

Universidad Técnica Federico Santa María
Departamento de Física

Caracterización morfológica de vientos estelares en estrellas súper masivas mediante una exploración del formalismo m-CAK

Emil José Pedro Zabala Arroyo

Tesina presentada al Departamento de Física de la Universidad Técnica Federico Santa María para
optar al grado académico de Licenciado en Astrofísica.

Julio 2026
Santiago, Chile

Profesor Guía:

Dr. Matías Montesinos



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): ☒ Memoria o trabajo de título ☐ Tesis de Postgrado

Título del trabajo: Caracterización Morfológica de Vientos Estelares en Estrellas Súper Masivas Mediante una Exploración del Formalismo m-CAK

Nombre del candidato(a): Emil José Pedro Zabala Arroyo

Carrera / Grado: Licenciatura en Astrofísica

Campus: Campus San Joaquín

Departamento: Departamento de Física

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Matías Montesinos Armijo, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

☒ El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

☐ El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por (**marcar una opción**):

☐ 6 meses ☐ 12 meses ☐ 2 años ☐ 3 años ☐ 5 años ☐ 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 24/09/2026

Firma:

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 24/09/2026

Firma:

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.

Agradecimientos

Le agradezco a mi familia y a mi pareja. Gracias por darme la motivación desde pequeño y día a día para seguir en lo que siempre me ha apasionado. Gracias por aguantarme en mis momentos de estrés, brindarme todo el apoyo del mundo cuando más lo necesitaba y empujarme a continuar por este camino.

A mi círculo amistoso, por mantenerme cuerdo, hacerme reír todos los días, tardes y noches en la universidad y por siempre exigirme a entregar lo máximo de mis habilidades.

Agradecerle a mis profesores, quienes me hicieron sentir bienvenido desde el primer minuto y me entregaron todas las herramientas para poder trabajar con la exigencia necesaria.

Y como último agradecimiento, al Bean. Por ser mi compañero de estudio, mi guardián. Por ser mi estrella. Gracias.

Resumen

Este trabajo investiga la dinámica de los vientos estelares impulsados por radiación en estrellas masivas bajo el formalismo m-CAK. Históricamente, el modelado estacionario de estos fenómenos ha presentado limitaciones matemáticas, destacando la aparición de “regiones prohibidas” (*gaps*) en el espacio de parámetros de rotación (Ω) y balance de ionización (δ), junto con predicciones de saltos irreales en las tasas de pérdida de masa ($\dot{M}$). Para superar estas barreras, se implementaron simulaciones hidrodinámicas dependientes del tiempo utilizando el código **FARGO3D**, resolviendo las ecuaciones de Navier-Stokes en simetría esférica (1D) y en entornos axisimétricos (2.5D) con potencial de Roche.

En el régimen 1D, los resultados demuestran que los *gaps* de la literatura no carecen de soluciones físicas, sino que presentan transiciones continuas con topologías cinemáticas complejas (mesetas supersónicas o *kinks*) que hacen que diverjan los métodos estacionarios. El enfoque temporal evidencia una evolución suave y acotada de $\dot{M}$ a lo largo de todo el dominio, refutando los abruptos saltos de biestabilidad teóricos y alineándose con recientes resultados empíricos (ej. ULLYSES y XShootU).

La extensión 2.5D revela que, bajo rotaciones moderadas, se forma un flujo ecuatorial denso y laminar acorde al paradigma de Disco Comprimido por el Viento (WCD). Sin embargo, rotaciones extremas ($\Omega \gtrsim 0.70$) detonan una cizalle latitudinal del viento que fragmenta la estructura en un medio turbulento y grumoso (*clumpy*). Se constata que vientos con ionizaciones más diluidas (alto δ) logran atenuar esta turbulencia, otorgando cohesión estructural al flujo. Finalmente, se remarca que estas estructuras conservan su momento angular específico, evidenciando que se requieren mecanismos adicionales (transporte viscoso o enfriamiento) para alcanzar la rotación kepleriana característica de las estrellas Be.

En síntesis, esta investigación consolida la robustez de los métodos dependientes del tiempo para resolver discontinuidades clásicas en la hidrodinámica m-CAK, y define el marco físico que rige las inestabilidades circunestelares bajo condiciones de rotación extrema.

Índice General

Resumen	2
1. Introducción	5
1.1. Fundamentos de los Vientos Estelares	5
1.2. Espectroscopía de Vientos	6
1.3. Dinámica y Modelado del Viento Estelar	7
1.4. Evidencia de discos de decreción y paradigmas teóricos	8
1.5. Inestabilidades Intrínsecas y Vientos Inhomogéneos	9
1.6. Motivación y Justificación del Estudio	10
2. Teoría de vientos impulsados por radiación	11
2.1. Ecuaciones hidrodinámicas	11
2.2. Fuerza Radiativa de Sobolev	13
2.2.1. Análisis del aporte de una sola línea	16
2.2.2. Aporte de un ensamble de líneas	16
2.2.3. Efectos del balance de ionización	17
2.3. Teoría M-CAK	18
2.4. Rotación Estelar: Efectos Centrífugos	19
2.5. Wind Compressed Disks	20
2.5.1. Parametrización del campo de velocidades	20
2.5.2. Distribución de masa y densidad	21
2.5.3. Limitaciones del modelo WCD y justificación metodológica	21
3. Simulaciones y Métodos Numéricos	22
3.1. Métodos Estacionarios y sus Limitaciones	22
3.2. Métodos dependientes del tiempo	23
3.2.1. FARGO3D	23
3.3. Implementación y Metodología	23
3.3.1. Implementación 1D	24
3.3.2. Implementación 2.5D	26

4. Resultados y Discusión	28
4.1. Simulaciones 1D	28
4.1.1. Existencia Global de Soluciones y el Cierre del Gap	28
4.1.2. Validación y Continuidad de la Transición	29
4.1.3. Estructura y Consistencia del Flujo	32
4.1.4. El Régimen de Conducción Débil ($k = 0.1$)	34
4.2. Simulaciones 2.5D	36
4.2.1. Visualización en el espacio de parámetros	36
4.2.2. Perfiles radiales de velocidad y densidad	37
4.2.3. Casos de alta rotación (Ω -slow solutions) y presencia de inestabilidades	39
Descriptores Estadísticos del Viento Estelar	39
4.2.4. Atenuación de la inestabilidad por δ	41
4.2.5. Relación entre el balance de ionización (δ) y tipos espectrales	43
4.2.6. Estructura Azimutal	44
5. Conclusiones	46
5.1. Simulaciones Unidimensionales (1D)	46
5.2. Simulaciones Multidimensionales (2.5D)	47
5.3. Trabajo a Futuro	47
Bibliografía	48
A. Derivación del radio estelar como función de la colatitud θ	52
B. Visualización de los campos de velocidad	54

Índice de figuras

1.1. Gráfico que ilustra la apariencia espectral del perfil P Cygni (izquierda), así como la geometría aproximada del viento estelar que genera dicho perfil (derecha), enfocándose en una región de la envoltura dentro del viento estelar que rodea a la estrella central. (Extraído de Carroll y Ostlie 2006).	6
1.2. Representación de una estrella Be en rotación con un disco circunestelar ensanchado (<i>flared</i>). Los paneles inferiores muestran los perfiles espectrales esperados para distintos ángulos de inclinación, desde una configuración <i>pole-on</i> hasta una geometría <i>shell</i> (adaptado de Thomas Rivinius, Carciofi y Martayan 2013).	9
2.1. Esquema de la aproximación de Sobolev en un viento estelar supersónico ($v \gg v_{th}$). (a) A escala macroscópica, un fotón emitido por la estrella solo encuentra la resonancia Doppler adecuada con el gas en una franja espacial sumamente estrecha, denominada longitud de Sobolev (L_{sob}). (b) Al realizar un zoom a la zona de interacción, el perfil de velocidad se linealiza. Debido a que la escala espacial de resonancia es microscópica frente a la escala de la estrella ($L_{sob} \ll R_*$), las propiedades macroscópicas como la densidad (ρ) y la opacidad de la línea (κ_L) no logran variar significativamente, justificando la aproximación analítica de tratarlas como constantes en este régimen.	15
2.2. Comparación geométrica entre la aproximación de estrella puntual y el factor de corrección de disco finito en la teoría m-CAK.	18
2.3. Secciones transversales ecuatoriales de superficies equipotenciales de Roche, para una distribución uniforme de valores de ω entre 0 y 1.05, en incrementos de 0.05. La curva punteada es una superficie representativa cuando $\omega=1.0$ (Límite crítico) y la curva roja $\omega=1.05$ representa la ruptura estelar.	19
3.1. Esquema de la grilla escalonada en el plano meridional (r, θ). Las cantidades escalares como la densidad (ρ) residen en los centros de las celdas (azul), mientras que las componentes vectoriales como la velocidad se evalúan en las interfaces perpendiculares a su dirección de flujo (rojo y verde). Las celdas fantasma (<i>ghost cells</i>) se utilizan para imponer las condiciones de borde en la superficie estelar.	24

3.2.	Diagrama de flujo del algoritmo implementado en FARGO3D . El esquema detalla el ciclo computacional principal y resalta las diferencias físicas clave implementadas entre el modelo unidimensional (1D) y el bidimensional axisimétrico (2.5D).	27
4.1.	Mapas de velocidad terminal (v_∞ , izquierda) y tasas de pérdida de masa ($\dot{M}$, derecha) en el espacio de parámetros (Ω, δ) De arriba hacia abajo: Modelo T15 (late B-supergiant), T19 (mid B-supergiant), y T25 (early B-supergiant). El gradiente de color indica la magnitud de las soluciones estacionarias estables encontradas por las simulaciones tiempo-dependientes. Los rectángulos blancos superpuestos en T15 y T19 indican las zonas prohibidas previamente reportadas en (Venero, M. Curé, Cidale et al. 2016), Donde no había una aparente solución. Nuestros resultados denotan transiciones continuas entre los resultados estables en el dominio completo, llenando estos 'gaps'	30
4.2.	Comparación cuantitativa entre nuestras simulaciones dependientes del tiempo (líneas/círculos azules) y los resultados estacionarios de (Venero, M. Curé, Cidale et al. 2016) (cuadrados negros) para el modelo T19 sin rotación ($\Omega = 0.0$). <i>Panel superior</i> : Velocidad terminal vs. parámetro de ionización δ . <i>Panel inferior</i> : Tasa de pérdida de masa vs. δ . El área achurada en gris indica el “gap” (brecha) reportado en el estudio estacionario. Nótese la inflexión en la curva de velocidad a través de la brecha y el incremento acotado en $\dot{M}$ en el régimen de viento lento, contrastando con el salto estacionario (ver texto para la discusión).	31
4.3.	Estructura del viento para el modelo T19 ($\Omega = 0.0$) en el régimen rápido ($\delta = 0.10$, línea azul continua), la región del <i>gap</i> ($\delta = 0.26$, línea verde discontinua) y el régimen lento ($\delta = 0.40$, línea roja punteada). Panel superior: Perfiles de velocidad radial. La solución dentro de la brecha exhibe una meseta de velocidad o “quiebre” (<i>kink</i>) que se extiende desde $2 R_\star$ hasta $10 R_\star$. Panel inferior: Perfiles de densidad de masa (escala logarítmica). Los perfiles de densidad son consistentes con sus respectivos regímenes de velocidad, donde velocidades más bajas resultan en niveles de densidad más altos, tal como lo requiere la conservación de la masa.	33
4.4.	Mapas de existencia global para el régimen de impulso débil (Modelo T19 con $k = 0.1$). <i>Panel izquierdo</i> : Velocidad terminal v_∞ . <i>Panel derecho</i> : Tasa de pérdida de masa $\dot{M}$. A diferencia de los modelos estándar, $\dot{M}$ disminuye drásticamente a medida que δ aumenta, cayendo en varios órdenes de magnitud hasta alcanzar un estado de “viento muerto” para $\delta > 0.30$. No obstante, se encuentran soluciones estables en todo el dominio.	34
4.5.	Estructura del viento para el régimen de impulso débil ($k = 0.1, \Omega = 0.0$). Panel superior: Velocidad terminal vs δ . Nótese la suave inflexión en la pendiente dentro de la región gris (la brecha reportada por Venero, M. Curé, J. Puls et al. 2024). <i>Panel inferior</i> : Tasa de pérdida de masa vs. δ . La simulación captura el pronunciado declive en $\dot{M}$ asociado con la discontinuidad estructural característica de los vientos débiles.	35

4.6.	Discrepancias en el weak driving regime con respecto a las condiciones iniciales ($k = 0.1, \Omega = 0.0, \delta = 0.26$). Panel superior: Perfiles de velocidad radial. Panel inferior: Perfiles de densidad. Las líneas punteadas representan los estados iniciales en $t = 0$ para $\beta = 1.0$ (azul) y $\beta = 2.0$ (naranja). Las líneas solidas muestran los estados finales estacionarios correspondientes después de $t = 4.0$ yr. El modelo inicializado con el perfil más rápido se relaja a un estado estacionario más lento, mientras la que parte de un perfil más lento llega a un estado más rápido, confirmando la existencia de múltiples soluciones estables.	36
4.7.	Evolución espacial de las componentes hidrodinámicas del viento en el plano meridional. Los paneles comparten el mismo eje radial. De arriba hacia abajo se varía el parámetro $\Omega \in [0.3, 0.6, 0.9]$ manteniendo $\delta = 0.25$ fijo.	38
4.8.	Evolución de los perfiles radiales de velocidad (paneles superiores) y densidad (paneles inferiores) del viento estelar en función de la distancia radial (r/R_*). De izquierda a derecha, las columnas presentan regímenes de rotación creciente ($\Omega = 0.3, 0.6$ y 0.9) manteniendo un parámetro de ionización constante de $\delta = 0.25$. En cada panel se compara el comportamiento en tres colatitudes representativas: la región casi polar ($\theta \approx 2.9^\circ$), una latitud media ($\theta \approx 45.0^\circ$) y el plano ecuatorial ($\theta \approx 90.0^\circ$). Se observa como las discrepancias entre colatitudes se acentúan al aumentar la tasa de rotación, y como a partir del mismo fenómenos las velocidades ecuatoriales decrecen sustancialmente. Para el caso de rotación extrema ($\Omega = 0.9$), los perfiles de velocidad y densidad presentan inestabilidades prominentes, indicando un régimen no estacionario y ruidoso.	39
4.9.	Diagrama de fases evaluando la estabilidad del viento circunestelar en función de la rotación estelar (Ω) y el parámetro de ionización (δ). Los mapas de color cuantifican el grado de inestabilidad mediante el <i>clumping factor</i> (f_{cl} , panel izquierdo) y la dispersión de velocidad latitudinal (v_{disp}^θ , panel derecho). Se evidencia una región de fuerte turbulencia y fragmentación para regímenes de rotación extrema ($\Omega \geq 0.75$) acoplados a bajos valores de δ . Asimismo, se ilustra la sistemática atenuación de las inestabilidades (convergencia a $f_{cl} \approx 1$ y $v_{disp}^\theta \approx 0$) a medida que δ incrementa, estabilizando la dinámica del flujo ecuatorial incluso para tasas de rotación cercanas al límite crítico.	40
4.10.	Evolución temporal de la morfología del viento. Todos los paneles presentan el caso de alta rotación $\Omega = 0.9$, variando el parámetro $\delta = 0.00$ para panel superior $\delta = 0.11$ el del medio y $\delta = 0.25$ y el panel inferior. También se grafica el número de Mach (v_{rad}/c_s) para los distintos modelos, denotando los regímenes subsónicos y supersónicos en la estructura del viento.	42
4.11.	Evolución temporal de la morfología del viento. Se presenta el caso de $\Omega = 0.9$ con $\delta = 0.36$, ejemplificando la atenuación de la inestabilidad. También se grafica el número de Mach (v_{rad}/c_s) para los distintos modelos, denotando los regímenes subsónicos y supersónicos en la estructura del viento.	43

4.12. Comparación de velocidades azimutales para distintos modelos sin inestabilidades de rotación ($\Omega = [0.5, 0.6, 0.7]$). Se denotan las pendientes que presentan con respecto al radio $v_\phi \propto r^b$ para constatar el tipo de rotación que tienen estos flujos. Para todos los casos, la pendiente de las curvas es $b = -1$, implicando conservación de momento angular específico.	45
B.1. Visualización de las líneas de corriente (<i>streamlines</i>) del campo de velocidad en el plano meridional, ilustrando el impacto de la rotación en la dinámica del viento estelar. Los paneles muestran simulaciones con una tasa de rotación incremental: $\Omega = 0.3$ (superior), $\Omega = 0.6$ (centro) y $\Omega = 0.9$ (inferior), manteniendo fijo el balance de ionización en $\delta = 0.25$. A bajas tasas de rotación, el flujo se expande de manera suave y predominantemente radial. Al incrementar Ω , el material converge hacia el ecuador ($z/R_* = 0$), iniciando la formación de un disco de decreción. En el régimen de rotación extrema (panel inferior), el agudo contraste cinemático entre el viento polar y el flujo ecuatorial detona inestabilidades por cizalladura latitudinal; esta turbulencia destruye la coherencia estacionaria del disco, generando vórtices y una morfología altamente caótica característica de la fragmentación del flujo.	55

Capítulo 1

Introducción

Todas las estrellas masivas poseen atmósferas en continua expansión, fenómeno conocido como viento estelar. Aunque las estrellas más calientes y luminosas (de tipos espectrales O, B, A y Wolf-Rayet) representan una fracción muy pequeña de la población estelar, tienen un papel fundamental en la dinámica y evolución del medio interestelar (ISM), dominando el “ecosistema galáctico”. Estos vientos consisten en flujos de plasma, compuestos principalmente por electrones, protones y partículas α , acelerados por la intensa radiación estelar mediante la transferencia de momento desde los fotones hacia los iones presentes en su atmósfera.

La pérdida continua de masa asociada a estos vientos constituye uno de los principales mecanismos de retroalimentación estelar. Durante su evolución, las estrellas masivas enriquecen químicamente el ISM al inyectar elementos sintetizados en su interior, como helio, carbono, oxígeno y neón. Además, sus vientos supersónicos generan extensas burbujas de gas caliente (Weaver et al. 1977), que modifican la estructura de las regiones H II y regulan la formación estelar al dispersar o comprimir el material circundante.

Desde el punto de vista estelar, la pérdida de masa, que puede alcanzar tasas del orden de $10^{-4} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$, es un parámetro determinante en la evolución de las estrellas masivas, condicionando su estructura interna y su transición hacia etapas evolutivas como supergigantes, Variables Luminosas Azules (LBV) o estrellas Wolf-Rayet antes de su colapso final (Chiosi y Maeder 1986). Por eso, comprender los mecanismos físicos responsables de estos vientos resulta fundamental para describir la evolución de las estrellas masivas y su influencia sobre el medio interestelar.

1.1. Fundamentos de los Vientos Estelares

A diferencia del viento solar, el cual es impulsado principalmente por los altos gradientes de presión térmica originados en la corona estelar, los vientos de las estrellas tempranas (con temperaturas efectivas $T_{\text{eff}} \gtrsim 10^4 \text{ K}$) se originan a partir del intenso campo de radiación emitido, el cual acopla su momento directamente al plasma a través de transiciones atómicas Bound-Bound (absorción y dispersión en líneas espectrales) (J. I. Castor, D. C. Abbott y Klein 1975a). La dinámica global e impacto evolutivo de un viento estelar se cuantifican mediante dos parámetros fundamentales. El primero es la tasa de pérdida

de masa ($\dot{M}$), que representa la cantidad de materia expulsada por unidad de tiempo y el segundo es la velocidad terminal del viento (v_∞), que define la velocidad asintótica que alcanza el flujo de plasma a grandes distancias de la estrella, donde la aceleración radiativa decae y la velocidad se estabiliza. Para estrellas O tempranas, v_∞ puede superar fácilmente los 3000 km s^{-1} , evidenciando la inmensa cantidad de energía cinética inyectada al medio (Rolf-Peter Kudritzki y Joachim Puls 2000).

1.2. Espectroscopía de Vientos

La evidencia de la existencia de vientos estelares se fundamenta en el análisis espectroscópico de su radiación. El diagnóstico proviene de la característica de absorción y emisión conocida como perfil P-Cygni (Beals 1929). Este perfil de línea espectral se forma cuando una estrella está rodeada por una envoltura de gas en expansión continua y se compone de dos elementos fundamentales: una emisión ancha desplazada hacia el rojo y una componente de absorción desplazada hacia el azul (Fig. 1.1).

Físicamente, la componente de absorción azulada se origina en el material del viento que se encuentra exactamente en la línea de visión del observador, frente al disco estelar. A medida que este gas se aleja de la estrella y se acerca al observador a velocidades supersónicas, absorbe la luz continua de la fotosfera y recibe un desplazamiento Doppler hacia longitudes de onda más cortas. El extremo más azul de esta componente de absorción, donde el flujo retorna al nivel del continuo, proporciona una medida directa de la velocidad terminal del viento (v_∞). Por otro lado, el material circunestelar expulsado por el viento que se expande en todas direcciones (sin interponerse directamente frente al disco estelar) dispersa fotones hacia la línea de visión, generando la componente de emisión. La intensidad global del perfil de emisión se relaciona con la densidad de la envoltura, permitiendo derivar la tasa de pérdida de masa empírica ($\dot{M}$) (J. Puls et al. 1996).

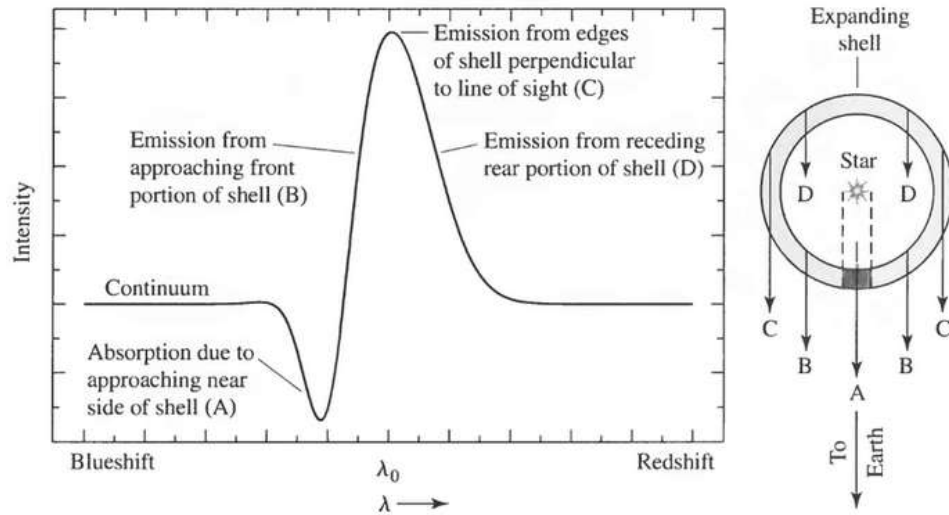


Figura 1.1: Gráfico que ilustra la apariencia espectral del perfil P Cygni (izquierda), así como la geometría aproximada del viento estelar que genera dicho perfil (derecha), enfocándose en una región de la envoltura dentro del viento estelar que rodea a la estrella central. (Extraído de Carroll y Ostlie 2006).

1.3. Dinámica y Modelado del Viento Estelar

Dado que estos fenómenos son descritos en base a la expulsión y movimiento de un plasma, se modelan mediante el formalismo de un fluido. Por lo tanto, para estudiar la dinámica de los vientos estelares, es fundamental plantear y resolver las ecuaciones hidrodinámicas que los describen, incorporando la transferencia de momento desde el campo radiativo al plasma. Inicialmente, el enfoque clásico para abordar este problema asume un sistema simplificado: simetría esférica, un medio homogéneo y un flujo estacionario. Bajo estas premisas, el formalismo estándar que describe la fuerza radiativa se fundamenta en la teoría CAK (J. I. Castor, D. C. Abbott y Klein 1975a), y su posterior modificación, conocida como m-CAK (A. Pauldrach, J. Puls y R. P. Kudritzki 1986a; Friend y David C. Abbott 1986a). Este modelo parametrizado caracteriza la transferencia de momento de los fotones a los iones a través de miles de líneas de resonancia distribuidas a lo largo del espectro, incorporando factores de corrección por el tamaño finito del disco estelar. La aceleración radiativa resultante se describe matemáticamente mediante un “multiplicador de fuerza”, una función que depende de tres parámetros fundamentales:

k

Mide el número efectivo de líneas espectrales capaces de absorber momento proveniente del campo radiativo y, por ende, de acelerar el viento.

α

Estimación de la cantidad de líneas ópticamente gruesas respecto a la totalidad. Si $\alpha = 0$, todas las líneas son ópticamente delgadas; si $\alpha = 1$, todas son ópticamente gruesas.

δ

Describe el cambio en la tasa de ionización del material a medida que el plasma se expande y desplaza a lo largo del viento.

Dependiendo de los valores de estos parámetros y de las condiciones de contorno estelares, la topología de la ecuación de movimiento permite diferentes familias de soluciones. Por un lado, emergen las soluciones “rápidas”, que surgen para valores bajos del parámetro δ y se caracterizan por alcanzar velocidades terminales (v_∞) altas. Por otro lado, existen las soluciones “lentas”, que se dividen en dos grupos: las soluciones Ω -slow (Michel Curé 2004), típicas en estrellas con alta tasa rotacional (donde Ω , el cociente entre la velocidad de rotación y la velocidad crítica de rotación, es alto) y las soluciones δ -slow, que aparecen cuando hay cambios importantes en la ionización del material a lo largo del viento. En ambas ramas lentas, los valores de v_∞ decaen significativamente en comparación con el régimen rápido.

El problema de las regiones prohibidas (*Gaps*) y la necesidad de simulaciones dinámicas

A pesar del éxito de la teoría m-CAK para describir estos fenómenos, existe un desafío en el modelado estacionario, el cual denota la existencia de “regiones prohibidas” o *gaps* en el espacio de parámetros (Ω, δ) . Utilizando códigos estacionarios como *Hydwind*, estudios previos (Venero, M. Curé, Cidale et al. 2016) han demostrado que, para ciertas combinaciones de rotación y cambios en la ionización, el algoritmo matemático es incapaz de converger a una solución estable. Históricamente, estos *gaps* se interpretaron como manifestaciones de inestabilidades físicas reales o puntos de “bi-estabilidad”, sugiriendo que el viento saltaría abruptamente de una solución rápida a una lenta (Henny J. G. L. M. Lamers, Snow y Lindholm 1995; Vink, de Koter y H. J. G. L. M. Lamers 1999). Este fenómeno implicaría cambios drásticos en la tasa de pérdida de masa ($\dot{M}$) frente a pequeñas variaciones en la temperatura efectiva. Sin embargo, esta interpretación clásica ha entrado en conflicto con datos observacionales recientes de grandes colaboraciones como ULLYSES y XShootU, las cuales no encuentran evidencia empírica de estos saltos en el rango de las supergigantes B (de Burgos et al. 2024).

1.4. Evidencia de discos de decreción y paradigmas teóricos

La rotación estelar modifica significativamente la estructura de estos vientos al romper la simetría esférica del flujo. En los casos más extremos, esta asimetría puede favorecer la formación de discos de decreción, estructuras que se forman por material expulsado desde la superficie estelar y confinado en el plano ecuatorial. Estos discos constituyen una característica observacional distintiva de estrellas de rápida rotación (estrellas Be y B[e]) (Fig. 1.2). La existencia de estas estructuras está respaldada por diversas observaciones. Espectroscópicamente, presentan perfiles de emisión de Balmer, particularmente $H\alpha$, con la característica de doble peak, consistente con un disco en rotación kepleriana o cuasi-kepleriana (Struve 1931; Thomas Rivinius, Carciofi y Martayan 2013). Además, el gas ionizado produce exceso de emisión en el infrarrojo y radio mediante procesos free-free y bound-free (Gehrz, Hackwell y Jones 1974), mientras que observaciones interferométricas han confirmado tanto el aplanamiento geométrico como la estructura espacial de estas envolturas (Quirrenbach et al. 1997; Meilland et al. 2007).

Diversos mecanismos físicos han sido propuestos para explicar el origen de estos discos, compartiendo como elemento común la rápida rotación estelar. Entre los principales destacan:

- **Viscous Decretion Disk (VDD):** propone que el material expulsado desde la superficie es transportado radialmente mediante viscosidad, formando un disco cuasi-kepleriano (Lee, Saio y Osaki 1991; Okazaki 2001).
- **Wind-Compressed Disk (WCD):** plantea que la rotación desvía el viento polar hacia el plano ecuatorial, generando una zona de compresión de alta densidad. (Bjorkman y Cassinelli 1993), aunque posteriormente se demostró que fuerzas radiativas no radiales pueden inhibir este mecanismo en ciertos regímenes (Stanley P. Owocki, Cranmer y Gayley 1996).

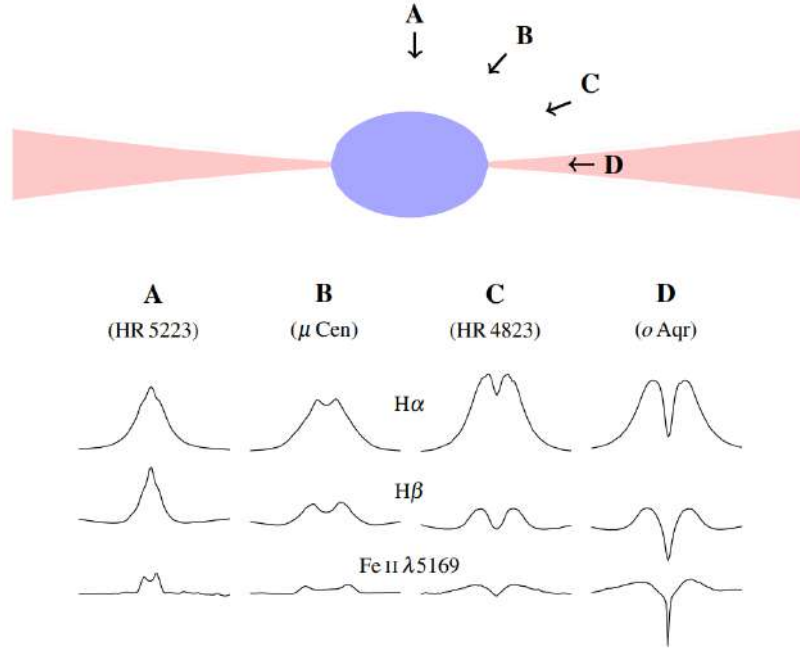


Figura 1.2: Representación de una estrella Be en rotación con un disco circunestelar ensanchado (*flared*). Los paneles inferiores muestran los perfiles espectrales esperados para distintos ángulos de inclinación, desde una configuración *pole-on* hasta una geometría *shell* (adaptado de Thomas Rivinius, Carciofi y Martayan 2013).

- **Viento biestable inducido por rotación:** propone que el oscurecimiento gravitacional (*gravity darkening*) genera un viento polar rápido y un viento ecuatorial más lento y denso, favoreciendo la acumulación de material en el ecuador (Henny J. G. L. M. Lamers, Snow y Lindholm 1995).

Aunque este trabajo no busca modelar directamente los discos de decreción, estos constituyen un ejemplo de cómo la rotación puede modificar la estructura de los vientos estelares. En este contexto, motivan la necesidad de estudiar modelos hidrodinámicos multidimensionales capaces de describir la dependencia latitudinal del flujo.

1.5. Inestabilidades Intrínsecas y Vientos Inhomogéneos

Aunque el modelo asume un viento estelar suave y estacionario, existe evidencia observacional que demuestra que estos flujos son intrínsecamente inhomogéneos y fragmentados (fenómeno conocido como *wind clumping*). Esto se manifiesta explícitamente en la variabilidad temporal de los espectros ópticos y ultravioletas, destacando fluctuaciones en las líneas P Cygni y la propagación de absorciones discretas (*moving bumps*) (Eversberg, Lépine y Moffat 1998; Markova et al. 2005). Esta fragmentación llega a tal nivel que las colisiones entre densos grupos de gas actúan como la principal razón de la emisión de rayos X suaves detectada en estrellas masivas (Feldmeier, J. Puls y A. W. A. Pauldrach 1997). Observacionalmente, la presencia de grupos obliga a reducir las tasas de pérdida de masa ($\dot{M}$) derivadas de diagnósticos estacionarios. además, desde el punto de vista teórico, la formación de este medio poroso está respaldada por una inestabilidad intrínseca de la fuerza radiativa, fenómeno comentado originalmente por Lucy y Solomon 1970. Se sugiere que pequeñas perturbaciones cinemáticas exponen al gas a fotones no ate-

nuados debido al desplazamiento Doppler, desencadenando una retroalimentación positiva (Inestabilidad de Desombreamiento de Líneas o LDI; MacGregor, Hartmann y Raymond 1979; S. P. Owocki y Rybicki 1984).

1.6. Motivación y Justificación del Estudio

Aunque la teoría m-CAK ha permitido describir con éxito los vientos impulsados por radiación en estrellas masivas, los modelos hidrodinámicos estacionarios presentan limitaciones importantes. En particular, para ciertas combinaciones de rotación y balance de ionización, aparecen regiones del espacio de parámetros en las que no es posible obtener soluciones convergentes. Aún no está claro si estas “regiones prohibidas” (*gaps*) representan una propiedad física del sistema o una limitación inherente al tratamiento estacionario. En este contexto, el objetivo principal de esta tesis es desarrollar e implementar un modelo hidrodinámico dependiente del tiempo utilizando el código FARGO3D (Benítez-Llambay y F. S. Masset 2016). Al permitir que el sistema evolucione dinámicamente hasta alcanzar un estado estacionario, se busca determinar si existe un continuo físico entre las soluciones rápidas y lentas descritas por la teoría m-CAK, o si los *gaps* corresponden efectivamente a transiciones hidrodinámicas reales. Asimismo, dado que las estrellas masivas suelen presentar altas velocidades de rotación, este trabajo extiende el estudio a simulaciones hidrodinámicas 2.5D. Estas representan el cálculo en dos dimensiones espaciales (r, θ) en coordenadas esféricas, pero resolviendo las tres componentes del campo vectorial de velocidad y asumiendo simetría axisimétrica ($\frac{\partial}{\partial \phi} = 0$). Esto permitirá analizar cómo la rotación modifica la estructura latitudinal del viento, la distribución espacial de la velocidad y la densidad, así como investigar la aparición y evolución de inestabilidades hidrodinámicas responsables de la variabilidad observada en estos sistemas. En conjunto, el desarrollo de simulaciones dependientes del tiempo permitirá estudiar tanto la naturaleza de las regiones prohibidas del modelo m-CAK como el comportamiento dinámico del viento bajo condiciones más realistas, avanzando hacia una descripción consistente de los vientos radiativos en estrellas masivas.

Capítulo 2

Teoría de vientos impulsados por radiación

2.1. Ecuaciones hidrodinámicas

Tal como mencionado en la sección anterior, en las estrellas masivas, el mecanismo que domina la dinámica del viento estelar es la absorción de momento proveniente del campo de radiación. Los fotones emitidos por la estrella, al ser absorbidos (o dispersados) por el material, le transfieren momento a las partículas que componen la atmósfera estelar, induciendo una aceleración. Por lo tanto, al tratar con un fenómeno de plasmas en movimiento, hacemos uso de las ecuaciones de conservación de masa 2.1, momento 2.2 y energía 2.3 las cuales constituyen las ecuaciones de Navier-Stokes.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla)v = -\frac{1}{\rho} \nabla P + g + \frac{1}{\rho} \left[\eta \nabla^2 v + \left(\xi + \frac{1}{3} \eta \right) \nabla (\nabla \cdot v) \right] \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + v \cdot \nabla P - \left(\frac{\gamma P}{\rho} \right) \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \cdot \nabla \rho \right] = H(T) \quad (2.3)$$

Donde la velocidad del fluido v , la densidad de masa ρ , y la presión del gas P son funciones de la posición y el tiempo. El vector de aceleración g incluye fuerzas externas, como la gravitación y la radiación. Aunque los coeficientes de viscosidad η y ξ a menudo se consideran constantes, el gas de baja densidad que rodea a la mayoría de las estrellas suele asumirse como no viscoso ($\eta = \xi = 0$), simplificación que usaremos de aquí en adelante.

La ecuación de conservación de la energía interna depende de la tasa neta de calentamiento/enfriamiento $H(T)$. Si bien esta ecuación es formalmente necesaria, en los vientos de estrellas tempranas los procesos radiativos dominan el balance energético y actúan en una escala de tiempo mucho más corta que la dinámica del flujo, esto permite asumir equilibrio radiativo. Afortunadamente, la estructura hidrodinámica altamente supersónica del viento estelar es relativamente insensible a estas variaciones térmicas. Por lo

tanto, asumiremos un perfil isotérmico $T(r) = T_{\text{eff}}$ para simplificar el modelo.

Así, las ecuaciones de conservación de masa y momento para un fluido no viscoso, junto con la ecuación de estado isotérmica, forman un sistema cerrado. Dada la geometría de los entornos estelares, expresamos estas ecuaciones en coordenadas esféricas.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(\rho v_r r^2) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho v_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi}(\rho v_\phi) = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{v_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial v_r}{\partial \phi} - \frac{v_\theta^2 + v_\phi^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + g_r \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi} + \frac{v_r v_\theta}{r} - \frac{v_\phi^2 \cot \theta}{r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + g_\theta \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial v_\phi}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\phi}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\phi}{\partial \theta} + \frac{v_\phi}{r \sin \theta} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{v_r v_\phi}{r} + \frac{v_\theta v_\phi \cot \theta}{r} = -\frac{1}{\rho r \sin \theta} \frac{\partial P}{\partial \phi} + g_\phi \quad (2.7)$$

Para modelar la dinámica del viento que rodea a una estrella caliente, nos basamos en la resolución de las ecuaciones hidrodinámicas dependientes del tiempo. En lugar de forzar un estado estacionario, el enfoque de este trabajo consiste en inicializar el sistema bajo simetría esférica y permitir que el flujo evolucione temporalmente impulsado por las fuerzas físicas operantes. Eventualmente, el sistema alcanzará un estado relajado/estacionario, donde las variaciones temporales locales de las variables del fluido se anulan.

La ecuación de conservación de masa dependiente del tiempo en simetría esférica unidimensional (donde las variaciones en θ y ϕ son nulas) se expresa como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 \rho v) = 0. \quad (2.8)$$

Cuando el sistema evoluciona hasta alcanzar su estado relajado, el término de variación temporal desaparece ($\partial \rho / \partial t \rightarrow 0$). Bajo esta condición, la ecuación se reduce a una derivada espacial, $\frac{d}{dr}(r^2 \rho v) = 0$. Al integrar esta expresión a través de una superficie esférica, recuperamos la invariancia de la tasa de pérdida de masa ($\dot{M}$) en cualquier punto del dominio radial:

$$\dot{M} = 4\pi r^2 \rho v = \text{constante}. \quad (2.9)$$

De manera análoga, la ecuación de conservación de momento lineal (1D) describe cómo las fuerzas externas aceleran el fluido a lo largo del tiempo. Considerando el gradiente de presión térmica, la aceleración gravitatoria estelar y la fuerza radiación, la ecuación general es:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} - \frac{GM_*}{r^2} + g_{\text{rad}}, \quad (2.10)$$

donde G es la constante de gravitación universal, v es la velocidad radial del viento y g_{rad} representa la aceleración radiativa. Una vez que el flujo se estabiliza ($\partial v / \partial t \rightarrow 0$), la derivada espacial convectiva $v(dv/dr)$ domina la cinemática del fluido. Notamos que la gravedad es la única fuerza que apunta hacia la estrella, mientras que el gradiente de presión y la radiación actúan impulsando el material hacia el exterior de esta.

Cerrando el sistema, se caracteriza la termodinámica adoptando una ecuación de estado para un gas ideal isotérmico. La presión se define entonces como:

$$P = c_s^2 \rho, \quad \text{con} \quad c_s = \sqrt{\frac{k_B T_{gas}}{\mu m_H}}, \quad (2.11)$$

donde k_B es la constante de Boltzmann, m_H la masa del hidrógeno, μ el peso molecular medio y c_s la velocidad isotérmica del sonido.

2.2. Fuerza Radiativa de Sobolev

La aceleración radiativa (fuerza por unidad de masa) debido a un campo de radiación en un punto $\vec{r}$ está dada por la integral de la intensidad específica I_ν multiplicada por el coeficiente de extinción másica (opacidad específica) κ_ν a través de todos los ángulos y frecuencias:

$$\begin{aligned} g_{rad} &= \frac{1}{c} \int_0^\infty \oint \kappa_\nu I_\nu(\vec{r}, \hat{n}) \hat{n} d\Omega d\nu \\ &= \frac{1}{c} \int_0^\infty \kappa_\nu \vec{F}_\nu(\vec{r}) d\nu \end{aligned} \quad (2.12)$$

donde $\vec{F}_\nu$ es el flujo radiativo y $\hat{n}$ es la dirección de propagación.

Podemos separar la opacidad y el campo de radiación en procesos del continuo (dominados por dispersión de electrones para estrellas calientes) y en procesos de líneas. Importante recalcar que, aunque las líneas espectrales están presentes en intervalos estrechos de longitud de onda, tienen un rol importante en el impulso de estos vientos. Esto sucede ya que los átomos ligados empiezan a “resonar”, o dicho de otra forma, interferir constructivamente con fotones del continuo. Por lo tanto debemos hacer un tratamiento por separado del impulso de radiación:

$$\begin{aligned} g_{rad} &= g_{rad}^C + g_{rad}^L \implies g_{rad}^L / g_{rad}^C = M(t) \\ g_{rad} &= \frac{\sigma_e}{c} \int_0^\infty \oint I_\nu(\vec{r}, \hat{n}) \hat{n} d\Omega d\nu + \sum_{lineas} \frac{\kappa_L}{c} \int_0^\infty \oint \bar{\phi}(\nu - \bar{\nu}) I_\nu(\vec{r}, \hat{n}) d\Omega d\nu \end{aligned} \quad (2.13)$$

Donde σ_e es la opacidad de dispersión de Thomson, $M(t)$ es el multiplicador de fuerzas (lo comentaremos más adelante), κ_L es la opacidad de una sola línea y $\bar{\phi}$ es la función perfil de línea normalizada.

Notamos que si el gas en la posición r está en movimiento, la frecuencia de radiación ν' vista desde r estará bajo el efecto Doppler (a primer orden) por:

$$\nu' = \nu_0 \left(1 + \frac{1}{c} \hat{n} \cdot v(r) \right),$$

con ν_0 siendo la frecuencia emitida y $v(r)$ la velocidad del flujo del gas (no relativista).

Si planteamos el cambio de variable, definiendo un desplazamiento de frecuencia adimensional (desde el centro de la línea) es unidades de Doppler:

$$x = \left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_D} \right), \quad (2.14)$$

con $\Delta\nu_D = \nu_o \cdot v_{th}/c$ siendo el ancho de Doppler y $v_{th} = \sqrt{2k_b T/A_i m_H}$ la velocidad térmica de los iones del gas (Típicamente se asume para un gas completamente compuesto por Hidrógeno: $A_i = 1$).

Por lo tanto tenemos:

$$g_{rad} = \frac{\sigma_e}{c} \int_0^\infty \oint I_\nu(\vec{r}, \hat{n}) \hat{n} d\Omega d\nu + \sum_{lineas} \frac{\kappa_L \Delta\nu_D}{c} \int_0^\infty \oint \phi\left(x - \frac{\hat{n} \cdot v(r)}{v_{th}}\right) I_\nu(\vec{r}, \hat{n}) d\Omega d\nu \quad (2.15)$$

Asumiendo que el viento es ópticamente delgado a la radiación del continuo (como ocurre típicamente en estrellas tipo O y B), la integral del continuo es simplemente el flujo bolométrico. Para el caso de las líneas, la intensidad se rige por la ecuación de transferencia radiativa a través de un perfil de línea $\phi(r)$ (determinado por el ensanchamiento térmico y natural). John I. Castor 1974 demostró que, debido a que el flujo es altamente supersónico ($|v(r)| \gg v_{th}$), los fotones escapan con una distribución espacial simétrica. Al ser esta emisión difusa (esencialmente isotrópica), los empujes radiativos en direcciones opuestas se cancelan casi perfectamente. Por eso, la contribución de la función fuente local (S_ν) es despreciable, y la intensidad puede aproximarse de manera puramente absorbente considerando sólo la atenuación del haz estelar directo:

$$I_\nu(\tau_\nu) \approx I_\nu^{core} e^{-\tau_\nu}. \quad (2.16)$$

Escribiendo la aceleración radiativa:

$$g_{rad} = \frac{\sigma_e F_*}{c} + \sum_{lineas} \frac{\kappa_L \Delta\nu_D}{c} \int_{-\infty}^\infty \oint \phi\left(x - \frac{\hat{n} \cdot v(r)}{v_{th}}\right) I_\nu^{core} e^{-\tau_\nu} \hat{n} d\Omega dx \quad (2.17)$$

En un viento cuya velocidad aumenta monótonamente, la integral de la profundidad óptica se puede simplificar utilizando la aproximación de Sobolev. Esta aproximación (ejemplificada en Fig 2.1) asume que propiedades como la opacidad (κ_L) y la densidad (ρ) se mantienen constantes a lo largo de una distancia corta característica, llamada longitud de Sobolev (L_{sob}). Si la velocidad del fluido es suficientemente alta, el efecto Doppler domina la integral, restringiendo la interacción del fotón a una zona sumamente estrecha donde su frecuencia entra en resonancia exacta con la velocidad local del gas. Específicamente, la frecuencia de la línea cambia por un ancho Doppler ($\Delta\nu_D$) sobre una escala de distancia L_{sob} , que es la distancia exacta en la que la velocidad del gas aumenta en términos de una velocidad térmica (v_{th}). Por lo tanto, si esta longitud L_{sob} es mucho menor que la escala en la que cambia la densidad macroscópica del fluido (H_ρ), la profundidad óptica pasa a depender exclusivamente de las variables locales.

$$L_{sob} \approx \frac{v_{th}}{dv/dr} \ll H_\rho = \frac{\rho}{d\rho/dr} \approx \frac{v}{dv/dr} \quad (2.18)$$

Donde por necesidad $v \gg v_{th}$. Con lo anterior, dejamos:

$$\tau_\nu(r) = \kappa_L \rho(r) \int_0^s \phi\left(x - \frac{\hat{n} \cdot v(r)}{v_{th}}\right) ds' \quad (2.19)$$

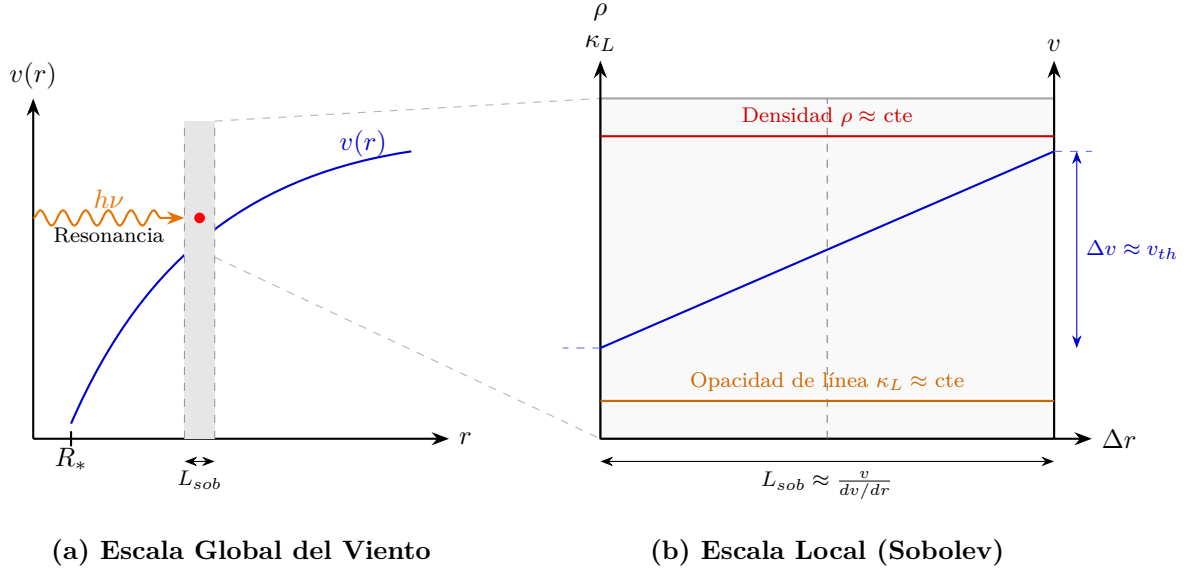


Figura 2.1: Esquema de la aproximación de Sobolev en un viento estelar supersónico ($v \gg v_{th}$). **(a)** A escala macroscópica, un fotón emitido por la estrella solo encuentra la resonancia Doppler adecuada con el gas en una franja espacial sumamente estrecha, denominada longitud de Sobolev (L_{sob}). **(b)** Al realizar un zoom a la zona de interacción, el perfil de velocidad se linealiza. Debido a que la escala espacial de resonancia es microscópica frente a la escala de la estrella ($L_{sob} \ll R_*$), las propiedades macroscópicas como la densidad (ρ) y la opacidad de la línea (κ_L) no logran variar significativamente, justificando la aproximación analítica de tratarlas como constantes en este régimen.

Bajo este régimen, el efecto Doppler restringe la interacción a una capa sumamente estrecha, permitiendo integrar analíticamente la ecuación sobre el perfil de la línea en función de la profundidad óptica de Sobolev

$$\tau_o \equiv \frac{\kappa_L \rho v_{th}}{\hat{n} \cdot \nabla (\hat{n} \cdot v(r))} \quad (2.20)$$

También, dada la limitada extensión en frecuencia de la mayoría de líneas espectrales, la intensidad se puede asumir constante sobre la línea:

$$\begin{aligned} g_{rad}^L &= \sum_{lineas} \frac{\kappa_L \Delta \nu_D}{c} \oint d\Omega \hat{n} I^C(\Omega) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\tau_o \Phi(x,r)} d\Phi(x,r) \\ &= \sum_{lineas} \frac{\kappa_L \nu_o v_{th}}{c^2} \oint d\Omega \hat{n} I^C(\Omega) \left[\frac{1 - e^{-\tau_o}}{\tau_o} \right] \end{aligned} \quad (2.21)$$

Esto representa la aplicación general de la aproximación de Sobolev a la fuerza de la suma de líneas espectrales

Aterrizando el cálculo, podemos decir que hay simetría esférica o aproximación de fuente puntual, por lo que:

$$F_\nu = \oint I^C(\Omega) d\Omega \hat{n} = \frac{L_\nu}{4\pi r^2} \quad (2.22)$$

2.2.1. Análisis del aporte de una sola línea

Considerando una única línea espectral cuya frecuencia de resonancia se ubica cerca del “peak” de emisión del espectro continuo (donde $\nu_o L_\nu \approx L_*$), su contribución individual a la aceleración radiativa toma la forma:

$$g_{rad}^L = \frac{\kappa_L v_{th}}{c^2} \frac{L_*}{4\pi r^2} \left[\frac{1 - e^{-\tau_o}}{\tau_o} \right] \quad (2.23)$$

1. **Líneas Ópticamente Delgadas** ($\tau_o \ll 1$): Físicamente esto implica que las transiciones atómicas son más débiles o que hay pocos iones que absorban o dispersen. Usando la expansión de Taylor para el exponencial ($e^{-\tau_o} \approx 1 - \tau_o$):

$$\left[\frac{1 - e^{-\tau_o}}{\tau_o} \right] \rightarrow 1 \implies g_{rad}^L \propto r^{-2} \quad (2.24)$$

Notamos que en este caso, no hay aporte especial a la aceleración, solo es un pequeño empuje que decae con la distancia.

2. **Líneas Ópticamente Gruesas** ($\tau_o \gg 1$): Si la línea es muy fuerte, el medio absorbe rápidamente todos los fotones en esa frecuencia ($e^{-\tau_o} \approx 0$)

$$\left[\frac{1 - e^{-\tau_o}}{\tau_o} \right] \approx \frac{1}{\tau_o} \quad (2.25)$$

$$g_{rad}^L = \frac{\kappa_L v_{th}}{c^2} \frac{L_*}{4\pi r^2} \frac{1}{\tau_o} ; \text{ con } \tau_o = \kappa_L \rho \frac{v_{th}}{dv/dr} \quad (2.26)$$

$$g_{rad}^L = \frac{L_*}{4\pi r^2 c^2} \left(\frac{1}{\rho} \frac{dv}{dr} \right) \quad (2.27)$$

Notamos que:

$$g_{rad}^L \propto \frac{dv}{dr}$$

Para este caso, el empuje radiativo no depende de que tan fuerte sea la línea (κ_L). Si no que la única forma de obtener más empuje es gracias a la aceleración del gas, lo cual permite cambiar la frecuencia resonante local (dado el efecto Doppler) y así lograr acceder a fotones no atenuados. Esta es la idea central de la teoría de vientos estelares (Teoría CAK). Los fotones en el núcleo de las líneas gruesas se agotan rápidamente, por lo que la única forma de exponer material nuevo para que siga absorbiendo fotones y recibiendo empuje, es acelerando más el fluido.

2.2.2. Aporte de un ensamble de líneas

En un viento estelar real, la aceleración radiativa resulta de la contribución de un ensamble de líneas espectrales ópticamente gruesas y delgadas. Para describir este efecto, J. I. Castor, D. C. Abbott y Klein 1975b introdujeron una distribución estadística de fuerzas de línea, aproximando la suma discreta planteada en la sección anterior mediante una ley de potencias en función de una profundidad óptica ponderada respecto a la dispersión por electrones para un medio en movimiento.

$$g_{rad}^L \propto kt^{-\alpha}, \quad t = \frac{\sigma_e \rho v_{th}}{\partial v_r / \partial r}. \quad (2.28)$$

Esta función ponderada t representa la profundidad óptica local que la línea tendría si su opacidad fuese igual a la de dispersión de electrones σ_e . En base a esta definición, podemos reescribir lo siguiente:

$$\tau_o = \eta_L t \quad (2.29)$$

Notamos que el término $\eta_L = \kappa_L / \sigma_e$ encapsula solo las propiedades intrínsecas de la línea (su opacidad relativa a la dispersión de Thomson). En cambio, el parámetro t nos habla solo de las variables del viento. Bajo esta simplificación, el comportamiento colectivo de todas las líneas del viento queda gobernado por sólo dos constantes físicas (previamente mencionadas en la sección 1.3):

- **k :** Representa el número efectivo de líneas que son capaces de generar un empuje en el viento.
- **α :** En el rango de $0 < \alpha < 1$, mide la importancia relativa entre las líneas ópticamente gruesas que dominan la transferencia de momento con respecto a la totalidad.

Finalmente, al sustituir la definición explícita de t , la aceleración radiativa total por líneas adopta la siguiente forma:

$$g_{rad}^L = k \underbrace{\left(\frac{1}{\sigma_e \rho v_{th}} \frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^\alpha}_{M(t)} \underbrace{\frac{\sigma_e L_*}{4\pi c r^2}}_{g_{rad}^C} \quad (2.30)$$

Donde recuperamos el multiplicador de fuerzas que actúa sobre la contribución de radiación proveniente del continuo

2.2.3. Efectos del balance de ionización

Friend y David C. Abbott 1986a realizaron un cálculo exhaustivo de la fuerza radiativa por líneas considerando transiciones desde el hidrógeno hasta el zinc. Este trabajo confirmó la dependencia de la fuerza con la temperatura y la composición química (a través de la opacidad del continuo σ_e), e introdujo una nueva dependencia fundamentada en el estado de ionización relativo del viento. Dado que los estados de ionización más bajos poseen un mayor número de líneas, la fuerza radiativa tiende a incrementar con la densidad electrónica n_e . Para modelar este efecto, asumen una dependencia de ley de potencias débil respecto a la cantidad N_{11} :

$$N_{11} \equiv \frac{n_e}{W} \times 10^{-11} \text{ cm}^3, \quad (2.31)$$

donde W es el factor de dilución geométrica adimensional. Este factor representa la fracción del ángulo sólido Ω_* subtendido por la estrella para un observador a una distancia r , y se define como:

$$W = \frac{\Omega_*}{4\pi} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{\mu_*}^1 d\mu' d\phi' = \frac{1}{2} (1 - \mu_*), \quad \text{donde } \mu_*(r) = \sqrt{1 - \frac{R_*^2}{r^2}} \quad (2.32)$$

La inclusión de W es esencial para tomar en cuenta la geometría esférica de la envoltura extendida. A medida que el material se aleja de la estrella, la densidad de radiación se diluye, afectando directamente el

balance de fotoionización-recombinación. Para un gas completamente ionizado, la densidad electrónica se puede aproximar como $n_e \approx \rho/\mu m_H$. De esta forma, la expresión modificada para la aceleración radiativa por líneas adquiere la forma:

$$g_{\text{rad}}^L = k \left(\frac{1}{\sigma_e \rho v_{th}} \frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^\alpha \frac{\sigma_e L_*}{4\pi c r^2} N_{11}^\delta. \quad (2.33)$$

Donde el exponente $\delta \in [0.02, 0.20]$ Para estrellas tipo early-type. Recordando la expresión del multiplicador de fuerza planteado anteriormente podemos decir que:

$$M(t) = k t^{-\alpha} N_{11}^\delta \quad (2.34)$$

2.3. Teoría M-CAK

Esta es la teoría estándar con la cual se modelan los vientos de estrellas masivas (CAK modificada). Desarrollada por A. Pauldrach, J. Puls y R. P. Kudritzki 1986b y Friend y David C. Abbott 1986b, consideraron la corrección del tamaño finito del disco estelar, dado que la teoría CAK planteaba a la estrella como una fuente puntual. En la ilustración (2.2) se representa como es la corrección en sí y por lo tanto explica como los fotones no son solo recibidos en la dirección radial, sino también en todo ángulo subtendido por la fuente, visto desde una distancia r . Al introducir este efecto, aparece la expresión del

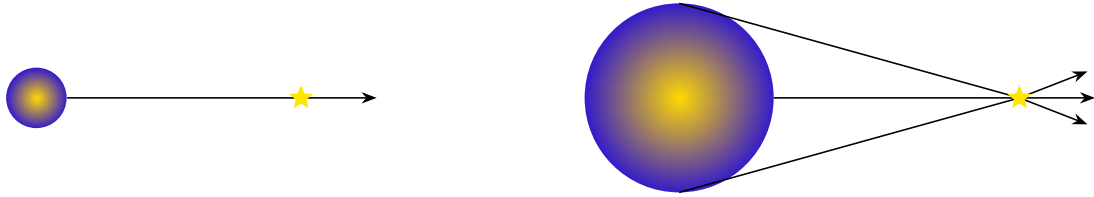


Figura 2.2: Comparación geométrica entre la aproximación de estrella puntual y el factor de corrección de disco finito en la teoría m-CAK.

factor de corrección CF en el multiplicador de fuerzas, el cual tiene la siguiente forma:

$$CF = \frac{(1 + \sigma)^{1+\alpha} - (1 - \sigma \mu_*^2)^{1+\alpha}}{(1 + \alpha) \sigma (1 + \sigma)^\alpha (1 - \mu_*^2)}$$

Donde en este caso μ_* representa el coseno del ángulo medio medido desde el centro de la estrella y el borde del disco estelar, mientras que σ se define de la siguiente manera:

$$\sigma = \frac{r}{v} \frac{\partial v}{\partial r} - 1 \quad (2.35)$$

Con esto, el término de aceleración debido a las líneas queda de la siguiente forma:

$$g_{\text{rad}}^L = M(t) g_{\text{rad}}^C \quad (2.36)$$

$$= k t^{-\alpha} N_{11}^\delta CF g_{\text{rad}}^C \quad (2.37)$$

Finalmente, al reemplazar con las expresiones de t y g_{rad}^C , la componente de línea de la aceleración radiativa se representa de la esta forma:

$$g_{rad}^L = k \left(\frac{\partial v / \partial r}{\sigma_e \rho v_{th}} \right)^\alpha \frac{\sigma_e L_*}{4\pi c r^2} \left(\frac{n_{e11}}{W(r)} \right)^\delta CF \quad (2.38)$$

2.4. Rotación Estelar: Efectos Centrífugos

A diferencia de los fluidos incompresibles, las estrellas masivas centralmente condensadas no conservan su volumen al rotar, sufriendo un achatamiento u *oblateness* donde el radio ecuatorial se expande. Asumiendo un radio polar constante R_p , el potencial gravitacional efectivo puede aproximarse mediante los equipotenciales de Roche:

$$\Phi(r, \theta) = -\frac{GM_*}{r} - \frac{1}{2} \Omega_{rot}^2 r^2 \sin^2 \theta \quad (2.39)$$

Donde Ω_{rot} es la velocidad angular constante del cuerpo. La superficie de una estrella rotante estará confinada en base a superficies equipotenciales, y si el radio polar ($\theta = 0$) $r = R_p$ es especificado, recuperamos:

$$\Phi(r, 0) = -\frac{GM_*}{r}$$

A partir de esto, uno puede obtener la expresión axisimétrica (independiente de ϕ) de la superficie estelar

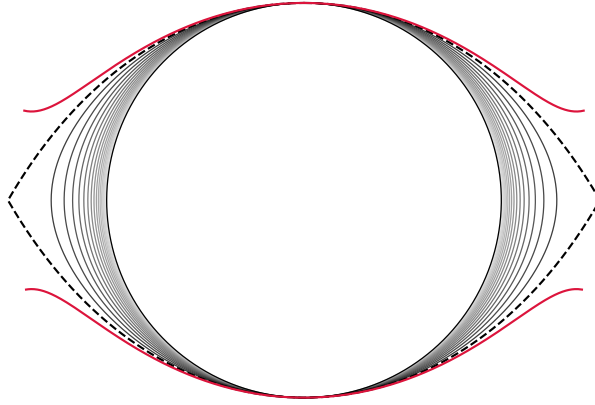


Figura 2.3: Secciones transversales ecuatoriales de superficies equipotenciales de Roche, para una distribución uniforme de valores de ω entre 0 y 1.05, en incrementos de 0.05. La curva punteada es una superficie representativa cuando $\omega=1.0$ (Límite crítico) y la curva roja $\omega=1.05$ representa la ruptura estelar

$r = R_*(\theta)$ al resolver la ecuación cubica para R_* . En práctica, la velocidad angular Ω_{rot} no siempre es conocida. Para aquel caso la velocidad de la estrella en el ecuador V_{eq} se utiliza. Tomando en cuenta el primer caso (Ω_{rot} conocido), se debe plantear una velocidad angular de quiebre/crítica Ω_{crit} , para la cual $\nabla\Phi$ es magnitud cero en el ecuador ($\theta = \pi/2$). Cuando $\Omega_{rot} = \Omega_{crit}$, el radio $R_*(\pi/2) \equiv R_{eq}$ llega a su máximo valor posible $R_{eq} \approx (3/2)R_p$. Cuando $\Omega_{rot} < \Omega_{crit}$, se define una tasa fraccional de rotación

$\omega \equiv \Omega_{rot}/\Omega_{crit}$, por lo tanto:

$$\Omega_{rot} = \omega \Omega_{crit} = \omega \sqrt{\frac{GM_*}{R_{eq}^3}} = \omega \sqrt{\frac{8GM_*}{27R_p^3}}$$

Donde $0 \leq \omega \leq 1$ para un equipotencial estelar cerrado.

Dado este planteamiento (Revisar la derivación en el apéndice A), la ecuación que describe el radio a la superficie de la estrella en función de la colatitud se expresa como:

$$R_*(\theta) = \frac{3R_p}{\omega \sin \theta} \cos \left[\frac{\pi + \cos^{-1}(\omega \sin \theta)}{3} \right] \quad (2.40)$$

Nota: De acá en adelante, definiremos la tasa de rotación adimensional ω como Ω por temas de convención.

2.5. Wind Compressed Disks

La rotación estelar modifica la estructura del viento mediante efectos centrífugos y fuerzas de Coriolis, rompiendo la simetría esférica del flujo e introduciendo una dependencia latitudinal en sus propiedades. Para parametrizar estos efectos en las simulaciones adoptaremos el formalismo del modelo *Wind Compressed Disk* (WCD) propuesto por Bjorkman y Cassinelli 1993, el cual incorpora la dependencia con la rotación de la velocidad terminal y de la pérdida de masa a partir de los resultados obtenidos por FriendAbbott1986.

2.5.1. Parametrización del campo de velocidades

La componente radial del viento se describe mediante una ley β , cuya velocidad terminal depende de la colatitud debido a la reducción de la gravedad efectiva producida por la rotación,

$$v_r(r, \theta) = v_0 + v_\infty(\theta) \left(1 - \frac{R_*(\theta)}{r} \right)^\beta \quad (2.41)$$

Esta dependencia latitudinal se puede expresar como:

$$v_\infty(\theta) = v_{\infty,0} \left(1 - \frac{v_{rot}}{v_{crit}} \sin \theta \right)^\gamma \quad (2.42)$$

donde $v_{\infty,0}$ corresponde a la velocidad terminal polar, v_{rot} es la velocidad de rotación ecuatorial, v_{crit} la velocidad crítica y $\gamma = 0.35$ es el valor adoptado por el modelo WCD que nos indica la sensibilidad de v_∞ a la reducción de la gravedad efectiva causada por la fuerza centrífuga a medida que nos desplazamos hacia el ecuador.

La componente azimutal se obtiene suponiendo conservación del momento angular específico,

$$v_\phi(r, \theta) = v_{rot} \left(\frac{R_*(\theta)}{r} \right) \sin \theta \quad (2.43)$$

Inicialmente se adopta $v_\theta = 0$, permitiendo que la evolución del sistema determine de manera autoconsistente esta componente durante las simulaciones.

2.5.2. Distribución de masa y densidad

La tasa de pérdida de masa también presenta una dependencia latitudinal, definida por:

$$\dot{M}(\theta) = \dot{M}_0 \left(1 - \frac{v_{rot}}{v_{crit}} \sin \theta \right)^\xi \quad (2.44)$$

donde $\dot{M}_0$ representa la tasa de pérdida de masa polar y $\xi = -0.43$ cuantifica la eficiencia con la que la fuerza radiativa logra levantar material de la fotosfera cuando la gravedad efectiva se debilita en el ecuador. Por lo tanto la distribución inicial de densidad se obtiene directamente a partir de la ecuación de continuidad y las variables con sus respectivas dependencias angulares,

$$\rho(r, \theta) = \frac{\dot{M}(\theta)}{4\pi r^2 v_r(r, \theta)} \quad (2.45)$$

2.5.3. Limitaciones del modelo WCD y justificación metodológica

Aunque el modelo WCD constituye una descripción sencilla del efecto de la rotación, estudios hidrodinámicos posteriores mostraron que la convergencia del viento hacia el ecuador puede verse inhibida por fuerzas radiativas no radiales (Stanley P. Owocki, Cranmer y Gayley 1996). Estas componentes, ausentes en la formulación original de WCD, pueden ser comparables a la aceleración efectiva local y modificar significativamente la trayectoria del flujo, evitando la formación de un disco comprimido en determinados regímenes de rotación. A pesar de estas limitaciones, el modelo WCD es útil para definir condiciones iniciales de un viento rotante. En este trabajo no se emplea como un modelo físico de formación de discos, sino como una aproximación para introducir una dependencia latitudinal en la velocidad y la pérdida de masa antes de la evolución hidrodinámica. En consecuencia, esta evolución será calculada íntegramente mediante las simulaciones hidrodinámicas, permitiendo evaluar de forma autoconsistente el efecto de la rotación sobre la distribución de velocidad, densidad y la posible aparición de estructuras ecuatoriales e inestabilidades.

Capítulo 3

Simulaciones y Métodos Numéricos

En este capítulo se mencionan las metodologías numéricas utilizadas para estudiar los vientos estelares. Para comprender la física de estos flujos, se necesita resolver sistema de ecuaciones no lineales que gobiernan la hidrodinámica. Históricamente, el tratamiento de este problema computacional se ha dividido en dos grandes paradigmas: los métodos estacionarios y los métodos dependientes del tiempo. Comprender las ventajas y limitaciones físicas de cada enfoque es fundamental para justificar las herramientas adoptadas en esta investigación. Con este propósito, en las siguientes secciones se detallan las condiciones iniciales, la configuración geométrica de los dominios computacionales y la metodología implementada.

3.1. Métodos Estacionarios y sus Limitaciones

En los enfoques estacionarios, el estudio hidrodinámico se simplifica asumiendo a priori que el sistema ha alcanzado un estado de equilibrio ($\partial/\partial t = 0$). Esta aproximación permite reducir las ecuaciones diferenciales parciales a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias. Computacionalmente, este sistema suele resolverse empleando algoritmos iterativos de búsqueda de raíces (método de Newton-Raphson). En términos generales, estas herramientas resultan eficientes y de bajo costo computacional cuando el fluido presenta un comportamiento suave. Sin embargo, la aplicación de estos algoritmos a los vientos estelares mediante la teoría m-CAK presenta profundos desafíos. La principal debilidad de estos métodos es que asumen la existencia de una solución única a través de gradientes locales. Por el contrario, la topología de la ecuación de movimiento para vientos impulsados por radiación es altamente no lineal y está gobernada por una compleja estructura de múltiples puntos críticos (Michel Curé e Ignacio Araya 2023).

En regímenes físicos exigentes, como los que involucran una alta rotación estelar ($\Omega \rightarrow 1$) o variaciones en la ionización del viento (altos valores del δ), esta topología matemática se complejiza. Bajo estas condiciones, el método estacionario se vuelve sensible a la condición inicial entregada al algoritmo. Al intentar converger, el sistema suele desestabilizarse, saltando entre distintas familias de soluciones (rápidas o lentas) o perdiendo la capacidad de localizar el punto crítico exacto que conecta físicamente la fotosfera con el medio interestelar. El mayor riesgo de este enfoque es que los códigos suelen interpretar esta

divergencia como la inexistencia de una solución física, dando origen a los supuestos *gaps* o regiones prohibidas en el espacio de parámetros. Esta limitación intrínseca es la que motiva a la transición hacia métodos dependientes del tiempo. En lugar de forzar la búsqueda de una raíz, el enfoque temporal permite que el sistema evolucione de manera natural hacia su estado de equilibrio.

3.2. Métodos dependientes del tiempo

A diferencia de los métodos estacionarios, una simulación tiempo-dependiente resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes integrándolas paso a paso en el tiempo. El viento se inicializa y se deja evolucionar bajo la influencia continua de la aceleración radiativa, la gravedad y la rotación. La ventaja de este enfoque es que no se “busca” matemáticamente una raíz, simplemente se permite que el sistema evolucione de forma natural hacia el equilibrio en base a las fuerzas físicas. Además, dado que la evidencia observacional presentada en la introducción demuestra que los vientos son estructurados, variables y susceptibles a inestabilidades, la suposición de un estado estacionario resulta insuficiente. Para superar los límites impuestos por los métodos estacionarios, esta investigación emplea el código **FARGO3D**, adoptando un enfoque dependiente del tiempo.

3.2.1. FARGO3D

FARGO3D (Benítez-Llambay y F. S. Masset 2016) es un código de uso público principalmente diseñado para el estudio de discos astrofísicos. Este resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes y la ecuación de continuidad en una malla euleriana. FARGO3D utiliza métodos numéricos de diferencias finitas, que involucran principalmente el algoritmo Fast Advection in Rotating Gaseous Objects (FARGO) (F. Masset 2000), para simular la evolución dinámica de sistemas astrofísicos en presencia de diversas fuerzas. Sus opciones de modelo pueden ser tanto en 1D, 2D o 3D (en geometrías cartesianas, cilíndricas o esféricas). En esta instancia, definimos un setup donde modificamos la subrutina, condiciones iniciales y de borde del sistema de tal modo de incorporar el término de aceleración de línea m-CAK (1D) además del posterior achatamiento de la estrella (2.5D) a las ecuaciones gobernantes. Las simulaciones fueron realizadas considerando solo la presencia de gas en 1D y 2.5D.

3.3. Implementación y Metodología

Para que las simulaciones representen bien la física de los vientos estelares impulsados por radiación, es importante definir un conjunto adecuado de parámetros estelares, condiciones iniciales y de frontera en el código **FARGO3D**. En esta sección, detallaremos las configuraciones y posprocesamiento empleado para caracterizar computacionalmente los vientos estelares, tanto para modelos con simetría esférica (1D) como para aquellos con deformación rotacional (2.5D).

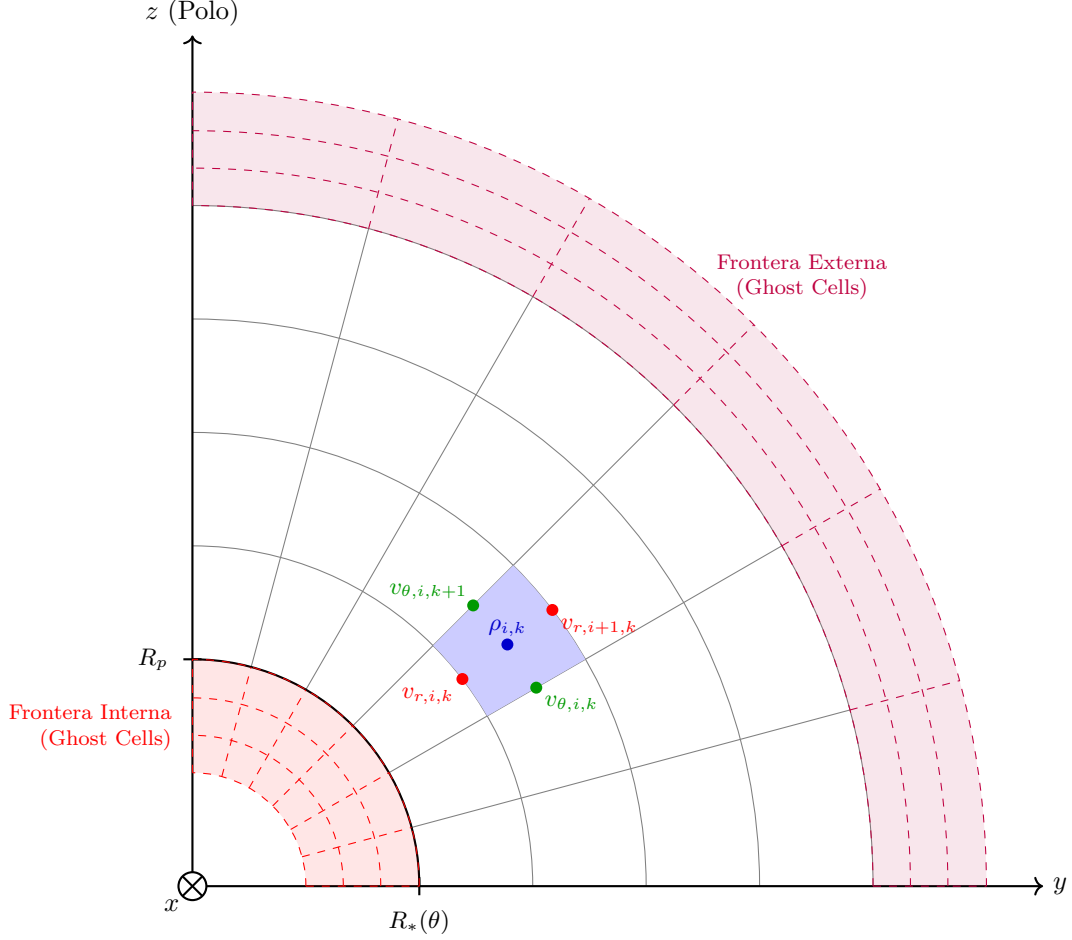


Figura 3.1: Esquema de la grilla escalonada en el plano meridional (r, θ) . Las cantidades escalares como la densidad (ρ) residen en los centros de las celdas (azul), mientras que las componentes vectoriales como la velocidad se evalúan en las interfaces perpendiculares a su dirección de flujo (rojo y verde). Las celdas fantasma (*ghost cells*) se utilizan para imponer las condiciones de borde en la superficie estelar.

3.3.1. Implementación 1D

Para realizar el análisis de la estabilidad de las soluciones m-CAK, creamos un setup en el cual modificamos la subrutina que maneja la evolución temporal del sistema, donde se integra la dinámica y fuerzas sobre el fluido en la dirección radial. El código calcula dinámicamente la profundidad óptica local, $t = (\sigma_e \rho v_{th}) / (dv/dr)$, para evaluar el multiplicador de fuerza radiativa junto al factor de corrección de disco finito CF (Ec. 2.38). Esta aceleración radiativa se suma al gradiente de presión y al potencial gravitatorio para actualizar el campo de velocidades en cada paso de tiempo mediante transporte advectivo.

Planteando la condiciones iniciales del sistema, establecemos la termodinámica del gas determinando la velocidad del sonido térmica $c_s = \sqrt{\frac{k_B T_{gas}}{\mu m_H}}$, donde k_B es la constante de Boltzmann y m_H es la masa del hidrógeno. Seguidamente, inicializamos el viento utilizando una ley- β $v_r(r) = v_0 + v_\infty \left(1 - \frac{R_*}{r}\right)^\beta$ para conectar la inyección subsónica en la base estelar con la velocidad terminal. Para asegurar la consistencia física inicial, el perfil de densidad proviene directamente de la ecuación de continuidad asumiendo un flujo constante, $\rho(r) = \dot{M} / (4\pi r^2 v_r(r))$. Por su parte, la rotación del fluido se establece conservando el momento

angular desde la superficie de la estrella, definiendo la velocidad azimutal como $v_\phi(r) = v_{rot}(R_*/r)$.

Respecto a las condiciones de borde, se definió la posición de la fotosfera en el borde interno ($r = R_*$). En este límite, implementamos una condición de valor fijo (*fixed-value*) con una densidad de masa constante $\rho_0 = 10^{-11} \text{ [g/cm}^3\text{]}$ y una velocidad de inyección subsónica $v_0 = c_s/4$. Esto es crucial para establecer un reservorio base estable. Siguiendo a I. Araya, M. Curé, ud-Doula et al. 2018, esta configuración de densidad fija en un régimen ópticamente delgado (donde la profundidad óptica de Rosseland se encuentra en $\tau_{\text{Ros}} \approx 0.096$ para el modelo T19) permite que el viento se relaje de forma autoconsistente, evitando las inestabilidades numéricas que ocurren cuando la conexión se ubica en zonas ópticamente gruesas (Josiek et al. 2025).

El espaciado de la malla en la dirección radial (r) es logarítmico. Esta elección permite obtener una mayor resolución espacial cerca de la superficie estelar, justo en la región de aceleración inicial. El límite interno del dominio coincide con el radio polar de la estrella ($R_* = 0.186$ en unidades de código para T19), extendiéndose hasta un límite externo de $R_{\text{max}} = 18.6$, cubriendo así una distancia equivalente a $100R_*$. En el límite externo de la grilla, se tiene que el fluido “escape” del dominio computacional, así evitando reflexiones numéricas que alteren la evolución del viento. Finalmente, la resolución del dominio radial está descrita por $N_r = 2048$ celdas.

Para hilar y permitir una comparación directa con estudios hidrodinámicos estacionarios previos, adoptamos los parámetros estelares definidos por Venero, M. Curé, Cidale et al. 2016. Seleccionamos tres modelos representativos que abarcan el rango espectral de las estrellas supergigantes B (*B-supergiants*): T15 (tipo tardío, $T_{\text{eff}} = 15\,000 \text{ K}$), T19 (tipo medio, $T_{\text{eff}} = 19\,000 \text{ K}$), y T25 (tipo temprano, $T_{\text{eff}} = 25\,000 \text{ K}$). Las propiedades físicas y los correspondientes parámetros de las fuerzas de línea (α, k) para cada modelo se detallan en la Tabla 3.1. Con respecto a la composición química, adoptamos abundancias solares para todos los modelos, con una razón de helio-hidrógeno de $N_{\text{He}}/N_{\text{H}} = 0.1$. Dado el rango de temperaturas estudiado, asumimos que el viento se mantiene completamente ionizado, resultando en un peso medio molecular de $\mu = 0.636$ y una opacidad de dispersión de electrones fija de $\sigma_e = 0.34 \text{ [cm}^2\text{/g]}$. Para estas simulaciones se dejó evolucionar el sistema por 4 años, asegurándose de que el sistema alcance un estado estacionario, guardando la información del estado dinámico cada 1 año.

Llevando a cabo una exploración completa, se realizaron un total de 567 simulaciones tiempo-dependientes. Para cada configuración estelar, la tasa adimensional de rotación se varió en el rango $\Omega \in [0.0, 0.9]$, mientras que el parámetro de ionización δ se exploró en el intervalo $[0.0, 0.40]$ con una resolución uniforme de $\Delta\delta = 0.02$.

Cuadro 3.1: Parámetros estelares y del viento para los modelos representativos. Masa (M_*), luminosidad (L), y el parámetro de Eddington (Γ_e) son derivados a partir de T_{eff} , $\log g$, y R_* siguiendo la relación estándar para atmósferas de hidrógeno ionizadas.

Model	T_{eff} (K)	$\log g$	R_* ($R_\odot$)	M_* ($M_\odot$)	$\log(L/L_\odot)$	Γ_e	α	k
T15	15,000	2.11	52	12.70	5.09	0.25	0.50	0.32
T19	19,000	2.50	40	18.45	5.27	0.27	0.50	0.1 – 0.32
T25	25,000	2.90	35	35.49	5.63	0.32	0.55	0.34

3.3.2. Implementación 2.5D

En esta configuración, se modificó el setup usado en la sección 3.3.1 para incluir la extensión del dominio en la coordenada latitudinal. Con respecto a la subrutina, se mantuvo la misma prescripción de la aceleración de radiación unidimensional con el fin de preservar el mecanismo WCD y no introducir componentes no radiales al término. Uno de los principales cambios fue la modificación del potencial de la estrella. En lugar del potencial Newtoniano esférico, implementamos una aproximación de equipotencial de Roche que incorpora la aceleración centrífuga efectiva (Ec. 2.39).

Dado los cambios mencionados, se reformularon las condiciones iniciales del setup a partir de la dependencia angular presente en el radio estelar (ec. 2.40) y en los términos de densidad, velocidades y tasa de pérdida de masa, descritas en la sección 2.5. Tomando en cuenta que ahora el límite interno del dominio es función de θ , se requirió establecer la zona de inyección del viento de forma dinámica para que el código mantuviera la forma achatada de la estrella durante la duración de la simulación. Esto se hizo fijando la condición (*fixed-value*) ($\rho_0 = 10^{-11}$ [g/cm³] y $v_0 = c_s/4$.) para valores del dominio radial que fueran inferiores a la prescripción de $R_*(\theta)$ definida previamente.

Como la implementación anterior, se usó una malla espaciada logarítmicamente, con una extensión máxima de $100R_*$. En esta prescripción, el dominio se expande al plano meridional (r, θ) con una resolución espacial de 1024×1024 celdas ($N_\phi = 1$). La coordenada de colatitud (θ) abarca desde $\theta_{\min} = 0.05$ rad hasta $\theta_{\max} = 3.09$ rad ($\sim \pi - 0.05$). Estos recortes en los bordes se implementaron para evitar singularidades numéricas y divisiones por cero en el eje polar del sistema de coordenadas. En relación al tiempo de integración, el sistema se dejó evolucionar por 1 año, tomando capturas de la dinámica del viento cada 8.76 horas.

Con respecto a los modelos estelares, en estas simulaciones sólo se trabajó con T19 ($k = 0.32$) con sus respectivos parámetros descritos en la tabla 3.1. De igual forma que en las configuraciones unidimensionales, las simulaciones 2.5D mantienen las abundancias solares ($N_{\text{He}}/N_{\text{H}} = 0.1$), garantizando la misma formulación tanto para el peso medio molecular como para la opacidad de dispersión de electrones.

Finalmente, para el análisis multidimensional de estos vientos, la exploración del espacio de parámetros se estructuró en dos fases. Inicialmente, evaluamos cómo la rotación ($\Omega = [0.3, 0.6, 0.9]$) induce la acumulación de material en el plano ecuatorial fijando el parámetro de ionización arbitrario $\delta = 0.25$. De esta forma estudiamos las dependencias latitudinales de la densidad y velocidad radial, además de los campos de velocidad y cómo son influenciados por la rotación. Posteriormente, para investigar el desarrollo de inestabilidades hidrodinámicas y turbulencia, realizamos un barrido más exhaustivo restringido al régimen de alta rotación ($\Omega \in [0.6, 0.95]$). En este dominio, el parámetro δ se varió sistemáticamente en el rango de $[0.0, 0.40]$ con una resolución de $\Delta\delta = 0.02$.

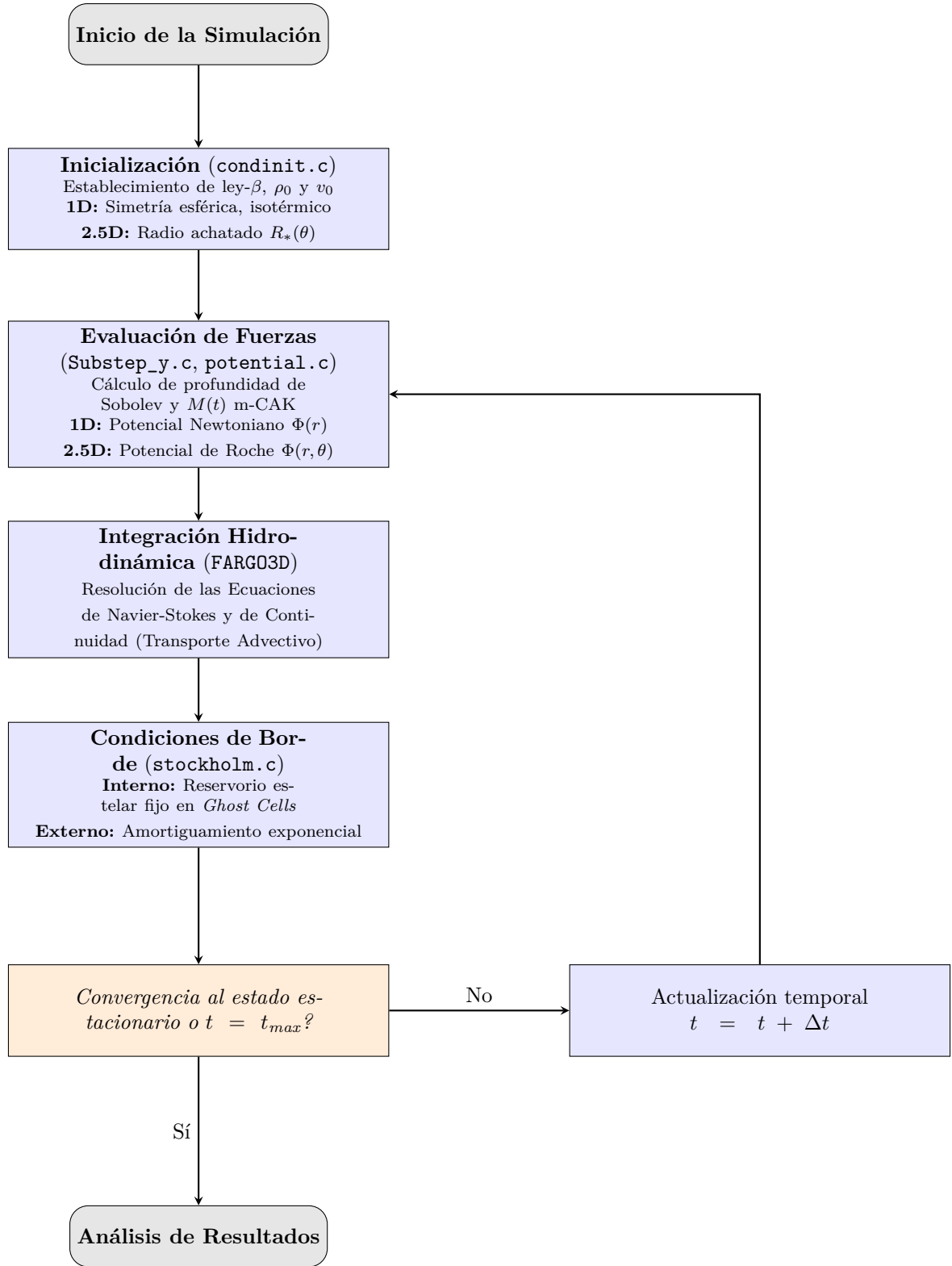


Figura 3.2: Diagrama de flujo del algoritmo implementado en FARGO3D. El esquema detalla el ciclo computacional principal y resalta las diferencias físicas clave implementadas entre el modelo unidimensional (1D) y el bidimensional axisimétrico (2.5D).

Capítulo 4

Resultados y Discusión

4.1. Simulaciones 1D

En esta sección se presentan los hallazgos obtenidos de la exploración sistemática del espacio de parámetros (Ω, δ) mediante simulaciones hidrodinámicas dependientes del tiempo. El enfoque principal será estudiar los mecanismos detrás de los *gaps* reportados en estudios previos y comparar nuestras soluciones obtenidas con los métodos estacionarios. además de una caracterización sobre el régimen del *Weak wind*, donde $k = 0.1$ para T19.

4.1.1. Existencia Global de Soluciones y el Cierre del Gap

Las simulaciones dependientes del tiempo revelan una distribución de soluciones continua en el espacio de parámetros (Ω, δ) . La figura 4.1 muestra las velocidades terminales (v_∞) resultantes y las tasas de pérdida de masa ($\dot{M}$) para los tres modelos estelares. Los rectángulos blancos solapados sobre los mapas de T15 y T19 indican las zonas “prohibidas” reportadas por Venero, M. Curé, Cidale et al. 2016, donde el código estacionario Hydwind (Michel Curé 2004) falla en converger. Un resultado central de este trabajo es la demostración de que las (*gaps*) no representan una ausencia de soluciones. Sin importar el tipo espectral o la tasa de rotación, el enfoque tiempo-dependiente logra alcanzar un estado estacionario en la totalidad del dominio. En el caso de las supergigantes tipo B tardías y medias (T15 y T19), la velocidad terminal decrece de manera monótona conforme se incrementa δ , transitando suavemente desde un régimen de viento rápido hacia uno lento, sin exhibir discontinuidades. Los gradientes de color presentados en la Figura 4.1 evidencian que esta transición ocurre justamente a través de las áreas demarcadas. Esto sugiere que el *gap* no representa una región sin soluciones físicas, sino más bien un dominio donde la topología del flujo se pone más compleja. Esto probablemente involucra la aparición de múltiples puntos críticos o la coexistencia de soluciones que impiden la convergencia algorítmica de los modelos estacionarios tradicionales.

En cuanto a la tasa de pérdida de masa, las simulaciones revelan una profunda dependencia respecto a los parámetros estelares, la velocidad de rotación y las variaciones de ionización dictadas por δ . Para el modelo de referencia T15 ($k = 0.32$), la magnitud de $\dot{M}$ fluctúa de forma continua dentro del orden

de $10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$. En ausencia de rotación ($\Omega = 0$), la tasa decae moderadamente de 0.83 a $0.31 \times 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ a medida que δ crece. Por el contrario, en regímenes de rotación extrema ($\Omega = 0.9$), este valor crece hasta $2.01 \times 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$. Este patrón de comportamiento se mantiene coherente a través de los modelos estándar, donde la aceleración radiativa posee la eficacia necesaria para sostener el gran flujo expulsado.

En el caso de la supergigante tipo B temprana (T25), investigaciones previas (Venero, M. Curé, Cidale et al. 2016) reportaron únicamente una rama de soluciones rápidas. No obstante, nuestras simulaciones (paneles inferiores de la Figura 4.1) corroboran la existencia de soluciones estables incluso hasta $\delta = 0.40$. Sin embargo, se observa una diferencia física importante. Aún para valores elevados de δ , la velocidad del viento se mantiene considerablemente alta ($v_{\infty} \gtrsim 1000 \text{ km s}^{-1}$). Esto implica que, para estrellas de alta luminosidad, la fuerza radiativa es lo suficientemente intensa como para evitar que el flujo decaiga hacia un régimen estrictamente “lento” ($v_{\infty} < 500 \text{ km s}^{-1}$) dentro del espacio de parámetros clásico del modelo m-CAK.

4.1.2. Validación y Continuidad de la Transición

Para poder validar nuestra implementación tiempo-dependiente y poder cuantificar el comportamiento del viento a través de la fase transitoria del régimen rápido al lento, se compararon los resultados obtenidos directamente con las soluciones estacionarias reportadas por Venero, M. Curé, Cidale et al. 2016 para el modelo T19 ($\Omega = 0.0$).

A lo largo de todo el espacio de parámetros, incluyendo tanto el régimen de viento rápido ($\delta \leq 0.20$) como el lento ($\delta \geq 0.30$), encontramos una concordancia exacta con las predicciones estacionarias. Los valores de la velocidad terminal son básicamente idénticos a los resultados m-CAK, lo que confirma que nuestra implementación dependiente del tiempo recupera con precisión la física estacionaria. Esta convergencia valida que la velocidad de inyección fotosférica adoptada ($v_0 = c_s/4$) y la condición de borde de densidad fija sincronizan efectivamente el flujo dependiente del tiempo con las condiciones de regularidad m-CAK. En la región previamente identificada como una brecha o *gap* ($0.21 \leq \delta \leq 0.28$, área demarcada), la velocidad terminal sigue una trayectoria continua que coincide con la rama teórica m-CAK con alta precisión. El “cambio de ritmo” observado en la curva de v_{∞} (Fig. 4.2, panel superior) es una propiedad intrínseca de la topología de la solución m-CAK y no un artefacto numérico. Nuestro enfoque dependiente del tiempo demuestra que esta transición es hidrodinámicamente estable y se puede alcanzar de manera continua, sirviendo de puente entre los regímenes rápido y lento y resolviendo los problemas de convergencia propios de los métodos estacionarios.

Una diferencia física fundamental aparece en el comportamiento de la tasa de pérdida de masa dentro del régimen de viento lento ($\delta \gtrsim 0.30$). Como se muestra en el panel inferior de la Fig. 4.2, los modelos estacionarios predicen un aumento repentino y exponencial (“salto”) en $\dot{M}$ inmediatamente después de la brecha. En contraste, nuestros resultados dependientes del tiempo revelan un aumento moderado y monótono en $\dot{M}$. Mientras que las predicciones estacionarias inflan $\dot{M}$ por un factor de aproximadamente

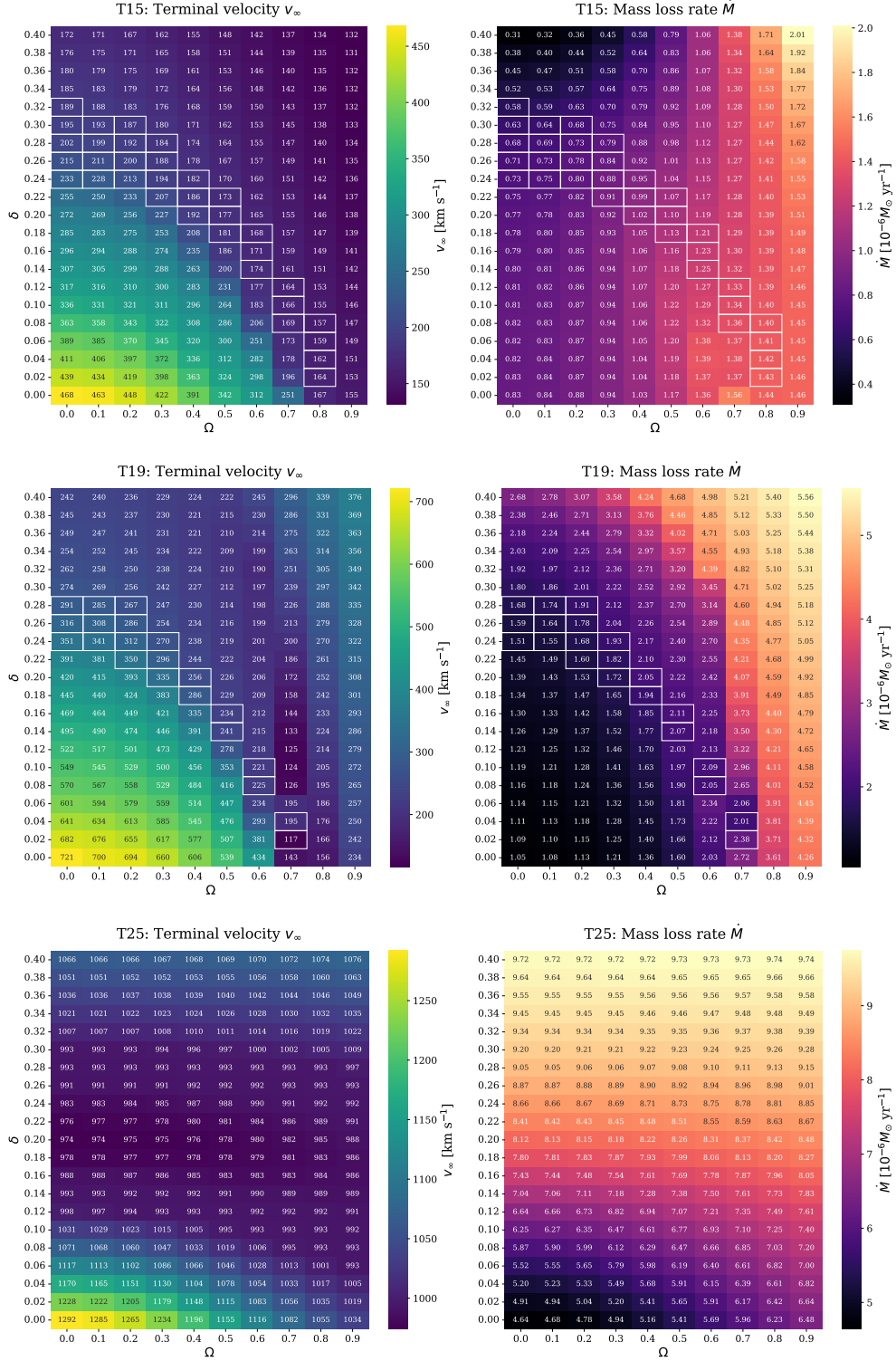


Figura 4.1: Mapas de velocidad terminal (v_∞ , izquierda) y tasas de pérdida de masa ($\dot{M}$, derecha) en el espacio de parámetros (Ω, δ). De arriba hacia abajo: Modelo T15 (late B-supergiant), T19 (mid B-supergiant), y T25 (early B-supergiant). El gradiente de color indica la magnitud de las soluciones estacionarias estables encontradas por las simulaciones tiempo-dependientes. Los rectángulos blancos superpuestos en T15 y T19 indican las zonas prohibidas previamente reportadas en (Venero, M. Curé, Cidale et al. 2016), Donde no había una aparente solución. Nuestros resultados denotan transiciones continuas entre los resultados estables en el dominio completo, llenando estos 'gaps'.

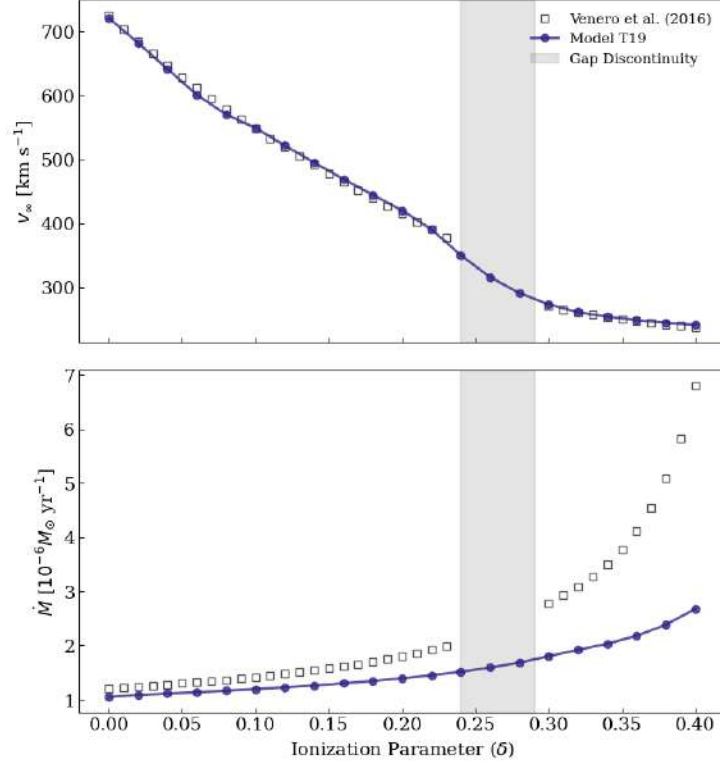


Figura 4.2: Comparación cuantitativa entre nuestras simulaciones dependientes del tiempo (líneas/círculos azules) y los resultados estacionarios de (Venero, M. Curé, Cidale et al. 2016) (cuadrados negros) para el modelo T19 sin rotación ($\Omega = 0.0$). *Panel superior:* Velocidad terminal vs. parámetro de ionización δ . *Panel inferior:* Tasa de pérdida de masa vs. δ . El área achurada en gris indica el “gap” (brecha) reportado en el estudio estacionario. Nótese la inflexión en la curva de velocidad a través de la brecha y el incremento acotado en $\dot{M}$ en el régimen de viento lento, contrastando con el salto estacionario (ver texto para la discusión).

4 a través de la transición, las simulaciones muestran un aumento mucho más suave (de aproximadamente 1.10 a $2.37 \times 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$). Esta discrepancia surge de las condiciones de borde. El código estacionario *Hydwind* fija la profundidad óptica a un valor constante característico (eg., $\tau_{\star} = 2/3$). Esto genera que, en el régimen de viento lento donde el gradiente de velocidad es poco pronunciado, la escala de altura de densidad aumenta. Para mantener una profundidad óptica integrada constante $\tau_{\star} = \int \rho dr$ bajo estas condiciones, el solver estacionario está forzado a aumentar la densidad base en la fotosfera, induciendo este salto en la tasa de pérdida de masa.

Al fijar la densidad fotosférica (ρ_0) lo cual, siguiendo a I. Araya, M. Curé, ud-Doula et al. 2018, es una condición físicamente más robusta para un reservorio subsónico estable, el flujo de masa se determina de manera autoconsistente por los requerimientos del punto sónico. Esta condición básicamente trata a la fotosfera como un borde hidrostático estable determinado por la estructura estelar, independiente de la dinámica del viento. Esto resulta en un aumento estable y acotado en la pérdida de masa en lugar de un descontrol artificial.

Es importante destacar que nuestro comportamiento monótono y continuo de $\dot{M}$ concuerda excelentemente con las observaciones empíricas más recientes (Verhamme et al. 2024; de Burgos et al. 2024; Bernini-Peron et al. 2024), las cuales demuestran la ausencia de un salto abrupto de biestabilidad en supergigantes B de diversos entornos de metalicidad. Esto sugiere que las sobreestimaciones de $\dot{M}$ en modelos estacionarios y proyectos recientes de espectroscopía cuantitativa I. Araya, M. Curé, Machuca et al. 2025, e.g., ISOSCELES, pueden tener un origen metodológico asociado a su formulación estacionaria, más que físico.

4.1.3. Estructura y Consistencia del Flujo

Para investigar el mecanismo físico que modula la estabilidad dentro de los *gaps*, analizamos la estructura radial del viento. La figura 4.3 muestra los perfiles de velocidad $v_r(r)$ (panel superior) y la distribución de densidad $\rho(r)$ (panel inferior) para el modelo T19 ($\Omega = 0.0$) correspondientes a tres estados de ionización representativos: el régimen rápido ($\delta = 0.10$, línea azul continua), la región de la brecha o *gap* ($\delta = 0.26$, línea verde discontinua) y el régimen lento ($\delta = 0.40$, línea roja punteada). La solución rápida ($\delta = 0.10$) exhibe la topología convexa estándar típica de los vientos m-CAK. Su perfil de velocidad experimenta una aceleración rápida cerca de la superficie estelar ($r \lesssim 2R_*$) y transita suavemente hacia un aplanamiento asintótico alrededor de $r \approx 10R_*$ a medida que se acerca a la velocidad terminal. En consecuencia, el perfil de densidad presenta un declive pronunciado esperado, impulsado tanto por la expansión esférica como por la rápida aceleración ($\rho \propto r^{-2}v^{-1}$).

En contraste, la solución dentro del gap ($\delta = 0.26$) revela una estructura más compleja. Como se muestra en el panel superior de la Fig. 4.3, el viento se acelera inicialmente cerca de la fotosfera pero encuentra un marcado “quiebre” (*kink*) en la velocidad dentro de la región $2R_* \lesssim r \lesssim 10R_*$. En esta región, la aceleración radiativa es suprimida localmente por el término $(n_e/W)^\delta$ en el multiplicador de fuerza. Dado que $n_e \propto \rho$, este término introduce una dependencia $g_{\text{line}} \propto \rho^\delta$, la cual reduce la eficiencia del impulso a medida que disminuye la densidad del viento, provocando el estancamiento observado antes de la fase de aceleración final. Esta característica cinemática tiene una contraparte hidrodinámica directa en la estructura de la densidad (panel inferior). En la región de la meseta de velocidad, donde $\partial v_r / \partial r \approx 0$, la caída de la densidad se vuelve puramente geométrica ($\rho \propto r^{-2}$). Los perfiles de densidad resultantes se mantienen consistentes con sus respectivos regímenes de velocidad; para satisfacer la conservación de masa, las velocidades de expansión más bajas en la brecha y en el régimen lento conducen a densidades de masa más altas a lo largo de todo el viento en comparación con la solución rápida.

Finalmente, la solución lenta ($\delta = 0.40$, línea roja punteada) representa un régimen estable distinto. A diferencia de la solución dentro del *gap*, no exhibe una meseta de velocidad. En su lugar, muestra un perfil de aceleración monótono pero significativamente más plano en todo el dominio. La velocidad terminal es baja ($v_\infty \approx 260 \text{ km s}^{-1}$), y la densidad se mantiene consistentemente más alta que en los regímenes rápido y del gap debido a su menor velocidad. Esto confirma que la rama “lenta” es una solución robusta y continua donde el empuje radiativo es menos eficiente pero estable.

Dado estos resultados sugerimos que la incapacidad del código estacionario HYDWIND para encontrar

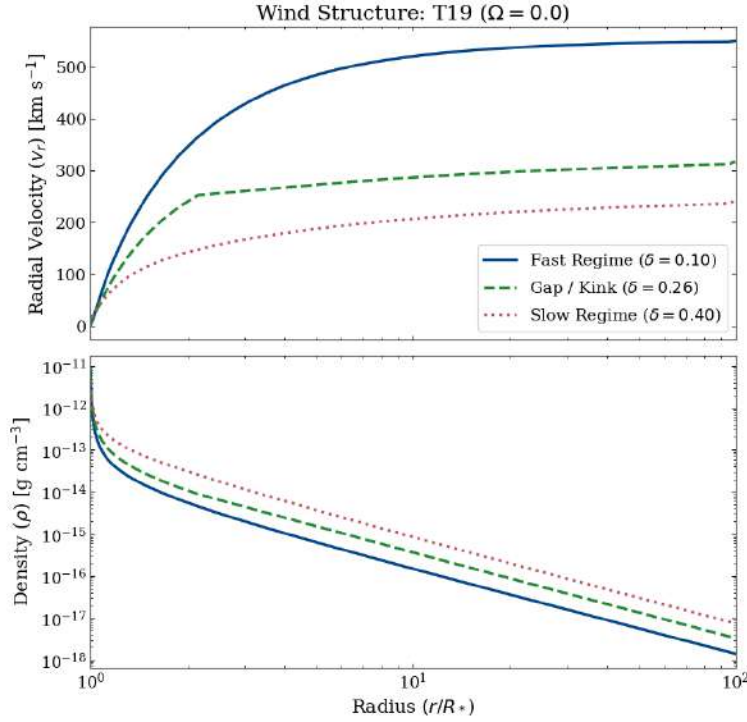


Figura 4.3: Estructura del viento para el modelo T19 ($\Omega = 0.0$) en el régimen rápido ($\delta = 0.10$, línea azul continua), la región del *gap* ($\delta = 0.26$, línea verde discontinua) y el régimen lento ($\delta = 0.40$, línea roja punteada). Panel superior: Perfiles de velocidad radial. La solución dentro de la brecha exhibe una meseta de velocidad o “quiebre” (*kink*) que se extiende desde $2 R_*$ hasta $10 R_*$. Panel inferior: Perfiles de densidad de masa (escala logarítmica). Los perfiles de densidad son consistentes con sus respectivos regímenes de velocidad, donde velocidades más bajas resultan en niveles de densidad más altos, tal como lo requiere la conservación de la masa.

soluciones en este régimen está ligado a la dificultad numérica para resolver la topología compleja del flujo. Dado que nuestro enfoque permite que el sistema se relaje naturalmente y logre encontrar un puente estable entre soluciones, la aparición de esta compleja estructura cinemática indica que el viento transita por un régimen físicamente inestable. En general, los métodos estacionarios se basan en integrar la ecuación de momento desde el punto sónico en adelante, típicamente buscando por una condición de regularidad específica para un solo punto crítico. La aparición de esta meseta extendida implica que el gradiente de velocidad $\partial v / \partial r$ tiende a 0 dentro del flujo supersónico. Esta topología probablemente crea múltiples puntos críticos o se asemejan a una singularidad, causando que los métodos de integración estándar diverjan.

En contraste, nuestro enfoque permite que el sistema se relaje naturalmente, ajustando su estructura de densidad para conservar el flujo de masa. Sin embargo, la emergencia de esta compleja estructura cinemática indica que el viento ocupa un equilibrio *metaestable*. Esto sugiere un panorama hidrodinámico rico donde podrían coexistir múltiples ramas de solución, similar a la biestabilidad reportada en el dominio rotacional por I. Araya, M. Curé, ud-Doula et al. 2018.

4.1.4. El Régimen de Conducción Débil ($k = 0.1$)

Para complementar nuestro análisis, extendemos nuestras simulaciones al régimen de impulso débil (*weak driving*, $k = 0.1$) usando el modelo T19. Estudios estacionarios recientes (Venero, M. Curé, J. Puls et al. 2024) han demostrado que, para valores tan bajos del multiplicador de fuerza, las propiedades del viento cambian drásticamente, evidenciando una disminución en la tasa de pérdida de masa a medida que aumentan cambios en la ionización (parámetro δ).

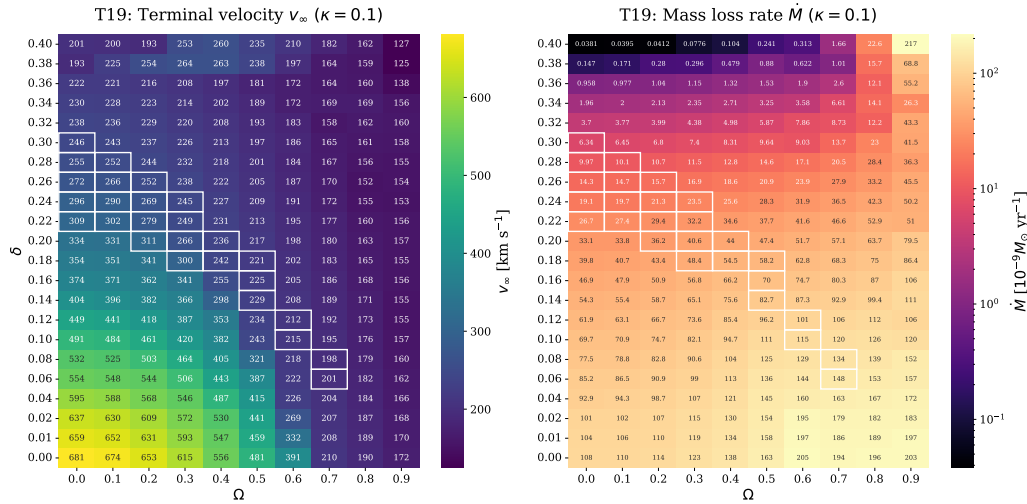


Figura 4.4: Mapas de existencia global para el régimen de impulso débil (Modelo T19 con $k = 0.1$). *Panel izquierdo:* Velocidad terminal v_∞ . *Panel derecho:* Tasa de pérdida de masa $\dot{M}$. A diferencia de los modelos estándar, $\dot{M}$ disminuye drásticamente a medida que δ aumenta, cayendo en varios órdenes de magnitud hasta alcanzar un estado de “viento muerto” para $\delta > 0.30$. No obstante, se encuentran soluciones estables en todo el dominio.

La Figura 4.4 presenta el mapa de estabilidad global para este régimen. Nuestro código dependiente del tiempo logra encontrar soluciones estacionarias estables a lo largo de todo el espacio de parámetros, poblando los *gaps*. Al igual que en el caso estándar, la velocidad terminal decrece de manera monótona en función de δ . Sin embargo, el comportamiento de la tasa de pérdida de masa (Fig. 4.4, panel derecho) confirma la inversión teórica predicha para vientos con un factor k bajo. Conforme δ aumenta, $\dot{M}$ decae de manera significativa. Para el régimen de viento rápido ($\delta \lesssim 0.2$), $\dot{M}$ se mantiene en el orden de $10^{-7} M_\odot$ yr⁻¹, pero sufre una caída exponencial de varios órdenes de magnitud a 10^{-9} al ingresar al régimen lento ($\delta > 0.3$). Eventualmente, alcanza un mínimo de aproximadamente $4 \times 10^{-11} M_\odot$ yr⁻¹ en $\delta = 0.40$, acercándose efectivamente a un estado de “viento muerto” (*dead wind*).

Para comprender esta transición, la Figura 4.5 detalla la estructura del viento en el caso sin rotación ($\Omega = 0.0$) a través de la región que los modelos estacionarios identifican como una brecha ($0.22 \leq \delta \leq 0.30$). Nuestras simulaciones revelan que el perfil de velocidad (panel superior) desarrolla un claro cambio de pendiente dentro de la zona de transición. Aunque la tasa de pérdida de masa cae abruptamente, la transición se mantiene continua, actuando como un puente entre la solución rápida y la tenue solución lenta.

En cuanto a la convergencia de estos modelos de impulso débil ($k = 0.1$), investigamos de qué manera

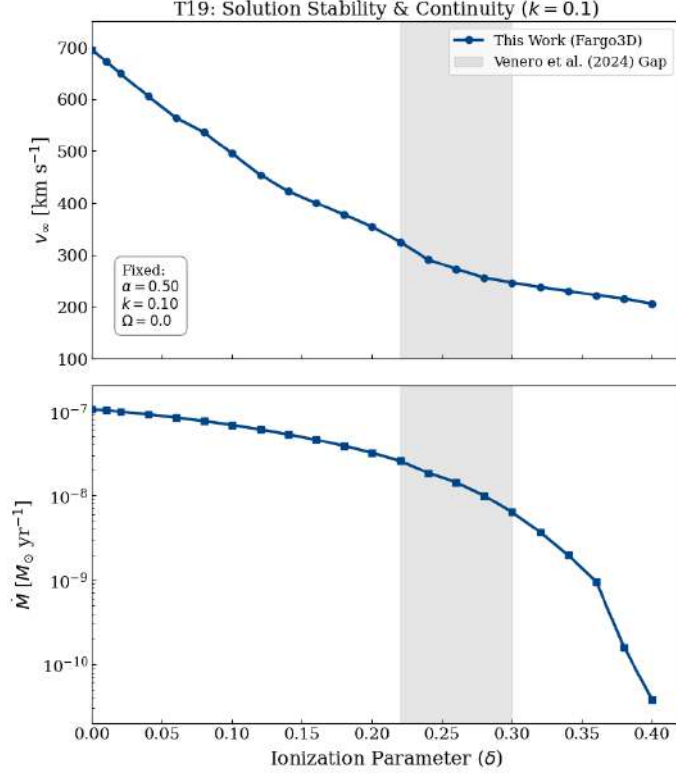


Figura 4.5: Estructura del viento para el régimen de impulso débil ($k = 0.1, \Omega = 0.0$). Panel superior: Velocidad terminal vs δ . Nótese la suave inflexión en la pendiente dentro de la región gris (la brecha reportada por Venero, M. Curé, J. Puls et al. 2024). Panel inferior: Tasa de pérdida de masa vs. δ . La simulación captura el pronunciado declive en $\dot{M}$ asociado con la discontinuidad estructural característica de los vientos débiles.

la elección de las condiciones iniciales afecta el estado estacionario final dentro del gap. Como se detalla en las pruebas de sensibilidad (Fig. 4.6), los modelos inicializados con diferentes gradientes de velocidad ($\beta = 1.0$ y $\beta = 2.0$) alcanzan ramas estacionarias que son estables pero numéricamente distintas. Aunque la discrepancia en la velocidad terminal final es pequeña ($\sim 4\%$), su persistencia tras varios años de evolución simulada indica que la relajación temporal en este régimen es capaz de aislar diferentes equilibrios estables dentro del mismo espacio de parámetros físicos. Esto sugiere que la configuración final del estado estacionario cerca de las regiones de transición de la teoría m-CAK está ligeramente influenciada por el estado cinemático inicial (parámetro β).

Discutiendo los resultados, nuestra exploración del régimen de impulso débil ($k = 0.1$) confirma la tendencia predicha por Venero, M. Curé, J. Puls et al. 2024, donde la tasa de pérdida de masa exhibe una dependencia inversa con los cambios de ionización. Esto contrasta marcadamente con el régimen estándar ($k \approx 0.32$), donde un mayor δ suele sostener o incrementar el flujo de masa. Un hallazgo clave en este régimen es la alta sensibilidad a las condiciones iniciales: acceder a la rama lenta requiere inicializar el flujo con un gradiente cinemático más suave ($\beta = 2.0$). Esto sugiere la presencia de múltiples equilibrios hidrodinámicos determinados por el historial del flujo. Para $\delta \gtrsim 0.30$, $\dot{M}$ decae a valores ultra-tenues

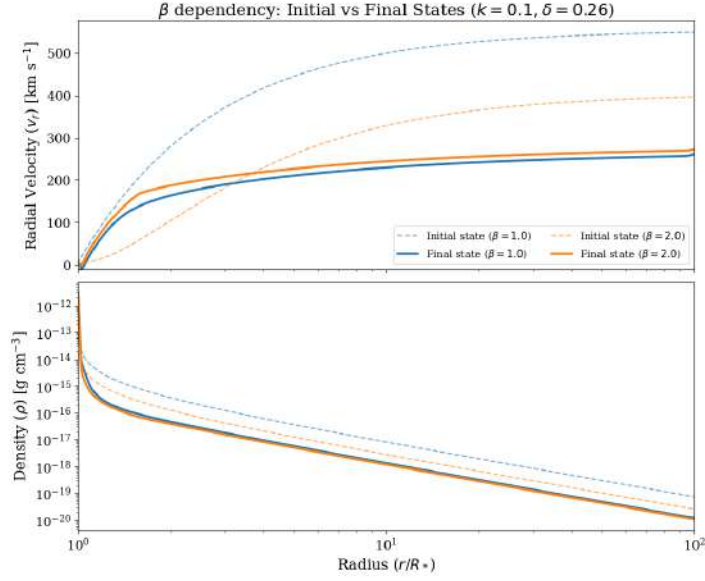


Figura 4.6: Discrepancias en el weak driving regime con respecto a las condiciones iniciales ($k = 0.1$, $\Omega = 0.0$, $\delta = 0.26$). Panel superior: Perfiles de velocidad radial. Panel inferior: Perfiles de densidad. Las líneas punteadas representan los estados iniciales en $t = 0$ para $\beta = 1.0$ (azul) y $\beta = 2.0$ (naranja). Las líneas solidas muestran los estados finales estacionarios correspondientes después de $t = 4.0$ yr. El modelo inicializado con el perfil más rápido se relaja a un estado estacionario más lento, mientras la que parte de un perfil más lento llega a un estado más rápido, confirmando la existencia de múltiples soluciones estables.

($\approx 4 \times 10^{-11} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$), representando el límite físico de un “viento muerto”.

En síntesis, demostramos que el espacio de soluciones m-CAK para impulsos débiles es continuo, conectando ramas rápidas con ramas ultra-lentas inalcanzables mediante técnicas estacionarias.

4.2. Simulaciones 2.5D

En esta sección se presentan los resultados de las simulaciones 2.5D, extendiendo el análisis previo hacia una exploración de la dependencia latitudinal de los vientos estelares. El enfoque principal será de caracterizar cómo la rotación de la estrella y la introducción del potencial modificado (ec. 2.39) influyen en la estructura del radial y latitudinal (θ) del viento. Asimismo, se estudiará la variabilidad de los perfiles de velocidad radial y densidad local en función del ángulo, con el objetivo de determinar el impacto de la rotación en la distribución asimétrica del material y posibles inestabilidades físicas derivadas de este mecanismo.

4.2.1. Visualización en el espacio de parámetros

Para comprender cómo evoluciona la dinámica del viento, analizaremos directamente cómo se distribuye la masa (densidad) y con qué rapidez se mueve el gas en el dominio. Los paneles representan el modelo T19 para distintas tasas de rotación, manteniendo un valor de $\delta = 0.25$ fijo. En el panel superior de la figura 4.7 ($\Omega = 0.3$), se observa que la velocidad radial del viento se ve modulada levemente hacia el plano

ecuatorial. De igual forma, esta reducción en la velocidad del viento y por ende este régimen de rotación no logra modificar lo suficiente la estructura del flujo para generar una zona de compresión densa en la zona ecuatorial. En el caso de rotación moderada $\Omega = 0.6$, indicado en el segundo panel hacia abajo, los mapas muestran que el gas comienza a acumularse y comprimirse hacia el plano ecuatorial, formando una zona densa y compacta. Justo en esta región, la velocidad radial disminuye considerablemente en comparación con los polos. Se denota que todo el movimiento es ordenado y suave, donde las distintas capas de gas fluyen sin mezclarse, manteniendo un comportamiento laminar. Sin embargo, el escenario cambia cuando llevamos la estrella a tasas de alta rotación $\Omega = 0.9$. Como se observa en el panel inferior, el orden en la región ecuatorial colapsa. Los mapas de densidad muestran que la acumulación en el ecuador deja de ser una estructura delgada y continua, fragmentándose, formando cúmulos y ondas muy marcadas. Al mismo tiempo, las velocidades revelan un flujo turbulento, intercalando zonas donde el gas acelera de golpe con otras donde casi se frena por completo. Esto demuestra visualmente que al alcanzar un límite de rotación y por ende compresión en el ecuador, la física del viento se vuelve inestable. Para observar más en detalle el campo de velocidad de cada modelo, revisar el apéndice B. También se hace mención a el achatamiento de la estrella acorde el aumento en la tasa de rotación. Esta ampliación en el radio estelar se observa principalmente para el caso $\Omega = 0.9$ como una sobre densidad extendida en la estrella, aumentando el radio estelar previamente definido de $R_* = 0.186$ AU a $R_*(\theta = 90^\circ) = 0.233$ AU, entregando una razón de $R_{eq}/R_{pole} = 1.25$. Este valor disminuye para el caso de rotación moderada $\Omega = 0.6$, donde esta razón llega hasta $R_{eq}/R_{pole} = 1.08$.

4.2.2. Perfiles radiales de velocidad y densidad

El análisis de los perfiles radiales de velocidad y densidad en la figura 4.8 confirma la transición del viento estelar desde un régimen estable/estacionario hacia uno turbulento a medida que aumenta la tasa de rotación (Ω). Para una rotación moderada ($\Omega = 0.3$), el flujo exhibe un comportamiento estable y suave en todas las latitudes; aunque el ecuador (línea roja) presenta una velocidad radial menor y una densidad levemente mayor que las regiones adyacentes (línea azul (polo) y verde (latitud media)), el viento logra acelerar de manera monótona. Al aumentar la rotación a $\Omega = 0.6$, la estratificación respecto a la colatitud se hace más notoria. Mientras el viento polar acelera de forma eficiente, el material en el plano ecuatorial sufre un fuerte estancamiento cerca de la base estelar, lo que incrementa su densidad y evidencia la formación de un posible disco ecuatorial. Finalmente, bajo un régimen de rotación extrema ($\Omega = 0.9$), el perfil de velocidad ecuatorial muestra un comportamiento caótico, con oscilaciones e incluso valores negativos en la base que indican la caída de material hacia la estrella. Simultáneamente, el perfil de densidad ecuatorial exhibe peaks y fluctuaciones que confirman la presencia de choques y el desarrollo de fuertes inestabilidades no lineales, un fenómeno que contrasta radicalmente con los flujos polares y de latitud media que logran mantenerse estables a lo largo de todo el dominio.

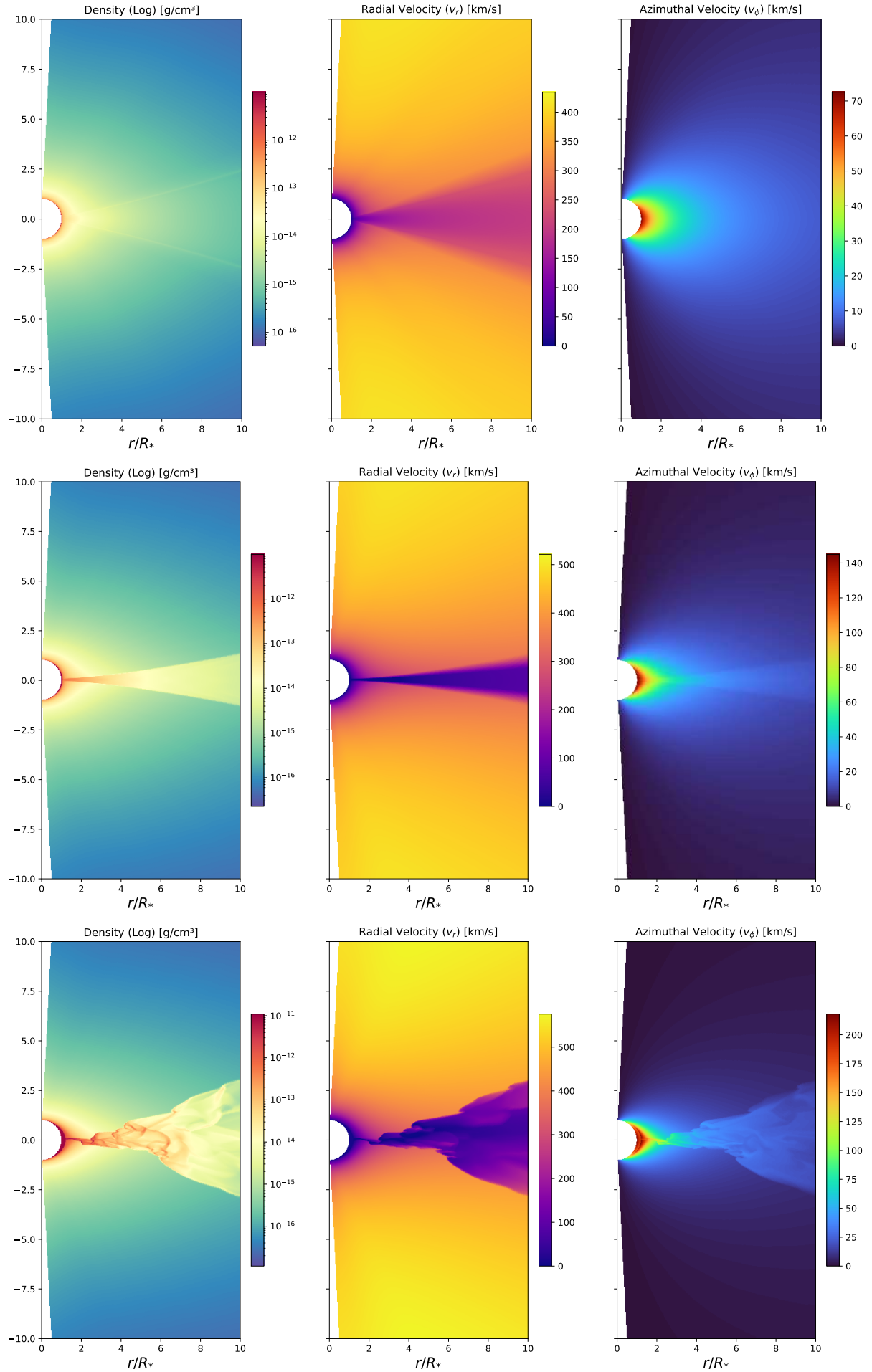


Figura 4.7: Evolución espacial de las componentes hidrodinámicas del viento en el plano meridional. Los paneles comparten el mismo eje radial. De arriba hacia abajo se varía el parámetro $\Omega \in [0.3, 0.6, 0.9]$ manteniendo $\delta = 0.25$ fijo.

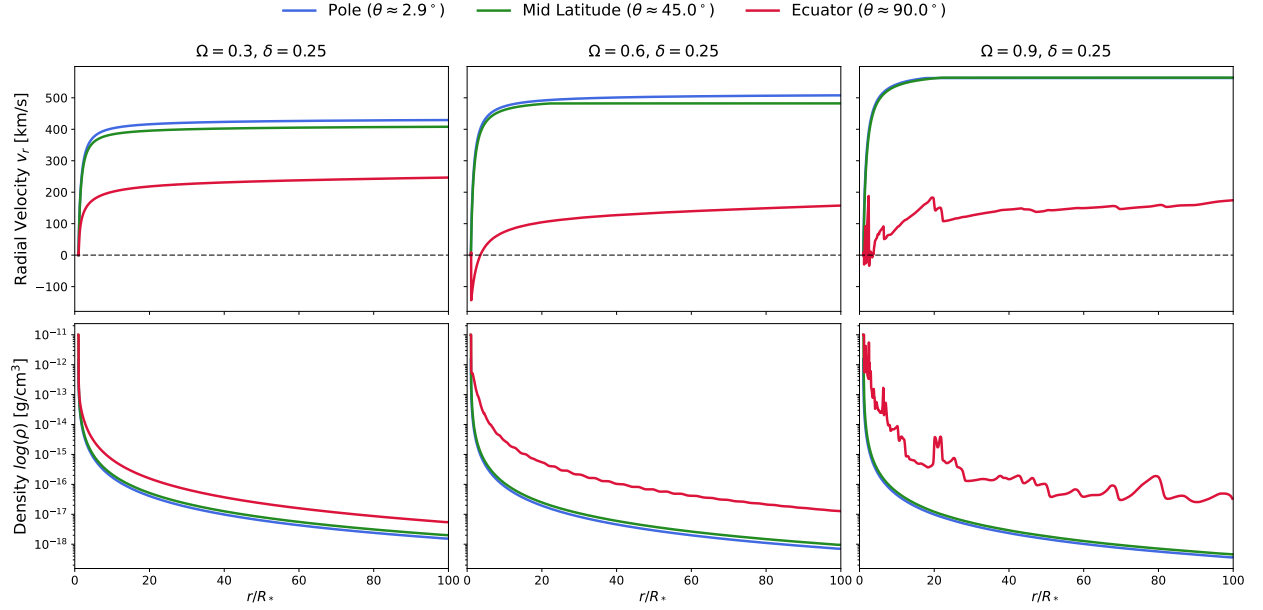


Figura 4.8: Evolución de los perfiles radiales de velocidad (paneles superiores) y densidad (paneles inferiores) del viento estelar en función de la distancia radial (r/R_*). De izquierda a derecha, las columnas presentan regímenes de rotación creciente ($\Omega = 0.3, 0.6$ y 0.9) manteniendo un parámetro de ionización constante de $\delta = 0.25$. En cada panel se compara el comportamiento en tres colatitudes representativas: la región casi polar ($\theta \approx 2.9^\circ$), una latitud media ($\theta \approx 45.0^\circ$) y el plano ecuatorial ($\theta \approx 90.0^\circ$). Se observa como las discrepancias entre colatitudes se acentúan al aumentar la tasa de rotación, y como a partir del mismo fenómenos las velocidades ecuatoriales decrecen sustancialmente. Para el caso de rotación extrema ($\Omega = 0.9$), los perfiles de velocidad y densidad presentan inestabilidades prominentes, indicando un régimen no estacionario y ruidoso.

4.2.3. Casos de alta rotación (Ω -slow solutions) y presencia de inestabilidades

Como se evidenció en los análisis previos, las simulaciones con tasas de rotación extremas no evolucionan hacia un estado estacionario suave, sino que desarrollan notables inestabilidades. Para comprender a fondo la naturaleza de estos fenómenos y determinar sus instigadores físicos, es nuestro objetivo pasar a una medición más rigurosa de las fluctuaciones del plasma.

Descriptores Estadísticos del Viento Estelar

Para cuantificar la inestabilidad y las propiedades del viento en las simulaciones, se utilizaron los descriptores estadísticos propuestos por Runacres, M. C. y Owocki, S. P. 2002. Estos descriptores se basan en el cálculo de momentos estadísticos temporales para cada celda espacial del dominio computacional. Considerando una cantidad física arbitraria q , su promedio temporal discreto $\langle q \rangle$ evaluado sobre un número N de salidas (snapshots) en el estado cuasi-estacionario del viento se define como:

$$\langle q \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N q_k$$

Utilizando este operador, el *clumping factor* (f_{cl}), que mide la varianza fraccional de la densidad ρ , se calcula como:

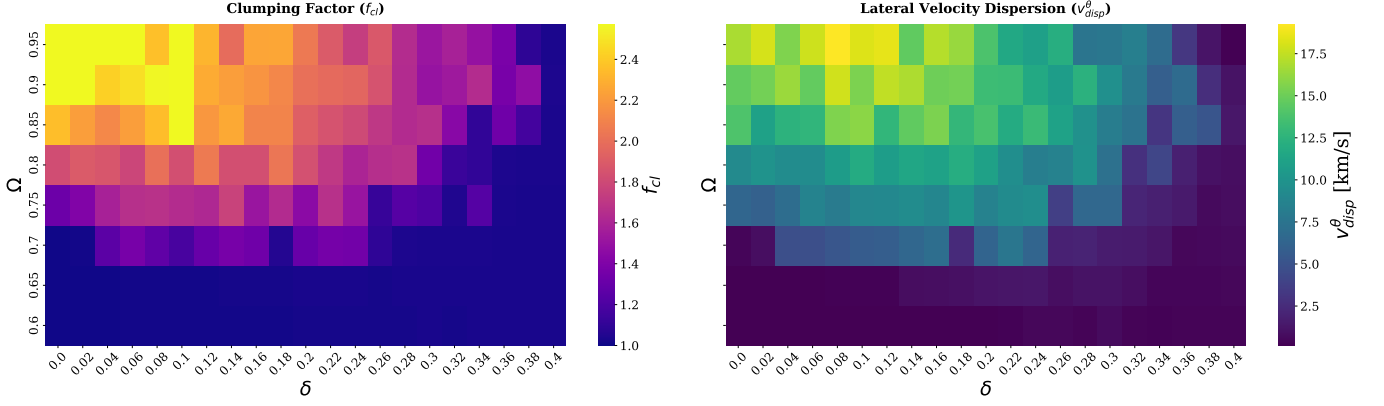


Figura 4.9: Diagrama de fases evaluando la estabilidad del viento circunestelar en función de la rotación estelar (Ω) y el parámetro de ionización (δ). Los mapas de color cuantifican el grado de inestabilidad mediante el *clumping factor* (f_{cl} , panel izquierdo) y la dispersión de velocidad latitudinal (v_{disp}^θ , panel derecho). Se evidencia una región de fuerte turbulencia y fragmentación para regímenes de rotación extrema ($\Omega \geq 0.75$) acoplados a bajos valores de δ . Asimismo, se ilustra la sistemática atenuación de las inestabilidades (convergencia a $f_{cl} \approx 1$ y $v_{disp}^\theta \approx 0$) a medida que δ incrementa, estabilizando la dinámica del flujo ecuatorial incluso para tasas de rotación cercanas al límite crítico.

$$f_{cl} = \frac{\langle \rho^2 \rangle}{\langle \rho \rangle^2}$$

Para un flujo estacionario, la densidad no varía en el tiempo, resultando en $f_{cl} = 1$. Valores de $f_{cl} > 1$ indican la presencia de grumos o discontinuidades en el viento. La dispersión de la velocidad, que caracteriza la amplitud de las fluctuaciones cinemáticas debido a los choques, se evalúa separando sus componentes direccionales. La dispersión de la velocidad radial (v_{disp}^r) y la dispersión de la velocidad en colatitud (v_{disp}^θ) se definen respectivamente como:

$$v_{disp}^r = \sqrt{\langle v_r^2 \rangle - \langle v_r \rangle^2}$$

$$v_{disp}^\theta = \sqrt{\langle v_\theta^2 \rangle - \langle v_\theta \rangle^2}$$

Finalmente, para eliminar el ruido numérico, los descriptores temporales calculados por celda son promediados espacialmente sobre la siguiente región del viento ecuatorial (entre $1.5 R_*$ y $100 R_*$).

Por lo tanto, se analizaron estos descriptores mediante el barrido de parámetros $\Omega \in [0.6, 0.95]$ en intervalos de $\Delta\Omega = 0.05$ y $\delta \in [0.00, 0.40]$ en $\Delta\delta = 0.02$. Los resultados son presentados en Fig 4.9.

A partir del barrido de parámetros presentado en la figura 4.9, se denota como las soluciones transitan de un régimen estable ($f_{cl} = 1$, $v_{disp}^\theta \approx 0$ km/s) cuando las tasas de rotación $\leq \Omega = 0.65$, a uno en presencia de inestabilidades al aumentar Ω , llegando a sus valores más altos para $\Omega = 0.95$. Esto se correlaciona con los visto en Fig 4.8, donde para los modelos laminares la diferencia entre las velocidades polares y ecuatoriales no son lo suficientemente pronunciadas para inducir efecto de cizalle que fragmenten el flujo. Analizando en el espacio de parámetros, se observa la concordancia entre las simulaciones con valores

del *Clumping Factor* mayores con las con mayor presencia de velocidad de dispersión en la colatitud, caracterizando un régimen altamente no estacionario. Aún así se observa una gradual atenuación de estas inestabilidades con respecto al parámetro de ionización δ , donde hasta para el caso de mayor rotación $\Omega = 0.95$ estas variabilidades se anulan en el rango de $\delta \approx 0.38$.

4.2.4. Atenuación de la inestabilidad por δ

Para analizar la evolución temporal de las inestabilidades presentes en la base del viento, se estudió la zona ecuatorial cerca de la estrella (Entre los 70° y 110° en colatitud, hasta una distancia máxima de $r/R_* = 5$). Se graficaron las evoluciones del modelo de rotación $\Omega = 0.9$ variando el parámetro $\delta =$ entre $[0.00, 0.11, 0.25, 0.36]$. Complementando, se graficó el número de Mach (v_{rad}/c_s) para los distintos modelos, denotando los regímenes subsónicos y supersónicos en la estructura del viento. Los resultados presentes en Fig 4.10 muestran que al cambiar el parámetro δ , estas acumulaciones o clumps de materia se hacen menos distinguidas y por lo tanto se puede asumir que ese mecanismo las atenúa (Figura 4.9). Recordando el análisis desarrollando en la sección unidimensional de este trabajo, una fenomenología física del parámetro de balance de ionización en la teoría m-CAK es que la fuerza de aceleración escale de la forma $g_{rad}^L \propto \rho^\delta$. A medida que δ aumenta, el modelo transita hacia el régimen de las denominadas *δ -slow solutions*. En este dominio, la fuerte dependencia con la densidad provoca que las velocidades terminales del viento disminuyan globalmente, lo que a su vez eleva las densidades del sistema para conservar el flujo de masa. Como se verificó previamente (Figura 4.1), esta combinación maximiza las tasas de pérdida de masa ($\dot{M}$). Esto induciría un mayor flujo de materia y posterior acumulación en el plano ecuatorial. Esta mayor concentración provocara una mayor cohesión entre las celdas de densidad, sobreponiéndose a los efectos de inestabilidad proporcionada por la rotación extrema y por ende entregando un flujo estable, en comparación con los casos con $\leq \delta$.

Notamos que se clarifica aún más este fenómeno con $\delta = 0.36$ (Figura 4.11), donde en la zona ecuatorial se denota un flujo denso y de mayor ancho, pero estable en relación con los otros casos (no se observan notables aglomeraciones en base esta cohesión mencionada anteriormente ($\delta \propto \dot{M}$)). Al analizar los números de Mach (v_r/c_s) en el dominio para cada modelo, se observa que para los casos de menor δ , el gradiente de velocidad entre los planos subyacentes al plano medio es mayor que para los casos con un balance de ionización mayor. Esto nos presenta con una posible explicación física de la formación de estructura. Cuando los flujos entre latitudes presentan un gradiente pronunciado entre sus velocidades, se generan cizalles (*shear instability*) entre sus capas colindantes, induciendo efectos de “látigo” que se aprecian en los paneles superiores. Esto se entrelaza con lo comentado previamente, al adentrarse en un régimen donde las velocidades terminales del viento son menores en todo el dominio (alto Ω , alto δ), el material expulsado por la estrella presenta una mayor cohesión y es menos susceptible a perturbaciones dado que el campo de velocidad se empieza a homogeneizar.

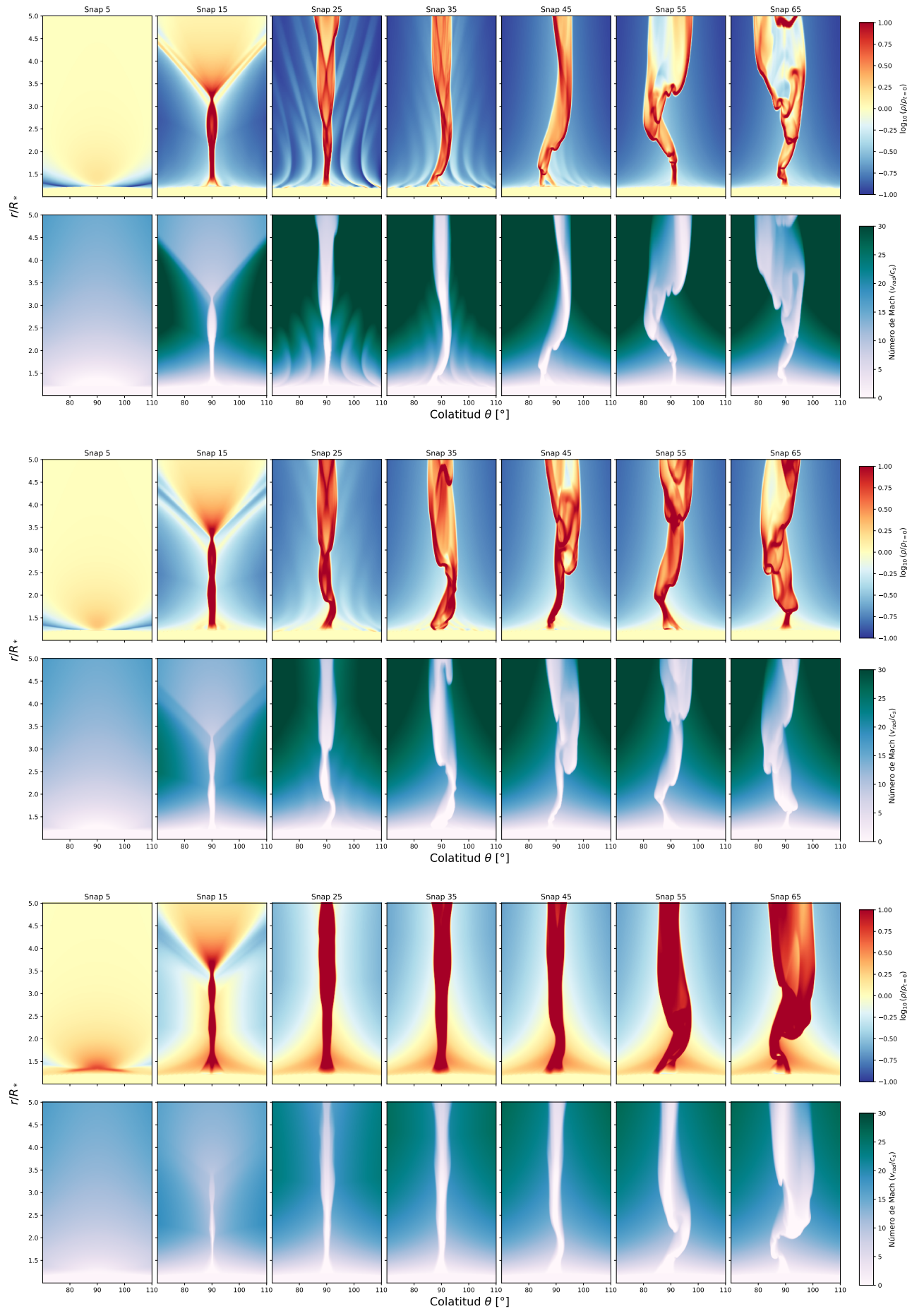


Figura 4.10: Evolución temporal de la morfología del viento. Todos los paneles presentan el caso de alta rotación $\Omega = 0.9$, variando el parámetro $\delta = 0.00$ para panel superior $\delta = 0.11$ el del medio y $\delta = 0.25$ y el panel inferior. También se grafica el número de Mach (v_{rad}/c_s) para los distintos modelos, denotando los regímenes subsónicos y supersónicos en la estructura del viento.

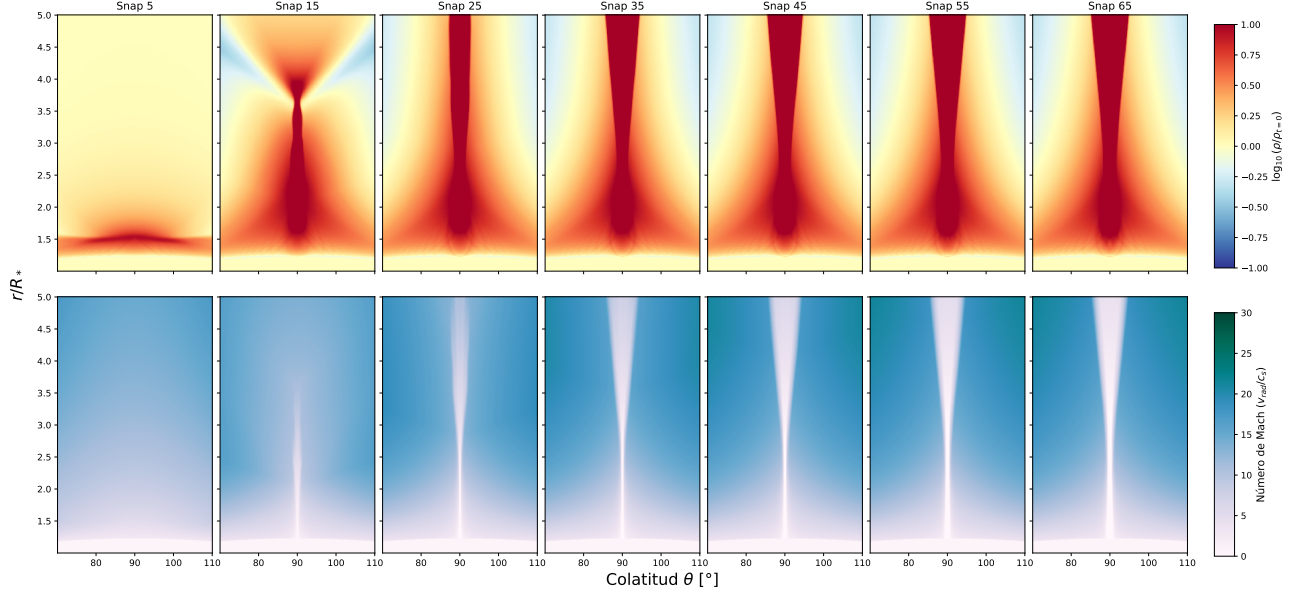


Figura 4.11: Evolución temporal de la morfología del viento. Se presenta el caso de $\Omega = 0.9$ con $\delta = 0.36$, ejemplificando la atenuación de la inestabilidad. También se grafica el número de Mach (v_{rad}/c_s) para los distintos modelos, denotando los regímenes subsónicos y supersónicos en la estructura del viento.

4.2.5. Relación entre el balance de ionización (δ) y tipos espectrales

Los resultados numéricos 2.5D obtenidos en este trabajo ofrecen una explicación física a una conocida diferencia observacional. La prevalencia de discos ecuatoriales densos en estrellas de rotación rápida de tipo Be y B[e], frente a su ausencia en estrellas de rotación extrema de tipo O.

Como se analizó anteriormente, en el formalismo m-CAK, la sensibilidad del multiplicador de fuerza a la densidad electrónica local está parametrizada por el exponente δ ($g_{\text{rad}}^L \propto \rho^\delta$). A partir de modelamientos cuantitativos del viento basados en cálculos de atmósferas NLTE multilínea, se ha demostrado que para estrellas de tipo O ($T_{\text{eff}} \gtrsim 35\,000$ K), el intenso campo de radiación ultravioleta mantiene el plasma en un grado de ionización extremadamente alto y estable a grandes distancias (R.-P. Kudritzki et al. 1992). En consecuencia, el equilibrio de ionización apenas responde a variaciones locales en la densidad de masa, lo que se traduce teóricamente en valores muy bajos para este parámetro, típicamente $\delta \approx 0.00 - 0.12$. Tal como se observa en nuestras simulaciones en el límite de bajo δ (Figuras 4.9, 4.10), en este régimen la fuerza radiativa es incapaz de responder al incremento local de densidad en las regiones ecuatoriales comprimidas por la rotación. Al no tener un mecanismo adicional que estabilice el plasma, el contraste latitudinal genera inestabilidades que fragmentan el material, impidiendo la formación de una estructura ecuatorial estacionaria. Esta incapacidad de formar envolturas ecuatoriales suaves a bajo δ concuerda de buena forma con la realidad empírica de las estrellas de tipo O tempranas. A diferencia de las estrellas Be, las estrellas O no desarrollan discos ecuatoriales keplerianos, si no que sus vientos exhiben un comportamiento intrínsecamente inhomogéneo y turbulento en todas sus latitudes. Espectroscopía de alta relación señal-ruido realizada por Eversberg, Lépine y Moffat 1998 en la supergigante O4I(n)f ζ Puppis reveló la presencia de subestructuras estocásticas y variables (*moving bumps*) en la línea de emisión He II $\lambda 4686$. Este hallazgo muestra que los vientos de estrellas O están altamente fragmentados

y compuestos por grumos en expansión (*outmoving clumps*) y choques. Así, la fragmentación predicha por nuestros modelos 2.5D, al suprimir la dependencia geométrica de ionización ($\delta \rightarrow 0$), reproduce la naturaleza grumosa observada en los vientos estelares calientes. Por el contrario, al descender hacia temperaturas efectivas correspondientes a estrellas de tipo B y Be ($T_{\text{eff}} \sim 15\,000\text{--}23\,000$ K) este fenómeno cambia. Es crucial destacar que, tal como señalan Michel Curé e Ignacio Araya 2023 basándose en los dominios de existencia de Venero, M. Curé, Cidale et al. 2016 y como mostramos en los resultados 1D para el modelo T25 en la figura 4.1.1, el régimen estacionario de soluciones lentas (δ -slow) desaparece para estrellas con $T_{\text{eff}} > 21\,000$ K. Esta restricción térmica explica teóricamente por qué el conocido salto empírico de biestabilidad y la caída de las velocidades terminales se observa justamente en torno a los 21 000 K en supergigantes B, indicando aún más que para tipos espectrales más fríos, el valor de δ debe ser alto.

En nuestras simulaciones multidimensionales dependientes del tiempo, al cruzar hacia regímenes de alto δ activa el mecanismo de amortiguación previamente mencionado. Al depender la fuerza radiativa de la densidad electrónica local ($g_{\text{rad}}^L \propto \rho^\delta$), el incremento de densidad en el plano ecuatorial potencia la aceleración de manera retroalimentada, homogeneizando el campo de velocidades e inhibiendo la fragmentación por cizalle. De esta forma, nuestro modelo predice que sólo aquellos flujos circunestelares que cruzan el límite de biestabilidad hacia regímenes con mayor dilución en la ionización (δ alto) desarrollan la cohesión necesaria para preservar zonas ecuatoriales densas y estables.

4.2.6. Estructura Azimutal

Finalmente, realizaremos un análisis del viento en el espacio de parámetros en donde no se detectaron inestabilidades para poder caracterizar la estructura de los flujos estacionarios. Se analizará si es que las velocidades azimutales varían de pendiente para distintos casos de rotación, determinando si es que la dinámica de estos vientos es kepleriana o de conservación de momento angular, dando indicio si es que el modelo genera discos de decreción sostenidos por su presión interna o son simplemente flujos no esféricos en el rango de $\Omega \in [0.5, 0.7]$.

Al analizar la región ecuatorial en nuestras simulaciones, observamos un comportamiento sistemático en el campo de velocidades azimutales. En todos los casos analizados, la velocidad azimutal decae siguiendo una pendiente $v_\phi \propto r^{-1}$. Este perfil cinemático indica una conservación del momento angular específico a lo largo del dominio circunestelar. Este comportamiento es el resultado físico esperado dentro de nuestro marco teórico, ya que la fuerza dominante que impulsa sobre el material (presión de radiación) actúa en dirección puramente radial, sin ejercer torques sobre el plasma. Sin embargo, este perfil de momento angular conservado presenta una discordancia con la evidencia empírica de los discos ecuatoriales, particularmente en estrellas Be clásicas. Históricamente, se plantearon tres posibles regímenes cinemáticos para estos discos: conservación de momento angular ($v_\phi \propto r^{-1}$), rotación kepleriana ($v_\phi \propto r^{-1/2}$) y corrotación rígida forzada por campos magnéticos fuertes ($v_\phi \propto r$). Finalmente, observaciones interferométricas avanzadas (Meilland et al. 2007; Delaa et al. 2011; Wheelwright et al. 2012) y el modelado de variaciones espectrales tipo V/R (Th. Rivinius, Baade et al. 1998; Th. Rivinius, tefl y Baade 2006;

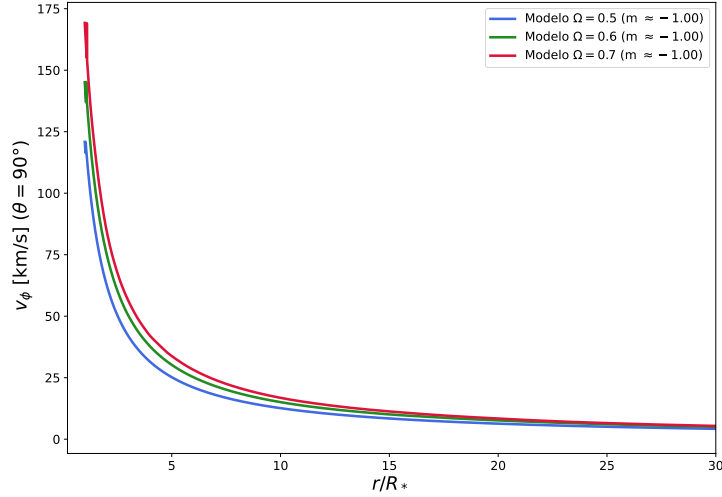


Figura 4.12: Comparación de velocidades azimutales para distintos modelos sin inestabilidades de rotación ($\Omega = [0.5, 0.6, 0.7]$). Se denotan las pendientes que presentan con respecto al radio $v_\phi \propto r^b$ para constatar el tipo de rotación que tienen estos flujos. Para todos los casos, la pendiente de las curvas es $b = -1$, implicando conservación de momento angular específico.

Okazaki (1991) confirman que estos discos circunestelares rotan en un régimen kepleriano ($v_\phi \propto r^{-1/2}$), el cual requiere velocidades radiales mínimas para mantenerse estable.

La existencia de una rotación kepleriana ($v_\phi \propto r^{-1/2}$) implica un desafío fundamental. En este régimen, el momento angular específico del material crece con el radio ($\propto r^{1/2}$). Esto significa que una parcela de gas expulsada desde la fotosfera estelar debe aumentar su momento angular. Dado que un campo de velocidades puramente radiativo no provee este torque, los discos keplerianos no pueden ser generados o sostenidos exclusivamente por el mecanismo de inyección directa del viento. Por lo tanto, nuestras simulaciones al no reproducir un disco con estas características, sino más bien un viento comprimido por la rotación, corroboran esta limitación. Una explicación física para el necesario transporte de momento angular es la presencia de torques viscosos operando internamente en el plasma. Esto fue estudiado previamente de forma estacionaria por Okazaki (2001), el cual en base a su modelo de VDD fue capaz de explicar cualitativamente estos discos de decreción, pero no cuantitativamente. Por lo tanto, mientras que nuestro modelo basado en el paradigma del *Wind-Compressed Disk* (WCD) es exitoso en inyectar el material hacia el plano medio, se vuelve evidente que requiere componentes extra (componentes viscosas, enfriamiento, etc) para que esta acumulación ecuatorial evolucione hacia el estado kepleriano extendido característico de las observaciones.

Capítulo 5

Conclusiones

En este trabajo se realizó un estudio profundo sobre el fenómeno de los vientos estelares, el formalismo m-CAK (1D) que las describe y la exploración completa del espacio de parámetros (Ω, δ) . El modelo se extendió a 2.5D para caracterizar la morfología de los vientos en base a los parámetros previamente discutidos, caracterizando inestabilidades y tipo de rotación. Para el desarrollo del trabajo, se emplearon métodos numéricos dependientes del tiempo para resolver las ecuaciones de Navier-Stokes en coordenadas esféricas, incluyendo el término de aceleración radiativa y el potencial de Roche para 2.5D. De los resultados obtenidos a partir de nuestra implementación es posible concluir lo siguiente para las dos prescripciones geométricas.

5.1. Simulaciones Unidimensionales (1D)

Las simulaciones dependientes del tiempo demostraron que las regiones de no convergencia (*gaps*) reportadas por códigos estacionarios no representan una ausencia física de soluciones. El enfoque temporal logró alcanzar estados estacionarios estables en todo el dominio, demostrando que existe un continuo físico entre las soluciones de viento rápido y lento. De igual forma se descubrió que el motivo por el cual los códigos estacionarios fallan en los *gaps* radica en la presencia de una estructura cinemática compleja. En estas regiones de transición, el perfil de velocidad desarrolla un “quiebre” (*kink*) o meseta supersónica inducida por la supresión local del impulso radiativo. Esta topología mimetiza singularidades matemáticas que hacen divergir a los métodos clásicos estacionarios, pero que son resueltas de forma natural por la evolución temporal. Mediante esta implementación, se notó que a diferencia del modelo estacionario que predice un salto de biestabilidad abrupto y exponencial en la tasa de pérdida de masa ($\dot{M}$) al transitar hacia el régimen lento, nuestro modelo predice un aumento moderado, acotado y continuo. Esta continuidad estructural obtenida al fijar la densidad fotosférica (ρ_0) se alinea de buena manera con las observaciones empíricas más recientes (e.g., proyectos ULLYSES y XShootU), sugiriendo que las sobreestimaciones previas en la literatura tienen un origen metodológico. Como último punto, se estudió el límite de conducción débil ($k = 0.1$), en el cual confirmamos la predicción de una caída exponencial en el flujo de masa hacia un estado de “viento muerto”. Además, revelamos que en este régimen, la solu-

ción estacionaria final depende de las condiciones iniciales de inyección, evidenciando la coexistencia de múltiples equilibrios hidrodinámicos.

5.2. Simulaciones Multidimensionales (2.5D)

Mediante el estudio en 2.5 dimensiones de estos vientos, se analizó la formación de flujos no esféricos y posibles formaciones de discos de decreción, influenciados por rotación. Para casos de rotaciones moderadas ($\Omega = 0.6$), la fuerza centrífuga canaliza exitosamente el material hacia el plano medio, formando una zona densa y estable con flujo laminar, tal como predicho por el planteamiento WCD. Sin embargo, al alcanzar tasas de rotación extremas ($\Omega \gtrsim 0.7$), el contraste cinemático entre el viento polar (rápido) y el ecuatorial (lento y denso) genera un fuerte cizalle latitudinal. Esta interacción genera una fragmentación del flujo en el plano medio, generando un ambiente grumoso (*clumps*). A partir de una exploración de los parámetros del formalismo m-CAK, identificamos que el parámetro δ actúa como un modulador directo de la inestabilidad. Un valor alto de δ (típico de estrellas menos calientes y medios menos ionizados) genera densidades ecuatoriales mucho mayores, las cuales homogenizan el campo de velocidades, reducen el cizalle y otorgan una cohesión estructural que atenúa la turbulencia del viento. En cambio para valores bajos de δ (típico de estrellas más calientes y medios más ionizados), la presencia de inhomogeneidades prevalece, inhibiendo la formación de estructuras estables, corroborando la ausencia de estas en este rango espectral.

Finalmente, se realizó un análisis del campo de velocidad azimutal, el cual demostró que los discos generados puramente por inyección de viento conservan su momento angular específico ($v_\phi \propto r^{-1}$). Esto confirma que, si bien el mecanismo radiativo junto a la rotación logra concentrar masa en el ecuador, es insuficiente por sí solo para generar o sostener la rotación kepleriana ($v_\phi \propto r^{-1/2}$) que exigen las observaciones de estrellas Be clásicas.

5.3. Trabajo a Futuro

Los hallazgos de este trabajo abren múltiples vías para futuras investigaciones. En primer lugar, proponemos extender este análisis bidimensional dependiente del tiempo al dominio de las estrellas más calientes (estrellas tipo O, donde $\delta \approx 0.0$). La fragmentación predicha por nuestro modelo bajo un balance de ionización bajo o nulo servirá como prueba teórica robusta para explicar la falta de evidencia empírica de discos estables en estrellas masivas tempranas de la secuencia principal.

Otro aspecto a estudiar sería la formación de los discos de decreción, donde se propone incluir componentes viscosas para introducir mecanismos de transporte de momento angular y reemplazar la suposición isotérmica por una ecuación de energía completa (modelo adiabático) que incluya tasas de enfriamiento radiativo. Esperamos que al decaer la presión del gas en las regiones externas, la gravedad dominaría la vertical en el disco (dada una reducción de las velocidades radiales por la viscosidad), forzando posiblemente al fluido a adoptar naturalmente una órbita kepleriana/cuasi-kepleriana soportada por rotación.

Bibliografía

- Weaver, R., R. McCray, J. Castor, P. Shapiro y R. Moore (1977). «Interstellar bubbles. II. Structure and evolution.» En: 218, págs. 377-395.
- Chiosi, Cesare y Andre Maeder (1986). «The evolution of massive stars with mass loss.» En: 24, págs. 329-375.
- Castor, J. I., D. C. Abbott y R. I. Klein (1975a). «Radiation-driven winds in Of stars.» En: 195, págs. 157-174.
- Kudritzki, Rolf-Peter y Joachim Puls (2000). «Winds from Hot Stars». En: 38, págs. 613-666.
- Beals, C. S. (1929). «On the nature of Wolf-Rayet emission». En: 90, págs. 202-212.
- Puls, J., R.-P. Kudritzki, A. Herrero, A. W. A. Pauldrach, S. M. Haser, D. J. Lennon, R. Gabler, S. A. Voels, J. M. Vilchez, S. Wachter y A. Feldmeier (1996). «O-star mass-loss and wind momentum rates in the Galaxy and the Magellanic Clouds Observations and theoretical predictions.» En: 305, págs. 171.
- Carroll, Bradley W. y Dale A. Ostlie (2006). *An Introduction to Modern Astrophysics*. San Francisco: Addison-Wesley.
- Pauldrach, A., J. Puls y R. P. Kudritzki (1986a). «Radiation-driven winds of hot luminous stars. Improvements of the theory and first results.» En: 164, págs. 86-100.
- Friend, David B. y David C. Abbott (1986a). «The Theory of Radiatively Driven Stellar Winds. III. Wind Models with Finite Disk Correction and Rotation». En: 311, págs. 701.
- Curé, Michel (2004). «The Influence of Rotation in Radiation-driven Wind from Hot Stars: New Solutions and Disk Formation in Be Stars». En: 614.2, págs. 929-941.
- Venero, R. O. J., M. Curé, L. S. Cidale e I. Araya (2016). «The Wind of Rotating B Supergiants. I. Domains of Slow and Fast Solution Regimes». En: 822.1, 28, págs. 28.
- Lamers, Henny J. G. L. M., Theodore P. Snow y Douglas M. Lindholm (1995). «Terminal Velocities and the Bistability of Stellar Winds». En: 455, págs. 269.
- Vink, J. S., A. de Koter y H. J. G. L. M. Lamers (1999). «On the nature of the bi-stability jump in the winds of early-type supergiants». En: 350, págs. 181-196.
- de Burgos, A., Z. Keszthelyi, S. Simón-Díaz y M. A. Urbaneja (2024). «The IACOB project. XI. No increase in mass-loss rates over the bistability region». En: 687, L16, págs. L16.
- Struve, Otto (1931). «On the Origin of Bright Lines in Spectra of Stars of Class B». En: 73, págs. 94.
- Rivinius, Thomas, Alex C. Carciofi y Christophe Martayan (2013). «Classical Be stars. Rapidly rotating B stars with viscous Keplerian decretion disks». En: 21, 69, págs. 69.

- Gehrz, R. D., J. A. Hackwell y T. W. Jones (1974). «Infrared observations of Be stars from 2.3 to 19.5 microns.» En: 191, págs. 675-684.
- Quirrenbach, A., K. S. Bjorkman, J. E. Bjorkman, C. A. Hummel, D. F. Buscher, J. T. Armstrong, D. Mozurkewich, N. M. Elias II y B. L. Babler (1997). «Constraints on the Geometry of Circumstellar Envelopes: Optical Interferometric and Spectropolarimetric Observations of Seven Be Stars». En: 479.1, págs. 477-496.
- Meilland, A., P. Stee, M. Vannier, F. Millour, A. Domiciano de Souza, F. Malbet, C. Martayan, F. Paresce, R. G. Petrov, A. Richichi y A. Spang (2007). «First direct detection of a Keplerian rotating disk around the Be star α Arae using AMBER/VLTI». En: 464.1, págs. 59-71.
- Lee, Umin, Hideyuki Saio y Yoji Osaki (1991). «Viscous excretion discs around Be stars». En: 250, págs. 432-437.
- Okazaki, Atsuo T. (2001). «Viscous Transonic Decretion in Disks of Be Stars». En: 53.1, págs. 119-125.
- Bjorkman, J. E. y J. P. Cassinelli (1993). «Equatorial Disk Formation around Rotating Stars Due to Ram Pressure Confinement by the Stellar Wind». En: *The Astrophysical Journal* 409, págs. 429-449.
- Owocki, Stanley P., Steven R. Cranmer y Kenneth G. Gayley (1996). «Inhibition of Wind Compressed Disk Formation by Nonradial Line-Forces in Rotating Hot-Star Winds». En: *The Astrophysical Journal Letters* 472, págs. L115-L118.
- Eversberg, Thomas, Sébastien Lépine y Anthony F. J. Moffat (1998). «Outmoving Clumps in the Wind of the Hot O Supergiant ζ Puppis». En: 494.2, págs. 799-805.
- Markova, N., J. Puls, S. Scuderi y H. Markov (2005). «H α line profile variability in O-type supergiants». En: *Astronomy & Astrophysics* 440, págs. 1133-1151.
- Feldmeier, A., J. Puls y A. W. A. Pauldrach (1997). «A possible origin for X-rays from O stars.» En: 322, págs. 878-895.
- Lucy, L. B. y P. M. Solomon (1970). «Mass Loss by Hot Stars». En: 159, págs. 879.
- MacGregor, K. B., L. Hartmann y J. C. Raymond (1979). «Radiative amplification of sound waves in the winds of O and B stars.» En: 231, págs. 514-523.
- Owocki, S. P. y G. B. Rybicki (1984). «Instabilities in line-driven stellar winds. I. Dependence on perturbation wavelength.» En: 284, págs. 337-350.
- Benítez-Llambay, Pablo y Frédéric S. Masset (2016). «FARGO3D: A New GPU-oriented MHD Code». En: 223.1, 11, págs. 11.
- Castor, John I. (1974). «On the force associated with absorption of spectral line radiation». En: 169, págs. 279-306.
- Castor, J. I., D. C. Abbott y R. I. Klein (1975b). «Radiation-driven winds in Of stars.» En: 195, págs. 157-174.
- Pauldrach, A., J. Puls y R. P. Kudritzki (1986b). «Radiation-driven winds of hot luminous stars. Improvements of the theory and first results.» En: 164, págs. 86-100.
- Friend, David B. y David C. Abbott (1986b). «The Theory of Radiatively Driven Stellar Winds. III. Wind Models with Finite Disk Correction and Rotation». En: 311, págs. 701.

- Curé, Michel e Ignacio Araya (2023). «Radiation-Driven Wind Hydrodynamics of Massive Stars: A Review». En: *Galaxies* 11.3, pág. 68.
- Masset, F. (2000). «FARGO: A fast eulerian transport algorithm for differentially rotating disks». En: *Astronomy and Astrophysics Supplement Series* 141.1, págs. 165-173.
- Araya, I., M. Curé, A. ud-Doula, A. Santillán y L. Cidale (2018). «Co-existence and switching between fast and Ω -slow wind solutions in rapidly rotating massive stars». En: 477.1, págs. 755-765.
- Josiek, J., A. A. C. Sander, M. Bernini-Peron, S. Ekström, G. González-Torà, R. R. Lefever, N. Moens, V. Ramachandran y E. C. Schösser (2025). «Exploring the connection between atmosphere models and evolution models of very massive stars». En: 697, A193, A193.
- Verhamme, O., J. Sundqvist, A. de Koter, H. Sana, F. Backs, S. A. Brands, F. Najarro, J. Puls, J. S. Vink, P. A. Crowther, B. Kubátová, A. A. C. Sander, M. Bernini-Peron, R. Kuiper, R. K. Prinja, P. Schillemans, T. Shenar, J. Th. van Loon y XShootu collaboration (2024). «X-Shooting ULLYSES: Massive Stars at low metallicity: IX. Empirical constraints on mass-loss rates and clumping parameters for OB supergiants in the Large Magellanic Cloud». En: 692, A91, A91.
- Bernini-Peron, M., A. A. C. Sander, V. Ramachandran, L. M. Oskinova, J. S. Vink, O. Verhamme, F. Najarro, J. Josiek, S. A. Brands, P. A. Crowther, V. M. A. Gómez-González, A. C. Gormaz-Matamala, C. Hawcroft, R. Kuiper, L. Mahy, W. L. F. Marcolino, L. P. Martins, A. Mehner, T. N. Parsons, D. Pauli, T. Shenar, A. Schootemeijer, H. Todt, J. Th. van Loon y XShootU Collaboration (2024). «X-Shooting ULLYSES: Massive stars at low metallicity: VII. Stellar and wind properties of B supergiants in the Small Magellanic Cloud». En: 692, A89, A89.
- Araya, I., M. Curé, N. Machuca, R. O. J. Venero, S. Cuéllar, C. Arcos y L. S. Cidale (2025). «ISOSCELES project: A grid-based quantitative spectroscopic analysis of massive stars». En: 704, A77, A77.
- Venero, R. O. J., M. Curé, J. Puls, L. S. Cidale, M. Haucke, I. Araya, A. Gormaz-Matamala y C. Arcos (2024). «The wind of rotating B supergiants - II. The δ -slow hydrodynamic regime». En: 527.1, págs. 93-111.
- Runacres, M. C. y Owocki, S. P. (2002). «The outer evolution of instability-generated structure in radiatively driven stellar winds». En: *AA* 381.3, págs. 1015-1025.
- Kudritzki, R.-P., D. G. Hummer, A. W. A. Pauldrach, J. Puls, F. Najarro y J. Imhoff (1992). «Radiation-driven winds of hot luminous stars. X. The determination of stellar masses, radii and distances from terminal velocities and mass-loss rates.» En: 257, págs. 655-662.
- Delaa, O., Ph. Stee, A. Meilland, J. Zorec, D. Mourard, Ph. Bérío, D. Bonneau, O. Chesneau, J. M. Clausse, P. Cruzalebes, K. Perraut, A. Marcotto, A. Roussel, A. Spang, H. McAlister, T. ten Brummelaar, J. Sturmann, L. Sturmann, N. Turner, C. Farrington y P. J. Goldfinger (2011). «Kinematics and geometrical study of the Be stars 48 Persei and ψ Persei with the VEGA/CHARA interferometer». En: 529, A87, A87.
- Wheelwright, H. E., J. E. Bjorkman, R. D. Oudmaijer, A. C. Carciofi, K. S. Bjorkman y J. M. Porter (2012). «Probing the properties of Be star discs with spectroastrometry and NLTE radiative transfer modelling: α CMi». En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters* 423.1, págs. L11-L15.

- Rivinius, Th., D. Baade, S. Stefl, O. Stahl, B. Wolf y A. Kaufer (1998). «Stellar and circumstellar activity of the Be star MU Centauri. I. Line emission outbursts». En: 333, págs. 125-140.
- Rivinius, Th., S. tefl y D. Baade (2006). «Bright Be-shell stars». En: 459.1, págs. 137-145.
- Okazaki, Atsuo T. (1991). «Long-Term V / R Variations of Be Stars Due to Global One-Armed Oscillations of Equatorial Disks». En: 43.1, págs. 75-94.

Apéndice A

Derivación del radio estelar como función de la colatitud θ

Dado lo comentado en la sección 2.4, comenzamos con el potencial efectivo del modelo Roche, el cual esta definido como:

$$\Phi_{eff}(r, \theta) = -\frac{GM_*}{r} - \frac{1}{2}\Omega^2 r^2 \sin^2 \theta$$

Donde en el polo ($\theta = 0$):

$$\Phi_0(r) = -\frac{GM_*}{R_p}$$

Para obtener la expresión del radio local ($R_*(\theta)$) igualamos los dos casos anteriores.

$$-\frac{GM_*}{r} - \frac{1}{2}\Omega^2 r^2 \sin^2 \theta = -\frac{GM_*}{R_p}$$

Multiplicando por r y reordenando:

$$\frac{1}{2}\Omega^2 r^3 \sin^2 \theta - \frac{GM_*}{R_p} r + GM_* = 0$$

Al sustituir la expresión de Ω :

$$\frac{1}{2}\omega^2 \frac{8GM_*}{27R_p^3} \sin^2 \theta r^3 - \frac{GM_*}{R_p} r + GM_* = 0$$

Simplificando y realizando el cambio de variable $x = r/R_p$:

$$\frac{4}{27}\omega^2 \sin^2 \theta x^3 - x + 1 = 0$$

Notamos que esta ecuación cubica no tiene la forma *standard* para presentar una solución trigonométrica, donde sabemos que estas soluciones se aplican a cubicas de la forma:

$$x^3 - 3px - 2q = 0 \equiv x^3 - ax + b = 0$$

Por lo tanto, queremos que el coeficiente de x^3 sea 1. Por ende, como el coeficiente real de x^3 es $(4/27)\omega^2 \sin^2 \theta$, se lo dividimos a toda la expresión:

$$x^3 - \frac{27}{4\omega^2 \sin^2 \theta} x + \frac{27}{4\omega^2 \sin^2 \theta} = 0$$

Ahora podemos plantear la siguiente forma de solución: estructura cubica deprimida $x^3 - Ax + A = 0$, con $A = 27/4\omega^2 \sin^2 \theta$. Para este tipo de estructuras existe una solución analítica conocida

$$x = 2\sqrt{\frac{-p}{3}} \cos \left(\frac{1}{3} \cos^{-1} \left(\frac{3q}{2p} \sqrt{\frac{-3}{p}} \right) \right)$$

Sean $p = -27/4\omega^2 \sin^2 \theta$, $q = 27/4\omega^2 \sin^2 \theta$ y simplificando:

$$x = \frac{3}{\omega \sin \theta} \cos \left[\frac{1}{3} \cos^{-1} (-\omega \sin \theta) \right]$$

Usando la siguiente propiedad trigonométrica:

$$\cos^{-1}(-u) = \pi - \cos^{-1}(u)$$

Por lo tanto:

$$\frac{1}{3} \cos^{-1}(-\omega \sin \theta) = \frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \cos^{-1}(\omega \sin \theta)$$

Ahora cuando:

$$\cos \left(\frac{\pi}{3} - A \right) = \cos \left(\frac{\pi + \cos^{-1}(\omega \sin \theta)}{3} \right)$$

Obtenemos que:

$$x = \frac{3}{\omega \sin \theta} \cos \left[\frac{\pi + \cos^{-1}(\omega \sin \theta)}{3} \right]$$

Y dado que $x = r/R_p$:

$$r = R_*(\theta) = \frac{3R_p}{\omega \sin \theta} \cos \left[\frac{\pi + \cos^{-1}(\omega \sin \theta)}{3} \right]$$

Apéndice B

Visualización de los campos de velocidad

Como elemento extra presentamos los campos de velocidad para caracterizar la dinámica bidimensional del viento. En el caso de $\Omega = 0.3$, el panel superior de la figura B.1 denota un viento estable donde el campo exhibe un comportamiento casi puramente radial. Las líneas emergen de forma perpendicular a la superficie de la estrella y se expanden de manera uniforme. En este régimen, no se observa una deflexión en la latitud importante a medida que el flujo avanza, manteniendo una simetría respecto al plano ecuatorial.

Para el caso de $\Omega = 0.6$, el panel de al medio muestra como el campo de velocidades pierde su simetría esférica y presenta una fuerte deflexión hacia el plano ecuatorial. El material expulsado desde latitudes intermedias es canalizado hacia el ecuador a medida que se aleja de la superficie estelar. A pesar de esta fuerte compresión, en este estado intermedio el flujo logra mantener un régimen laminar y ordenado, sin presentar formación de estructuras complejas. Este comportamiento es un claro ejemplo de la formación de una región ecuatorial densa, coherente con la acumulación de material en discos comprimidos por el viento. Eso si, al observar las zonas más internas de plano ecuatorial se aprecia como los campos de velocidad cambian de dirección, indicando una posible re-acreción del material. Sin embargo, bajo rotaciones extremas $\Omega = 0.9$ observadas en el panel inferior, donde el gradiente de velocidad entre la zonas media y las subyacentes es más empinado, el régimen suave colapsa en la región ecuatorial. Las líneas del campo muestran una severa disrupción cerca de $r/R_* \approx 2.5$, dando lugar a un flujo altamente caótico y turbulento. Se destaca la formación de estructuras de pequeña escala, tales como vórtices y remolinos cerrados, localizados espacialmente entre $x/R_* \approx 3$ y 5. Esta intrincada topología sugiere fuertemente la presencia de ondas de choque y el desarrollo de inestabilidades hidrodinámicas no lineales, producto de la colisión del material que converge desde ambos hemisferios estelares hacia el ecuador.

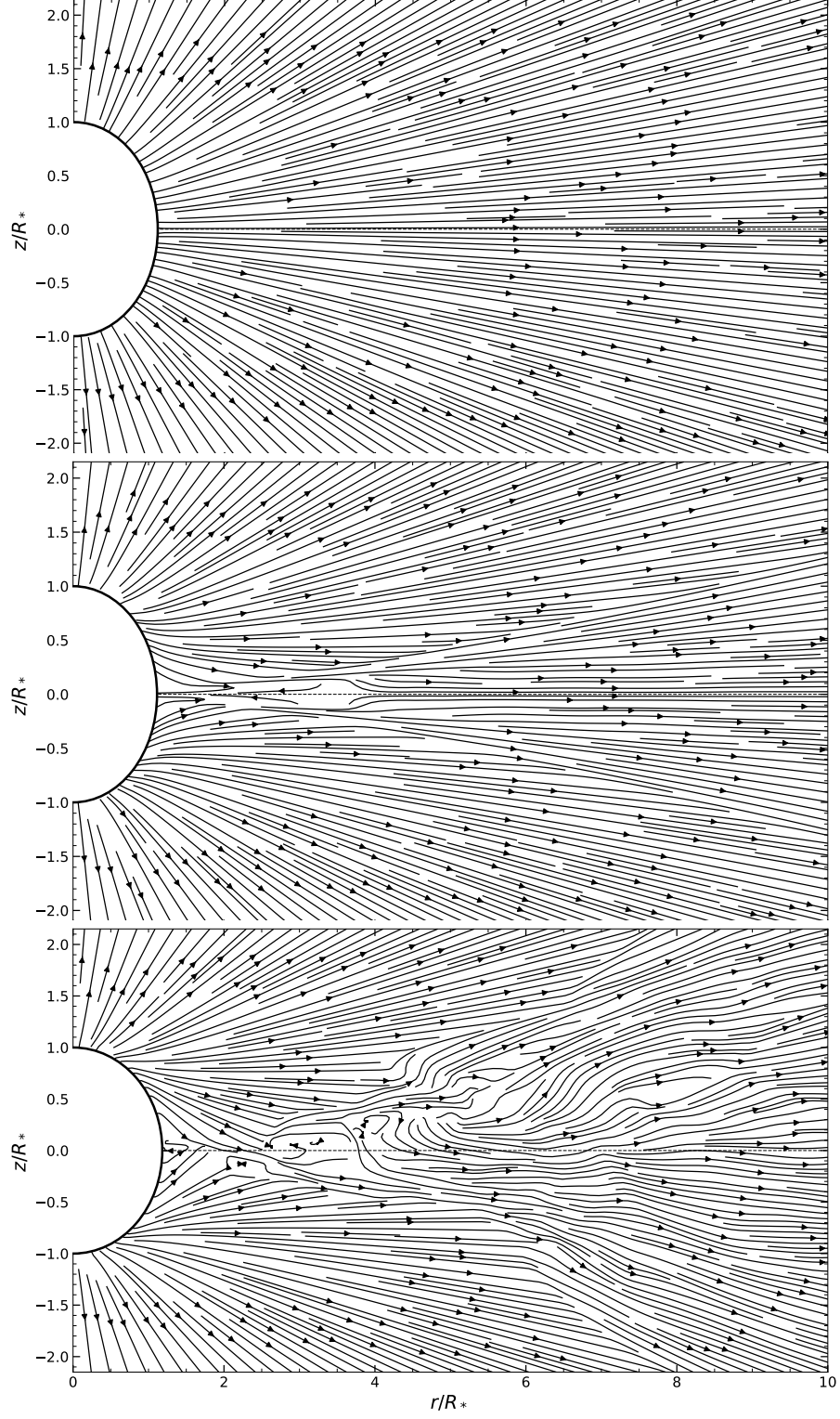


Figura B.1: Visualización de las líneas de corriente (*streamlines*) del campo de velocidad en el plano meridional, ilustrando el impacto de la rotación en la dinámica del viento estelar. Los paneles muestran simulaciones con una tasa de rotación incremental: $\Omega = 0.3$ (superior), $\Omega = 0.6$ (centro) y $\Omega = 0.9$ (inferior), manteniendo fijo el balance de ionización en $\delta = 0.25$. A bajas tasas de rotación, el flujo se expande de manera suave y predominantemente radial. Al incrementar Ω , el material converge hacia el ecuador ($z/R_* = 0$), iniciando la formación de un disco de decreción. En el régimen de rotación extrema (panel inferior), el agudo contraste cinemático entre el viento polar y el flujo ecuatorial detona inestabilidades por cizalladura latitudinal; esta turbulencia destruye la coherencia estacionaria del disco, generando vórtices y una morfología altamente caótica característica de la fragmentación del flujo.