

Planificación de la expansión en sistemas eléctricos mediante descomposición y reducción de dimensionalidad basada en factores de sensibilidad

Júnior Véliz Véliz

2026

Requisito parcial para obtener el título de:
Ingeniero Civil Electricista

Profesor Guía:
Prof. Víctor Hinojosa Mateus (UTFSM)

Valparaíso, Junio del 2026.



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): ☒ Memoria o trabajo de título ☐ Tesis de Postgrado

Título del trabajo: Planificación de la expansión en sistemas eléctricos mediante descomposición y reducción de dimensionalidad basada en factores de sensibilidad

Nombre del candidato(a): Júnior Álvaro Véliz Véliz

Carrera / Grado: Ingeniería Civil Eléctrica

Campus: Valparaíso **Departamento:** Departamento de ingeniería eléctrica

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Víctor Hugo Hinojosa Mateus, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

☒ El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

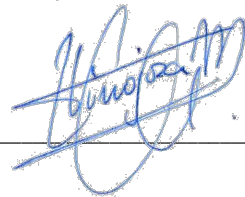
☐ El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por (**marcar una opción**):

☐ 6 meses ☐ 12 meses ☐ 2 años ☐ 3 años ☐ 5 años ☐ 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

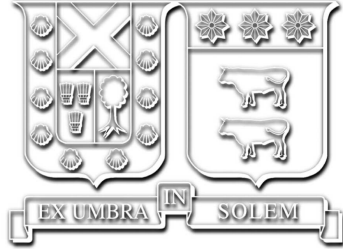
Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 02-06-2026 **Firma:** 

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 02-06-2026 **Firma:** 

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.



Planificación de la expansión en sistemas eléctricos mediante descomposición y reducción de dimensionalidad basada en factores de sensibilidad

Júnior Véliz Véliz

2026

Índice de Contenidos

Índice de Contenidos	i
Índice de Figuras	iii
Índice de Tablas	v
Nomenclatura	vii
Resumen	1
Abstract	2
1. Introducción	3
1.1. Objetivos	5
1.2. Alcance	5
1.3. Estructura del documento	6
2. Planificación en el sistema eléctrico chileno	8
2.1. Planificación energética	9
2.2. Planificación de la expansión de la transmisión	13
3. Formulación del problema de planificación de la expansión conjunta de transmisión y generación	18
3.1. Formulación matemática del problema DC tradicional	19
4. Método de descomposición	25
4.1. Método de descomposición de Benders	25
5. Validación del algoritmo a implementar	38
5.1. Sistema Garver	38
6. Aplicación del modelo propuesto a sistemas de mayor escala	58
6.1. Sistema <i>IEEE-39 Bus test system</i>	58
6.2. Expansión conjunta de la generación y transmisión considerando restricciones de predespacho	61
6.3. Sistema Eléctrico Nacional (SEN)	65

7. Resumen final y conclusiones	71
7.1. Trabajos futuros	72
Apéndices	73
A. Datos sistema Garver	73
A.1. Datos de líneas y generadores del sistema original	73
A.2. Factores para obtener la demanda horaria	74
A.3. Datos de generadores ERV	74
A.4. Perfiles de generación	74
B. Datos sistema <i>IEEE-39 bus test system</i>	75
B.1. Datos de líneas y generadores	75
C. Datos del Sistema Eléctrico Nacional	77
C.1. Líneas del sistema SEN	77
C.2. Inversión generadores	78
C.3. Perfil de generación energías renovables	79
Bibliografía	80

Índice de Figuras

2.1.	Sistema eléctricos principales en Chile [1].	8
2.2.	Diagrama del proceso de planificación [4].	15
5.1.	Sistema Garver.	39
5.2.	Factores para generar el perfiles de demanda por hora para el sistema Garver.	40
5.3.	Evolución de los límites inferior y superior del sistema Garver estático con restricciones de predespacho.	44
5.4.	Evolución del límite inferior del sistema Garver estático con restricciones de predespacho.	45
5.5.	Potencia despachada del sistema Garver estático.	45
5.6.	Evolución de los límites inferior y superior del sistema Garver estático con generación ERV y considerando restricciones de predespacho.	47
5.7.	Potencia despachada del sistema Garver estático que incluye generación renovable.	47
5.8.	Potencia despachada por tecnología del sistema Garver estático que incluye generación renovable.	48
5.9.	Evolución de los límites inferior y superior del sistema Garver multiperiodo con restricciones de predespacho.	50
5.10.	Potencia despachada para el primer año del sistema Garver multiperiodo.	51
5.11.	Potencia despachada para el último año del sistema Garver multiperiodo.	52
5.12.	Evolución de los límites inferior y superior del sistema Garver multiperiodo con generación renovable y considerando restricciones de predespacho.	53
5.13.	Potencia despachada para el primer año del sistema Garver multiperiodo con generación renovable.	54
5.14.	Potencia despachada para el último año del sistema Garver multiperiodo con generación renovable.	55
5.15.	Potencia despachada por tecnología para el último año del sistema Garver multiperiodo con generación renovable.	55
6.1.	Sistema eléctrico <i>IEEE-39 bus</i> .	59
6.2.	Evolución de los límites a lo largo de las iteraciones.	64
6.3.	Evolución de los límites y el <i>gap</i> para las últimas iteraciones.	64
6.4.	Sistema Eléctrico Nacional.	66
6.5.	Evolución de los límites de la solución del SEN a lo largo de las iteraciones.	68
C.1.	Perfil de generación solar.	79

C.2. Perfil de generación eólica.	79
---	----

Índice de Tablas

5.1.	Inversión en líneas para el sistema Garver estático sin considerar restricciones de predespacho.	40
5.2.	Inversión en generadores para el sistema Garver estático sin considerar restricciones de predespacho.	40
5.3.	Costos totales del modelo Garver estático.	41
5.4.	Características estructurales del modelo monolítico de referencia.	41
5.5.	Comparación de dimensiones entre modelos con estructura de descomposición según la estrategia de modelado de red.	42
5.6.	Datos adicionales para el modelo Garver estático con restricciones de predespacho.	43
5.7.	Costos totales del modelo Garver estático considerando restricciones de predespacho.	44
5.8.	Costos totales del sistema Garver estático con generación renovable y restricciones de predespacho.	46
5.9.	Inversión en líneas para el sistema Garver multiperiodo con restricciones de predespacho.	49
5.10.	Inversión en generadores para el sistema Garver multiperiodo con restricciones de predespacho.	49
5.11.	Costos totales del sistema Garver multiperiodo con restricciones de predespacho.	50
5.12.	Inversión en líneas para el sistema Garver multiperiodo con generación renovable y restricciones de predespacho.	52
5.13.	Inversión en generadores para el sistema Garver multiperiodo con generación renovable y restricciones de predespacho.	53
6.1.	Curva de demanda para un día representativo.	60
6.2.	Líneas y generadores, existentes y candidatos del sistema <i>IEEE-39bus</i> .	62
6.3.	Características de los problemas formulados para el sistema <i>IEEE-39bus</i> .	62
6.4.	Inversión en líneas para el sistema <i>IEEE-39 bus</i> .	65
6.5.	Inversión en generadores para el sistema <i>IEEE-39 bus</i> .	65
6.6.	Características de los problemas formulados para el sistema SEN.	68
6.7.	Costos totales del sistema SEN.	69
6.8.	Inversión en líneas del sistema SEN.	69
6.9.	Inversión en transformadores del sistema SEN.	69
6.10.	Inversión en generación del sistema SEN. Detalle de nueva capacidad y costos asociados.	70

A.1.	Líneas del sistema Garver	73
A.2.	Generadores del sistema Garver	73
A.3.	Factores para generar el perfil de demanda horaria.	74
A.4.	Generadores renovables adicionales para el sistema Garver.	74
A.5.	Perfiles de generación para generadores renovables (Horas 1-12).	74
A.6.	Perfiles de generación para generadores renovables (Horas 13-24).	74
B.1.	Datos de generadores del sistema <i>IEEE-39 bus</i> .	75
B.2.	Datos de líneas del sistema <i>IEEE-39 bus</i> .	76
C.1.	Datos de línea modeladas en el sistema SEN.	77
C.2.	Inversión en generadores del sistema SEN. Nueva capacidad de generación	
	por barra.	78

Nomenclatura

Variables de inversión

$x_{p,y}$	Variable binaria que indica si el proyecto de transmisión p se ejecuta en el año y .
$g_{p,y}$	Variable binaria que indica si el proyecto de generación p se ejecuta en el año y .

Variables de operación

$p_{g,y,k,t}$	Potencia generada por generador g en el año y , día k y hora t [MW].
$p_{b,y,k,t}^{\text{shed}}$	Exceso de generación en barra b en el año y , día k y hora t [MW].
$p_{g,y,k,t}^{\text{ERVshed}}$	Recorte de generación ERV g en el año y , día k y hora t [MW].
$d_{b,y,k,t}^{\text{shed}}$	Demanda no servida en la barra b en el año y , día k y hora t [MW].
$v_{r,y,k,t}$	Volumen del embalse r en el año y , día k y hora t [m ³].
$q_{r,y,k,t}^{\text{in}}$	Afluente a embalse r en el año y , día k y hora t [m ³ s ⁻¹].
$\tilde{q}_{r,y,k,t}^{\text{in}}$	Afluente ficticio a embalse r en el año y , día k y hora t [m ³ s ⁻¹].
$\tilde{q}_{r,y,k,t}^{\text{dump}}$	Caudal ficticio vertido por embalse r en el año y , día k y hora t [m ³ s ⁻¹].
$f_{l,y,k,t}$	Flujo por línea l en el año y , día k y hora t [MW].
$\theta_{b,y,k,t}$	Ángulo de fase asociado a la barra b en el año y , día k y hora t [rad].
$u_{g,y,k,t}$	Estado del generador g en el año y , día k y hora t .

Parámetros

q	Tasa de descuento.
σ_k	Peso asociado a día representativo k .
δ^d	Porcentaje de la demanda para las reservas.
$\alpha_{g,y,k,t}$	Generación disponible para generador ERV g en el año y , día k y hora t [p.u.].
κ	Factor de conversión. Convierte potencia en MW a volumen de agua en hm ³ .
C_p^{inv}	Costo de inversión proyecto p .

$C_g^{\text{o\&m,fix}}$	Costos de operación y mantenimiento del generador g .
$C_{g,y}$	Costo variable de generación del generador g en el año y .
C^{shed}	Costo por demanda no servida.
C^{dump}	Penalización por vertimientos/afluentes ficticios [USD/m ³ /s].
C^{ERVshed}	Penalización por recorte de energías renovables [USD/MWh].
$\bar{P}_g$	Potencia disponible máxima del generador g [MW].
P_g	Potencia máxima del generador g [MW].
$\underline{P}_g$	Potencia mínima del generador g .
$\bar{L}_l$	Flujo máximo de la línea l [MW].
M_l	Número positivo arbitrariamente grande (<i>Big M</i>).
$SF_{l,b}$	Factor de transferencia de potencia (shift factor) de la barra b hacia la línea l .
η_g	Eficiencia del generador hidráulico g .
η_g^{pump}	Eficiencia de la central de bombeo g .
$\bar{Q}_g$	Caudal de vertimiento máximo para el generador g .
$V_{r,y}^{\text{ini}}$	Volumen inicial del embalse r en el año y .
$V_{r,y}^{\text{fin}}$	Volumen final del embalse r en el año y .
RU_g	Rampa de subida del generador g .
RD_g	Rampa de bajada del generador g .
SU_g	Rampa de encendido del generador g .
SD_g	Rampa de apagado del generador g .
T	Número de intervalos horarios discretizados en cada día representativo ($T = 24$).

Conjuntos

$\mathcal{Y}$	Conjunto de años en el horizonte de planificación.
$\mathcal{D}_y$	Conjunto de días representativos del año y .
$\mathcal{T}_k$	Conjunto de horas del día representativo k .
$\mathcal{P}$	Conjunto de proyectos de transmisión.
$\mathcal{G}^c$	Conjunto de proyectos de generación.
$\mathcal{G}^{\text{ex}}$	Conjunto de generadores existentes.
$\mathcal{G}^{\text{th}}$	Conjunto de generadores térmicos.

$\mathcal{G}$	Conjunto de generadores.
$\mathcal{G}^{\text{ERV}}$	Conjunto de generadores ERV.
$\mathcal{G}_b$	Conjunto de generadores conectados a la barra b .
$\mathcal{B}$	Conjunto de barras del sistema.
$\mathcal{R}$	Conjunto de embalses.
$\mathcal{L}_b^{\text{in}}$	Conjunto de líneas que llegan a la barra b .
$\mathcal{L}_b^{\text{out}}$	Conjunto de líneas que salen de la barra b .
$\mathcal{L}^{\text{ex}}$	Conjunto de líneas existentes.
$\mathcal{L}^c$	Conjunto de líneas candidatas.
$\mathcal{L}$	Conjunto total de líneas.

Acrónimos

Sigla/Acrónimo	Significado
AC	Corriente Alterna (Alternating Current)
BCCh	Banco Central de Chile
CEN	Coordinador Eléctrico Nacional
CFLD	Costo de Falla de Larga Duración
CNE	Comisión Nacional de Energía
CPF	Control Primario de Frecuencia
CSF	Control Secundario de Frecuencia
DC	Corriente Directa (Direct Current)
ERV	Energía Renovable Variable
FMI	Fondo Monetario Internacional
FCF	Función de Costos Futuros
GNL	Gas Natural Licuado
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
LEAP	Long-range energy alternatives planning system
LMP	Local Marginal Price (Precio Marginal Local)
MUSD	Millones de Dólares Estadounidenses
MAPS	Mitigation Action Plans and Scenarios
N-1	Criterio de seguridad de contingencia única
NTSyCS	Norma Técnica de Seguridad y Calidad del Servicio
OCDE	Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos
PCET	Proyectos Candidatos de Expansión de la Transmisión
PELP	Planificación Energética de Largo Plazo
PTDF	Power Transfer Distribution Factors
PLP	Programación de Largo Plazo
SF	Shift Factors
SEP	Sistema Eléctrico de Potencia
SEN	Sistema Eléctrico Nacional
SEA	Sistema Eléctrico de Aysén
SEM	Sistema Eléctrico de Magallanes
SIC	Sistema Interconectado Central
SING	Sistema Interconectado del Norte Grande
UC	Unit Commitment (Compromiso de Unidades)

Resumen

La planificación eléctrica es el proceso de determinar la capacidad de generación y transmisión de un sistema eléctrico para satisfacer la demanda futura de energía. Este proceso es complejo y debe considerar una serie de factores, como la demanda de energía, la disponibilidad de recursos energéticos, los costos de inversión y operación, y las restricciones ambientales. Dentro de las muchas metodologías desarrolladas para abordar esta temática en los sistemas eléctricos de potencia el presente trabajo se centrará en el uso de metodologías de descomposición para resolver problemas de inversiones tanto en generación como en transmisión incluyendo restricciones de operación de corto plazo con el objetivo de representar de mejor manera la operación del sistema. Los métodos de descomposición dividen el problema en subproblemas más pequeños que son más fáciles de resolver. Esto permite a los planificadores eléctricos considerar una mayor cantidad de factores y restricciones en su análisis.

La metodología propuesta, descomposición de Benders, apunta a descomponer el problema en dos problemas más pequeños y abordables desde el punto de vista computacional, obteniendo así un problema maestro relacionado con las inversiones y un subproblema relacionado exclusivamente con la operación. La ventaja que supone esta metodología es que bajo ciertas condiciones los tiempos de resolución se reducirían considerablemente frente a la resolución completa del problema original, especialmente si el problema cuenta con muchos detalles modelados.

Para validar la metodología propuesta, en una primera parte se realizaron pruebas en sistemas sencillos que tienen soluciones ampliamente conocidas, resolviendo casos de expansión conjunta considerando uno o varios periodos de planificación, tanto con el modelo de descomposición propuesto como la resolución completa del problema. En una segunda parte, y con el fin de probar el rendimiento del algoritmo de descomposición, se utilizó la herramienta en problemas de planificación en sistemas de prueba tipo IEEE y el Sistema Eléctrico Nacional.

Los resultados indicarían que el algoritmo de descomposición propuesto responde a las expectativas al ser eficaz en la resolución de los problemas, especialmente en casos donde resolver el problema completo sería intratable.

Abstract

Long-term expansion planning of generation and transmission systems is critical to ensure reliability, security, and economic efficiency in power grids. This challenge has become more complex with the high penetration of renewable energy sources (RES) and the need to incorporate detailed operational constraints such as unit commitment and security limits into investment decisions. Traditional monolithic optimization models often face computational tractability issues when applied to large-scale systems over long planning horizons.

This thesis proposes a methodology based on Benders Decomposition to solve the joint generation and transmission expansion problem. The approach separates investment decisions (master problem) from operational constraints (subproblem), allowing for iterative convergence towards an optimal solution. To further enhance computational efficiency, dimensionality reduction techniques using Shift Factors are incorporated into the model formulation, significantly reducing the number of variables and constraints associated with power flow equations without compromising accuracy.

The proposed algorithm was implemented in Python using Gurobi as the optimization solver. Validation was performed on standard test systems (Garver 6-bus) to verify convergence against a full monolithic model. Subsequently, the methodology was applied to more complex scenarios: the IEEE-39 bus system and a reduced version of the Chilean National Electric System (SEN). Results demonstrate that the decomposition method effectively handles large-scale problems where traditional solvers would require excessive computation time. The study confirms that incorporating operational constraints like unit commitment is feasible within a planning framework while maintaining computational performance through dimensionality reduction techniques.

Keywords: Power System Expansion Planning, Benders Decomposition, Shift Factors, Unit Commitment, Renewable Energy Integration, Optimization.

Capítulo 1

Introducción

La planificación eléctrica es un proceso fundamental para determinar la capacidad de generación y transmisión necesaria en un sistema eléctrico, con el fin de satisfacer la demanda futura de energía de manera eficiente y segura. En Chile, este proceso ha cobrado una relevancia crítica debido al dinamismo asociado al consumo energético y al rápido desarrollo de proyectos de energías renovables variables (ERV). Existe una disparidad significativa entre el tiempo requerido para desarrollar proyectos de generación renovable y el tiempo necesario para construir infraestructura de transmisión. Esta situación exige que la planificación sea dotada de mayor flexibilidad y certeza técnica para evitar cuellos de botella en la red.

En respuesta a esta necesidad, el año 2016 se promulgó la Ley N° 20.936, conocida como Ley de Transmisión, considerada la mayor reforma a la industria eléctrica en la última década. Esta normativa perfecciona la planificación de la transmisión al considerar un alto desarrollo en energías renovables y fomentar la competencia en el área de generación. La ley establece que la planificación está a cargo de dos actores principales: por un lado, la Comisión Nacional de Energía (CNE), encargada de la planificación anual de la transmisión con un horizonte de al menos 20 años; y por otro, el Ministerio de Energía, responsable de la planificación energética de largo plazo cada cinco años con un horizonte de al menos 30 años. Ambos actores deben considerar distintos escenarios de expansión para suministrar la energía necesaria ante los aumentos futuros de la demanda.

De lo anterior se desprende que al proceso de planificación se le imponen muchas exigencias, lo que implica desarrollar nuevos algoritmos y modelos matemáticos capaces de lidiar con tales requerimientos y entregar políticas de inversión óptimas en tiempos de cálculo razonables. Determinar estas políticas es un arduo trabajo debido a la incertidumbre inherente a los parámetros del sistema, como la demanda, las hidrologías y los perfiles de generación renovable. Históricamente, para abordar esta complejidad, el plan de inversiones se realizaba bajo grandes simplificaciones, tales como no considerar el modelo matemático completo de la red (utilizando solo modelos DC) e incluir únicamente las capacidades máximas de líneas y generadores.

Sin embargo, con el fin de cumplir con los criterios técnicos, económicos y de seguridad impuestos por la normativa vigente, es necesario incorporar un mayor nivel de detalle en la

operación del sistema. Esto incluye restricciones de seguridad (como contingencias N-1) y preespacho (rampas, tiempos mínimos de encendido/apagado). El problema surge cuando se intenta modelar estos detalles: los modelos computacionales necesarios para analizar el futuro de un sistema eléctrico son de gran magnitud, ya que deben abordar la complejidad de las leyes físicas y el análisis económico simultáneamente. La solución robusta implica modelar numerosas restricciones, pero reducir el problema puede comprometer la precisión técnica (por ejemplo, omitir congestiones futuras). Por otro lado, incluir todos los aspectos del problema puede hacer que su resolución sea computacionalmente intratable para los solvers tradicionales en tiempos razonables.

Dada la naturaleza del problema de planificación, se observa una separación natural entre las variables relacionadas con las inversiones realizadas en el sistema y las variables de interés para la operación del mismo. Esta estructura bietapa puede ser explotada mediante algoritmos de descomposición, como la descomposición de Benders. Con este método, el problema original se divide en dos problemas más manejables: un problema maestro que contiene las decisiones de inversión y un subproblema de operación que evalúa dichas decisiones generando cortes de optimización. De este modo, el problema se resuelve iterativamente hasta converger a la solución óptima.

A fin de explorar una forma eficiente de solucionar los problemas de toma de decisiones en un sistema eléctrico de gran magnitud, este trabajo se centrará en el desarrollo de una herramienta computacional basada en la metodología de Benders para la planificación conjunta de expansión de generación y transmisión. La propuesta incluye no solo la descomposición del problema, sino también técnicas de reducción de dimensionalidad mediante factores de sensibilidad, con el objetivo de reducir el número de variables y restricciones del modelo sin sacrificar la precisión necesaria para cumplir con los estándares regulatorios actuales.

1.1. Objetivos

Objetivo Principal:

- Formular y desarrollar una metodología de descomposición que permita resolver el problema de la expansión en sistemas eléctricos de potencia incorporando restricciones de predespacho y de seguridad.

Objetivos específicos:

- Formular el problema de planificación conjunta de la capacidad de generación y transmisión incorporando restricciones de predespacho.
- Desarrollar una metodología basada en descomposición de Benders que permita separar decisiones de inversión y operación del sistema.
- Incorporar técnicas de reducción de dimensionalidad mediante factores de sensibilidad con el fin de reducir el número de variables y restricciones del modelo, optimizando así la eficiencia computacional.
- Implementar el modelo en un entorno de optimización, evaluar el desempeño computacional del algoritmo propuesto, comparando tiempos de convergencia, tamaño del modelo, etc. frente a formulaciones tradicionales.
- Aplicar y validar la formulación matemática propuesta en sistemas de prueba tipo IEEE y en una versión reducida del Sistema Eléctrico Nacional, analizando tiempos de cómputo, calidad de la solución y escalabilidad.

1.2. Alcance

El propósito central de esta memoria es desarrollar una metodología computacional basada en descomposición para resolver el problema de planificación conjunta de la expansión de generación y transmisión. Este trabajo formula matemáticamente el modelo optimizando costos de inversión y operación, incorporando restricciones de operación detalladas como el predespacho (rampas y tiempos mínimos) y criterios de seguridad básicos del sistema.

La implementación técnica se centra en el algoritmo de descomposición de Benders, el cual separa las decisiones de inversión (variables enteras) de la operación del sistema (variables continuas). Para optimizar el rendimiento computacional, la propuesta integra técnicas de reducción de dimensionalidad mediante factores lineales (*Shift Factors*), lo que permite manejar sistemas de mayor escala sin sacrificar la precisión en los flujos de potencia. El modelo se programa en Python utilizando el solver Gurobi para garantizar la eficiencia en la resolución de problemas de gran magnitud.

La validación del algoritmo abarca dos niveles de complejidad. En primer lugar, se realizan pruebas de convergencia y consistencia utilizando el sistema de prueba Garver (6 barras) en escenarios estáticos y multiperiodo. En este contexto, se comparan las variantes del modelo con estructura de descomposición: una que utiliza restricciones de flujo DC

tradicionales en el subproblema y otra que incorpora factores lineales (*Shift Factors*) para modelar la red eléctrica con mayor eficiencia. En segundo lugar, se evalúa la escalabilidad aplicando la metodología a sistemas más complejos: el sistema IEEE-39 bus y una versión reducida del Sistema Eléctrico Nacional (SEN) con 26 barras. Estos casos permiten analizar el comportamiento del algoritmo frente a restricciones reales de infraestructura chilena.

Es importante destacar las limitaciones definidas en este estudio para mantener la claridad sobre los resultados. En primer lugar, el modelo de operación es determinístico; aunque se incluyen perfiles de generación renovable variables (solar y eólica), no se considera incertidumbre estocástica en la demanda o en los recursos hídricos más allá de las series hidrológicas seleccionadas. En segundo lugar, mientras que la representación de la red eléctrica tradicionalmente utiliza un modelo DC simplificado para mantener la viabilidad computacional en enfoques monolíticos, esta memoria implementa una formulación con descomposición que utiliza *Shift Factors* para modelar los flujos con mayor eficiencia y reducir el número de restricciones. Finalmente, la aplicación al SEN se realiza sobre una topología reducida y no sobre el sistema completo, por lo que los planes de inversión presentados son referenciales para fines metodológicos y de validación técnica.

1.3. Estructura del documento

El contenido de este documento se organiza en siete capítulos principales, los cuales desarrollan progresivamente la metodología propuesta y sus resultados:

El Capítulo 2 describe brevemente el contexto de planificación en los sistemas eléctricos de Chile. Este capítulo examina el proceso de planificación conforme a la normativa chilena vigente, incluyendo la Ley N° 20.936 y los roles de los actores principales como la CNE y el Ministerio de Energía.

El Capítulo 3 detalla la formulación matemática completa del problema de optimización para abordar la planificación conjunta de la expansión de transmisión y generación. Este capítulo describe la modelación de los diversos componentes del sistema eléctrico, incluyendo restricciones técnicas de predespacho y seguridad que garantizan un modelo de operación realista.

En el Capítulo 4 se analizan los fundamentos teóricos que respaldan este trabajo. El texto expone aspectos técnicos relacionados con la aplicación de la metodología de descomposición de Benders y presenta la metodología propuesta para alcanzar los objetivos del estudio. Además, este capítulo concluye con una formulación específica de la red de transmisión destinada a reducir las variables del modelo original mediante el uso de factores lineales.

El Capítulo 5 centra su análisis en pruebas de funcionamiento de la metodología propuesta. Este capítulo presenta casos de estudio con énfasis en sus diferencias y los impactos en el algoritmo aplicado, incluyendo comparaciones entre modelos con metodología de descomposición que utilizan restricciones DC tradicionales frente a aquellos que emplean factores de sensibilidad (*Shift Factors*). Estas pruebas establecen criterios para una operación correcta del algoritmo.

El Capítulo 6 expone los resultados de la aplicación del algoritmo a casos reales con

modelos complejos de sistemas eléctricos. Este capítulo contrasta los resultados obtenidos con resoluciones tradicionales cuando es posible, evaluando tanto el resultado matemático como los tiempos de ejecución necesarios en el Sistema Eléctrico Nacional reducido.

El Capítulo 7 presenta las conclusiones finales del estudio basadas en los resultados y antecedentes recopilados a lo largo del documento. Este capítulo aborda posibles desarrollos futuros y trabajos posteriores, tomando como referencia la herramienta o metodología presentada en esta memoria.

Capítulo 2

Planificación en el sistema eléctrico chileno

Los sistemas eléctricos de potencia constituyen conjuntos de instalaciones diseñadas para generar, transmitir y distribuir energía eléctrica. Chile opera con tres sistemas principales: el SEN, el Sistema Eléctrico de Aysén (SEA) y el Sistema Eléctrico de Magallanes (SEM). La Figura 2.1 ilustra la disposición geográfica de estas redes.

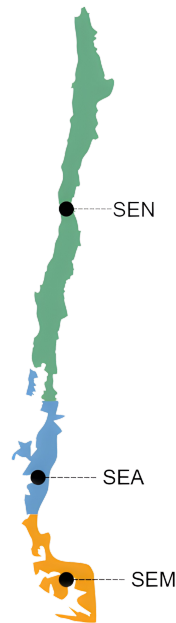


Figura 2.1: Sistema eléctricos principales en Chile [1].

El marco normativo que rige la planificación eléctrica destaca la Ley de Transmisión Eléctrica N° 20.936 [2], promulgada en Chile en 2016. Esta normativa tiene como objetivo principal promover un sistema de transmisión más eficiente, competitivo y sostenible. Para lograrlo, la ley introduce cambios significativos que incluyen:

- La creación de un organismo coordinador independiente del SEN, responsable de pla-

nificar el desarrollo de la transmisión eléctrica y operar el sistema en forma eficiente.

- Un nuevo régimen de acceso a la transmisión, donde todos los interesados tendrán derecho a acceder sin discriminación.
- La incorporación de una perspectiva de largo plazo en la planificación, considerando intereses sociales, ambientales y de uso del territorio.
- El mejoramiento de los estándares de seguridad y calidad de servicio del sistema.
- El robustecimiento e independencia del coordinador del sistema.
- La participación del Estado en la definición de trazados y emplazamientos de nuevos sistemas de transmisión.

Los objetivos de la ley se agrupan en siete grandes capítulos:

- Coordinador independiente del sistema eléctrico nacional.
- Planificación energética y de la expansión de la transmisión.
- Polos de desarrollo.
- Definición de trazados.
- Acceso abierto.
- Remuneración del sistema.
- Desarrollo normativo, regulación, seguridad y calidad de servicio.

En particular, respecto a la planificación energética y de expansión de la transmisión, la ley establece que este proceso se divide en dos etapas:

- Planificación energética: esta etapa determina el suministro de energía eléctrica necesario para satisfacer la demanda futura.
- Planificación de la expansión de la transmisión: esta etapa identifica los nuevos proyectos de transmisión requeridos para cumplir con dicha demanda.

La ley de transmisión eléctrica representa un paso importante hacia el desarrollo de un sistema eléctrico más eficiente y sostenible. Los cambios introducidos buscan promover la competencia, fomentar la inversión en nuevas tecnologías renovables y proteger el medio ambiente.

2.1. Planificación energética

El Ministerio de Energía ejecuta la planificación energética de largo plazo (PELP) cada cinco años con el objetivo principal de proyectar el futuro energético del país en un horizonte de 30 años. Para ello, se definen escenarios energéticos que consideran tendencias

y comportamientos del consumo y de la oferta de energía. La CNE utiliza estos escenarios durante la planificación de los sistemas de transmisión eléctrica como apoyo para la toma de decisiones de política pública en materia energética. El proceso de planificación energética incluye lo siguiente [2]:

- Identificación de los distintos escenarios energéticos de expansión de la generación y del consumo.
- Proyección de la oferta y demanda energética, considerando la identificación de polos de desarrollo de generación, generación distribuida, intercambios internacionales de energía, políticas medioambientales que tengan incidencia y objetivos de eficiencia energética.
- Elaboración de los posibles escenarios de desarrollo.
- Consideración de los planes estratégicos con los que cuenten las regiones en materia de energía.

Por razones fundadas, el Ministerio puede desarrollar el proceso antes del vencimiento del plazo señalado. En resumen, la planificación energética de largo plazo es un proceso fundamental para asegurar el abastecimiento energético del país en el futuro. Este instrumento permite identificar los desafíos y oportunidades que enfrenta el sector energético, así como desarrollar políticas públicas que permitan alcanzar las metas de desarrollo sostenible.

2.1.1. Proyección de la demanda energética

El Ministerio de Energía cuenta con una herramienta parametrizable para realizar proyecciones de demanda energética. Esta herramienta se basa en los modelos sectoriales construidos en la segunda etapa de la iniciativa *mitigation action plans and scenarios* (MAPS)-Chile [3]. La aplicación considera las siguientes características:

- Cubre todos los sectores que componen el Balance Nacional de Energía: energético, industrial, minería, transporte, comercio, público y residencial.
- Realiza proyecciones para cada región del país y para todos los sectores energéticos del balance nacional de energía.
- Es capaz de considerar la inclusión de nuevas tecnologías y procesos energéticos.
- Permite modificar los parámetros de entrada para obtener diferentes proyecciones.
- Incorpora medidas de eficiencia energética que inciden en la demanda energética.
- Tiene un horizonte de al menos 30 años.

¹Proceso de colaboración público-privada liderado por el Gobierno de Chile para generar evidencia científica sobre cambio climático. Su Fase 2 desarrolló herramientas prospectivas de largo plazo para modelar escenarios de emisiones de gases de efecto invernadero y evaluar medidas de mitigación.

- Está construida con base a modelos en Microsoft Excel que alimentan al modelo general montado en la plataforma *long-range energy alternatives planning system* (LEAP)²

2.1.2. Proyección de la oferta energética

La planificación de la expansión de la transmisión eléctrica es un proceso complejo que debe considerar una serie de factores, entre los que se incluyen la demanda de energía, la oferta de generación y las restricciones operativas del sistema.

Históricamente, la planificación de la expansión de la transmisión se realizaba de forma desacoplada de la planificación de la generación. Esto significaba buscar minimizar los costos de inversión en transmisión sin considerar los costos de inversión en generación ni las restricciones operativas del sistema.

En la actualidad, la planificación de la expansión de la transmisión eléctrica se realiza de forma conjunta con la planificación de la generación. Esta integración permite tener una visión más integral del sistema eléctrico y tomar decisiones que optimicen el costo total al considerar tanto los costos de inversión como las restricciones operativas.

La metodología actual de planificación incorpora los siguientes elementos:

- **Optimización conjunta generación-transmisión:** El proceso ejecuta la optimización conjunta para la propuesta de los planes de obras de generación y posterior evaluación de las propuestas de transmisión, incorporando implícitamente la señal de localización de la generación. De esta forma se promueve el desarrollo de la oferta óptima a través del desarrollo de la transmisión.
- **Incorporación de restricciones operativas:** El enfoque permite cuantificar los niveles de flexibilidad del sistema, identificar los niveles de factibilidad técnica de inserción de ERV y evaluar económicamente posibles requerimientos de flexibilidad que permitirían aumentar los niveles de inserción de ERV.
- **Incorporación de restricciones de seguridad operativa:** El modelo integra en la simulación de la operación económica las restricciones operativas y de seguridad del sistema, lo que permite evaluar y ajustar con mayor precisión las propuestas de transmisión. Para ello, considera explícitamente el control primario de frecuencia (CPF), y el control secundario de frecuencia (CSF), junto con los requisitos de inercia mínima, los mínimos técnicos de generación y el criterio de seguridad N-1 de la red.
- **Incorporación de herramientas de planificación robusta:** La herramienta habilita la toma de decisiones basadas en escenarios con incertidumbre de alto nivel, incorpora seguridad de suministro asociada a escenarios de baja probabilidad pero de alto impacto e incluye simulaciones del comportamiento de los agentes del mercado para monitorear posibles desvíos de los resultados de los modelos de planificación centralizada.

²Software desarrollado por Stockholm Environment Institute. Permite realizar análisis de políticas energéticas y cambio climático.

En la planificación de la oferta energética se lleva a cabo un análisis exhaustivo del suministro de energía en el país, considerando el horizonte temporal previsto. Es esencial abordar varios aspectos durante este proceso: evaluar la relación entre la demanda de derivados del petróleo y la capacidad de refinación proyectada; analizar la capacidad y disponibilidad de los terminales de gas natural licuado (GNL) en comparación con la demanda de este recurso; examinar la oferta y consumo de leña, sujeto a las regulaciones vigentes; y finalmente, estudiar la oferta y consumo de carbón en la matriz energética.

1) Proceso de planificación

El proceso de planificación energética de largo plazo se divide en tres etapas:

- **Informe preliminar:** En esta etapa, el ministerio define las proyecciones de oferta y demanda energética y los escenarios energéticos preliminares, indicando, si existieran, sus potenciales polos de desarrollo de generación eléctrica.
- **Evaluación ambiental estratégica:** En esta etapa, el ministerio realiza una evaluación ambiental estratégica en cada provincia o provincias donde se encuentren uno o más polos de desarrollo. El resultado de esta evaluación es un informe técnico que especifica una o más zonas que cumplen con los requisitos para ser un polo de desarrollo.
- **Informe final y decreto de planificación:** En esta etapa, el Ministerio elabora el informe final de la PELP, que incluye los escenarios energéticos definitivos. En caso de que el Ministerio considere que no se encuentran dadas las condiciones para que un polo de desarrollo esté incorporado en un escenario energético, el escenario correspondiente será reemplazado por el respectivo escenario de respaldo.

El proceso es un proceso participativo que incluye la consulta pública de los informes técnicos de los polos de desarrollo. La PELP tiene en cuenta los objetivos de la política energética, como la descarbonización y la diversificación de la matriz energética. Este instrumento resulta fundamental para la planificación de la infraestructura energética del país.

2) Metodología de planificación

El proceso de la PELP en Chile busca entregar escenarios energéticos que permitan proyectar el futuro del sistema eléctrico del país. Estos escenarios consideran la demanda y oferta energética, la expansión de la generación eléctrica y los polos de desarrollo de generación.

- **Elaboración de escenarios:** La metodología emplea criterios de optimización técnica y económica, junto con resiliencia frente a variaciones en las variables modeladas.

Estas variables incluyen la demanda, los costos de combustibles, los costos de tecnologías de generación y las variables macroeconómicas y demográficas.

- **Modelo de proyección de demanda:** El modelo genera las proyecciones de demanda energética considerando sectores como comercial y público; residencial, transporte, industrial y minero. Las proyecciones de demanda eléctrica requieren desagregación por cada una de las regiones en las que se emplaza el SEN y para cada barra del sistema eléctrico modelado.

Un aspecto crítico en la proyección de demanda eléctrica constituye el supuesto de crecimiento económico del país. La herramienta utiliza dos estimaciones de crecimiento económico esperado al año 2050: una del Fondo Monetario Internacional (FMI) para el corto y mediano plazo, y otra de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) y el Banco Central de Chile (BCCCh) para el largo plazo.

3) Modelo de planificación

La Ley N° 20.936 establece la obligatoriedad de llevar a cabo una planificación por escenarios para el sistema eléctrico. Dicha planificación debe tener en cuenta las dinámicas tanto de operación como de inversión del sistema, con el objetivo de derivar planes de obras de generación que sean óptimos.

En el proceso de planificación, se recurre a herramientas de modelación eléctrica que incorporan las características físicas y operativas del sistema. Esto se realiza conjuntamente con la inclusión de diversos parámetros de entrada y supuestos relevantes. La red eléctrica que considera la planificación en el año 2018 incluye 46 barras, las cuales son escogidas en base a tres criterios:

- **Representación eléctrica:** La configuración busca reflejar de manera precisa la operación troncal del sistema eléctrico.
- **Representación geográfica:** La selección de barras sigue un enfoque geoespacial, asegurando la proximidad entre ellas y una representación adecuada de zonas ricas en recursos energéticos renovables
- **Representación computacional:** Aunque un ejercicio ideal preferiría contar con un gran número de barras y líneas de transmisión, el modelo mantiene un número limitado debido a las restricciones computacionales impuestas por los modelos de planificación.

2.2. Planificación de la expansión de la transmisión

La CNE debe realizar anualmente un proceso de planificación de la transmisión eléctrica. Esta planificación debe considerar un horizonte de al menos 20 años y abarcar las obras de expansión necesarias del sistema de transmisión nacional, de polos de desarrollo, zonal y dedicadas.

El proceso de planificación debe considerar la planificación energética de largo plazo del Ministerio de Energía, así como los objetivos de eficiencia económica, competencia, seguridad y diversificación del sistema eléctrico.

En particular, la planificación de la transmisión debe considerar los siguientes aspectos:

- La minimización de los riesgos en el abastecimiento considerando eventualidades.
- La creación de condiciones que promuevan la oferta y faciliten la competencia.
- La instalación de infraestructura que sea económicamente eficiente y necesaria para el desarrollo del sistema eléctrico.
- La posible modificación de instalaciones de transmisión existentes que permitan realizar las expansiones necesarias del sistema de una manera eficiente.

Además, la planificación también puede considerar la expansión de instalaciones pertenecientes a los sistemas de transmisión dedicada para la conexión de las obras de expansión. En caso de que un polo de desarrollo no se concrete, la CNE puede incluir en su planificación la expansión de la infraestructura de transmisión necesaria para conectar dichos polos de desarrollo. También puede incorporar sistemas de transmisión para polos de desarrollo, líneas y subestaciones dedicadas, ya sean nuevas o existentes, con el fin de facilitar su utilización por nuevos proyectos de generación. Las soluciones de transmisión deberán cumplir con los siguientes requisitos:

- Estar justificadas técnica y económicamente.
- Contar con una capacidad de generación comprometida que sea al menos del 25 % de la capacidad total de la instalación.
- Ser eficientes desde el punto de vista económico.
- Ser coherentes con los instrumentos de ordenamiento territorial.

En cuanto a la metodología para analizar la expansión de la transmisión, se realiza una diferenciación basada en la clasificación de los sistemas de transmisión. Esta distinción se establece entre la metodología aplicada al sistema de transmisión nacional y la empleada en el ámbito zonal.

2.2.1. Metodología de análisis de la expansión de la transmisión nacional

El proceso empleado para la planificación de la expansión de la red de transmisión consta de seis etapas fundamentales. Estas incluyen la recopilación de información y la determinación de supuestos para la modelación de la transmisión, el análisis y estudio para el diagnóstico a largo plazo, el diagnóstico de la utilización esperada del sistema, la definición y análisis del desempeño de las propuestas de expansión, la evaluación de dichas propuestas y, finalmente, la definición del plan de obras de transmisión. La Figura 2.2 proporciona una representación esquemática de este proceso.

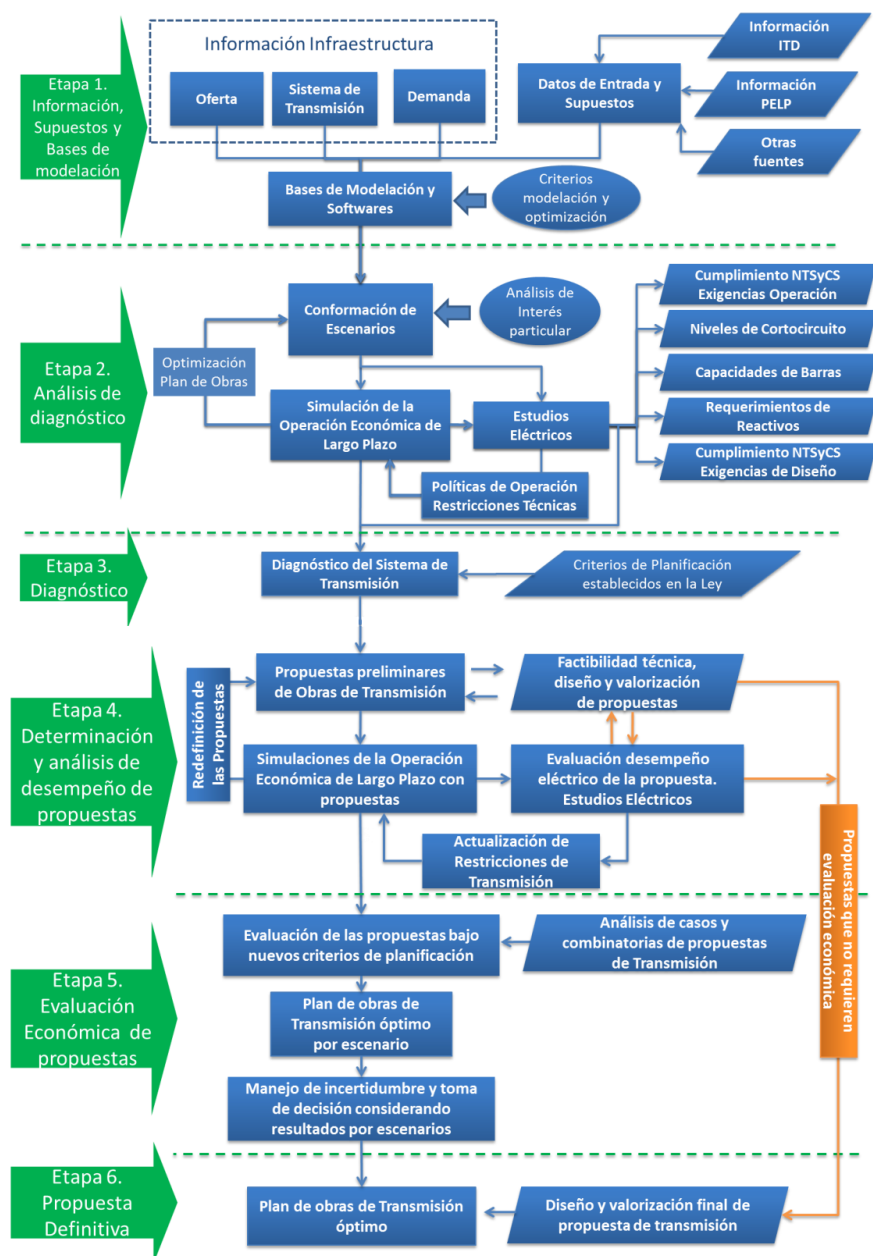


Figura 2.2: Diagrama del proceso de planificación [4].

2.2.2. Consideraciones para la modelación

El ejercicio de planificación del sistema eléctrico [4] emplea tres softwares computacionales principales. Para el análisis de cumplimiento normativo, se utiliza Power Factory de DigSILENT, herramienta que verifica el cumplimiento a la Norma Técnica de Seguridad y Calidad de Servicio (NTSyCS). Esta norma constituye el conjunto de disposiciones de la CNE que regula la operación coordinada del sistema eléctrico; establece las exigencias mínimas de diseño y operación para garantizar la estabilidad, continuidad y seguridad del SEN, definiendo estándares de frecuencia, tensión y robustez para prevenir fallas sistémicas.

- **Plexos y PLP:** Estas herramientas determinan el plan de inversiones óptimo y analizan la simulación de la operación en el tiempo. El software PLP³ incluye módulos específicos para la simulación de largo plazo del sistema y de coordinación hidrotérmica.
- **Power Factory de DIgSILENT:** Realiza el análisis de cumplimiento de la NTSyCS y determina las restricciones de transmisión mediante estudios eléctricos detallados.

En estos softwares se ingresan todos los datos relevantes del sistema, de tal manera que se represente el funcionamiento del sistema eléctrico de manera adecuada para la realización de los análisis deseados. Los datos relevantes del sistema incluyen:

- **Bloques de demanda:** El modelo considera, en general, 10 bloques mensuales para el horizonte de planificación. La duración de cada bloque se define mediante técnicas matemáticas que buscan minimizar el error de aproximación al modelar una curva de demanda continua a través de una curva discreta.
- **Perfil ERV:** Las unidades de ERV se modelan mediante un perfil horario de generación por zona. Este perfil se reordena para que la generación del parque representado coincida con la demanda horaria del sistema.
- **Horizonte de evaluación:** El análisis de expansión de la transmisión considera un horizonte de 20 años.

Los supuestos y consideraciones de la operación del sistema de transmisión se definen luego de la modelación del sistema. Estos supuestos incluyen:

- **Pérdidas de líneas y transformadores:** El modelo representa el sistema de transmisión con pérdidas lineales por tramos.
- **Restricciones de transmisión:** Las restricciones se modelan bajo criterio N-1, considerando los proyectos existentes y las limitaciones encontradas en los estudios eléctricos.
- **Metodología de coordinación hidrotérmica PLP:** Para la coordinación hidrotérmica en PLP, el modelo utiliza 25 series hidrológicas históricas simuladas de manera independiente. Esto ocurre previamente a la determinación de la aproximación de la función de costos futuros (FCF) esperados para cada escenario en la fase de optimización.
- **Metodología de coordinación hidrotérmica Plexos:** Para la coordinación hidrotérmica en Plexos, el modelo emplea la metodología *scenario wise decomposition*, que reduce la muestra completa a 12 series representativas para realizar las simulaciones de manera independiente.

³Programación de Largo Plazo: Modelo computacional de optimización estocástica desarrollado por la Universidad de Chile y utilizado oficialmente por el Coordinador Eléctrico Nacional para determinar la política operación óptima considerando incertidumbre hidrológica y de combustibles en horizontes de planificación multianuales.

- **Costo de falla de larga duración (CFLD):** El modelo considera el CFLD definido en la normativa vigente, actualizado en la Resolución Exenta N°248/2021 de la CNE.

2.2.3. Metodología de análisis de la expansión de la transmisión zonal

El coordinador eléctrico nacional desarrolló una metodología para apoyar a la autoridad y a la industria en el desarrollo de los análisis de expansión de la transmisión zonal. Esta metodología consta de las siguientes etapas:

- **Revisión de la normativa:** La metodología examina los aspectos regulatorios y normativos vigentes que rigen la planificación de la transmisión zonal.
- **Proyección de la demanda y generación:** El proceso incluye proyecciones de la demanda y generación eléctrica para el horizonte de planificación considerado.
- **Ejecución de la metodología de planificación:** La etapa evalúa la suficiencia y confiabilidad del sistema de transmisión zonal a partir de las proyecciones de la demanda y generación.
- **Evaluación y validación de los proyectos candidatos de expansión de la transmisión:** El análisis valida y evalúa los proyectos candidatos de expansión de la transmisión (PCET) a partir de criterios técnicos y económicos. Los PCET son propuestas técnicas presentadas anualmente ante la CNE para fortalecer el SEN y facilitar la descarbonización.

La planificación de la transmisión debe considerar los siguientes criterios: la minimización de los riesgos en el abastecimiento, promover la oferta y la competencia, eficiencia económica y necesidad de desarrollo del sistema eléctrico y posibilidad de modificar instalaciones existentes.

Capítulo 3

Formulación del problema de planificación de la expansión conjunta de transmisión y generación

La planificación energética y la expansión de la capacidad de generación y de la red de transmisión son estrategias para un país, ya que inciden directamente en sus dimensiones económica, ambiental y social. Su propósito central es garantizar un suministro eléctrico estable y seguro a muy largo plazo, asegurando la infraestructura necesaria para cubrir la demanda futura y prevenir fallas o cortes en el sistema.

Dada esta importancia, resulta necesario obtener un modelo que permita realizar una planificación conjunta con el mayor nivel de detalle posible. Sin embargo, incorporar todos los detalles técnicos en un solo modelo genera una complejidad computacional significativa. El crecimiento exponencial de variables y restricciones al aumentar la precisión del modelo dificulta encontrar soluciones óptimas en tiempos razonables para problemas de gran escala. Estas consideraciones técnicas obligan a realizar simplificaciones estratégicas que equilibren el nivel de detalle con la viabilidad del análisis, las cuales se traducen en los siguientes supuestos para la formulación del modelo matemático presentado en este capítulo:

- **Modelo DC:** El modelo emplea una aproximación linealizada del flujo de potencia en corriente alterna (AC) que asume tensiones nodales constantes (≈ 1 p.u.), diferencias angulares pequeñas y predominio de la reactancia sobre la resistencia. Bajo estos supuestos, los flujos de potencia activa constituyen funciones lineales de los ángulos nodales.
- **Tipología de generadores:** Las centrales modeladas corresponden a térmicas, fotovoltaicas, eólicas e hidroeléctricas. Para el caso de las centrales térmicas, solo se modela la parte lineal de la función de costo.
- **Resolución temporal:** Para capturar la variabilidad horaria y estacional de la demanda de cada año, el modelo utiliza un conjunto de días representativos con reso-

lución horaria.

3.1. Formulación matemática del problema DC tradicional

3.1.1. Función objetivo

La función objetivo del problema de planificación minimiza la suma, en valor presente, de los costos de inversión y los costos de operación del sistema para todo el horizonte de planificación como se muestra en la ecuación (3.1).

$$\min \sum_{y \in \mathcal{Y}} \frac{1}{q^{y-y_0}} [C_y^{\text{INV}} + C_y^{\text{OP}}] \quad (3.1)$$

Donde C_y^{INV} representa los costos de inversión para el año y , los que se calculan como la suma de los costos de inversión en proyectos de transmisión y generación, según se muestra en (3.2).

$$C_y^{\text{INV}} = \sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{h \leq y} C_p^{\text{inv}} (x_{p,h} - x_{p,h-1}) + \sum_{g \in \mathcal{G}^c} \sum_{h \leq y} [C_g^{\text{inv}} (g_{g,h} - g_{g,h-1}) + C_g^{\text{o\&m,fix}} g_{g,h}] \quad (3.2)$$

Los costos de operación C_y^{OP} de la ecuación (3.1) se calculan como la suma de los costos fijos de operación y mantenimiento de los generadores, costos variables de operación, costos de demanda no servida, costos por recorte de energías renovables, penalizaciones por exceso de generación, y penalizaciones asociadas a afluentes y vertimientos virtuales.

$$C_y^{\text{OP}} = C_y^{\text{o\&m,fix}} + C_y^{\text{var}} + C_y^{\text{loadshed}} + C_y^{\text{erv,shed}} + C_y^{\text{dump}} + \tilde{C}_y^{\text{dump+inflow}} \quad (3.3)$$

donde

$$\begin{aligned} C_y^{\text{o\&m,fix}} &= \sum_{g \in \mathcal{G}^{\text{ex}}} C_g^{\text{o\&m,fix}} \bar{p}_g \\ C_y^{\text{var}} &= \sum_{k \in \mathcal{D}_y} \sum_{t \in \mathcal{T}_k} \sigma_k \sum_{g \in \mathcal{G}} C_{g,y} p_{g,y,k,t} \\ C_y^{\text{loadshed}} &= \sum_{k \in \mathcal{D}_y} \sum_{t \in \mathcal{T}_k} \sigma_k \sum_{b \in \mathcal{B}} C_b^{\text{lshed}} d_{b,y,k,t}^{\text{shed}} \\ \tilde{C}_y^{\text{dump+inflow}} &= \sum_{k \in \mathcal{D}_y} \sum_{t \in \mathcal{T}_k} \sigma_k \sum_{r \in \mathcal{R}} C_r^{\text{dump}} (\hat{q}_{r,y,k,t}^{\text{dump}} + \hat{q}_{r,y,k,t}^{\text{in}}) \\ C_y^{\text{ERVshed}} &= \sum_{k \in \mathcal{D}} \sum_{t \in \mathcal{T}_k} \sigma_k \sum_{g \in \mathcal{G}^{\text{ERV}}} C_g^{\text{ERVshed}} p_{g,y,k,t} \end{aligned}$$

El modelo representa el horizonte temporal mediante un conjunto de días representativos ponderados por el parámetro σ_k , que indica el peso de cada día k en el año. Bajo esta estructura, las variables asociadas a penalizaciones y/o recortes como, por ejemplo,

$\tilde{q}_{r,y,k,t}^{\text{dump}}$, $\tilde{q}_{r,y,k,t}^{\text{in}}$ y $d_{b,y,k,t}^{\text{shed}}$, nacen de la necesidad de lograr que el problema de optimización sea siempre factible. La importancia de este hecho se explicará en el capítulo siguiente.

3.1.2. Restricciones

El problema de planificación está sujeto a una serie de limitaciones técnicas que provienen de cada elemento de red que compone el sistema eléctrico de potencia, a saber, potencia máxima que pueden despachar los generadores, flujo máximo por las líneas, entre otros. Estas limitaciones se traducen en restricciones que deben cumplir las variables.

1). Restricciones de inversión

Este grupo de restricciones asegura que las inversiones en proyectos de líneas (3.4) y las inversiones en proyectos de generación (3.5) se realicen en secuencia y que un proyecto sea invertido una sola vez en todo el horizonte de planificación.

$$x_{p,y} \geq x_{p,y-1} \quad \forall y \quad \forall p \in \mathcal{L}^c \quad (3.4)$$

$$g_{p,y} \geq g_{p,y-1} \quad \forall y \quad \forall p \in \mathcal{G}^c \quad (3.5)$$

2). Restricciones del sistema

i) Balance de potencia

Esta restricción asegura que la demanda siempre sea suministrada, es decir, siempre se mantiene el equilibrio entre generación y demanda. Para lograr esto se introducen las variables $d_{b,y,k,t}^{\text{shed}}$ y $p_{b,y,k,t}^{\text{shed}}$, la primera toma un valor cuando no hay suficiente generación en la barra y se produce el desprendimiento de carga, en cambio la segunda variable toma un valor mayor a cero cuando hay un exceso de generación en la barra.

$$\begin{aligned} \sum_{g \in \mathcal{G}_b} p_{g,y,k,t} - \sum_{g \in \mathcal{G}_b \cap \mathcal{G}^{\text{pump}}} p_{g,y,k,t} + \sum_{l \in \mathcal{L}_b^{\text{in}}} f_{l,y,k,t} - \sum_{l \in \mathcal{L}_b^{\text{out}}} f_{l,y,k,t} \\ + d_{b,y,k,t}^{\text{shed}} = D_{b,y,k,t} + p_{b,y,k,t}^{\text{shed}} \quad \forall y, k, t, b \end{aligned}$$

ii) Reservas de potencia

Esta restricción asegura que en situaciones de contingencia o imprevistos, el sistema eléctrico pueda seguir suministrando energía sin exceder los límites de capacidad. En este caso se refiere a la capacidad adicional de generación que debe estar disponible para cubrir la demanda en caso de que algún generador falle o sea retirado. La ecuación (3.6) indica que la suma de las potencias disponibles de los generadores debe ser mayor o igual a la demanda más un porcentaje dado por el parámetro δ^d .

$$\sum_{g \in \mathcal{G}} \bar{p}_{g,y,k,t} \geq D_{b,y,k,t} + \delta^d D_{b,y,k,t} \quad \forall y, k, t \quad (3.6)$$

iii) Restricciones para las líneas de transmisión

Este conjunto de ecuaciones describe los flujos de potencia a través de las líneas de transmisión existentes y candidatas. La restricción (3.7) limita el flujo de potencia activa por las líneas existentes, mientras que para las líneas candidatas, se aplica la restricción (3.9). Además, las restricciones (3.8) y (3.10) representan una aproximación del flujo AC modelado como flujo de potencia DC para las líneas existentes y candidatas, respectivamente.

$$|f_{l,y,k,t}| \leq \bar{F}_l \quad \forall y, k, t, \quad \forall l \in \mathcal{L}^{\text{ex}} \quad (3.7)$$

$$\frac{f_{l,y,k,t}}{S_{\text{base}}} = \frac{\theta_{u_l,y,k,t} - \theta_{v_l,y,k,t}}{\tilde{x}_l} \quad \forall y, k, t, \quad \forall l \in \mathcal{L}^{\text{ex}} \quad (3.8)$$

$$|f_{l,y,k,t}| \leq \bar{F}_l x_{l,y} \quad \forall y, k, t, \quad \forall l \in \mathcal{L}^c \quad (3.9)$$

$$\left| \frac{f_{l,y,k,t}}{S_{\text{base}}} - \frac{\theta_{u_l,y,k,t} - \theta_{v_l,y,k,t}}{\tilde{x}_l} \right| \leq M_l (1 - x_{l,y}) \quad \forall y, k, t, \quad \forall l \in \mathcal{L}^c \quad (3.10)$$

De este grupo de restricciones destaca la restricción (3.10), modelada como una restricción disyuntiva para las líneas candidatas a expansión.

Las restricciones disyuntivas pueden hacer que los modelos de optimización sean más difíciles de resolver dado que tienen una alta dependencia del parámetro M_l , comúnmente conocido como *big M*. En el modelo propuesto, la restricción disyuntiva indica si la línea entra o no en operación. En el escenario donde se invierte en la línea, la restricción (3.10) toma una forma muy similar a la restricción (3.8). Por otro lado, la restricción (3.9) queda idéntica a la restricción (3.7), estableciendo un límite al flujo máximo, en ambos sentidos, de la línea candidata invertida. Para el caso de no inversión en una línea candidata, la restricción (3.10) queda limitada por el valor del parámetro disyuntivo, y la restricción (3.9) garantiza que el flujo de esa línea sea igual a cero. Por lo anterior, se infiere que el valor del parámetro disyuntivo debe ser cuidadosamente seleccionado para no limitar artificialmente la diferencia angular entre las barras que conecta la línea, ya que esto podría restringir el flujo de las líneas existentes o candidatas.

En el capítulo siguiente se abordará una estrategia para evitar el uso de las restricciones disyuntivas

iv) Restricciones para los generadores

Estas restricciones se integran en el modelo para garantizar la generación de energía de acuerdo a criterios establecidos, por ejemplo, potencias máximas de los generadores, rampas de subida y bajada, etc. Estas restricciones reflejan diversas limitaciones y condiciones de operación de los generadores.

Límites de generación y rampas para generadores con *unit commitment* (UC)

Los límites de generación de las unidades están dadas por las ecuaciones (3.11) y (3.12). En la primera ecuación la potencia generada está limitada por la potencia

disponible del generador, y en la segunda ecuación la potencia disponible está limitada por la potencia máxima del generador. Ambas potencias, generada y disponible, son iguales a cero si la unidad está apagada.

Las ecuaciones (3.13) y (3.15) representan las rampas de subida y bajada, respectivamente. La ecuación (3.14) modela la rampa de apagado de los generadores. Estas restricciones modelan la capacidad de los generadores para cambiar gradualmente la potencia suministrada. Esencialmente las rampas permiten transiciones suaves entre periodos de alta y baja demanda.

$$\underline{P}_g u_{g,y,k,t} \leq p_{g,y,k,t} \leq \bar{P}_g u_{g,y,k,t} \quad \forall y, k, t \quad \forall l \in \mathcal{G}^{\text{uc}} \quad (3.11)$$

$$0 \leq \bar{p}_{g,y,k,t} \leq \bar{P}_g u_{g,y,k,t} \quad \forall y, k, t \quad \forall g \in \mathcal{G}^{\text{uc}} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \bar{p}_{g,y,k,t} &\leq p_{g,y,k,t-1} + \text{RU}_g u_{g,y,k,t-1} \\ &\quad + \text{SU}_g [u_{g,y,k,t} - u_{g,y,k,t-1}] \\ &\quad \bar{P}_g [1 - u_{g,y,k,t}] \end{aligned} \quad \forall y, k, t \quad \forall l \in \mathcal{G}^{\text{uc}} \quad (3.13)$$

$$\bar{p}_{g,y,k,t} \leq \bar{P}_g u_{g,y,k,t+1} + \text{SD}_g [u_{g,y,k,t} - u_{g,y,k,t+1}] \quad \forall y, k, t, \quad \forall l \in \mathcal{G}^{\text{uc}} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} p_{g,y,k,t-1} - p_{g,y,k,t} &\leq \text{RD}_g u_{g,y,k,t} \\ &\quad + \text{SD}_g [u_{g,y,k,t-1} - u_{g,y,k,t}] \end{aligned} \quad \forall y, k, t, \quad \forall l \in \mathcal{G}^{\text{uc}} \quad (3.15)$$

Tiempos mínimos en servicio y fuera de servicio para generadores con *unit commitment*

Estas restricciones definen los tiempos mínimos que un generador debe permanecer encendido o apagado antes de cambiar de estado. Capturan limitaciones físicas propias de las unidades térmicas, impidiendo transiciones instantáneas entre operación y detención. La inclusión de estas restricciones asegura una operación factible y consistente del sistema, evitando conmutaciones técnicamente inviables incluso cuando existan incentivos económicos para modificar el estado de la unidad.

$$\begin{aligned} \sum_{n=t}^{t+\text{UT}_g-1} u_{g,y,k,n} &\geq \text{UT}_g [u_{g,y,k,t} - u_{g,y,k,t-1}] \\ \forall t &= 1 \dots T - \text{UT}_g + 1 \quad \forall y, k \quad \forall g \in \mathcal{G}^{\text{uc}} \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=t}^T \{u_{g,y,k,n} - [u_{g,y,k,t} - u_{g,y,k,t-1}]\} &\geq 0 \\ \forall t &= T - \text{UT}_g + 2 \dots T \quad \forall y, k \quad \forall g \in \mathcal{G}^{\text{uc}} \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=t}^{t+\text{DT}_g-1} [1 - u_{g,y,k,n}] &\geq \text{DT}_g [u_{g,y,k,t-1} - u_{g,y,k,t}] \\ \forall t &= 1 \dots T - \text{DT}_g + 1 \quad \forall y, k \quad \forall g \in \mathcal{G}^{\text{uc}} \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=t}^T \{1 - u_{g,y,k,n} - [u_{g,y,k,t-1} - u_{g,y,k,t}]\} &\geq 0 \\ \forall t &= T - \text{DT}_g + 2 \dots T \quad \forall y, k \quad \forall g \in \mathcal{G}^{\text{uc}} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Cabe destacar que, a diferencia de formulaciones que incorporan condiciones iniciales predeterminadas (como las ecuaciones 21 y 24 en la literatura referencial [5]), este modelo no incluye restricciones adicionales para los primeros periodos del horizonte. Esta decisión se fundamenta en el supuesto operativo de que todas las unidades térmicas consideradas están disponibles y libres de compromisos previos desde el primer periodo ($t = 1$). En consecuencia, no existen obligaciones técnicas derivadas de un estado anterior al inicio del horizonte que restrinjan la flexibilidad de despacho inicial. Bajo esta premisa, los parámetros equivalentes a G_j y L_j (número de periodos iniciales obligatorios en línea o fuera de línea) se establecen como cero, lo que hace innecesaria la inclusión de restricciones específicas para el arranque del horizonte. Las ecuaciones presentadas son suficientes para garantizar el cumplimiento estricto de los tiempos mínimos UT_g y DT_g durante todo el periodo de planificación, incluyendo las condiciones de cierre en $t = T$.

Límites de generación para generadores sin *unit commitment*

Estas restricciones modelan los límites de potencia para generadores que no tendrán restricciones de *unit commitment*. Las ecuaciones (3.20) y (3.21) modelan los límites de potencia generada y los límites de potencia disponible, respectivamente. Las ecuación (3.22) modela las rampas de subida y la ecuación (3.23) las rampas de bajada.

$$0 \leq p_{g,y,k,t} \leq \bar{p}_g \quad \forall y, k, t, \quad \forall l \in \mathcal{G}^{\text{non-uc}} \quad (3.20)$$

$$0 \leq \bar{p}_{g,y,k,t} \leq \bar{P}_g \quad \forall y, k, t, \quad \forall l \in \mathcal{G}^{\text{non-uc}} \quad (3.21)$$

$$\bar{p}_{g,y,k,t} - p_{g,y,k,t-1} \leq RU_g \quad \forall y, k, t, \quad \forall l \in \mathcal{G}^{\text{non-uc}} \quad (3.22)$$

$$p_{g,y,k,t-1} - p_{g,y,k,t} \leq RD_g \quad \forall y, k, t, \quad \forall l \in \mathcal{G}^{\text{non-uc}} \quad (3.23)$$

Límites de generación para generadores ERV

Esta restricción modela la potencia generada por un generador ERV. En la ecuación se observa que la potencia generada está sujeta a la disponibilidad de recurso, y dado que la disponibilidad de recurso, solar o eólico, es variable este se modela con un perfil de generación $\alpha_{g,y,k,t}$. Además se incluye la variable $p_{g,y,k,t}^{\text{ERVshed}}$ para modelar el recorte de energía renovable variable.

$$p_{g,y,k,t} + p_{g,y,k,t}^{\text{ERVshed}} = \bar{P}_{g,y} \alpha_{g,y,k,t} \quad \forall y, k, t \quad \forall g \in \mathcal{G}^{\text{ERV}} \quad (3.24)$$

v) Restricciones para los embalses

Este grupo de restricciones modela la operación de los embalses. La restricción (3.25) describe el balance hidráulico del sistema. Los límites de almacenamiento máximo y mínimo definen la ecuación (3.26). Las restricciones (3.27) y (3.28) fijan los volúmenes inicial y final del embalse al término del año, respectivamente. La restricción (3.29) conecta el volumen al inicio del día representativo $k + 1$ con el volumen al final del periodo correspondiente al día k . Finalmente, la restricción (3.30) modela los límites de vertimiento y la restricción (3.31) describe las filtraciones.

El balance hidráulico incorpora un factor de conversión $\kappa = 0,0036$ para mantener la consistencia de unidades entre caudales y volúmenes almacenados. Este valor transforma caudales expresados en m^3/s , integrados durante pasos temporales horarios, a volúmenes almacenados en hm^3 . La constante corresponde a la relación entre los segundos por hora (3600) y el factor de escala del volumen ($10^6 m^3/hm^3$).

$$\begin{aligned}
v_{r,y,k,t} = & v_{r,y,k,t-1} + \kappa (\\
& \sum_{g \in \mathcal{G}_r^{\text{end}} \cap \mathcal{G}^{\text{hydro}}} \frac{p_{g,y,k,t}}{\eta_g} + \sum_{g \in \mathcal{G}_r^{\text{end}} \cap \mathcal{G}^{\text{dump}}} q_{g,y,k,t}^{\text{dump}} \\
& + \sum_{g \in \mathcal{G}_r^{\text{end}} \cap \mathcal{G}^{\text{leak}}} q_{g,y,k,t}^{\text{leak}} + \sum_{g \in \mathcal{G}_r^{\text{end}} \cap \mathcal{G}^{\text{pump}}} \frac{p_{g,y,k,t}^{\text{pump}}}{\eta_g^{\text{pump}}} \\
& - \sum_{g \in \mathcal{G}_r^{\text{in}} \cap \mathcal{G}^{\text{hydro}}} \frac{p_{g,y,k,t}}{\eta_g} - \sum_{g \in \mathcal{G}_r^{\text{in}} \cap \mathcal{G}^{\text{dump}}} q_{g,y,k,t}^{\text{dump}} \\
& - \sum_{g \in \mathcal{G}_r^{\text{in}} \cap \mathcal{G}^{\text{leak}}} q_{g,y,k,t}^{\text{leak}} - \sum_{g \in \mathcal{G}_r^{\text{in}} \cap \mathcal{G}^{\text{pump}}} \frac{p_{g,y,k,t}^{\text{pump}}}{\eta_g^{\text{pump}}} \\
& + \tilde{q}_{r,y,k,t}^{\text{dump}} + \tilde{q}_{r,y,k,t}^{\text{in}} + q_{r,y,k,t}^{\text{in}}) \quad \forall y, k, t, r \quad (3.25)
\end{aligned}$$

$$\underline{V}_r \leq v_{r,y,k,t} \leq \bar{V}_r \quad \forall y, k, t, r \quad (3.26)$$

$$v_{r,y,0,0} = V_{r,y}^{\text{ini}} \quad \forall y, r \quad (3.27)$$

$$v_{r,y,|\mathcal{D}_y|,0} - \sigma_{|\mathcal{D}_y|} \left(v_{r,y,|\mathcal{D}_y|,0} - v_{r,y,|\mathcal{D}_y|,|T_k|} \right) = V_{r,y}^{\text{fin}} \quad \forall y, r \quad (3.28)$$

$$v_{r,y,k+1,0} = v_{r,y,k,0} - \sigma_k \left(v_{r,y,k,0} - v_{r,y,k,|T_k|} \right) \quad \forall y, k, e \quad (3.29)$$

$$0 \leq q_{g,y,k,t}^{\text{dump}} \leq \bar{Q}_g \quad \forall y, k, t, g \quad (3.30)$$

$$q_{g,y,k,t}^{\text{leak}} = \alpha_{r,y}^{\text{leak}} \quad \forall y, k, t, g \quad (3.31)$$

Capítulo 4

Método de descomposición

Los sistemas eléctricos de potencia (SEP) constituyen estructuras complejas que involucran millones de variables y restricciones, dependiendo del nivel de detalle y precisión del modelo. La optimización de estos sistemas para satisfacer objetivos como la minimización de costos de inversión u operación requiere modelos matemáticos avanzados y enfoques computacionales robustos.

En este contexto, los métodos de descomposición emergen como herramientas poderosas para abordar la complejidad computacional de los modelos de optimización. La técnica divide un problema global en subproblemas más manejables, generalmente más pequeños y fáciles de resolver. El algoritmo resuelve estos subproblemas de forma iterativa y utiliza sus resultados para mejorar la solución del problema global.

Este capítulo presenta el método de descomposición de Benders. El método destaca por su capacidad para abordar problemas de programación lineal y entera-mixta a gran escala. En este enfoque, el modelo divide el problema global en un conjunto de subproblemas y un problema maestro. El problema maestro gestiona las variables de decisión del problema global, mientras que los subproblemas generan restricciones que limitan la solución del problema maestro. El proceso agrega estas restricciones gradualmente hasta lograr la convergencia del modelo.

El trabajo emplea el método de descomposición de Benders para resolver el modelo de optimización descrito en el capítulo 3. Además, introduce una variante de este modelo que incorpora factores lineales para reducir significativamente el número de variables involucradas. Este enfoque de descomposición, junto con la introducción de factores lineales, no solo optimiza la eficiencia computacional, sino que también ofrece una solución para abordar la complejidad inherente del problema de optimización presentado.

4.1. Método de descomposición de Benders

La descomposición de Benders [6] constituye un método de optimización diseñado para resolver problemas que poseen una estructura particular. Estas estructuras permiten identificar partes del problema mayor que son fácilmente resolubles individualmente.

En la literatura sobre la metodología de Benders, se identifican variables que dificultan

la solución de los problemas, conocidas como *variables complicantes*. Fijar estas variables como parámetros transforma el problema original en uno más sencillo y manejable. Por ejemplo, son complicantes las variables enteras en restricciones lineales o aquellas que involucran no linealidades en restricciones; al fijarlas, convierten la restricción en lineal. Asimismo, constituyen también variables complicantes aquellas que facilitan la identificación de una estructura que permita separar el problema original en dos subproblemas distintos.

En resumen, se denomina variable complicante a toda aquella cuya ausencia no solo dota al problema de mejores características para su optimización, sino que también facilita la identificación de estructuras de separación.

Dado el siguiente problema lineal bietapa:

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x + q^T y \\ \text{s.t.} \quad & Ax \geq b \\ & Tx + Wy \geq h \\ & x, y \geq 0 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Este problema se caracteriza por una estructura peculiar conocida como *triangular inferior por bloques*. En este contexto, las restricciones $Ax \geq b$ impactan exclusivamente en las variables de la primera etapa, representadas por x , mientras que las restricciones $Tx + Wy \geq h$ influyen en ambos conjuntos de variables, es decir, tanto en x como en y . Esta estructura modular del problema permite una clara separación de las interacciones entre las variables de la primera y segunda etapa.

Para deducir como se crean ambos problemas, maestro y subproblema, partimos del problema (4.1) reescribiéndolo como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x + \theta(x) \\ \text{s.t.} \quad & Ax \geq b \\ & x \geq 0 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Este problema es conocido como problema maestro, donde $\theta(x)$, denominada función de recurso, representa la función objetivo del problema de segunda etapa en términos de las variables de decisión de la primera etapa. La expresión matemática de esta función es:

$$\begin{aligned} \theta(x) = \min \quad & q^T y \\ \text{s.t.} \quad & Wy \geq h - Tx \\ & y \geq 0 \end{aligned} \quad : \pi \tag{4.3}$$

El problema (4.3) constituye el subproblema, donde π denota las variables duales asociadas a las restricciones. Al utilizar la formulación dual de este subproblema, cuya expresión se detalla en la ecuación 4.4, es posible plantear el problema maestro de forma lineal.

$$\begin{aligned}
\theta(x) = \max \quad & (h - Tx)^T \pi \\
\text{s.t.} \quad & W^T \pi \leq q \\
& \pi \geq 0
\end{aligned} \tag{4.4}$$

La región factible del subproblema dual no depende de los valores de las variables de la primera etapa; por lo tanto, es independiente de las decisiones del problema maestro. Definir $\Pi = \{\pi^1, \pi^2, \dots, \pi^\nu\}$ como el conjunto finito de vértices del poliedro convexo asociado a la región factible $W^T \pi \leq q$ permite resolver el problema mediante enumeración exhaustiva, dado que la solución óptima reside en un vértice:

$$\theta(x) = \max\{(h - Tx)^T \pi^l\} \quad l = 1, \dots, \nu \tag{4.5}$$

La ecuación (4.5) define el valor exacto de la segunda etapa evaluando todos los vértices extremos. Sin embargo, dado que el objetivo general del problema es la minimización de costos, incorporar directamente esta evaluación en el nivel superior genera una estructura de optimización tipo min-max, la cual es no lineal y no diferenciable para los solucionadores estándar.

Para recuperar la linealidad y permitir el uso de algoritmos computacionales eficientes, se recurre a una técnica matemática conocida como reformulación de epígrafe. Esta técnica consiste en introducir una variable continua auxiliar θ , que actúa como una cota superior para la función objetivo del subproblema. En lugar de utilizar un operador máximo, se imponen múltiples restricciones lineales exigiendo que la variable θ sea mayor o igual al valor obtenido en cada uno de los vértices π^l .

Dado que el problema maestro busca minimizar θ , el proceso de optimización empujará el valor de esta variable hacia abajo de forma natural hasta que coincida exactamente con el máximo de las expresiones evaluadas (es decir, hasta que la restricción del vértice óptimo se vuelva activa). Aplicando esta reformulación, el subproblema queda expresado de manera estrictamente lineal de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
\theta(x) = \min \quad & \theta \\
\text{s.t.} \quad & \theta \geq (h - Tx)^T \pi^1 \\
& \vdots \\
& \theta \geq (h - Tx)^T \pi^\nu
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Las restricciones de este problema se denominan cortes de Benders. A partir de los resultados previos, se puede expresar el problema maestro de forma lineal como se muestra en (4.7) y se denomina *problema maestro completo* debido a que contiene todas las restricciones de la primera etapa más todos los cortes derivados de la segunda etapa.

$$\begin{aligned}
\min \quad & c^T x + \theta \\
\text{s.t.} \quad & Ax = b \\
& \theta \geq (h - Tx)^T \pi^1 \\
& \vdots \\
& \theta \geq (h - Tx)^T \pi^\nu \\
& x \geq 0
\end{aligned} \tag{4.7}$$

Resolver el problema maestro completo implica disponer de forma explícita todos los cortes de Benders, una tarea impracticable para problemas de gran tamaño. Conociendo esta dificultad, la solución del problema se simplifica mediante la resolución iterativa del problema maestro *relajado* (4.8).

$$\begin{aligned}
\min \quad & c^T x + \theta \\
\text{s.t.} \quad & Ax = b \\
& \theta \geq (h - Tx)^T \pi^l \quad l = 1, \dots, j \\
& x \geq 0
\end{aligned} \tag{4.8}$$

En este problema θ es una variable libre, $\theta \in \mathbb{R}$, y el superíndice l representa el número de iteración.

4.1.1. Algoritmo de Benders

El análisis de la sección anterior demuestra que el subproblema es más restringido que el problema original, lo cual implica que sus soluciones constituyen cotas superiores para este último. Por otro lado, el problema maestro constituye una relajación del problema original, generando así cotas inferiores en sus soluciones óptimas. El algoritmo converge iterativamente cuando ambas cotas coinciden en un mismo punto, siendo este, la solución óptima del problema original. Por consiguiente, el criterio de convergencia establece lo siguiente:

$$2 \frac{|\min\{LS\} - LI^j|}{|\min\{LS\} + LI^j|} \leq \epsilon \tag{4.9}$$

Donde LS representa el conjunto de límites superiores, mientras que LI^j denota el límite inferior en la iteración j . El algoritmo encuentra la solución óptima cuando la distancia entre ambas cotas es menor al error ϵ , momento en el cual detiene las iteraciones.

El siguiente esquema detalla el algoritmo de descomposición de Benders paso a paso:

- Paso 0: Inicializar los valores de las cotas superior e inferior con magnitudes muy grandes. Establecer también el valor del *gap* o error ϵ .

- Paso 1: Resolver el problema maestro. En la primera iteración no existen cortes, por lo que se obtiene una solución trivial. Actualizar el valor de la cota inferior.
- Paso 2: Resolver el subproblema con los valores de las variables complicantes obtenidos al resolver el problema maestro. Generar el corte de Benders y actualizar el límite superior junto con el número de iteración j .
- Paso 3: Verificar si se cumple el criterio de convergencia. Si es así, detener las iteraciones; en caso contrario, agregar el corte generado y volver al paso 1.

4.1.2. Descomposición de Benders aplicado al problema de planificación

La formulación de optimización descrita en el capítulo 3 corresponde a un problema entero-mixto. Esto implica que las variables complicantes son las variables enteras (binarias). La naturaleza de estas variables facilita la separación del modelo, ya que las binarias vinculan las decisiones de inversión mientras que el resto corresponde a variables de operación del SEP. Esto genera dos problemas diferentes que constituyen el problema maestro y el subproblema, respectivamente. El subproblema evalúa las decisiones del maestro y devuelve indicadores económicos, específicamente los valores duales de las restricciones vinculadas a inversiones bajo la forma de cortes de Benders.

La inclusión de restricciones de *unit commitment* introduce variables binarias adicionales en el modelo. Parte de estas restricciones permanecen en el problema maestro, flexibilizando así la distinción estricta entre problemas de inversión y operación.

1) Problema maestro

El problema maestro contiene las variables complicantes cuyos valores son enviados al subproblema para su evaluación. Los resultados de esta evaluación son retornados mediante valores de variables duales asociadas a restricciones que involucran valores de variables complicantes. A continuación se presenta la formulación del problema maestro de Benders.

i) Función objetivo

$$\min \sum_{y \in \mathcal{Y}} \frac{1}{q^{y-y_0}} C_y^{\text{INV}} \quad (4.10)$$

Donde:

$$\begin{aligned} C_y^{\text{INV}} = & \sum_{p \in \mathcal{P}} c_p^{\text{inv}} (x_{p,y} - x_{p,y-1}) \\ & + \sum_{g \in \mathcal{G}^c} [C_g^{\text{inv}} (g_{g,y} - g_{g,y-1}) + C_g^{\text{om,fix}} g_{g,y}] + \theta \end{aligned} \quad (4.11)$$

Esta expresión incluye, además de las variables de inversión, la variable θ que representa la función objetivo del subproblema.

ii) Restricciones

Las restricciones (4.12) y (4.13) aseguran que un proyecto de inversión solo sea ejecutado una sola vez en el horizonte de planificación. Por otro lado, la restricción (4.14) habilita las variables del estado de los generadores, encendido o apagado, para los que tengan restricciones de *unit commitment*.

$$x_{p,y} \geq x_{p,y-1} \quad \forall y \quad \forall p \in \mathcal{L}^c \quad (4.12)$$

$$g_{p,y} \geq g_{p,y-1} \quad \forall y \quad \forall p \in \mathcal{G}^c \quad (4.13)$$

$$g_{p,y} \geq u_{p,y,k,t} \quad \forall y, k, t \quad \forall p \in \mathcal{G}^c \quad (4.14)$$

El siguiente grupo de restricciones modela los tiempos mínimos que los generadores con *UC* deben permanecer en servicio o fuera de servicio.

$$\begin{aligned} \sum_{n=t}^{t+UT_g-1} u_{g,y,k,n} &\geq UT_g [u_{g,y,k,t} - u_{g,y,k,t-1}] \\ \forall t &= 1 \dots T - UT_g + 1 \quad \forall y, k \quad \forall g \in \mathcal{G}^{uc} \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=t}^T \{u_{g,y,k,n} - [u_{g,y,k,t} - u_{g,y,k,t-1}]\} &\geq 0 \\ \forall t &= T - UT_g + 2 \dots T \quad \forall y, k \quad \forall g \in \mathcal{G}^{uc} \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=t}^{t+DT_g-1} [1 - u_{g,y,k,n}] &\geq DT_g [u_{g,y,k,t-1} - u_{g,y,k,t}] \\ \forall t &= 1 \dots T - DT_g + 1 \quad \forall y, k \quad \forall g \in \mathcal{G}^{uc} \end{aligned} \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=t}^T \{1 - u_{g,y,k,n} - [u_{g,y,k,t-1} - u_{g,y,k,t}]\} &\geq 0 \\ \forall t &= T - DT_g + 2 \dots T \quad \forall y, k \quad \forall g \in \mathcal{G}^{uc} \end{aligned} \quad (4.18)$$

2) Subproblema

El subproblema contiene solo las variables asociadas a la operación del sistema y evalúa el plan de expansión determinado por el problema maestro.

i) Función objetivo

La función objetivo del subproblema tiene la siguiente formulación

$$\min \sum_{y \in \mathcal{Y}} \frac{1}{q^{y-y_0}} C_y^{\text{OP}} \quad (4.19)$$

$$C_y^{\text{OP}} = C_y^{\text{o\&m,fix}} + C_y^{\text{var}} + C_y^{\text{loadshed}} + C_y^{\text{ERVshed}} + C_y^{\text{dump}} + \tilde{C}_y^{\text{dump+inflow}} \quad (4.20)$$

Donde:

$$C_y^{\text{o\&m,fix}} = \sum_{g \in \mathcal{G}^{\text{ex}}} C_g^{\text{o\&m,fix}} \bar{p}_g \quad (4.21)$$

$$C_y^{\text{var}} = \sum_{k \in \mathcal{D}_y} \sum_{t \in \mathcal{T}_k} \sigma_k \sum_{g \in \mathcal{G}} C_{g,y} p_{g,y,k,t} \quad (4.22)$$

$$C_y^{\text{loadshed}} = \sum_{k \in \mathcal{D}_y} \sum_{t \in \mathcal{T}_k} \sigma_k \sum_{b \in \mathcal{B}} C_b^{\text{ls}} d_{b,y,k,t}^{\text{shed}} \quad (4.23)$$

$$\tilde{C}_y^{\text{dump+inflow}} = \sum_{k \in \mathcal{D}_y} \sum_{t \in \mathcal{T}_k} \sigma_k \sum_{r \in \mathcal{R}} C^{\text{dump}} (\tilde{q}_{r,y,k,t}^{\text{dump}} + \tilde{q}_{r,y,k,t}^{\text{in}}) \quad (4.24)$$

$$C_y^{\text{ERVshed}} = \sum_{k \in \mathcal{D}} \sum_{t \in \mathcal{T}_k} \sigma_k \sum_{g \in \mathcal{G}^{\text{ERV}}} C^{\text{ERVshed}} p_{g,y,k,t}^{\text{ERVshed}} \quad (4.25)$$

ii) Restricciones

La ecuación (4.26) representa la restricción de balance de potencia para cada barra del sistema eléctrico. El valor dual asociado a esta restricción define los precios locales de energía (*LMP*, *local marginal price*). Este indicador cuantifica el costo marginal de inyectar o retirar una unidad adicional de energía en un punto específico de la red eléctrica.

$$\begin{aligned} \sum_{g \in \mathcal{G}_b} p_{g,y,k,t} + \sum_{l \in \mathcal{L}_b^{\text{in}}} f_{l,y,k,t} - \sum_{l \in \mathcal{L}_b^{\text{out}}} f_{l,y,k,t} \\ + d_{b,y,k,t}^{\text{shed}} = D_{b,y,k,t} + p_{b,y,k,t}^{\text{shed}} : \pi_{b,y,k,t}^{\text{bal}} \quad \forall y, k, t, b \end{aligned} \quad (4.26)$$

La siguiente restricción corresponde a las reservas en giro del sistema eléctrico. La restricción de reserva, en el lado derecho, está definida como un porcentaje de la demanda total en el año y , día k y hora t , del lado izquierdo, corresponde a la suma de las potencias disponibles de los generadores que pueden entregar reservas.

$$\sum_{g \in \mathcal{G}} \bar{p}_{g,y,k,t} \geq (1 + \delta^d) \sum_{b \in \mathcal{B}} d_{b,y,k,t} \quad \forall y, k, t \quad (4.27)$$

Este conjunto de restricciones modela los flujos a través de las líneas. La restricción (4.28) limita el flujo máximo que pasa por las líneas existentes, mientras que la ecuación (4.29) define dicho flujo para estas mismas líneas.

Las restricciones (4.30) y (4.31) modelan los mismos conceptos para las líneas candidatas. Sin embargo, es posible omitir estas ecuaciones para aquellas líneas que no se construyen, evitando así la inclusión de restricciones disyuntivas y reduciendo el tamaño del modelo. Las variables duales asociadas a estas restricciones representan ambos sentidos de flujo: una variable dual $\alpha_{l,y,k,t}^+$ para el sentido positivo y otra $\alpha_{l,y,k,t}^-$ para el negativo, respectivamente.

Más adelante este capítulo presenta una modificación a este modelo que elimina las restricciones disyuntivas e introduce un método para calcular de manera indirecta los valores de las variables duales asociadas.

$$|f_{l,y,k,t}| \leq \bar{F}_l \quad \forall y, k, t \quad \forall l \in \mathcal{L}^{\text{ex}} \quad (4.28)$$

$$\frac{f_{l,y,k,t}}{S_{base}} = \frac{\theta_{u_{l,y,k,t}} - \theta_{v_{l,y,k,t}}}{\tilde{x}_l} \quad \forall y, k, t \quad \forall l \in \mathcal{L}^{\text{ex}} \quad (4.29)$$

$$|f_{l,y,k,t}| \leq \bar{F}_l x_{l,y} \quad : \alpha_{l,y,k,t} \quad \forall y, k, t \quad \forall l \in \mathcal{L}^c \quad (4.30)$$

$$\left| \frac{f_{l,y,k,t}}{S_{base}} - \frac{\theta_{u_{l,y,k,t}} - \theta_{v_{l,y,k,t}}}{\tilde{x}_l} \right| \leq M_l (1 - x_{l,y}) \quad : \beta_{l,y,k,t} \quad \forall y, k, t \quad \forall l \in \mathcal{L}^c \quad (4.31)$$

Las ecuaciones (4.32) y (4.33) definen los límites de potencia generada y disponible. Las restricciones (4.34), (4.35) y (4.36) modelan las rampas de subida, apagado y bajada. Los valores duales asociados permiten formular el corte de Benders, ya que involucran variables complicantes.

$$P_g u_{g,y,k,t} \leq p_{g,y,k,t} \leq \bar{P}_g \quad : \pi_{g,y,k,t}^{\text{pmin}} \quad \forall y, k, t, \quad \forall g \in \mathcal{G}^{\text{uc}} \quad (4.32)$$

$$0 \leq \bar{p}_{g,y,k,t} \leq \bar{P}_g u_{g,y,k,t} \quad : \pi_{g,y,k,t}^{\text{pmax}} \quad \forall y, k, t, \quad \forall g \in \mathcal{G}^{\text{uc}} \quad (4.33)$$

$$\begin{aligned} \bar{p}_{g,y,k,t} &\leq p_{g,y,k,t-1} + \text{RU}_g u_{g,y,k,t-1} \\ &+ \text{SU}_g [u_{g,y,k,t} - u_{g,y,k,t-1}] \\ &+ \bar{P}_g [1 - u_{g,y,k,t}] \end{aligned} \quad : \pi_{g,y,k,t}^{\text{RU}} \quad \forall y, k, t, \quad \forall g \in \mathcal{G}^{\text{uc}} \quad (4.34)$$

$$\begin{aligned} \bar{p}_{g,y,k,t} &\leq \bar{P}_g u_{g,y,k,t+1} \\ &+ \text{SD}_g [u_{g,y,k,t} - u_{g,y,k,t+1}] \end{aligned} \quad : \pi_{g,y,k,t}^{\text{SD}} \quad \forall y, k, t, \quad \forall g \in \mathcal{G}^{\text{uc}} \quad (4.35)$$

$$\begin{aligned} p_{g,y,k,t-1} - p_{g,y,k,t} &\leq \text{RD}_g u_{g,y,k,t} \\ &+ \text{SD}_g [u_{g,y,k,t-1} - u_{g,y,k,t}] \\ &+ \bar{P}_g [1 - u_{g,y,k,t-1}] \end{aligned} \quad : \pi_{g,y,k,t}^{\text{RD}} \quad \forall y, k, t, \quad \forall g \in \mathcal{G}^{\text{uc}} \quad (4.36)$$

El siguiente grupo de restricciones son los límites de potencia generada, límite de potencia disponible, rampa de subida y rampa de baja para los generadores que no tengan restricciones de UC .

$$0 \leq p_{g,y,k,t} \leq \bar{p}_g \quad \forall y, k, t, \quad \forall l \in \mathcal{G}^{\text{non-uc}} \quad (4.37)$$

$$0 \leq \bar{p}_{g,y,k,t} \leq \bar{P}_g \quad \forall y, k, t, \quad \forall l \in \mathcal{G}^{\text{non-uc}} \quad (4.38)$$

$$\bar{p}_{g,y,k,t} - p_{g,y,k,t-1} \leq \text{RU}_g \quad \forall y, k, t, \quad \forall l \in \mathcal{G}^{\text{non-uc}} \quad (4.39)$$

$$p_{g,y,k,t-1} - p_{g,y,k,t} \leq \text{RD}_g \quad \forall y, k, t, \quad \forall l \in \mathcal{G}^{\text{non-uc}} \quad (4.40)$$

La restricción (4.41) define la potencia generada por los generadores ERV según el perfil de recurso disponible. La restricción (4.42) vincula la generación con la

inversión en generadores candidatos. El modelo incluye la variable dual asociada a esta restricción en la formulación del corte de Benders.

$$p_{g,y,k,t} + p_{g,y,k,t}^{\text{ERVshed}} = \bar{P}_{g,y} \alpha_{g,y,k,t} \quad (4.41)$$

$$p_{\gamma,y,k,t} \leq \bar{P}_g g_{\gamma,y} \quad : \pi_{\gamma,y,k,t}^{\text{ERV}} \quad \forall y, k, t \quad \forall g \in \mathcal{G}^{\text{ERV}} \quad (4.42)$$

Finalmente, el siguiente grupo de restricciones corresponden a la red hídrica.

$$\begin{aligned} v_{r,y,k,t} = & v_{r,y,k,t-1} + \kappa \left(\sum_{g \in \mathcal{G}_r^{\text{end}} \cap \mathcal{G}^{\text{hydro}}} \frac{p_{g,y,k,t}}{\eta_g} + \sum_{g \in \mathcal{G}_r^{\text{end}} \cap \mathcal{G}^{\text{dump}}} q_{g,y,k,t}^{\text{dump}} \right. \\ & + \sum_{g \in \mathcal{G}_r^{\text{end}} \cap \mathcal{G}^{\text{leak}}} q_{g,y,k,t}^{\text{leak}} + \sum_{g \in \mathcal{G}_r^{\text{end}} \cap \mathcal{G}^{\text{pump}}} \frac{p_{g,y,k,t}^{\text{pump}}}{\eta_g^{\text{pump}}} \\ & - \sum_{g \in \mathcal{G}_r^{\text{in}} \cap \mathcal{G}^{\text{hydro}}} \frac{p_{g,y,k,t}}{\eta_g} - \sum_{g \in \mathcal{G}_r^{\text{in}} \cap \mathcal{G}^{\text{dump}}} q_{g,y,k,t}^{\text{dump}} \\ & - \sum_{g \in \mathcal{G}_r^{\text{in}} \cap \mathcal{G}^{\text{leak}}} q_{g,y,k,t}^{\text{leak}} - \sum_{g \in \mathcal{G}_r^{\text{in}} \cap \mathcal{G}^{\text{pump}}} \frac{p_{g,y,k,t}^{\text{pump}}}{\eta_g^{\text{pump}}} \\ & \left. + \tilde{q}_{r,y,k,t}^{\text{dump}} + \tilde{q}_{r,y,k,t}^{\text{in}} + q_{r,y,k,t}^{\text{in}} \right) \quad \forall y, k, t, r \quad (4.43) \end{aligned}$$

$$\underline{V}_r \leq v_{r,y,k,t} \leq \bar{V}_r \quad \forall y, k, t, r \quad (4.44)$$

$$v_{r,y,0,0} = V_{r,y}^{\text{ini}} \quad \forall y, r \quad (4.45)$$

$$v_{r,y,|\mathcal{D}|,0} - \sigma_{|\mathcal{D}|} (v_{r,y,|\mathcal{D}|,0} - V_{r,y,|\mathcal{D}|,|T_k|}) = V_{r,y}^{\text{fin}} \quad \forall y, r \quad (4.46)$$

$$v_{r,y,k+1,0} = v_{r,y,k,0} - \sigma_k (v_{r,y,k,0} - v_{r,y,k,|T_k|}) \quad \forall y, k, e \quad (4.47)$$

$$0 \leq q_{g,y,k,t}^{\text{dump}} \leq \bar{Q}_g \quad \forall y, k, t, g \quad (4.48)$$

$$q_{g,y,k,t}^{\text{leak}} = \alpha_{r,y,k,t}^{\text{leak}} \quad \forall y, k, t, g \quad (4.49)$$

iii) Corte de Benders

Con el subproblema definido junto con sus restricciones y variables duales asociadas, es posible construir el corte de Benders. Este integra los valores duales de las restricciones vinculadas a variables complicantes. La formulación del corte incluye los siguientes componentes, separados según su origen:

$$\theta \geq \text{FO}^j + \text{CUT}^{\text{L}} + \text{CUT}^{\text{Gen}} - \text{CUT}^{\text{RU}} - \text{CUT}^{\text{SD}} - \text{CUT}^{\text{RD}} - \text{CUT}^{\text{ERV}} \quad (4.50)$$

Donde:

$$\text{CUT}^L = (\beta_{l,y,k,t} M_l - \alpha_{l,y,k,t} \bar{f}_l)(x_{l,y} - \hat{x}_{l,y}^j) \quad (4.51)$$

$$\text{CUT}^{\text{Gen}} = (\underline{P}_g \pi_{g,y,k,t}^{\text{pmin}} - \bar{P}_g \pi_{g,y,k,t}^{\text{pmax}})(u_{g,y,k,t} - \hat{u}_{g,y,k,t}^j) \quad (4.52)$$

$$\begin{aligned} \text{CUT}^{\text{RU}} = & \pi_{g,y,k,t}^{\text{RU}}((\text{RU}_g - \text{RU}_g)(u_{g,y,k,t-1} - \hat{u}_{g,y,k,t-1}^j) \\ & + (\text{SU}_g - \bar{P}_g)(u_{g,y,k,t} - \hat{u}_{g,y,k,t}^j)) \end{aligned} \quad (4.53)$$

$$\begin{aligned} \text{CUT}^{\text{SD}} = & \pi_{g,y,k,t}^{\text{SD}}(\text{SD}_g(u_{g,y,k,t} - \hat{u}_{g,y,k,t}^j) \\ & + (\bar{P}_g - \text{SD}_g)(u_{g,y,k,t+1} - \hat{u}_{g,y,k,t+1}^j)) \end{aligned} \quad (4.54)$$

$$\begin{aligned} \text{CUT}^{\text{RD}} = & \pi_{g,y,k,t}^{\text{RD}}((\text{RD}_g - \text{SD}_g)(u_{g,y,k,t} - \hat{u}_{g,y,k,t}^j) \\ & + (\text{SD}_g - \bar{P}_g)(u_{g,y,k,t-1} - \hat{u}_{g,y,k,t-1}^j)) \end{aligned} \quad (4.55)$$

$$\text{CUT}^{\text{ERV}} = \pi_{g,y,k,t}^{\text{ERV}} \bar{P}_g(g_{g,y} - \hat{g}_{g,y}^j) \quad (4.56)$$

En la ecuación (4.51), los símbolos α y β representan las variables duales asociadas a las restricciones disyuntivas (4.30) y (4.31). Los valores $\pi_{g,y,k,t}^{\text{pmin}}$ y $\pi_{g,y,k,t}^{\text{pmax}}$ corresponden a los duales de las restricciones (4.32) y (4.33), que limitan la potencia mínima y disponible. Los valores $\pi_{g,y,k,t}^{\text{RU}}$, $\pi_{g,y,k,t}^{\text{SD}}$ y $\pi_{g,y,k,t}^{\text{RD}}$ representan los duales de las restricciones de rampa (4.34), (4.35) y (4.36). Finalmente, $\pi_{g,y,k,t}^{\text{ERV}}$ representa el dual de la restricción de potencia máxima para generadores renovables candidatos (4.42).

El término FO^j en el corte representa el valor de la función objetivo del subproblema en la iteración j . De igual forma, los símbolos $\hat{x}_{l,y}^j$, $\hat{g}_{g,y}^j$ y $\hat{u}_{g,y,k,t}^j$ denotan los valores de las variables $x_{l,y}$, $g_{g,y}$ y $u_{g,y,k,t}$ en la iteración j .

4.1.3. Reducción de variables y restricciones en el modelo

Los capítulos anteriores demuestran que es posible omitir ciertas restricciones del modelo bajo condiciones específicas, por ejemplo, cuando no existe inversión en un proyecto de línea, la inclusión de las restricciones asociadas resulta innecesaria. No obstante, el modelo requiere los valores de las variables duales vinculadas a esas restricciones. Para resolver este problema, Arriaza [7] presenta un desarrollo basado en la derivada de la función lagrangiana del problema dual, proporcionando expresiones para obtener las variables duales de interés. Siguiendo este enfoque y derivando la función lagrangiana respecto a la variable de flujo de una línea candidata en la solución óptima, obtenemos lo siguiente:

$$\pi_{b2,y,k,t}^{\text{bal}} - \pi_{b1,y,k,t}^{\text{bal}} + \alpha_{l,y,k,t}^- - \alpha_{l,y,k,t}^+ + \beta_{l,y,k,t}^- - \beta_{l,y,k,t}^+ = 0 \quad (4.57)$$

Las variables π^{bal} representan los valores duales de las restricciones de balance de potencia, conocidos como precios de barra o LMP. Considerando la expresión anterior y los posibles valores de las variables de inversión junto a la condición de operación de la línea, el análisis distingue los siguientes casos:

- **Caso 1, sin inversión:** La ausencia de inversión anula los valores de $\beta_{l,y,k,t}^-$ y $\beta_{l,y,k,t}^+$. Esta condición surge porque las restricciones de definición de flujo permanecen inac-

tivas. Por el contrario, una restricción de flujo máximo resulta activa, lo cual implica que $\alpha_{l,y,k,t}^-$ o $\alpha_{l,y,k,t}^+$ es diferente de cero. Por consiguiente, la ecuación (4.57) se reduce a:

$$\pi_{b2,y,k,t}^{bal} - \pi_{b1,y,k,t}^{bal} = \alpha_{l,y,k,t}^+ - \alpha_{l,y,k,t}^-$$

- **Caso 2, inversión sin saturación de la línea:** Al invertir en la línea ($x_{l,y} = 1$), las restricciones disyuntivas se vuelven activas, lo que implica que los duales $\beta_{l,y,k,t}^-$ o $\beta_{l,y,k,t}^+$ difieren de cero. Por el contrario, al no existir saturación, las restricciones de flujo máximo permanecen inactivas, por lo que los valores de $\alpha_{l,y,k,t}^-$ y $\alpha_{l,y,k,t}^+$ se anulan. De este análisis se obtiene el siguiente resultado:

$$\pi_{b2,y,k,t}^{bal} - \pi_{b1,y,k,t}^{bal} = \beta_{l,y,k,t}^+ - \beta_{l,y,k,t}^-$$

- **Caso 3, inversión con saturación de la línea:** La inversión en la línea ($x_{l,y} = 1$) implica que uno de los duales $\beta_{l,y,k,t}^-$ o $\beta_{l,y,k,t}^+$ es distinto de cero. Además, el sentido de la saturación del flujo determina que uno de los duales $\alpha_{l,y,k,t}^-$ o $\alpha_{l,y,k,t}^+$ también difiera de cero. Por consiguiente, el análisis distingue dos escenarios:

- Saturación en sentido positivo:

$$\pi_{b2,y,k,t}^{bal} - \pi_{b1,y,k,t}^{bal} - \alpha_{l,y,k,t}^+ = \beta_{l,y,k,t}^+ - \beta_{l,y,k,t}^-$$

- Saturación en sentido negativo:

$$\pi_{b2,y,k,t}^{bal} - \pi_{b1,y,k,t}^{bal} + \alpha_{l,y,k,t}^- = \beta_{l,y,k,t}^+ - \beta_{l,y,k,t}^-$$

Estos resultados permiten obtener los valores duales requeridos sin incluir las restricciones disyuntivas, reduciendo así el número de restricciones del subproblema.

4.1.4. Modelo de red de transmisión usando factores lineales

La modelación de la red de transmisión emplea factores lineales conocidos como shift factors (SF).

Los SF son parámetros lineales que relacionan cambios pequeños en la generación (o inyección) de potencia activa en una barra con los cambios resultantes en la potencia transmitidas a través de las líneas. Estos factores se derivan de un análisis de flujo de potencia linealizado (modelo DC) y permiten evaluar el impacto de modificaciones en la generación sobre la distribución de flujos en la red. un SF específico para una línea indica cuanto varía el flujo por esa línea ante un cambio unitario (por ejemplo, 1 MW) en la generación de una determinada barra.

Los power transfer distribution factors (PTDF) son una generalización de los SF. Mientras que los SF se centran en el impacto de un cambio de inyección en una barra específica (con compensación en la barra de referencia), los PTDF consideran transferencias de potencia entre cualquier par de barras en la red. Estos factores se expresan generalmente

en forma de matriz, donde cada elemento indica el cambio en el flujo por una línea específica debido a un cambio unitario en la inyección en una barra. Los PTDF resultan particularmente útiles en estudios de congestión, planificación de transacciones de energía y evaluación de la capacidad de transferencia de potencia.

Con la introducción de los SF, las restricciones tradicionales de balance de potencia (4.26), flujo máximo en las líneas existentes (4.28) y flujo de carga DC (relación entre ángulos de barra y flujos en las líneas) en líneas existentes (4.29) son reemplazadas por una nueva formulación lineal basada en estos factores.

Cabe destacar que, al emplear esta aproximación, se excluyen igualmente las variables de ángulo de barra en el modelo. Asimismo, recordando que las restricciones disyuntivas asociadas a las líneas candidatas (4.30) y (4.31) no se incorporan en este modelo debido a que los valores duales asociados a estas restricciones se calculan usando las ecuaciones desarrolladas en la sección anterior.

La formulación del balance de potencia uninodal y de las restricciones de flujo con SF queda expresada como sigue:

$$\sum_{g \in \mathcal{G}} p_{g,y,k,t} + d_{y,k,t}^{\text{shed}} = \sum_{b \in \mathcal{B}} D_{b,y,k,t} + p_{y,k,t}^{\text{shed}} \quad : \lambda_{y,k,t}^{\text{slack}} \quad \forall y, k, t \quad (4.58)$$

$$\sum_{b \in \mathcal{B}} \text{SF}_{l,b}(p_{g,y,k,t} - D_{b,y,k,t}) \geq -\bar{F}_l \quad : \mu_{l,y,k,t}^+ \quad \forall y, k, t \quad \forall l \in \mathcal{L} \quad (4.59)$$

$$-\sum_{b \in \mathcal{B}} \text{SF}_{l,b}(p_{g,y,k,t} - D_{b,y,k,t}) \geq -\bar{F}_l \quad : \mu_{l,y,k,t}^- \quad \forall y, k, t \quad \forall l \in \mathcal{L} \quad (4.60)$$

La derivación de la función lagrangiana del problema primal respecto a la variable de potencia activa de un generador, evaluada en la solución óptima, produce la siguiente condición de optimalidad:

$$C_{g,y} - \lambda_{y,k,t}^{\text{slack}} - \pi_{g,y,k,t}^{\text{pmin}} + \pi_{g,y,k,t}^{\text{pmax}} - \pi_{g,y,k,t+1}^{\text{RU}} - \pi_{g,y,k,t}^{\text{RD}} + \pi_{g,y,k,t+1}^{\text{RD}} - \sum_{l \in \mathcal{L}} \mu_{l,y,k,t}^+ \text{SF}_{l,b} + \sum_{l \in \mathcal{L}} \mu_{l,y,k,t}^- \text{SF}_{l,b} = 0 \quad (4.61)$$

Por otra parte, la condición de optimalidad correspondiente a la derivada de la función lagrangiana en el modelo con restricciones disyuntivas por barra es:

$$C_{g,y} - \pi_{b,y,k,t}^{\text{bal}} - \pi_{g,y,k,t}^{\text{pmin}} + \pi_{g,y,k,t}^{\text{pmax}} - \pi_{g,y,k,t+1}^{\text{RU}} - \pi_{g,y,k,t}^{\text{RD}} + \pi_{g,y,k,t+1}^{\text{RD}} = 0 \quad (4.62)$$

Esta ecuación permite determinar el precio de barra $\pi_{b,y,k,t}^{\text{bal}}$ de la barra b donde se ubica el generador. Reordenando se obtiene;

$$\pi_{b,y,k,t}^{\text{bal}} = C_{g,y} - \pi_{g,y,k,t}^{\text{pmin}} + \pi_{g,y,k,t}^{\text{pmax}} - \pi_{g,y,k,t+1}^{\text{ru}} - \pi_{g,y,k,t}^{\text{rd}} + \pi_{g,y,k,t+1}^{\text{rd}} \quad (4.63)$$

A partir de este resultado se deduce que los valores de las variables duales asociadas a los generadores pueden calcularse mediante la diferencia entre el precio de la barra donde se encuentra el generador y su costo variable de generación. Ello permite prescindir de las restricciones asociadas a los generadores candidatos no invertidos.

Combinando las ecuaciones (4.61) y (4.62) se obtiene finalmente la expresión que permite calcular los precios de barra para cualquier barra b :

$$\pi_{b,y,k,t}^{\text{bal}} = \lambda_{y,k,t}^{\text{slack}} + \sum_{l \in \mathcal{L}} (\mu_{l,y,k,t}^- - \mu_{l,y,k,t}^+) \cdot \text{SF}_{l,b} \quad (4.64)$$

La variable $\lambda_{y,k,t}^{\text{slack}}$ representa el precio asociado a la barra de referencia (slack). Esta variable dual corresponde directamente a la restricción de balance uninodal (4.58) en la formulación de la red de transmisión con SF.

4.1.5. Equipamiento computacional a utilizar

El entorno computacional para las pruebas experimentales corresponde a una estación de trabajo personal. La configuración técnica del sistema incluye los siguientes componentes y versiones de software:

- Procesador Intel Core i5-9300H (4 núcleos físicos y 8 hilos de procesamiento)
- Memoria RAM: 8 GB
- Sistema operativo: Windows 10 Home
- Entorno de desarrollo: Python 3.9.5
- Solver de optimización: Gurobi 9.5

Capítulo 5

Validación del algoritmo a implementar

En este capítulo, se busca analizar los resultados obtenidos mediante la aplicación de la metodología propuesta, abordando casos de estudio que involucran diversos sistemas eléctricos. Estos sistemas han sido modelados con algunas variaciones del enfoque presentado en el capítulo 3. El objetivo de estas pruebas es evaluar el impacto de la incorporación de restricciones de predespacho en los tiempos de cómputo y las inversiones realizadas. Durante este proceso, se realizarán casos de prueba iniciales con el fin de efectuar los ajustes necesarios para garantizar el correcto funcionamiento del algoritmo. Es importante destacar que los resultados de los casos de estudio son ampliamente conocidos, y la validación del modelo se llevará a cabo en términos del valor de la función objetivo, planes de expansión obtenidos y tiempos totales de resolución.

5.1. Sistema Garver

El sistema Garver [8], originalmente diseñado para pruebas de planificación de la expansión de la transmisión, constituye un sistema eléctrico compuesto por 6 barras y 5 cargas. Este caso de estudio aborda el problema de expansión de transmisión al identificar zonas con capacidad insuficiente. La optimización determina estratégicamente dónde construir nuevas líneas para mitigar la energía no suministrada y prevenir posibles congestiones.

El estado inicial del sistema incluye 5 barras. El estado futuro incorpora la barra 6 con nueva capacidad de generación. El sistema incluye 6 líneas existentes y 54 líneas candidatas. Las líneas existentes permiten expansiones de hasta 3 circuitos, mientras que las no existentes admiten hasta 4 circuitos. Para la generación, el estado futuro incluye dos unidades de 120 MW en la barra 3, así como dos unidades de 240 MW y una unidad de 120 MW en la barra 6. El modelo considera estas unidades como generadores candidatos, modificando el sistema Garver original. La demanda en el estado futuro es cuatro veces superior a la del estado actual. La Figura 5.1 ilustra los dos estados, actual y futuro, del sistema Garver descrito.

El problema de planificación del sistema Garver puede abordarse de dos maneras:

estático o multiperiodo. En el enfoque estático, se resuelve el problema considerando un solo periodo de planificación, mientras que en el enfoque multiperiodo se tienen en cuenta varios periodos de planificación.

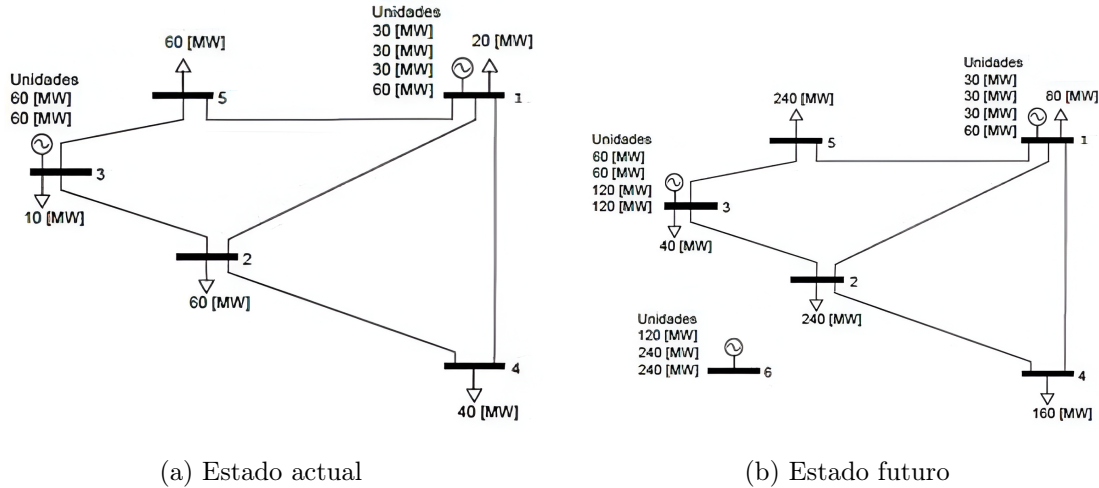


Figura 5.1: Sistema Garver

El objetivo principal de aplicar la metodología propuesta en modelos de complejidad media es confirmar que el modelo converge a una solución que sea equivalente a la obtenida mediante un enfoque completo, sin descomposición. Esto se logra comparando y encontrando una correspondencia entre los costos totales de la función objetivo y los planes de expansión generados por ambos métodos. La convergencia se considera exitosa cuando las diferencias entre estos elementos son mínimas, lo que indica que la descomposición de Benders no solo simplifica el problema, sino que también mantiene la integridad de la solución óptima. Esto es crucial para validar la eficacia de la metodología de Benders en la resolución de problemas complejos de optimización, asegurando que la descomposición no comprometa la calidad de la solución final.

5.1.1. Garver estático

El problema estático considera únicamente un periodo de planificación, por lo que el modelo utiliza el estado futuro como referencia para dicho periodo. La resolución de los casos incorpora una reserva del 20 % de la demanda y emplea un *gap* de 0.0 % en la metodología de Benders. El modelo asigna un valor elevado al costo de energía no suministrada, estableciéndolo en 10000 [USD/MWh], significativamente superior al resto de los parámetros. El Apéndice A presenta la información detallada del sistema de prueba. La Tabla A.1 especifica los parámetros de todas las líneas, mientras que la Tabla A.2 describe los datos correspondientes a cada generador.

En relación con la demanda, dado que el modelo se basa en una resolución horaria, es necesario aplicar el perfil indicado en la Figura 5.2 para cada barra con carga del sistema. Los datos necesarios para el perfil de demanda pueden consultarse en la Tabla A.3 del Apéndice A.

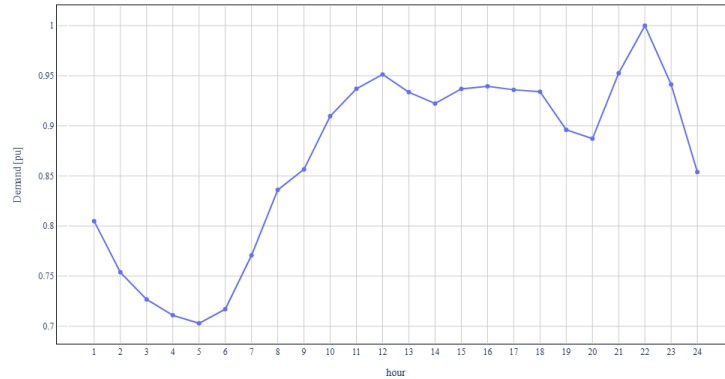


Figura 5.2: Factores para generar el perfiles de demanda por hora para el sistema Garver.

1) Planificación de la generación y transmisión sin considerar restricciones de predespacho

Las inversiones en líneas y generadores del sistema eléctrico de potencia, obtenidas mediante el modelo de descomposición, se detallan en las Tablas 5.1 y 5.2, respectivamente. Estos resultados concuerdan con los reportados en [7], lo que respalda la validez del modelo propuesto. No obstante, dado que la validación se ha realizado únicamente con este conjunto de datos, es indispensable ampliar el análisis a otras condiciones y escenarios operativos. Por tanto, se requieren pruebas y estudios adicionales para consolidar la validación de la metodología.

Todos los costos e inversiones reportados en este y capítulos posteriores se expresan en millones de dólares estadounidenses (MUSD).

Línea	Cantidad	Costo Total [MUSD]
3-5	1	20
4-6	3	90
Total	4	110

Tabla 5.1: Inversión en líneas para el sistema Garver estático sin considerar restricciones de predespacho.

Barra	Capacidad	Cantidad	Costo total [MUSD]
3	120	2	74.16
6	240	2	173.04
Total	-	4	247.20

Tabla 5.2: Inversión en generadores para el sistema Garver estático sin considerar restricciones de predespacho.

En relación a la solución encontrada, en general, se destaca que las inversiones se centran principalmente en fortalecer la infraestructura de transmisión en barras de alta demanda y en líneas que permitan evacuar gran cantidad de energía evitando congestiones, lo cual es coherente con la naturaleza del problema de minimización. Además, se

opta por la inversión de generadores de bajo costo de operación para asegurar un suministro eficiente de la demanda energética, lo que fortalece la coherencia de la solución en el contexto de un problema de minimización.

La tabla 5.3 resume los costos de inversión y operación. Los tiempos de cómputo indican que el modelo monolítico requiere 0.2 segundos, mientras que el modelo con metodología de Benders necesita 0.5 segundos tras completar 5 iteraciones.

	Costo [MUSD]
Inversión en líneas	110
Inversión en generadores	247.2
Costo de operación	120.72
Total	477.92

Tabla 5.3: Costos totales del modelo Garver estático.

Los resultados sugieren que el modelo con descomposición es capaz de encontrar soluciones óptimas. Sin embargo, este modelo presenta un inconveniente en términos de los tiempos de cómputo, lo cual es previsible dado que el sistema es relativamente simple. La simplicidad del sistema ofrece la ventaja de realizar ajustes para observar cómo afectan estos a los tiempos de cómputo en la metodología de Benders. En la siguiente subsección, se realizarán modificaciones al sistema Garver original con el propósito de analizar el rendimiento del algoritmo al incorporar nuevas restricciones al modelo.

La Tabla 5.4 presenta las dimensiones estructurales del modelo monolítico, el cual integra todas las variables y restricciones en una única formulación. Este modelo sirve como referencia contextual para evaluar los efectos de la descomposición sobre la complejidad computacional. En particular, se observa que el problema original contiene 8550 restricciones, 2699 variables (de las cuales 2376 son continuas y 323 binarias) y una matriz de coeficientes con 26406 elementos no nulos. Estas magnitudes definen la carga computacional inherente a la resolución directa del problema mediante un solver monolítico.

Cantidad	Modelo Monolítico (Referencia)
Restricciones	8550
No ceros	26406
Variables totales	2699
Variables continuas	2376
Variables binarias	323

Tabla 5.4: Características estructurales del modelo monolítico de referencia.

Para analizar el impacto de las estrategias de modelado de red dentro de un esquema con metodología de descomposición, se contrastan dos formulaciones que mantienen la misma estructura de descomposición pero difieren en la representación de los flujos de potencia: una emplea SF, y la otra utiliza el modelo DC tradicional. La Tabla 5.5 resume las dimensiones de cada componente (problema maestro y subproblema) y sus totales acumulados.

Métrica	Descomposición con SF	Descomposición con DC tradicional
Problema Maestro		
Restricciones	689	689
No ceros	2418	2418
Variables totales	324	324
Variables continuas	1	1
Variables binarias	323	323
Subproblema		
Restricciones	2149	7861
No ceros	5967	17607
Variables totales	792	2376
Variables continuas	792	2376
Variables binarias	0	0
Totales (Maestro + Subproblema)		
Restricciones	2838	8550
No ceros	8385	20025
Variables totales	1116	2700

Tabla 5.5: Comparación de dimensiones entre modelos con estructura de descomposición según la estrategia de modelado de red.

Los resultados presentados en la Tabla 5.5 evidencian que el problema maestro permanece invariable entre ambas estrategias (689 restricciones y 324 variables), mientras que el subproblema experimenta diferencias estructurales significativas. La formulación basada en SF elimina las restricciones asociadas a los ángulo de tensión y sus variables correspondientes, lo que reduce drásticamente la dimensionalidad del subproblema a 2149 restricciones, 792 variables continuas y 5967 elementos no nulos. En contraste, el modelo DC tradicional conserva la estructura completa de las ecuaciones de flujo linealizadas, generando un subproblema con 7861 restricciones, 2376 variables continuas y 17607 elementos no nulos.

Esta divergencia estructural se traduce directamente en diferencias computacionales por iteración. Al reducir la cantidad de restricciones y variables, la formulación con SF produce un subproblema notablemente más pequeño y menos denso, lo que disminuye significativamente los tiempos de resolución y el consumo de memoria durante cada paso del algoritmo. Por su parte, el modelo DC tradicional incrementa la carga computacional en un 265 % en términos de elementos no nulos y en un 170 % respecto al número de variables continuas, lo que puede prolongar el tiempo necesario para resolver cada subproblema individualmente sin alterar la calidad final de la solución.

Es fundamental precisar que ambas estrategias constituyen aproximaciones lineales válidas del flujo de potencia AC y convergen hacia soluciones óptimas idénticas; por

lo tanto, su selección no implica un intercambio entre precisión y eficiencia, sino una decisión orientada a optimizar el costo computacional por iteración. La distinción radica exclusivamente en el nivel de detalle con que se incorporan ciertas restricciones dentro del subproblema.

Cabe destacar que las métricas reportadas corresponden a la primera iteración del algoritmo de Benders. En iteraciones posteriores, el problema maestro incorpora progresivamente cortes de optimalidad, incrementando su número de restricciones; no obstante, la estructura del subproblema permanece invariable, ya que depende exclusivamente de la formulación elegida para representar los flujos de potencia en la red.

En conjunto, el análisis confirma que la estrategia de modelado de red determina cómo se distribuye la complejidad estructural entre los componentes del problema con estructura de descomposición. Mientras que el modelo monolítico concentra toda la carga en una única formulación (Tabla 5.4), los esquemas con estructura de descomposición permiten aislar dicha complejidad en el subproblema, cuya dimensión puede modularse mediante la elección de distintas estrategias de linealización. Esta capacidad de ajuste estructural resulta particularmente relevante en problemas a gran escala, donde la reducción del número de variables y elementos no nulos por iteración mejora sustancialmente la escalabilidad y el tiempo total de convergencia del algoritmo sin comprometer la validez de los resultados.

2) Planificación de la generación y transmisión considerando restricciones de predespacho

El presente caso de estudio incorpora datos adicionales al sistema original de Garver para modelar las restricciones de predespacho. Estos parámetros incluyen potencias mínimas, tiempos mínimos en operación y fuera de servicio, así como tasas de subida y bajada. La Tabla 5.6 detalla los valores esenciales requeridos para formular dichas restricciones de operación.

Barra	Estado	Unidades	$\bar{P}_g$ [MW]	P_g [MW]	RU_g [MW/h]	RD_g [MW/h]	UT_g [h]	DT_g [h]
1	existente	3	30	10	30	30	1	1
1	existente	1	60	30	50	50	2	2
3	existente	2	60	35	40	40	4	4
3	candidata	2	120	75	90	90	3	3
6	candidata	1	120	80	80	80	5	5
6	candidata	2	240	120	170	170	8	8

Tabla 5.6: Datos adicionales para el modelo Garver estático con restricciones de predespacho.

La Tabla 5.7 resume los costos totales de inversión y operación del sistema. El plan de inversión coincide con el obtenido en el caso sin considerar restricciones de predespacho. No obstante, los costos operativos presentan diferencias derivadas de las nuevas limitaciones para la operación de los generadores. Aunque estas restricciones podrían alterar el plan de expansión, el modelo mantiene la misma configuración de inversiones en este escenario.

	Costo [MUSD]
Inversión en líneas	110
Inversión en generadores	247.20
Costo de operación	102.61
Total	459.82

Tabla 5.7: Costos totales del modelo Garver estático considerando restricciones de predespacho.

Los tiempos de cómputo indican que el modelo monolítico resuelve el problema en 0.7 segundos, mientras que el algoritmo con descomposición requiere 7.27 segundos para converger tras completar 11 iteraciones. La Figura 5.3 ilustra la evolución de los límites superior e inferior a lo largo del proceso iterativo. El límite superior disminuye significativamente después de tres iteraciones. Su valor inicial elevado proviene de que el problema maestro carece inicialmente de cortes que proporcionen señales económicas para invertir, por consiguiente, la primera iteración no genera inversiones y el subproblema reporta costos de operación altos. A medida que el algoritmo incorpora más cortes, el problema maestro acumula información del sistema que le permite activar inversiones para mitigar la energía no suministrada, reduciendo así los costos de operación y generando planes de expansión óptimos.

El límite superior es no creciente y puede permanecer constante durante varias iteraciones, ya que corresponde al mejor costo factible encontrado hasta el momento. Por su parte, el límite inferior es no decreciente y puede estabilizarse cuando los cortes agregados no mejoran la relajación del problema maestro. Sin embargo, la estabilización de los límites no implica optimalidad; esta se alcanza únicamente cuando la brecha entre el límite superior e inferior se cierra dentro de una tolerancia predefinida

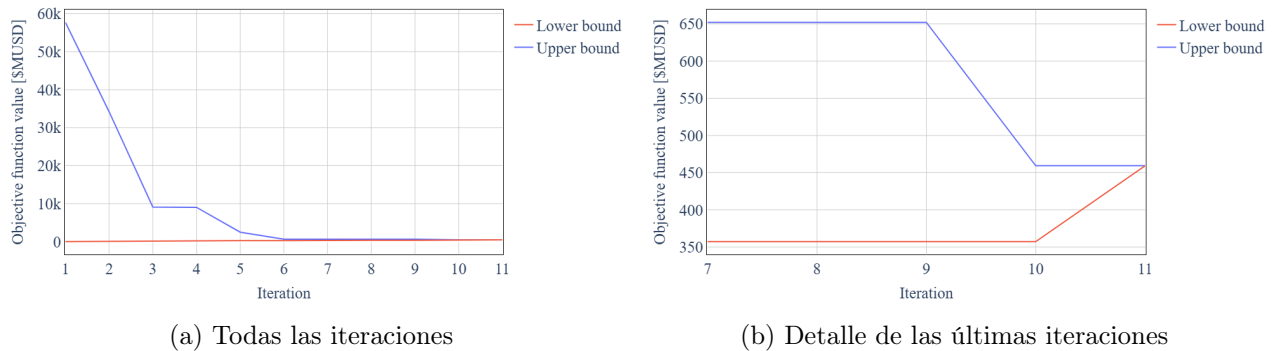


Figura 5.3: Evolución de los límites inferior y superior del sistema Garver estático con restricciones de predespacho.

La Figura 5.4 muestra la evolución del límite inferior a lo largo del proceso iterativo. Se observa un comportamiento monótonamente no decreciente, con incrementos discretos y una meseta entre las iteraciones 7 y 10. Este tramo plano indica que, en dicho intervalo, el problema maestro no modifica su solución y que los cortes generados no resultan activos en la región óptima actual. No obstante, el aumento del límite

inferior en la iteración 11 evidencia que aún se incorporan cortes relevantes, por lo que el algoritmo no había convergido previamente. En consecuencia, la optimalidad solo puede establecerse cuando la brecha entre el límite inferior y el superior se reduce a una tolerancia suficientemente pequeña

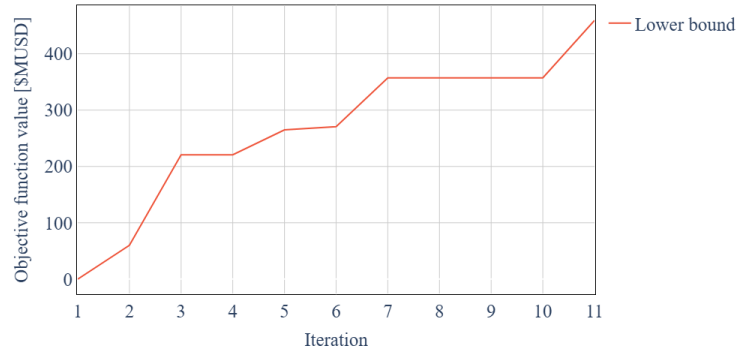


Figura 5.4: Evolución del límite inferior del sistema Garver estático con restricciones de predespacho.

El número limitado de iteraciones impide caracterizar con precisión el comportamiento real de ambos límites. Los análisis adicionales y las ejecuciones del algoritmo permiten comprender mejor su dinámica, facilitando la formulación de conclusiones más sólidas sobre su convergencia.

La Figura 5.5 ilustra el despacho de potencia por cada generador en la solución óptima. El modelo satisface completamente la demanda durante todo el horizonte analizado, eliminando cualquier desprendimiento de carga.

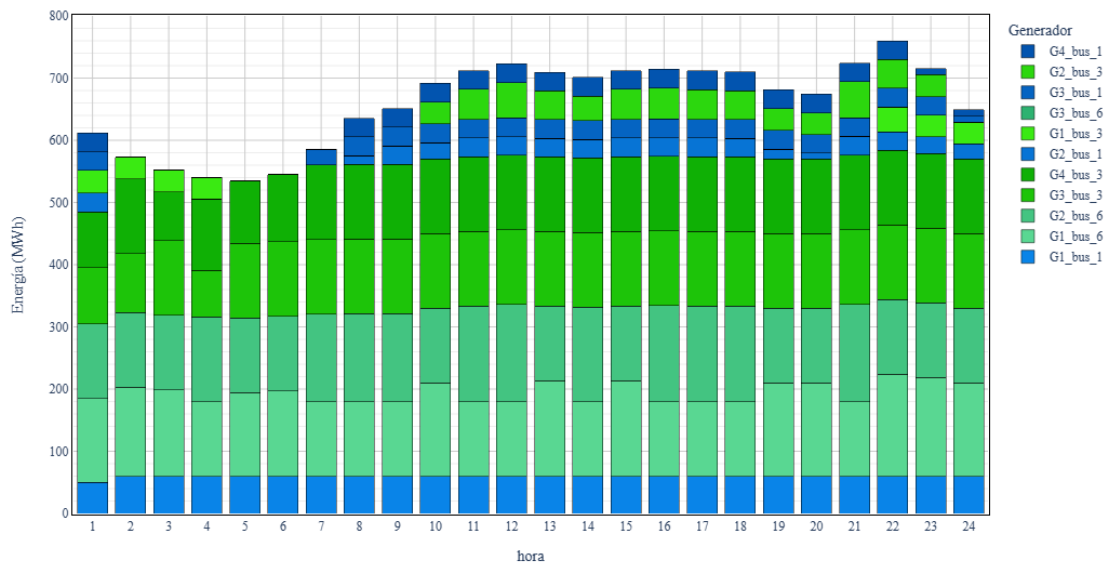


Figura 5.5: Potencia despachada del sistema Garver estático.

3) Planificación considerando restricciones de predespacho y generación renovable

El siguiente caso de estudio modifica el sistema Garver original mediante la integración de fuentes renovables, específicamente energía eólica y solar. La configuración incluye cuatro nuevos generadores: dos unidades eólicas de 120 MW ubicadas en las barras 6 y 3, las cuales el algoritmo evalúa como opciones candidatas adicionales. Asimismo, el modelo integra dos generadores fotovoltaicos existentes en la barra 1 con capacidades de 60 MW y 65 MW, respectivamente.

Los datos de estos nuevos generadores figuran en la Tabla A.4. El modelo asigna capacidades y ubicaciones a los generadores renovables candidatos de manera arbitraria. Los costos de inversión corresponden al valor mínimo registrado en la barra asignada a cada unidad. Estos activos no generan costos fijos ni variables de operación y mantenimiento. La tabla especifica el nombre del perfil de generación asignado a cada unidad. Los perfiles correspondientes figuran en las Tablas A.5 y A.6, ubicadas en el anexo A. La potencia disponible de cada generador renovable corresponde al producto entre el factor de perfil y su capacidad máxima nominal.

La Tabla 5.8 presenta los resultados del caso analizado. Aunque el modelo incorpora generación renovable, no asigna inversión a estas unidades, por lo que el plan de expansión coincide con el obtenido en el caso anterior. Los resultados confirman que la integración de capacidad renovable existente reduce significativamente los costos operativos del sistema.

	Costo [MUSD]
Inversión en líneas	110
Inversión en generadores	247.20
Costo de operación	95.97
Total	453.17

Tabla 5.8: Costos totales del sistema Garver estático con generación renovable y restricciones de predespacho.

Los tiempos de cómputo indican que el modelo monolítico requiere 1.1 segundos, mientras que el algoritmo con descomposición necesita 7.47 segundos tras completar 11 iteraciones. El incremento cercano al 60 % en la resolución del modelo monolítico refleja la mayor complejidad derivada de las nuevas restricciones de operación (el tiempo pasa de 0.7 a 1.1 segundos). Por el contrario, el algoritmo con descomposición muestra un impacto mínimo ante estas modificaciones, ya que sus tiempos de ejecución permanecen prácticamente inalterados respecto al caso anterior.

La Figura 5.6 ilustra la evolución de los límites superior e inferior a lo largo del proceso iterativo. El análisis gráfico revela que la trayectoria de ambos límites permanece estable entre el escenario con generación renovable y el caso base sin ERV, mostrando patrones convergentes idénticos.

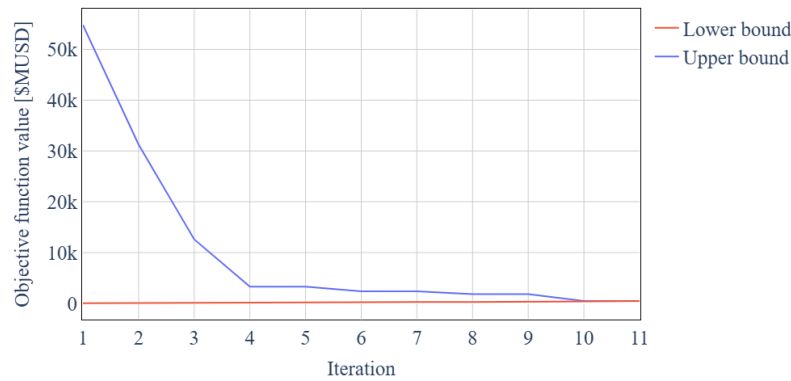


Figura 5.6: Evolución de los límites inferior y superior del sistema Garver estático con generación ERV y considerando restricciones de preespacho.

La Figura 5.7 ilustra el despacho de potencia por cada unidad del sistema eléctrico. El modelo satisface completamente la demanda durante todo el horizonte analizado, eliminando cualquier desprendimiento de carga. Los resultados confirman que los costos operativos disminuyen respecto al caso anterior. Esta reducción proviene de la operación con las unidades renovables existentes; aunque el algoritmo no asigna inversión a nuevos generadores ERV, estas fuentes desplazan a la generación convencional más costosa.

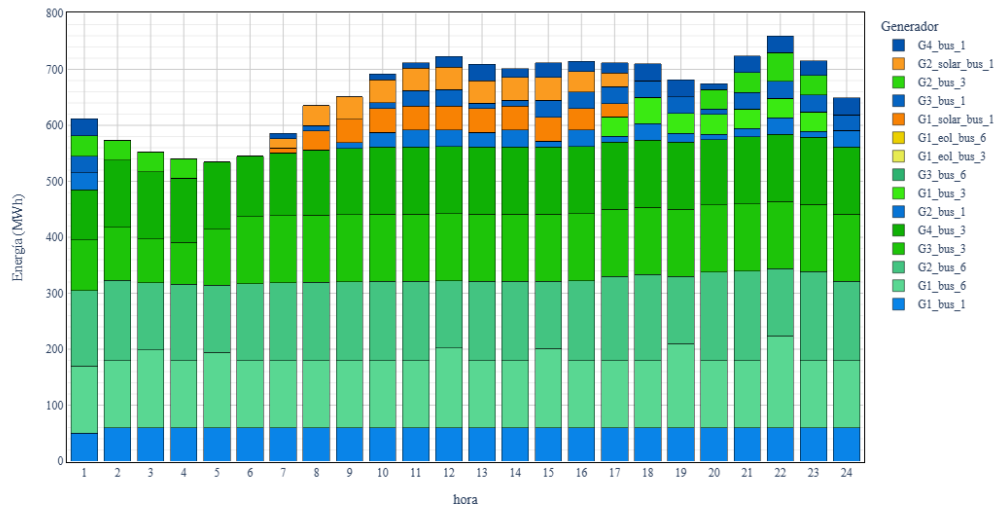


Figura 5.7: Potencia despachada del sistema Garver estático que incluye generación renovable.

La Figura 5.8 detalla el despacho de potencia por tipo de tecnología. El análisis muestra que la generación fotovoltaica desplaza a las unidades convencionales durante las horas de disponibilidad del recurso solar. Por otro lado, el modelo no inyecta energía eólica, ya que el algoritmo no asigna inversión a este tipo de activos en el escenario analizado. En esta configuración, la única fuente renovable operativa corresponde a la

capacidad fotovoltaica existente, y el gráfico confirma la ausencia de recorte en dicha tecnología. Para mantener la claridad visual, la figura omite la representación del recorte eólico asociado al exceso de generación no despachada.

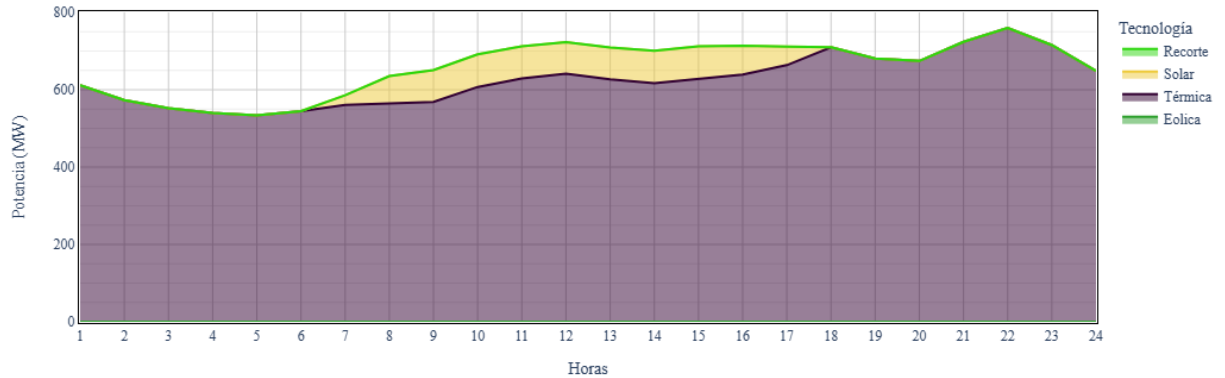


Figura 5.8: Potencia despachada por tecnología del sistema Garver estático que incluye generación renovable.

Las pruebas con la metodología propuesta demuestran que el algoritmo genera soluciones consistentes con las del modelo monolítico, tanto en el plan de inversión como en el valor de la función objetivo. En consecuencia, el método de descomposición reproduce con alta precisión los resultados obtenidos por el modelo monolítico.

Este hallazgo reviste especial relevancia metodológica por dos motivos principales. En primer lugar, valida el modelo con estructura de descomposición como una representación precisa del modelo monolítico, lo cual permite su implementación en escenarios donde la complejidad computacional resulta determinante. En segundo lugar, la capacidad de la metodología de descomposición para replicar el valor de la función objetivo confirma que captura los aspectos estructurales esenciales del problema original. En conjunto, estos resultados confirman la validez completa del modelo para resolver problemas de planificación estática, sin afectar la optimalidad de la formulación.

5.1.2. Garver multiperiodo

El problema de planificación multiperiodo en sistemas eléctricos optimiza la operación del sistema a lo largo de múltiples años. Para el caso del sistema Garver, el modelo considera dos periodos base: presente y futuro. El estudio extiende el horizonte de planificación a 10 años mediante una proyección lineal de la demanda, conservando el mismo día representativo para cada año y aplicando los factores horarios detallados en la Figura 5.2

Las simulaciones se realizan con un *gap* de 0.0 % en la metodología de descomposición de Benders, una reserva del 20 % de la demanda total horaria y una tasa de descuento anual del 10 %.

1) Planificación de la generación y transmisión considerando restricciones de

predespacho

La planificación multiperiodo distribuye las inversiones en líneas y generadores a lo largo del horizonte de planificación, permitiendo que el despliegue de nueva capacidad se ajuste progresivamente a la evolución proyectada de la demanda. A diferencia del enfoque estático, el cual concentra todos los proyectos en un único periodo y puede generar sobreconstrucción temprana o subutilización posterior, el modelo multiperiodo optimiza el momento exacto de cada inversión sin alterar las capacidades físicas requeridas por el sistema.

Las Tablas 5.9 y 5.10 detallan los planes de expansión correspondientes a este caso de estudio. El análisis confirma que ambos enfoques seleccionan exactamente los mismos activos físicos; esta coincidencia proviene del crecimiento lineal proyectado de la demanda entre el estado actual y futuro, el cual determina una misma combinación óptima de infraestructura. La única diferencia radica en la distribución temporal: mientras el enfoque estático fuerza la ejecución simultánea de todos los proyectos, el modelo multiperiodo los distribuye estratégicamente a lo largo del tiempo para adaptarse mejor a las restricciones operativas y financieras del horizonte analizado.

Línea	Año	Cantidad	Costo [MUSD]
4-6	2	2	54.55
3-5	7	1	11.29
4-6	8	1	15.39
Total	-	4	81.23

Tabla 5.9: Inversión en líneas para el sistema Garver multiperiodo con restricciones de predespacho.

Barra	Capacidad [MW]	Año	cantidad	Costo inv. [MUSD]	Costo O&M [MUSD]	Costo inv. total [MUSD]
6	240	2	1	76.36	14.51	90.88
3	120	5	1	24.59	3.53	28.12
3	120	6	1	22.35	2.80	25.15
6	240	8	1	43.11	3.54	46.64
Total				166.41	24.38	190.79

Tabla 5.10: Inversión en generadores para el sistema Garver multiperiodo con restricciones de predespacho.

La diferencia numérica reportada entre ambos escenarios deriva exclusivamente del descuento financiero aplicado a los costos de inversión proyectados en el horizonte temporal. Al diferir estos desembolsos hacia periodos posteriores, la tasa de descuento reduce su impacto en valor presente, lo que explica la cifra menor observada (81.23 MUSD frente a 110 MUSD en líneas, y 190.79 MUSD frente a 247.2 MUSD en generadores). Esta formulación captura con mayor fidelidad las restricciones temporales de construcción y financiamiento, permitiendo identificar trayectorias de expansión más

eficientes que reducen el costo total actualizado del sistema sin modificar los activos físicos necesarios.

La Tabla 5.11 detalla la composición de estos costos de inversión para el caso de estudio.

	Costo [MUSD]
Inversión en líneas	81.23
Inversión en generadores	190.79
Costo operación	368.50
Total	640.52

Tabla 5.11: Costos totales del sistema Garver multiperiodo con restricciones de predespacho.

Los tiempos de cómputo indican que el modelo monolítico requiere 127.81 segundos para resolver el problema, mientras que el algoritmo con descomposición necesita 561.42 segundos tras completar 21 iteraciones.

La Figura 5.9 ilustra la evolución de los límites a lo largo de las iteraciones. El mayor número de iteraciones en comparación con los casos estáticos permite observar con mayor detalle el comportamiento de los límites.

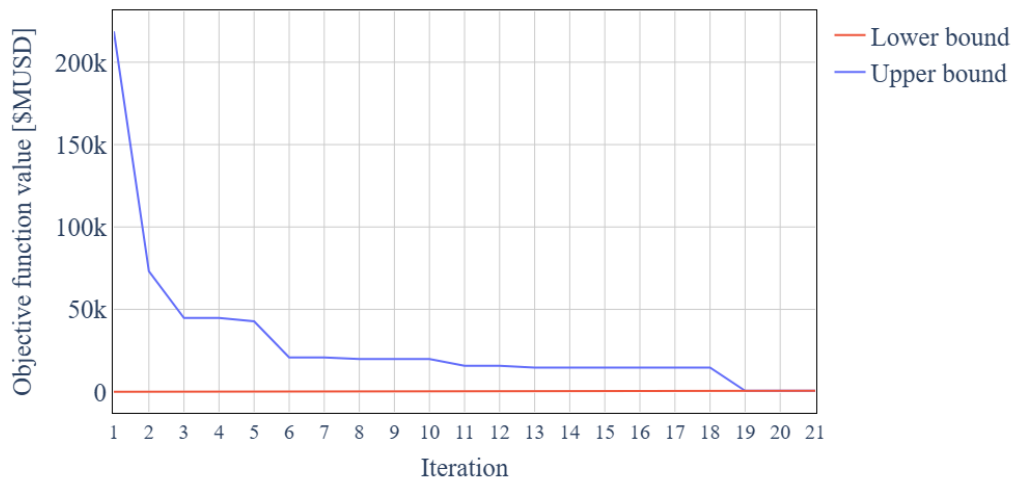


Figura 5.9: Evolución de los límites inferior y superior del sistema Garver multiperiodo con restricciones de predespacho.

El límite inferior exhibe una tendencia ascendente moderada y permanece prácticamente estable durante la mayor parte del proceso iterativo. Hacia el final, en las últimas iteraciones, registra un incremento abrupto que marca la convergencia al óptimo. Simultáneamente, el límite superior experimenta una reducción pronunciada en las primeras seis iteraciones y presenta variaciones mínimas durante el resto del proceso.

La trayectoria de los límites superior e inferior orienta la selección del *gap* de detención para el algoritmo, especialmente en problemas de alta complejidad que exigen

un ajuste controlado de la tolerancia final. Cuando el *gap* relativo disminuye rápidamente durante las primeras iteraciones y luego se estabiliza sin cambios significativos, el modelo indica que los cortes de Benders aportan información marginal a cada paso adicional.

En estas condiciones, exigir un *gap* estricto (inferior al 1 %) genera un costo computacional desproporcionado sin mejorar sustancialmente la calidad de la solución. El algoritmo alcanza una región donde las iteraciones posteriores solo refinan mínimamente la estimación del óptimo. Aceptar un *gap* más amplio, entre el 2 % y el 5 %, permite obtener soluciones operativamente viables en tiempos razonables. Esta estrategia evita el consumo excesivo de recursos sin comprometer críticamente la precisión del resultado final.

Las Figuras 5.10 y 5.11 muestran el despacho de potencia por cada unidad generadora a lo largo del horizonte temporal analizado. La primera figura detalla, para el primer año, la asignación de carga entre las centrales existentes y candidatas. La segunda figura presenta el despacho final, evidenciando las modificaciones en la capacidad instalada y la reconfiguración operativa tras completar el período de planificación. El modelo satisface completamente la demanda durante todo el horizonte, eliminando cualquier desprendimiento de carga en cada año analizado.

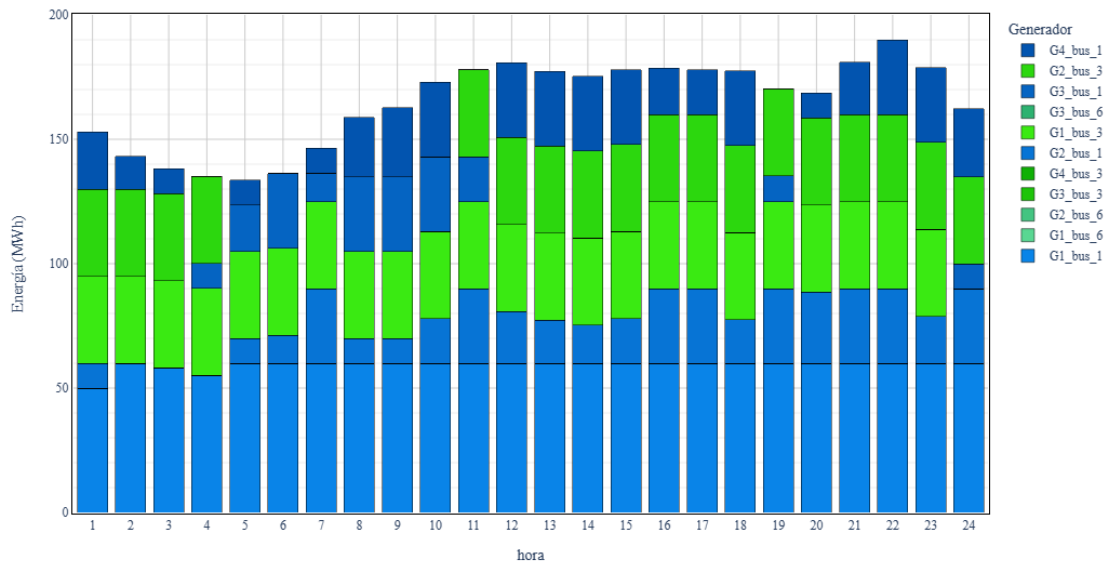


Figura 5.10: Potencia despachada para el primer año del sistema Garver multiperiodo.

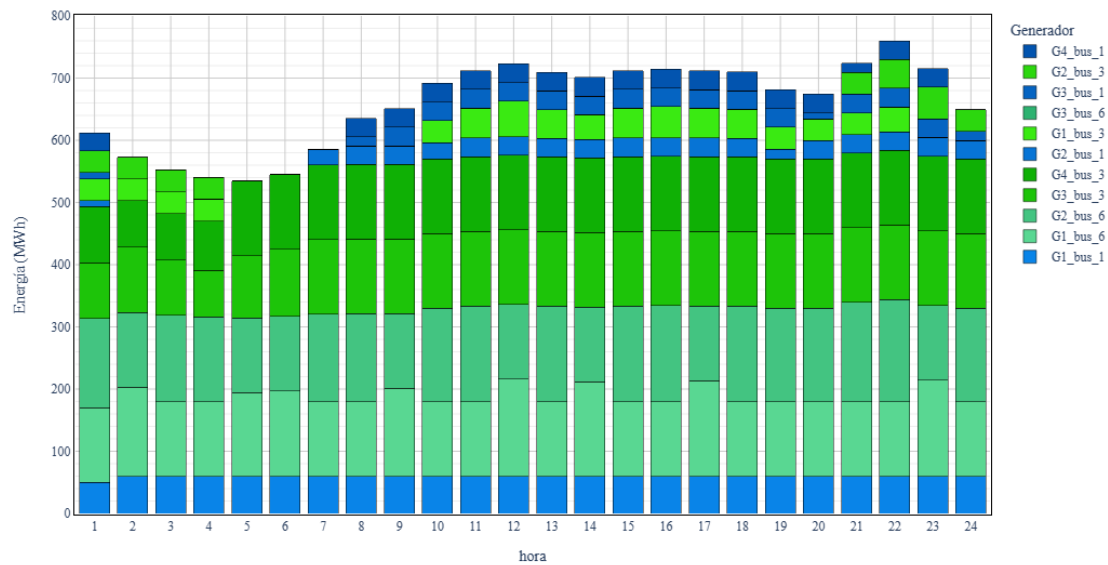


Figura 5.11: Potencia despachada para el último año del sistema Garver multiperiodo.

2) Planificación considerando restricciones de predespacho y generación renovable

El siguiente caso de estudio extiende el análisis al incorporar fuentes renovables, específicamente energía solar y eólica, siguiendo la metodología aplicada en el escenario estático. El modelo conserva los días representativos y los perfiles de generación utilizados previamente.

La Tabla 5.12 detalla las inversiones en transmisión para este escenario. El modelo multiperiodo con integración renovable genera un plan de expansión notablemente distinto al obtenido en el caso estático con ERV. La principal diferencia corresponde a la construcción de la línea 2-6 en el año 2, proyecto que no aparecía en los planes anteriores. Esta nueva inversión responde a la instalación de un generador eólico en la barra 6 durante el mismo periodo, lo cual introduce capacidad renovable variable al sistema. Para evacuar eficientemente esta generación hacia la carga concentrada en la barra 2, el algoritmo propone una ruta de transmisión directa.

Línea	Año	Cantidad	Costo
2-6	2	2	54.55
4-6	5	2	40.98
3-5	8	1	10.26
Total	-	4	105.79

Tabla 5.12: Inversión en líneas para el sistema Garver multiperiodo con generación renovable y restricciones de predespacho.

La Tabla 5.13 detalla la inversión en generadores para este escenario. El modelo

multiperiodo selecciona una combinación de unidades significativamente distinta a la del caso estático con ERNC. En el año 2, el algoritmo asigna recursos a un generador eólico de 120 MW, generador que permanece sin construir en el enfoque estático.

Barra	Capacidad [MW]	Año	cantidad	Costo inv. [MUSD]	Costo O&M [MUSD]	Costo inv. total [MUSD]
6	120	2	1	27.27	0.00	27.27
6	240	2	1	76.36	14.51	90.88
6	240	5	1	57.37	8.25	65.62
3	120	8	1	18.47	1.52	19.99
3	120	9	1	16.79	0.96	17.76
Total				196.28	25.24	221.51

Tabla 5.13: Inversión en generadores para el sistema Garver multiperiodo con generación renovable y restricciones de predespacho.

Los tiempos de cómputo indican que el modelo monolítico resuelve el problema en 446.24 segundos. Este valor representa un incremento de 3.5 veces respecto al caso multiperiodo sin generación renovable, lo cual refleja la mayor complejidad computacional derivada de la integración de fuentes ERV.

El modelo con descomposición requiere 1020.30 segundos y 53 iteraciones para converger a la solución óptima. Al igual que el enfoque monolítico, este algoritmo presenta un incremento notable en los tiempos de resolución; específicamente, el tiempo crece por un factor de 3.2. Ambas formulaciones registran aumentos computacionales proporcionales, lo cual refleja directamente la mayor complejidad operativa y matemática derivada de la integración de fuentes renovables.

La Figura 5.12 ilustra la trayectoria de los límites superior e inferior durante el proceso iterativo hasta alcanzar la convergencia.

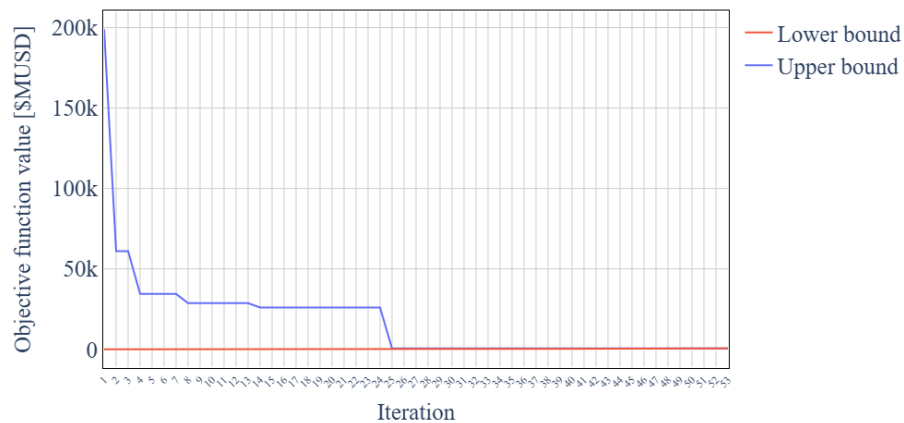


Figura 5.12: Evolución de los límites inferior y superior del sistema Garver multiperiodo con generación renovable y considerando restricciones de predespacho.

Las Figuras 5.13 y 5.14 ilustran el despacho de potencia en el primer y último año

del horizonte analizado. El análisis del primer año evidencia un desplazamiento claro de la generación convencional de la barra 1 por parte de los generadores fotovoltaicos, los cuales constituyen una fuente principal durante las horas de irradiación solar. Esta dinámica relega a las unidades térmicas a un rol de reserva. Como consecuencia, las centrales térmicas mantienen su producción en el límite mínimo técnico permitido por sus características operativas.

El análisis del último año revela un incremento en la participación de la generación térmica respecto al primer periodo. Este crecimiento responde simultáneamente al mayor consumo energético proyectado y a la falta de ampliación de capacidad renovable durante el horizonte analizado. Durante los periodos de alta irradiación y viento, las unidades térmicas mantienen un funcionamiento mínimo exclusivamente para cumplir las necesidades de reserva.

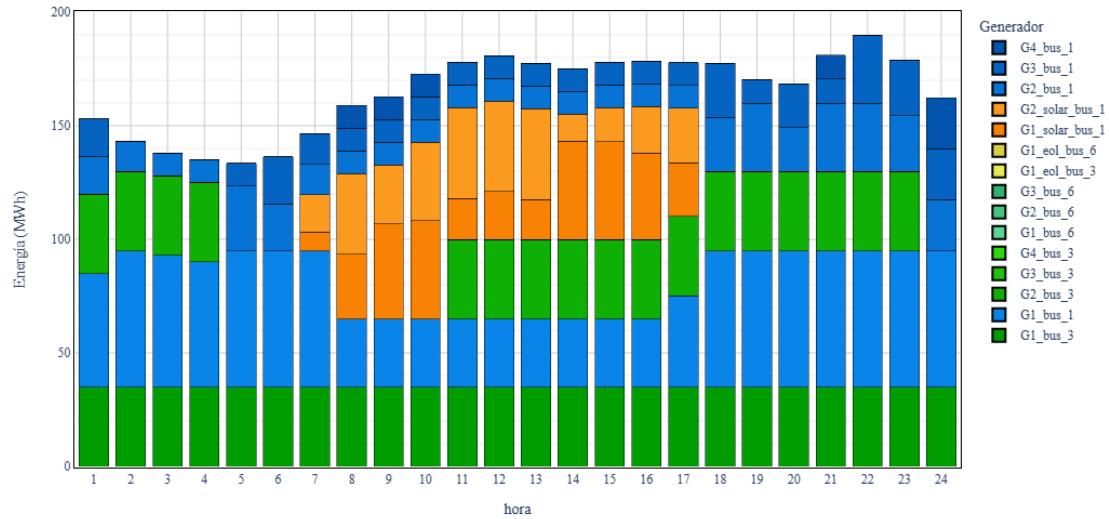


Figura 5.13: Potencia despachada para el primer año del sistema Garver multiperiodo con generación renovable.

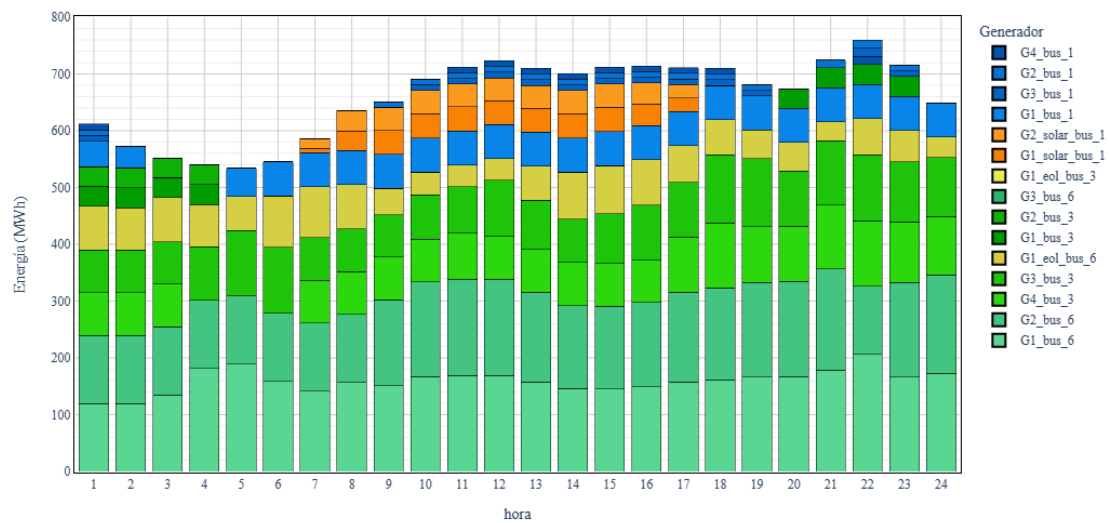


Figura 5.14: Potencia despachada para el último año del sistema Garver multiperiodo con generación renovable.

La Figura 5.15 detalla el despacho por tecnología y confirma la presencia de vertimiento eólico en este escenario final. La implementación de sistemas de almacenamiento permitiría extender el uso de recursos renovables a lo largo del día, disminuyendo la dependencia de generación térmica y minimizando los vertimientos energéticos.

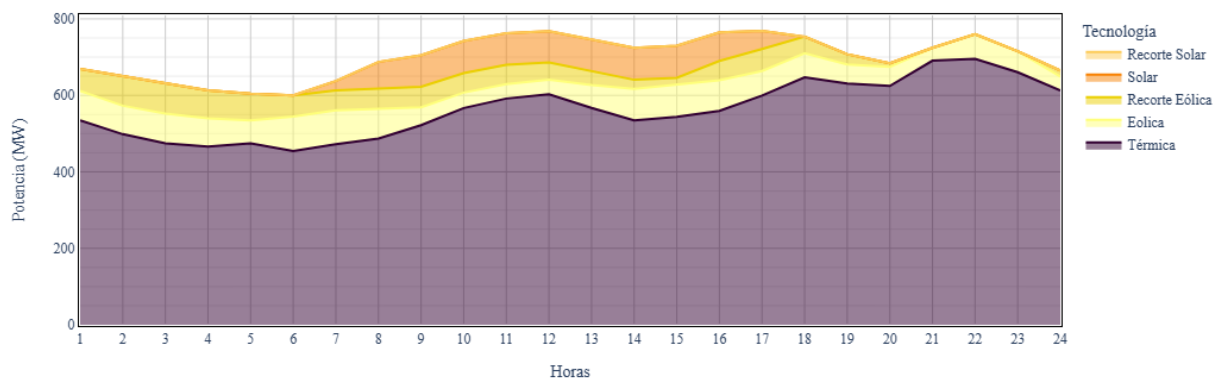


Figura 5.15: Potencia despachada por tecnología para el último año del sistema Garver multiperiodo con generación renovable.

5.1.3. Validación del método: precisión, escalabilidad y consideraciones técnicas

La metodología propuesta alcanza un alto grado de precisión y reproduce exactamente el valor de la función objetivo obtenido por el modelo monolítico. En términos de eficiencia computacional, la metodología de descomposición de Benders no presenta una ventaja significativa frente a la resolución directa del problema con el enfoque monolítico para los casos evaluados.

La integración de nuevas tecnologías incrementa la complejidad computacional del problema, y el análisis muestra que ambos modelos registran un aumento similar en los tiempos de resolución. Este comportamiento resulta esperado dado que los sistemas de prueba utilizados presentan una magnitud reducida. Los métodos de descomposición demuestran su ventaja computacional principalmente en problemas de gran escala donde la formulación monolítica se vuelve intratable.

Para instancias de menor complejidad, como el sistema Garver analizado, los solucionadores comerciales resuelven eficientemente el modelo completo sin requerir la sobrecarga iterativa del algoritmo propuesto. La escala de los problemas evaluados no permitió observar diferencias notables en el tiempo de cómputo entre ambos enfoques. En todos los casos analizados, el modelo monolítico resolvió las instancias con mayor rapidez.

Las pruebas revelan un incremento en la complejidad computacional del problema. Al modelar múltiples generadores candidatos idénticos en una misma barra, el algoritmo de descomposición ejecuta iteraciones redundantes. El método evalúa cada unidad individualmente antes de tomar una decisión definitiva sobre su inversión o descarte. En lugar de descartar automáticamente los duplicados tras evaluar uno solo, el proceso repite la evaluación para cada candidato idéntico, lo que genera un costo computacional adicional sin aportar información nueva al modelo.

El modelo presenta un desafío similar cuando incluye generadores que comparten características ubicados en la misma barra. La complejidad aumenta al incorporar restricciones de *unit commitment*. El algoritmo genera soluciones equivalentes entre iteraciones consecutivas, las cuales no aportan información nueva para el proceso de optimización. A partir de estas soluciones repetidas, el método calcula los valores duales asociados a las restricciones de generación y construye los cortes de Benders. La formulación de estos cortes utiliza información duplicada por la equivalencia de las soluciones, lo que obliga al algoritmo a ejecutar iteraciones redundantes. Este comportamiento incrementa significativamente el tiempo de procesamiento sin mejorar la calidad de la solución final.

Otro desafío metodológico corresponde a la definición del parámetro disyuntivo M (*big M*). Aunque el uso de factores lineales (SF) elimina su aplicación en los subproblemas, el modelo requiere este valor para construir los cortes de Benders que alimentan el problema maestro. La magnitud elegida para M determina directamente la cantidad de iteraciones necesarias para converger. Por consiguiente, la metodología demanda una investigación exhaustiva que establezca un criterio robusto para seleccionar su valor óptimo.

En resumen, el algoritmo propuesto demuestra alta precisión en la resolución de problemas de planificación eléctrica. No obstante, los tiempos de cálculo no presentan diferencias significativas frente al modelo monolítico para las instancias evaluadas. El análisis proyecta

que, al aplicar la metodología a sistemas de mayor complejidad y escala, el enfoque con la metodología de descomposición reducirá considerablemente los tiempos de resolución.

Adicionalmente, se identificaron oportunidades de mejora en la modelación del sistema eléctrico que no implican modificaciones al algoritmo en sí. Estas mejoras se enfocan en la generación más cuidadosa de los datos de entrada.

Capítulo 6

Aplicación del modelo propuesto a sistemas de mayor escala

El algoritmo de expansión conjunta de generación y transmisión ha sido desarrollado para determinar las inversiones óptimas en generación y transmisión para un sistema eléctrico. El algoritmo ha sido probado en varios casos de estudio, pero aún es necesario someterlo a pruebas más complejas para evaluar su desempeño computacional.

El capítulo anterior validó la convergencia del algoritmo y confirmó la coincidencia en el valor de la función objetivo con el modelo monolítico. El análisis determinó los ajustes necesarios en los parámetros para garantizar un desempeño óptimo durante las ejecuciones computacionales.

La verificación abarcó problemas de expansión conjunta bajo dos contextos operativos: escenarios puramente térmicos con restricciones de predespacho y casos que incorporan generación renovable variable. En ambos entornos, la metodología demostró un funcionamiento correcto y consistente.

El siguiente conjunto de pruebas evalúa la metodología en dos escenarios de mayor complejidad. El primer caso corresponde al sistema estándar *IEEE-39 bus system*, el cual supera en dificultad a los casos anteriores y permite verificar el desempeño del algoritmo bajo condiciones más exigentes.

El segundo caso emplea una versión reducida del SEN con 26 barras. Esta configuración presenta un nivel de complejidad superior al sistema IEEE-39, principalmente debido a la elevada cantidad de generadores y la diversidad de tecnologías de generación incluidas en el modelo. La aplicación en este escenario permite validar la escalabilidad y robustez del enfoque propuesto frente a sistemas eléctricos de mayor magnitud.

6.1. Sistema *IEEE-39 Bus test system*

El sistema eléctrico de prueba *IEEE-39*, también denominado *IEEE-39bus*, constituye un caso de prueba estándar en investigación y desarrollo dentro de la ingeniería eléctrica y la planificación de sistemas de potencia. Esta configuración ofrece una representación simplificada pero realista de redes eléctricas de tamaño moderado, lo que permite utili-

zarlo como banco de pruebas para evaluar diversos aspectos operativos y de planificación de sistemas complejos. El modelo integra 39 barras, 46 líneas de transmisión, 10 generadores y 21 cargas, estructurándose como un sistema interconectado de tres áreas. La topología combina barras de generación, carga y transmisión, capturando con precisión la complejidad inherente a los sistemas eléctricos modernos.

Es importante subrayar que la versión del sistema es una edición más reciente, ya que la versión original se trata de un sistema de malla simple con 39 barras, 24 generadores, 30 líneas de transmisión y 24 cargas. A partir de este punto, denominaremos “versión original” a la edición más actual. El sistema bajo estudio se muestra en la Figura 6.1.

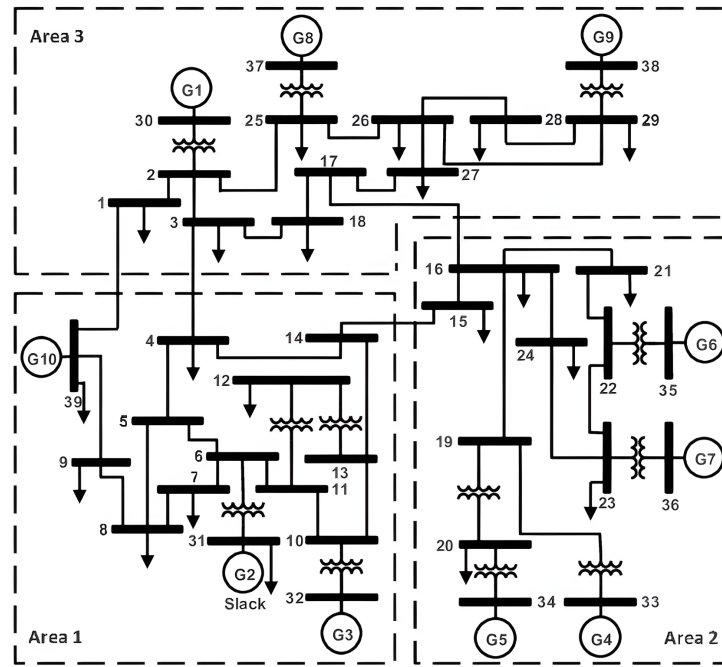


Figura 6.1: Sistema eléctrico *IEEE-39 bus*.

6.1.1. Preparación de los datos

La información presentada en [9] se centra en análisis estáticos, por lo que es necesario generar datos de demanda para utilizar este sistema en un contexto dinámico. La curva de demanda diaria destinada a las pruebas se presenta en la Tabla 6.1.

Para generar los datos necesarios para un período de planificación de 10 años, se emplean los datos proporcionados en [9] considerándolos como los datos del primer año. Luego, se realiza una proyección lineal, considerando un aumento del 10% en la demanda para el último año. De este modo, por ejemplo, la demanda en la barra 1 aumentaría de 97.60 MW en el primer año a 107.360 MW en el décimo año.

Una vez obtenidas las proyecciones de la demanda para cada barra del sistema mediante el cálculo anterior, es necesario realizar un ajuste adicional para generar los datos de demanda por hora en cada barra. Para lograr esto, se utilizan los datos de la Tabla 6.1. Sin embargo, antes de proceder, es necesario normalizar estos datos para obtener valores

entre 0 y 1, lo que genera un perfil que puede ser aplicado a todas las barras. Luego, multiplicando estos factores normalizados por la demanda previamente obtenida para una de las barras, se obtiene la curva de demanda horaria correspondiente a dicha barra.

Además, es necesario generar otro conjunto de datos para completar la información faltante en la base de datos original. En particular, se requiere información sobre las rampas de los generadores y los tiempos mínimos en servicio y apagado de los mismos.

La elección de los parámetros es como sigue: para las rampas, se selecciona un valor que no genere infactibilidad en el modelo, asegurando que la rampa permita que el generador alcance su potencia mínima en el transcurso de una hora. Esto se debe a la restricción de potencia mínima establecida para los generadores. Adicionalmente, para algunos generadores, se elige un valor de rampa que les permita alcanzar su potencia máxima en un tiempo muy corto. Esta elección tiene como objetivo permitir que el sistema pueda compensar posibles fluctuaciones abruptas en la demanda. Del mismo modo, existen valores de rampa que implican que ciertos generadores requieran algunas horas para llegar a su potencia máxima.

En lo que respecta a tiempos mínimos de operación y apagado para cada generador. La selección de estos parámetros establece que algunas unidades requieren períodos cortos de actividad continua, mientras que otras deben mantenerse encendidas durante intervalos prolongados una vez iniciadas. Los restantes parámetros del sistema cumplen con los requisitos técnicos del modelo sin requerir ajustes adicionales.

Los generadores candidatos se definen como ampliaciones de capacidad sobre unidades existentes. El procedimiento consiste en seleccionar un generador base y asignar un incremento arbitrario a su potencia máxima, manteniendo inalterables el resto de sus parámetros técnicos. De este modo, cada candidato conserva las mismas características que la unidad original en su barra correspondiente. La metodología aplica un criterio análogo para las líneas candidatas, las cuales representan refuerzos de capacidad sobre corredores de transmisión existentes. Los datos completos del sistema figuran en el apéndice [B](#). Allí, la Tabla [B.1](#) especifica los parámetros de todas las unidades generadoras y la Tabla [B.2](#) detalla los atributos técnicos de las líneas del sistema.

Después de la preparación de los datos, se realiza una prueba con el fin de verificar la coherencia de la información generada. Sin embargo, los resultados de estas pruebas no se incluyen en este documento, ya que se utilizan únicamente para validar la consistencia del sistema generado.

Hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Carga [MW]	700	750	850	950	1000	1100	1150	1200	1300	1400	1450	1500

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1400	1300	1200	1050	1000	1100	1200	1400	1300	1100	900	800

Tabla 6.1: Curva de demanda para un día representativo.

6.1.2. Modificaciones del sistema original

Los resultados de la prueba preliminar indican que la inversión se centra únicamente en generadores. Además, se evidencia que gran parte de las líneas presentan un nivel de carga considerablemente bajo, lo cual justifica la falta de inversión en este aspecto. Con el objetivo de mejorar el sistema desde una perspectiva de optimización haciéndolo más atractivo para el análisis, se implementan cambios en los datos asociados a la capacidad de las líneas.

Las modificaciones se llevaron a cabo de la siguiente manera: la capacidad de las líneas ahora es un 20 % de la capacidad original, a excepción de los transformadores, para los cuales se utilizó una capacidad de 500 MW en todos los casos. Además, se agregaron líneas no existentes que serán candidatas a expansión. La selección de las barras que conectan estas líneas se realizó de manera aleatoria, asegurando al mismo tiempo la coherencia de la conexión. Las demás líneas candidatas se implementaron como circuitos adicionales en los corredores preexistentes, tales corredores fueron seleccionados aleatoriamente.

Respecto a los generadores, se incorporaron generadores candidatos en barras donde inicialmente no se encontraban presentes. La elección de estas barras no obedeció a un criterio altamente elaborado; más bien, se basó en la siguiente premisa: una barra que tenga carga o conecte tres o más líneas es considerada para albergar un generador candidato. Es importante destacar que no todas las barras que cumplen con este criterio tienen generadores candidatos, con el propósito de mantener el sistema manejable desde el punto de vista computacional.

Los datos de estos nuevos generadores son variaciones o intercambios de los datos de los generadores ya existentes. Los demás generadores candidatos se encuentran en barras con generadores existentes y comparten las mismas características que dichos generadores.

En cuanto a la información sobre los costos de inversión, dado que los datos originales no proporcionan esta información, es necesario crearla. Para las líneas, los costos de inversión se generaron como función cuadrática del flujo máximo, asegurándose de que los datos sean coherentes. En el caso de los generadores, el costo de inversión (USD/kW) es uniforme para todos, mientras que los costos fijos de operación y mantenimiento presentan pequeñas variaciones.

Los datos que finalmente se usaron para hacer las pruebas están en el Anexo [B](#). La Tabla [B.1](#) detalla los parámetros técnicos de cada generador. El campo *existing* indica si la unidad es existente o no, mientras que *candidates* especifica el número máximo de expansiones permitidas para dicha unidad. Las líneas de transmisión siguen esta misma nomenclatura en la Tabla [B.2](#).

6.2. Expansión conjunta de la generación y transmisión considerando restricciones de pre despacho

El modelo integra seis líneas candidatas nuevas que interconectan los pares de barras 16-26, 17-28, 2-18, 20-14, 39-3 y 10-7. Estas unidades permiten hasta cuatro expansiones. El sistema también incorpora cinco circuitos adicionales sobre corredores existentes: 1-2,

2-3, 2-30, 10-13 y 16-19. Uno de estos refuerzos corresponde a un transformador en el corredor 2-30. Cada uno admite hasta tres expansiones.

En cuanto a la generación, el modelo añade seis generadores candidatos ubicados en las barras 3, 4, 6, 7, 17 y 26. Estas unidades no forman parte de la topología original y representan nuevas instalaciones. El resto de los candidatos corresponde a ampliaciones sobre generadores ya operativos. Las unidades existentes permiten una sola expansión, mientras que los nuevos admiten hasta tres. La Tabla 6.2 resume la cantidad total de líneas y generadores en el sistema, diferenciando entre unidades existentes y candidatas.

La cantidad de expansiones permitidas para líneas y generadores no sigue un criterio específico. En su lugar, se selecciona un número que permita mantener el problema de optimización dentro de límites computacionalmente manejables.

	Existentes	Candidatos	Total
Líneas	46	39	85
Generadores	10	28	38
total	56	67	123

Tabla 6.2: Líneas y generadores, existentes y candidatos del sistema *IEEE-39bus*.

En el contexto de optimización, el modelo presenta características diferenciadas (modelo inicial en la primera iteración) tanto para el problema maestro como para el subproblema. La Tabla 6.3 detalla estas particularidades. El análisis de la tabla indica que la mayor parte de las variables y restricciones pertenecen al subproblema, mientras que todas las variables binarias forman parte del problema maestro.

Es importante destacar que la complejidad del problema maestro aumentará con cada iteración, lo que se traducirá en un aumento en el número de restricciones. Además, el número de no ceros también variará a medida que se avance en las iteraciones.

El incremento gradual en el número de restricciones y no ceros en el problema maestro durante las iteraciones es un comportamiento esperado. Esto se debe a la incorporación de información adicional y la refinación de las aproximaciones en cada iteración, lo que conduce a una mejor definición del problema y, en consecuencia, a un aumento en la complejidad computacional.

	Problema maestro	Subproblema
Restricciones	63717	165940
No ceros	263660	315700
Variables totales	34545	58810
Variables continuas	24375	58810
Variables binarias	10170	-

Tabla 6.3: Características de los problemas formulados para el sistema *IEEE-39bus*.

Parámetros adicionales

En relación a los parámetros de simulación, estos son los siguientes. El horizonte de

planificación es de 10 años con una tasa de descuento del 10 %, la reserva del sistema será de 10 % y el *gap* de simulación será de 2 %.

Es importante recordar que cada año es modelado con un día representativo. Además, el día representativo es el mismo día para todos los años.

6.2.1. Resultados de las simulaciones utilizando la metodología de descomposición Benders

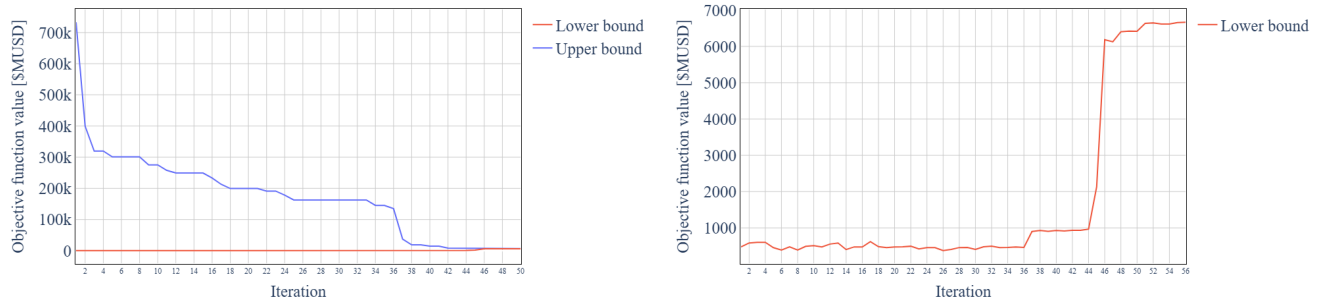
La Figura 6.2a ilustra la evolución de la solución a lo largo de las iteraciones ejecutadas hasta la convergencia del algoritmo. El gráfico muestra simultáneamente los límites superior e inferior correspondientes para cada iteración. La curva del límite superior exhibe una notable variabilidad, mientras que el límite inferior mantiene una relativa estabilidad durante todo el proceso. Este comportamiento coincide con los resultados reportados en capítulos anteriores.

El incremento del límite inferior resulta progresivo y lento conforme avanza el número de iteraciones. La Figura 6.2b detalla este comportamiento. Los datos revelan que la tendencia del límite inferior no sigue una trayectoria estrictamente creciente; por el contrario, fluctúa dentro de rangos acotados y registra un salto significativo en la iteración 46.

El *gap* supera el 100 % antes de la iteración 46 y decrece gradualmente hasta alcanzar el 9.61 % en dicha iteración. Por consiguiente, el siguiente análisis abarca las etapas finales del proceso. La evaluación inicia en la iteración 47, donde el límite superior registra su valor mínimo histórico de 6689.489. El límite inferior conserva un nivel reducido de 6126.858, lo que genera un *gap* del 4.46 %.

La iteración 48 registra el *gap* más reducido del periodo con un valor de 4.19 %. En la iteración siguiente, el límite inferior continúa su ascenso mientras que el límite superior decrece levemente hasta 6689.49, cifra que cierra aún más el *gap*. Este comportamiento cierra el *gap* en 4.08 % en la iteración 49. El *gap* óptimo corresponde entonces a la iteración 49, aunque permanece por encima del umbral establecido.

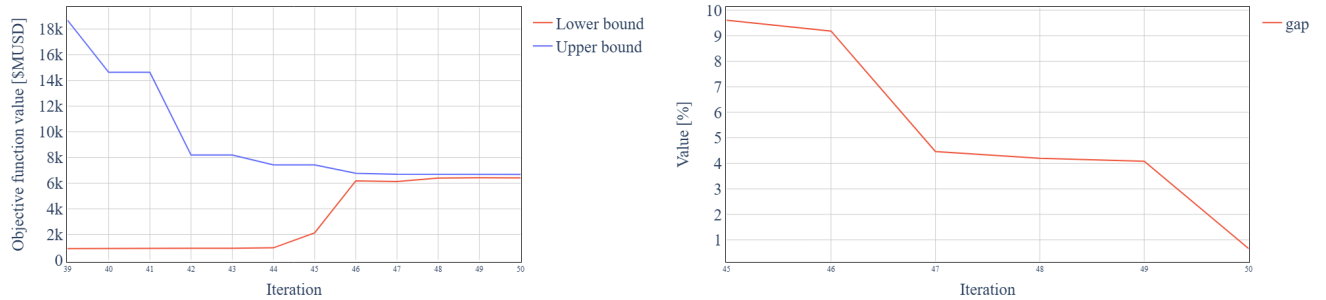
Finalmente, en la iteración 50, el límite inferior alcanza los 6677.83, lo que reduce el *gap* a un 0.66 %. Este valor es inferior al umbral del 2 % establecido como criterio de detención, por lo que el algoritmo concluye su ejecución. El tiempo requerido para cumplir con el criterio de detención fue de 3.33 horas.



(a) Todas las iteraciones

(b) Detalle límite inferior

Figura 6.2: Evolución de los límites a lo largo de las iteraciones.



(a) Límites superior e inferior

(b) *gap*

Figura 6.3: Evolución de los límites y el *gap* para las últimas iteraciones.

Las Tablas 6.4 y 6.5 presentan los resultados de las inversiones realizadas en líneas de transmisión y generadores, respectivamente. En particular, la tabla de inversiones en líneas muestra que se realizaron inversiones en cinco corredores, resultando en la construcción de un total de nueve líneas. La mayoría de estas líneas fueron construidas durante el primer año, con la excepción de la línea 10-7, cuya inversión se efectuó en el segundo año.

Cabe destacar que el sistema contempla seis corredores nuevos y cinco existentes. De las líneas construidas, solo dos corresponden a corredores nuevos: las líneas 2-18 y 10-7. Además, la línea 2-18 se construyó como un triple circuito. Las demás líneas corresponden a ampliaciones de capacidad en corredores existentes, específicamente las líneas 16-19, 2-3 y 2-30, siendo este último un transformador.

Por otro lado, de la tabla de inversiones en generadores se observa que las inversiones ocurren en distintos años. Todos los generadores construidos corresponden a generadores no existentes, es decir, son generadores que originalmente no están presentes en el sistema original.

Línea	Año	Capacidad [MW]	Cantidad	Costo [MUSD]
16-19	1	300	1	15.00
2-3	1	250	2	16.17
2-18	1	150	3	45.00
2-30	1	500	2	10.00
10-7	2	200	1	12.36
Total	-	-	-	98.53

Tabla 6.4: Inversión en líneas para el sistema *IEEE-39 bus*.

Barra	Capacidad [MW]	Año	Cantidad	Costo inv. [MUSD]	Costo O&M [MUSD]	Costo inv. Total [MUSD]
6	200	2	1	228.65	28.97	257.62
7	200	1	1	251.52	34.00	285.52
17	150	8	1	96.80	5.29	102.09
26	120	5	1	188.97	18.10	207.07
Total	320	-	-	765.95	86.35	852.30

Tabla 6.5: Inversión en generadores para el sistema *IEEE-39 bus*.

Las pruebas realizadas utilizando el algoritmo de descomposición propuesto han demostrado la capacidad de esta técnica para resolver modelos de optimización de manera eficiente. Sin embargo, no fue posible realizar una comparación directa con el modelo monolítico debido a los elevados tiempos de cómputo y la complejidad intrínseca del modelo original. Esto resalta la importancia de emplear técnicas de descomposición en problemas de gran escala, donde el enfoque monolítico puede resultar computacionalmente prohibitivo, especialmente en sistemas complejos como el estudiado.

6.3. Sistema Eléctrico Nacional (SEN)

En capítulos anteriores, se han presentado análisis de diversos sistemas de prueba utilizando el modelo propuesto. Este algoritmo ha demostrado ser efectivo en la resolución de problemas complejos relacionados con la operación y planificación de sistemas eléctricos de potencia. En este capítulo, se aplica el modelo a un caso de estudio real.

El SEN, resultado de la integración del Sistema Interconectado Central (SIC) y el Sistema Eléctrico del Norte Grande (SING), es el sistema eléctrico más grande del país y enfrenta desafíos únicos debido a su amplia extensión geográfica, la alta integración de energías renovables y la creciente demanda de energía. La complejidad del SEN lo convierte en un escenario ideal para probar la robustez y generalización de la metodología propuesta.

Para generar modelos precisos del sistema, es fundamental contar con información fiable y actualizada. Las principales fuentes de información serán el Informe Precio de Nudo Primer Semestre 2017 de la CNE [10], el estudio de Programación de 5 Años del Coordinador Eléctrico Nacional Primer Semestre 2017 [11] y el Coordinador Eléctrico Nacional [12]. Utilizando esta información, se establecerá un horizonte de planificación de 10 años,

desde enero de 2021 hasta diciembre de 2030, lo que permitirá analizar y optimizar el funcionamiento del SEN a mediano plazo.

6.3.1. Modelo del SEN

El modelo del SEN utilizado es el mismo que emplea el Ministerio de Energía para la optimización conjunta de las inversiones en infraestructura de generación y transmisión. Este modelo se utiliza en el proceso de planificación energética de largo plazo (PELP) para el período 2018-2022. En la Figura 6.4, se presenta un diagrama unilineal simplificado del SEN, que muestra las barras y líneas principales del sistema.

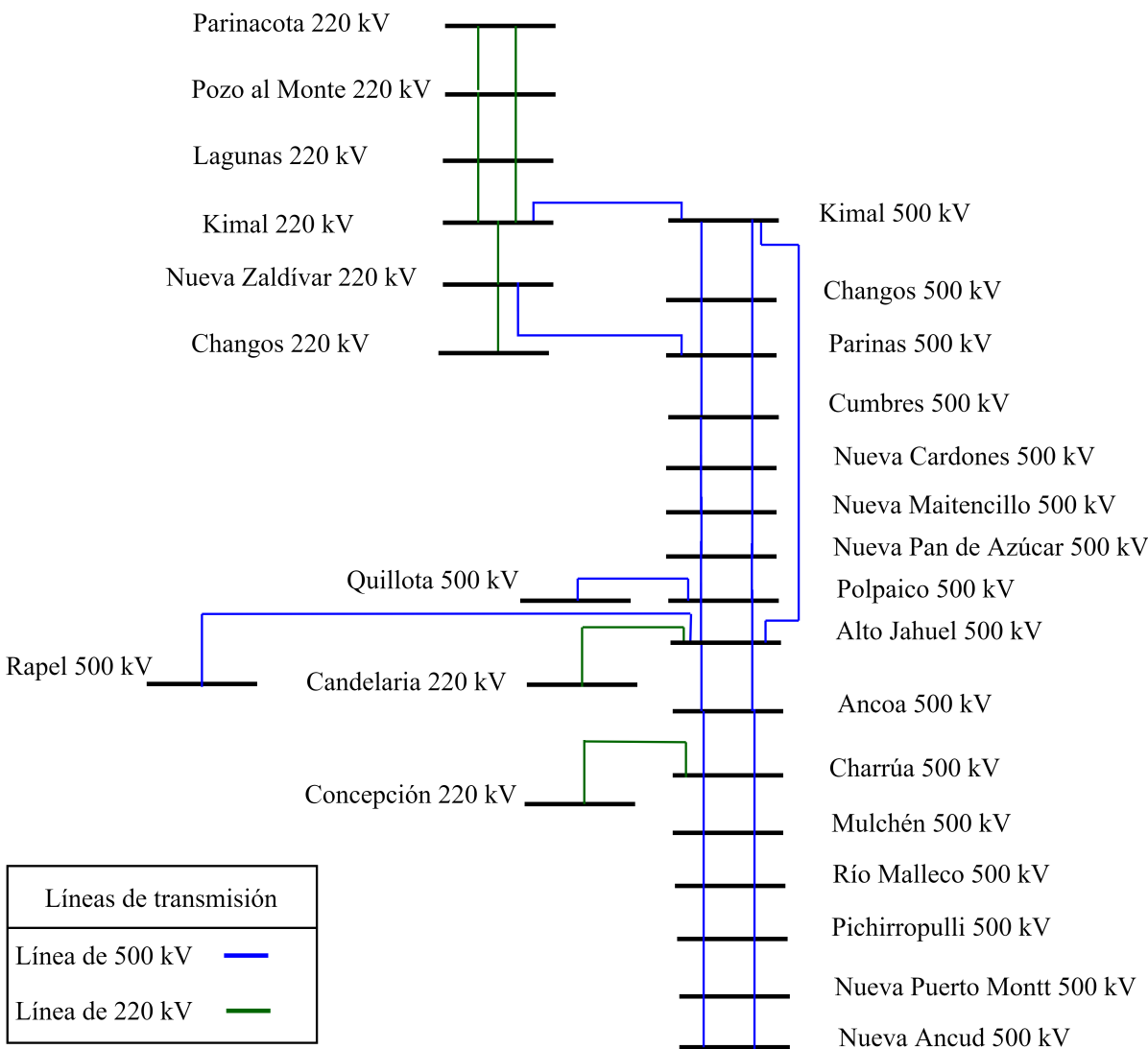


Figura 6.4: Sistema Eléctrico Nacional.

1) Red de transmisión

El sistema de transmisión, ilustrado en la Figura 6.4, se caracteriza por estar compuesto exclusivamente por líneas de 220 kV y 500 kV. Es importante destacar que se trata de un modelo simplificado, que solo abarca 26 barras.

Para identificar las líneas candidatas, se han considerado los criterios de operación del sistema de transmisión nacional, así como las recomendaciones presentadas en el informe técnico final de la CNE (2017) [13]. Además, se han considerado como candidatos aquellos proyectos que ya se encuentran en fase de construcción.

El resultado es un sistema de transmisión que consta de un total de 57 líneas. De estas, 17 son líneas candidatas que actúan como circuitos de refuerzo en corredores existentes.

2) Sistema de generación

El sistema de generación incluye 569 centrales existentes modeladas, además de 54 proyectos candidatos a construcción: 10 centrales eólicas, 35 centrales solares fotovoltaicas y 9 centrales hidráulicas de pasada. Los parámetros, así como los costos variables y perfiles de generación correspondientes, fueron obtenidos del sitio web del Coordinador Eléctrico Nacional [12].

Los valores de inversión para las centrales candidatas provienen del Estudio de determinación de costos por tecnología de generación [14]. Inodú elaboró este informe técnico bajo el encargo de la CNE.

Los perfiles de generación utilizados para las centrales eólicas y solares corresponden a los entregados por el Coordinador Eléctrico Nacional. Una muestra representativa de estos perfiles se presenta en el Anexo C.3. En particular, las Figuras C.2 y C.1 muestran los perfiles de generación para centrales eólicas y solares, respectivamente.

3) Hidrología

El CEN dispone de series históricas que abarcan un periodo de 58 años, desde 1960 hasta 2018. Los registros están organizados en tres escenarios hidrológicos: seco, medio y húmedo.

Para las pruebas en el SEN, se ha seleccionado una hidrología media representativa, correspondiente al año 2011. Es importante destacar que esta hidrología se mantendrá constante a lo largo de todo el horizonte de planificación, aplicándose a todos los años.

Esta elección se basa en la premisa de utilizar una hidrología que refleje el comportamiento promedio del sistema, lo que permite obtener resultados más precisos y consistentes en las simulaciones, además, permite evaluar el sistema en condiciones normales y no en condiciones extremas.

4) Parámetros adicionales

Para la ejecución de la metodología de descomposición, se tiene las siguientes consideraciones: una tasa de actualización del 10 % y un *gap* objetivo del 2 %. El modelo

omite las centrales de bombeo y los sistemas de almacenamiento en baterías. La formulación incorpora los planes de retiro de las centrales térmicas a carbón, conforme al cronograma establecido por el Ministerio de Energía [15]. El horizonte temporal cubre un periodo de diez años entre 2021 y 2030.

6.3.2. Resultados de las simulaciones utilizando la metodología de descomposición de Benders

La Tabla 6.6 muestra los datos más significativos relativos a la magnitud del problema, lo que revela una mayor complejidad en comparación con los modelos previamente analizados, debido a la gran cantidad de variables y restricciones involucradas.

	Problema maestro	Subproblema
Restricciones	1155727	1214840
No ceros	2131163	1985700
Variables totales	549674	526140
Variables continuas	501744	526140
Variables binarias	47930	-

Tabla 6.6: Características de los problemas formulados para el sistema SEN.

La Figura 6.5a registra la evolución de la solución durante las iteraciones. La metodología concluye su ejecución en la iteración 51 al alcanzar el *gap* objetivo en un total de 2.93 horas.

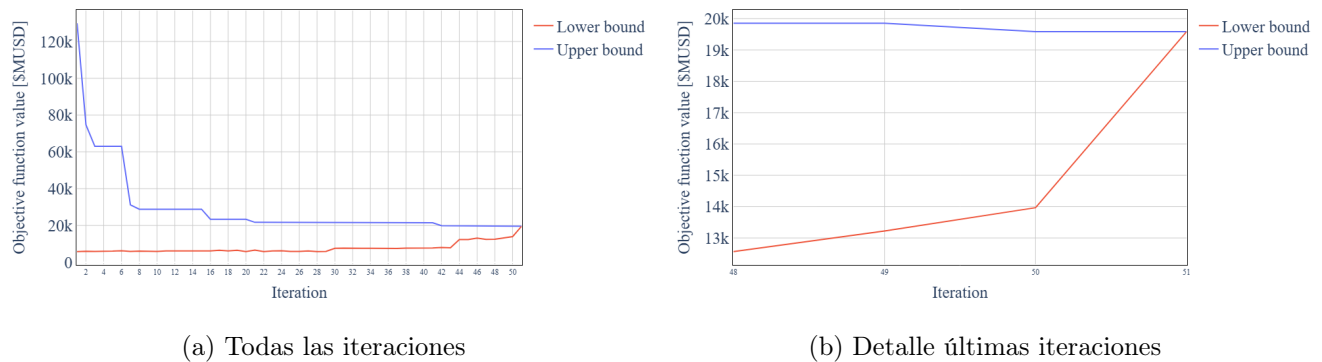


Figura 6.5: Evolución de los límites de la solución del SEN a lo largo de las iteraciones.

La Tabla 6.7 presenta los costos asociados a la optimización del SEN, desglosados en inversión en líneas de transmisión, inversión en generación y costos de operación. Destaca la considerable inversión en generación, que asciende a 6702.88 millones de dólares, representando aproximadamente el 38 % del costo total. Esto refleja un fuerte enfoque en la expansión de la capacidad de producción de energía, con el objetivo de satisfacer la creciente demanda e integrar nuevas fuentes renovables en respuesta al retiro programado de unidades térmicas a carbón. Por otro lado, los costos de operación constituyen la mayor porción, alcanzando 10404.16 millones de dólares, lo cual es esperable dado los gastos con-

tinuos asociados a la generación. A pesar de representar una fracción menor del costo total, la inversión en líneas también es considerable, con un costo de 414.3 millones de dólares, lo que equivale a un 2,36 % del costo total.

	Costo [MUSD]
Inversión en líneas	414.30
Inversión en generadores	6702.88
Costo de operación	10404.16
Total	17521.34

Tabla 6.7: Costos totales del sistema SEN

La Tabla 6.8 muestra un resumen detallado de la inversión en líneas de transmisión a lo largo del tiempo. Destaca que la mayor parte de esta inversión se concentró en los años 2025 y 2026. Durante el período de planificación, se realizaron refuerzos en un total de 14 líneas de transmisión, entre las cuales el transformador Tr3_Kimal500_Kimal220 sobresale por haber requerido inversiones en varios años como lo muestra la Tabla 6.9. La estrategia de inversión se centró inicialmente en grandes proyectos destinados a fortalecer el sistema, seguida de inversiones más pequeñas para consolidar y expandir la red.

Nombre	Año	Capacidad [MW]	Cantidad	Costo [MUSD]
L1_AltoJahuel500_Ancoa500	2025	1382.5	1	151.88
L1_Lagunas220_Kimal220	2025	316	1	27.02
L1_NuevaCharrua500_Mulchen500	2025	880	1	7.99
L1_NuevaPuertoMontt500_Ancud500	2025	102	1	8.04
L1_Parinacota220_NuevaPozoAlmonte220	2025	91	2	0.96
LC_NuevaPuertoMontt500_NuevaAncud500	2026	558	1	7.26
L1_Polpaico500_AltoJahuel500	2027	1880	1	78.03
L1_Concepcion500_NuevaCharrua500	2028	260	1	6.53
L1_Lagunas220_Kimal220	2029	316	1	18.46
LC_Parinas500_NuevaZaldivar220	2029	660	2	21.41
L1_Parinacota220_NuevaPozoAlmonte220	2030	91	1	0.30

Tabla 6.8: Inversión en líneas del sistema SEN.

Nombre	Año	Capacidad [MW]	Cantidad	Costo [MUSD]
Tr1_Kimal500_Kimal220	2022	1500	1	54.00
Tr3_LosChangos500_LosChangos220	2024	300	2	12.71
Tr3_Kimal500_Kimal220	2026	300	3	15.75
Tr3_Kimal500_Kimal220	2029	300	1	3.94

Tabla 6.9: Inversión en transformadores del sistema SEN.

La optimización del sistema ha identificado inversiones estratégicas para mejorar la

capacidad y eficiencia del sistema. En total, se han identificado 56 proyectos de inversión en diferentes barras del sistema, con un costo total de \$6702.88 millones. La Tabla 6.10 presenta un extracto del plan de inversión en generación para el sistema SEN, desglosado por barra y año entre 2022 y 2030. Los resultados revelan un incremento progresivo de la capacidad instalada, con picos significativos durante los años 2022, 2023 y 2025. Las barras Kimal500, Lagunas220, Mulchen500 y NuevaZaldivar220 concentran la mayor parte de los recursos asignados, lo que evidencia la necesidad de reforzar la generación en estas zonas críticas. El Anexo C.2 detalla la composición completa de las inversiones propuestas.

Barra	Capacidad [MW]	Año [-]	Costo inv. [MUSD]	Costo O&M [MUSD]	Costo inv. Total [MUSD]
Mulchen500	714.51	2022	882.09	168.5	1050.59
NuevaZaldivar220	140	2022	96.98	6.30	103.28
Kimal500	186	2023	117.13	5.68	122.82
Lagunas220	542.8	2023	341.83	20.57	362.4
NuevaZaldivar220	165.28	2023	104.09	6.26	110.35
NuevaZaldivar220	200	2024	114.50	6.29	120.79
Kimal500	120	2024	68.71	3.77	72.48
Mulchen500	1723.88	2025	1598.96	230.99	1829.95
Lagunas220	515	2025	268.03	13.17	281.21
Lagunas220	200	2026	94.63	4.05	98.67
NuevaZaldivar220	200	2026	94.63	4.05	98.67
NuevaZaldivar220	250	2027	107.53	3.84	111.38
Kimal500	500	2027	172.05	6.15	178.2
NuevaZaldivar220	350	2027	150.55	5.38	155.93
Kimal500	450	2028	175.97	4.93	180.9
Lagunas220	300	2028	117.31	3.29	120.60
Mulchen500	228	2029	157.34	0	157.34
Kimal500	200	2029	71.10	1.39	72.49
Lagunas220	200	2029	71.10	1.39	72.49
NuevaZaldivar220	186.77	2030	113.83	0	113.83

Tabla 6.10: Inversión en generación del sistema SEN. Detalle de nueva capacidad y costos asociados.

Capítulo 7

Resumen final y conclusiones

El algoritmo desarrollado para resolver el problema de optimización de expansión conjunta de transmisión y generación entrega resultados satisfactorios, lo que lo convierte en un candidato ideal para abordar problemas de gran escala. En particular, su eficiencia se destaca en casos donde el tamaño del problema es tan grande que los *solvers* comerciales con métodos tradicionales requerirían un tiempo excesivo para resolverlo de manera directa.

Desde el punto de vista metodológico, la aplicación del método de descomposición de Benders resultó ser eficiente para generar un subproblema completamente lineal. Esto se debe a que la estructura del problema matemático permite descomponer el problema original en componentes más manejables, lo que a su vez permite resolverlo de manera iterativa. Esta aproximación demostró ser efectiva para abordar el aumento del tamaño de los problemas matemáticos que surge cuando se incrementa la precisión del modelo del sistema, lo que sugiere que el método de descomposición de Benders es una herramienta valiosa para la resolución de problemas complejos de gran escala.

La formulación de las restricciones mediante factores lineales para los flujos de las líneas también permitió reducir significativamente la cantidad de restricciones y variables del problema, lo que facilitó su resolución.

Un aspecto fundamental en la configuración inicial del algoritmo es la selección de parámetros como el *gap* y el número de iteraciones, ya que estos influyen directamente en la estimación del tiempo de solución, los *gaps* esperados y los valores de la función objetivo. Contar con estimaciones precisas permite monitorear el desempeño del algoritmo y corregir posibles fallos durante su ejecución. Sin embargo, la calidad de estas estimaciones dependerá tanto de la experiencia del usuario con este tipo de algoritmos como del conocimiento del sistema que se busca resolver.

Además, la elección del *gap* es un factor clave. Un *gap* más reducido garantiza soluciones más precisas, pero a costa de un mayor tiempo de cálculo. En contraste, un *gap* más amplio permite obtener soluciones en menor tiempo, aunque con el riesgo de que estas sean menos realistas.

Por último, la herramienta desarrollada demuestra ser altamente útil para la toma de decisiones sobre la expansión de un sistema eléctrico. Como se ha ejemplificado en

este documento, es posible modelar sistemas de gran complejidad e incorporar nuevas restricciones sin comprometer la metodología base del método de descomposición utilizado.

7.1. Trabajos futuros

Las pruebas desarrolladas validan la viabilidad técnica de la metodología propuesta para la planificación de expansión del sistema eléctrico. No obstante, el análisis actual presenta restricciones computacionales y estructurales que justifican investigaciones complementarias. Las siguientes líneas detallan las direcciones prioritarias para optimizar el rendimiento numérico, ampliar la flexibilidad del código y extender el alcance metodológico hacia entornos más complejos.

- El método de descomposición propuesto descompone el problema en solo dos problemas, un problema maestro y un subproblema. Si se piensa mejorar los tiempos de resolución, una de las maneras es descomponer el problema original en un problema maestro y varios subproblemas, por ejemplo, un subproblema por año. De este modo se podrían resolver los subproblemas de forma paralela.
- El algoritmo fue implementado en Python usando directamente la librería de Gurobi para modelar el sistema y resolverlo. Sería interesante desarrollar este algoritmo en un modulo especializado para modelos de optimización como Pyomo. Las ventajas de esto es la facilidad con la que se puede modificar el modelo, quitar o incorporar restricciones, usar indistintamente cualquier solver sin la necesidad de modificar completamente el modelo.
- En relación con el punto anterior, los *solvers* comerciales han mejorado bastante la forma en que resuelven los problemas y la velocidad con la que entregan los resultados, por lo que sería interesante realizar un *benchmarking* entre *suite* comerciales para determinar cual de los *solver* es más adecuado para el algoritmo propuesto.
- El algoritmo desarrollado opera sobre un modelo determinístico. Una idea interesante es aplicar el algoritmo sobre un modelo estocástico y ver el desempeño del algoritmo en este tipo de problemas.

Apéndice A

Datos sistema Garver

A.1. Datos de líneas y generadores del sistema original

desde	hasta	$r[pu]$	$x[pu]$	Pmax [MW]	Costo inversión [MUSD]	Existentes	Candidatas
1	2	0.001	0.40	100	40	1	3
1	3	0.090	0.38	100	38	0	4
1	4	0.001	0.60	80	60	1	3
1	5	0.005	0.20	100	20	1	3
1	6	0.170	0.68	70	68	0	4
2	3	0.005	0.20	100	20	1	3
2	4	0.001	0.40	100	40	1	3
2	5	0.080	0.31	100	31	0	4
2	6	0.008	0.30	100	30	0	4
3	4	0.150	0.59	82	59	0	4
3	5	0.005	0.20	100	20	1	3
3	6	0.120	0.48	100	48	0	4
4	5	0.160	0.63	75	63	0	4
4	6	0.008	0.30	100	30	0	4
5	6	0.150	0.60	78	61	0	4

Tabla A.1: Líneas del sistema Garver

Barra	Estado	Unidades	Pmax [MW]	costo variable [USD/MWh]	costo inv. [USD/MW]	costo O&M [USD/MWh]
1	existente	3	30	14.08	-	-
1	existente	1	60	22.11	-	-
3	existente	2	60	25.95	-	-
3	candidata	2	120	20.41	300000	9000
6	candidata	1	120	25.95	250000	10500
6	candidata	2	240	14.08	350000	10500

Tabla A.2: Generadores del sistema Garver

A.2. Factores para obtener la demanda horaria

Hora	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Factor	0.8049	0.7538	0.7268	0.7109	0.7029	0.717	0.7707	0.836	0.8566	0.9097	0.937	0.9513
Hora	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Factor	0.9336	0.9223	0.9369	0.9395	0.936	0.934	0.8961	0.8872	0.9526	1	0.9413	0.8539

Tabla A.3: Factores para generar el perfil de demanda horaria.

A.3. Datos de generadores ERV

Barra	Estado	Unidades	Tipo	Pmax [MW]	Costo variable [USD/MWh]	Costo inv. [USD/MW]	Perfil
1	1	1	Solar FV	60	0	0	FV 2
1	1	1	Solar FV	65	0	0	FV 1
3	0	1	Eólica	120	0	300	Eol 2
6	0	1	Eólica	120	0	250	Eol 1

Tabla A.4: Generadores renovables adicionales para el sistema Garver.

A.4. Perfiles de generación

Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Eol 1	0.6424	0.6212	0.6485	0.6182	0.4970	0.7515	0.7424	0.6545	0.3879	0.3364	0.3152	0.3212
FV 1	0	0	0	0	0	0	0.2549	0.5439	0.6231	0.6313	0.6166	0.6102
FV 2	0	0	0	0	0	0	0.1363	0.5723	0.6967	0.7192	0.7097	0.7014
Eol 2	0.4761	0.6539	0.6609	0.6047	0.5866	0.4570	0.4329	0.4329	0.4480	0.4249	0.4219	0.3757

Tabla A.5: Perfiles de generación para generadores renovables (Horas 1-12).

Nombre	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Eol 1	0.5000	0.6879	0.7061	0.6667	0.5364	0.5212	0.4182	0.4152	0.2788	0.5364	0.4576	0.3000
FV 1	0.6148	0.6267	0.6267	0.5632	0.3718	0	0	0	0	0	0	0
FV 2	0.7062	0.7192	0.7145	0.6315	0.3922	0	0	0	0	0	0	0
Eol 2	0.2983	0.1969	0.1456	0.4199	0.4771	0.3626	0.2210	0.0794	0.0010	0	0	0.1316

Tabla A.6: Perfiles de generación para generadores renovables (Horas 13-24).

Apéndice B

Datos sistema *IEEE-39 bus test system*

B.1. Datos de líneas y generadores

bus	$C_{g,y}$ [USD/MWh]	$\bar{P}_g$ [MW]	P_g [MW]	RU/RD [MW/h]	C_p^{inv} [USD/kW]	C_g^{mix} [USD/kW/y]	UT_g/DT_g [h]	existing	candidates
30	16.19	455	150	225	1257.60	25.16	8	1	1
31	17.26	455	150	225	1257.60	25.13	8	1	1
32	16.6	130	20	50	1257.60	25.14	5	1	1
33	16.5	130	20	50	1257.60	25.14	5	1	1
34	19.7	162	25	60	1257.60	25.16	6	1	1
35	22.26	80	20	60	1257.60	25.14	3	1	1
36	27.74	85	25	60	1257.60	25.13	4	1	1
37	25.92	55	10	55	1257.60	25.15	1	1	1
38	27.27	55	10	55	1257.60	25.15	1	1	1
39	27.79	55	10	55	1257.60	25.15	1	1	1
3	27.79	60	10	60	1257.58	25.16	2	0	3
4	22.26	80	10	60	1257.60	25.13	3	0	3
6	16.5	55	10	55	1257.60	25.15	1	0	3
7	16.5	55	10	55	1257.60	25.15	1	0	3
26	19.7	150	10	100	1257.59	25.14	4	0	3
17	25.92	455	200	300	1257.60	25.13	6	0	3

Tabla B.1: Datos de generadores del sistema *IEEE-39 bus*.

from	to	r [pu]	x [pu]	$\bar{F}_l$ [MW]	C_p^{inv} [USD/kW]	existing	candidates
1	2	0.0035	0.0411	120	90.00	1	3
1	39	0.0010	0.0250	200	206.46	1	0
2	3	0.0013	0.0151	100	32.33	1	3
2	25	0.0070	0.0086	100	80.00	1	0
2	30	0	0.0181	500	10.00	1	3
3	4	0.0013	0.0213	100	88.48	1	0
3	18	0.0011	0.0133	100	30.34	1	0
4	5	0.0008	0.0128	120	35.72	1	0
4	14	0.0008	0.0129	100	29.88	1	0
5	6	0.0002	0.0026	120	70.00	1	0
5	8	0.0008	0.0112	180	50.12	1	0
6	7	0.0006	0.0092	120	30.28	1	0
6	11	0.0007	0.0082	96	22.87	1	0
6	31	0	0.0250	500	16.00	1	0
7	8	0.0004	0.0046	180	32.12	1	0
8	9	0.0023	0.0363	180	90.23	1	0
9	39	0.0010	0.0250	180	74.88	1	0
10	11	0.0004	0.0043	120	20.70	1	0
10	13	0.0004	0.0043	120	20.70	1	3
10	32	0	0.0200	500	10.00	1	0
12	11	0.0016	0.0435	500	6.00	1	0
12	13	0.0016	0.0435	500	6.00	1	0
13	14	0.0009	0.0101	120	31.73	1	0
14	15	0.0018	0.0217	120	88.48	1	0
15	16	0.0009	0.0094	120	30.61	1	0
16	17	0.0007	0.0089	120	106.18	1	0
16	19	0.0016	0.0195	120	50.00	1	3
16	21	0.0008	0.0135	120	36.69	1	0
16	24	0.0003	0.0059	120	24.25	1	0
17	18	0.0007	0.0082	120	28.59	1	0
17	27	0.0013	0.0173	120	41.53	1	0
19	20	0.0007	0.0138	500	10.00	1	0
19	33	0.0007	0.0142	500	10.00	1	1
20	34	0.0009	0.0180	500	10.00	1	0
21	22	0.0008	0.0140	180	56.04	1	0
22	23	0.0006	0.0096	120	30.94	1	0
22	35	0	0.0143	500	10.00	1	0
23	24	0.0022	0.0350	120	59.07	1	0
23	36	0.0005	0.0272	500	10.00	1	0
25	26	0.0032	0.0323	120	56.74	1	0
25	37	0.0006	0.0232	500	10.00	1	1
26	27	0.0014	0.0147	120	38.28	1	0
26	28	0.0043	0.0474	120	68.74	1	0
26	29	0.0057	0.0625	120	78.93	1	0
28	29	0.0014	0.0151	120	38.80	1	0
29	38	0.0008	0.0156	500	14.00	1	1
16	26	0.0001	0.0039	100	60.70	0	4
17	28	0.0002	0.0100	80	88.75	0	4
2	18	0	0.0181	60	100.00	0	4
20	14	0	0.0181	60	134.50	0	4
39	3	0	0.0181	60	119.33	0	4
10	7	0.0007	0.0142	80	68.00	0	4

Tabla B.2: Datos de líneas del sistema *IEEE-39 bus*.

Apéndice C

Datos del Sistema Eléctrico Nacional

C.1. Líneas del sistema SEN

bus from	bus to	N° circuits	type	r [pu]	x [pu]	op. limit [MW]	length [km]	inv. cost [USD/kW]	voltage [V]
AltoJahuel500	Ancos500	2	Line AC	0.0006	0.0032	2765	252.5	160.85	500
Ancos500	NuevaCharrua500	1	Line AC	0.0006	0.0040	3000	233.3	148.62	500
Candelaria500	AltoJahuel500	1	Line AC	0.0000	0.2000	680	48.0	11.89	500
Concepcion500	NuevaCharrua500	1	Line AC	0.0000	0.2000	260	75.1	48.95	500
Cumbre500	NuevaCardones500	1	Line AC	0.0008	0.0044	1500	174.0	68.39	500
Kimal220	NuevaZaldivar220	1	Line AC	0.0175	0.0930	815	233.7	161.60	220
Kimal500	LosChangos500	1	Line AC	0.0007	0.0072	1590	154.9	46.67	500
Lagunas220	Kimal220	1	Line AC	0.0054	0.0289	316	181.4	125.20	220
LosChangos220	NuevaZaldivar220	1	Line AC	0.0099	0.0940	525	208.3	144.00	220
LosChangos500	Parinas500	1	Line AC	0.0011	0.0062	1500	246.0	74.07	500
RioMalleco500	Mulchen500	1	Line AC	0.0000	0.2000	630	44.2	0	500
NuevaCardones500	NuevaMaitencillo500	1	Line AC	0.0006	0.0072	2360	136.0	53.44	500
Mulchen500	NuevaCharrua500	1	Line AC	0.0000	0.2000	880	69.6	13.29	500
NuevaMaitencillo500	NuevaPandeAzucar500	1	Line AC	0.0009	0.0050	2500	212.0	83.30	500
NuevaPandeAzucar500	Polpaico500	1	Line AC	0.0018	0.0100	2280	408.0	160.33	500
NuevaPozoAlmonte220	Lagunas220	1	Line AC	0.0000	0.2000	366	72.7	25.13	220
NuevaPuertoMontt500	NuevaAncud500	1	Line AC	0.0005	0.0040	102	95.1	115.41	500
NuevaPozoAlmonte220	Parinacota220	1	Line AC	0.0000	0.2000	91	215.9	0	220
Parinas500	Cumbre500	1	Line AC	0.0007	0.0010	1500	170.0	66.81	500
Pichirropulli500	NuevaPuertoMontt500	1	Line AC	0.0007	0.0040	145	175.0	1055.42	500
Polpaico500	AltoJahuel500	1	Line AC	0.0004	0.0040	1880	115.4	73.53	500
Quillota500	Polpaico500	1	Line AC	0.0000	0.2000	1803	50.4	11.58	500
Rapel500	AltoJahuel500	1	Line AC	0.0000	0.2000	394	88.6	49.77	500
RioMalleco500	Pichirropulli500	1	Line AC	0.0012	0.0020	483	300.9	0	500
Kimal500	AltoJahuel500	1	Line DC	0.0030	0.0556	2000	1500	0	500
Lagunas220	Kimal220	1	Line AC	0.0000	0.2000	473	181.4	0	220
Mulchen500	RioMalleco500	1	Line AC	0.0003	0.0034	660	44.2	0	500
NuevaCharrua500	Mulchen500	1	Line AC	0.0000	0.2000	660	69.6	0	500
NuevaPozoAlmonte220	Lagunas220	1	Line AC	0.0000	0.2000	296	50.4	0	220
NuevaPozoAlmonte220	Parinacota220	1	Line AC	0.0000	0.2000	135	215.9	0	220
NuevaPuertoMontt500	NuevaAncud500	1	Line AC	0.0000	0.2000	558	95.1	0	500
Parinas500	NuevaZaldivar220	1	Line AC	0.0000	0.2000	660	133.4	2000	500
Pichirropulli500	NuevaPuertoMontt500	1	Line AC	0.0000	0.2000	660	175.0	0	500
RioMalleco500	Pichirropulli500	1	Line AC	0.0000	0.2000	177	300.9	0	500
Kimal500	Kimal220	1	Transformer	0.0002	0.0096	1500	0	0	220
LosChangos500	LosChangos220	1	Transformer	0.0001	0.0064	1500	0	0	220
Kimal500	Kimal220	1	Transformer	0.0002	0.0096	5000	0	28.19	220
LosChangos500	LosChangos220	1	Transformer	0.0001	0.0064	5000	0	28.19	220
Kimal500	Kimal220	1	Transformer	0.0000	0.2000	300	0	28.19	500
LosChangos500	LosChangos220	1	Transformer	0.0000	0.2000	300	0	28.19	500
Kimal500	Kimal220	1	Transformer	0.0000	0.2000	600	0	28.19	500
LosChangos500	LosChangos220	1	Transformer	0.0000	0.2000	600	0	28.19	500

Tabla C.1: Datos de línea modeladas en el sistema SEN.

C.2. Inversión generadores

Barra	Capacidad	año	Costo inv.	Costo O&M	Costo inv. Total
NuevaPozoAlmonte220	50	2022	27.41	2.96	30.37
Mulchen500	144.33	2022	178.18	34.04	212.22
Mulchen500	59.55	2022	73.51	14.04	87.56
Mulchen500	64.09	2022	79.12	15.11	94.24
Mulchen500	57.51	2022	70.99	13.56	84.55
Mulchen500	94.68	2022	116.89	22.33	139.21
Mulchen500	294.35	2022	363.40	69.42	432.81
NuevaZaldivar220	140	2022	96.98	6.30	103.28
LosChangos220	93.03	2022	64.45	0	64.45
Kimal500	50	2022	34.64	2.25	36.87
Parinacota220	50	2022	34.64	2.25	36.87
Lagunas220	54.14	2022	37.50	2.44	39.94
Rapel500	50	2022	65.86	0	65.86
NuevaPandeAzucar500	26.35	2022	18.25	0	18.25
Quillota500	8.8	2022	7.69	0	7.69
Kimal500	36	2023	22.67	0	22.67
Kimal500	150	2023	94.46	5.68	100.15
Lagunas220	200	2023	125.95	7.58	133.53
Lagunas220	142.80	2023	89.93	5.412	95.34
Lagunas220	200	2023	125.95	7.58	133.53
NuevaZaldivar220	165.28	2023	104.09	6.26	110.35
NuevaPandeAzucar500	12.38	2024	7.09	0	7.09
NuevaZaldivar220	200	2024	114.50	6.29	120.79
Kimal500	50	2024	28.63	1.57	30.20
Kimal500	70	2024	40.08	2.20	42.28
Parinacota220	300	2024	171.75	9.43	181.18
Polpaico500	80	2024	45.80	2.52	48.32
Polpaico500	100	2024	57.25	3.14	60.39
Mulchen500	1723.88	2025	1598.96	230.99	1829.95
NuevaPandeAzucar500	57.99	2025	53.79	7.77	61.56
Lagunas220	265	2025	137.92	6.78	144.70
Parinacota220	200	2025	104.09	5.11	109.20
Lagunas220	250	2025	130.11	6.39	136.51
Lagunas220	200	2026	94.63	4.05	98.67
NuevaZaldivar220	200	2026	94.63	4.05	98.67
Mulchen500	36	2026	32.73	0	32.73
Mulchen500	46.69	2026	41.44	0	41.44
NuevaZaldivar220	250	2027	107.53	3.84	111.38
Kimal500	300	2027	129.04	4.61	133.65
Kimal500	100	2027	43.01	1.54	44.55
NuevaZaldivar220	350	2027	150.55	5.38	155.93
Ancoa500	150	2028	0	1.65	1.65
Kimal500	250	2028	97.76	2.74	100.50
Lagunas220	300	2028	117.31	3.29	120.60
Kimal500	200	2028	78.21	2.19	80.40
LosChangos500	170	2028	129.81	0	129.81
Mulchen500	84	2029	57.38	0	57.38
Ancoa500	110	2029	31.89	0.77	32.65
Ancoa500	250	2029	75.43	1.74	77.17
Kimal500	200	2029	71.10	1.39	72.49
Polpaico500	50	2029	17.77	0.35	18.12
Lagunas220	200	2029	71.10	1.39	72.49
NuevaCharrua500	137	2029	92.70	0	92.70
NuevaCharrua500	139.37	2029	94.20	0	94.20
Mulchen500	144	2029	99.96	0	99.96
NuevaZaldivar220	186.77	2030	113.83	0	113.83

Tabla C.2: Inversión en generadores del sistema SEN. Nueva capacidad de generación por barra.

C.3. Perfil de generación energías renovables

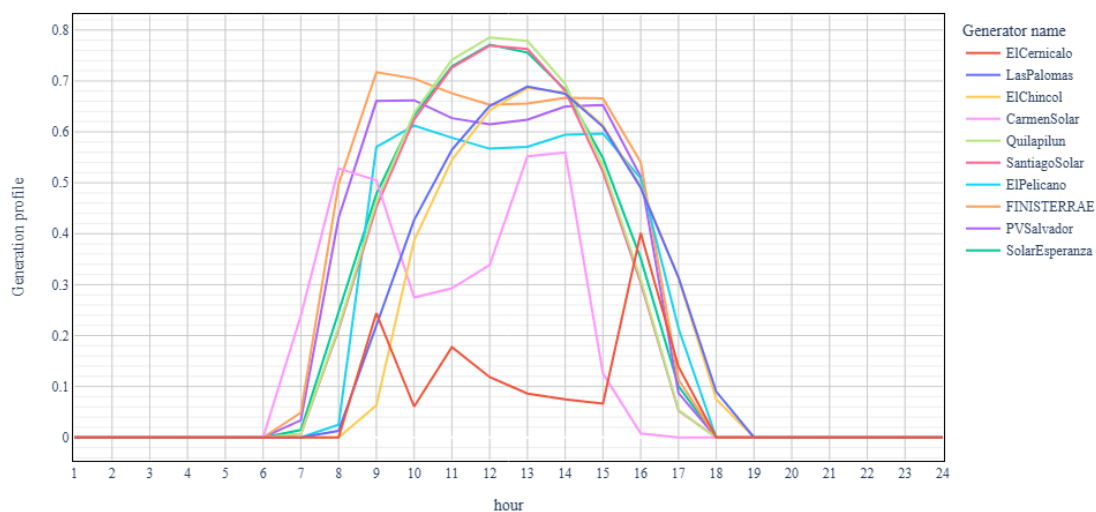


Figura C.1: Perfil de generación solar.

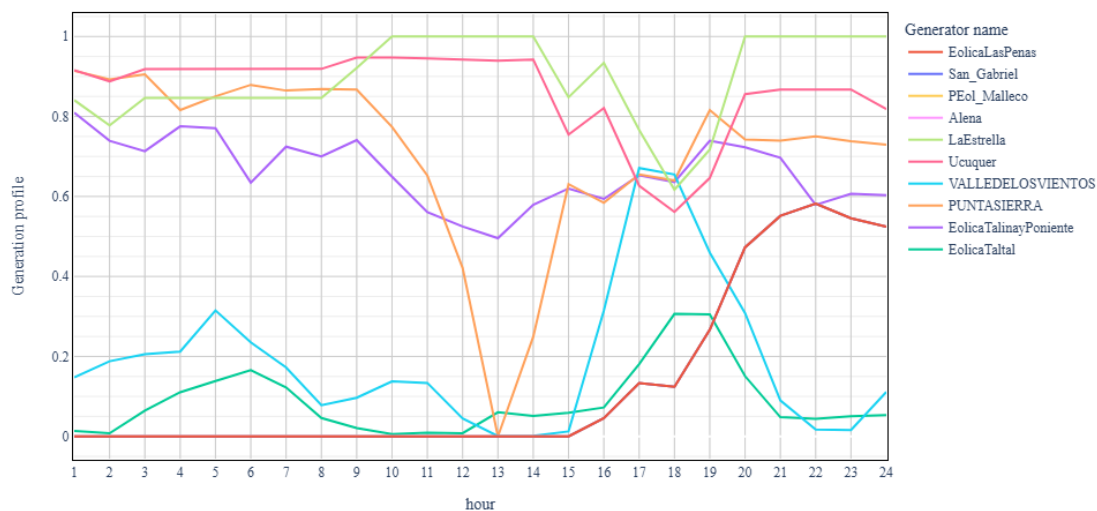


Figura C.2: Perfil de generación eólica.

Bibliografía

- [1] Comisión Nacional de Energía. «Energía Abierta: Capacidad Instalada de Generación.» Plataforma de datos abiertos del sector energético, Ministerio de Energía, Gobierno de Chile, visitado 2 de ene. de 2024. dirección: <https://energiaabierta.cl>.
- [2] Ministerio de Energía, *Ley N° 20.936: Establece un nuevo sistema de transmisión eléctrica y crea un organismo coordinador independiente del sistema eléctrico nacional*, Diario Oficial de la República de Chile, Publicada el 20 de julio de 2016, jul. de 2016. dirección: <https://www.bcn.cl/leychile/navegar?idNorma=1092695>.
- [3] Energy to Business SpA, «Elaboración e implementación de herramientas prospectivas de Largo Plazo,» Ministerio de Energía, Gobierno de Chile, Santiago, Chile, Informe Final de Consultoría, 2016. dirección: <http://biblioteca.digital.gob.cl/handle/123456789/583>.
- [4] Comisión Nacional de Energía, «Informe Técnico Definitivo: Propuesta de Expansión del Sistema de Transmisión,» Ministerio de Energía, Gobierno de Chile, Santiago, Chile, Informe Técnico Definitivo, ene. de 2022. dirección: <https://cne.cl>.
- [5] M. Carrion y J. Arroyo, «A computationally efficient mixed-integer linear formulation for the thermal unit commitment problem,» *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 21, n.º 3, págs. 1371-1378, 2006. DOI: [10.1109/TPWRS.2006.876672](https://doi.org/10.1109/TPWRS.2006.876672).
- [6] J. F. Benders, «Partitioning Procedures for Solving Mixed-Variables Programming Problems,» *Numer. Math.*, vol. 4, n.º 1, págs. 238-252, dic. de 1962, ISSN: 0029-599X. DOI: [10.1007/BF01386316](https://doi.org/10.1007/BF01386316). dirección: <https://doi.org/10.1007/BF01386316>.
- [7] J. F. Arriaza, «Planificación de la expansión de generación y transmisión bajo incertidumbre utilizando técnicas de descompisción,» Memoria de titulación, Universidad Técnica Federico Santa María, 2018.
- [8] L. L. Garver, «Transmission Network Estimation Using Linear Programming,» *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-89, n.º 7, págs. 1688-1697, 1970. DOI: [10.1109/TPAS.1970.292825](https://doi.org/10.1109/TPAS.1970.292825).
- [9] R. D. Zimmerman y C. E. Murillo-Sánchez, *MATPOWER (Version 7.1)*, oct. de 2020. DOI: [10.5281/zenodo.4070068](https://doi.org/10.5281/zenodo.4070068), visitado 2 de ene. de 2024. dirección: <https://matpower.org>.
- [10] Comisión Nacional de Energía, «Informe Técnico Definitivo para la Fijación de Precios de Nudo de Corto Plazo,» Ministerio de Energía, Gobierno de Chile, Informe Técnico Definitivo, ene. de 2023. visitado 2 de ene. de 2024. dirección: <https://www.cne.cl/tarificacion/electrica/precio-nudo-corto-plazo/>.

- [11] Coordinador Eléctrico Nacional. «Estudio de Programación de la Operación de Largo Plazo: Programación de 5 Años,» Coordinador Eléctrico Nacional, visitado 2 de ene. de 2024. dirección: <https://www.coordinador.cl/operacion/documentos/estudios-de-la-programacion-de-la-operacion/programacion-5-anos/>.
- [12] Coordinador Eléctrico Nacional. «Sitio web oficial del Coordinador Eléctrico Nacional de Chile,» visitado 2 de ene. de 2024. dirección: <https://www.coordinador.cl/>.
- [13] Comisión Nacional de Energía, «Informe Técnico Final: Plan de Expansión Anual de la Transmisión, Año 2017,» Ministerio de Energía, Gobierno de Chile, inf. téc., feb. de 2018. dirección: <https://cne.cl>.
- [14] Inodú, «Estudio de determinación de costos por tecnología de generación,» Comisión Nacional de Energía, Santiago, Chile, Informe Final, dic. de 2019. dirección: <https://cne.cl>.
- [15] Ministerio de Energía, «Plan de retiro y/o reconversión de unidades a carbón. Documento final recopilatorio,» Gobierno de Chile, Santiago de Chile, inf. téc., 2020, Editado por Deutsche Gesellschaft für Internationale Zusammenarbeit (GIZ) GmbH. 32 pp. dirección: <https://energia.gob.cl>.