028,37921	363,35710	265,95548	0,89727
	AR(8)	133474,20988	365,34122	267,45509	0,90243
	AR(9)	133970,60114	366,01995	268,58568	0,90590
378	AR(1)	132163,09763	363,54243	264,54181	0,89178
	AR(2)	130487,97688	361,23120	264,11888	0,89041
	AR(3)	128800,39434	358,88772	262,37806	0,88480
	AR(4)	129239,69424	359,49923	262,52691	0,88527
	AR(5)	128634,12154	358,65599	262,76927	0,88634
	AR(6)	129406,43686	359,73106	263,80387	0,88999
	AR(7)	130071,66224	360,65449	264,45859	0,89237
	AR(8)	130728,98314	361,56463	265,38880	0,89542
	AR(9)	131306,76431	362,36275	266,54734	0,89891
504	AR(1)	132445,65417	363,93084	264,82438	0,89273
	AR(2)	130875,11162	361,76665	264,13859	0,89078
	AR(3)	129136,73515	359,35600	262,54202	0,88587
	AR(4)	129532,50235	359,90624	262,98439	0,88729
	AR(5)	129141,01686	359,36196	262,99370	0,88748
	AR(6)	129476,04023	359,82779	263,54121	0,88941
	AR(7)	130081,33259	360,66790	263,94077	0,89080
	AR(8)	130516,14970	361,27019	264,10706	0,89108
	AR(9)	130998,69835	361,93742	265,20984	0,89455

Tabla A.2: Tabla de Resultados de Modelos AR para CHI

Ventana	Modelo	MSE	RMSE	MAE	MAPE
66	AR(1)	0,36910	0,60753	0,44662	0,61860
	AR(2)	0,37634	0,61347	0,45124	0,62507
	AR(3)	0,37949	0,61603	0,45696	0,63290
	AR(4)	0,37914	0,61574	0,45758	0,63473
	AR(5)	0,38361	0,61936	0,46105	0,63917
	AR(6)	0,39488	0,62839	0,46696	0,64715
	AR(7)	0,40035	0,63273	0,47027	0,65182
	AR(8)	0,41199	0,64187	0,47720	0,66158
	AR(9)	0,42124	0,64903	0,48252	0,66880
126	AR(1)	0,36264	0,60220	0,44331	0,61423
	AR(2)	0,36708	0,60587	0,44526	0,61701
	AR(3)	0,36609	0,60505	0,44743	0,61987
	AR(4)	0,36392	0,60326	0,44787	0,62106
	AR(5)	0,36990	0,60820	0,45099	0,62518
	AR(6)	0,37372	0,61132	0,45401	0,62941
	AR(7)	0,37387	0,61145	0,45418	0,62947
	AR(8)	0,37942	0,61597	0,45801	0,63491
	AR(9)	0,38440	0,62000	0,46096	0,63893
189	AR(1)	0,35997	0,59997	0,44133	0,61169
	AR(2)	0,36215	0,60179	0,44264	0,61346
	AR(3)	0,36027	0,60022	0,44467	0,61601
	AR(4)	0,35828	0,59856	0,44484	0,61662
	AR(5)	0,36294	0,60244	0,44808	0,62109
	AR(6)	0,36570	0,60473	0,45076	0,62486
	AR(7)	0,36634	0,60526	0,44994	0,62357
	AR(8)	0,36803	0,60665	0,45193	0,62640
	AR(9)	0,37062	0,60879	0,45379	0,62907
252	AR(1)	0,35715	0,59762	0,43896	0,60821
	AR(2)	0,35877	0,59898	0,43988	0,60949
	AR(3)	0,35723	0,59769	0,44216	0,61239
	AR(4)	0,35564	0,59635	0,44199	0,61251
	AR(5)	0,35665	0,59720	0,44312	0,61407
	AR(6)	0,35868	0,59890	0,44539	0,61724
	AR(7)	0,35772	0,59810	0,44471	0,61622
	AR(8)	0,36035	0,60029	0,44697	0,61954
	AR(9)	0,36344	0,60286	0,45035	0,62454
378	AR(1)	0,35601	0,59667	0,43800	0,60692
	AR(2)	0,35784	0,59819	0,43805	0,60697
	AR(3)	0,35659	0,59715	0,44015	0,60963
	AR(4)	0,35558	0,59631	0,43972	0,60935
	AR(5)	0,35825	0,59854	0,44156	0,61193
	AR(6)	0,36082	0,60069	0,44322	0,61427
	AR(7)	0,36017	0,60014	0,44416	0,61543
	AR(8)	0,36111	0,60093	0,44429	0,61583
	AR(9)	0,36191	0,60159	0,44527	0,61732
504	AR(1)	0,35637	0,59696	0,43714	0,60563
	AR(2)	0,35861	0,59884	0,43736	0,60594
	AR(3)	0,35668	0,59723	0,43976	0,60904
	AR(4)	0,35360	0,59464	0,43850	0,60760
	AR(5)	0,35349	0,59455	0,43795	0,60679
	AR(6)	0,35566	0,59637	0,43942	0,60880
	AR(7)	0,35472	0,59558	0,43934	0,60854
	AR(8)	0,35527	0,59604	0,43955	0,60894
	AR(9)	0,35610	0,59674	0,44027	0,61007

Tabla A.3: Tabla de Resultados de Modelos AR para SAN

Ventana	Modelo	MSE	RMSE	MAE	MAPE
66	AR(1)	0,14544	0,38137	0,29527	0,87279
	AR(2)	0,14716	0,38361	0,29624	0,87549
	AR(3)	0,15016	0,38751	0,29810	0,88120
	AR(4)	0,15265	0,39071	0,30031	0,88770
	AR(5)	0,15423	0,39272	0,30053	0,88819
	AR(6)	0,15758	0,39696	0,30273	0,89458
	AR(7)	0,15973	0,39966	0,30641	0,90524
	AR(8)	0,16346	0,40430	0,31186	0,92096
	AR(9)	0,16569	0,40705	0,31372	0,92652
126	AR(1)	0,14306	0,37823	0,29272	0,86511
	AR(2)	0,14472	0,38043	0,29384	0,86832
	AR(3)	0,14535	0,38125	0,29456	0,87029
	AR(4)	0,14807	0,38480	0,29666	0,87626
	AR(5)	0,14836	0,38517	0,29635	0,87511
	AR(6)	0,14921	0,38628	0,29675	0,87638
	AR(7)	0,15122	0,38887	0,29998	0,88531
	AR(8)	0,15211	0,39001	0,30146	0,88979
	AR(9)	0,15245	0,39045	0,30188	0,89169
189	AR(1)	0,14157	0,37626	0,29123	0,86105
	AR(2)	0,14208	0,37693	0,29212	0,86353
	AR(3)	0,14264	0,37768	0,29254	0,86463
	AR(4)	0,14329	0,37854	0,29324	0,86666
	AR(5)	0,14355	0,37888	0,29289	0,86524
	AR(6)	0,14490	0,38065	0,29492	0,87086
	AR(7)	0,14587	0,38192	0,29635	0,87502
	AR(8)	0,14620	0,38236	0,29690	0,87693
	AR(9)	0,14646	0,38270	0,29683	0,87717
252	AR(1)	0,14142	0,37606	0,29143	0,86139
	AR(2)	0,14237	0,37732	0,29223	0,86349
	AR(3)	0,14279	0,37788	0,29332	0,86663
	AR(4)	0,14354	0,37887	0,29404	0,86884
	AR(5)	0,14369	0,37906	0,29357	0,86717
	AR(6)	0,14474	0,38045	0,29461	0,87015
	AR(7)	0,14552	0,38148	0,29600	0,87433
	AR(8)	0,14606	0,38217	0,29662	0,87648
	AR(9)	0,14692	0,38330	0,29703	0,87828
378	AR(1)	0,14116	0,37571	0,29091	0,85979
	AR(2)	0,14165	0,37637	0,29119	0,86034
	AR(3)	0,14244	0,37741	0,29215	0,86305
	AR(4)	0,14318	0,37839	0,29262	0,86447
	AR(5)	0,14288	0,37800	0,29177	0,86192
	AR(6)	0,14346	0,37876	0,29234	0,86365
	AR(7)	0,14374	0,37913	0,29295	0,86529
	AR(8)	0,14362	0,37897	0,29260	0,86434
	AR(9)	0,14425	0,37981	0,29299	0,86598
504	AR(1)	0,14127	0,37585	0,29079	0,85960
	AR(2)	0,14177	0,37653	0,29120	0,86058
	AR(3)	0,14246	0,37744	0,29185	0,86228
	AR(4)	0,14297	0,37811	0,29204	0,86279
	AR(5)	0,14250	0,37750	0,29151	0,86105
	AR(6)	0,14274	0,37781	0,29170	0,86173
	AR(7)	0,14309	0,37827	0,29235	0,86354
	AR(8)	0,14266	0,37771	0,29170	0,86166
	AR(9)	0,14314	0,37834	0,29200	0,86287

Tabla A.4: Tabla de Resultados de Modelos AR para ITAUC

Ventana	Modelo	MSE	RMSE	MAE	MAPE
66	AR(1)	0,00573	0,07569	0,05533	0,90331
	AR(2)	0,00587	0,07661	0,05586	0,91168
	AR(3)	0,00602	0,07758	0,05633	0,91892
	AR(4)	0,00613	0,07827	0,05670	0,92499
	AR(5)	0,00619	0,07870	0,05697	0,92946
	AR(6)	0,00628	0,07928	0,05790	0,94452
	AR(7)	0,00642	0,08014	0,05826	0,95015
	AR(8)	0,00657	0,08106	0,05897	0,96196
	AR(9)	0,00670	0,08185	0,05947	0,97041
126	AR(1)	0,00560	0,07482	0,05465	0,89244
	AR(2)	0,00566	0,07520	0,05483	0,89549
	AR(3)	0,00571	0,07560	0,05494	0,89696
	AR(4)	0,00577	0,07599	0,05520	0,90147
	AR(5)	0,00582	0,07630	0,05547	0,90557
	AR(6)	0,00590	0,07684	0,05635	0,91998
	AR(7)	0,00594	0,07710	0,05637	0,91993
	AR(8)	0,00598	0,07733	0,05683	0,92696
	AR(9)	0,00604	0,07773	0,05698	0,92976
189	AR(1)	0,00556	0,07453	0,05433	0,88714
	AR(2)	0,00560	0,07481	0,05453	0,89059
	AR(3)	0,00564	0,07513	0,05469	0,89262
	AR(4)	0,00568	0,07535	0,05487	0,89542
	AR(5)	0,00572	0,07563	0,05548	0,90522
	AR(6)	0,00578	0,07601	0,05616	0,91646
	AR(7)	0,00581	0,07621	0,05622	0,91726
	AR(8)	0,00584	0,07644	0,05633	0,91895
	AR(9)	0,00589	0,07672	0,05658	0,92315
252	AR(1)	0,00553	0,07434	0,05422	0,88532
	AR(2)	0,00555	0,07452	0,05441	0,88874
	AR(3)	0,00560	0,07480	0,05466	0,89259
	AR(4)	0,00561	0,07491	0,05477	0,89432
	AR(5)	0,00564	0,07512	0,05508	0,89932
	AR(6)	0,00571	0,07553	0,05558	0,90724
	AR(7)	0,00572	0,07562	0,05555	0,90670
	AR(8)	0,00575	0,07584	0,05566	0,90836
	AR(9)	0,00580	0,07618	0,05599	0,91358
378	AR(1)	0,00555	0,07449	0,05414	0,88376
	AR(2)	0,00557	0,07461	0,05435	0,88744
	AR(3)	0,00558	0,07472	0,05442	0,88863
	AR(4)	0,00559	0,07480	0,05446	0,88918
	AR(5)	0,00562	0,07494	0,05452	0,89026
	AR(6)	0,00563	0,07505	0,05462	0,89181
	AR(7)	0,00564	0,07513	0,05461	0,89179
	AR(8)	0,00566	0,07524	0,05466	0,89255
	AR(9)	0,00568	0,07535	0,05473	0,89359
504	AR(1)	0,00554	0,07440	0,05411	0,88312
	AR(2)	0,00556	0,07458	0,05430	0,88641
	AR(3)	0,00558	0,07468	0,05443	0,88873
	AR(4)	0,00558	0,07473	0,05442	0,88856
	AR(5)	0,00560	0,07485	0,05457	0,89101
	AR(6)	0,00562	0,07495	0,05472	0,89347
	AR(7)	0,00563	0,07501	0,05475	0,89393
	AR(8)	0,00564	0,07508	0,05472	0,89336
	AR(9)	0,00565	0,07519	0,05482	0,89492

Tabla A.5: Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 66 para BCI

Entrada	Capas Ocultas	Neuronas Por Capa	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Data 1	1	5	193442,378	439,821	326,849	1,103
		10	220141,343	469,192	351,552	1,186
		15	246490,049	496,478	374,607	1,264
		20	295961,694	544,024	397,814	1,331
	2	5	192064,783	438,252	319,707	1,076
		10	220051,496	469,096	353,261	1,186
		15	225946,086	475,338	359,533	1,211
		20	250603,821	500,603	370,800	1,252
	3	5	187581,455	433,107	310,173	1,046
		10	208659,682	456,793	345,562	1,161
		15	231708,068	481,361	358,838	1,207
		20	231784,054	481,440	364,944	1,227
Data 2	1	5	200059,434	447,280	334,461	1,131
		10	230633,472	480,243	367,253	1,235
		15	242611,026	492,556	377,674	1,268
		20	250315,019	500,315	375,389	1,267
	2	5	184906,352	430,007	317,771	1,070
		10	209732,565	457,966	339,714	1,140
		15	217559,659	466,433	352,705	1,187
		20	239896,840	489,793	372,910	1,256
	3	5	185427,545	430,613	317,507	1,073
		10	202692,483	450,214	341,951	1,155
		15	213090,195	461,617	349,641	1,180
		20	215280,566	463,983	357,973	1,206
Data 3	1	5	208780,200	456,925	338,872	1,140
		10	223927,719	473,210	360,619	1,219
		15	276754,698	526,075	395,736	1,327
		20	250096,594	500,097	382,387	1,288
	2	5	182000,490	426,615	315,423	1,069
		10	191720,555	437,859	330,716	1,119
		15	214059,840	462,666	351,282	1,182
		20	239644,138	489,535	370,032	1,247
	3	5	176735,293	420,399	312,213	1,054
		10	202915,681	450,462	342,742	1,154
		15	204593,786	452,320	343,784	1,163
		20	213390,490	461,942	347,578	1,171

Tabla A.6: Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 126 para BCI

Entrada	Capas Ocultas	Neuronas Por Capa	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Data 1	1	5	165770,844	407,150	297,737	0,999
		10	188846,756	434,565	317,781	1,068
		15	203106,032	450,673	333,703	1,120
		20	209616,909	457,839	340,560	1,149
	2	5	173805,913	416,900	305,602	1,030
		10	190810,043	436,818	323,453	1,096
		15	204417,093	452,125	336,748	1,136
		20	215981,916	464,739	344,701	1,161
	3	5	165600,272	406,940	295,356	0,993
		10	186743,805	432,139	326,699	1,101
		15	203542,446	451,157	337,082	1,138
		20	209479,887	457,690	344,083	1,158
Data 2	1	5	187117,085	432,570	325,310	1,098
		10	190698,726	436,691	332,724	1,124
		15	215617,145	464,346	350,375	1,179
		20	229270,465	478,822	358,760	1,205
	2	5	170415,898	412,815	302,891	1,020
		10	200666,421	447,958	330,340	1,116
		15	198867,595	445,946	339,805	1,151
		20	238288,253	488,148	368,721	1,238
	3	5	162154,890	402,685	295,936	1,000
		10	199012,075	446,108	331,560	1,117
		15	177153,359	420,896	317,684	1,075
		20	212055,959	460,495	349,522	1,174
Data 3	1	5	181165,892	425,636	321,869	1,083
		10	196862,183	443,692	338,523	1,139
		15	215984,948	464,742	351,792	1,180
		20	204696,865	452,434	345,169	1,163
	2	5	175627,871	419,080	310,132	1,047
		10	201491,849	448,878	336,442	1,130
		15	211380,663	459,762	351,304	1,184
		20	218677,342	467,629	342,715	1,155
	3	5	164428,953	405,498	306,612	1,032
		10	181692,819	426,254	325,106	1,095
		15	190619,831	436,600	328,059	1,104
		20	226176,876	475,581	359,285	1,210

Tabla A.7: Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 189 para BCI

Entrada	Capas Ocultas	Neuronas Por Capa	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Data 1	1	5	150792,836	388,321	284,823	0,960
		10	164920,652	406,104	296,447	0,997
		15	170298,291	412,672	307,369	1,039
		20	184556,563	429,600	320,074	1,079
	2	5	150649,769	388,136	288,049	0,971
		10	186119,564	431,416	315,924	1,065
		15	204832,120	452,584	332,214	1,123
		20	217662,876	466,544	346,714	1,171
	3	5	162039,365	402,541	290,732	0,976
		10	176578,903	420,213	311,360	1,051
		15	181599,205	426,145	324,321	1,094
		20	195088,690	441,688	334,421	1,122
Data 2	1	5	162223,442	402,770	296,373	0,999
		10	169769,360	412,031	307,504	1,035
		15	191722,323	437,861	329,562	1,109
		20	195327,083	441,958	335,703	1,130
	2	5	154678,365	393,292	291,633	0,984
		10	182821,190	427,576	319,250	1,074
		15	200899,948	448,219	338,939	1,145
		20	204900,414	452,659	345,355	1,158
	3	5	151818,823	389,639	289,875	0,980
		10	167346,355	409,080	304,183	1,023
		15	197513,314	444,425	329,489	1,114
		20	198848,556	445,924	337,583	1,136
Data 3	1	5	161043,660	401,302	296,397	0,999
		10	177778,102	421,637	312,791	1,056
		15	181524,168	426,057	321,759	1,083
		20	184571,001	429,617	331,658	1,117
	2	5	151649,085	389,421	289,682	0,976
		10	176586,162	420,222	317,662	1,071
		15	200775,415	448,080	338,433	1,139
		20	193173,525	439,515	331,752	1,118
	3	5	158608,176	398,256	295,372	0,995
		10	170871,217	413,366	307,967	1,041
		15	194748,600	441,303	329,810	1,112
		20	192044,978	438,229	335,770	1,134

Tabla A.8: Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 252 para BCI

Entrada	Capas Ocultas	Neuronas Por Capa	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Data 1	1	5	150579,412	388,046	283,984	0,957
		10	157620,966	397,015	288,431	0,970
		15	169147,550	411,276	304,648	1,023
		20	174956,849	418,278	309,079	1,042
	2	5	151650,980	389,424	281,667	0,949
		10	161404,640	401,752	303,149	1,023
		15	186272,740	431,593	319,853	1,081
		20	202869,850	450,411	342,655	1,158
	3	5	152788,186	390,881	283,838	0,956
		10	158525,633	398,153	292,992	0,986
		15	188774,874	434,482	328,222	1,100
		20	207285,372	455,286	344,810	1,159
Data 2	1	5	153042,536	391,207	288,879	0,972
		10	160342,911	400,428	294,190	0,992
		15	176404,706	420,006	314,732	1,059
		20	176497,712	420,116	316,224	1,064
	2	5	154428,900	392,974	288,742	0,972
		10	166563,924	408,122	301,786	1,016
		15	182343,714	427,017	320,902	1,082
		20	202572,137	450,080	346,963	1,168
	3	5	150799,915	388,330	283,179	0,954
		10	169987,650	412,296	305,908	1,031
		15	185284,133	430,446	324,115	1,093
		20	189515,318	435,334	327,352	1,102
Data 3	1	5	154779,720	393,421	294,329	0,992
		10	165696,514	407,058	301,161	1,016
		15	178983,873	423,065	313,706	1,054
		20	190902,317	436,924	328,107	1,104
	2	5	153544,667	391,848	290,842	0,979
		10	174150,002	417,313	311,498	1,052
		15	180199,111	424,499	317,938	1,070
		20	181370,050	425,876	323,537	1,091
	3	5	155859,231	394,790	292,372	0,986
		10	162624,234	403,267	303,087	1,021
		15	188953,417	434,688	319,442	1,077
		20	182265,838	426,926	327,056	1,101

Tabla A.9: Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 66 para CHI

Entrada	Capas Ocultas	Neuronas Por Capa	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Data 1	1	5	0,565	0,751	0,529	0,733
		10	0,531	0,729	0,541	0,749
		15	0,564	0,751	0,561	0,778
		20	0,561	0,749	0,541	0,749
	2	5	0,466	0,682	0,511	0,708
		10	0,501	0,708	0,526	0,729
		15	0,481	0,693	0,525	0,730
		20	0,530	0,728	0,545	0,755
	3	5	0,448	0,669	0,498	0,689
		10	0,473	0,688	0,512	0,711
		15	0,493	0,702	0,529	0,734
		20	0,501	0,707	0,526	0,728
Data 2	1	5	0,448	0,670	0,489	0,678
		10	0,473	0,688	0,519	0,720
		15	0,546	0,739	0,559	0,775
		20	0,538	0,733	0,555	0,769
	2	5	0,443	0,666	0,497	0,688
		10	0,485	0,696	0,520	0,722
		15	0,460	0,678	0,507	0,702
		20	0,527	0,726	0,539	0,745
	3	5	0,448	0,669	0,500	0,693
		10	0,460	0,678	0,512	0,710
		15	0,483	0,695	0,519	0,721
		20	0,520	0,721	0,544	0,755
Data 3	1	5	0,447	0,668	0,491	0,679
		10	0,536	0,732	0,541	0,748
		15	0,528	0,727	0,547	0,759
		20	0,516	0,718	0,539	0,747
	2	5	0,449	0,670	0,500	0,693
		10	0,502	0,709	0,531	0,736
		15	0,487	0,698	0,526	0,728
		20	0,518	0,719	0,544	0,754
	3	5	0,440	0,664	0,490	0,678
		10	0,483	0,695	0,513	0,710
		15	0,507	0,712	0,526	0,729
		20	0,503	0,709	0,531	0,736

Tabla A.10: Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 126 para CHI

Entrada	Capas Ocultas	Neuronas Por Capa	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Data 1	1	5	0,472	0,687	0,493	0,684
		10	0,469	0,685	0,497	0,689
		15	0,438	0,662	0,496	0,688
		20	0,486	0,697	0,516	0,715
	2	5	0,433	0,658	0,481	0,667
		10	0,434	0,659	0,491	0,680
		15	0,470	0,686	0,503	0,697
		20	0,453	0,673	0,511	0,709
	3	5	0,427	0,653	0,481	0,667
		10	0,421	0,649	0,476	0,659
		15	0,446	0,668	0,500	0,694
		20	0,457	0,676	0,495	0,687
Data 2	1	5	0,414	0,643	0,478	0,662
		10	0,424	0,651	0,487	0,675
		15	0,475	0,690	0,514	0,714
		20	0,425	0,652	0,493	0,682
	2	5	0,427	0,654	0,480	0,664
		10	0,445	0,667	0,490	0,680
		15	0,440	0,663	0,498	0,690
		20	0,480	0,693	0,522	0,723
	3	5	0,405	0,636	0,467	0,646
		10	0,432	0,657	0,490	0,679
		15	0,426	0,652	0,483	0,669
		20	0,484	0,696	0,516	0,717
Data 3	1	5	0,416	0,645	0,479	0,665
		10	0,418	0,647	0,487	0,675
		15	0,439	0,662	0,497	0,689
		20	0,450	0,671	0,509	0,708
	2	5	0,457	0,676	0,488	0,677
		10	0,436	0,661	0,488	0,675
		15	0,442	0,665	0,494	0,684
		20	0,446	0,668	0,497	0,689
	3	5	0,423	0,651	0,470	0,653
		10	0,432	0,657	0,485	0,673
		15	0,424	0,651	0,486	0,674
		20	0,437	0,661	0,496	0,688

Tabla A.11: Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 189 para CHI

Entrada	Capas Ocultas	Neuronas Por Capa	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Data 1	1	5	0,400	0,632	0,470	0,652
		10	0,452	0,673	0,479	0,664
		15	0,419	0,647	0,481	0,667
		20	0,442	0,664	0,492	0,681
	2	5	0,403	0,635	0,466	0,646
		10	0,420	0,648	0,477	0,661
		15	0,437	0,661	0,488	0,675
		20	0,449	0,670	0,506	0,702
	3	5	0,429	0,655	0,473	0,655
		10	0,433	0,658	0,482	0,666
		15	0,426	0,653	0,490	0,679
		20	0,465	0,682	0,510	0,707
Data 2	1	5	0,399	0,632	0,464	0,643
		10	0,426	0,653	0,479	0,663
		15	0,442	0,665	0,490	0,677
		20	0,438	0,662	0,490	0,680
	2	5	0,390	0,624	0,460	0,637
		10	0,397	0,630	0,466	0,647
		15	0,400	0,633	0,472	0,655
		20	0,414	0,643	0,486	0,675
	3	5	0,401	0,633	0,458	0,635
		10	0,440	0,663	0,489	0,678
		15	0,418	0,646	0,474	0,657
		20	0,422	0,649	0,483	0,669
Data 3	1	5	0,403	0,635	0,465	0,645
		10	0,385	0,621	0,457	0,634
		15	0,438	0,662	0,500	0,692
		20	0,432	0,657	0,494	0,685
	2	5	0,388	0,623	0,461	0,639
		10	0,416	0,645	0,477	0,660
		15	0,410	0,640	0,467	0,645
		20	0,428	0,654	0,487	0,676
	3	5	0,390	0,625	0,459	0,635
		10	0,415	0,644	0,476	0,658
		15	0,425	0,652	0,479	0,665
		20	0,419	0,647	0,487	0,674

Tabla A.12: Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 252 para CHI

Entrada	Capas Ocultas	Neuronas Por Capa	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Data 1	1	5	0,399	0,632	0,463	0,643
		10	0,392	0,626	0,463	0,642
		15	0,426	0,653	0,480	0,665
		20	0,436	0,660	0,490	0,678
	2	5	0,401	0,633	0,464	0,643
		10	0,421	0,649	0,471	0,653
		15	0,401	0,633	0,472	0,654
		20	0,413	0,642	0,481	0,667
	3	5	0,386	0,621	0,458	0,635
		10	0,411	0,641	0,467	0,647
		15	0,410	0,641	0,474	0,657
		20	0,421	0,649	0,483	0,670
Data 2	1	5	0,409	0,639	0,463	0,641
		10	0,412	0,642	0,470	0,651
		15	0,424	0,651	0,477	0,661
		20	0,440	0,664	0,489	0,677
	2	5	0,394	0,627	0,465	0,644
		10	0,404	0,636	0,471	0,654
		15	0,406	0,637	0,468	0,648
		20	0,424	0,651	0,482	0,667
	3	5	0,383	0,619	0,451	0,624
		10	0,397	0,630	0,459	0,636
		15	0,418	0,646	0,473	0,657
		20	0,427	0,653	0,488	0,677
Data 3	1	5	0,388	0,623	0,453	0,628
		10	0,408	0,639	0,473	0,656
		15	0,416	0,645	0,477	0,660
		20	0,418	0,647	0,485	0,672
	2	5	0,383	0,619	0,453	0,627
		10	0,398	0,631	0,466	0,646
		15	0,403	0,635	0,476	0,660
		20	0,431	0,656	0,490	0,678
	3	5	0,401	0,633	0,468	0,649
		10	0,387	0,622	0,457	0,633
		15	0,406	0,637	0,477	0,660
		20	0,422	0,650	0,482	0,668

Tabla A.13: Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 66 para SAN

Entrada	Capas Ocultas	Neuronas Por Capa	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Data 1	1	5	0,193	0,439	0,338	0,998
		10	0,192	0,438	0,347	1,027
		15	0,197	0,444	0,342	1,013
		20	0,220	0,469	0,356	1,050
	2	5	0,194	0,440	0,338	0,996
		10	0,189	0,435	0,338	0,999
		15	0,192	0,438	0,340	1,006
		20	0,210	0,458	0,353	1,045
	3	5	0,175	0,419	0,323	0,956
		10	0,176	0,419	0,328	0,970
		15	0,187	0,432	0,336	0,992
		20	0,199	0,446	0,347	1,024
Data 2	1	5	0,195	0,441	0,339	1,001
		10	0,187	0,433	0,336	0,992
		15	0,204	0,452	0,353	1,044
		20	0,218	0,467	0,358	1,057
	2	5	0,189	0,434	0,331	0,981
		10	0,188	0,433	0,337	0,997
		15	0,192	0,438	0,341	1,007
		20	0,216	0,464	0,368	1,087
	3	5	0,174	0,418	0,325	0,962
		10	0,187	0,433	0,336	0,993
		15	0,190	0,436	0,340	1,003
		20	0,199	0,446	0,348	1,032
Data 3	1	5	0,185	0,430	0,333	0,983
		10	0,199	0,446	0,349	1,029
		15	0,206	0,454	0,348	1,027
		20	0,220	0,469	0,361	1,070
	2	5	0,186	0,431	0,341	1,008
		10	0,188	0,434	0,336	0,994
		15	0,206	0,454	0,355	1,051
		20	0,201	0,448	0,350	1,038
	3	5	0,173	0,416	0,322	0,953
		10	0,182	0,427	0,329	0,974
		15	0,184	0,429	0,341	1,007
		20	0,196	0,443	0,342	1,011

Tabla A.14: Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 126 para SAN

Entrada	Capas Ocultas	Neuronas Por Capa	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Data 1	1	5	0,162	0,402	0,311	0,920
		10	0,166	0,408	0,313	0,925
		15	0,176	0,420	0,323	0,957
		20	0,171	0,414	0,323	0,953
	2	5	0,160	0,400	0,307	0,909
		10	0,175	0,418	0,323	0,958
		15	0,179	0,424	0,331	0,980
		20	0,174	0,417	0,326	0,963
	3	5	0,161	0,401	0,308	0,910
		10	0,168	0,409	0,316	0,935
		15	0,168	0,409	0,318	0,939
		20	0,181	0,426	0,327	0,968
Data 2	1	5	0,157	0,397	0,312	0,924
		10	0,170	0,412	0,325	0,960
		15	0,170	0,413	0,326	0,963
		20	0,186	0,431	0,337	0,995
	2	5	0,154	0,392	0,306	0,904
		10	0,169	0,411	0,317	0,940
		15	0,178	0,422	0,327	0,963
		20	0,191	0,437	0,342	1,012
	3	5	0,165	0,407	0,313	0,926
		10	0,170	0,413	0,314	0,926
		15	0,180	0,424	0,329	0,969
		20	0,186	0,431	0,337	0,997
Data 3	1	5	0,170	0,412	0,315	0,929
		10	0,166	0,407	0,316	0,934
		15	0,173	0,416	0,326	0,966
		20	0,195	0,441	0,344	1,020
	2	5	0,169	0,412	0,318	0,940
		10	0,171	0,413	0,321	0,949
		15	0,174	0,417	0,323	0,955
		20	0,178	0,422	0,327	0,964
	3	5	0,159	0,398	0,309	0,915
		10	0,164	0,405	0,309	0,916
		15	0,178	0,421	0,327	0,965
		20	0,176	0,420	0,327	0,967

Tabla A.15: Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 189 para SAN

Entrada	Capas Ocultas	Neuronas Por Capa	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Data 1	1	5	0,160	0,400	0,311	0,920
		10	0,158	0,398	0,306	0,905
		15	0,167	0,409	0,314	0,930
		20	0,160	0,400	0,310	0,918
	2	5	0,160	0,401	0,308	0,911
		10	0,162	0,402	0,310	0,917
		15	0,170	0,412	0,322	0,950
		20	0,170	0,412	0,316	0,936
	3	5	0,165	0,406	0,308	0,910
		10	0,158	0,397	0,308	0,912
		15	0,161	0,401	0,310	0,917
		20	0,167	0,408	0,318	0,941
Data 2	1	5	0,155	0,394	0,307	0,907
		10	0,168	0,409	0,317	0,937
		15	0,166	0,407	0,310	0,917
		20	0,177	0,421	0,323	0,956
	2	5	0,152	0,389	0,300	0,887
		10	0,167	0,408	0,312	0,924
		15	0,168	0,410	0,320	0,946
		20	0,174	0,417	0,319	0,946
	3	5	0,152	0,390	0,299	0,886
		10	0,163	0,403	0,309	0,916
		15	0,163	0,403	0,313	0,927
		20	0,169	0,411	0,319	0,940
Data 3	1	5	0,160	0,400	0,305	0,900
		10	0,170	0,412	0,316	0,933
		15	0,167	0,409	0,313	0,925
		20	0,174	0,418	0,326	0,962
	2	5	0,156	0,395	0,301	0,892
		10	0,164	0,404	0,312	0,923
		15	0,168	0,409	0,319	0,947
		20	0,184	0,429	0,329	0,970
	3	5	0,164	0,405	0,309	0,915
		10	0,163	0,403	0,311	0,920
		15	0,169	0,411	0,319	0,942
		20	0,166	0,408	0,317	0,938

Tabla A.16: Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 252 para SAN

Entrada	Capas Ocultas	Neuronas Por Capa	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Data 1	1	5	0,156	0,395	0,304	0,901
		10	0,159	0,398	0,305	0,902
		15	0,163	0,403	0,312	0,924
		20	0,163	0,404	0,309	0,913
	2	5	0,159	0,399	0,304	0,898
		10	0,148	0,385	0,296	0,874
		15	0,161	0,401	0,309	0,913
		20	0,163	0,404	0,310	0,917
	3	5	0,153	0,391	0,299	0,883
		10	0,161	0,401	0,308	0,911
		15	0,158	0,398	0,304	0,899
		20	0,164	0,405	0,315	0,930
Data 2	1	5	0,157	0,396	0,304	0,902
		10	0,157	0,397	0,307	0,907
		15	0,160	0,400	0,313	0,926
		20	0,170	0,412	0,317	0,938
	2	5	0,159	0,399	0,305	0,905
		10	0,153	0,391	0,303	0,896
		15	0,159	0,399	0,307	0,909
		20	0,160	0,401	0,311	0,920
	3	5	0,149	0,386	0,296	0,878
		10	0,158	0,397	0,305	0,905
		15	0,156	0,395	0,306	0,907
		20	0,169	0,412	0,322	0,955
Data 3	1	5	0,155	0,394	0,301	0,891
		10	0,158	0,398	0,308	0,911
		15	0,159	0,399	0,309	0,916
		20	0,161	0,402	0,312	0,922
	2	5	0,151	0,389	0,299	0,884
		10	0,160	0,400	0,308	0,912
		15	0,163	0,403	0,311	0,918
		20	0,169	0,411	0,317	0,939
	3	5	0,163	0,403	0,307	0,909
		10	0,155	0,394	0,303	0,898
		15	0,166	0,407	0,317	0,938
		20	0,173	0,416	0,316	0,934

Tabla A.17: Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 66 para ITAUC

Entrada	Capas Ocultas	Neuronas Por Capa	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Data 1	1	5	0,008	0,091	0,075	1,225
		10	0,007	0,086	0,068	1,114
		15	0,010	0,100	0,081	1,322
		20	0,010	0,100	0,077	1,253
	2	5	0,009	0,092	0,073	1,191
		10	0,010	0,100	0,074	1,210
		15	0,011	0,103	0,081	1,316
		20	0,010	0,098	0,077	1,264
	3	5	0,008	0,088	0,071	1,159
		10	0,007	0,084	0,065	1,055
		15	0,011	0,103	0,077	1,253
		20	0,008	0,088	0,071	1,169
Data 2	1	5	0,007	0,086	0,070	1,141
		10	0,009	0,095	0,076	1,249
		15	0,008	0,090	0,071	1,155
		20	0,008	0,089	0,070	1,140
	2	5	0,011	0,106	0,078	1,281
		10	0,008	0,090	0,071	1,155
		15	0,008	0,091	0,072	1,170
		20	0,009	0,093	0,076	1,243
	3	5	0,008	0,087	0,067	1,087
		10	0,008	0,090	0,073	1,194
		15	0,007	0,081	0,064	1,038
		20	0,009	0,095	0,073	1,195
Data 3	1	5	0,010	0,099	0,074	1,201
		10	0,009	0,096	0,077	1,255
		15	0,010	0,100	0,078	1,261
		20	0,009	0,095	0,074	1,205
	2	5	0,007	0,084	0,066	1,083
		10	0,009	0,093	0,073	1,190
		15	0,008	0,090	0,073	1,186
		20	0,009	0,093	0,074	1,197
	3	5	0,009	0,093	0,073	1,182
		10	0,008	0,087	0,069	1,125
		15	0,009	0,097	0,078	1,270
		20	0,008	0,089	0,071	1,160

Tabla A.18: Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 126 para ITAUC

Entrada	Capas Ocultas	Neuronas Por Capa	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Data 1	1	5	0,006	0,080	0,060	0,975
		10	0,007	0,084	0,062	1,017
		15	0,007	0,082	0,062	1,011
		20	0,008	0,087	0,065	1,063
	2	5	0,006	0,080	0,059	0,971
		10	0,007	0,082	0,061	0,993
		15	0,007	0,082	0,062	1,007
		20	0,007	0,083	0,064	1,039
	3	5	0,006	0,079	0,058	0,952
		10	0,006	0,080	0,060	0,980
		15	0,007	0,083	0,063	1,027
		20	0,008	0,087	0,063	1,037
Data 2	1	5	0,006	0,080	0,060	0,973
		10	0,007	0,082	0,061	1,001
		15	0,007	0,081	0,062	1,014
		20	0,007	0,084	0,063	1,036
	2	5	0,006	0,078	0,058	0,947
		10	0,007	0,082	0,062	1,008
		15	0,007	0,083	0,062	1,017
		20	0,007	0,084	0,063	1,022
	3	5	0,006	0,078	0,058	0,947
		10	0,007	0,081	0,060	0,983
		15	0,007	0,084	0,063	1,031
		20	0,008	0,088	0,066	1,069
Data 3	1	5	0,007	0,081	0,059	0,971
		10	0,007	0,081	0,061	0,999
		15	0,007	0,082	0,062	1,016
		20	0,007	0,084	0,064	1,038
	2	5	0,006	0,080	0,059	0,960
		10	0,007	0,081	0,058	0,952
		15	0,007	0,081	0,061	0,999
		20	0,007	0,083	0,062	1,017
	3	5	0,006	0,079	0,057	0,937
		10	0,007	0,083	0,061	1,002
		15	0,007	0,081	0,060	0,979
		20	0,007	0,083	0,062	1,019

Tabla A.19: Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 189 para ITAUC

Entrada	Capas Ocultas	Neuronas Por Capa	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Data 1	1	5	0,006	0,076	0,055	0,906
		10	0,006	0,077	0,056	0,910
		15	0,006	0,077	0,056	0,921
		20	0,006	0,078	0,057	0,931
	2	5	0,006	0,076	0,055	0,900
		10	0,006	0,077	0,056	0,917
		15	0,006	0,076	0,055	0,905
		20	0,006	0,076	0,057	0,924
	3	5	0,006	0,076	0,056	0,908
		10	0,006	0,075	0,055	0,897
		15	0,006	0,078	0,057	0,926
		20	0,006	0,078	0,057	0,925
Data 2	1	5	0,006	0,076	0,055	0,897
		10	0,006	0,075	0,054	0,891
		15	0,006	0,076	0,055	0,901
		20	0,006	0,079	0,058	0,940
	2	5	0,006	0,077	0,056	0,914
		10	0,006	0,076	0,055	0,893
		15	0,006	0,078	0,057	0,926
		20	0,006	0,078	0,057	0,932
	3	5	0,006	0,076	0,055	0,898
		10	0,006	0,075	0,055	0,897
		15	0,006	0,077	0,056	0,917
		20	0,006	0,077	0,057	0,924
Data 3	1	5	0,006	0,076	0,055	0,897
		10	0,006	0,076	0,056	0,909
		15	0,006	0,077	0,056	0,920
		20	0,006	0,076	0,056	0,923
	2	5	0,006	0,074	0,054	0,889
		10	0,006	0,075	0,055	0,898
		15	0,006	0,078	0,057	0,924
		20	0,006	0,078	0,057	0,931
	3	5	0,006	0,076	0,055	0,906
		10	0,006	0,076	0,055	0,903
		15	0,006	0,076	0,056	0,916
		20	0,006	0,077	0,058	0,947

Tabla A.20: Tabla de Resultados de RNA con Ventana Móvil 252 para ITAUC

Entrada	Capas Ocultas	Neuronas Por Capa	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Data 1	1	5	0,006	0,077	0,057	0,927
		10	0,006	0,081	0,058	0,952
		15	0,006	0,079	0,058	0,943
		20	0,006	0,080	0,059	0,960
	2	5	0,006	0,078	0,057	0,933
		10	0,006	0,078	0,058	0,942
		15	0,006	0,080	0,059	0,960
		20	0,007	0,081	0,060	0,971
	3	5	0,006	0,078	0,057	0,931
		10	0,006	0,078	0,057	0,938
		15	0,006	0,080	0,059	0,961
		20	0,007	0,081	0,061	0,997
Data 2	1	5	0,006	0,079	0,058	0,944
		10	0,006	0,079	0,057	0,933
		15	0,006	0,080	0,059	0,957
		20	0,006	0,080	0,059	0,966
	2	5	0,006	0,078	0,058	0,943
		10	0,006	0,078	0,058	0,942
		15	0,006	0,080	0,059	0,956
		20	0,006	0,080	0,060	0,986
	3	5	0,006	0,077	0,057	0,924
		10	0,006	0,078	0,058	0,945
		15	0,006	0,079	0,058	0,951
		20	0,006	0,080	0,059	0,963
Data 3	1	5	0,006	0,078	0,058	0,938
		10	0,006	0,078	0,057	0,937
		15	0,006	0,078	0,058	0,945
		20	0,006	0,080	0,060	0,980
	2	5	0,006	0,078	0,058	0,939
		10	0,006	0,078	0,057	0,931
		15	0,006	0,079	0,059	0,959
		20	0,007	0,082	0,062	1,005
	3	5	0,006	0,077	0,056	0,918
		10	0,007	0,082	0,060	0,973
		15	0,006	0,077	0,058	0,939
		20	0,007	0,081	0,060	0,986

Tabla A.21: Tabla de Resultados de RNA Híbrida con Ventana Móvil 504 para BCI

Entrada	Capas Ocultas	Neuronas Por Capa	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Data 1	1	5	144539,73261	380,1838	277,6725	0,936
		10	144729,83566	380,4337	276,8634	0,933
		15	146577,93991	382,8550	276,6863	0,932
		20	143555,79047	378,8876	276,6096	0,933
	2	5	137476,21027	370,7778	270,3600	0,912
		10	138774,87405	372,5250	272,4544	0,917
		15	143256,97910	378,4930	275,2164	0,926
		20	145932,87021	382,0116	280,4825	0,943
	3	5	134827,36076	367,1885	269,5870	0,910
		10	143122,48913	378,3153	275,8478	0,930
		15	144355,97898	379,9421	278,2971	0,938
		20	146670,58438	382,9760	282,3372	0,950
Data 2	1	5	138127,59217	371,6552	273,4763	0,922
		10	144878,58731	380,6292	278,7653	0,938
		15	146790,58709	383,1326	279,4736	0,940
		20	148075,35606	384,8056	280,3654	0,943
	2	5	140902,36689	375,3696	272,6400	0,918
		10	140819,38927	375,2591	276,2629	0,932
		15	141738,17209	376,4813	274,6234	0,923
		20	151051,79177	388,6538	283,5716	0,954
	3	5	138386,68617	372,0036	268,2612	0,904
		10	142283,15669	377,2044	275,2821	0,927
		15	141523,06864	376,1955	276,7256	0,932
		20	143922,46831	379,3711	277,9285	0,938
Data 3	1	5	140437,40880	374,7498	272,5548	0,919
		10	144930,71983	380,6977	277,9913	0,935
		15	144342,49264	379,9243	278,6990	0,938
		20	146694,76105	383,0075	281,6337	0,947
	2	5	137202,42984	370,4085	272,1423	0,916
		10	140621,67515	374,9956	272,9301	0,919
		15	135985,53003	368,7622	271,4876	0,916
		20	141242,95873	375,8230	277,1513	0,933
	3	5	137696,42953	371,0747	271,3542	0,914
		10	142069,80491	376,9215	274,9604	0,926
		15	146277,12324	382,4619	280,5408	0,947
		20	144835,31580	380,5724	283,9099	0,959

Tabla A.22: Tabla de Resultados de RNA Híbrida con Ventana Móvil 378 para CHI

Entrada	Capas Ocultas	Neuronas Por Capa	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Data 1	1	5	0,39294	0,6268	0,4578	0,635
		10	0,38988	0,6244	0,4608	0,638
		15	0,41131	0,6413	0,4738	0,657
		20	0,42832	0,6545	0,4808	0,666
	2	5	0,38342	0,6192	0,4607	0,639
		10	0,40286	0,6347	0,4725	0,655
		15	0,39864	0,6314	0,4676	0,649
		20	0,40671	0,6377	0,4713	0,654
	3	5	0,37895	0,6156	0,4511	0,625
		10	0,39642	0,6296	0,4619	0,639
		15	0,39735	0,6304	0,4662	0,646
		20	0,42556	0,6523	0,4796	0,665
Data 2	1	5	0,39641	0,6296	0,4598	0,637
		10	0,40893	0,6395	0,4668	0,646
		15	0,40507	0,6364	0,4745	0,658
		20	0,39865	0,6314	0,4649	0,644
	2	5	0,38251	0,6185	0,4550	0,631
		10	0,39070	0,6251	0,4635	0,642
		15	0,39161	0,6258	0,4646	0,644
		20	0,40706	0,6380	0,4782	0,662
	3	5	0,38358	0,6193	0,4548	0,629
		10	0,39731	0,6303	0,4646	0,643
		15	0,38821	0,6231	0,4614	0,640
		20	0,41696	0,6457	0,4791	0,663
Data 3	1	5	0,38430	0,6199	0,4526	0,627
		10	0,38622	0,6215	0,4624	0,641
		15	0,40405	0,6357	0,4640	0,643
		20	0,39490	0,6284	0,4713	0,653
	2	5	0,38070	0,6170	0,4511	0,625
		10	0,38774	0,6227	0,4610	0,639
		15	0,40446	0,6360	0,4716	0,653
		20	0,42902	0,6550	0,4873	0,675
	3	5	0,37435	0,6118	0,4483	0,622
		10	0,38937	0,6240	0,4539	0,629
		15	0,38893	0,6236	0,4597	0,637
		20	0,42100	0,6488	0,4787	0,664

Tabla A.23: Tabla de Resultados de RNA Híbrida con Ventana Móvil 504 para SAN

Entrada	Capas Ocultas	Neuronas Por Capa	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Data 1	1	5	0,15040	0,3878	0,2995	0,887
		10	0,15424	0,3927	0,3010	0,892
		15	0,15191	0,3898	0,2995	0,888
		20	0,15147	0,3892	0,3014	0,893
	2	5	0,15005	0,3874	0,2991	0,887
		10	0,15395	0,3924	0,2972	0,880
		15	0,15509	0,3938	0,3030	0,898
		20	0,15572	0,3946	0,3017	0,894
	3	5	0,15135	0,3890	0,2992	0,886
		10	0,15155	0,3893	0,2976	0,882
		15	0,14855	0,3854	0,2936	0,869
		20	0,15546	0,3943	0,3029	0,897
Data 2	1	5	0,14915	0,3862	0,2985	0,884
		10	0,14848	0,3853	0,2949	0,874
		15	0,15567	0,3945	0,3064	0,907
		20	0,15630	0,3954	0,3008	0,892
	2	5	0,15028	0,3877	0,2991	0,887
		10	0,15299	0,3911	0,2999	0,888
		15	0,15165	0,3894	0,2992	0,885
		20	0,15899	0,3987	0,3108	0,920
	3	5	0,15030	0,3877	0,2990	0,885
		10	0,15359	0,3919	0,3048	0,903
		15	0,15251	0,3905	0,2997	0,888
		20	0,15493	0,3936	0,3052	0,905
Data 3	1	5	0,15047	0,3879	0,2979	0,883
		10	0,14892	0,3859	0,2991	0,885
		15	0,15545	0,3943	0,3065	0,907
		20	0,15568	0,3946	0,3039	0,899
	2	5	0,14919	0,3863	0,2962	0,876
		10	0,14861	0,3855	0,2997	0,888
		15	0,15072	0,3882	0,3007	0,890
		20	0,15823	0,3978	0,3034	0,897
	3	5	0,15203	0,3899	0,2985	0,882
		10	0,15292	0,3910	0,3003	0,889
		15	0,15390	0,3923	0,3028	0,896
		20	0,14967	0,3869	0,2980	0,882

Tabla A.24: Tabla de Resultados de RNA Híbrida con Ventana Móvil 189 para ITAUC

Entrada	Capas Ocultas	Neuronas Por Capa	MSE	RMSE	MAE	MAPE
Data 1	1	5	0,00648	0,0805	0,0593	0,969
		10	0,00628	0,0792	0,0602	0,983
		15	0,00669	0,0818	0,0598	0,974
		20	0,00646	0,0804	0,0606	0,990
	2	5	0,00643	0,0802	0,0580	0,948
		10	0,00647	0,0804	0,0592	0,967
		15	0,00637	0,0798	0,0588	0,960
		20	0,00681	0,0825	0,0616	1,006
	3	5	0,00588	0,0766	0,0569	0,928
		10	0,00640	0,0800	0,0603	0,983
		15	0,00661	0,0813	0,0607	0,990
		20	0,00669	0,0818	0,0627	1,024
Data 2	1	5	0,00623	0,0789	0,0579	0,946
		10	0,00616	0,0785	0,0579	0,946
		15	0,00617	0,0785	0,0581	0,946
		20	0,00678	0,0823	0,0619	1,012
	2	5	0,00612	0,0782	0,0571	0,932
		10	0,00645	0,0803	0,0593	0,968
		15	0,00678	0,0824	0,0607	0,991
		20	0,00662	0,0814	0,0613	0,999
	3	5	0,00605	0,0778	0,0574	0,937
		10	0,00603	0,0777	0,0580	0,949
		15	0,00666	0,0816	0,0610	0,995
		20	0,00690	0,0831	0,0619	1,009
Data 3	1	5	0,00606	0,0779	0,0582	0,950
		10	0,00627	0,0792	0,0595	0,972
		15	0,00631	0,0795	0,0592	0,963
		20	0,00685	0,0828	0,0621	1,015
	2	5	0,00607	0,0779	0,0572	0,933
		10	0,00598	0,0773	0,0579	0,944
		15	0,00651	0,0807	0,0597	0,971
		20	0,00652	0,0808	0,0607	0,990
	3	5	0,00580	0,0762	0,0562	0,919
		10	0,00613	0,0783	0,0569	0,930
		15	0,00637	0,0798	0,0592	0,968
		20	0,00656	0,0810	0,0618	1,007