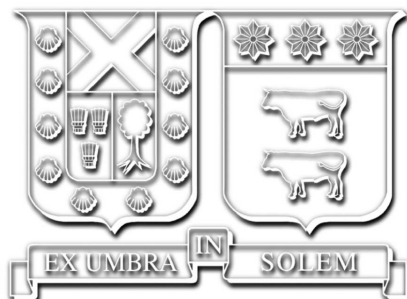


Universidad Técnica Federico Santa María

Departamento de Ingeniería Eléctrica

Valparaíso - Chile



“PLATAFORMA COMPUTACIONAL PARA EL DISEÑO ÓPTIMO DE MALLAS DE PUESTA A TIERRA EN SUELOS DE DOS CAPAS MEDIANTE BLACK-BOX OPTIMIZATION (BBO)”.

LEVI DANIEL ANTONIO PONCE GÓMEZ

MEMORIA DE TITULACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL ELECTRICISTA

Profesores Guías

Dr. Johny Hernán Montaña Chaparro
Dr. Alejandro Alberto Angulo Cárdenas

20 de septiembre de 2026



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): ☒ Memoria o trabajo de título ☐ Tesis de Postgrado

Título del trabajo: Plataforma computacional para el diseño óptimo de mallas de puesta a tierra en suelos de dos capas mediante Black-Box Optimization (BBO)

Nombre del candidato(a): Levi Daniel Antonio Ponce Gómez

Carrera / Grado: Ingeniería Civil Eléctrica.

Campus: Casa Central. **Departamento:** Ingeniería Eléctrica.

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Johny Hernan Montaña Chaparro, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

☒ El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

☐ El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por (**marcar una opción**):

☐ 6 meses ☐ 12 meses ☐ 2 años ☐ 3 años ☐ 5 años ☐ 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 19/10/2026

Firma:

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 19/10/2026

Firma:

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.

A mi madre y a mi padre.

Lo dije en broma, lo de que escribiría veinte páginas de agradecimientos, pero escribiendo esta hoja se me vienen a la mente tantas personas y tantos momentos que posiblemente sí podría escribir un libro entero.

Parto por agradecer a mis padres, Eduardo y Rosa. Sin duda esta es una carrera universitaria en la que no puedes continuar si no tienes el apoyo de alguien, y posiblemente eso se refleje también en la vida, ya que estamos donde estamos porque alguien, en algún momento de nuestra existencia, nos dio una oportunidad y creyó en nosotros. Estoy infinitamente agradecido de ellos y prometo nunca olvidar su bondad. Agradecer también a mi hermana y a mi hermano, que desde niño fueron mi única familia. Quiero agradecer también a Scarlett y a su familia, que estos últimos dos años me han apoyado y han sido una bendición. A mis amigos, con quienes durante mucho tiempo hemos vivido esta experiencia y nos hemos apoyado aunque sea compartiendo el sufrimiento del otro; recuerdo innumerables noches por Discord viviendo momentos que nos hicieron crecer como personas, en las que de un modo u otro lográbamos ver la luz al final del túnel. Y por supuesto, del mismo modo, a mis compañeros de carrera.

Quiero agradecer particularmente a mis profesores guías, Johny Montaña y Alejandro Angulo, que han sido parte muy importante de mi formación. Gracias por enseñarme a lo largo de estos años cosas que para mí han sido increíbles. Para nosotros como alumnos es una suerte aprender de la mano de profesionales del más alto nivel, y muchas veces olvidamos de quiénes estamos rodeados en esta universidad. Muchas gracias también por permitirme trabajar con ustedes en esta memoria.

Agradecer también a todos mis profesores, que me fueron mostrando el camino, desde mi primera profesora de física en la enseñanza media, Susana, que despertó en mí el interés por aprender, hasta mis profesores de la especialidad de Electricidad, Mario Rojo y Franklin Leiva, que fueron los primeros en enseñarme lo que era un transistor.

Gracias también a todos mis referentes, a las personas que han construido los avances tecnológicos que resultan positivos para nuestras vidas y a todas las que hacen posible el mundo y la realidad actual. Espero de igual manera algún día poder contribuir de forma constructiva a nuestra sociedad.

Para mí, todas las personas mencionadas en esta página son gente muy especial, y agradezco a Dios haberlos conocido.

«Desde aquel día pensaba que seguiría vagando por una noche que nunca acababa, pero me olvidaba de que estamos en un mundo en el que siempre amanece. Solo pensando en eso, creo que es mucho mejor que aquel entonces.»

— Kentaro Miura

En esta memoria se desarrolla una plataforma computacional para el diseño óptimo de mallas de puesta a tierra en suelos de dos capas, utilizando técnicas de optimización de tipo caja negra. El motor de cálculo se construye a partir del método de las imágenes y de la segmentación e integración de los conductores, y se valida contra fórmulas analíticas, un caso real publicado y un modelo de elementos finitos. Sobre ese motor, un optimizador decide las divisiones de la malla, las varillas de perímetro y la profundidad de enterramiento, minimizando el costo total de la instalación bajo los límites de seguridad de la norma IEEE Std 80-2013. La plataforma integra una interfaz gráfica que permite configurar el terreno y las condiciones de falla, y visualizar la geometría resultante junto con sus tensiones de paso y de contacto. Los resultados muestran que reemplazar el suelo estratificado por un equivalente homogéneo no es conservador en ninguna dirección fija, que las varillas rinden en el perímetro y no en el interior de la malla, y que liberar la profundidad de enterramiento permite reducir el costo total de forma apreciable.

Índice general

1	Introducción	1
1.1	Introducción	1
1.2	Objetivos	2
1.2.1	Objetivo general	2
1.2.2	Objetivos específicos	2
2	Marco teórico	3
2.1	Puestas a tierra	3
2.2	Normas IEEE 80 y 81	5
2.2.1	Definiciones útiles según la norma	5
2.2.2	Límites tolerables de tensión de paso y de contacto según IEEE Std 80-2013	6
2.3	Cálculo del potencial eléctrico en la superficie	8
2.3.1	Punto fuente de corriente	8
2.3.2	Método de las imágenes en medios estratificados	9
2.3.3	Transformación de coordenadas y método por segmentación e integración	16
2.4	Aplicación de la transformación de coordenadas e integración	21
2.5	Python y optimización	23
2.5.1	Librería NetworkX para la representación y análisis de grafos	23
2.5.2	Optimización en caja negra: Particle Swarm Optimization y Tree-structured Parzen Estimator	24
3	Implementación del modelo computacional	26
3.1	Objetivo y alcance del capítulo	26
3.2	Representación geométrica del sistema mediante grafos	26
3.3	Entradas y salidas del algoritmo	27
3.4	Construcción de la matriz de influencia	28
3.4.1	Orientación local de cada segmento	28
3.4.2	Casos de interacción según la capa del suelo	28
3.5	Cálculo de las tensiones de paso y de contacto en la superficie	29
3.6	Vectorización y costo computacional	30
3.7	Estructura general del algoritmo	31
3.8	Supuestos y limitaciones del modelo implementado	31
4	Validación del modelo	32
4.1	Objetivo y estrategia de validación	32
4.2	Validación con referencias analíticas en suelo homogéneo	32
4.3	Validación en suelo de dos capas	33
4.4	Validación contra elementos finitos	34
4.4.1	Caso de estudio y protocolo de medición	34

4.4.2	Construcción del modelo en COMSOL	35
4.4.3	Experimento 1: barrido de resistividades	36
4.4.4	Experimento 2: la varilla atraviesa la interfaz	36
4.4.5	Experimento 3: profundidad de enterramiento	38
4.4.6	Alcance del evaluador de tensión de paso	39
4.5	Síntesis, alcances y limitaciones de la validación	39
5	Plataforma de optimización	41
5.1	Formulación del problema de optimización	41
5.1.1	Variables de decisión	41
5.1.2	Cotas físicas y espacio de búsqueda	41
5.2	Restricciones de seguridad y función objetivo penalizada	42
5.3	Función objetivo: modelo de costo en UF	42
5.4	Generación de geometrías candidatas	43
5.4.1	Malla horizontal	43
5.4.2	Varillas de perímetro	43
5.5	Etapa exploratoria: varillas interiores	45
5.6	Algoritmos de optimización	45
5.6.1	Particle Swarm Optimization	45
5.6.2	Optimización bayesiana con Optuna	45
5.6.3	Comparación y elección del algoritmo	45
5.7	Interfaz gráfica de la plataforma	46
6	Resultados y análisis	47
6.1	Casos de estudio	47
6.2	Optimización de la malla horizontal	47
6.2.1	Verificación gráfica del óptimo	49
6.3	Suelo homogéneo equivalente vs dos capas	52
6.4	Incorporación de varillas de contorno	54
6.5	Varillas interiores	55
6.6	Profundidad de enterramiento	57
7	Conclusiones y trabajo futuro	59
7.1	Conclusiones	59
7.2	Trabajo futuro	60
8	Anexos	63
8.1	Modelo de costo en UF: tarifario completo	63
8.2	Origen de las configuraciones de suelo	63
8.3	Tablas completas de resultados	66
8.3.1	Optimización horizontal: resultados por tamaño y solver	66
8.3.2	Tiempos de cálculo: PSO vs Optuna	67
8.3.3	Varillas de contorno: márgenes de seguridad y tiempos	68
8.3.4	Barrido de varillas: primera malla que cumple el límite de contacto	68
8.3.5	Profundidad de enterramiento: ahorro respecto del diseño de referencia	69
8.3.6	Comparación completa contra elementos finitos	70
8.4	Figuras complementarias	71
8.4.1	Curvas de tensión de paso y de contacto vs largo de cable (etapa horizontal)	71
8.4.2	Geometrías óptimas de la etapa de varillas de contorno	74

8.4.3	Curvas de tensión de contacto con varillas	83
8.4.4	Geometrías óptimas de la etapa de profundidad	88
8.5	Detalles numéricos de la implementación	104
8.5.1	Costo del modelo de dos capas frente al homogéneo	104
8.5.2	Verificación de la vectorización	104
8.5.3	Estimación de memoria y cota de aristas del optimizador	105
8.6	Manual de uso de la interfaz gráfica	106
8.6.1	Entradas	107
8.6.2	Salidas	107
8.6.3	Ejemplo: evaluación de una malla instalada	108

Índice de figuras

2.1	Diagrama tensión de contacto. Elaboración propia.	3
2.2	Diagrama tensión de paso. Elaboración propia.	4
2.3	Potenciales en torno a una barra de tierra fuente: [1]	5
2.4	Punto fuente de corriente [2]	8
2.5	Método de imágenes en un suelo homogéneo [2]	10
2.6	Potencial en un punto M en la capa superior debido a un punto fuente en la capa superior. [2]	12
2.7	Potencial en un punto M en la capa inferior debido a un punto fuente de corriente en la capa inferior.[2]	13
2.8	Potencial en un punto M en la capa inferior debido a un punto fuente de corriente en la capa superior.[2]	14
2.9	Potencial en un punto M en la capa superior debido a un punto fuente de corriente en la capa inferior.[2]	15
2.10	Línea fuente de corriente [2]	16
2.11	Segmento y punto M en coordenadas (x, y, z) [2]	18
3.1	Representación de malla de puesta a tierra como grafo. Elaboración propia.	27
3.2	Grilla de superficie para el cálculo de tensiones de paso y contacto. Elaboración propia.	30
4.1	Potencial eléctrico en el modelo axisimétrico de COMSOL con la interfaz en $h = 2,5$ m: la varilla queda completamente en la capa superior. Elaboración propia.	35
4.2	Potencial eléctrico con la interfaz en $h = 1,7$ m: la varilla atraviesa la interfaz. Elaboración propia.	35
4.3	Geometría del Experimento 2: la interfaz sube desde 2,5 hasta 1,0 m y la varilla pasa de estar contenida en la capa superior a atravesarla. Elaboración propia.	37
4.4	Geometría del Experimento 3: la varilla desciende de $d = 0$ a $d = 2,1$ m y atraviesa la interfaz desde $d = 0,7$ m. Elaboración propia.	38
5.1	Colocación de varillas de perímetro por conteo directo en un terreno de 20×20 m, para cuatro combinaciones de densidades. Elaboración propia.	44

5.2	Vista principal de la plataforma: módulo de optimización completa, con el formulario de parámetros a la izquierda y el panel de la corrida a la derecha. Elaboración propia.	46
6.1	Tensión de contacto según el cable usado en la malla, terreno de 20×20 m, Config 1 de dos capas: la curva de mejor contacto alcanzable no llega al límite IEEE 80. Elaboración propia.	48
6.2	El mismo suelo en un terreno de 30×30 m: la curva sí cruza el límite y aparecen diseños factibles. Elaboración propia.	48
6.3	Verificación gráfica del óptimo para 30×30 m, Config 2 homogéneo. Elaboración propia.	49
6.4	Superficie de tensión de contacto para 30×30 m, Config 2 homogéneo. Elaboración propia.	50
6.5	Superficie de R_g para 30×30 m, Config 2 homogéneo. Elaboración propia.	51
6.6	Óptimo con suelo homogéneo equivalente para 30×30 m, Config 1. Elaboración propia.	53
6.7	Óptimo con suelo de dos capas para 30×30 m, Config 1. Elaboración propia.	53
6.8	Malla óptima en 20×20 m para la Config 3 de dos capas: el contorno lleva 24 varillas, el máximo que permite la separación mínima de 3 m. Elaboración propia.	55
6.9	Efecto de la ubicación de las varillas sobre la tensión de contacto (20×20 m, Config 1 de dos capas). Elaboración propia.	56
6.10	Óptimo profundidad libre 20×20 m, Config 2 de dos capas. Elaboración propia.	58
6.11	Óptimo profundidad libre 70×70 m, Config 2 de dos capas. Elaboración propia.	58
8.1	Resistividad aparente frente a la separación entre electrodos para los dos suelos de referencia: (a) $\rho_1 = 300$, $\rho_2 = 100 \Omega \cdot m$; (b) $\rho_1 = 100$, $\rho_2 = 300 \Omega \cdot m$, ambos con $h = 6,1$ m. Adaptado de: IEEE Std 81-2012, Figura 5 [3].	64
8.2	Tensiones de paso y de contacto vs largo de cable con sus límites IEEE 80, 20×20 m, Config 1 homogéneo (sin solución horizontal factible). Elaboración propia.	71
8.3	Tensiones de paso y de contacto vs largo de cable con sus límites IEEE 80, 20×20 m, Config 1 dos capas (sin solución horizontal factible). Elaboración propia.	71
8.4	Tensiones de paso y de contacto vs largo de cable con sus límites IEEE 80, 20×20 m, Config 2 homogéneo (sin solución horizontal factible). Elaboración propia.	72
8.5	Tensiones de paso y de contacto vs largo de cable con sus límites IEEE 80, 20×20 m, Config 2 dos capas (factible). Elaboración propia.	72
8.6	Tensiones de paso y de contacto vs largo de cable con sus límites IEEE 80, 30×30 m, Config 1 homogéneo (factible). Elaboración propia.	73
8.7	Tensiones de paso y de contacto vs largo de cable con sus límites IEEE 80, 30×30 m, Config 1 dos capas (factible). Elaboración propia.	73
8.8	Óptimo con varillas, 20×20 m, Config 1 homogéneo (infactible). Elaboración propia.	74
8.9	Óptimo con varillas, 20×20 m, Config 1 dos capas (infactible). Elaboración propia.	75
8.10	Óptimo con varillas, 20×20 m, Config 2 homogéneo. Elaboración propia.	76
8.11	Óptimo con varillas, 20×20 m, Config 2 dos capas. Elaboración propia.	77
8.12	Óptimo con varillas, 20×20 m, Config 3 homogéneo. Elaboración propia.	78
8.13	Óptimo con varillas, 30×30 m, Config 2 homogéneo. Elaboración propia.	79
8.14	Óptimo con varillas, 30×30 m, Config 2 dos capas. Elaboración propia.	80
8.15	Óptimo con varillas, 30×30 m, Config 3 homogéneo. Elaboración propia.	81
8.16	Óptimo con varillas, 30×30 m, Config 3 dos capas. Elaboración propia.	82
8.17	Tensión de contacto vs cable de malla por colocación de varillas, 20×20 m, Config 1 homogéneo. Elaboración propia.	83
8.18	Tensión de contacto vs cable de malla, 20×20 m, Config 2 homogéneo. Elaboración propia.	83

8.19	Tensión de contacto vs cable de malla, 20×20 m, Config 2 dos capas. Elaboración propia.	84
8.20	Tensión de contacto vs cable de malla, 20×20 m, Config 3 homogéneo. Elaboración propia.	84
8.21	Tensión de contacto vs cable de malla, 20×20 m, Config 3 dos capas. Elaboración propia.	85
8.22	Tensión de contacto vs cable de malla, 30×30 m, Config 1 homogéneo. Elaboración propia.	85
8.23	Tensión de contacto vs cable de malla, 30×30 m, Config 1 dos capas. Elaboración propia.	86
8.24	Tensión de contacto vs cable de malla, 30×30 m, Config 2 homogéneo. Elaboración propia.	86
8.25	Tensión de contacto vs cable de malla, 30×30 m, Config 2 dos capas. Elaboración propia.	87
8.26	Tensión de contacto vs cable de malla, 30×30 m, Config 3 homogéneo. Elaboración propia.	87
8.27	Óptimo con profundidad libre, 20×20 m, Config 1 homogéneo (0,3 m). Elaboración propia.	88
8.28	Óptimo con profundidad libre, 20×20 m, Config 1 dos capas (0,3 m, infactible). Elaboración propia.	89
8.29	Óptimo con profundidad libre, 20×20 m, Config 2 homogéneo (0,3 m). Elaboración propia.	90
8.30	Óptimo con profundidad libre, 20×20 m, Config 3 homogéneo (0,2 m). Elaboración propia.	91
8.31	Óptimo con profundidad libre, 20×20 m, Config 3 dos capas (0,4 m): el único caso de los terrenos de 20×20 m cuya profundidad óptima supera los 0,3 m, por el cruce de la interfaz. Elaboración propia.	92
8.32	Óptimo con profundidad libre, 30×30 m, Config 1 homogéneo (0,2 m). Elaboración propia.	93
8.33	Óptimo con profundidad libre, 30×30 m, Config 1 dos capas (0,3 m). Elaboración propia.	94
8.34	Óptimo con profundidad libre, 30×30 m, Config 2 homogéneo (0,2 m). Elaboración propia.	95
8.35	Óptimo con profundidad libre, 30×30 m, Config 2 dos capas (0,2 m). Elaboración propia.	96
8.36	Óptimo con profundidad libre, 30×30 m, Config 3 homogéneo (0,2 m). Elaboración propia.	97
8.37	Óptimo con profundidad libre, 30×30 m, Config 3 dos capas (0,2 m). Elaboración propia.	98
8.38	Óptimo con profundidad libre, 70×70 m, Config 1 homogéneo (0,2 m). Elaboración propia.	99
8.39	Óptimo con profundidad libre, 70×70 m, Config 1 dos capas (0,2 m). Elaboración propia.	100
8.40	Óptimo con profundidad libre, 70×70 m, Config 2 homogéneo (0,3 m). Elaboración propia.	101
8.41	Óptimo con profundidad libre, 70×70 m, Config 3 homogéneo (0,3 m). Elaboración propia.	102

8.42	Óptimo con profundidad libre, 70×70 m, Config 3 dos capas (0,3 m). Elaboración propia.	103
8.43	Vista inicial de la plataforma: pestañas de los cuatro módulos y formulario del módulo de optimización completa. Elaboración propia.	106
8.44	Vista de resultados: tarjetas de resumen, desglose del costo, cumplimiento IEEE 80 y geometría evaluada. Elaboración propia.	108
8.45	Módulo de evaluación de malla instalada: colocación de varillas sobre las intersecciones de la grilla. Elaboración propia.	109

Índice de cuadros

2.1	Coordenadas del conductor y del punto de observación en los dos sistemas de coordenadas.	18
3.1	Variables de entrada del motor de cálculo.	27
3.2	Salidas del motor de cálculo.	28
3.3	Casos de interacción entre segmento fuente y punto de observación.	29
3.4	Aceleración obtenida con la vectorización del motor de cálculo.	31
4.1	Resumen de la validación: referencias, ruta del motor ejercitada y error del modelo. .	32
4.2	Referencias analíticas en suelo homogéneo: R_g del modelo vs fórmulas de Dwight, Sunde y Sverak.	33
4.3	Geometría y suelo del caso de Güemes <i>et al.</i> [4]	33
4.4	R_g del modelo vs los valores reportados por Güemes <i>et al.</i>	34
4.5	Los tres experimentos del estudio de validación contra elementos finitos.	34
4.6	La varilla del estudio de validación.	34
4.7	Experimento 1, casos representativos: comparación entre el modelo y elementos finitos.	36
4.8	Experimento 2 completo: modelo vs elementos finitos al variar el espesor de la capa superior.	37
4.9	Experimento 3 completo: modelo vs elementos finitos al variar la profundidad de enterramiento.	38
5.1	Variables de decisión del modelo final de la plataforma.	41
5.2	Términos del modelo de costo y su origen.	43
6.1	Suelos de estudio y límites tolerables IEEE 80 (criterio de 50 kg).	47
6.2	Óptimos horizontales para el suelo de dos capas y su equivalente homogéneo.	52
6.3	Óptimos con varillas de contorno (Optuna, profundidad 0,5 m, costo en metros equivalentes).	54
6.4	Comparación del costo óptimo con y sin varillas interiores en terrenos de 20×20 m.	56
6.5	Óptimos con profundidad libre (Optuna, costo en UF).	57
8.1	Tarifario del modelo de costo en UF.	63
8.2	Clasificación de dificultades de excavación del modelo de costo.	63

8.3	Costo de zanja por metro de malla horizontal según profundidad de enterramiento. . .	63
8.4	Resistividad aparente medida con el método de Wenner para las Configs 1 y 2 (IEEE Std 81-2012, Tabla 3).	64
8.5	Resistividad aparente medida con el método de Wenner para la Config 3 (Rajab <i>et al.</i> , Tabla 1).	64
8.6	Optimización horizontal, terreno de 20×20 m ($x_{div,max} = 8$).	66
8.7	Optimización horizontal, terreno de 30×30 m ($x_{div,max} = 12$).	66
8.8	Optimización horizontal, terreno de 70×70 m ($x_{div,max} = 28$).	67
8.9	Tiempo de reloj por corrida de la etapa horizontal: PSO vs Optuna.	67
8.10	Etapas de varillas de contorno: márgenes respecto de IEEE 80 y tiempos de corrida (Optuna).	68
8.11	Primer k (malla $k \times k$) que cumple el límite de contacto, terreno de 20×20 m. . . .	68
8.12	Óptimo con profundidad libre vs el mismo diseño a 0,5 m.	69
8.13	Profundidad óptima: suelo de dos capas vs equivalente homogéneo.	69
8.14	Experimento 1 completo: barrido de resistividades, modelo vs elementos finitos. . . .	70
8.15	Experimento 3 completo: barrido de la profundidad de enterramiento, con la posición del máximo de paso encontrada por COMSOL.	70
8.16	Tiempo de ensamblado de la matriz de influencia: suelo homogéneo vs dos capas (implementación de referencia).	104
8.17	Vectorización de la matriz de influencia: aceleración y equivalencia numérica.	104
8.18	Vectorización del cálculo de paso y contacto: aceleración y equivalencia numérica. . .	104
8.19	Cota de aristas recomendada según la memoria de la máquina.	105
8.20	Mallas admisibles según la cota de aristas, con segmento de 0,1 m: máximo de $x_{div} + y_{div}$ por terreno y separación mínima equivalente entre conductores a 70×70 m. . .	105

1.1. Introducción

Los sistemas de puesta a tierra tienden a ser elementos un poco olvidados de la ingeniería eléctrica, en muchas áreas de la electricidad pasan casi desapercibidos en comparación con otros temas más vistosos, y en la vida cotidiana de las personas rara vez se les presta atención, aun cuando el acceso al suministro eléctrico es hoy una necesidad básica y un bien de primera necesidad para la vida moderna. Sin embargo, en entornos donde los niveles de tensión son elevados —como subestaciones eléctricas y centrales generadoras— los sistemas de puesta a tierra dejan de ser un detalle secundario y se convierten en elementos absolutamente clave, imposibles de ignorar por quienes diseñan, operan y mantienen estas instalaciones. Es sabido desde hace mucho tiempo que la mayoría de los sistemas eléctricos requieren estar conectados a tierra de alguna forma. Ya en los primeros experimentos con electricidad se recurría a la tierra para drenar cargas estáticas mediante placas enterradas o electrodos en contacto directo con el suelo [1]. Con el desarrollo de los sistemas de potencia, esta práctica se fue consolidando hasta el punto de que, hoy en día, las conexiones a tierra aparecen prácticamente en todas las etapas del sistema eléctrico: en las estaciones generadoras, en las líneas y cables de transmisión y distribución, y en las instalaciones donde finalmente se utiliza la energía. En la mayoría de países, la existencia de al menos un punto puesto a tierra en los sistemas de generación, transmisión y distribución ya no es solo una buena práctica de ingeniería, sino una exigencia explícita de la normativa y la legislación eléctrica.

A menudo se describe la puesta a tierra como un área un tanto jabonosa, difícil de manejar, basado principalmente en reglas prácticas y experiencia acumulada, incluso por profesionales con buena formación. En las últimas décadas, el avance en las herramientas y procedimientos computacionales ha permitido modelar sistemas de puesta a tierra mas precisos que abren la puerta a modelos que no se quedan solo en la teoría ni en aproximaciones demasiado idealizadas, sino que ofrecen resultados aplicables en terreno.

Pese a los avances metodológicos y normativos, gran parte de las discrepancias entre lo calculado y lo instalado radica en la naturaleza no homogénea del suelo [5]. En la práctica, los suelos rara vez son homogéneos: la humedad, compactación y composición varían con la profundidad y la ubicación, por lo que la resistividad puede cambiar significativamente entre capas.

Los métodos actuales, ya sean analíticos o numéricos comparten como rasgo común la consideración de suelos estratificados (multicapa); incluso cuando se parte de una zona heterogénea, es habitual recurrir a modelos equivalentes de dos capas, dado que permiten capturar los fenómenos eléctricos más relevantes del subsuelo con una complejidad computacional acotada, reduciendo significativamente el error asociado a la representación homogénea y logrando resultados más cercanos a la realidad [6].

Buena parte de las recomendaciones de diseño de la norma IEEE 80 —por ejemplo, la elección de geometrías, profundidades de enterramiento y separación entre conductores en función de tensiones de paso y contacto admisibles— se apoya en modelos experimentales y formulaciones analíticas desarrolladas para suelos homogéneos y para configuraciones de malla ensayadas a profundidades fijas, que no representan necesariamente las condiciones reales de instalación en subestaciones. Estudios posteriores [7] han mostrado que, al incorporar explícitamente la estratificación del terreno, las expresiones analíticas en las que se basa la norma dejan de predecir con precisión la distribución de potencial en superficie y la resistencia de puesta a tierra, lo que cuestiona directamente la validez del procedimiento normativo fuera del caso idealizado de suelo uniforme, advirtiendo que el uso mecánico de las fórmulas simplificadas de IEEE 80 puede conducir tanto a diseños falsamente seguros como a soluciones innecesariamente conservadoras.

Frente a este panorama, en esta memoria se toma un camino distinto al del ajuste por tanteo, que es como en la práctica se termina diseñando gran parte de las mallas, donde el objetivo general de este trabajo es desarrollar una plataforma computacional que, partiendo de un modelo de suelo de dos capas y de las condiciones de falla de la instalación, entregue el diseño de menor costo de una malla de puesta a tierra que cumpla los límites de tensión de paso y de contacto de la IEEE Std 80. Para ello se construye primero un motor de cálculo basado en el método de segmentación e integración, luego se valida contra referencias analíticas junto con un caso medido en terreno y simulaciones de elementos finitos, y luego se acopla a un esquema de optimización de caja negra –PSO y TPE– en el que la geometría de la malla, las varillas de contorno y la profundidad de enterramiento pasan a ser las variables de decisión del problema, con el costo real de materiales y excavación expresado en UF como función a minimizar. La idea de fondo es que la decisión de cómo construir y enterrar una malla en un suelo estratificado salga del cálculo y no de la regla práctica.

1.2. Objetivos

Los objetivos de este trabajo, tal como fueron definidos en el Tema de Memoria de Título, son los siguientes.

1.2.1. Objetivo general

Desarrollar una plataforma computacional basada en técnicas de *black box optimization*, orientada al diseño eficiente de mallas de puesta a tierra, considerando modelos de suelo de dos capas horizontales y restricciones técnicas.

1.2.2. Objetivos específicos

1. Construir un motor de cálculo que, a partir de parámetros de entrada y modelos de suelo de dos capas horizontales, determine el potencial eléctrico en la superficie y derive de este los parámetros relevantes de una malla de puesta a tierra.
2. Implementar un módulo de optimización que explore el espacio de soluciones geométricas de la malla y seleccione la configuración más eficiente bajo criterios económicos y de seguridad.
3. Contrastar los resultados del modelo implementado con soluciones analíticas, referencias normativas y estudios reportados en la literatura técnica.
4. Implementar una interfaz gráfica para la plataforma que permita la interacción con el modelo y la visualización de los resultados.

En este capítulo se presentan los aspectos generales asociados a los sistemas de puesta a tierra, junto con los conceptos fundamentales necesarios para comprender el desarrollo de este trabajo. Finalmente, se expone la teoría asociada al análisis de electrodos de puesta a tierra, la cual constituye la base de cálculo sobre la que se construye el programa computacional desarrollado en esta memoria.

2.1. Puestas a tierra

Por puesta a tierra generalmente entendemos una conexión eléctrica a la masa general de la tierra, siendo esta última un volumen de suelo, cuyas dimensiones son muy grandes en comparación al tamaño del sistema eléctrico que está siendo considerado [1]. Generalmente se busca que el sistema de puesta a tierra permita a las protecciones detectar y despejar las fallas de manera rápida y confiable. Al mismo tiempo, debe limitar los potenciales a los que pueden estar expuestas las personas cercanas a la instalación, tanto en régimen permanente como durante una falla, y mantener las tensiones del sistema dentro de rangos aceptables frente a fenómenos como descargas atmosféricas, perturbaciones del sistema o contactos accidentales con niveles de tensión superiores, sin superar la rigidez dieléctrica de los aisladores. Para que todo lo anterior se cumpla de forma conjunta, el sistema de puesta a tierra debe presentar, en general, una baja impedancia [8].

Un sistema de puesta a tierra, ya sea en una subestación, en una instalación industrial o incluso en una vivienda, cumple primero el rol de “amarrar” eléctricamente todas las partes metálicas expuestas que una persona podría llegar a tocar: carcasas de equipos, estructuras, bandejas, estanques, entre otras [9]. Estas partes se unen con cables de manera que, si por una falla un cable con energía toca la parte metálica de un equipo, todas esas partes metálicas queden prácticamente al mismo nivel de tensión y no haya diferencias peligrosas para las personas. La idea es que, cuando una persona esta en contacto simultáneamente por ejemplo la carcasa de una máquina y el suelo, la diferencia de tensión entre ambos puntos sea lo más pequeña posible, reduciendo así el riesgo de choque eléctrico. A la diferencia de potencial que puede aparecer entre estos puntos en esa situación se le denomina tensión de contacto [8].

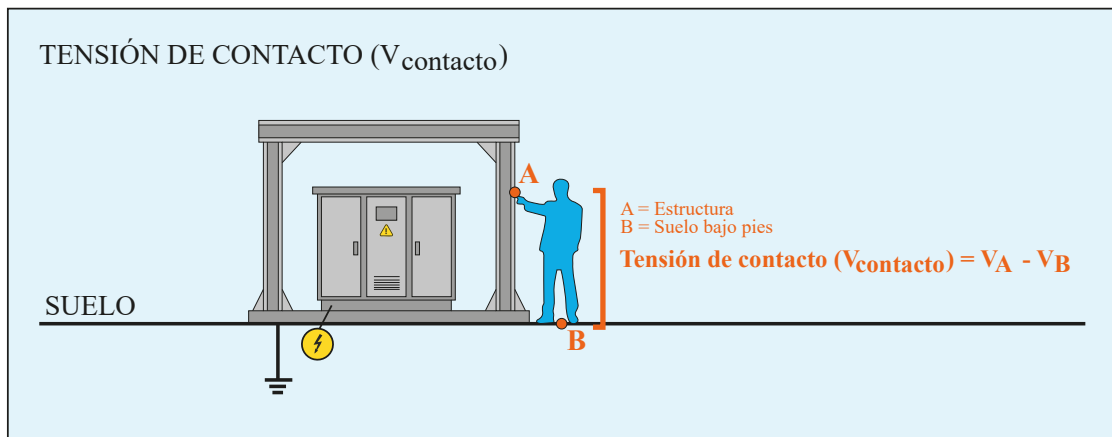


Figura 2.1: Diagrama tensión de contacto. Elaboración propia.

La segunda gran función del sistema de puesta a tierra es ofrecer un camino de retorno definido para las corrientes de falla a tierra, de modo que esa corriente regrese a la fuente por una trayectoria conocida y “controlada”, sin generar daños inaceptables en los equipos ni condiciones peligrosas

para las personas [9]. En la práctica, esto significa que la impedancia del sistema de tierra debe ser lo suficientemente baja como para que circule una corriente de falla que permita actuar a las protecciones, al mismo tiempo se debe cuidar que el gradiente de potencial en el suelo no genere diferencias excesivas entre dos puntos cercanos. Cuando ocurre una falla a tierra, el aumento de potencial del terreno provoca que dos puntos del suelo separados por la distancia de los pasos de una persona se encuentren a tensiones distintas, la diferencia de potencial entre ambos puntos, se conoce como tensión de paso [8].

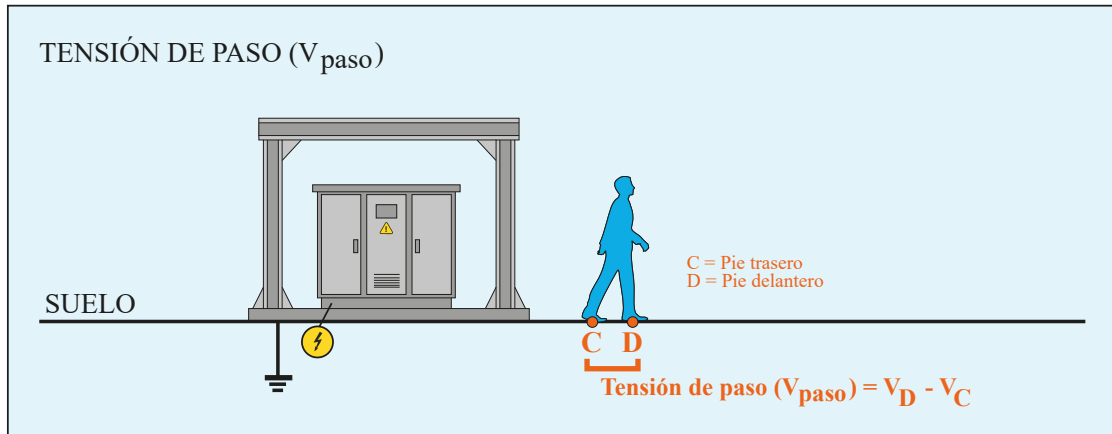


Figura 2.2: Diagrama tensión de paso. Elaboración propia.

Para explicar cómo varía el potencial en la superficie del terreno alrededor de una barra de tierra sometida a una corriente de falla, se presenta la Figura 2.3. El potencial es máximo sobre el electrodo y disminuye rápidamente al alejarse, de modo que el gradiente de potencial es mucho mayor en las cercanías de la barra que en zonas remotas.

Si una persona se aleja de la barra caminando en línea recta hacia tierra remota, la diferencia de potencial entre sus dos pies define la tensión de paso. En el gráfico esto se ilustra con los pares de puntos A_1-A_2 y B_1-B_2 : cerca del electrodo (posición A_1) la diferencia de potencial entre puntos separados un metro es alta, mientras que a mayor distancia (posición B_1) esa diferencia disminuye hasta hacerse prácticamente nula.

Al mismo tiempo, todos los elementos metálicos conectados al sistema de puesta a tierra se elevan a un potencial casi uniforme durante la falla, denominado elevación de potencial de malla o GPR [8]. En la figura se representa por la línea horizontal superior. Una persona que toca la estructura metálica tendrá sus manos al potencial GPR y sus pies al potencial del suelo en la posición donde se encuentra: la diferencia entre ambos define la tensión de contacto. Por eso, en la figura la tensión de contacto es menor en A_1 y mayor en B_1 , ya que en B_1 el potencial del suelo es más bajo.

Finalmente, si un conductor aislado conecta el electrodo con una tierra remota, la diferencia entre el potencial del electrodo y el de esa tierra de referencia se denomina potencial transferido [8]. Su valor máximo coincide con el potencial del electrodo (GPR) durante la falla.

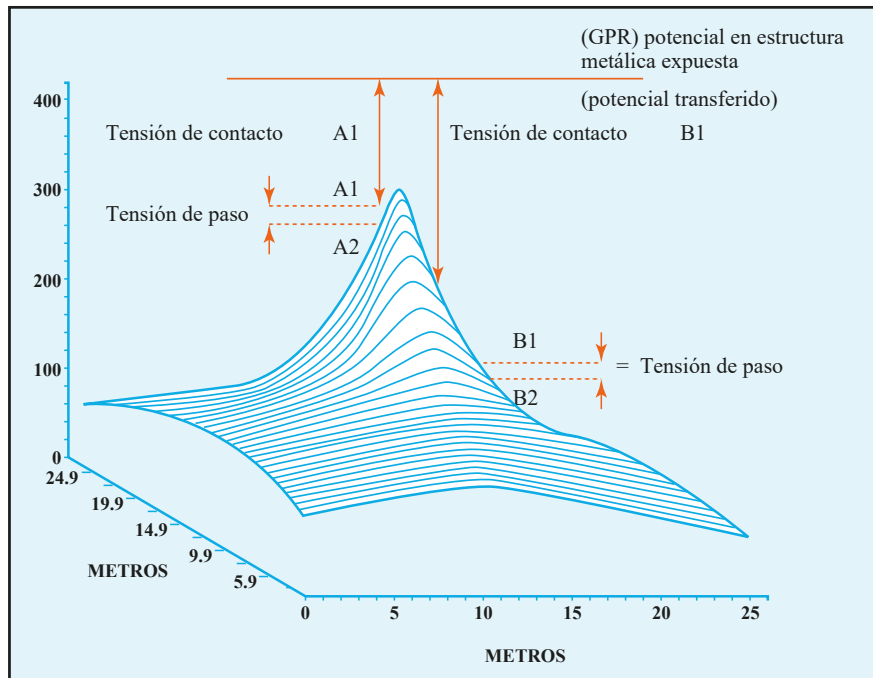


Figura 2.3: Potenciales en torno a una barra de tierra fuente: [1]

2.2. Normas IEEE 80 y 81

La norma *IEEE Std 80-2013, IEEE Guide for Safety in AC Substation Grounding* es el documento de referencia principal para el diseño y la verificación de sistemas de puesta a tierra en subestaciones de corriente alterna. Para este trabajo es útil conocer los criterios de cálculo y definiciones utilizados en la norma [8, 3].

2.2.1. Definiciones útiles según la norma

A continuación se presentan las definiciones más relevantes para el desarrollo de esta memoria. Se basan en las cláusulas 3 y 8 de la *IEEE Std 80-2013* y en la *IEEE Std 81-2012*.

- **Electrodo de tierra (ground electrode):** elemento conductor enterrado (varilla, conductor horizontal, anillo, etc.) destinado a inyectar o disipar corriente entre el sistema eléctrico y el terreno.
- **Malla de puesta a tierra (ground grid):** conjunto de electrodos de tierra interconectados y enterrados a poca profundidad, que cubren el área de la subestación y se vinculan a estructuras, carcasas de equipos y conductores de protección.
- **Sistema de puesta a tierra (grounding system):** conjunto formado por la malla de puesta a tierra y todos los elementos conductores unidos a ella dentro de una zona determinada (estructuras, neutros, blindajes, canalizaciones, etc.), que en conjunto proporcionan un camino de baja impedancia hacia el suelo.
- **Punto o contorno equipotencial (equipotential point/contour):** punto (o conjunto de puntos) que comparte el mismo potencial eléctrico en un instante dado; por lo tanto, entre

ellos no existen diferencias de tensión apreciables. En el contexto de la seguridad, los contornos equipotenciales buscan evitar que el cuerpo humano quede sometido a diferencias de potencial peligrosas.

- **Corriente de falla a tierra (ground fault current):** corriente que circula desde el punto donde se produce una falla hacia el sistema de puesta a tierra y, a través de éste, hacia el terreno y los neutros conectados.
- **Elevación de potencial de tierra (GPR, ground potential rise):** máxima diferencia de potencial entre la malla de puesta a tierra de la subestación y la tierra remota durante una falla. Se aproxima como el producto entre la corriente máxima de malla y la resistencia de puesta a tierra del sistema.
- **Tensión de paso (step voltage):** diferencia de potencial en la superficie del terreno entre dos puntos separados aproximadamente 1 m, que puede aparecer entre los pies de una persona que camina sin tocar ningún elemento metálico conectado a tierra.
- **Tensión de contacto (touch voltage):** diferencia de potencial entre una estructura metálica conectada a la malla (que se encuentra a potencial GPR durante la falla) y el potencial de la superficie del terreno en el punto donde se ubican los pies de la persona que la toca.
- **Resistividad del suelo (soil resistivity):** magnitud que cuantifica la oposición que ofrece el terreno al paso de la corriente eléctrica, normalmente expresada en $\Omega \cdot \text{m}$. Depende de la composición, humedad, temperatura y estratificación del suelo.
- **Modelo de suelo homogéneo:** representación simplificada en la que se asume una resistividad constante en todo el volumen de suelo de interés.
- **Modelo de suelo multicapa:** modelo en el que el terreno se describe como varias capas horizontales, homogéneas e isotrópicas, cada una con su propia resistividad y espesor, con el fin de reproducir de forma más realista la disipación de corriente en el subsuelo.

2.2.2. Límites tolerables de tensión de paso y de contacto según IEEE Std 80-2013

La norma establece criterios de seguridad que se basan en limitar la energía que puede absorber el cuerpo humano durante un choque eléctrico, de modo que la corriente que lo atraviesa, la cual depende del tiempo de exposición a la falla, no llegue a producir fibrilación ventricular en el cuerpo humano. Para ello, la norma adopta el modelo clásico de Dalziel, que relaciona la corriente tolerable I_B con la duración del choque t_s mediante: [8]

$$I_B = \frac{k}{\sqrt{t_s}}, \quad (2.1)$$

donde t_s es la duración de la falla en segundos e I_B es la corriente de cuerpo tolerable. El parámetro k depende del peso de referencia que se desee proteger:

$$k = 0,116 \quad \text{para un adulto de 50 kg}, \quad (2.2)$$

$$k = 0,157 \quad \text{para un adulto de 70 kg}. \quad (2.3)$$

Estos valores se obtienen a partir de ensayos experimentales y se discuten en el capítulo 6 de la norma [8].

A partir de I_B y del circuito equivalente de choque, en 7.3 de la IEEE 80 se define la tensión total efectiva U entre los dos puntos de contacto del cuerpo donde, pies–pies en el caso de tensión de paso y mano–pies en el caso de tensión de contacto, y la descompone en resistencias equivalentes del cuerpo y de los pies. Al reemplazar estas resistencias por expresiones en función de la resistividad de la capa superficial, la norma deduce expresiones cerradas para las tensiones máximas tolerables de paso y contacto. En 8.4, la guía entrega directamente los límites admisibles para las tensiones de paso y de contacto, escritos en función de la resistividad aparente de la superficie, de un factor de corrección por capa superficial y del tiempo de despeje de la falla [8]:

- ρ_s : resistividad de la capa superficial
- C_s : factor de corrección asociado al espesor y resistividad del material superficial
- t_s : tiempo de duración del choque, que normalmente es el tiempo de despeje de la falla a tierra, en segundos.

Bajo estas definiciones, los límites tolerables de tensión de paso para un adulto de 50 kg y 70 kg quedan dados por:

$$E_{\text{step},50} = (1000 + 6 C_s \rho_s) \frac{0,116}{\sqrt{t_s}}, \quad (2.4)$$

$$E_{\text{step},70} = (1000 + 6 C_s \rho_s) \frac{0,157}{\sqrt{t_s}}, \quad (2.5)$$

mientras que las tensiones máximas tolerables de contacto son:

$$E_{\text{touch},50} = (1000 + 1,5 C_s \rho_s) \frac{0,116}{\sqrt{t_s}}, \quad (2.6)$$

$$E_{\text{touch},70} = (1000 + 1,5 C_s \rho_s) \frac{0,157}{\sqrt{t_s}}. \quad (2.7)$$

En estas expresiones, E_{step} y E_{touch} están en voltios. El término 1000 representa aproximadamente la resistencia interna del cuerpo, mientras que los términos proporcionales a ρ_s modelan la contribución de la resistencia de contacto de los pies con la superficie. El factor 6 en las expresiones de paso refleja que, en el caso pies–pies, la resistencia efectiva asociada a los pies es mayor que en el caso de contacto mano–pies, donde el coeficiente es 1,5.

En la práctica, la IEEE 80 recomienda utilizar el criterio de 50 kg para zonas accesibles al público por ejemplo, en áreas fuera de la cerca perimetral, y admite el uso del criterio de 70 kg en zonas restringidas a personal entrenado, como el interior de una subestación. Una vez fijados t_s , ρ_s y C_s , estos límites se utilizan como referencia para verificar que las tensiones de malla y de paso calculadas para el sistema de puesta a tierra satisfacen:

$$E_{\text{step,real}} \leq E_{\text{step,tolerable}}, \quad (2.8)$$

$$E_{\text{touch,real}} \leq E_{\text{touch,tolerable}}, \quad (2.9)$$

En el contexto de esta memoria, la verificación de seguridad del sistema de puesta a tierra se realizará adoptando de manera explícita los límites de tensión de paso y de contacto establecidos en la IEEE Std 80. Estos límites serán utilizados como criterios de aceptación para determinar si las soluciones de diseño propuestas resultan constructivamente razonables y eléctricamente seguras frente a fallas a tierra.

2.3. Cálculo del potencial eléctrico en la superficie

2.3.1. Punto fuente de corriente

El análisis de los sistemas de puesta a tierra parte por entender cómo se comporta el terreno cuando una corriente se inyecta en un punto extremadamente pequeño, idealizado como un punto fuente de corriente. Esta representación permite construir luego modelos más complejos como líneas fuente, conductores segmentados o incluso mallas completas.

En un medio ideal e infinito, donde la resistividad es uniforme (ρ), toda la corriente inyectada desde un punto se dispersa radialmente en el terreno. Por simetría, esta dispersión ocurre de forma esférica (Figura 2.4), por lo que la densidad de corriente sobre la superficie de una esfera imaginaria de radio r resulta:

$$J(r) = \frac{i}{4\pi r^2} \hat{r} \quad (2.10)$$

donde i es la corriente total inyectada [2]. Esta expresión muestra que, a mayor distancia del punto de inyección, la corriente se dispersa sobre un área cada vez mayor, disminuyendo su densidad. A partir de esta distribución, el campo eléctrico asociado se obtiene directamente considerando la ley de Ohm:

$$E(r) = \rho J(r) = \rho \frac{i}{4\pi r^2} \hat{r}. \quad (2.11)$$

Integrando el campo desde el infinito hasta un punto ubicado a distancia r , se obtiene el potencial absoluto generado por el punto fuente:

$$U(r) = \frac{\rho i}{4\pi r}, \quad (2.12)$$

lo que establece la relación entre la resistividad del terreno y la distancia con el potencial eléctrico [10].

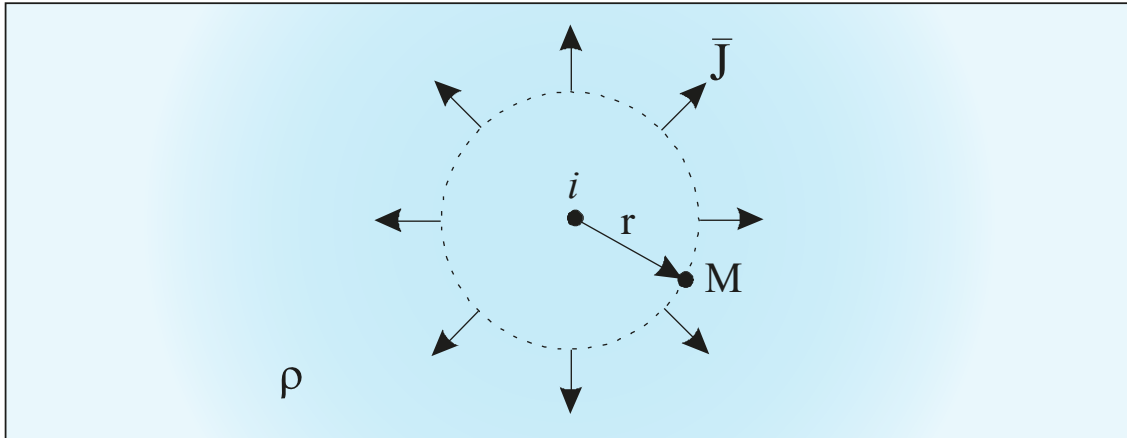


Figura 2.4: Punto fuente de corriente [2]

Ahora bien, en la práctica el punto fuente rara vez está en un medio infinito ideal. Cuando la fuente se ubica cerca de la superficie del terreno aparece la discontinuidad aire-suelo, y además, en la mayoría

de los casos reales, el propio terreno presenta estratificación. Ambas discontinuidades modifican la forma en que la corriente se dispersa en el subsuelo. Tal como se describe en [2], este efecto puede abordarse mediante el método de las imágenes.

2.3.2. Método de las imágenes en medios estratificados

Idea básica del método de las imágenes

El método de las imágenes es una herramienta analítica que permite incorporar el efecto de discontinuidades, para el caso de este trabajo son las superficies aire–suelo y los suelos estratificados [10]. Esto sin resolver explícitamente problemas de contorno complicados. La idea central es reemplazar las fronteras físicas por un conjunto de fuentes ficticias (imágenes), ubicadas en posiciones geoméricamente “espejo” y con intensidades adecuadamente escaladas, de modo que:

- En cada región conductora se siga cumpliendo la ecuación de Laplace
- En las interfaces se satisfagan automáticamente las condiciones de contorno: continuidad de potencial y relación adecuada entre los gradientes normales de potencial, determinada por las resistividades de cada capa.

Desde un punto de vista práctico, el método evita trabajar con integrales de campo de forma directa y reemplaza el problema original por la construcción de una configuración ficticia de fuentes que produce exactamente el mismo potencial en la región de interés.

El método de las imágenes, en pocas palabras, consiste primero en determinar donde está la fuente y el punto donde se quiere calcular el potencial, y luego, en lugar de trabajar directamente con las fronteras reales como la interfaz aire–suelo o los cambios de capa, introducir fuentes imaginarias situadas fuera de esa región, colocadas de tal forma que las condiciones de contorno en esas fronteras se cumplan automáticamente.

Coefficiente de reflexión en una interfaz suelo–suelo

Para cuantificar cómo “rebota” la corriente al encontrarse con una interfaz entre dos capas de resistividad ρ_1 y ρ_2 , separadas por un plano horizontal, es útil introducir un coeficiente de reflexión [5]:

$$K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}. \quad (2.13)$$

Este coeficiente juega un rol análogo al de la reflexión de ondas en una línea de transmisión, y permite resumir varios casos límite:

- Si $\rho_1 = \rho_2$, entonces $K = 0$: no hay reflexión y el medio se comporta, en la práctica, como homogéneo.
- Si $\rho_2 \gg \rho_1$, se tiene $K \approx 1$: la interfaz actúa casi como un espejo perfecto, dominando la componente reflejada.
- Si $\rho_2 \ll \rho_1$, se obtiene $K \approx -1$: la reflexión sigue siendo intensa, pero con cambio de signo en la contribución reflejada.

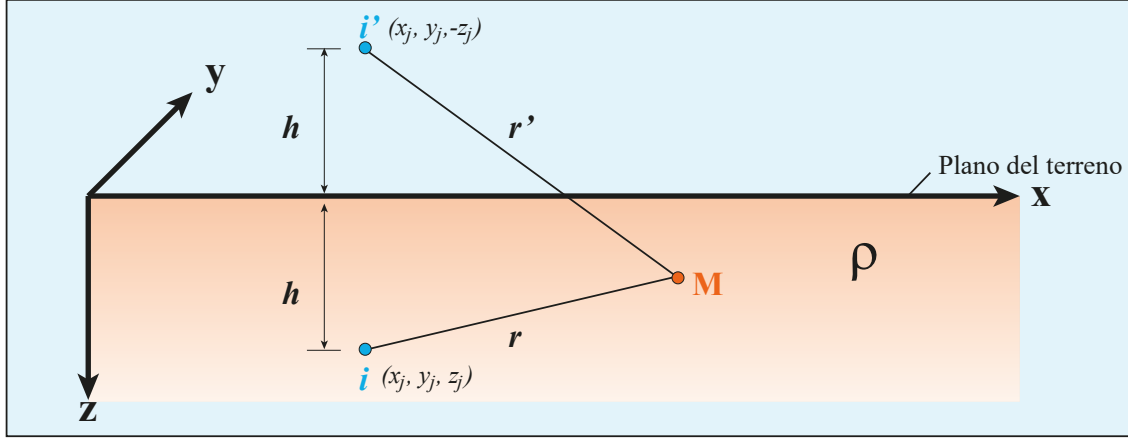


Figura 2.5: Método de imágenes en un suelo homogéneo [2]

Aplicación a una fuente puntual en un suelo homogéneo

En el caso más sencillo se considera una fuente puntual de corriente i ubicada en un medio homogéneo e infinito, de resistividad constante ρ . En esa situación ideal, el potencial a una distancia r desde la fuente viene dado por

$$U = \frac{\rho}{4\pi} i \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right), \quad (2.14)$$

donde r y r' representan las distancias desde el punto de observación a la fuente real y a su imagen, respectivamente [10].

La idea básica es la siguiente: se conserva la fuente real ubicada en (x_j, y_j, z_j) , y para cumplir la condición de contorno impuesta por el plano $z = 0$ se introduce una segunda fuente ficticia, de igual intensidad i , ubicada en el punto simétrico respecto a dicho plano, es decir, en $(x_j, y_j, -z_j)$. Con esta construcción, la combinación de ambas fuentes reproduce correctamente el efecto de la frontera sin necesidad de imponer explícitamente la condición, de esta forma:

$$r = \sqrt{(x_j - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2 + (z_j - z_0)^2}, \quad (2.15)$$

$$r' = \sqrt{(x_j - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2 + (z_j + z_0)^2}. \quad (2.16)$$

Aplicación a una fuente puntual en un suelo de dos capas

En el modelo de suelo de dos capas explicado en [5] se considera una capa superior de resistividad ρ_1 y espesor H (entre $z = 0$ y $z = H$), y una capa inferior de resistividad ρ_2 que se extiende desde $z = H$ hacia abajo. En este esquema pueden darse cuatro combinaciones entre la posición de la fuente puntual de corriente i y el punto de observación M :

1. Fuente y punto en la capa superior (ambos arriba del plano $z = H$).
2. Fuente y punto en la capa inferior (ambos debajo del plano $z = H$).
3. Fuente arriba y punto abajo (fuente en la capa superior, punto en la capa inferior).

4. Fuente abajo y punto arriba (fuente en la capa inferior, punto en la capa superior).

En todos los casos aparecen dos fronteras: la superficie aire–suelo en $z = 0$ y la interfaz entre capas en $z = H$. Cada frontera produce una reflexión parcial del campo, descrita por el factor

$$K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}, \quad (2.17)$$

que mide la fracción del efecto de la fuente que se refleja en la interfaz. El método de las imágenes parte de la fuente real y genera imágenes reflejadas en ambas fronteras; las imágenes producidas en una interfaz vuelven a reflejarse en la otra, formando una cadena infinita de fuentes (reales e imagen) que, al sumarse, satisfacen simultáneamente las condiciones de contorno para los cuatro casos anteriores. El potencial en M se obtiene como la suma de los aportes de todas estas fuentes, ponderados por potencias de K y con distancias que dependen de las combinaciones $2nH \pm z_j \pm z_0$.

Aparición de las imágenes y de los factores $2nH \pm z_j \pm z_0$

La idea geométrica es ver a la fuente puntual como encerrada entre dos “espejos” planos: el plano aire–suelo en $z = 0$ y el plano de cambio de capa en $z = H$. Al reflejar sucesivamente la fuente (y sus propias imágenes) en estos dos planos, se obtiene una familia infinita de imágenes cuyas coordenadas verticales pueden escribirse de forma genérica como

$$z_{\text{imagen}} = 2nH \pm z_j, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.18)$$

El término $2nH$ indica cuántas veces ha rebotado la imagen entre las dos interfaces, y el signo $\pm z_j$ distingue entre imágenes que quedan del mismo lado o del lado opuesto respecto del plano superior. Para cualquier combinación de posiciones de la fuente y del punto de observación $M(x_0, y_0, z_0)$ (arriba/abajo del plano $z = H$), la distancia desde una imagen a M se escribe como

$$r_{\text{imagen}}^2 = (x_j - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2 + (z_{\text{imagen}} - z_0)^2, \quad (2.19)$$

de modo que, al reemplazar $z_{\text{imagen}} = 2nH \pm z_j$, aparecen en el denominador términos del tipo

$$(2nH \pm z_j \pm z_0)^2. \quad (2.20)$$

Las distintas combinaciones de signos corresponden justamente a los cuatro casos: fuente y punto en la misma capa (ambos arriba o ambos abajo), o bien uno arriba y el otro abajo. Además, cada reflexión en la interfaz entre las capas introduce un factor K , por lo que el aporte de la imagen asociada al n -ésimo rebote queda multiplicado por K^n , y la suma de todos estos términos describe el potencial total en el punto M .

Punto de partida: El potencial debido a un punto fuente y un punto de observación M en la *capa superior* es [5, 2]:

$$\begin{aligned}
 U = & \frac{\rho_1 i}{4\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{(x_j - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2 + (z_j - z_0)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x_j - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2 + (z_j + z_0)^2}} \right. \\
 & + \sum_{n=1}^{\infty} K^n \left(\frac{1}{\sqrt{(x_j - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2 + (2nH + z_j - z_0)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x_j - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2 + (2nH + z_j + z_0)^2}} \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{\sqrt{(x_j - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2 + (2nH - z_j - z_0)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x_j - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2 + (2nH - z_j + z_0)^2}} \right) \right]
 \end{aligned}
 \tag{2.21}$$

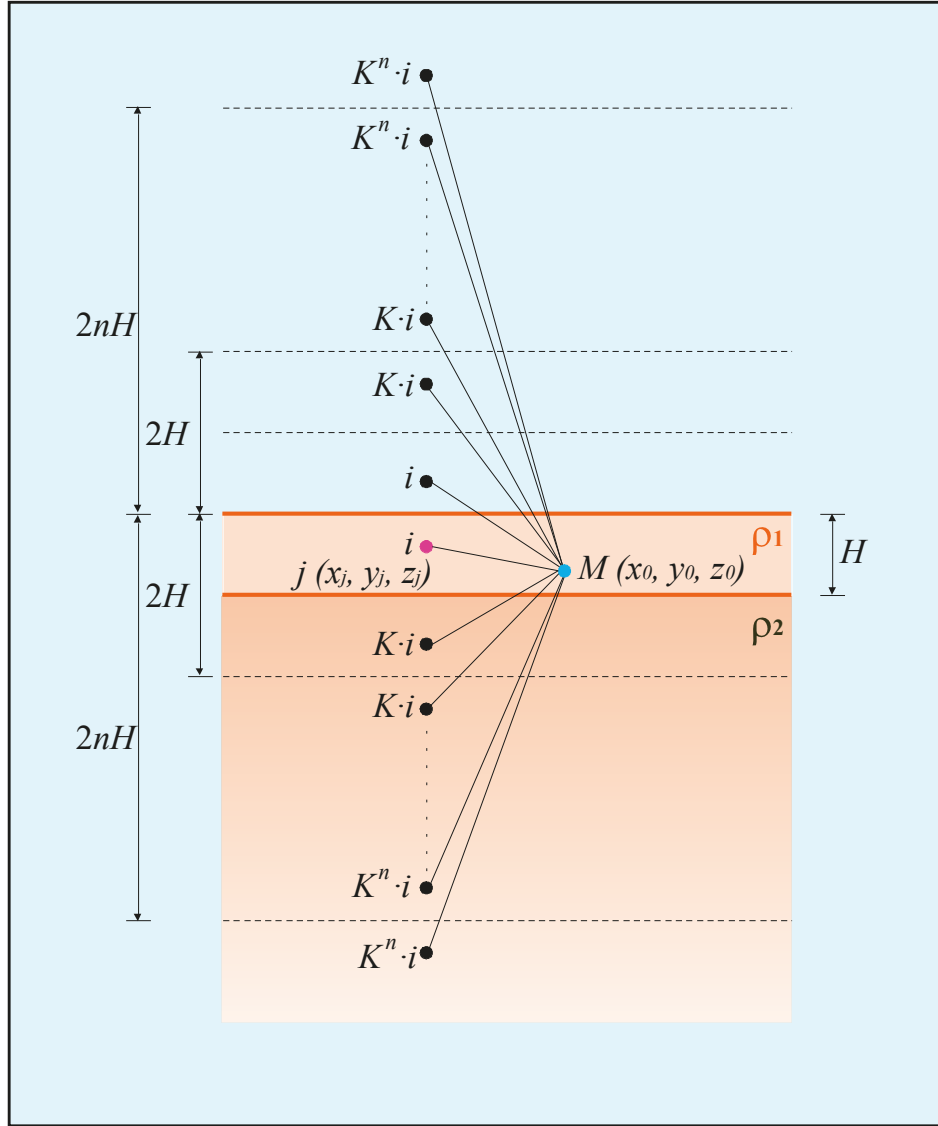


Figura 2.6: Potencial en un punto M en la capa superior debido a un punto fuente en la capa superior. [2]

Punto de partida: El potencial debido a un punto fuente y un punto de observación M en la *capa inferior* es [2]:

$$U = \frac{\rho_2 i}{4\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{(x_j - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2 + (z_j - z_0)^2}} - \frac{K}{\sqrt{(x_j - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2 + (2H - z_j - z_0)^2}} + (1 - K^2) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K^n}{\sqrt{(x_j - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2 + (2nH + z_j + z_0)^2}} \right]. \quad (2.22)$$

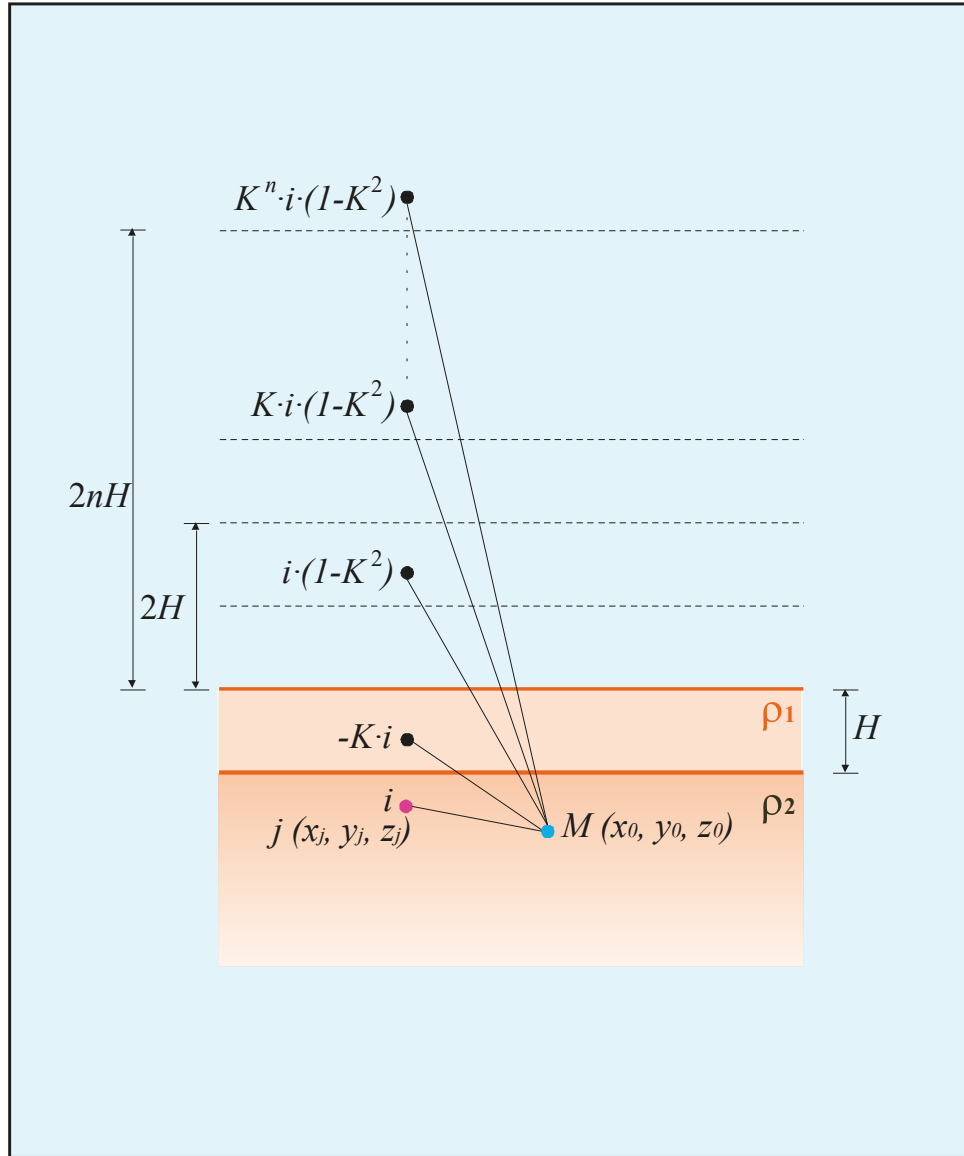


Figura 2.7: Potencial en un punto M en la capa inferior debido a un punto fuente de corriente en la capa inferior.[2]

Punto de partida: El potencial debido a un punto fuente de corriente en la capa superior y un punto de observación M en la capa inferior es [2];

$$U = \frac{\rho_2 i}{4\pi} (1 - K) \sum_{n=0}^{\infty} K^n \left[\frac{1}{\sqrt{(x_j - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2 + (2nH + z_j + z_0)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x_j - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2 + (2nH - z_j + z_0)^2}} \right]. \quad (2.23)$$

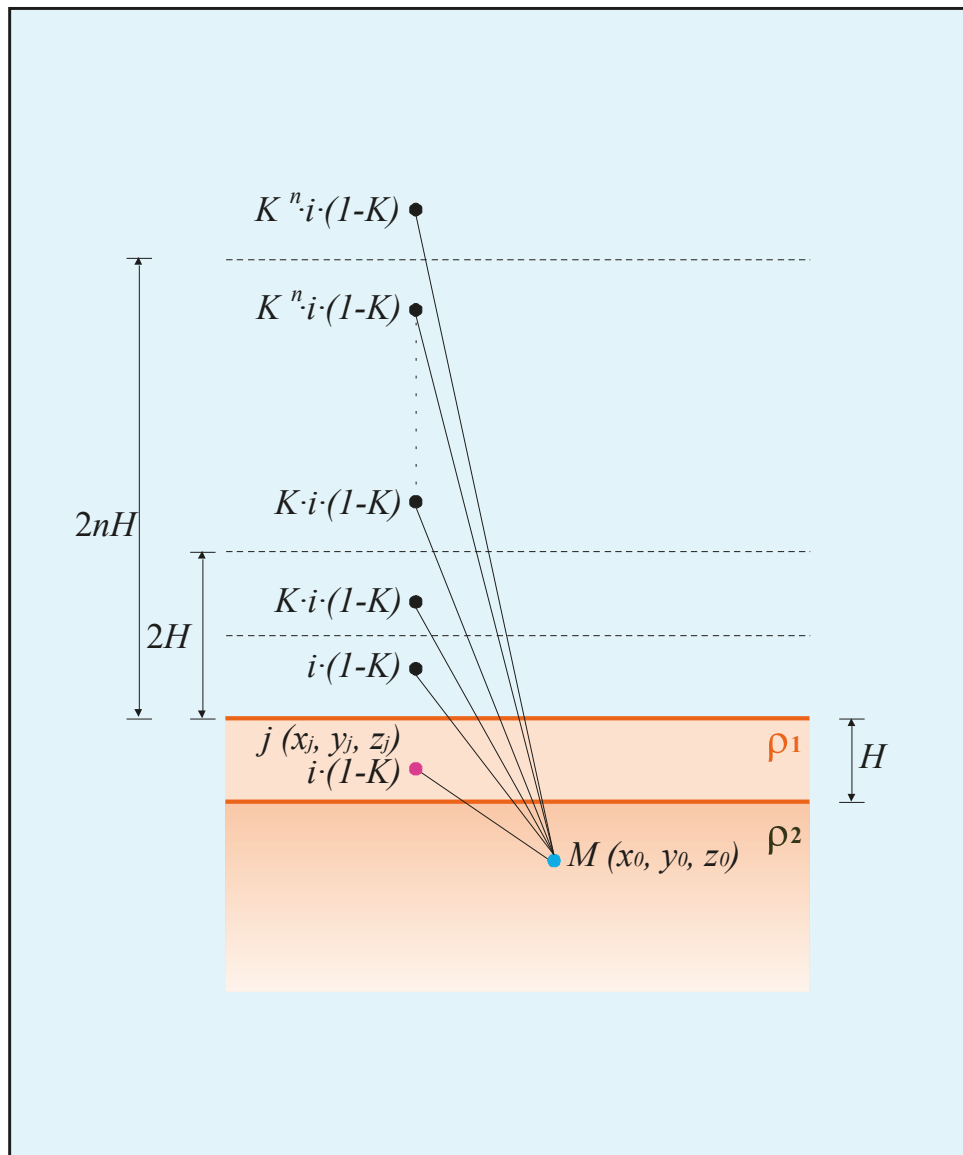


Figura 2.8: Potencial en un punto M en la capa inferior debido a un punto fuente de corriente en la capa superior.[2]

Punto de partida: El potencial debido a un punto fuente de corriente en la capa inferior y un punto de observación M en la capa superior es [2];

$$U = \frac{\rho_1 i}{4\pi} (1 + K) \sum_{n=0}^{\infty} K^n \left[\frac{1}{\sqrt{(x_j - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2 + (2nH + z_j + z_0)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x_j - x_0)^2 + (y_j - y_0)^2 + (2nH + z_j - z_0)^2}} \right] \quad (2.24)$$

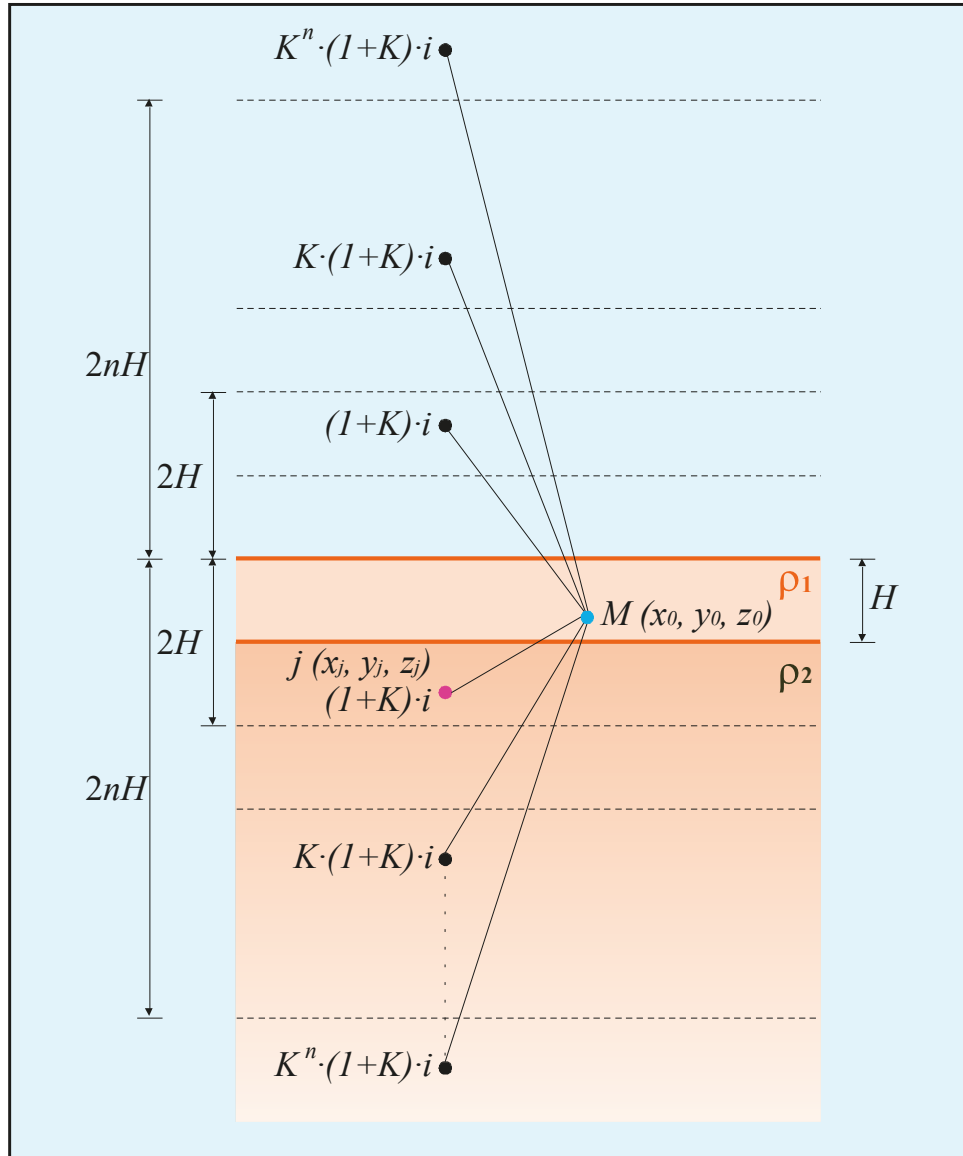


Figura 2.9: Potencial en un punto M en la capa superior debido a un punto fuente de corriente en la capa inferior.[2]

2.3.3. Transformación de coordenadas y método por segmentación e integración

A partir del modelo de punto fuente de corriente, el siguiente paso natural es modelar cada conductor como una línea fuente de corriente, ya que, en la realidad, los sistemas de puesta a tierra contienen conductores de cierto largo, como por ejemplo, barras horizontales o varillas verticales. A partir de ahí, se debe construir un esquema que sea manejable en computador mediante el método por segmentación e integración.

2.3.3.1. Línea fuente de corriente

Considérese un conductor cilíndrico de longitud l y radio a , enterrado a una profundidad conocida en el terreno, cumpliendo que $a \ll l$ y que su radio también es pequeño comparado con la separación entre conductores vecinos. Bajo estas condiciones, la densidad superficial de corriente en un elemento infinitesimal de longitud dl puede asumirse prácticamente uniforme, lo que permite modelar el conductor como un filamento o línea fuente de corriente, es decir, como un número infinito de fuentes puntuales de corriente dispuestas a lo largo del eje del cable.

Si definimos un sistema de coordenadas (u, v, w) tal que el eje u coincide con el eje del conductor, cada fuente puntual ubicada a una distancia u del origen inyecta una corriente $i(u) du$ hacia el terreno, por lo tanto ahora la corriente solo depende de u , la corriente total I que inyecta el conductor se puede expresar como:

$$I = \int_0^l i(u) du \quad (2.25)$$

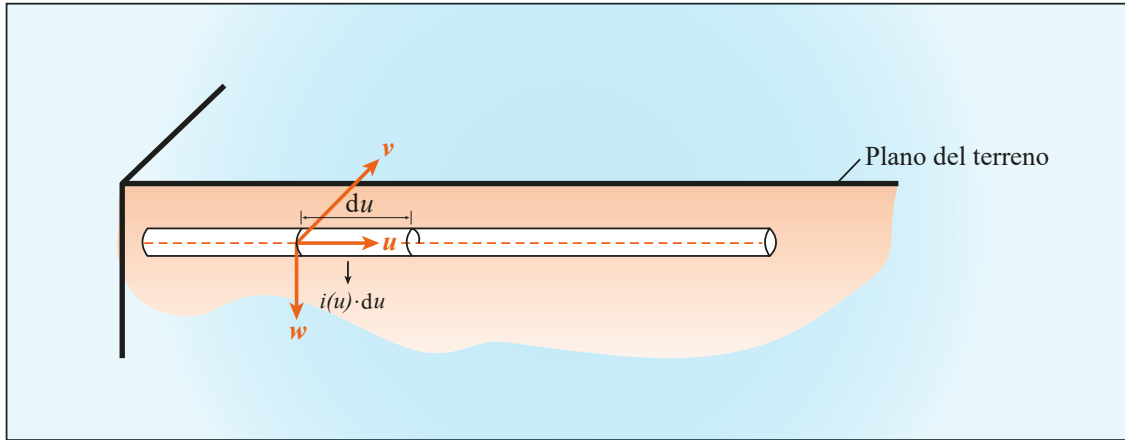


Figura 2.10: Línea fuente de corriente [2]

En un conductor ideal y trabajando en el rango de frecuencias industriales, se puede suponer que el potencial es constante en toda la superficie del conductor. Por lo tanto el potencial V del segmento se obtiene integrando la contribución de cada punto fuente a lo largo del filamento:

$$V = \int_0^l U(u; u_0, v_0, w_0) du, \quad (2.26)$$

donde $U(u; u_0, v_0, w_0)$ es el potencial debido a un punto fuente de corriente en el punto (u_0, v_0, w_0) donde estas son las coordenadas en el sistema (u, v, w) de un punto en la superficie del conductor.

2.3.3.2. Método por segmentación e integración

Entre los distintos enfoques propuestos para resolver el problema de las líneas fuente de corriente, el que ha demostrado ser más práctico y robusto es el método por segmentación e integración [5, 2]. La idea es conceptualmente simple: en vez de trabajar con una línea continua de longitud l , se divide cada conductor en m segmentos pequeños, de manera que dentro de cada segmento la densidad lineal de corriente pueda considerarse uniforme. Bajo esta aproximación, el segmento j , de longitud l_j , inyecta una corriente I_j al terreno, con una densidad lineal de corriente dada por

$$\delta_j = \frac{I_j}{l_j} \quad j = 1, 2, 3, \dots, m \quad (2.27)$$

La corriente total inyectada desde el conductor al terreno es la suma de las contribuciones de cada segmento:

$$I = \sum_{j=1}^m I_j, \quad (2.28)$$

donde I es la corriente de falla o corriente inyectada especificada para el sistema de puesta a tierra.

Recordando las ecuaciones (2.21) (2.22) (2.23) (2.24) pueden ser escritas como:

$$U = i \frac{\rho_{(1,2)}}{4\pi} \psi \quad (2.29)$$

donde ψ es una función de los parámetros del suelo, de la ubicación del punto fuente de corriente y de la ubicación del punto en donde se calcula el potencial, la cual considera además el efecto de las imágenes.

Ahora tomemos un elemento diferencial de longitud du perteneciente al segmento j de la línea fuente de corriente. A este pequeño tramo lo llamaremos microsegmento y, en el marco de este modelo, se puede tratar como un punto fuente de corriente. El aporte de potencial asociado a dicho microsegmento se expresa como:

$$dU_j = \delta_j \frac{\rho_{(1,2)}}{4\pi} \psi \, du \quad (2.30)$$

Por lo tanto, el potencial total que genera el segmento j en el punto M se obtiene integrando el aporte elemental a lo largo de toda su longitud:

$$U_j = \int_0^{l_j} dU_j = \delta_j \frac{\rho_{(1,2)}}{4\pi} \int_0^{l_j} \psi \, du \quad (2.31)$$

Para poder integrar esta expresión, ya que ψ depende de las coordenadas del segmento (x_s, y_s, z_s) a (x_p, y_p, z_p) , necesitamos realizar una transformación de coordenadas al sistema (u, v, w)

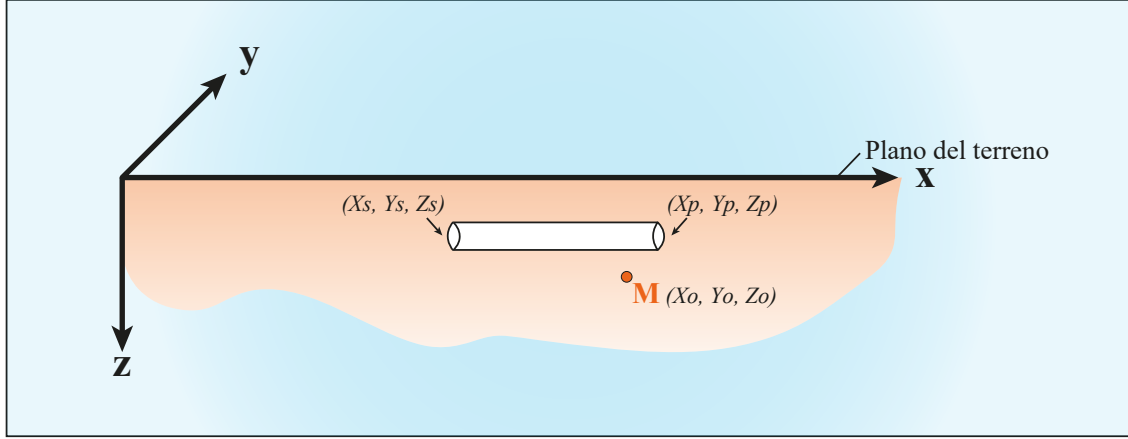


Figura 2.11: Segmento y punto M en cordenadas (x, y, z) [2]

Cuadro 2.1: Coordenadas del conductor y del punto de observación en los dos sistemas de coordenadas.

Descripción	Sistema xyz	Sistema uvw
Origen del conductor	(x_s, y_s, z_s)	(u_s, v_s, w_s)
Fin del conductor	(x_p, y_p, z_p)	(u_p, v_p, w_p)
Punto de observación	(x_0, y_0, z_0)	(u_0, v_0, w_0)

Para facilitar el proceso de integración, como se describe en la sección 2.4, se reescriben las distancias de las ecuaciones (2.21) (2.22) (2.23) (2.24) en el sistema de coordenadas u, v, w . De este modo, también las coordenadas cartesianas del punto de observación en x, y, z se relacionan con u, v, w según [2]:

$$\begin{aligned}
 u_0 &= (x_0 - x_s) \cos \alpha \cos \beta + (y_0 - y_s) \sin \alpha \cos \beta + (z_0 - z_s) \sin \beta, \\
 v_0 &= (y_0 - y_s) \cos \alpha - (x_0 - x_s) \sin \alpha, \\
 w_0 &= (z_0 - z_s) \cos \beta - (y_0 - y_s) \sin \alpha \sin \beta - (x_0 - x_s) \cos \alpha \sin \beta
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

donde α corresponde al ángulo de giro del eje u respecto del eje x' alrededor del eje z' , y β es el ángulo de rotación del eje w respecto de z' en torno al eje y' .

Para construir la relación entre corrientes y potenciales, cada segmento se subdivide conceptualmente en microsegmentos du , que se tratan como puntos fuente de corriente. La contribución de cada microsegmento al potencial en un punto $M(x_0, y_0, z_0)$ se calcula usando las expresiones de fuente puntual desarrolladas previamente (2.21) (2.22) (2.23) (2.24). Integrando a lo largo del segmento completo se obtiene el aporte total del segmento j al potencial en M , es decir U_j , donde M es un punto sobre la superficie del conductor j . Teniendo en cuenta que el potencial en la superficie de todos los segmentos debe ser constante e igual a la elevación de potencial V del sistema GPR , se debe cumplir:

$$V = \sum_{j=1}^m U_j(M) \tag{2.33}$$

$$V = \sum_{j=1}^m Z_j(M) I_j, \quad (2.34)$$

donde Z_{pj} es el coeficiente de potencial que recoge toda la información geométrica del segmento, el punto de observación, y las propiedades del terreno, y I_p es la corriente total entregada por el segmento j .

Considerando (2.27), podemos escribir (2.34) como:

$$V = \sum_{j=1}^m T_j(M) \delta_j \quad (2.35)$$

Si se repite esta ecuación para los m segmentos se obtiene un sistema de m ecuaciones, con las m incógnitas δ_j , pero que además contiene el potencial V , el cual todavía es desconocido. Para eliminar explícitamente a V se define la nueva variable:

$$\lambda_j = \frac{\delta_j}{V}. \quad (2.36)$$

Al reemplazar en la expresión anterior se llega a:

$$1 = \sum_{j=1}^m \lambda_j T_j(M), \quad (2.37)$$

de modo que el sistema queda planteado solo en función de las incógnitas λ_j , las cuales se pueden obtener mediante inversión de matrices.

Conocidos los valores de λ_j , la corriente en el segmento j puede escribirse como:

$$I_j = \delta_j l_j = V \lambda_j l_j. \quad (2.38)$$

La corriente total inyectada al terreno resulta entonces:

$$I = \sum_{j=1}^m I_j = V \sum_{j=1}^m \lambda_j l_j, \quad (2.39)$$

de donde se obtiene directamente el potencial del sistema:

$$V = \frac{I}{\sum_{j=1}^m \lambda_j l_j}. \quad (2.40)$$

Una vez conocido V , las densidades lineales de corriente se calculan como:

$$\delta_j = \lambda_j V. \quad (2.41)$$

La resistencia de puesta a tierra del sistema queda dada por:

$$R = \frac{V}{I}. \quad (2.42)$$

Por último, el potencial en un punto cualquiera M sobre la superficie del terreno se determina sumando el aporte de todos los segmentos:

$$U_M = \sum_{j=1}^m U_j(M), \quad (2.43)$$

donde $U_j(M)$ representa el potencial en M debido únicamente al segmento j .

El cierre del modelo se logra imponiendo que todos los segmentos pertenecientes al mismo conductor tengan el mismo potencial, es decir, que cumplan con la condición de equipotencialidad, junto con la condición de balance de corriente total. Esto permite resolver el sistema lineal para las corrientes I_j y, a partir de ellas, reconstruir la distribución de potencial sobre la superficie del terreno, el GPR y la resistencia equivalente de puesta a tierra [2].

2.4. Aplicación de la transformación de coordenadas e integración

Para poder evaluar el potencial producido por un segmento conductor en un punto cualquiera del espacio, se propone primero transformar las ecuaciones originales, expresadas en las coordenadas globales (x, y, z) , al sistema local (u, v, w) asociado a cada segmento. Esta transformación tiene como objetivo que el segmento fuente de corriente quede alineado con el eje u , lo que simplifica enormemente la integración [5, 2].

El punto de observación M tiene coordenadas (u_0, v_0, w_0) en el sistema local asociado al segmento. Como la transformación desde el sistema global (x, y, z) al sistema local (u, v, w) es una combinación de traslación y rotación, las distancias entre puntos no cambian: sólo cambia la forma de escribirlas, en el sistema local asociado al segmento, la idea de la transformación es precisamente “enderezar” el conductor. Por eso, cualquier punto del segmento se escribe como $(u, 0, 0)$: su coordenada en la dirección v es cero y su coordenada en la dirección w también es cero por construcción. Es decir, el segmento sólo “vive” sobre el eje u .

En cambio, el punto de observación M se describe como (u_0, v_0, w_0) en este mismo sistema. La distancia entre un punto del segmento $(u, 0, 0)$ y el punto $M(u_0, v_0, w_0)$ sigue siendo exactamente la misma que en el sistema global, sólo que ahora se escribe como

$$\sqrt{(u - u_0)^2 + v_0^2 + w_0^2},$$

Una vez hecho el cambio de sistema, todas las distancias euclidianas que aparecen en las ecuaciones del potencial toman una forma común:

$$\sqrt{(u - u_0)^2 + v_0^2 + W^2},$$

donde el término W representa la separación vertical efectiva en el sistema de coordenadas globales entre el punto de observación y cada una de las imágenes de la fuente.

En los casos de suelo de dos capas, esta separación vertical incluye los desplazamientos periódicos $2nH$, además de posibles desplazamientos adicionales de $2z_s$ asociados a la profundidad del segmento. Esto, de forma estricta, da lugar a dos familias de términos:

$$W_1(n) = 2nH \pm w_0, \quad W_2(n) = 2nH \pm (w_0 + 2z_s),$$

entendiendo que las variantes con signo opuesto quedan incluidas de manera implícita en la sumatoria.

Con las distancias ya transformadas, cada término de potencial queda expresado como una fracción del tipo

$$\frac{1}{\sqrt{(u - u_0)^2 + v_0^2 + W^2}},$$

y las contribuciones de las imágenes aparecen como sumas en las que cada término está multiplicado por una potencia de K . Según el caso, estas sumas se escriben sólo para $n = 0, 1, 2, \dots$ a veces acompañadas de factores como $(1 \pm K)$ o $(1 - K^2)$, o bien como sumas que incluyen valores positivos y negativos de n para aprovechar la simetría del problema.

El paso final es integrar a lo largo del segmento. Para ello, en la formulación se reemplaza el aporte de la corriente puntual $i du$ por la densidad lineal $\delta_j du$ y se integra entre $u = 0$ y $u = l_j$. La integral que aparece es siempre la misma:

$$\int \frac{du}{\sqrt{(u - u_0)^2 + v_0^2 + C^2}} = \ln(u - u_0 + \sqrt{(u - u_0)^2 + v_0^2 + C^2}),$$

la cual, al evaluarse entre los extremos del segmento, produce un término logarítmico de la forma

$$\ln \frac{(l_j - u_0) + \sqrt{(l_j - u_0)^2 + v_0^2 + C^2}}{-u_0 + \sqrt{u_0^2 + v_0^2 + C^2}}$$

Potencial producto de un segmento j enterrado en la capa superior calculado en un punto $M(u_0, v_0, w_0)$ ubicado en la capa superior [2]:

$$U = \frac{\delta_j \rho_1}{4\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} K^{|n|} \left[\ln \frac{(l_j - u_0) + \sqrt{(l_j - u_0)^2 + v_0^2 + (2nH + w_0)^2}}{-u_0 + \sqrt{u_0^2 + v_0^2 + (2nH + w_0)^2}} + \ln \frac{(l_j - u_0) + \sqrt{(l_j - u_0)^2 + v_0^2 + (2nH + w_0 + 2z_s)^2}}{-u_0 + \sqrt{u_0^2 + v_0^2 + (2nH + w_0 + 2z_s)^2}} \right] \quad (2.44)$$

Potencial producto de un segmento j enterrado en la capa inferior calculado en un punto $M(u_0, v_0, w_0)$ ubicado en la capa inferior:

$$U_j = \frac{\delta_j \rho_2}{4\pi} \left[\ln \frac{(l_j - u_0) + \sqrt{(l_j - u_0)^2 + v_0^2 + w_0^2}}{-u_0 + \sqrt{u_0^2 + v_0^2 + w_0^2}} - K \ln \frac{(l_j - u_0) + \sqrt{(l_j - u_0)^2 + v_0^2 + (2z_s - 2H + w_0)^2}}{-u_0 + \sqrt{u_0^2 + v_0^2 + (2z_s - 2H + w_0)^2}} + (1 - K^2) \sum_{n=0}^{\infty} K^n \ln \frac{(l_j - u_0) + \sqrt{(l_j - u_0)^2 + v_0^2 + (2nH + 2z_s + w_0)^2}}{-u_0 + \sqrt{u_0^2 + v_0^2 + (2nH + 2z_s + w_0)^2}} \right] \quad (2.45)$$

Potencial producto de un segmento j enterrado en la capa superior calculado en un punto $M(u_0, v_0, w_0)$ ubicado en la capa inferior:

$$U_j = \frac{\delta_j \rho_2}{4\pi} (1 - K) \sum_{n=0}^{\infty} K^n \left[\ln \frac{(l_j - u_0) + \sqrt{(l_j - u_0)^2 + v_0^2 + (2nH + 2z_s + w_0)^2}}{-u_0 + \sqrt{u_0^2 + v_0^2 + (2nH + 2z_s + w_0)^2}} + \ln \frac{(l_j - u_0) + \sqrt{(l_j - u_0)^2 + v_0^2 + (2nH + w_0)^2}}{-u_0 + \sqrt{u_0^2 + v_0^2 + (2nH + w_0)^2}} \right] \quad (2.46)$$

Potencial producto de un segmento j enterrado en la capa inferior calculado en un punto $M(u_0, v_0, w_0)$ ubicado en la capa superior:

$$U_j = \frac{\delta_j \rho_1}{4\pi} (1 + K) \sum_{n=0}^{\infty} K^n \left[\ln \frac{(l_j - u_0) + \sqrt{(l_j - u_0)^2 + v_0^2 + (2nH + 2z_s + w_0)^2}}{-u_0 + \sqrt{u_0^2 + v_0^2 + (2nH + 2z_s + w_0)^2}} + \ln \frac{(l_j - u_0) + \sqrt{(l_j - u_0)^2 + v_0^2 + (2nH - w_0)^2}}{-u_0 + \sqrt{u_0^2 + v_0^2 + (2nH - w_0)^2}} \right] \quad (2.47)$$

2.5. Python y optimización

2.5.1. Librería NetworkX para la representación y análisis de grafos

En este trabajo se utiliza NetworkX, una librería escrita en Python para la exploración y el análisis de redes mediante algoritmos de grafos. NetworkX provee estructuras de datos para representar grafos simples, grafos dirigidos y multigrafos, junto con un conjunto amplio de algoritmos para calcular propiedades estructurales como caminos mínimos, centralidades, coeficientes de agrupamiento y distribuciones de grado [11].

Una característica importante de NetworkX es la flexibilidad en la definición de los nodos y aristas. Los nodos pueden ser prácticamente cualquier objeto de Python. De forma similar, las aristas pueden almacenar atributos arbitrarios, por ejemplo; pesos, longitudes físicas o etiquetas, lo que permite asociar directamente información relevante del modelo con la estructura del grafo.

Desde el punto de vista interno, los grafos de NetworkX se implementan sobre estructuras de diccionarios de Python, lo que facilita trabajar con redes dispersas y modificar la topología de forma dinámica. Además, la librería se integra de manera natural con el ecosistema científico de Python, en particular con NumPy, SciPy y Matplotlib, lo que permite combinar el análisis de grafos con álgebra lineal, estadísticas y visualización de resultados de manera relativamente directa.

En el contexto de esta memoria, NetworkX se utiliza como herramienta para construir grafos que representan las estructuras de mallas, varillas o conductores en la tierra, y para aplicar sobre ellos algoritmos estándar de teoría de grafos. De esta forma, se puede separar la lógica de modelación, cómo se representan los elementos físicos o lógicos como nodos y aristas, de la implementación concreta de los algoritmos, apoyándose en una librería bien probada y mantenida por la comunidad científica.

A modo ilustrativo, el siguiente fragmento muestra un ejemplo básico de uso de NetworkX en Python, donde se construye un grafo no dirigido, se asignan pesos a las aristas y se calcula el camino de costo mínimo entre dos nodos:

```
1 import networkx as nx
2
3 # Crear un grafo simple no dirigido
4 G = nx.Graph()
5
6 # Añadir nodos
7 G.add_nodes_from([1, 2, 3])
8
9 # Añadir aristas (u, v) con un peso asociado
10 G.add_edge(1, 2, weight=3.0)
11 G.add_edge(2, 3, weight=1.5)
12
13 # Camino de costo mínimo entre 1 y 3
14 path = nx.shortest_path(G, source=1, target=3, weight="weight")
15
16 # Longitud (costo) del camino mínimo
17 length = nx.shortest_path_length(G, source=1, target=3, weight="weight")
```

Listing 2.1: Ejemplo básico de uso de NetworkX

En la práctica, el grafo que se construye en el código depende del problema que se quiera modelar. Sin embargo, la lógica general suele ser la misma: definir los nodos que representan los elementos del sistema, definir las aristas que representan las conexiones entre ellos, asignar atributos relevantes y, finalmente, aplicar los algoritmos de análisis disponibles en la librería.

2.5.2. Optimización en caja negra: Particle Swarm Optimization y Tree-structured Parzen Estimator

En el contexto de esta memoria, el problema central consiste en ajustar la geometría y los parámetros de los sistemas de puesta a tierra (longitud y disposición de los conductores, profundidad de enterramiento, número de varillas, etc.) de modo que se obtengan diseños eléctricamente seguros y constructivamente razonables, respetando los límites de tensión de paso y de contacto establecidos por la IEEE Std 80 y considerando explícitamente la estratificación del suelo [8]. Tal como se ha descrito en las secciones anteriores, para cada configuración propuesta es necesario evaluar el potencial en la superficie mediante el método de las imágenes y el método por segmentación e integración, implementados en módulos numéricos en Python. Esta evaluación actúa, desde el punto de vista de la optimización, como una función de costo de tipo caja negra: no se dispone de una expresión analítica simple ni de sus derivadas, pero sí es posible calcular su valor para un conjunto dado de variables de diseño.

En la literatura, este tipo de problemas se agrupa bajo el término *Black-Box Optimization* (BBO). En BBO se busca minimizar (o maximizar) una función objetivo

$$F(x) \quad x \in \Omega \subset \mathbb{R}^n,$$

sujeta eventualmente a restricciones de desigualdad y de igualdad, donde tanto la función objetivo como las restricciones sólo pueden evaluarse mediante simulaciones o modelos numéricos, sin acceso directo a gradientes ni a información estructural detallada [12, 13]. En estos escenarios, los métodos clásicos de optimización basados en derivadas pierden efectividad o simplemente no son aplicables, y cobran relevancia los enfoques de optimización libre de derivadas [14].

En esta memoria, a cada vector de decisión x (que codifica, por ejemplo, las separaciones entre conductores, las profundidades de enterramiento o el número de electrodos verticales) se le asocia un valor de la función objetivo $F(x)$, construida a partir de la resistencia de puesta a tierra, de las tensiones de paso y de contacto calculadas y, eventualmente, de un término de costo asociado al uso de materiales. Las restricciones de seguridad se incorporan mediante términos de penalización cuando las tensiones exceden los límites tolerables de la IEEE 80, de modo que las soluciones no seguras queden descartadas automáticamente por el propio esquema de optimización.

Dentro de las distintas estrategias disponibles para BBO –entre ellas los algoritmos evolutivos [15]–, una de las alternativas más usadas es el algoritmo *Particle Swarm Optimization* (PSO), propuesto originalmente por Kennedy y Eberhart [16]. PSO pertenece a la familia de métodos de enjambre, en los cuales un conjunto de soluciones candidatas, llamadas partículas, se desplaza en el espacio de búsqueda intercambiando información sobre las mejores posiciones encontradas. Cada partícula i mantiene su posición x_i^k y su velocidad v_i^k en la iteración k , y actualiza estos valores según reglas de la forma

$$v_i^{k+1} = \omega v_i^k + c_1 r_1^k (p_i^k - x_i^k) + c_2 r_2^k (g^k - x_i^k), \quad (2.48)$$

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1}, \quad (2.49)$$

donde ω es el coeficiente de inercia, c_1 y c_2 son los factores cognitivo y social, respectivamente, r_1^k y r_2^k son números aleatorios uniformes en $[0, 1]$, p_i^k representa la mejor posición histórica de la partícula i y g^k corresponde a la mejor posición conocida por todo el enjambre. De este modo, cada partícula tiende a explorar el entorno de sus propias soluciones prometedoras y, al mismo tiempo, a acercarse a las mejores soluciones globales descubiertas hasta el momento.

PSO resulta atractivo para este problema por dos razones. En primer lugar, se trata de un método libre de derivadas: sólo requiere evaluar la función objetivo $F(x)$ para distintos vectores de diseño, lo cual se ajusta naturalmente al esquema de cálculo implementado en los módulos de Python, y permite incorporar sin mayor dificultad restricciones y penalizaciones asociadas a criterios de seguridad o a limitaciones constructivas. En segundo lugar, su carácter poblacional facilita la exploración de espacios de búsqueda altamente no lineales y multimodales, como es el caso de las configuraciones de mallas en suelos estratificados, donde pueden coexistir múltiples diseños con prestaciones eléctricas similares pero costos y distribuciones de potencial muy diferentes.

Una segunda estrategia disponible para BBO, y que también se utiliza en este trabajo, es el algoritmo *Tree-structured Parzen Estimator* (TPE), propuesto originalmente por Bergstra *et al.* [17], en la implementación disponible en la librería *Optuna* [18], escrita en Python. TPE pertenece a la familia de los métodos basados en modelos, en los cuales, en lugar de desplazar un conjunto de soluciones candidatas por el espacio de búsqueda, se construye un modelo probabilístico de la función objetivo a partir de las evaluaciones que ya se han realizado, el cual se utiliza para decidir qué vector de decisión conviene evaluar a continuación.

Luego de un conjunto inicial de evaluaciones tomadas al azar, los vectores de decisión ya evaluados se separan en dos grupos según el valor que en ellos alcanza la función objetivo: por un lado quedan las mejores soluciones encontradas hasta el momento y, por otro, todas las restantes. Con cada uno de estos grupos se estima una densidad de probabilidad mediante estimadores de Parzen [17], y a partir de ellas la mejora esperada al evaluar un nuevo vector de decisión queda dada por

$$\text{EI}_{y^*}(x) \propto \left(\gamma + \frac{g(x)}{\ell(x)} (1 - \gamma) \right)^{-1}, \quad (2.50)$$

donde γ es el cuantil utilizado para separar ambos grupos, y^* es el valor de la función objetivo asociado a dicho cuantil, $\ell(x)$ es la densidad estimada con las mejores soluciones ($F(x) < y^*$) y $g(x)$ es la densidad estimada con las restantes ($F(x) \geq y^*$). Maximizar la mejora esperada equivale entonces a elegir el vector de decisión que maximiza el cociente $\ell(x)/g(x)$, es decir, aquel que se parece a los diseños que han dado buenos resultados y no a los que han dado malos. En cada iteración se generan varias soluciones candidatas a partir de $\ell(x)$, se conserva la que maximiza dicho cociente y se evalúa en el modelo numérico; con el resultado obtenido se actualizan ambas densidades y se repite el proceso.

TPE comparte con PSO la primera de las ventajas señaladas, ya que también es un método libre de derivadas y admite el mismo tratamiento de las restricciones mediante penalizaciones. A esto se suma que trabaja sin mayor dificultad con variables continuas y enteras, y que, al construir un modelo con la información acumulada de todas las evaluaciones previas, tiende a requerir un número menor de evaluaciones de la función objetivo para alcanzar soluciones de calidad similar, lo cual resulta relevante en este caso, ya que cada una de ellas implica construir y resolver el sistema de ecuaciones asociado al método por segmentación e integración.

En síntesis, la combinación del modelo físico-numérico descrito en las secciones anteriores con un esquema de optimización en caja negra, ya sea PSO o TPE, permite abordar de manera sistemática el diseño de mallas de puesta a tierra en suelos estratificados, respetando las restricciones de seguridad de la normativa. Al tratarse de dos enfoques distintos, ambos algoritmos se aplican sobre la misma función objetivo, lo que permite además comparar su desempeño sobre las mismas configuraciones de malla.

Como este trabajo consiste en construir una plataforma computacional, este capítulo cuenta cómo la formulación del método de segmentación e integración se traduce a un procedimiento concreto en Python, desde la representación de la malla mediante grafos hasta el cálculo de las tensiones de paso y de contacto en la superficie del terreno.

3.1. Objetivo y alcance del capítulo

El motor de cálculo es el conjunto de rutinas del programa implementado en Python que, dada una geometría completa de la malla de puesta a tierra y un modelo de suelo de dos capas, calcula las magnitudes eléctricas de interés: la densidad lineal de corriente de cada segmento, la elevación de potencial del sistema (GPR), la resistencia de puesta a tierra R_g y las tensiones máximas de paso y de contacto en la superficie.

3.2. Representación geométrica del sistema mediante grafos

Para representar la geometría del sistema de puesta a tierra se utiliza la librería NetworkX [11]. La idea es que cada *nodo* del grafo es un punto en el espacio, con coordenadas (x, y, z) almacenadas en un diccionario de posiciones, y cada *arista* es un segmento que une dos nodos. De este modo, una malla horizontal, una varilla vertical o una combinación de ambas quedan descritas por un grafo cuyas aristas son los m segmentos en que se discretiza el sistema. Así mismo, la longitud y la orientación de cada segmento salen directamente de las coordenadas de sus dos nodos correspondientes.

Lo que se gana con esta representación es separar la descripción geométrica del cálculo físico, de este modo, el motor recibe un grafo cualquiera y no necesita saber si viene de una malla rectangular, de una varilla o de una geometría compuesta, esto permite “resolver en el papel” cualquier geometría propuesta siempre y cuando se cumplan los límites físicos. La Figura 3.1 muestra la representación para una malla horizontal, con un segmento fuente j y el punto de observación M ubicado en el punto medio de otro segmento i .

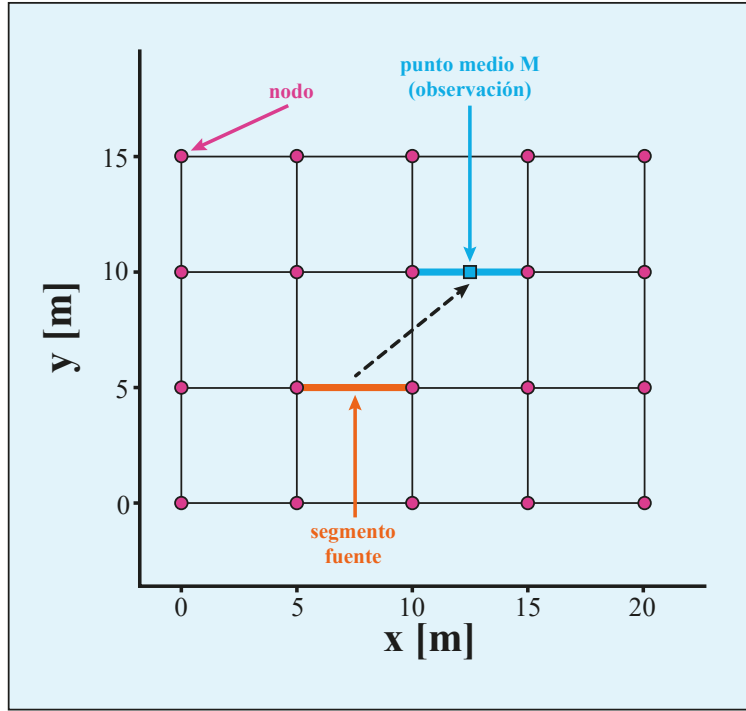


Figura 3.1: Representación de malla de puesta a tierra como grafo. Elaboración propia.

En la práctica, el algoritmo recibe dos grafos con sus respectivos diccionarios de posiciones: uno que aporta los segmentos *fuelle* y otro que aporta los segmentos de *observación*. En el uso normal ambos son el mismo grafo, pero mantener la distinción sirve para reutilizar el mismo código sobre conjuntos de puntos arbitrarios, como la grilla de superficie.

3.3. Entradas y salidas del algoritmo

La Tabla 3.1 resume las variables de entrada del motor de cálculo y la Tabla 3.2 sus principales salidas.

Cuadro 3.1: Variables de entrada del motor de cálculo.

Entrada	Significado físico
ρ_1, ρ_2	Resistividades de la capa superior e inferior [$\Omega \cdot m$]
h	Profundidad de la interfaz entre capas [m]
a	Radio de los conductores [m]
I_f	Corriente de falla inyectada al sistema [A]
Grafo y posiciones	Geometría del sistema: nodos (x, y, z) y segmentos

Cuadro 3.2: Salidas del motor de cálculo.

Salida	Significado físico
δ_j	Densidad lineal de corriente de cada segmento [A/m]
V	Elevación de potencial del sistema, GPR [V]
$\mathbf{R}$	Matriz de coeficientes de potencial entre segmentos
R_g	Resistencia de puesta a tierra del sistema [Ω]

3.4. Construcción de la matriz de influencia

La base del procedimiento es la construcción de la matriz de influencia $\mathbf{R}$, cuyos elementos R_{ij} representan el potencial inducido sobre el segmento de observación i por el segmento fuente j ; cada elemento es evaluado con las expresiones (2.44), (2.45), (2.46) y (2.47). La matriz se construye recorriendo todos los pares de segmentos: cada segmento, tomado en su punto medio, hace de punto de observación frente a todos los segmentos del sistema como fuente, y la longitud que entra en la integración es la del segmento fuente. Como la densidad lineal de corriente δ_j se toma unitaria, la matriz depende solo de la geometría del sistema y de las propiedades eléctricas del suelo, y no de la corriente de falla inyectada.

3.4.1. Orientación local de cada segmento

Para evaluar cada término se aplica la transformación de coordenadas de la sección 2.4: a partir de las diferencias de coordenadas entre los nodos extremos del segmento fuente se calculan los ángulos α y β que definen el sistema local (u, v, w) , de manera que el segmento quede alineado con el eje u . Luego el punto medio del segmento de observación se expresa en ese mismo sistema mediante (3.1), y con eso las distancias que aparecen en las expresiones de potencial se evalúan tal como se dedujeron.

$$(x_0, y_0, z_0) \longrightarrow (u_0, v_0, w_0) \quad (3.1)$$

3.4.2. Casos de interacción según la capa del suelo

Antes de evaluar los coeficientes de la matriz, cada segmento se clasifica en la capa superior o en la inferior según dónde queda su punto medio respecto de la interfaz a profundidad h . El modelo supone que ningún segmento cruza esa interfaz, cuando un conductor físico la atraviesa, por ejemplo con una varilla vertical suficientemente larga, la discretización se construye con un nodo exactamente sobre ella y cada segmento resultante “vive” por completo en una sola capa. Esta es una de las condiciones más importantes que tiene el algoritmo desarrollado.

Hecha esa clasificación, el elemento R_{ij} se evalúa con una de las cuatro expresiones integradas, según dónde estén el segmento fuente y el punto de observación; la Tabla 3.3 resume los cuatro casos con su factor multiplicativo. Los factores que involucran a K salen de las condiciones de contorno impuestas en la interfaz y recogen el efecto de las imágenes sucesivas propias del problema de dos capas.

Cuadro 3.3: Casos de interacción entre segmento fuente y punto de observación.

Caso	Capa fuente	Capa observación	Factor	Expresión utilizada
UU	superior	superior	$K^{ n }$	Ec. (2.44)
LL	inferior	inferior	$(1 - K^2) K^n$	Ec. (2.45)
UL	superior	inferior	$(1 - K) K^n$	Ec. (2.46)
LU	inferior	superior	$(1 + K) K^n$	Ec. (2.47)

En una malla horizontal enterrada por completo en la capa superior interviene solo el caso UU; los cuatro aparecen a la vez cuando el sistema incorpora conductores que alcanzan la capa inferior, como sucede en varias de las configuraciones con varillas de los capítulos siguientes.

3.5. Cálculo de las tensiones de paso y de contacto en la superficie

Para verificar que un diseño cumple los límites de la IEEE Std 80 [8], se construye una grilla rectangular de puntos sobre la superficie del terreno ($z = 0$) y se calcula el potencial $\varphi(x, y)$ en cada punto, sumando la contribución de todos los segmentos con sus densidades δ_j ya conocidas. Como los puntos de superficie están siempre en la capa superior, en esta etapa solo entran en juego los casos UU y LU de la Tabla 3.3. Los parámetros que controlan la zona evaluada son el paso de la grilla s (resolución espacial) y el margen m (cuánto se extiende la grilla por fuera del rectángulo de la malla).

Sobre esta grilla se evalúan las dos magnitudes de seguridad:

- **Tensión de contacto:** en cada punto interior al rectángulo de la malla se calcula $V_{contacto} = |V - \varphi(x, y)|$, la diferencia entre el GPR de la estructura que se toca y el potencial del suelo que se pisa [8]. Los puntos del margen exterior se excluyen: fuera de la malla no hay conductor que tocar.
- **Tensión de paso:** cada punto de la grilla se conecta con su vecino a distancia d_{paso} en la dirección $+X$ y con su vecino en $+Y$, y para cada par se calcula $V_{paso} = |\varphi(P_1) - \varphi(P_2)|$. No se consideran pares diagonales: la norma define la tensión de paso entre dos pies separados 1 m [8].

El máximo de cada conjunto entrega $V_{paso,max}$ y $V_{contacto,max}$, que son los valores que se comparan contra los límites tolerables. El margen por defecto se fija igual a d_{paso} , y eso no es poca cosa: los pares críticos de tensión de paso son justamente los que cruzan el borde de la malla, con un pie sobre ella y el otro afuera, y sin margen ese peor caso se quedaría fuera del cálculo. La Figura 3.2 resume la construcción.

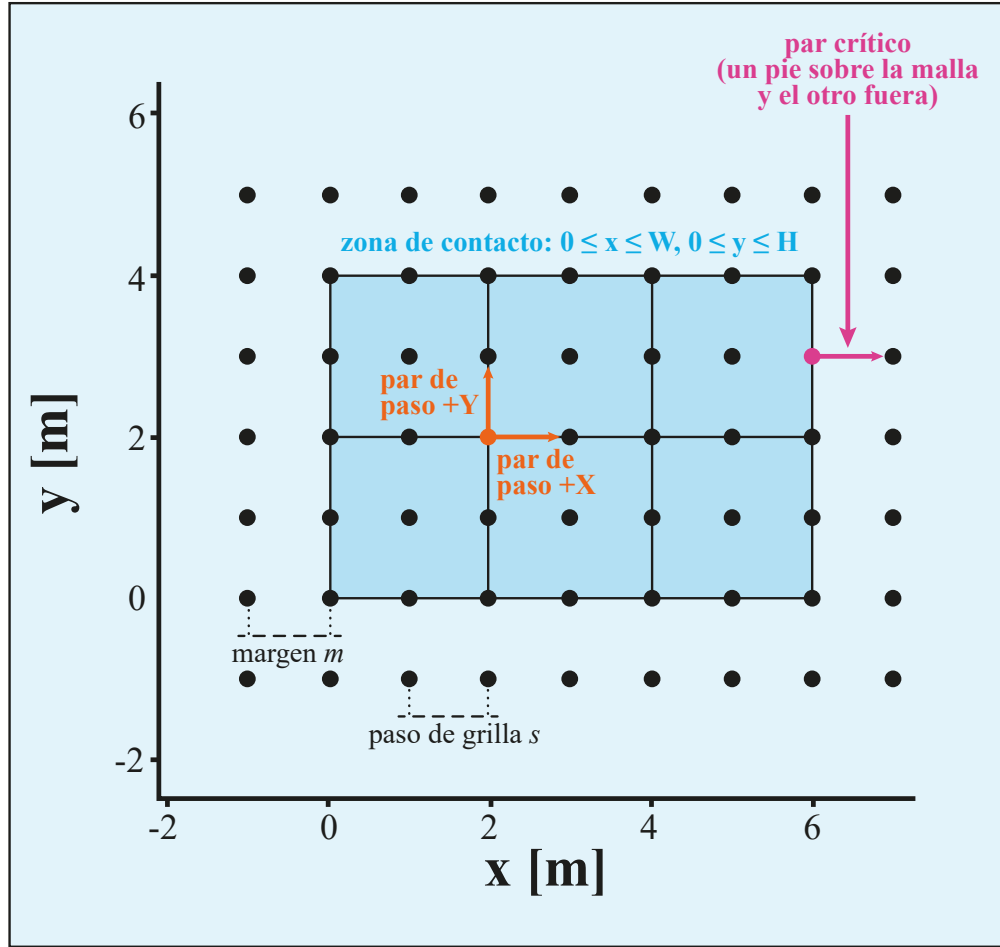


Figura 3.2: Grilla de superficie para el cálculo de tensiones de paso y contacto. Elaboración propia.

3.6. Vectorización y costo computacional

El ensamblado de la matriz de influencia crece al cuadrado con m el número de segmentos, y domina por completo el tiempo de cálculo, un barrido de la implementación inicial mostró que más del 99 % del tiempo se iba en los bucles de ensamblado; la resolución del sistema lineal, en cambio, costaba del orden de 0,001 s. Además, el modelo de dos capas es de por sí más caro que el homogéneo: con $K = \pm 0,5$ cada par de segmentos requiere sumar del orden de 20 términos de la serie de imágenes, frente a un único término cuando $K = 0$, lo que en la práctica encarece cada evaluación en un factor cercano a 18.

Como la plataforma de optimización debe evaluar miles de geometrías candidatas, la implementación final reemplaza los "ciclos for" por operaciones vectorizadas de NumPy [19], las cantidades que dependen de la fuente y de la observación se organizan como vectores columna y fila, cuya combinación produce la matriz completa de cada bloque de capa (UU, LL, UL, LU) en una sola operación, y la serie de imágenes se suma con un número fijo de términos que sale del factor de reflexión K . La idea de fondo es que las fórmulas de cada caso no se tocan; solo cambia cómo se recorre el cálculo. La Tabla 3.4 resume la ganancia obtenida y la equivalencia numérica contra la implementación de referencia; el detalle de la verificación queda en el Anexo.

Cuadro 3.4: Aceleración obtenida con la vectorización del motor de cálculo.

Función	Antes	Después	Diferencia relativa
Matriz de influencia (malla 20×20)	430 s	4,5 s	$2,5 \times 10^{-9}$ en R_g
Paso y contacto (malla 10×10)	66 s	0,59 s	$2,5 \times 10^{-7}$ en V_{paso}

3.7. Estructura general del algoritmo

Una evaluación completa, a fin de cuentas, se reduce a los siguientes pasos:

1. Ingresar los parámetros eléctricos (ρ_1 , ρ_2 , h , I_f) y la geometría (grafo y posiciones).
2. Calcular longitud, orientación local (α , β) y capa de cada segmento.
3. Para cada par fuente–observación, evaluar el coeficiente R_{ij} con la expresión del caso correspondiente (Tabla 3.3), sumando los términos correspondientes de la serie de imágenes.
4. Resolver el sistema lineal y obtener λ_j .
5. Calcular V (GPR), δ_j y R_g según las ecuaciones (2.40) a (2.42).
6. Construir la grilla de superficie, calcular $\varphi(x, y)$ y obtener $V_{paso, max}$ y $V_{contacto, max}$.

3.8. Supuestos y limitaciones del modelo implementado

Conviene dejar declarados los supuestos y limitaciones del modelo implementado, que son los que acotan el alcance de todo lo que viene después:

- El suelo se modela como dos capas horizontales planas y homogéneas, caracterizadas por ρ_1 , ρ_2 y la profundidad de interfaz h .
- Los conductores son cilíndricos, de radio pequeño frente a su longitud y a la separación entre conductores, con el conductor asumido equipotencial.
- Ningún segmento individual cruza la interfaz entre capas, los conductores que la atraviesan se discretizan con un nodo sobre ella.
- El costo del ensamblado y la memoria crecen al cuadrado con el número de segmentos, lo que pone un límite práctico al tamaño y la resolución de las geometrías evaluables.

El motor de cálculo del capítulo anterior se valida aquí con fórmulas analíticas en suelo homogéneo, un caso publicado de una malla real medida en terreno en suelo de dos capas, y 39 casos contra un modelo de elementos finitos construido en COMSOL [20], con una varilla vertical que atraviesa la interfaz como caso central.

4.1. Objetivo y estrategia de validación

El objetivo es verificar las magnitudes de las que depende todo el trabajo posterior, es decir, el potencial en la superficie del terreno, la resistencia de puesta a tierra R_g y las tensiones de paso y de contacto. Todas las comparaciones se expresan como error relativo porcentual respecto de la referencia.

$$\varepsilon = \frac{X_{\text{modelo}} - X_{\text{ref}}}{X_{\text{ref}}} \times 100, \quad (4.1)$$

donde X_{modelo} es la magnitud calculada y X_{ref} el valor de referencia. Se verifica, además, la consistencia del modelo de dos capas: cuando $\rho_1 = \rho_2$, la serie de imágenes se reduce por construcción al caso homogéneo, comportamiento que también se observa para $K = 0$ en el Experimento 1 de la comparación con elementos finitos (Tabla 4.7).

Cada etapa ejercita una ruta distinta del motor. Las fórmulas analíticas cubren el caso UU de la Tabla 3.3 –conductores enteramente en la capa superior–; el caso tomado de la literatura, una malla bajo la interfaz, donde intervienen los casos LL y LU; y la comparación con elementos finitos agrega, de forma controlada, la varilla que atraviesa la interfaz. La Tabla 4.1 resume las referencias y los errores obtenidos.

Cuadro 4.1: Resumen de la validación: referencias, ruta del motor ejercitada y error del modelo.

Referencia independiente	Ruta ejercitada	Magnitud	Error del modelo
Varilla vertical (Dwight)	caso UU, segmento vertical	R_g	$< 1\%$
Conductor horizontal (Sunde)	caso UU, segmento horizontal	R_g	$< 0,4\%$
Malla completa (Sverak, IEEE 80)	decenas de segmentos en interacción	R_g	5,7–8,9%
Malla real en dos capas (Güemes)	malla con varillas bajo la interfaz	R_g	1,7–3,7%
COMSOL, Exp. 1 (14 casos)	dos capas, caso UU, 10 valores de K	$R_g/V_c/V_p$	3,69/0,47/0,44%
COMSOL, Exp. 2 (11 casos)	casos UL/LU/LL	$R_g/V_c/V_p$	1,18/0,45/0,42%
COMSOL, Exp. 3 (14 casos)	profundidad de enterramiento variable	$R_g/V_c/V_p$	1,61/0,94/4,93%

En la columna de magnitudes, R_g es la resistencia de puesta a tierra, V_c la tensión de contacto máxima y V_p la tensión de paso máxima.

4.2. Validación con referencias analíticas en suelo homogéneo

La convergencia del cálculo al variar la segmentación de los conductores ya fue estudiada en trabajos previos de esta línea [2, 21], así que aquí no se repite.

Primero los resultados del modelo se comparan con las fórmulas clásicas de Dwight para la varilla vertical [22] y de Sunde para el conductor horizontal [10]:

$$R_{\text{vert}} = \frac{\rho}{2\pi L} \left(\ln \frac{4L}{a} - 1 \right), \quad R_{\text{horiz}} = \frac{\rho}{\pi L} \left(\ln \frac{2L}{\sqrt{2ad}} - 1 \right). \quad (4.2)$$

Como caso de mayor complejidad se agrega una malla completa, con decenas de segmentos en interacción, comparada con la fórmula de Sverak que la IEEE Std 80 recomienda para el diseño

preliminar [8]. Siendo una expresión aproximada, lo que se espera es un acuerdo razonable, no una coincidencia exacta. La Tabla 4.2 reúne los siete casos.

Cuadro 4.2: Referencias analíticas en suelo homogéneo: R_g del modelo vs fórmulas de Dwight, Sunde y Sverak.

Caso	R_g modelo [Ω]	R_g referencia [Ω]	Error
Varilla de 3,0 m (Dwight)	64,27	64,67	-0,62 %
Varilla de 5,0 m (Dwight)	41,85	42,06	-0,49 %
Conductor horizontal de 10 m (Sunde)	29,69	29,60	+0,32 %
Conductor horizontal de 20 m (Sunde)	16,97	17,01	-0,20 %
Conductor horizontal de 40 m (Sunde)	9,57	9,61	-0,37 %
Malla de 20×20 m (Sverak)	4,38	4,81	-8,9 %
Malla de 70×70 m (Sverak)	1,36	1,44	-5,7 %

En los electrodos elementales las diferencias quedan por debajo del 1 %. En las mallas completas las diferencias se sitúan entre el 5,7 y el 8,9 %, un nivel de discrepancia esperable.

4.3. Validación en suelo de dos capas

Antes de pasar a la comparación con elementos finitos, veamos un caso real tomado de la literatura. Güemes *et al.* construyeron una malla con varillas en un suelo de dos capas, midieron su resistencia en terreno y la calcularon además mediante un modelo de elementos finitos propio [4]. La Tabla 4.3 resume las principales características del caso. La malla incorpora seis varillas, ubicadas en sus cuatro esquinas y en los puntos medios de los dos lados largos.

Cuadro 4.3: Geometría y suelo del caso de Güemes *et al.* [4]

Parámetro	Valor
Dimensiones de la malla	12×8 m
Reticulado	un conductor interior (dos retículas de 6×8 m)
Varillas	6, de 2 m de largo
Radio de los conductores	5 mm
Profundidad de enterramiento	0,6 m
Capa superior del suelo	$3000 \Omega \cdot \text{m}$, 0,2 m de espesor
Capa inferior del suelo	$22 \Omega \cdot \text{m}$

El caso es útil porque junta una medición en terreno con un suelo de contraste fuerte, 3000 frente a $22 \Omega \cdot \text{m}$, una estratificación bien pronunciada. Y como la interfaz está a solo 0,2 m de profundidad y la malla enterrada a 0,6 m, todo el sistema de puesta a tierra queda en la capa inferior, con lo que se ejercitan los casos LL y LU con una geometría de decenas de segmentos y diferentes orientaciones.

El modelo obtiene $R_g = 0,963 \Omega$: un -1,7 % respecto del cálculo por elementos finitos del artículo y un -3,7 % respecto de la medición en terreno (Tabla 4.4), ambas diferencias por debajo del 8 % que los propios autores reportan entre su método y las mediciones [4].

Cuadro 4.4: R_g del modelo vs los valores reportados por Güemes *et al.*

Referencia	R_g [Ω]	Error del modelo
Modelo propio	0,963	—
Elementos finitos [4]	0,98	−1,7 %
Medición experimental [4]	1,00	−3,7 %

4.4. Validación contra elementos finitos

Aquí se contrasta el motor de cálculo con un método numérico independiente de la formulación implementada. Se construyo un modelo de elementos finitos en COMSOL [20]. La comparación sirve además para mirar el caso que más interesa del modelo de dos capas, una varilla que atraviesa la interfaz, donde entran a la vez las cuatro expresiones anteriormente mencionadas. Se estudiaron 39 casos, repartidos en tres experimentos (Tabla 4.5).

Cuadro 4.5: Los tres experimentos del estudio de validación contra elementos finitos.

Experimento	Parámetro variado	Casos
1	resistividades ρ_1 y ρ_2 , con la interfaz fija	14
2	profundidad h de la capa superior	11
3	profundidad de enterramiento d de la varilla	14

4.4.1. Caso de estudio y protocolo de medición

Los casos de estudio de referencia se construyeron todos con una varilla vertical aislada, con los parámetros de la Tabla 4.6. En el motor de cálculo la varilla se discretiza en 20 segmentos de 0,1 m, el mismo criterio del resto de la memoria. La idea es aislar lo maximo posible lo que realmente se quiere verificar, por ejemplo, sin que la interacción entre varios conductores haga difícil de encontrar el origen de una discrepancia, y poder mover por separado la interfaz y la profundidad de enterramiento. Como es un solo electrodo con 1000 A, las tensiones salen de decenas a cientos de kV.

Cuadro 4.6: La varilla del estudio de validación.

Parámetro	Valor
Largo	2,0 m
Radio del conductor	0,005 m
Corriente de falla	1000 A

Al comparar las tensiones hay una consideración importante, porque el motor de cálculo no las evalúa en puntos prefijados, sino que busca un máximo de tensión de contacto y otro de tensión de paso sobre la grilla de superficie del Capítulo 3. Como la varilla aislada no define una extensión horizontal comparable a la de una malla, se fija una región de búsqueda de contacto de 1×1 m con la varilla en su origen (por simetría radial, equivalente a 2×2 m centrada), con un margen y un paso de grilla de 1 m, y la ubicación de los máximos sale del cálculo.

En los 39 casos la tensión de contacto máxima cayó siempre en la esquina de esa región, a $r = \sqrt{2} \approx 1,414$ m del eje de la varilla; la tensión de paso máxima, en el par de puntos que cruza el electrodo,

con uno sobre la proyección en superficie del eje y el otro a 1 m.

Ambas ubicaciones son las que dicta la simetría axial: el potencial superficial cae al alejarse del eje, así que la mayor diferencia con el potencial de la varilla está en el punto más lejano de la región, y el mayor salto entre dos puntos separados 1 m está donde el potencial varía más rápido, junto al electrodo. En COMSOL se usaron criterios equivalentes: la tensión de contacto se evalúa en el mismo punto, a $r = \sqrt{2}$ m del eje; para la tensión de paso, en cambio, se busca el par de puntos con mayor diferencia de potencial dentro de una región que se extiende hasta 3 m del conductor, registrando además la posición del máximo. Esta configuración se definió una sola vez y no se tocó en los tres experimentos. En cada caso se comparan R_g , la tensión de contacto y la tensión de paso. El GPR no se presenta por separado porque, con $GPR = R_g I_f$ y corriente fija, su error relativo es el mismo de R_g .

4.4.2. Construcción del modelo en COMSOL

El modelo de referencia construido en COMSOL es 2D con simetría axial, porque la varilla tiene simetría de revolución: basta un corte radial resuelto en torno al eje. La configuración de la física en la interfaz de Corrientes Eléctrica, esta resuelta en el dominio de la frecuencia a 50 Hz.

La varilla se construye con un rectángulo de 0,005 m de ancho, igual a su radio, y 2 m de alto, pegado al eje de simetría. El suelo, dos rectángulos apilados, uno por capa, que forman un dominio de 60 m de radio y 60 m de profundidad, treinta veces el largo de la varilla. A la varilla se le asigna cobre de la librería de materiales de COMSOL, y a cada capa del suelo un material propio, con conductividad eléctrica $1/\rho_1$ o $1/\rho_2$ y una permitividad relativa de 20.

El área de la varilla se establece como *Terminal*, al que se inyecta una corriente de 1 A, y la resistencia de puesta a tierra R_g sale del cociente entre la tensión del terminal y esa corriente. Los bordes lateral e inferior del dominio se fijan en 0 V con la condición *Ground*, que representa la tierra remota, y la superficie del terreno ($z = 0$) se define como aislamiento eléctrico.

Las Figuras 4.1 y 4.2 muestran dos ejemplos del modelo construido y el potencial obtenido. En la primera imagen la varilla queda entera en la capa superior y en la segunda imagen atraviesa la interfaz.

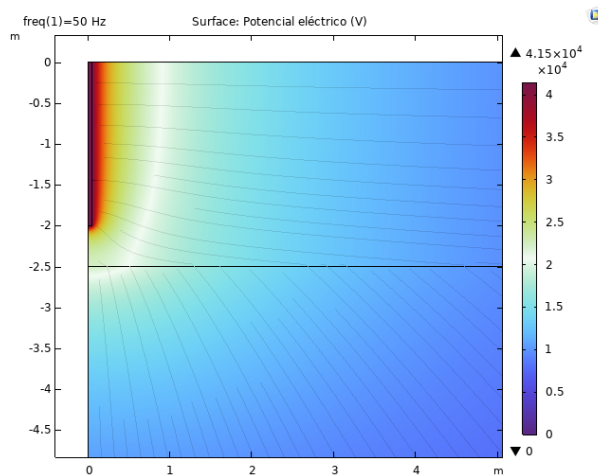


Figura 4.1: Potencial eléctrico en el modelo axisimétrico de COMSOL con la interfaz en $h = 2,5$ m: la varilla queda completamente en la capa superior. Elaboración propia.

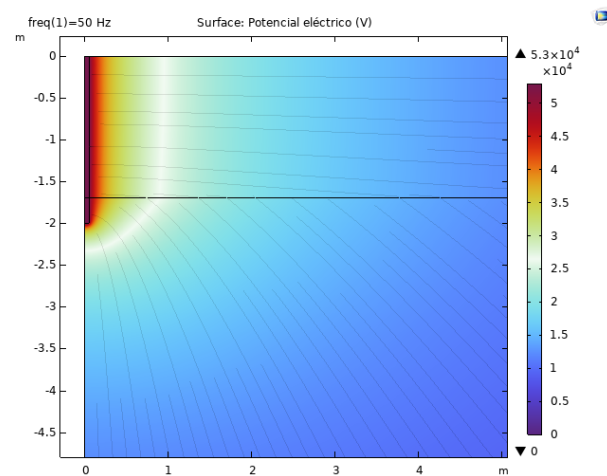


Figura 4.2: Potencial eléctrico con la interfaz en $h = 1,7$ m: la varilla atraviesa la interfaz. Elaboración propia.

4.4.3. Experimento 1: barrido de resistividades

En el primer experimento, la interfaz se mantiene fija en $h = 2,5$ m, por lo que la varilla de 2 m queda completamente contenida en la capa superior. Se analizan 14 combinaciones de resistividades mediante dos series de casos: en una de ellas, ρ_1 varía entre 10 y 1000 $\Omega \cdot \text{m}$ manteniendo $\rho_2 = 1000 \Omega \cdot \text{m}$, y en la otra del mismo modo se varía ρ_2 con $\rho_1 = 100 \Omega \cdot \text{m}$. En conjunto, estas combinaciones cubren diez valores del coeficiente de reflexión, desde $K = -0,82$ hasta $K = +0,98$. Los resultados muestran que R_g depende sobre todo de ρ_1 , la capa donde vive la varilla y bastante menos de ρ_2 . La Tabla 4.7 muestra seis casos representativos; las tablas completas están en el Anexo 8.3.6.

Cuadro 4.7: Experimento 1, casos representativos: comparación entre el modelo y elementos finitos.

ρ_1/ρ_2 [$\Omega \cdot \text{m}$]	K	R_g modelo [Ω]	R_g COMSOL [Ω]	ε_{R_g}	$\varepsilon_{V_{cont}}$	$\varepsilon_{V_{paso}}$
100/10	-0,82	45,912	45,685	+0,50 %	+0,50 %	+0,47 %
100/30	-0,54	47,244	46,972	+0,58 %	+0,49 %	+0,46 %
100/100	0,00	50,532	50,099	+0,86 %	+0,47 %	+0,44 %
500/1000	+0,33	267,379	263,816	+1,35 %	+0,57 %	+0,54 %
100/1000	+0,82	62,330	59,944	+3,98 %	+0,44 %	+0,41 %
10/1000	+0,98	7,667	6,556	+16,95 %	+0,44 %	+0,41 %

Las magnitudes se comportan distinto. El error de R_g sube desde cerca del 0,5 % hasta un máximo de 16,95 %; los de las tensiones de contacto y de paso, en cambio, casi no se mueven y quedan en torno al 0,45 %. Sobre los 14 casos, la media de $|\varepsilon|$ es de 3,69 % para R_g , 0,47 % para la tensión de contacto y 0,44 % para la tensión de paso.

La mayor discrepancia en R_g aparece cuando la capa inferior es mucho más resistiva que la superior: con ρ_2 del orden de cien veces ρ_1 el error llega al +16,95 %, y para contrastes de hasta aproximadamente un orden de magnitud se queda en torno al 4 % o por debajo. Al invertir el contraste la cosa cambia: con la capa inferior menos resistiva que la superior, los errores no pasan del 0,7 %. La asimetría no es menor. Esta pérdida de precisión para valores elevados de ρ_2/ρ_1 es una limitación del modelo, y se retoma en la sección 4.5.

4.4.4. Experimento 2: la varilla atraviesa la interfaz

Este es el experimento que más interesa. Hasta aquí las referencias analíticas y el Experimento 1 solo ejercitan el caso UU de la matriz de influencia, y el caso de la literatura los casos LL y LU; falta la situación en que un mismo electrodo atraviesa la interfaz, con segmentos en ambas capas, donde entran a la vez los cuatro casos de la Tabla 3.3, incluidos los que todavía no se han contrastado con una referencia numérica independiente.

El barrido se realiza manteniendo $\rho_1 = 500$ y $\rho_2 = 1000 \Omega \cdot \text{m}$ ($K = +0,33$) y variando el espesor de la capa superior h desde 2,5 hasta 1,0 m en once casos. Para $h \geq 2,0$ m, la varilla permanece completamente contenida en la capa superior; cuando $h = 2,0$ m, la interfaz coincide con su extremo inferior, y a partir de $h = 1,8$ m la varilla atraviesa ambas capas (Figura 4.3). Todos los valores de h son compatibles con la discretización de 0,1 m, de modo que la interfaz cae siempre sobre un nodo, como exige la implementación del modelo; COMSOL no tiene esa restricción, pero se usaron las mismas posiciones de la interfaz para comparar en igualdad de condiciones.

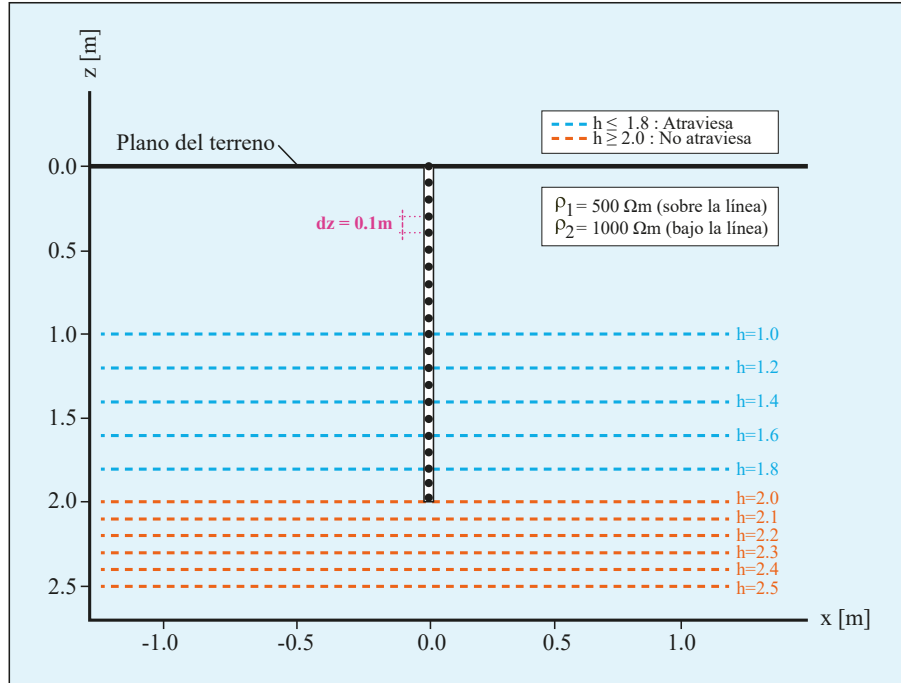


Figura 4.3: Geometría del Experimento 2: la interfaz sube desde 2,5 hasta 1,0 m y la varilla pasa de estar contenida en la capa superior a atravesarla. Elaboración propia.

Cuadro 4.8: Experimento 2 completo: modelo vs elementos finitos al variar el espesor de la capa superior.

h [m]	Seg. capa 1	Seg. capa 2	R_g modelo [Ω]	R_g COMSOL [Ω]	ε_{R_g}	$\varepsilon_{V_{cont}}$	$\varepsilon_{V_{paso}}$
2,5	20	0	267,379	263,816	+1,35 %	+0,57 %	+0,54 %
2,4	20	0	268,248	264,690	+1,34 %	+0,56 %	+0,54 %
2,3	20	0	269,269	265,722	+1,33 %	+0,56 %	+0,53 %
2,2	20	0	270,510	266,984	+1,32 %	+0,55 %	+0,52 %
2,1	20	0	272,122	268,644	+1,29 %	+0,52 %	+0,49 %
2,0	20	0	274,729	271,794	+1,08 %	+0,28 %	+0,24 %
1,8	18	2	289,035	285,921	+1,09 %	+0,34 %	+0,30 %
1,6	16	4	303,825	300,609	+1,07 %	+0,36 %	+0,33 %
1,4	14	6	319,891	316,567	+1,05 %	+0,38 %	+0,35 %
1,2	12	8	337,578	334,137	+1,03 %	+0,40 %	+0,37 %
1,0	10	10	357,246	353,666	+1,01 %	+0,42 %	+0,39 %

A medida que más varilla queda en la capa inferior, la más resistiva, R_g sube en ambos modelos, con más pendiente una vez que la varilla empieza a atravesar la interfaz y sin ningún salto al cambiar de caso de interacción. Eso es relevante, ya que si el tratamiento de los segmentos en capas distintas tuviera una inconsistencia, se notaría justo en ese cruce.

Y la discrepancia no crece cuando los cuatro casos de la matriz de influencia entran en juego: el error de R_g está entre 1,08 % y 1,35 % antes del cruce y entre 1,01 % y 1,09 % una vez que la varilla atraviesa la interfaz, y los errores de las tensiones de contacto y de paso quedan por debajo del 0,6 % en todo el barrido.

4.4.5. Experimento 3: profundidad de enterramiento

En el tercer experimento se mantienen fijas las características del suelo ($\rho_1 = 500$, $\rho_2 = 1000 \Omega \cdot \text{m}$, $h = 2,5 \text{ m}$) y se varía la profundidad de enterramiento de la varilla. La profundidad d de su extremo superior aumenta desde 0 hasta 2,1 m en 14 casos, y a partir de $d = 0,7 \text{ m}$ la varilla atraviesa la interfaz entre ambas capas (Figura 4.4). Este barrido interesa porque la profundidad de enterramiento es una de las variables de decisión de la optimización del Capítulo 5, y de paso muestra cómo siguen ambos modelos las magnitudes eléctricas mientras el electrodo baja de una capa a la otra.

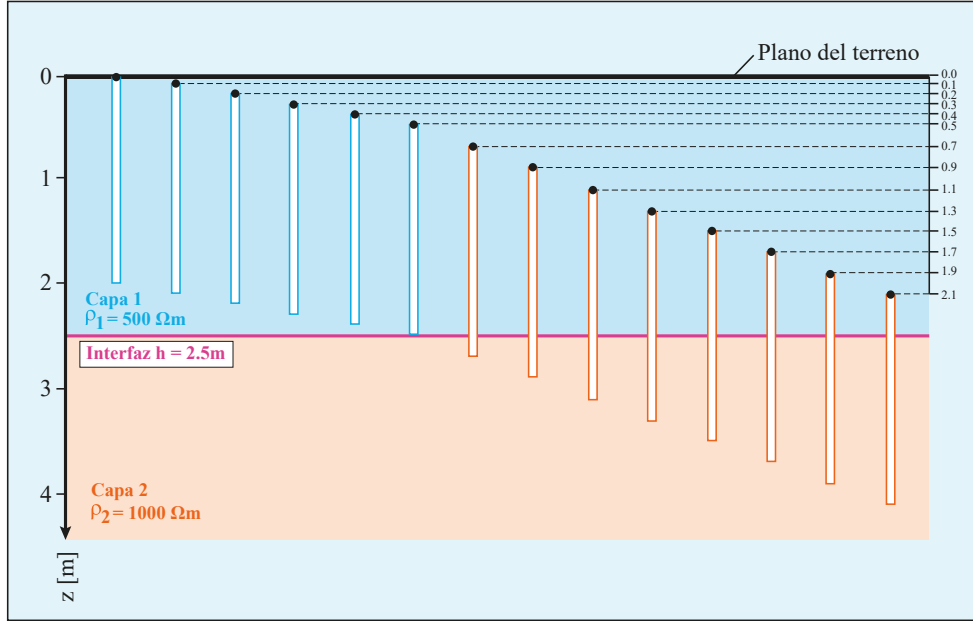


Figura 4.4: Geometría del Experimento 3: la varilla desciende de $d = 0$ a $d = 2,1 \text{ m}$ y atraviesa la interfaz desde $d = 0,7 \text{ m}$. Elaboración propia.

Cuadro 4.9: Experimento 3 completo: modelo vs elementos finitos al variar la profundidad de enterramiento.

$d \text{ [m]}$	Seg. c1	Seg. c2	R_g modelo $[\Omega]$	ε_{R_g}	V_{cont} modelo $[\text{V}]$	$\varepsilon_{V_{cont}}$	V_{paso} modelo $[\text{V}]$	$\varepsilon_{V_{paso}}$
0,0	20	0	267,379	+1,35 %	209 347,2	+0,57 %	197 722,6	+0,54 %
0,1	20	0	262,914	+1,62 %	205 810,2	+0,91 %	67 949,3	-4,48 %
0,2	20	0	260,571	+1,67 %	204 506,0	+0,97 %	44 422,7	-4,13 %
0,3	20	0	259,186	+1,69 %	204 198,4	+0,98 %	32 028,0	-5,70 %
0,4	20	0	258,558	+1,69 %	204 654,8	+0,97 %	24 257,4	-8,45 %
0,5	20	0	259,096	+1,50 %	206 240,0	+0,75 %	19 018,4	-12,08 %
0,7	18	2	268,810	+1,55 %	217 700,9	+0,83 %	13 633,1	-14,74 %
0,9	16	4	279,147	+1,57 %	229 872,3	+0,88 %	11 744,6	-6,83 %
1,1	14	6	290,686	+1,59 %	243 252,4	+0,92 %	10 109,4	-2,49 %
1,3	12	8	303,651	+1,60 %	258 039,0	+0,96 %	8 717,7	-0,64 %
1,5	10	10	318,310	+1,63 %	274 495,1	+1,01 %	7 538,5	-0,42 %
1,7	8	12	335,029	+1,65 %	292 997,8	+1,07 %	6 531,5	-1,22 %
1,9	6	14	354,336	+1,69 %	314 103,1	+1,13 %	5 654,3	-2,69 %
2,1	4	16	377,069	+1,73 %	338 689,6	+1,22 %	4 866,2	-4,62 %

R_g baja primero con la profundidad de enterramiento, toca un mínimo antes de 0,5 m y vuelve

a subir a medida que más varilla entra en la capa inferior. La tensión de paso también cae con la profundidad, y con fuerza en los primeros casos. El error de R_g se queda en los niveles de los experimentos anteriores y el de la tensión de contacto sube apenas, hasta un 1,2%; el de la tensión de paso, en algunos casos, no.

4.4.6. Alcance del evaluador de tensión de paso

En el Experimento 3 el error de la tensión de paso llega a una media cercana al 5 % y a un máximo de $-14,74$ %, cuando en los dos experimentos anteriores no pasó del 0,6 %. La explicación está en la resolución espacial con que se localiza el máximo.

En COMSOL, como se dijo en el protocolo, la búsqueda del par de puntos con mayor diferencia de potencial es continua y registra la posición del máximo, y en el Experimento 3 esa posición se va desplazando a medida que la varilla baja. El evaluador implementado, en cambio, solo mira los nodos de una grilla con paso de 1 m.

La columna r_{paso} de la Tabla 8.15 del Anexo lo muestra: las menores diferencias aparecen cuando la posición hallada en COMSOL cae cerca de un nodo, y los errores crecen cuando el máximo queda entre dos. Ahí la grilla no alcanza a muestrear el punto de mayor diferencia de potencial y el valor calculado sale por debajo del de la búsqueda continua, lo que cuadra con el signo negativo de los errores y con que R_g y la tensión de contacto se mantengan acotados, por debajo del 2 %.

La desviación es entonces de resolución del evaluador y no de las ecuaciones del modelo eléctrico, y se reduce refinando la grilla. En las mallas estudiadas después la tensión de paso no es la restricción que manda, como se ve en el Capítulo 6; de todas formas hay que tenerla presente, porque es el único punto del estudio en que el modelo subestima de forma apreciable a la referencia.

4.5. Síntesis, alcances y limitaciones de la validación

En conjunto, el modelo se comporta de forma consistente dentro de las condiciones estudiadas: bajo el 1 % frente a las expresiones analíticas de los electrodos elementales, $-1,7$ % y $-3,7$ % frente al modelo de elementos finitos publicado y la medición en terreno de la malla real de Güemes, y 39 casos contra COMSOL moviendo las resistividades, la posición de la interfaz y la profundidad de enterramiento de la varilla.

Donde el acuerdo es más alto es en las tensiones de seguridad: en los dos primeros experimentos los errores de contacto y de paso quedan en torno al 0,5–0,6 %, con las resistividades cambiando y con la varilla cruzando la interfaz. En el Experimento 3 el error de contacto no pasa del 1,2 % y el de paso se desvía en algunos casos, pero, como se vio en la sección 4.4.6, eso es resolución de la grilla del evaluador y no una pérdida de precisión en el cálculo del potencial.

El cruce de la interfaz es el otro resultado que vale la pena rescatar. Como se vio en el Experimento 2, cuando la varilla tiene segmentos en ambas capas las cuatro interacciones de la matriz de influencia entran en juego a la vez y el error de R_g se queda en torno al 1 %, sin saltos al cambiar de capa: el modelo no pierde precisión por tener que representar electrodos repartidos entre las dos capas.

La principal desviación en R_g sigue siendo la de la capa inferior mucho más resistiva que la superior: el error crece a medida que el coeficiente de reflexión se acerca a valores positivos elevados, llega a su máximo en el contraste más fuerte y ahí el modelo sobreestima la resistencia respecto de elementos finitos. Para los contrastes de resistividad que se usan después en esta memoria las diferencias son bastante menores, pero la pérdida de precisión para valores extremos de ρ_2/ρ_1 es una condición a tener presente si el modelo se aplica fuera del rango estudiado.

Hay que decir también hasta dónde llega la validación. El estudio propio con elementos finitos se hizo sobre una varilla aislada y no sobre una malla completa; la única malla en suelo de dos capas contrastada es la del caso publicado de la sección 4.3, así que la validación experimental es indirecta –viene de una medición ajena, no de ensayos hechos para este trabajo–. La convergencia con la discretización de los conductores se apoya en los trabajos previos citados, y la evaluación del potencial en el punto medio de cada segmento deja una pequeña asimetría en la matriz de influencia, inferior al 0,3 % en los casos estudiados.

Con esos alcances, los resultados respaldan usar el modelo como función de evaluación de la plataforma de optimización de los capítulos siguientes. Las dos desviaciones que quedan identificadas, R_g con estratificación muy alta y la resolución del evaluador de tensión de paso, están acotadas y se sabe de dónde vienen.

En este capítulo se ensambla la plataforma de optimización con el motor de cálculo validado en el capítulo anterior, se formula el problema de diseño, las variables de decisión, cotas, restricciones de seguridad y una función objetivo en UF, se describen los generadores de geometría y los dos métodos de búsqueda, PSO y el TPE de Optuna, y se deja registro de la etapa exploratoria con varillas interiores que terminó fuera de la formulación final.

5.1. Formulación del problema de optimización

El problema de diseño se formula minimizando el costo de construcción del sistema de puesta a tierra, sujeto a que las tensiones máximas de paso y de contacto no superen los límites tolerables establecidos por la IEEE Std 80 para una persona de 50 kg [8]. Las dimensiones del terreno, el modelo de suelo de dos capas y las condiciones de falla se consideran datos de entrada. La geometría de la malla y la disposición de las varillas son las variables del problema, y a su vez el resultado de la optimización. El problema se aborda como *Black-Box Optimization*: cada diseño candidato se evalúa con el modelo numérico del Capítulo 3 para obtener la función objetivo y verificar las restricciones, sin información de gradientes de por medio [12, 13].

5.1.1. Variables de decisión

La plataforma se fue armando por etapas, sumando variables de decisión a medida que crecía el alcance del problema. El modelo final considera cinco variables enteras, resumidas en la Tabla 5.1. Las varillas interiores también se probaron, pero quedaron fuera de la formulación final, esa etapa se describe en la sección 5.5.

Cuadro 5.1: Variables de decisión del modelo final de la plataforma.

Variable	Qué controla	Etapas
x_{div}, y_{div}	Subdivisiones de la malla horizontal en X e Y	malla horizontal
$dens_x, dens_y$	Densidad de varillas en el perímetro, por eje	varillas
$depth$	Profundidad de enterramiento de la malla	profundidad

Todas las variables son enteras: las divisiones y densidades por naturaleza, y la profundidad porque se optimiza como índice sobre una grilla discreta de valores admisibles, de 0,2 a 0,6 m, en pasos de 0,1 m. Las dimensiones del terreno, el largo de las varillas (1,5 m), su discretización y el modelo de suelo permanecen fijos durante cada optimización.

5.1.2. Cotas físicas y espacio de búsqueda

Las cotas de las variables salen de un criterio físico: evitar conductores demasiado próximos entre sí, donde la interacción entre electrodos puede reducir el aporte individual de cada uno a la disipación de corriente. Se adoptó una separación mínima de 2,5 m entre conductores paralelos de la malla, lo que fija $x_{div,max} = \lfloor \text{lado}/2,5 \rfloor$ y deja hasta 8 divisiones en un terreno de 20×20 m, 12 en uno de 30×30 m y 28 en uno de 70×70 m. Para las varillas se estableció una separación mínima de 3 m, equivalente a dos veces su largo, con lo que las densidades de perímetro quedan acotadas a 6 por eje para 20 m de lado, a 10 para 30 m y a 23 para 70 m.

Con estas cotas, el espacio de búsqueda de la etapa con varillas de perímetro contiene 3136 combinaciones para terrenos de 20×20 m y 17 424 para terrenos de 30×30 m. Al incorporar la profundidad como quinta variable, el espacio correspondiente al caso de 20×20 m aumenta a 15 680 combinacio-

nes. Son espacios discretos de tamaño moderado, pero cada evaluación cuesta en la práctica desde algunos segundos hasta varios minutos, así que el presupuesto de evaluaciones no es poca cosa.

5.2. Restricciones de seguridad y función objetivo penalizada

Para cada suelo se calculan los límites tolerables $E_{\text{step},50}$ y $E_{\text{touch},50}$ con las expresiones de la IEEE Std 80, considerando la capa superficial de gravilla y el tiempo de despeje de la falla [8]. El factor de corrección C_s se evalúa con la resistividad de la capa superior del suelo, la que queda justo bajo la gravilla. Un diseño se considera factible si cumple simultáneamente

$$V_{\text{paso},\text{max}} \leq E_{\text{step},50}, \quad V_{\text{contacto},\text{max}} \leq E_{\text{touch},50}, \quad R_g \leq R_{g,\text{max}}, \quad (5.1)$$

donde la restricción sobre $R_{g,\text{max}}$ es opcional y se mantiene desactivada en los experimentos de esta memoria: R_g se calcula y se reporta, pero no interviene en la factibilidad. Las restricciones entran al problema a través de una función objetivo penalizada [14]:

$$f(x) = \begin{cases} C(x), & \text{si } x \text{ es factible,} \\ C(x) + 10^6 + 10^6 \cdot v(x), & \text{si no lo es,} \end{cases} \quad (5.2)$$

donde $C(x)$ es el costo del diseño y $v(x)$ la suma cuadrática de los excesos relativos sobre las restricciones no cumplidas. La constante de 10^6 separa con holgura las soluciones factibles de las infactibles dentro del rango de costos considerado. El término en $v(x)$, por su parte, crece a medida que estamos mas lejos de un resultado factible, de modo que la búsqueda tienda hacia la región factible.

5.3. Función objetivo: modelo de costo en UF

La función objetivo se fue ampliando junto con el desarrollo de la plataforma. En la etapa inicial, limitada a la malla horizontal, se minimizó el largo total de conductor. Al incorporar varillas se pasó a un costo en metros equivalentes de cable, que ponderaba tanto su material como su instalación. En la formulación final, la función objetivo es el costo estimado de construcción en UF, armado con las principales partidas de la ejecución del sistema de puesta a tierra:

$$\boxed{C = 0,41 L_{\text{malla}} + 0,287 L_{\text{var}} + 0,1845 n_{\text{var}} + 0,1435 n_{\text{ms}} + 0,1435 (x_{\text{div}} + 1)(y_{\text{div}} + 1) + 0,6313 d L_{\text{malla}} + 4,0} \quad (5.3)$$

donde L_{malla} es el largo total de conductor horizontal en metros, L_{var} el largo total de las varillas, n_{var} el número de varillas, n_{ms} el número de varillas cuya base no coincide con una unión de la grilla (*mid-span*), además el término $(x+1)(y+1)$ representa el número de uniones de la malla, y d la profundidad de enterramiento en metros. La Tabla 5.2 resume el origen de cada término; el tarifario completo y la tabla de dificultades de excavación están en el Anexo efanexo:costo.

Cuadro 5.2: Términos del modelo de costo y su origen.

Término	Precio	Origen
Cable de cobre 2/0 AWG	0,41 UF/m	precio de mercado del cobre desnudo
Material de varilla	0,287 UF/m	copperweld, $\approx 0,7 \times$ el cable
Hincado de varilla	0,1845 UF/varilla	mano de obra, fijo por unidad
Soldadura exotérmica	0,1435 UF/unión	carga de soldadura tipo Cadweld
Excavación de zanja	1,2625 UF/m ³	excavación + retiro + relleno, dificultad media
Costos fijos	4,0 UF/malla	replanteo, señalización y seguridad

La excavación y las soldaduras requieren un comentario aparte. Para el conductor horizontal se considera una zanja de 0,5 m de ancho [23], cuyo volumen sale del ancho, la profundidad de enterramiento y el largo total de la malla; la cubicación sigue el criterio adoptado a partir de NCh353 [24], considerando además las disposiciones para trabajos de excavación de NCh349 [25]. Así, la excavación queda representada por el término $0,6313 d L_{malla}$. Para una profundidad de referencia de 0,5 m, este componente equivale aproximadamente al 77 % del costo por metro del conductor, es decir que enterrar el cable cuesta casi tanto como el cable mismo. Las varillas, en cambio, van hincadas y no cargan con este costo de excavación.

Las soldaduras se cuentan por uniones, una exotérmica por cada intersección de la grilla, y una más por cada varilla en posición *mid-span*, que necesita su propia unión con el conductor. Con esto, una varilla de 1,5 m cuesta 0,615 UF sobre una unión existente y 0,759 UF en posición *mid-span*. El término proporcional a $(x_{div} + 1)(y_{div} + 1)$ es justamente el número de intersecciones de la malla.

5.4. Generación de geometrías candidatas

Las variables de decisión entregadas por el optimizador, ya sea mediante Optuna o PSO, deben ser transformadas en una representación que pueda ser evaluada por el motor de cálculo. Para esto, los generadores de geometría se encargan de traducir las variables de decisión, que definen la configuración de la geometría candidata, en grafos implementados mediante NetworkX, respetando los límites y restricciones geométricas establecidos para el diseño.

5.4.1. Malla horizontal

La malla horizontal se construye a partir de las variables x_{div} e y_{div} , que definen el número de subdivisiones del terreno según los ejes x e y , respectivamente. Estas subdivisiones determinan la posición de los conductores paralelos a cada eje, dando lugar a un reticulado rectangular de $x_{div} \times y_{div}$ celdas sobre el terreno. Para el cálculo, los conductores de esta malla se subdividen a su vez en segmentos de menor longitud, cuyo tamaño se determina imponiendo que la razón entre la longitud de los segmentos orientados según el eje x y la de los orientados según el eje y no supere 1,15. Este criterio se adopta a partir de [2].

5.4.2. Varillas de perímetro

Las varillas verticales se distribuyen de forma equiespaciada a lo largo del perímetro de la malla, y su cantidad en cada dirección queda controlada por las variables $dens_x$ y $dens_y$: la primera fija cuántas varillas se ubican en los lados horizontales del perímetro, y la segunda, cuántas en los lados

verticales. Al definirse de manera independiente, el optimizador puede adoptar densidades distintas para cada dirección según convenga al diseño. Los casos extremos de esta variable son directos: una densidad cero implica que el lado correspondiente queda sin varillas, mientras que una densidad uno deja solo las varillas de esquina, las cuales pertenecen a la vez a los dos lados que se juntan en esa esquina, por lo que se cuentan una sola vez para no duplicarlas.

La Figura 5.1 muestra este esquema para un terreno de 20×20 m y cuatro combinaciones de densidades, desde el caso con varillas únicamente en las esquinas hasta la configuración máxima considerada, con 24 varillas y una separación mínima de 3 m. Cada posición se asigna al nodo más cercano disponible sobre el borde de la malla. Desde allí las varillas bajan verticalmente a partir de la profundidad de enterramiento y se discretizan en segmentos de 0,1 m. Si una varilla cruza la interfaz entre ambas capas, se le pone un nodo exactamente sobre ella, como pide el modelo de cálculo.

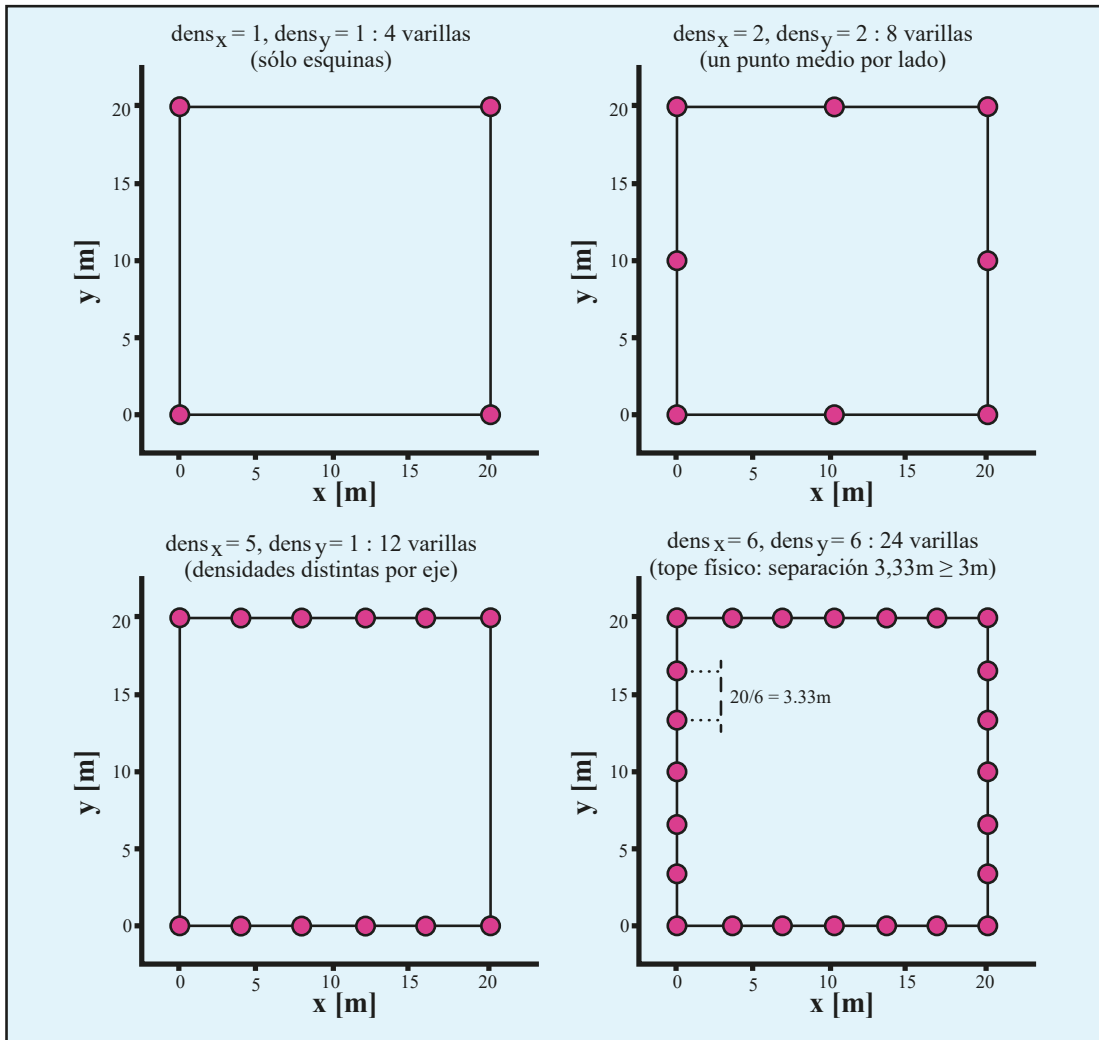


Figura 5.1: Colocación de varillas de perímetro por conteo directo en un terreno de 20×20 m, para cuatro combinaciones de densidades. Elaboración propia.

5.5. Etapa exploratoria: varillas interiores

En una etapa intermedia se probó también con varillas al interior de la malla, agregando dos variables de decisión que controlan la densidad de un retículo interior. Como cada varilla tiene que quedar “amarrada” a un conductor horizontal, sus posiciones se restringen a las líneas interiores de la malla: el generador define primero un conjunto de posiciones ideales, las corre al conductor interior más cercano y elimina las que no cumplen la separación mínima, cuidando la simetría de la geometría. El procedimiento se verificó sobre 1008 combinaciones de mallas y densidades, sin violaciones de simetría ni de separación.

Las varillas interiores agrandan el espacio de búsqueda y alargan cada evaluación, por los segmentos extra que debe procesar el motor de cálculo, y su aporte fue reducido en los casos estudiados: según los resultados de la sección 6.5, para un mismo número de varillas las del perímetro reducen la tensión de contacto entre un 22 y un 49 % dependiendo del suelo, y las interiores apenas entre un 0,3 y un 4 %, salvo en la Config 3 de dos capas, donde llegan a cerca de un 10 %, sin que su incorporación llevara a soluciones de menor costo. Por eso se excluyeron de la formulación final, que quedó con las cinco variables de la Tabla 5.1.

5.6. Algoritmos de optimización

La plataforma admite distintos algoritmos de búsqueda sobre la misma función objetivo penalizada (5.2). Ambos métodos usan además memoización sobre el vector de decisión, de modo que una geometría ya evaluada recupera su resultado sin volver a correr el motor de cálculo.

5.6.1. Particle Swarm Optimization

El primer algoritmo utilizado es PSO, presentado en la sección 2.5.2 [16], en su variante de mejor global e implementado mediante la librería `pyswarms` [26]. Se utiliza un enjambre de 5 partículas, con coeficiente de inercia $\omega = 0,9$ y factores cognitivo y social $c_1 = 2,0$ y $c_2 = 1,0$. Con esta elección se da un mayor peso a la experiencia individual de cada partícula que a la atracción hacia la mejor solución global. Como las variables son enteras, las posiciones continuas de PSO se redondean y se recortan a sus cotas antes de evaluar cada candidato.

5.6.2. Optimización bayesiana con Optuna

El segundo método es el optimizador TPE (*Tree-structured Parzen Estimator*) [17], presentado en la sección 2.5.2, en la implementación de la librería Optuna [18]. Se configura con una etapa inicial de 10 evaluaciones aleatorias, a partir de la cual el muestreador empieza a proponer candidatos con el historial de la corrida, y con un presupuesto de 200 evaluaciones por caso en los estudios posteriores.

5.6.3. Comparación y elección del algoritmo

Para comparar ambos métodos se usó el mismo presupuesto de evaluaciones: en PSO, el número de iteraciones por el número de partículas del enjambre; en Optuna, el mismo número total de *trials*.

En las pruebas, Optuna llegó a costos iguales o menores que PSO y en menos tiempo, así que se adoptó como algoritmo de búsqueda para los estudios posteriores, con PSO como referencia de comparación.

5.7. Interfaz gráfica de la plataforma

El motor de cálculo y el optimizador se operan desde una interfaz gráfica escrita en Python con la librería NiceGUI, que corre como aplicación local. La idea es que la interfaz no toque el motor, importa los mismos módulos usados en los experimentos de esta memoria y se limita a armar la configuración del problema, lanzar la corrida y mostrar los resultados. La Figura 5.2 muestra la vista principal.

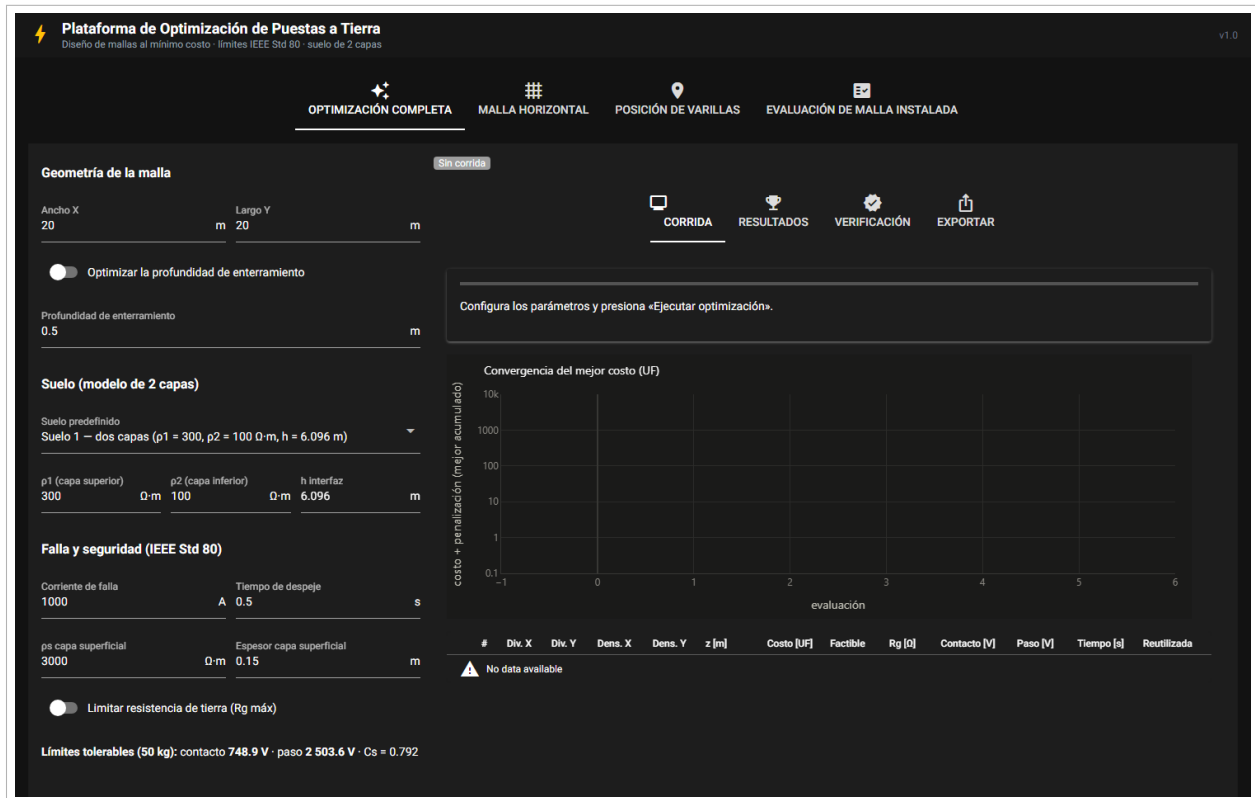


Figura 5.2: Vista principal de la plataforma: módulo de optimización completa, con el formulario de parámetros a la izquierda y el panel de la corrida a la derecha. Elaboración propia.

El formulario de entrada agrupa las dimensiones del terreno, la profundidad de enterramiento (fija o incorporada como variable), el modelo de suelo de dos capas con los seis suelos de estudio como valores predefinidos y sus resistividades editables, los parámetros de falla y de seguridad de la IEEE Std 80, cuyos límites tolerables se recalculan al modificar cualquier entrada, y en la configuración de la optimización el presupuesto de evaluaciones y el motor de búsqueda (Optuna o PSO) y semilla.

Durante la corrida, la interfaz muestra el avance evaluación a evaluación, y el mejor diseño encontrado hasta el momento. Al terminar, el óptimo se vuelve a evaluar automáticamente con el motor de cálculo y se presentan su geometría, las tensiones de paso y de contacto y el desglose del costo en UF. El detalle de las entradas de cada módulo y de la información que entrega el motor de cálculo, junto con un ejemplo completo, se recoge en el manual de uso del Anexo 8.6.

Este capítulo aplica la plataforma a los casos de estudio, agregando de a uno los elementos del diseño. Primero se incorpora la malla horizontal y su verificación gráfica, luego el suelo de dos capas frente a su equivalente homogéneo, después las varillas de contorno e interiores y, al final, la profundidad de enterramiento junto con el costo en UF. Las tablas completas de cada caso y las figuras complementarias se incluyen en el Anexo.

6.1. Casos de estudio

Se estudiaron tres configuraciones de suelo de dos capas, cada una acompañada por un suelo homogéneo equivalente. La idea es ver cuánto cambia el diseño cuando la estratificación del terreno se reemplaza por una resistividad uniforme. Hay una capa superior más resistiva que la inferior, otra más conductiva y un tercer caso con capa superior resistiva y de menor espesor. La Tabla 6.1 resume los seis suelos analizados junto con sus respectivos límites tolerables según la IEEE Std 80 [8]. La procedencia de las tres configuraciones (dos casos de mediciones de Wenner de la IEEE Std 81 [3] y de un caso medido en terreno), junto con el cálculo de sus equivalentes homogéneos se detallan en el Anexo 8.2.

Cuadro 6.1: Suelos de estudio y límites tolerables IEEE 80 (criterio de 50 kg).

Suelo	ρ_1 [$\Omega \cdot m$]	ρ_2 [$\Omega \cdot m$]	h [m]	$E_{\text{step},50}$ [V]	$E_{\text{touch},50}$ [V]
Config 1, dos capas	300	100	6,096	2503,6	748,9
Config 1, homogéneo	200,17	200,17	—	2481,0	743,3
Config 2, dos capas	100	300	6,096	2458,2	737,6
Config 2, homogéneo	165,37	165,37	—	2473,1	741,3
Config 3, dos capas	340	102,13	1,10	2512,7	751,2
Config 3, homogéneo	170,1	170,1	—	2474,1	741,6

Todos los casos comparten las mismas condiciones de seguridad. La capa superficial es de gravilla, con una resistividad de $3000 \Omega \cdot m$ y un espesor de 0,15 m; el tiempo de despeje de la falla es de 0,5 s y la corriente de falla, de 1000 A. En las etapas se estudian, además, terrenos de 20×20 m, 30×30 m y 70×70 m.

6.2. Optimización de la malla horizontal

En esta primera etapa se optimizan mallas puramente horizontales, todas enterradas a una profundidad fija de 0,5 m, utilizando x_{div} e y_{div} como únicas variables de decisión. La tensión de paso queda por debajo de su límite tolerable incluso en las mallas con menos conductor, así que a efectos prácticos no llega a ser la restricción activa. La tensión de contacto es la que manda. Esta baja a medida que se agrega conductor, y es la que termina decidiendo si el diseño es factible.

La Figura 6.1 muestra el barrido completo del espacio de búsqueda para un terreno de 20×20 m con el suelo de dos capas de la Config 1. Cada punto corresponde a una malla evaluada y la curva representa la menor tensión de contacto obtenida para cada largo de conductor. La curva no alcanza a cruzar el límite tolerable, así que para este caso no hay solución horizontal factible. La Figura 6.2 presenta el mismo análisis para un terreno de 30×30 m, donde sí aparecen configuraciones que cumplen la restricción de contacto.

El área disponible pesa, y bastante, en la factibilidad de una malla puramente horizontal. Con una corriente de falla de 1000 A, solo uno de los seis suelos alcanza una solución factible en el terreno

de 20×20 m (C2 dos capas Tabla 8.6), en los de 30×30 m y 70×70 m, en cambio, todos tienen al menos una configuración factible. En el Anexo 8.4.1 se incluyen las curvas de tensión de paso y de contacto frente al largo de cable, junto con sus límites tolerables de la IEEE Std 80, para seis casos representativos (cuatro de 20×20 m y dos de 30×30 m).

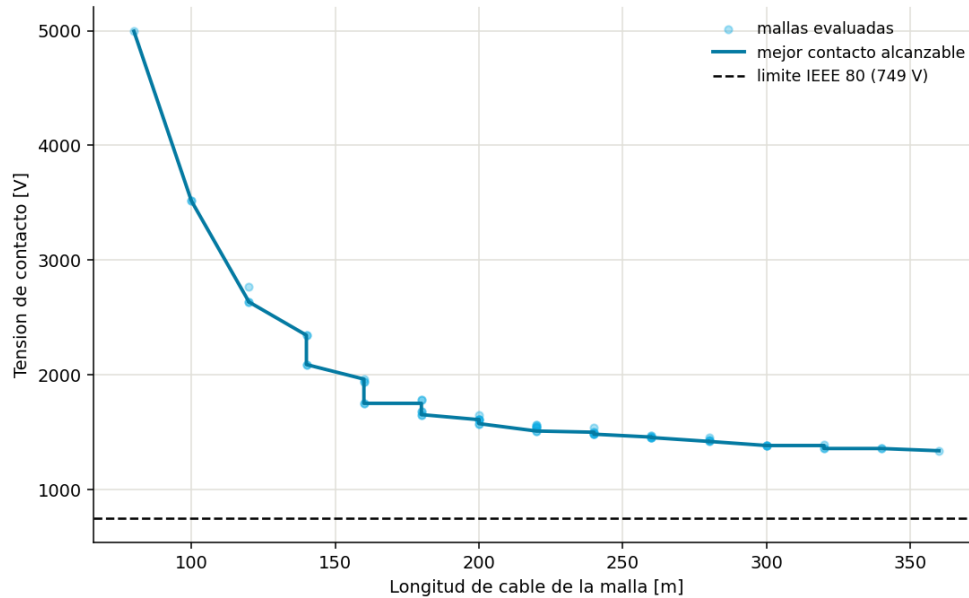


Figura 6.1: Tensión de contacto según el cable usado en la malla, terreno de 20×20 m, Config 1 de dos capas: la curva de mejor contacto alcanzable no llega al límite IEEE 80. Elaboración propia.

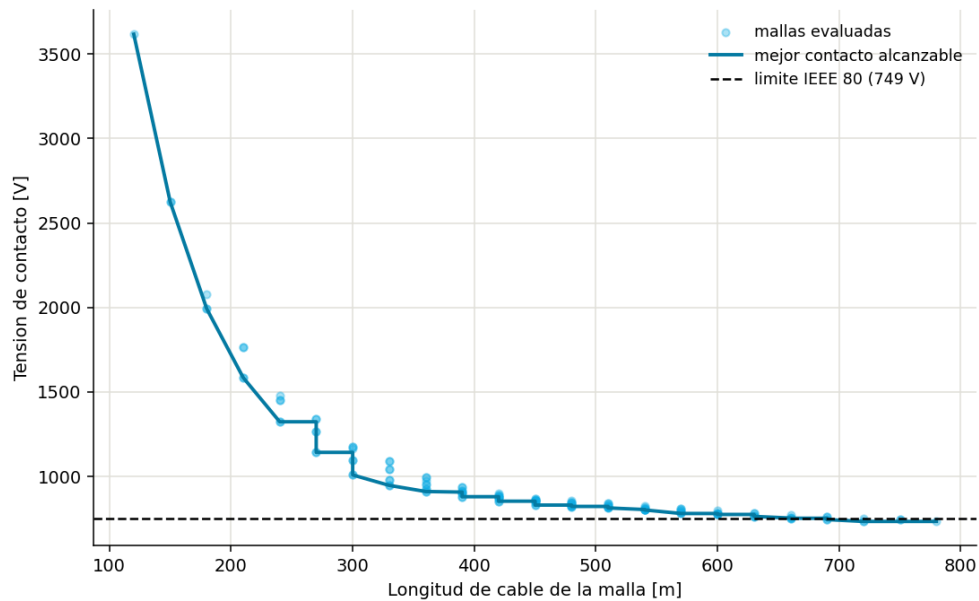


Figura 6.2: El mismo suelo en un terreno de 30×30 m: la curva sí cruza el límite y aparecen diseños factibles. Elaboración propia.

6.2.1. Verificación gráfica del óptimo

Con solo dos variables de decisión, el problema de la malla horizontal se puede verificar directamente con un barrido exhaustivo. Este consiste en evaluar todos los pares enteros (x_{div}, y_{div}) dentro de las cotas definidas y representar las magnitudes de interés sobre el plano de decisión. Como se recorre todo el espacio discreto, el barrido entrega el óptimo global de ese dominio y sirve de referencia para comprobar la solución que encuentra Optuna.

La Figura 6.3 muestra las curvas de nivel de la tensión de contacto máxima sobre el plano (x_{div}, y_{div}) . La línea negra discontinua es el límite $E_{touch,50}$ y separa la zona factible de la infactible. El largo de conductor, por su parte, depende linealmente de x_{div} e y_{div} , así que sus curvas de nivel son rectas.

El óptimo se obtiene entonces buscando, entre los puntos enteros que cumplen la restricción, el de menor largo de conductor. Para el caso mostrado, el barrido exhaustivo entrega uno de los óptimos en $(5, 1)$, con un largo de 240 m, el mismo que encuentra Optuna. Por la simetría del terreno cuadrado, $(1, 5)$ es una solución equivalente.

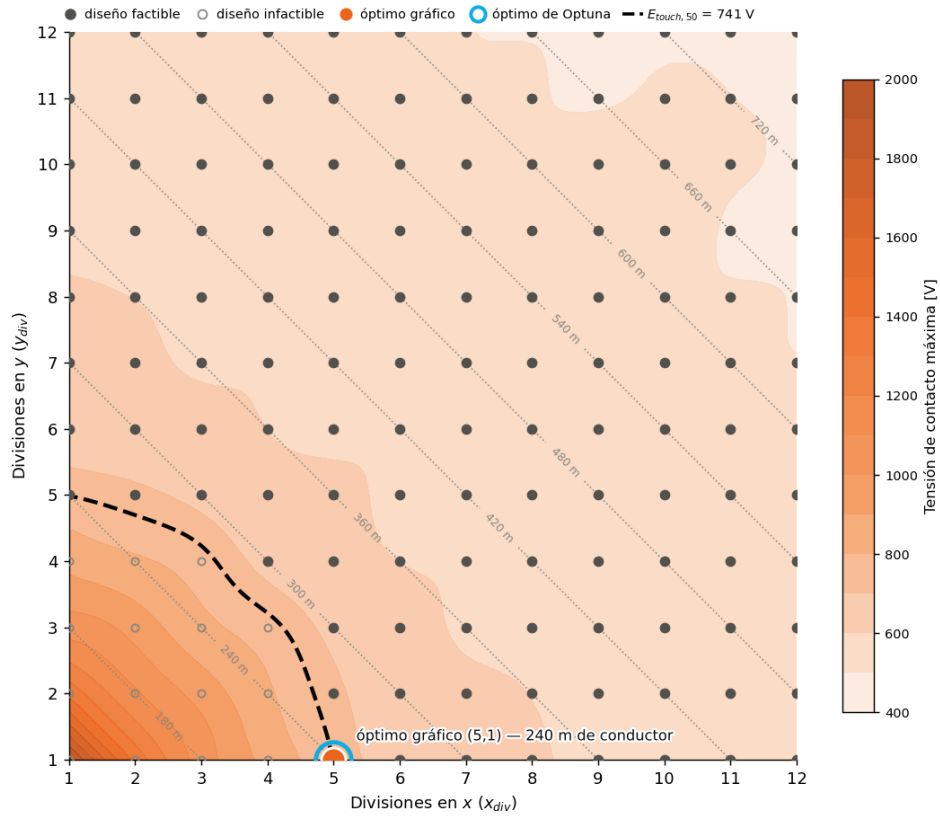


Figura 6.3: Verificación gráfica del óptimo para 30×30 m, Config 2 homogéneo. Elaboración propia.

La Figura 6.4 muestra lo mismo como superficie tridimensional para la tensión de contacto máxima. Los valores más altos están en las mallas con pocas divisiones y bajan al agregar conductor, aunque cada vez menos a medida que la malla se densifica. La línea discontinua vuelve a ser el límite de contacto, sobre la superficie y proyectada en el plano inferior.

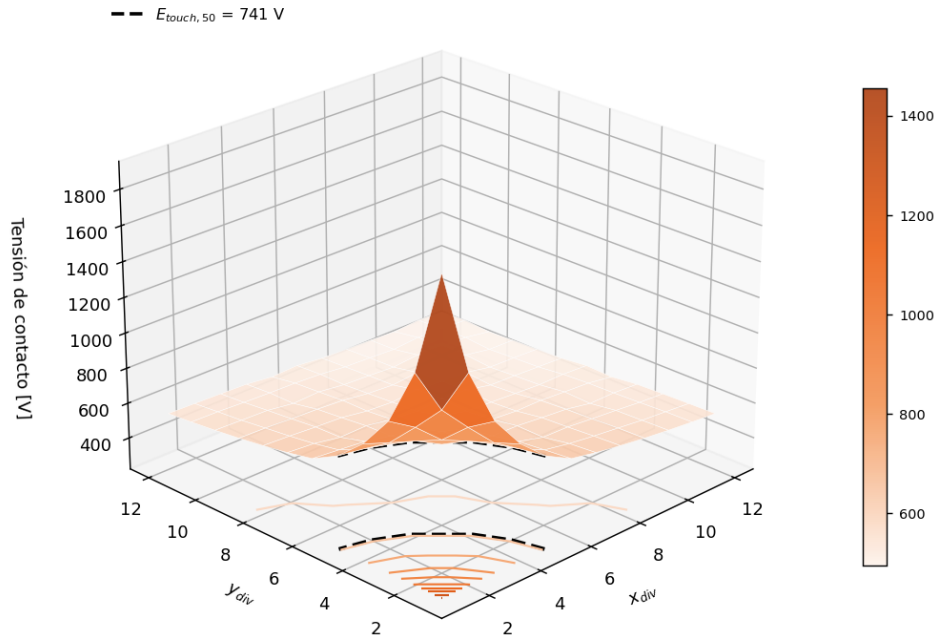


Figura 6.4: Superficie de tensión de contacto para 30×30 m, Config 2 homogéneo. Elaboración propia.

La Figura 6.5 presenta de forma análoga la resistencia de puesta a tierra. R_g también baja al aumentar las divisiones de la malla, pero como no forma parte de las restricciones de estos experimentos, su superficie va solo como información complementaria. Hay que tener en cuenta que las superficies y curvas de nivel de estas figuras interpolan entre los valores calculados: las geometrías admisibles son únicamente los pares enteros de la grilla, y tanto la factibilidad como el óptimo se determinan a partir de esos puntos.

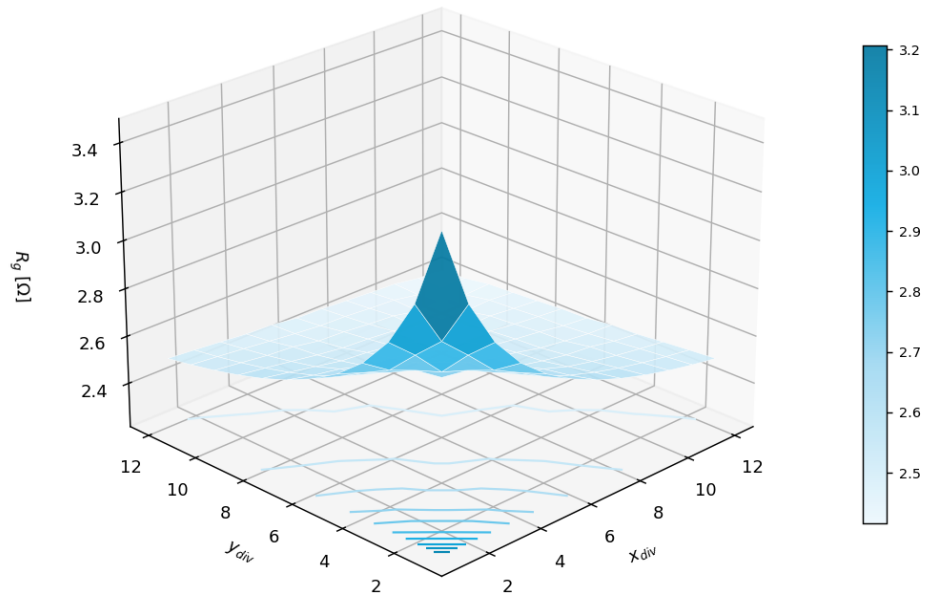


Figura 6.5: Superficie de R_g para 30×30 m, Config 2 homogéneo. Elaboración propia.

6.3. Suelo homogéneo equivalente vs dos capas

Al optimizar un mismo terreno con el suelo de dos capas y con su equivalente homogéneo, el óptimo cambia mucho, y no en una dirección fija. Según la estratificación, el homogéneo puede quedar subdimensionado o sobredimensionado respecto del modelo de dos capas. La Tabla 6.2 compara los óptimos de la etapa horizontal en los terrenos donde ambos modelos alcanzan diseños factibles.

Cuadro 6.2: Óptimos horizontales para el suelo de dos capas y su equivalente homogéneo.

Config	Terreno	Óptimo homogéneo [m]	Óptimo dos capas [m]	El homogéneo...
Config 1	30×30	330	690	subestima el cable
Config 1	70×70	420	560	subestima
Config 2	30×30	240	180	sobrestima (33 % más)
Config 2	70×70	350	280	sobrestima
Config 3	30×30	270	450	subestima
Config 3	70×70	350	560	subestima

El patrón se repite en todos los terrenos. Cuando la capa superior es más resistiva que la inferior (Config 1 y 3), el equivalente homogéneo entrega diseños optimistas, con menos conductor que el modelo estratificado. En la Config 1 de 30×30 m, por ejemplo, el largo óptimo pasa de 690 m en dos capas a solo 330 m con el suelo homogéneo.

En la Config 2, donde la capa superior es más conductiva, ocurre lo contrario. El equivalente homogéneo queda del lado conservador y pide más conductor. En cualquier caso, el hecho de que una resistividad equivalente única no reproduzca el comportamiento del suelo estratificado es algo que la literatura ya advierte [7, 5].

La diferencia no se queda en la etapa horizontal, ya que vuelve a aparecer al incorporar varillas. Las Figuras 6.6 y 6.7 muestran el contraste para la Config 1 en un terreno de 30×30 m. El suelo homogéneo equivalente da una malla menos densa con 12 varillas y un costo de 288 m equivalentes. Al representar el suelo de dos capas, el óptimo cambia de geometría, incorpora 24 varillas y alcanza un costo de 396 m equivalentes, aproximadamente un 38 % mayor.

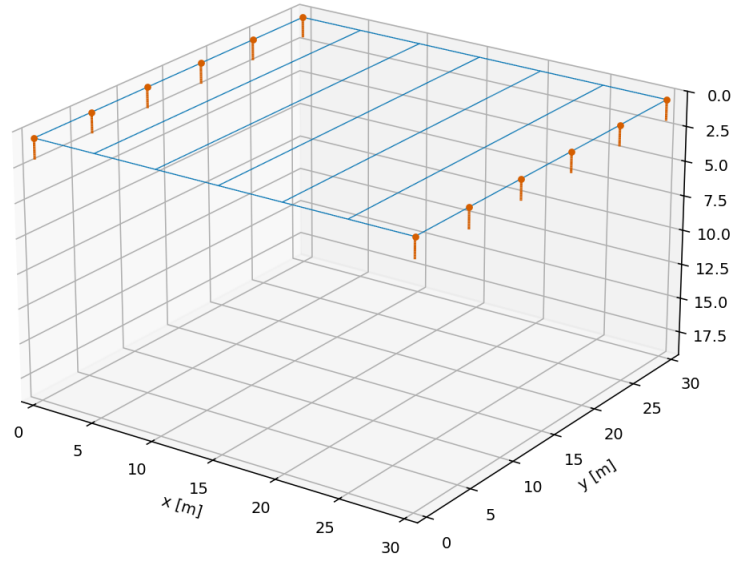


Figura 6.6: Óptimo con suelo homogéneo equivalente para 30×30 m, Config 1: malla 6×1 , densidades (1, 5), 12 varillas. Elaboración propia.

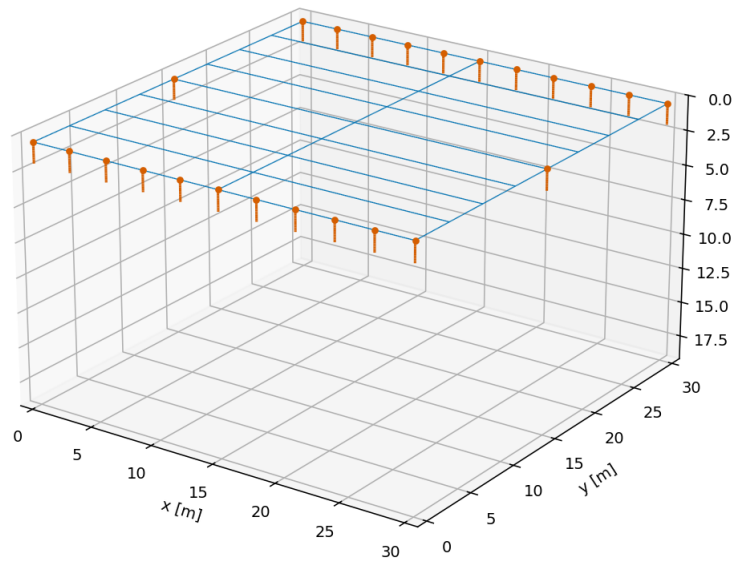


Figura 6.7: Óptimo con suelo de dos capas para 30×30 m, Config 1: malla 2×8 , densidades (10, 2), 24 varillas. Elaboración propia.

6.4. Incorporación de varillas de contorno

En la segunda etapa se incorporan varillas verticales de 1,5 m en el perímetro de la malla, utilizando las densidades $dens_x$ y $dens_y$ como variables adicionales y el costo en metros equivalentes como función objetivo. La Tabla 6.3 resume los óptimos obtenidos.

Cuadro 6.3: Óptimos con varillas de contorno (Optuna, profundidad 0,5 m, costo en metros equivalentes).

Terreno	Suelo	x_{div}, y_{div}	n_{var}	Costo [m eq.]	R_g [Ω]	$V_{cont,max}$ [V]	Factible
20×20	C1 homog.	8, 8	24	396	4,23	759,5	No
20×20	C2 homog.	1, 6	20	210	3,71	738,2	Sí
20×20	C3 homog.	1, 7	18	227	3,78	741,5	Sí
20×20	C1 dos capas	8, 8	24	396	4,20	1018,3	No
20×20	C2 dos capas	3, 1	12	138	3,81	736,5	Sí
20×20	C3 dos capas	6, 8	24	356	2,80	743,2	Sí
30×30	C1 homog.	6, 1	12	288	3,19	730,1	Sí
30×30	C2 homog.	5, 1	4	246	2,74	719,0	Sí
30×30	C3 homog.	5, 1	4	246	2,81	739,6	Sí
30×30	C1 dos capas	2, 8	24	396	2,84	746,3	Sí
30×30	C2 dos capas	1, 2	8	162	2,99	729,6	Sí
30×30	C3 dos capas	1, 8	20	360	2,13	749,8	Sí

En varios casos el óptimo se apoya con fuerza en las varillas de contorno, por lo que podemos concluir que tienden a ser una implementación beneficiosa a la hora de mejorar el rendimiento de un sistema de puesta a tierra. En los terrenos de 20×20 m, algunas soluciones llegan al máximo de 24 varillas que deja la separación mínima adoptada de 3 m. Las varillas además hacen factibles casos que la malla horizontal por sí sola no alcanzaba, como la Config 3 de dos capas, cuya solución se muestra en la Figura 6.8.

De los doce casos, diez alcanzan una solución factible. Las dos excepciones son la Config 1 en el terreno de 20×20 m, en homogéneo y en dos capas: ni con 8×8 divisiones y el máximo de 24 varillas la tensión de contacto baja de su límite tolerable.

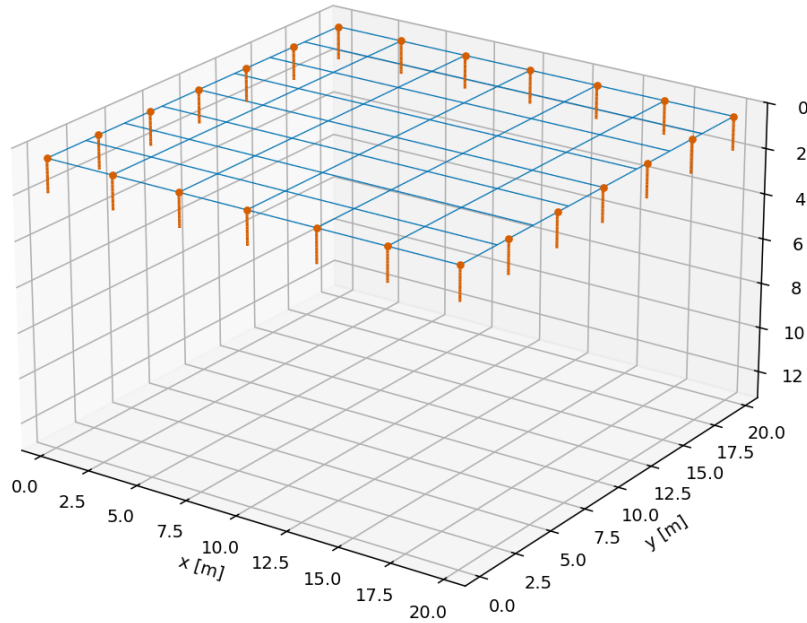


Figura 6.8: Malla óptima en 20×20 m para la Config 3 de dos capas: el contorno lleva 24 varillas, el máximo que permite la separación mínima de 3 m; malla 6×6 , densidades (6,6). Elaboración propia.

6.5. Varillas interiores

Para ver si las varillas interiores aportaban algo al diseño se hicieron dos análisis. El primero fue un barrido determinista en el que, con la cantidad de varillas fija, se aumentó progresivamente la densidad de la malla y se comparó la tensión de contacto para distintas ubicaciones. Las varillas de contorno reducen la tensión de contacto entre un 22 y un 25 % en los suelos de las Configs 1 y 2, y hasta un 49 % en la Config 3 de dos capas; las interiores, en cambio, apenas entre un 0,3 y un 4 %, salvo en la Config 3 de dos capas, donde llegan a cerca de un 10 %. La Figura 6.9 lo muestra para uno de los casos: las curvas con varillas interiores quedan casi encima de la configuración sin varillas.

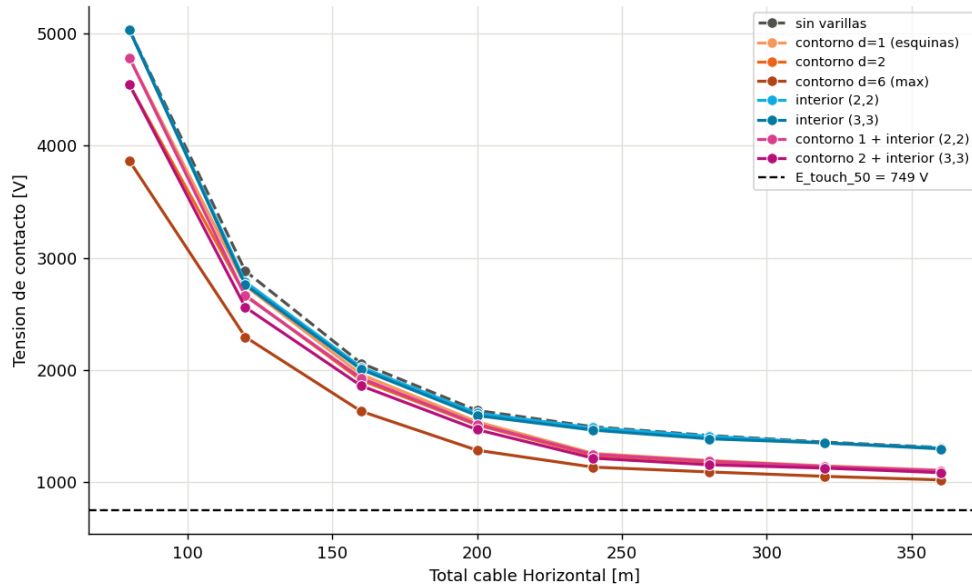


Figura 6.9: Efecto de la ubicación de las varillas sobre la tensión de contacto (20×20 m, Config 1 de dos capas). Elaboración propia.

El segundo análisis llevó las varillas interiores al propio problema de optimización. Sobre las seis mallas candidatas de 20×20 m se optimizaron conjuntamente las varillas de perímetro e interiores (variante A) y se comparó con la optimización que solo considera varillas de perímetro (variante B), con el costo en UF como función objetivo en ambos casos. La Tabla 6.4 resume esta comparación.

Cuadro 6.4: Comparación del costo óptimo con y sin varillas interiores en terrenos de 20×20 m.

Candidata	Costo B [UF]	Costo A [UF]	Varillas A (P+I)	Veredicto
C1 homog., 8×8	282,3	293,2	24 + 15	no abarata (infactibles)
C1 dos capas, 8×8	282,3	293,2	24 + 15	no abarata (infactibles)
C2 homog., 1×6	148,9	150,8	20 + 4	no abarata
C2 dos capas, 3×1	98,1	98,1	10 + 0	el óptimo no usa interior
C3 homog., 1×7	162,2	162,2	18 + 0	el óptimo no usa interior
C3 dos capas, 6×8	252,1	254,9	20 + 9	no abarata

En ninguno de los seis casos las varillas interiores abarataron el diseño respecto de usar solo varillas de perímetro. En dos de ellos el óptimo conjunto directamente no las usa, en otros dos aparecen pero el costo aumenta menos de un 1,3%, y en los dos casos infactibles de la Config 1 tampoco alcanzan a cumplir la tensión de contacto. Esto coincide con lo observado en el barrido anterior, donde a igual cantidad de electrodos el perímetro rinde más.

Con esta evidencia, las varillas interiores quedaron fuera de la formulación final de la plataforma, como se indicó en la sección 5.5.

6.6. Profundidad de enterramiento

La última etapa incorporó la profundidad de enterramiento como quinta variable, evaluada sobre la grilla $\{0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6\}$ m, y utilizando como función objetivo el costo en UF de la ecuación (5.3), donde la excavación se valoriza a la profundidad de cada diseño. La Tabla 6.5 muestra los óptimos obtenidos para los tres tamaños de terreno.

Cuadro 6.5: Óptimos con profundidad libre (Optuna, costo en UF).

Terreno	Suelo	x_{div}, y_{div}	d [m]	n_{var}	Costo [UF]	$V_{cont,max}$ [V]	Factible
20×20	C1 homog.	8, 1	0,3	20	152,2	743,1	Sí
20×20	C2 homog.	1, 6	0,3	20	128,2	731,5	Sí
20×20	C3 homog.	1, 8	0,2	12	133,1	719,0	Sí
20×20	C1 dos capas	7, 8	0,3	24	235,5	872,9	No
20×20	C2 dos capas	4, 1	0,3	4	91,8	717,2	Sí
20×20	C3 dos capas	6, 8	0,4	24	240,9	745,6	Sí
30×30	C1 homog.	8, 1	0,2	6	187,5	700,0	Sí
30×30	C2 homog.	2, 5	0,2	28	171,7	683,7	Sí
30×30	C3 homog.	5, 1	0,2	26	153,6	733,3	Sí
30×30	C1 dos capas	10, 1	0,3	22	254,4	735,7	Sí
30×30	C2 dos capas	2, 1	0,2	20	99,9	735,3	Sí
30×30	C3 dos capas	11, 1	0,2	14	242,7	741,0	Sí
70×70	C1 homog.	1, 3	0,2	14	239,8	733,5	Sí
70×70	C2 homog.	2, 1	0,3	12	222,9	740,3	Sí
70×70	C3 homog.	2, 1	0,3	22	230,5	741,0	Sí
70×70	C1 dos capas	5, 1	0,2	32	329,7	747,2	Sí
70×70	C2 dos capas	1, 1	0,2	36	181,5	594,5	Sí
70×70	C3 dos capas	5, 1	0,3	30	363,6	615,2	Sí

La profundidad óptima tiende a irse a los valores más bajos de la grilla, y la razón combina costo y desempeño eléctrico. Por una parte, el costo de excavación crece linealmente con la profundidad y llega a ser una componente importante del costo total. Por otra, en la mayoría de las configuraciones enterrar menos reduce la tensión de contacto, porque la malla más cerca de la superficie “levanta” el potencial del terreno sobre ella y achica la diferencia que aparece entre la estructura y el suelo.

Evaluado el mismo diseño a la profundidad de referencia de 0,5 m, liberar la profundidad reduce el costo total entre un 7,7 y un 25 %. Hay incluso un caso (20×20 m, Config 1 homogéneo) que era infactible a 0,5 m y pasa a ser factible a 0,3 m. La excepción, dentro de los casos de dos capas, es la Config 3 de 20×20 m, cuyo óptimo queda en 0,4 m. En ese suelo la interfaz está a solo 1,10 m de profundidad, así que la posición de la malla y de las varillas respecto de la interfaz pesa más en el resultado.

La profundidad óptima del suelo de dos capas coincide con la de su equivalente homogéneo en la mayoría de los casos, aunque no en todos. Difieren la Config 3 de 20×20 m (0,4 frente a 0,2 m), la Config 1 de 30×30 m (0,3 frente a 0,2 m) y la Config 2 de 70×70 m, donde la relación se invierte (0,2 frente a 0,3 m del homogéneo). Las Figuras 6.10 y 6.11 muestran dos óptimos representativos de esta etapa.

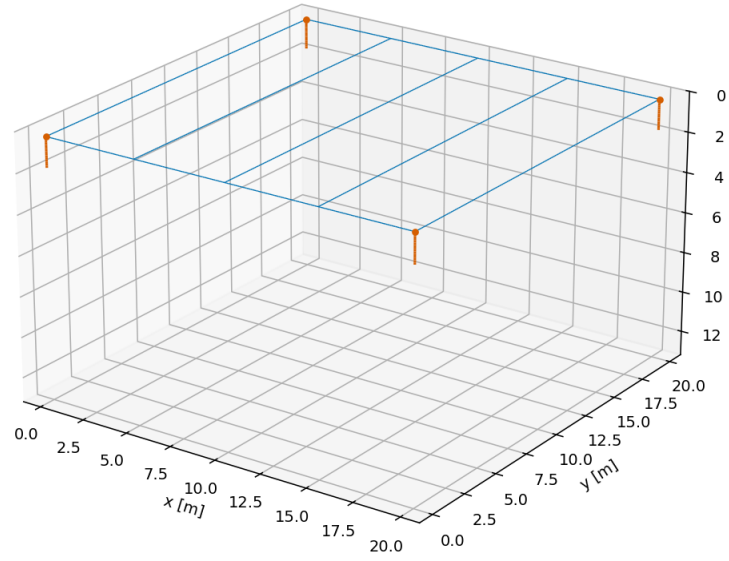


Figura 6.10: Óptimo profundidad libre 20×20 m, Config 2 de dos capas: malla 4×1 , densidades $(0, 1)$, 4 varillas, profundidad 0,3 m. Elaboración propia.

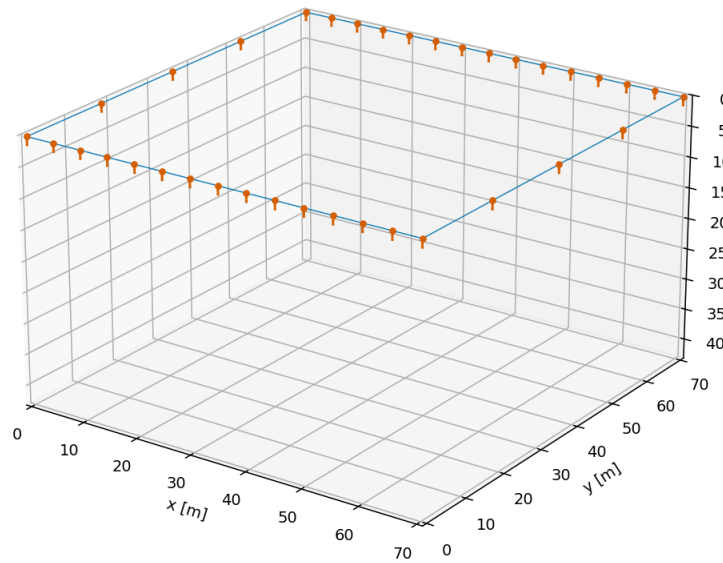


Figura 6.11: Óptimo profundidad libre 70×70 m, Config 2 de dos capas: malla 1×1 , densidades $(14, 4)$, 36 varillas, profundidad 0,2 m. Elaboración propia.

7.1. Conclusiones

La plataforma terminó haciendo lo que se propuso al comienzo. Recibe un modelo de suelo de dos capas y las condiciones de falla de la instalación, y entrega el diseño de menor costo que cumple los límites de la IEEE Std 80. Para llegar ahí se construyó un motor de cálculo basado en el método de las imágenes y en la segmentación e integración de los conductores, se validó contra referencias independientes y se acopló a un optimizador que decide cuánto cable, cuántas varillas y a qué profundidad, mirando al mismo tiempo el costo en UF y las restricciones de seguridad. Con eso quedaron cubiertos los cuatro objetivos planteados en el Tema de Memoria de Título, es decir, el motor de cálculo, el módulo de optimización, el contraste con referencias y la interfaz gráfica. Lo que separa a esta plataforma de los trabajos previos de esta línea es el modelo de suelo, que deja de asumirse homogéneo y pasa a representar la estratificación en dos capas.

El motor de cálculo se comporta como debe. Frente a las fórmulas clásicas de Dwight y Sunde las diferencias quedan bajo el 1 %, y frente a la fórmula de Sverak se mantienen por debajo del 9 %, que es lo que se le puede pedir a una expresión pensada para el diseño preliminar. El caso de Güemes, una malla real medida en terreno con sus varillas bajo la interfaz, cerró con diferencias menores al 4 %. Los 39 casos contra elementos finitos mostraron además que una varilla que cruza la interfaz no le hace perder precisión al modelo. La tensión de contacto se mantuvo con errores en torno al 1 % y la resistencia en niveles parecidos, aunque esta última se resiente a medida que la capa inferior se vuelve mucho más resistiva que la superior, hasta un error cercano al 17 % en el contraste más fuerte. La tensión de paso es donde aparecen las mayores desviaciones, de hasta un 15 % en el barrido de profundidad, aunque acotadas, de resolución del evaluador y no de la física, y sin efecto sobre el diseño porque esa tensión nunca llegó a ser la restricción activa. Y la vectorización del ensamblado de la matriz de influencia, que bajó el tiempo de una malla de prueba desde 430 hasta 4,5 segundos, fue lo que hizo posible evaluar miles de geometrías por corrida.

En cuanto a la optimización, la tensión de contacto es la que manda. En todos los casos estudiados la tensión de paso quedó lejos de su límite, y la resistencia de puesta a tierra, al no imponérsele un tope, se limitó a acompañar los cambios de geometría. El área disponible es importante. En el terreno de 20×20 m la Config 1 de dos capas no llega a ser factible ni con el máximo de varillas ni liberando la profundidad, mientras que en 70×70 m los seis suelos alcanzan soluciones con mallas de pocas divisiones y muchas varillas en el contorno. La verificación gráfica del problema horizontal, donde el barrido exhaustivo y Optuna coincidieron, da confianza en que el optimizador encuentra lo que hay que encontrar.

Tres conclusiones de diseño se repiten en todos los terrenos. La primera es que reemplazar el suelo de dos capas por un equivalente homogéneo no es conservador en ninguna dirección fija. Cuando la capa superior es más resistiva, el homogéneo subestima el cable, al punto de que en la Config 1 de 30×30 m el largo óptimo real es más del doble del que sugiere el suelo equivalente. Cuando la capa superior es más conductiva ocurre lo contrario y el homogéneo lo sobrestima. La segunda es que las varillas rinden en el perímetro y no en el interior. En el contorno reducen la tensión de contacto entre un quinto y la mitad según el suelo, mientras que en el interior el aporte apenas se nota, y en ningún caso abarataron el diseño, así que la formulación final se quedó solo con las densidades de contorno. La tercera es que la profundidad de enterramiento es una variable de diseño y no un dato. Enterrar la malla a la profundidad usual de 0,5 m cuesta casi tanto como el propio cable, así que la mayoría de los óptimos se va a 0,2 y 0,3 m, con ahorros de hasta un 25 % respecto del mismo diseño a profundidad fija, y las soluciones tienden a usar menos conductor horizontal, más varillas y menos excavación.

Todo lo anterior debe interpretarse dentro de las condiciones y límites establecidos para este estudio. En particular, algunas de las mallas obtenidas como óptimas presentan una o dos divisiones en alguno de sus ejes. Estas configuraciones corresponden al mínimo de la función objetivo dentro del espacio de

búsqueda definido y, por tanto, deben entenderse como la solución óptima del problema formulado, y no necesariamente como una geometría directamente destinada a su construcción. Esta consideración no afecta la principal conclusión metodológica del trabajo: decisiones que tradicionalmente se fijan de antemano mediante reglas prácticas, como la separación entre conductores, la ubicación de las varillas o la profundidad de enterramiento, pueden incorporarse como variables de decisión y evaluarse mediante un procedimiento común y reproducible, considerando simultáneamente su desempeño eléctrico y su costo.

7.2. Trabajo futuro

Conviene partir por lo que esta memoria deja cerrado. El trabajo anterior de esta línea [21] proponía como continuación incorporar varillas al diseño automatizado, permitir que la malla se ubicara a distintas profundidades en terrenos estratificados, explorar algoritmos de optimización de caja negra distintos de PSO y contrastar el modelo contra un software de simulación. Las cuatro se abordaron aquí, y sobre un motor de cálculo que además dejó de asumir el suelo homogéneo. Lo que sigue nace, entonces, de los límites del trabajo propio.

Los trabajos futuros que se proponen son incorporar el largo de las varillas al vector de decisión, que en este estudio se mantuvo fijo en 1,5 m; pasar a una formulación multiobjetivo que entregue el conjunto de soluciones no dominadas entre costo y margen de seguridad; y definir qué hacer cuando no existe solución factible, como ocurrió con la Config 1 de dos capas en el terreno de 20×20 m, evaluando alternativas que hoy la plataforma no contempla, entre ellas ampliar el área o mejorar el material de la capa superficial. Del lado del modelo se propone ampliar el motor de cálculo para trabajar con suelos de más de dos capas, teniendo presente que cada interfaz adicional encarece la serie de imágenes. En lo computacional, se propone seguir optimizando el problema. En la validación se propone contrastar una malla completa en dos capas contra elementos finitos, pues el estudio propio se hizo sobre una varilla que atraviesa la interfaz, y construir y medir en terreno una malla propia.

- [1] N. Morales Osorio, *Sistemas de puesta a tierra*, 1st ed. Santiago, Chile: ProCobre, 1999, manual técnico elaborado para ProCobre-Chile. Adaptación y traducción de la publicación n° 119 de la Copper Development Association, *Earthing Practice*.
- [2] J. Montaña, “Desarrollo de un programa de computador para el análisis de sistemas de puesta a tierra,” Ph.D. dissertation, Universidad Nacional de Colombia, Colombia.
- [3] IEEE Power & Energy Society, “Ieee guide for measuring earth resistivity, ground impedance, and earth surface potentials of a grounding system,” IEEE Std 81-2012 (Revision of IEEE Std 81-1983), December 2012.
- [4] J. A. Güemes, F. Rodríguez, J. M. Ruiz, and F. E. Hernando, “Determination of the ground resistance and distribution of potentials in grounding grids using FEM,” *Renewable Energy and Power Quality Journal*, vol. 1, no. 1, pp. 360–363, Apr. 2003.
- [5] F. Dawalibi and D. Mukhedkar, “Optimum design of substation grounding in a two-layer earth structure. part i – analytical study,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 94, no. 2, pp. 252–258, 1975.
- [6] H. G. Zaini, “Calculation of grounding resistance and earth surface potential for two-layer model soil,” *International Journal of Electrical Engineering and Technology*, vol. 3, no. 3, pp. 156–163, 2012.
- [7] F. Dawalibi and D. Mukhedkar, “Parametric analysis of grounding grids,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-98, no. 5, pp. 1659–1668, 1979.
- [8] IEEE Power & Energy Society, “Ieee guide for safety in ac substation grounding,” IEEE Std 80-2013 (Revision of IEEE Std 80-2000, Incorporates IEEE Std 80-2013/Cor 1-2015), May 2015.
- [9] IEEE Industry Applications Society, “Ieee recommended practice for grounding of industrial and commercial power systems,” IEEE Std 142-2007 (Revision of IEEE Std 142-1991), November 2007.
- [10] E. D. Sunde, *Earth Conduction Effects in Transmission Systems*, 2nd ed. New York: Dover Publications, 1968.
- [11] A. A. Hagberg, D. A. Schult, and P. J. Swart, “Exploring network structure, dynamics, and function using networkx,” in *Proceedings of the 7th Python in Science Conference (SciPy 2008)*, G. Varoquaux, T. Vaught, and J. Millman, Eds., Pasadena, CA, USA, 2008, pp. 11–15. [Online]. Available: http://conference.scipy.org/proceedings/SciPy2008/paper_2/
- [12] L. M. Rios and N. V. Sahinidis, “Derivative-free optimization: A review of algorithms and comparison of software implementations,” *Journal of Global Optimization*, vol. 56, no. 3, pp. 1247–1293, 2013.
- [13] B. Paria, “Strategies for black-box and multi-objective optimization,” Ph.D. dissertation, Carnegie Mellon University, 2022, PhD thesis.
- [14] C. Audet and W. Hare, *Derivative-Free and Blackbox Optimization*. Cham: Springer, 2017.
- [15] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, and T. Meyarivan, “A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II,” *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 6, no. 2, pp. 182–197, 2002.

- [16] J. Kennedy and R. C. Eberhart, "Particle swarm optimization," in *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks (ICNN'95)*, vol. 4. Perth, Australia: IEEE, 1995, pp. 1942–1948.
- [17] J. Bergstra, R. Bardenet, Y. Bengio, and B. Kégl, "Algorithms for hyper-parameter optimization," in *Advances in Neural Information Processing Systems 24 (NIPS 2011)*, Granada, Spain, 2011, pp. 2546–2554.
- [18] T. Akiba, S. Sano, T. Yanase, T. Ohta, and M. Koyama, "Optuna: A next-generation hyper-parameter optimization framework," in *Proceedings of the 25th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery & Data Mining (KDD '19)*. Anchorage, AK, USA: ACM, 2019, pp. 2623–2631.
- [19] C. R. Harris, K. J. Millman, S. J. van der Walt *et al.*, "Array programming with NumPy," *Nature*, vol. 585, pp. 357–362, 2020.
- [20] COMSOL AB, "Comsol multiphysics," Software de elementos finitos, Estocolmo, Suecia. <https://www.comsol.com>, 2024.
- [21] N. E. R. Reyes, "Plataforma computacional para el diseño de mallas de puesta a tierra basada en black box optimization," Memoria para optar al título de Ingeniero Electricista, Universidad Técnica Federico Santa María, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Valparaíso, Chile, Jul. 2025.
- [22] H. B. Dwight, "Calculation of resistances to ground," *Electrical Engineering*, vol. 55, no. 12, pp. 1319–1328, 1936.
- [23] Superintendencia de Electricidad y Combustibles (SEC), "Reglamento de instalaciones de consumo, pliego técnico normativo ric n°04: Conductores, materiales y sistemas de canalización," Chile, 2020.
- [24] Instituto Nacional de Normalización (INN), "Nch353: Construcción – cubicación de obras de edificación – requisitos," Norma chilena, Chile, 2000.
- [25] —, "Nch349: Construcción – disposiciones de seguridad en excavación," Norma chilena, Chile, 1999.
- [26] L. J. V. Miranda, "Pyswarms: a research toolkit for particle swarm optimization in python," *Journal of Open Source Software*, vol. 3, no. 21, p. 433, 2018.
- [27] R. E. Rajab, N. Mohamad Nor, and K. Ramar, "Investigations of two-layer earth parameters at low voltage: measurements and calculations," *American Journal of Engineering and Applied Sciences*, vol. 2, no. 1, pp. 165–170, 2009.

Este anexo reúne el material complementario de los Capítulos 3 a 6, se incluye el detalle completo del modelo de costo en UF, el origen de las configuraciones de suelo, las tablas completas de resultados de los experimentos de optimización, las figuras complementarias de cada etapa y los antecedentes numéricos de la implementación del motor de cálculo.

8.1. Modelo de costo en UF: tarifario completo

La Tabla 8.1 detalla el tarifario vigente del modelo de costo presentado en la sección 5.3, con la UF de referencia de \$40.425 CLP (20 de mayo de 2026). Los precios de varillas y soldaduras se expresan como fracciones del precio del cable.

Cuadro 8.1: Tarifario del modelo de costo en UF.

Concepto	Precio	Unidad	Justificación
Cable de cobre desnudo 2/0 AWG	0,41	UF/m	precio de mercado del cobre
Material de varilla	$0,7 \times \text{cable} = 0,287$	UF/m	copperweld (acero con baño de cobre)
Hincado de varilla	$0,45 \times \text{cable} = 0,1845$	UF/varilla	mano de obra, fijo por unidad
Soldadura exotérmica	$0,35 \times \text{cable} = 0,1435$	UF/unión	carga de soldadura tipo Cadweld
Excavación mecánica (E2)	0,30	UF/m ³	dificultad media
Factor de esponjamiento (E2)	1,25	—	retiro del material excavado
Retiro a botadero	0,37	UF/m ³	presupuesto de excavaciones
Relleno de zanja	0,50	UF/m ³	presupuesto de excavaciones
Ancho de zanja	0,5	m	reglamentación eléctrica [23]
Profundidad de zanja	= <i>depth</i>	m	tope 1,2 m según NCh349 [25]
Costos fijos	4,0	UF/malla	replanteo, señalización y seguridad

Cuadro 8.2: Clasificación de dificultades de excavación del modelo de costo.

Dificultad	Tipo de suelo	PU excavación [UF/m ³]	Esponjamiento
E1	fácil: arenas sueltas, limos y arcillas blandas	0,15	1,15
E2	media: arenas densas, arcillas firmes (utilizada)	0,30	1,25
E3	difícil: gravas densas, bolones, arcillas duras	0,50	1,35
E4	muy difícil: caliche, suelo cementado	0,85	1,50
E5	roca o similar	1,35	1,65

Cuadro 8.3: Costo de zanja por metro de malla horizontal según profundidad de enterramiento.

Profundidad [m]	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
Zanja [UF/m de malla]	0,126	0,189	0,253	0,316	0,379
Respecto del cable (0,41 UF/m)	31 %	46 %	62 %	77 %	92 %

8.2. Origen de las configuraciones de suelo

Las tres configuraciones de suelo del Capítulo 6 salen de mediciones de resistividad por el método de Wenner de cuatro electrodos publicadas en dos fuentes. Las Configs 1 y 2 son los dos suelos de referencia de la IEEE Std 81 [3] ($\rho_1 = 300$, $\rho_2 = 100$ y $\rho_1 = 100$, $\rho_2 = 300 \Omega \cdot \text{m}$, ambos con $h = 6,1 \text{ m}$). La Config 3 proviene de un caso medido en terreno [27].

Las Tablas 8.4 y 8.5 reúnen las lecturas de resistividad aparente de los tres casos, y la Figura 8.1 reproduce las curvas de la norma.

Cuadro 8.4: Resistividad aparente medida con el método de Wenner para las Configs 1 y 2 (IEEE Std 81-2012, Tabla 3).

Separación a [m]	Config 1: ρ_a [$\Omega \cdot m$]	Config 2: ρ_a [$\Omega \cdot m$]
0,3	300,0	100,0
0,9	299,7	100,1
1,5	298,5	100,6
3,0	289,8	103,9
4,5	272,6	110,9
6,1	248,7	121,0
9,1	203,3	142,8
15,2	144,5	181,4
21,3	120,4	208,6
27,4	110,8	227,8
33,5	106,5	241,4
39,6	104,3	251,7
45,7	103,1	259,6
Promedio	200,17	165,37

Cuadro 8.5: Resistividad aparente medida con el método de Wenner para la Config 3 (Rajab *et al.*, Tabla 1).

Separación a [m]	1	1,3	1,6	2	3	4	5	6	8	10
ρ_a [$\Omega \cdot m$]	282	261	236	192	141	128	120	118	112	111

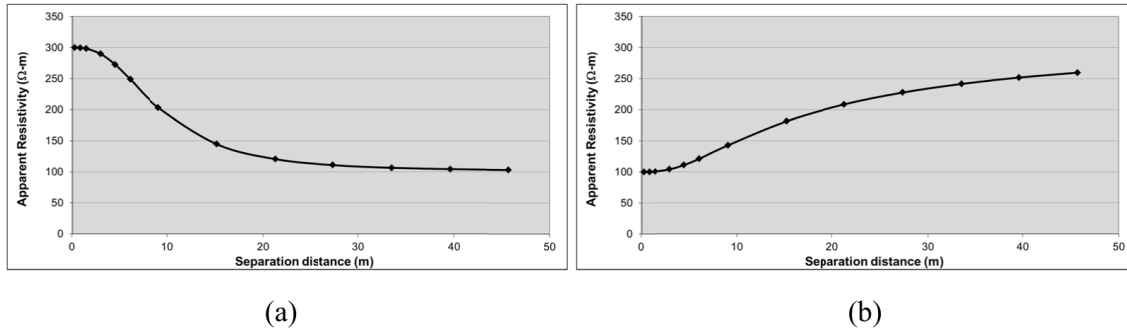


Figura 8.1: Resistividad aparente frente a la separación entre electrodos para los dos suelos de referencia: (a) $\rho_1 = 300$, $\rho_2 = 100 \Omega \cdot m$; (b) $\rho_1 = 100$, $\rho_2 = 300 \Omega \cdot m$, ambos con $h = 6,1$ m. Adaptado de: IEEE Std 81-2012, Figura 5 [3].

El modelo de dos capas de cada caso se obtiene ajustando la curva de resistividad aparente frente a la separación: por mínimos cuadrados en los programas de interpretación que usa la norma, y con curvas patrón y un algoritmo genético en el caso del paper. Para las dos configuraciones de la norma, la Tabla H.2 de la IEEE Std 80 muestra que los distintos programas recuperan los parámetros nominales con diferencias menores al 1 %, así que en esta memoria se adoptan directamente $\rho_1 = 300$,

$\rho_2 = 100$, $h = 6,096$ m (20 ft) y $\rho_1 = 100$, $\rho_2 = 300$, $h = 6,096$ m. Para la Config 3 se toma el resultado del ajuste por curvas patrón de los autores, $\rho_1 = 340$, $\rho_2 = 102,13 \Omega \cdot \text{m}$ y $h = 1,10$ m; el algoritmo genético entrega 331,33, 108,46 $\Omega \cdot \text{m}$ y 1,08 m, prácticamente lo mismo.

El equivalente homogéneo de cada configuración es el promedio aritmético de las resistividades aparentes medidas, lo que da 200,17 $\Omega \cdot \text{m}$ para la Config 1 y 165,37 $\Omega \cdot \text{m}$ para la Config 2, y 170,1 $\Omega \cdot \text{m}$ para la Config 3: los valores de la Tabla 6.1.

8.3. Tablas completas de resultados

8.3.1. Optimización horizontal: resultados por tamaño y solver

Las Tablas 8.6, 8.7 y 8.8 presentan los resultados completos de la etapa horizontal (sección 6.2) para ambos motores de búsqueda.

Cuadro 8.6: Optimización horizontal, terreno de 20×20 m ($x_{div,max} = 8$).

Suelo	Motor	x_{div}	y_{div}	Largo [m]	R_g [Ω]	V_{paso} [V]	V_{cont} [V]	Factible
C1 homog.	PSO	8	6	320	4,4455	596,8	1009,4	No
C1 homog.	Optuna	8	8	360	4,3811	600,0	1003,2	No
C2 homog.	PSO	8	6	320	3,6726	493,0	833,9	No
C2 homog.	Optuna	8	8	360	3,6195	495,7	828,8	No
C3 homog.	PSO	8	6	320	3,7777	507,1	857,7	No
C3 homog.	Optuna	8	8	360	3,7230	509,9	852,5	No
C1 dos capas	PSO	8	6	320	4,5010	799,0	1358,4	No
C1 dos capas	Optuna	8	8	360	4,3995	799,5	1338,9	No
C2 dos capas	PSO	5	1	160	3,7872	392,6	709,5	Sí
C2 dos capas	Optuna	4	2	160	3,8037	393,5	731,7	Sí
C3 dos capas	PSO	8	7	340	3,1335	609,8	1105,9	No
C3 dos capas	Optuna	8	8	360	3,0964	579,3	1079,1	No

Cuadro 8.7: Optimización horizontal, terreno de 30×30 m ($x_{div,max} = 12$).

Suelo	Motor	x_{div}	y_{div}	Largo [m]	R_g [Ω]	V_{paso} [V]	V_{cont} [V]	Factible
C1 homog.	PSO	1	8	330	3,1530	397,9	734,8	Sí
C1 homog.	Optuna	8	1	330	3,1531	397,9	734,9	Sí
C2 homog.	PSO	1	5	240	2,7606	380,1	740,0	Sí
C2 homog.	Optuna	5	1	240	2,7607	380,1	740,0	Sí
C3 homog.	PSO	2	5	270	2,7982	368,3	736,4	Sí
C3 homog.	Optuna	6	1	270	2,7719	373,3	680,4	Sí
C1 dos capas	PSO	9	12	690	2,6750	437,6	744,8	Sí
C1 dos capas	Optuna	9	12	690	2,6750	437,6	744,8	Sí
C2 dos capas	PSO	2	2	180	2,9638	287,3	666,7	Sí
C2 dos capas	Optuna	2	2	180	2,9638	287,3	666,7	Sí
C3 dos capas	PSO	1	12	450	2,1356	383,2	727,5	Sí
C3 dos capas	Optuna	1	12	450	2,1356	383,2	727,5	Sí

Cuadro 8.8: Optimización horizontal, terreno de 70×70 m ($x_{div,max} = 28$).

Suelo	Motor	x_{div}	y_{div}	Largo [m]	R_g [Ω]	V_{paso} [V]	V_{cont} [V]	Factible
C1 homog.	PSO	2	2	420	1,6775	230,0	708,0	Sí
C1 homog.	Optuna	1	3	420	1,6754	218,0	676,2	Sí
C2 homog.	PSO	2	2	420	1,3859	190,0	584,9	Sí
C2 homog.	Optuna	1	2	350	1,4879	222,0	716,4	Sí
C3 homog.	PSO	2	2	420	1,4255	195,5	601,7	Sí
C3 homog.	Optuna	1	2	350	1,5304	228,3	736,9	Sí
C1 dos capas	PSO	1	5	560	1,3648	258,8	717,2	Sí
C1 dos capas	Optuna	5	1	560	1,3648	258,8	717,1	Sí
C2 dos capas	PSO	2	2	420	1,5565	118,7	354,8	Sí
C2 dos capas	Optuna	1	1	280	1,7021	134,6	619,3	Sí
C3 dos capas	PSO	1	5	560	1,2016	245,2	669,5	Sí
C3 dos capas	Optuna	2	4	560	1,2082	241,7	691,3	Sí

8.3.2. Tiempos de cálculo: PSO vs Optuna

Cuadro 8.9: Tiempo de reloj por corrida de la etapa horizontal: PSO vs Optuna.

Terreno	Suelo	PSO [s]	Optuna [s]
20×20	C1 homog.	0,6	1,0
20×20	C2 homog.	0,6	1,1
20×20	C3 homog.	1,0	1,3
20×20	C1 dos capas	16,1	10,7
20×20	C2 dos capas	12,7	4,9
20×20	C3 dos capas	13,2	11,8
30×30	C1 homog.	4,9	2,2
30×30	C2 homog.	3,2	1,6
30×30	C3 homog.	4,2	1,8
30×30	C1 dos capas	126,0	131,1
30×30	C2 dos capas	94,4	36,3
30×30	C3 dos capas	154,1	98,5
70×70	C1 homog.	182,0	33,5
70×70	C2 homog.	182,1	34,3
70×70	C3 homog.	182,6	34,5
70×70	C1 dos capas	5814,7	1339,8
70×70	C2 dos capas	6743,4	1298,0
70×70	C3 dos capas	6681,7	1523,7

8.3.3. Varillas de contorno: márgenes de seguridad y tiempos

Cuadro 8.10: Etapa de varillas de contorno: márgenes respecto de IEEE 80 y tiempos de corrida (Optuna).

Terreno	Suelo	$E_{\text{touch},50}$ [V]	$V_{\text{cont},\text{max}}$ [V]	Margen [V]	Factible	Tiempo [h]
20 × 20	C1 homog.	743,3	759,5	-16,2	No	0,06
20 × 20	C2 homog.	741,3	738,2	3,2	Sí	0,04
20 × 20	C3 homog.	741,6	741,5	0,1	Sí	0,14
20 × 20	C1 dos capas	748,9	1018,3	-269,4	No	1,89
20 × 20	C2 dos capas	737,6	736,5	1,0	Sí	0,67
20 × 20	C3 dos capas	751,2	743,2	8,0	Sí	4,08
30 × 30	C1 homog.	743,3	730,1	13,2	Sí	0,14
30 × 30	C2 homog.	741,3	719,0	22,3	Sí	0,12
30 × 30	C3 homog.	741,6	739,6	2,0	Sí	0,36
30 × 30	C1 dos capas	748,9	746,3	2,7	Sí	6,20
30 × 30	C2 dos capas	737,6	729,6	8,0	Sí	2,62
30 × 30	C3 dos capas	751,2	749,8	1,4	Sí	11,77

8.3.4. Barrido de varillas: primera malla que cumple el límite de contacto

Cuadro 8.11: Primer k (malla $k \times k$) que cumple el límite de contacto, terreno de 20 × 20 m.

Suelo	Sin varillas	Contorno 1	Contorno 2	Contorno máx.	Interior (2,2)	Interior (3,3)
C1 homog.	nunca	nunca	nunca	nunca	nunca	nunca
C2 homog.	nunca	$k = 6$	$k = 6$	$k = 4$	nunca	nunca
C3 homog.	nunca	$k = 7$	$k = 6$	$k = 5$	nunca	nunca
C1 dos capas	nunca	nunca	nunca	nunca	nunca	nunca
C2 dos capas	$k = 3$	$k = 3$	$k = 3$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 3$
C3 dos capas	nunca	nunca	nunca	$k = 7$	nunca	nunca

8.3.5. Profundidad de enterramiento: ahorro respecto del diseño de referencia

La Tabla 8.12 re-evalúa las geometrías óptimas de la sección 6.6 a la profundidad de referencia de 0,5 m y cuantifica el ahorro de liberar la profundidad. La Tabla 8.13 compara la profundidad óptima entre el suelo real y su equivalente homogéneo.

Cuadro 8.12: Óptimo con profundidad libre vs el mismo diseño a 0,5 m.

Terreno	Suelo	<i>depth</i> ópt. [m]	Costo ópt. [UF]	Costo a 0,5 m [UF]	Ahorro	Factible ópt./0,5
20 × 20	C1 homog.	0,3	152,2	180,0	−15,4 %	Sí / No
20 × 20	C2 homog.	0,3	128,2	150,9	−15,1 %	Sí / Sí
20 × 20	C3 homog.	0,2	133,1	174,7	−23,8 %	Sí / Sí
20 × 20	C1 dos capas	0,3	235,5	278,4	−15,4 %	No / No
20 × 20	C2 dos capas	0,3	91,8	109,5	−16,1 %	Sí / Sí
20 × 20	C3 dos capas	0,4	240,9	261,1	−7,7 %	Sí / Sí
30 × 30	C1 homog.	0,2	187,5	250,0	−25,0 %	Sí / Sí
30 × 30	C2 homog.	0,2	171,7	222,9	−22,9 %	Sí / Sí
30 × 30	C3 homog.	0,2	153,6	199,0	−22,8 %	Sí / Sí
30 × 30	C1 dos capas	0,3	254,4	303,7	−16,2 %	Sí / Sí
30 × 30	C2 dos capas	0,2	99,9	128,3	−22,1 %	Sí / Sí
30 × 30	C3 dos capas	0,2	242,7	322,3	−24,7 %	Sí / Sí
70 × 70	C1 homog.	0,2	239,8	319,4	−24,9 %	Sí / Sí
70 × 70	C2 homog.	0,3	222,9	267,1	−16,5 %	Sí / Sí
70 × 70	C3 homog.	0,3	230,5	274,7	−16,1 %	Sí / Sí
70 × 70	C1 dos capas	0,2	329,7	435,8	−24,3 %	Sí / Sí
70 × 70	C2 dos capas	0,2	181,5	234,5	−22,6 %	Sí / Sí

Cuadro 8.13: Profundidad óptima: suelo de dos capas vs equivalente homogéneo.

Terreno	Config	<i>depth</i> homogéneo [m]	<i>depth</i> dos capas [m]	Comparación
20 × 20	Config 1	0,3	0,3	igual
20 × 20	Config 2	0,3	0,3	igual
20 × 20	Config 3	0,2	0,4	difieren
30 × 30	Config 1	0,2	0,3	difieren
30 × 30	Config 2	0,2	0,2	igual
30 × 30	Config 3	0,2	0,2	igual
70 × 70	Config 1	0,2	0,2	igual
70 × 70	Config 2	0,3	0,2	difieren
70 × 70	Config 3	0,3	0,3	igual

8.3.6. Comparación completa contra elementos finitos

La Tabla 8.14 presenta los 14 casos completos del Experimento 1 de la validación contra elementos finitos del Capítulo 4

Cuadro 8.14: Experimento 1 completo: barrido de resistividades, modelo vs elementos finitos.

ρ_1/ρ_2 [$\Omega\cdot\text{m}$]	K	R_g modelo [Ω]	R_g COMSOL [Ω]	ε_{R_g}	$\varepsilon_{V_{cont}}$	$\varepsilon_{V_{paso}}$
10/1000	+0,98	7,667	6,556	+16,95 %	+0,44 %	+0,41 %
30/1000	+0,94	20,923	19,142	+9,30 %	+0,44 %	+0,41 %
50/1000	+0,90	33,281	31,216	+6,62 %	+0,44 %	+0,41 %
100/1000	+0,82	62,330	59,944	+3,98 %	+0,44 %	+0,41 %
200/1000	+0,67	116,559	113,870	+2,36 %	+0,45 %	+0,42 %
500/1000	+0,33	267,379	263,816	+1,35 %	+0,57 %	+0,54 %
1000/1000	0,00	505,320	500,993	+0,86 %	+0,47 %	+0,44 %
100/10	-0,82	45,912	45,685	+0,50 %	+0,50 %	+0,47 %
100/30	-0,54	47,244	46,972	+0,58 %	+0,49 %	+0,46 %
100/50	-0,33	48,358	48,041	+0,66 %	+0,48 %	+0,45 %
100/100	0,00	50,532	50,099	+0,86 %	+0,47 %	+0,44 %
100/200	+0,33	53,476	52,811	+1,26 %	+0,46 %	+0,43 %
100/500	+0,67	58,279	56,935	+2,36 %	+0,45 %	+0,42 %
100/1000	+0,82	62,330	59,944	+3,98 %	+0,44 %	+0,41 %

Cuadro 8.15: Experimento 3 completo: barrido de la profundidad de enterramiento, con la posición del máximo de paso encontrada por COMSOL.

d [m]	Seg. c1/c2	R_g modelo [Ω]	R_g COMSOL [Ω]	ε_{R_g}	$\varepsilon_{V_{cont}}$	r_{paso} COMSOL [m]	$\varepsilon_{V_{paso}}$
0,0	20/0	267,379	263,816	+1,35 %	+0,57 %	0,005	+0,54 %
0,1	20/0	262,914	258,711	+1,62 %	+0,91 %	0,010	-4,48 %
0,2	20/0	260,571	256,286	+1,67 %	+0,97 %	0,050	-4,13 %
0,3	20/0	259,186	254,879	+1,69 %	+0,98 %	0,105	-5,70 %
0,4	20/0	258,558	254,268	+1,69 %	+0,97 %	0,175	-8,45 %
0,5	20/0	259,096	255,271	+1,50 %	+0,75 %	0,250	-12,08 %
0,7	18/2	268,810	264,703	+1,55 %	+0,83 %	0,410	-14,74 %
0,9	16/4	279,147	274,830	+1,57 %	+0,88 %	0,585	-6,83 %
1,1	14/6	290,686	286,144	+1,59 %	+0,92 %	0,745	-2,49 %
1,3	12/8	303,651	298,855	+1,60 %	+0,96 %	0,905	-0,64 %
1,5	10/10	318,310	313,219	+1,63 %	+1,01 %	1,055	-0,42 %
1,7	8/12	335,029	329,587	+1,65 %	+1,07 %	1,200	-1,22 %
1,9	6/14	354,336	348,462	+1,69 %	+1,13 %	1,335	-2,69 %
2,1	4/16	377,069	370,648	+1,73 %	+1,22 %	1,475	-4,62 %

8.4. Figuras complementarias

8.4.1. Curvas de tensión de paso y de contacto vs largo de cable (etapa horizontal)

Se incluyen seis casos representativos de la etapa horizontal, cuatro en terrenos de 20×20 m y dos en terrenos de 30×30 m.

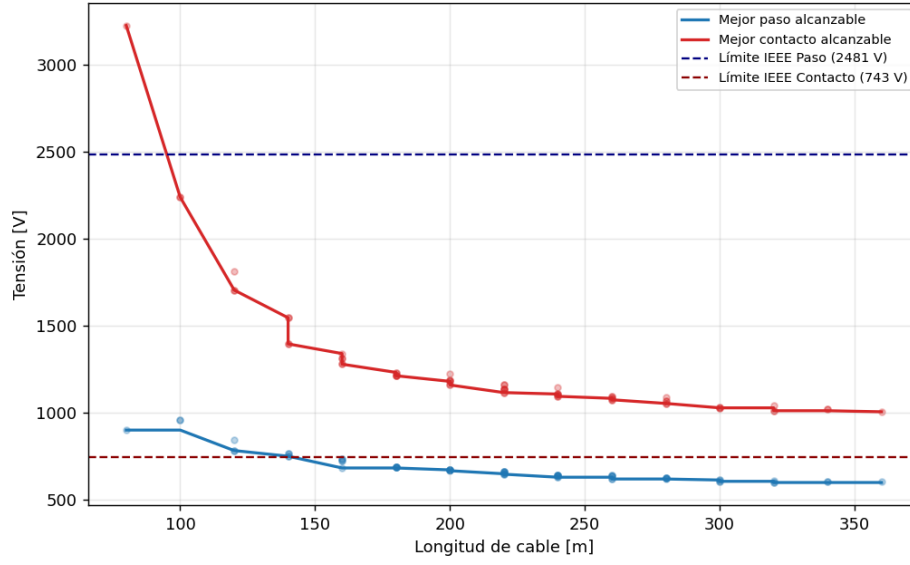


Figura 8.2: Tensiones de paso y de contacto vs largo de cable con sus límites IEEE 80, 20×20 m, Config 1 homogéneo (sin solución horizontal factible). Elaboración propia.

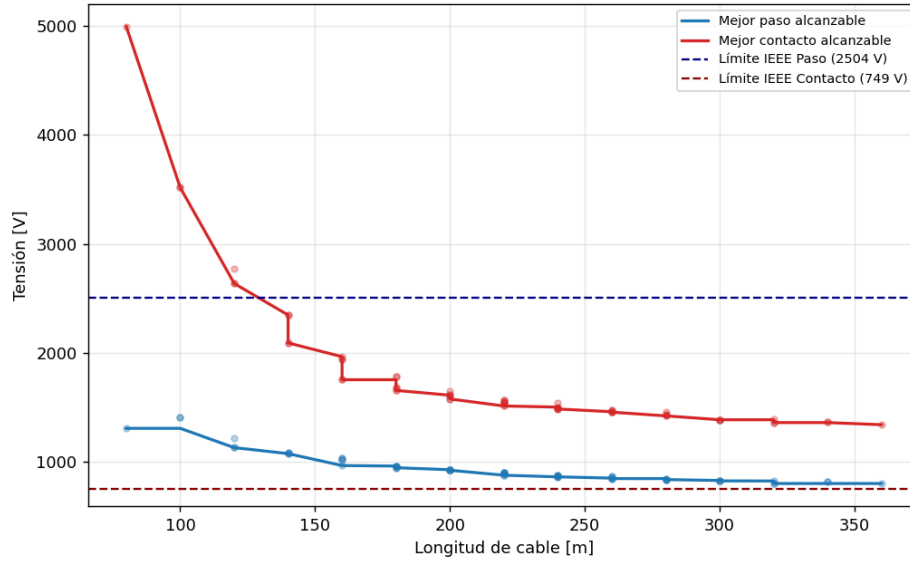


Figura 8.3: Tensiones de paso y de contacto vs largo de cable con sus límites IEEE 80, 20×20 m, Config 1 dos capas (sin solución horizontal factible). Elaboración propia.

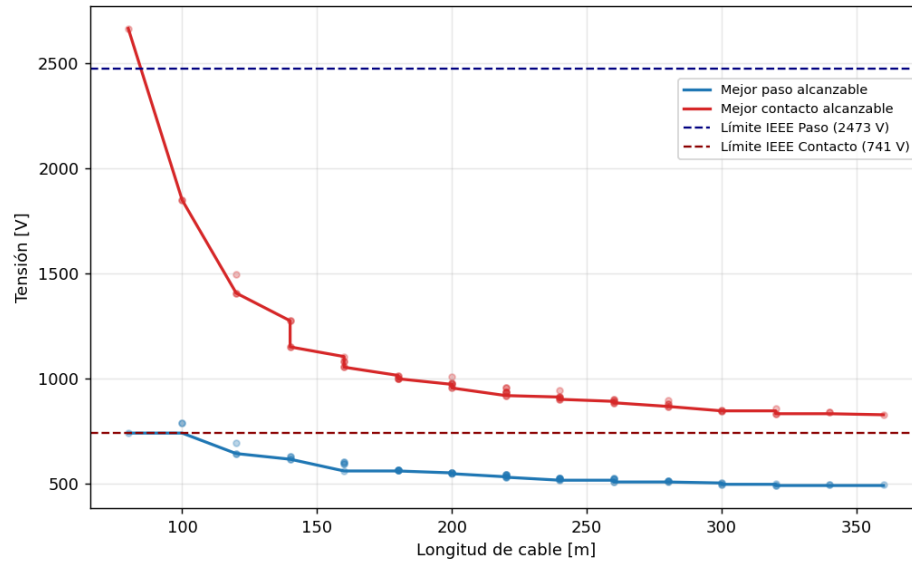


Figura 8.4: Tensiones de paso y de contacto vs largo de cable con sus límites IEEE 80, 20×20 m, Config 2 homogéneo (sin solución horizontal factible). Elaboración propia.

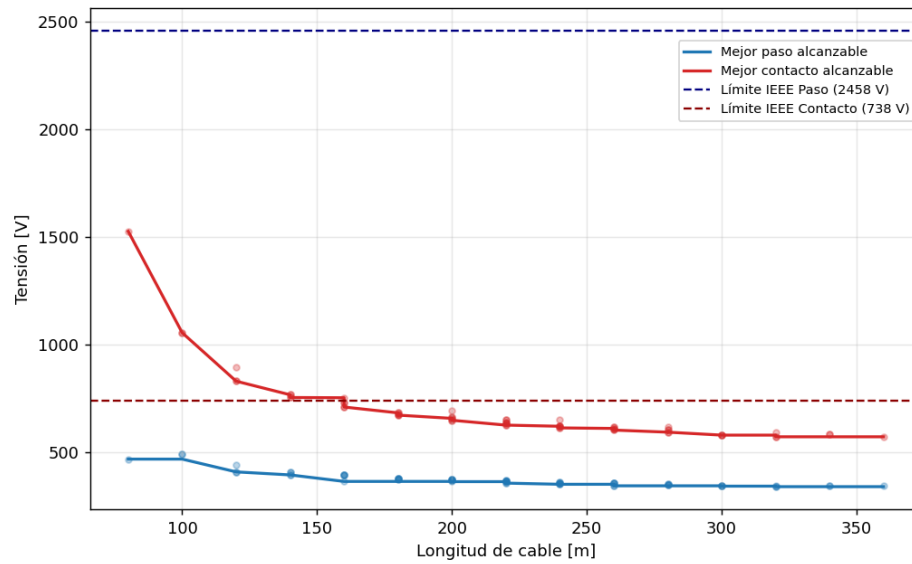


Figura 8.5: Tensiones de paso y de contacto vs largo de cable con sus límites IEEE 80, 20×20 m, Config 2 dos capas (factible). Elaboración propia.

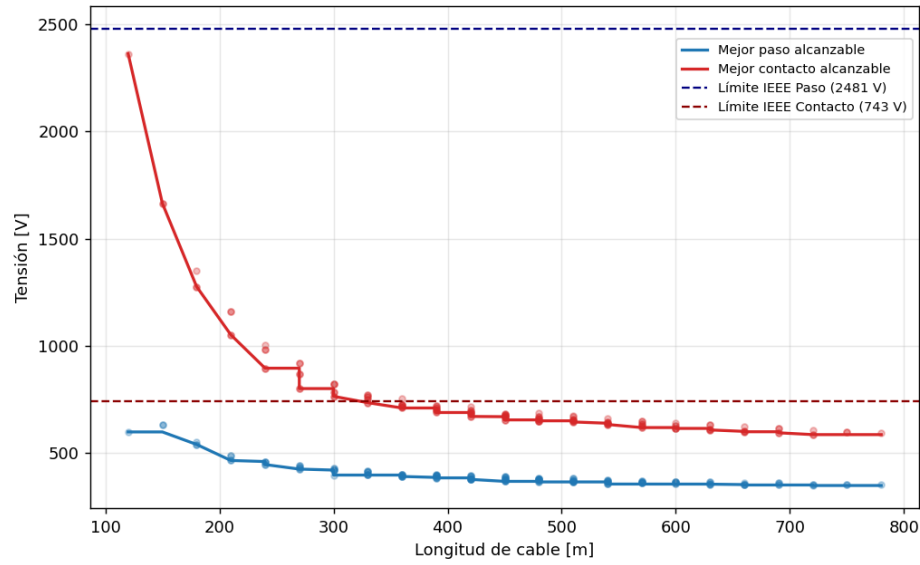


Figura 8.6: Tensiones de paso y de contacto vs largo de cable con sus límites IEEE 80, 30 × 30 m, Config 1 homogéneo (factible). Elaboración propia.

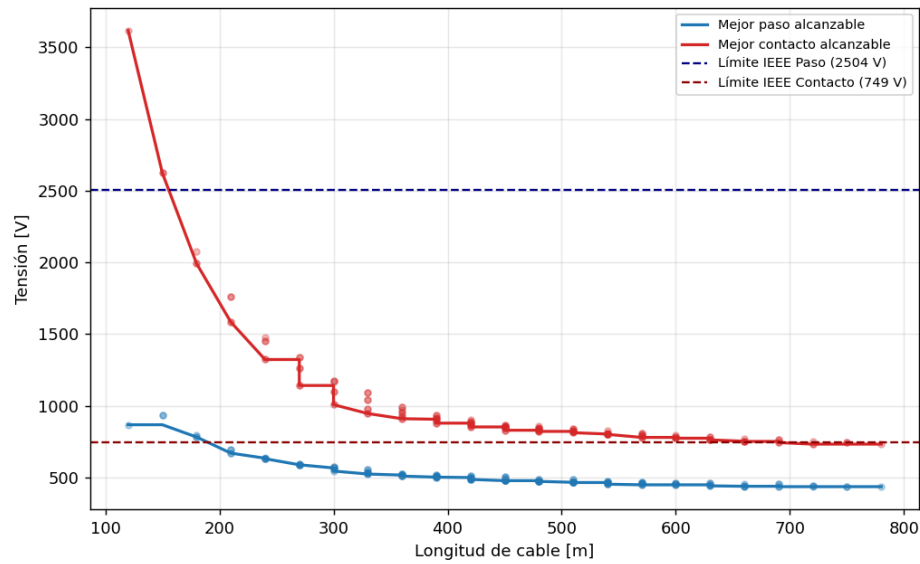


Figura 8.7: Tensiones de paso y de contacto vs largo de cable con sus límites IEEE 80, 30 × 30 m, Config 1 dos capas (factible). Elaboración propia.

8.4.2. Geometrías óptimas de la etapa de varillas de contorno

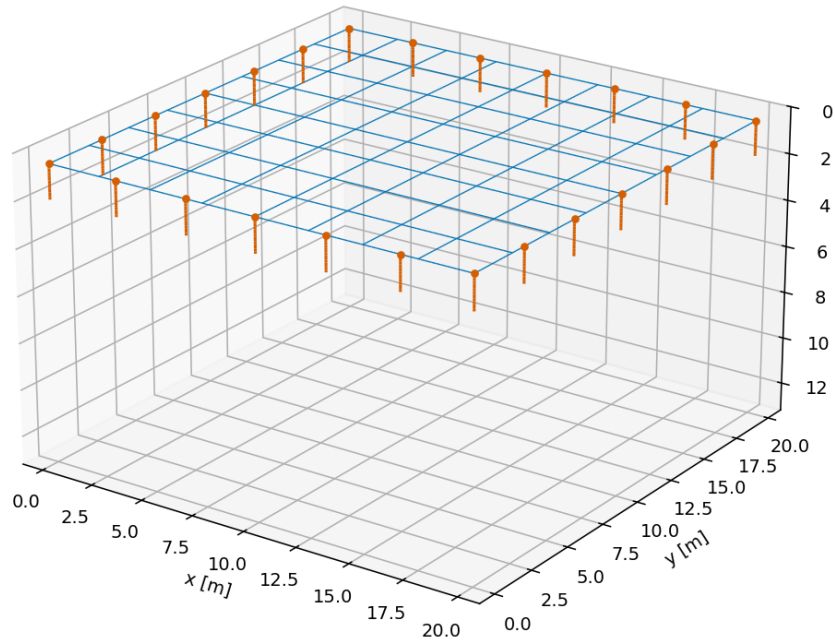


Figura 8.8: Óptimo con varillas, 20×20 m, Config 1 homogéneo (infactible): malla 8×8 , densidades (6,6), 24 varillas. Elaboración propia.

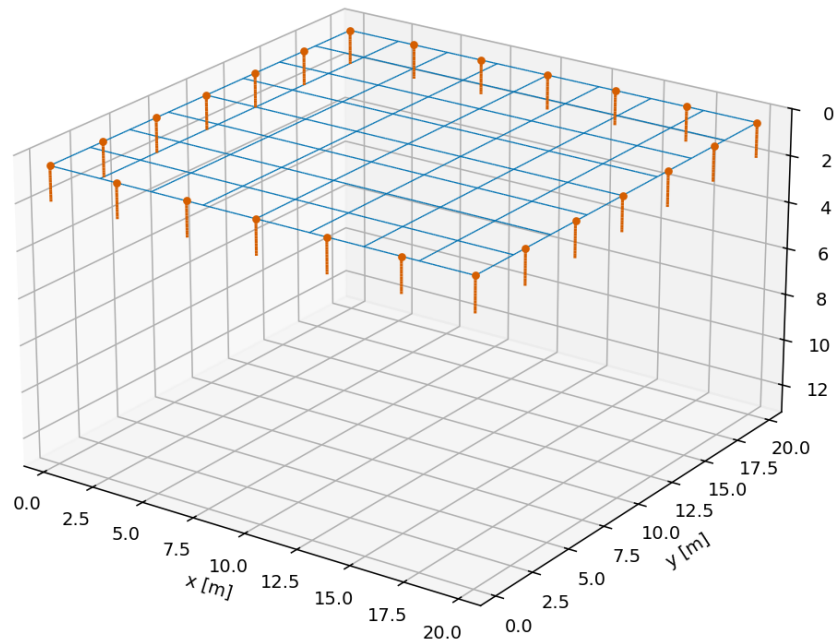


Figura 8.9: Óptimo con varillas, 20×20 m, Config 1 dos capas (infactible): malla 8×8 , densidades (6,6), 24 varillas. Elaboración propia.

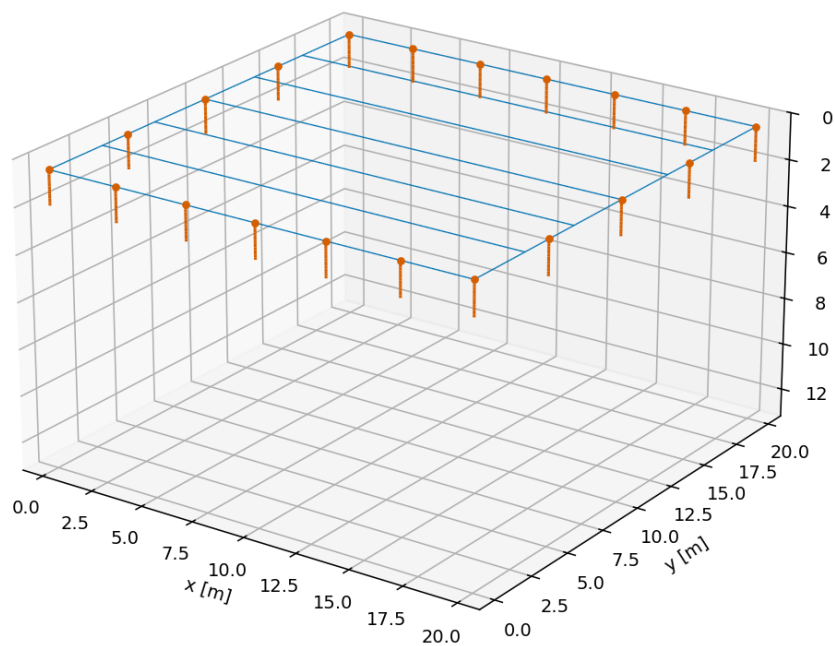


Figura 8.10: Óptimo con varillas, 20×20 m, Config 2 homogéneo: malla 1×6 , densidades $(6, 4)$, 20 varillas. Elaboración propia.

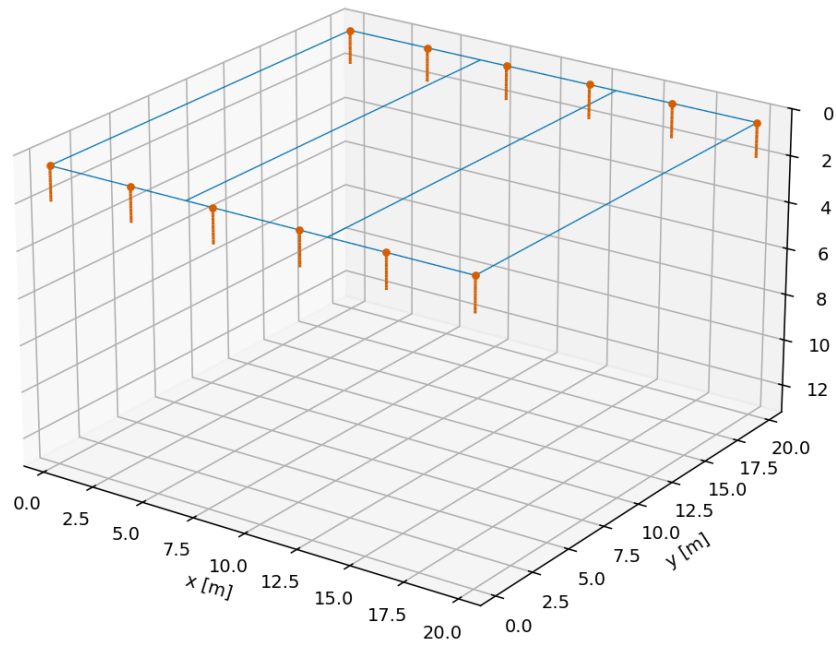


Figura 8.11: Óptimo con varillas, 20×20 m, Config 2 dos capas: malla 3×1 , densidades (5,1), 12 varillas. Elaboración propia.

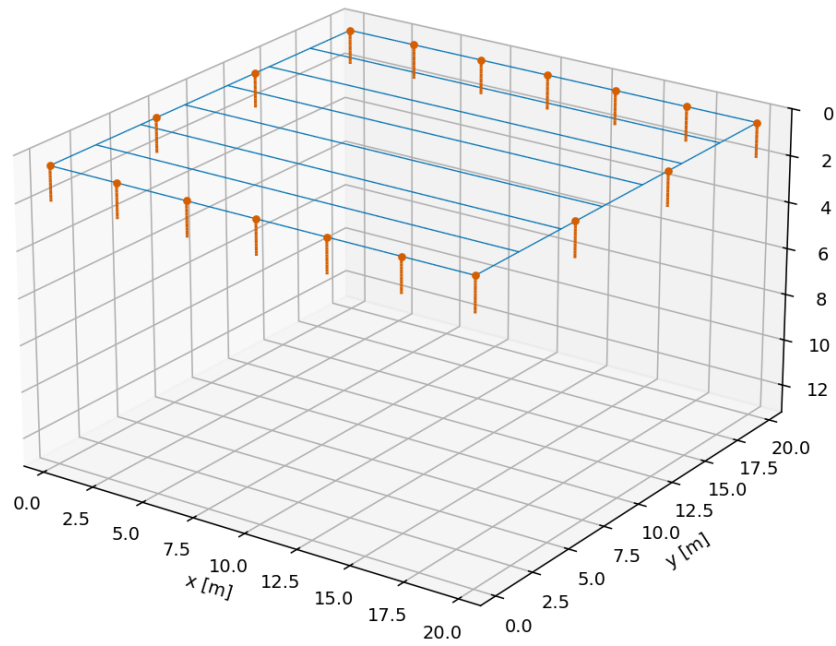


Figura 8.12: Óptimo con varillas, 20×20 m, Config 3 homogéneo: malla 1×7 , densidades (6,3), 18 varillas. Elaboración propia.

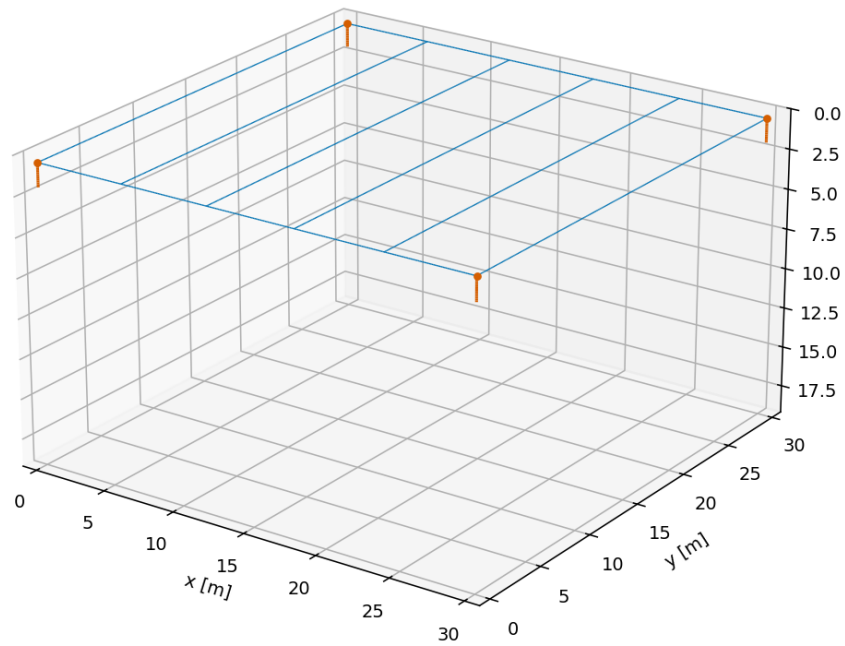


Figura 8.13: Óptimo con varillas, 30×30 m, Config 2 homogéneo: malla 5×1 , densidades $(1, 1)$, 4 varillas. Elaboración propia.

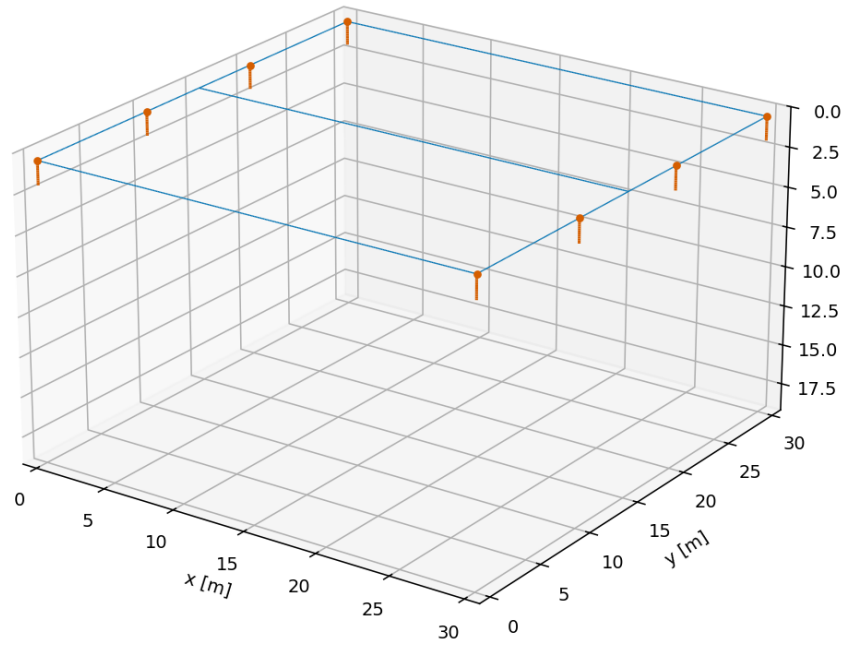


Figura 8.14: Óptimo con varillas, 30×30 m, Config 2 dos capas: malla 1×2 , densidades $(0, 3)$, 8 varillas. Elaboración propia.

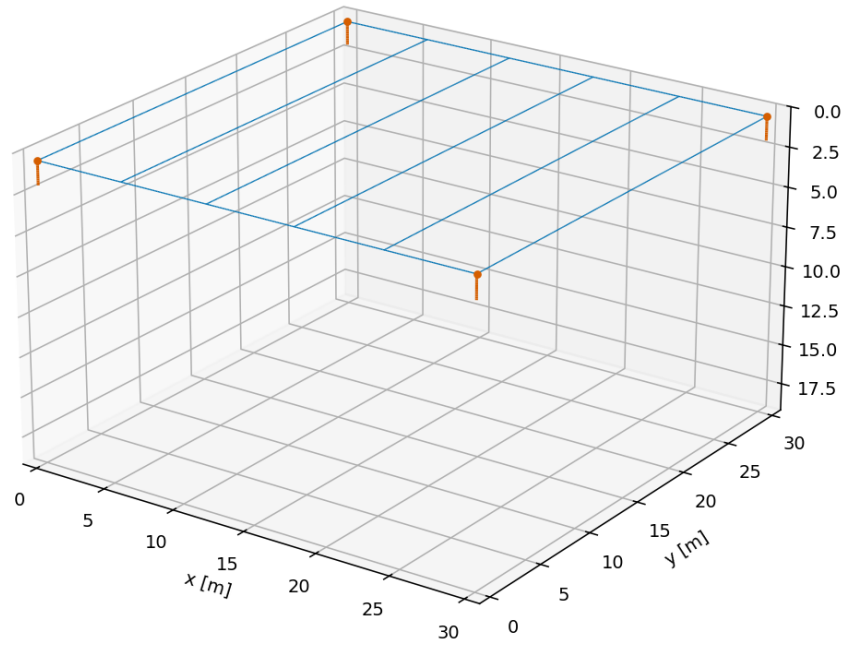


Figura 8.15: Óptimo con varillas, 30×30 m, Config 3 homogéneo: malla 5×1 , densidades $(0,1)$, 4 varillas. Elaboración propia.

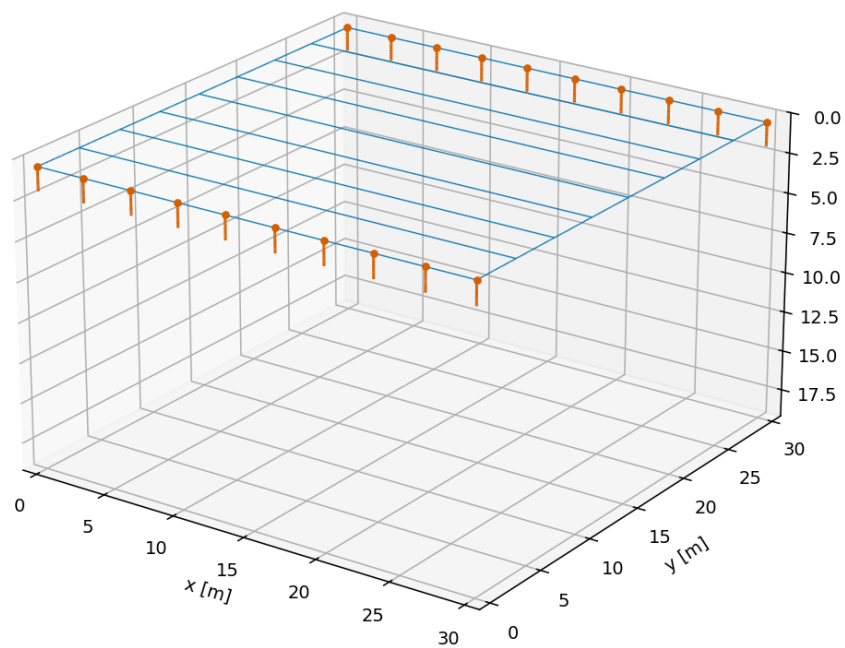


Figura 8.16: Óptimo con varillas, 30×30 m, Config 3 dos capas: malla 1×8 , densidades $(9, 0)$, 20 varillas. Elaboración propia.

8.4.3. Curvas de tensión de contacto con varillas

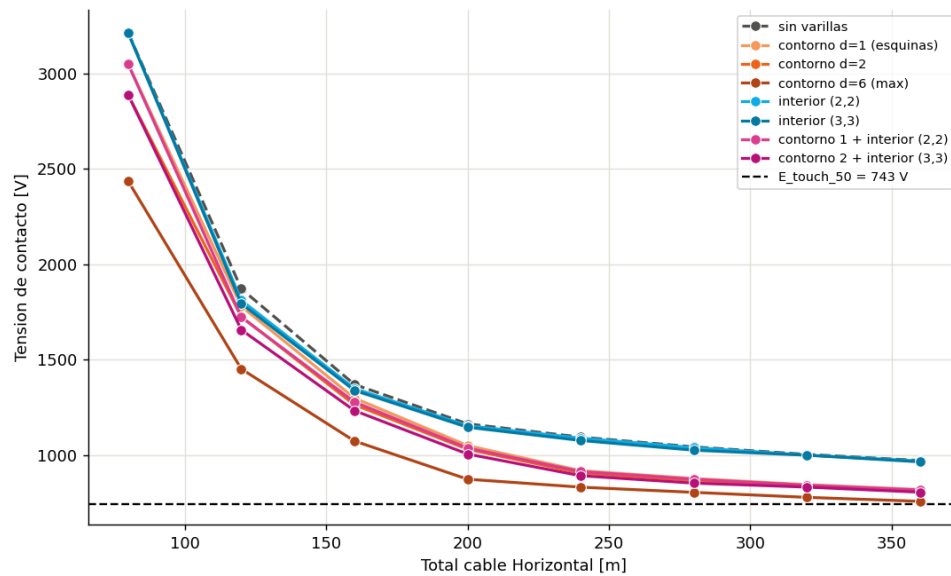


Figura 8.17: Tensión de contacto vs cable de malla por colocación de varillas, 20×20 m, Config 1 homogéneo. Elaboración propia.

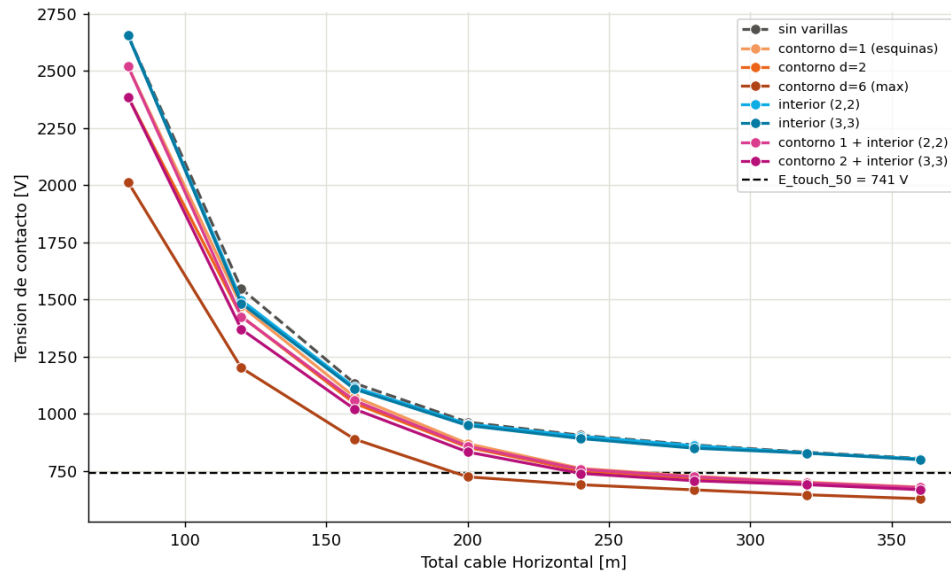


Figura 8.18: Tensión de contacto vs cable de malla, 20×20 m, Config 2 homogéneo. Elaboración propia.

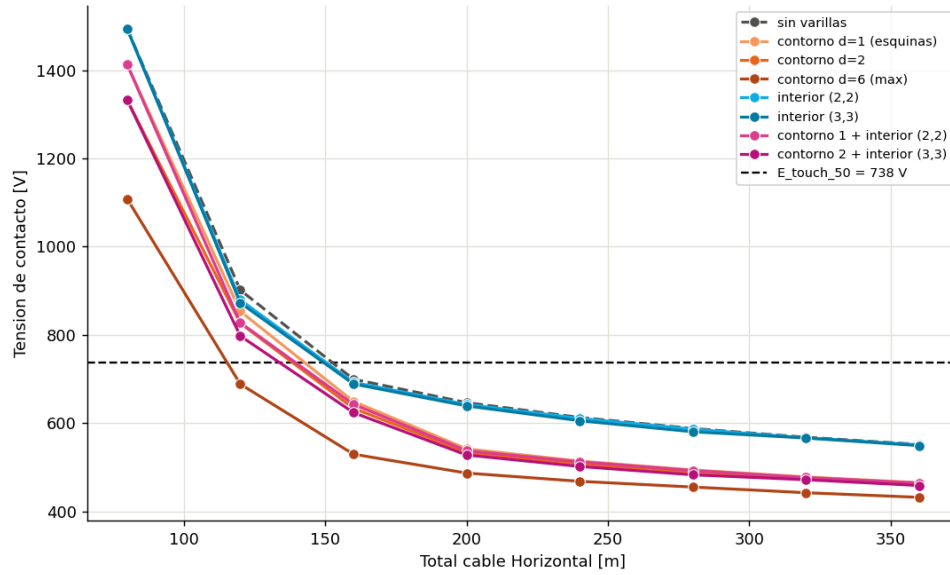


Figura 8.19: Tensión de contacto vs cable de malla, 20×20 m, Config 2 dos capas. Elaboración propia.

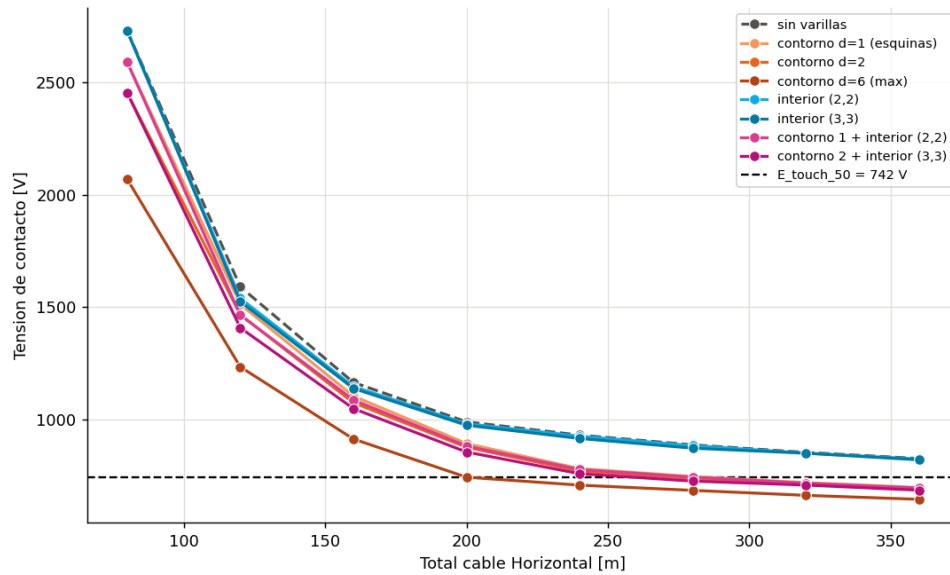


Figura 8.20: Tensión de contacto vs cable de malla, 20×20 m, Config 3 homogéneo. Elaboración propia.

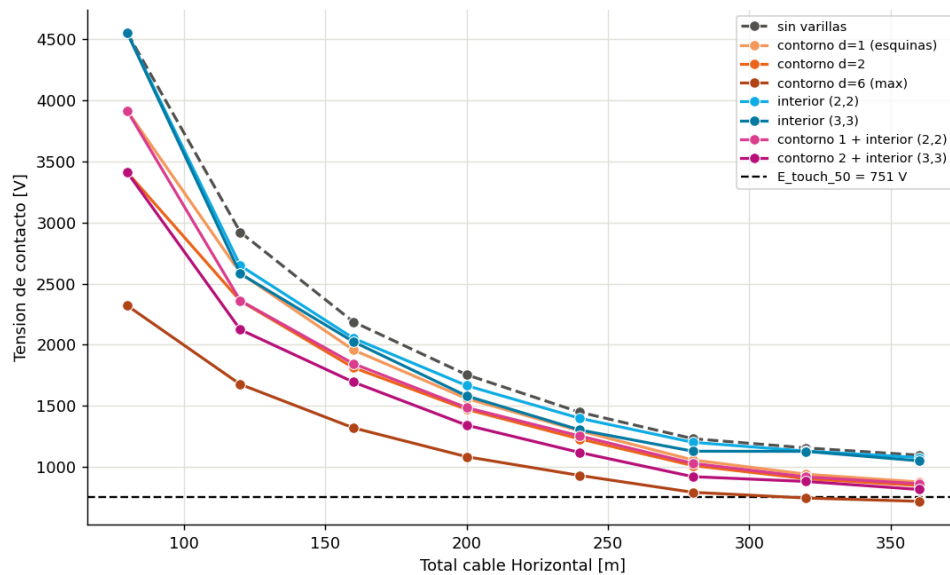


Figura 8.21: Tensión de contacto vs cable de malla, 20×20 m, Config 3 dos capas. Elaboración propia.

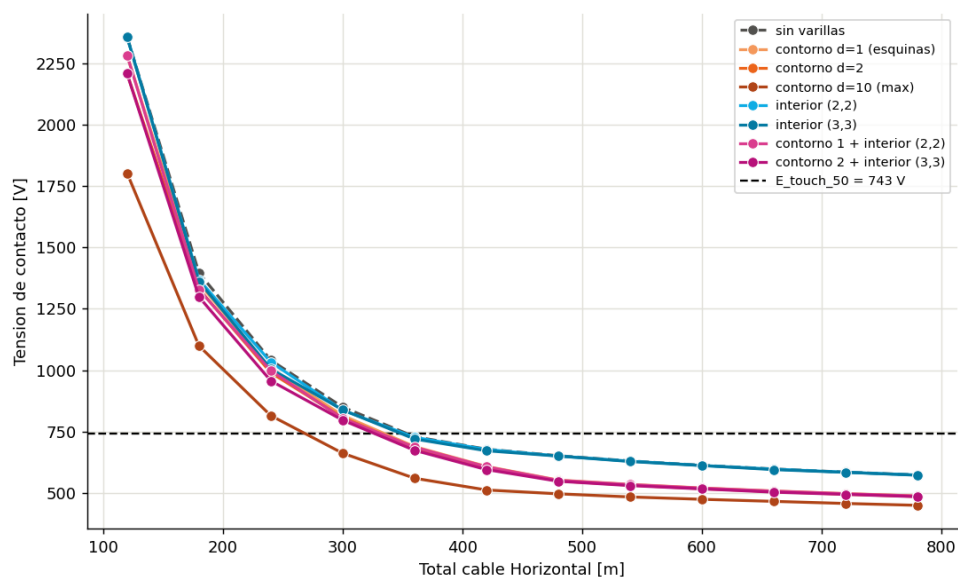


Figura 8.22: Tensión de contacto vs cable de malla, 30×30 m, Config 1 homogéneo. Elaboración propia.

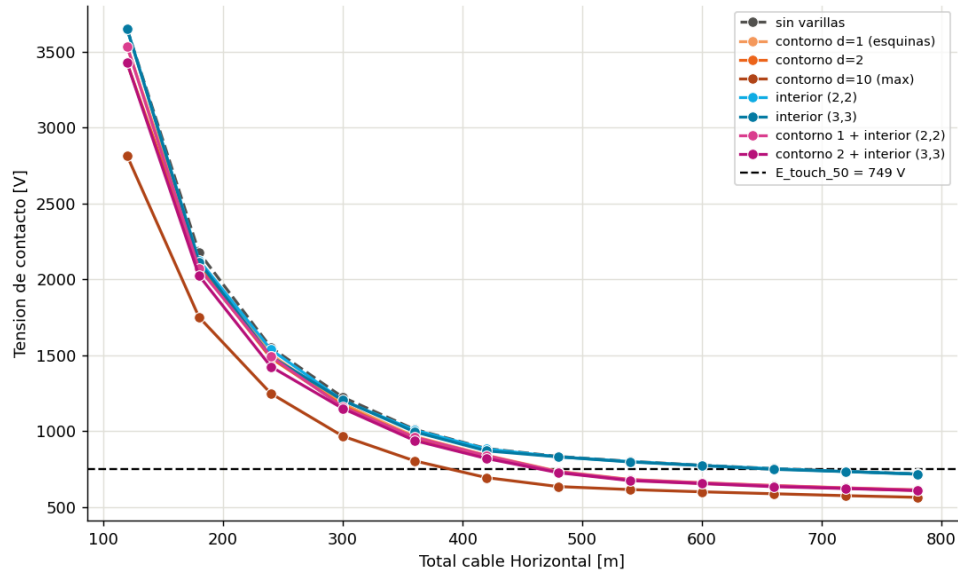


Figura 8.23: Tensión de contacto vs cable de malla, 30×30 m, Config 1 dos capas. Elaboración propia.

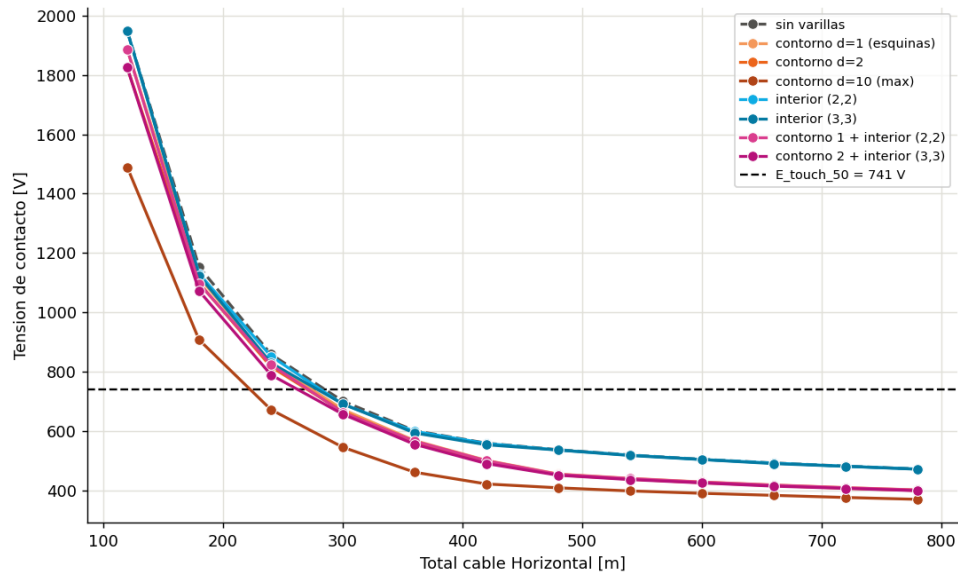


Figura 8.24: Tensión de contacto vs cable de malla, 30×30 m, Config 2 homogéneo. Elaboración propia.

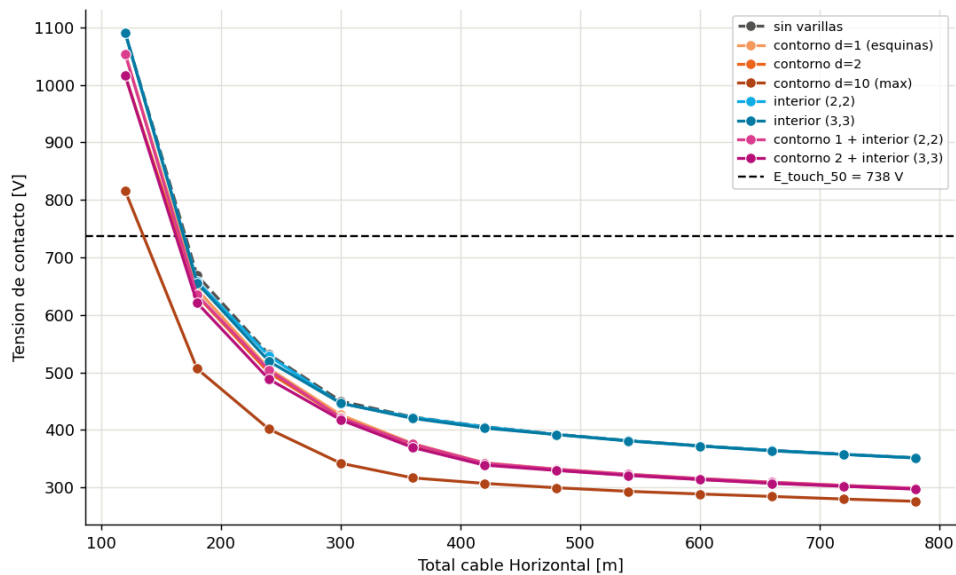


Figura 8.25: Tensión de contacto vs cable de malla, 30×30 m, Config 2 dos capas. Elaboración propia.

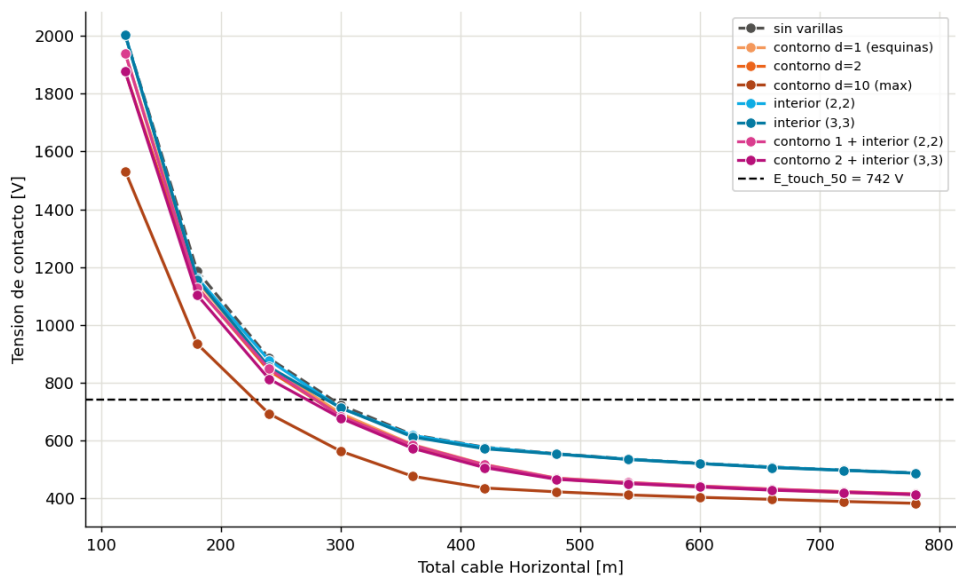


Figura 8.26: Tensión de contacto vs cable de malla, 30×30 m, Config 3 homogéneo. Elaboración propia.

8.4.4. Geometrías óptimas de la etapa de profundidad

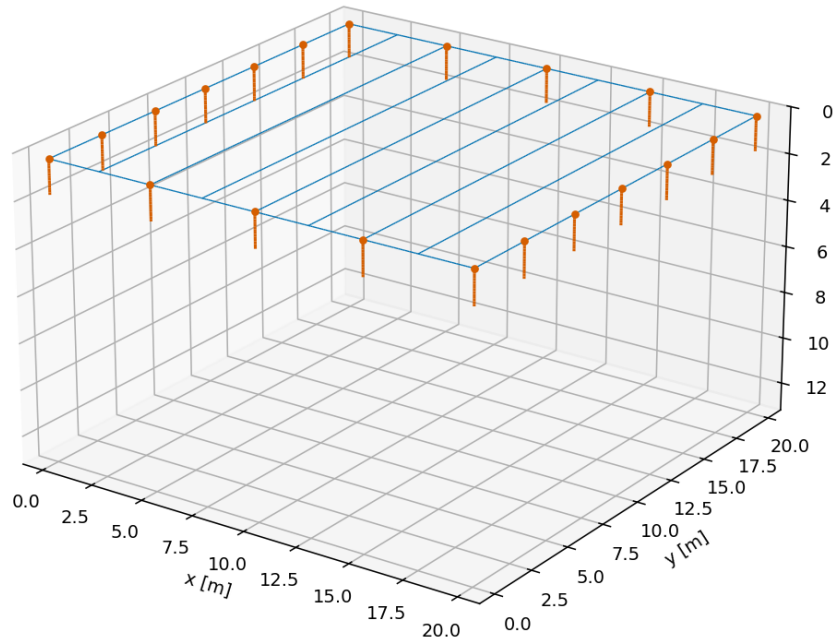


Figura 8.27: Óptimo con profundidad libre, 20×20 m, Config 1 homogéneo (0,3 m): malla 8×1 , densidades (4,6), 20 varillas. Elaboración propia.

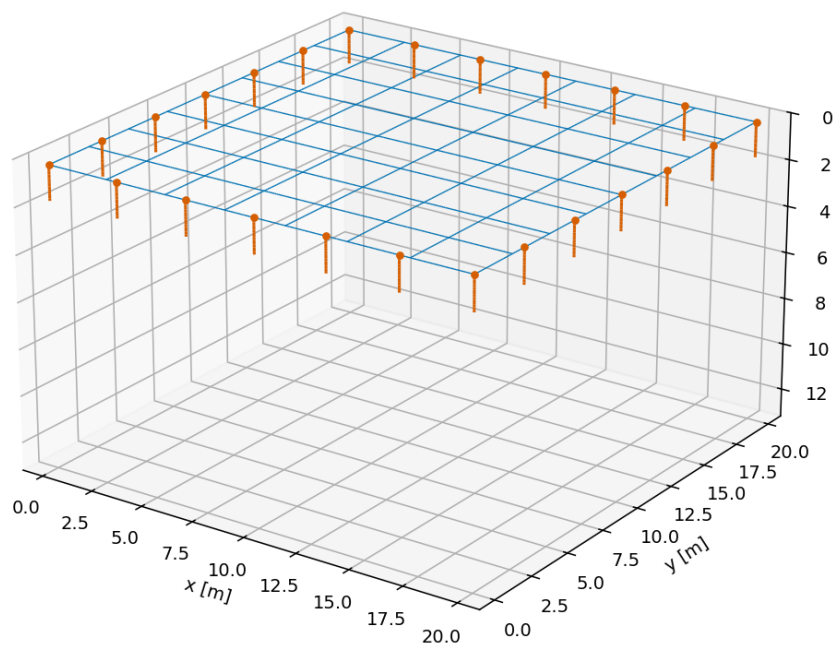


Figura 8.28: Óptimo con profundidad libre, 20×20 m, Config 1 dos capas (0,3 m, infactible): malla 7×8 , densidades (6,6), 24 varillas. Elaboración propia.

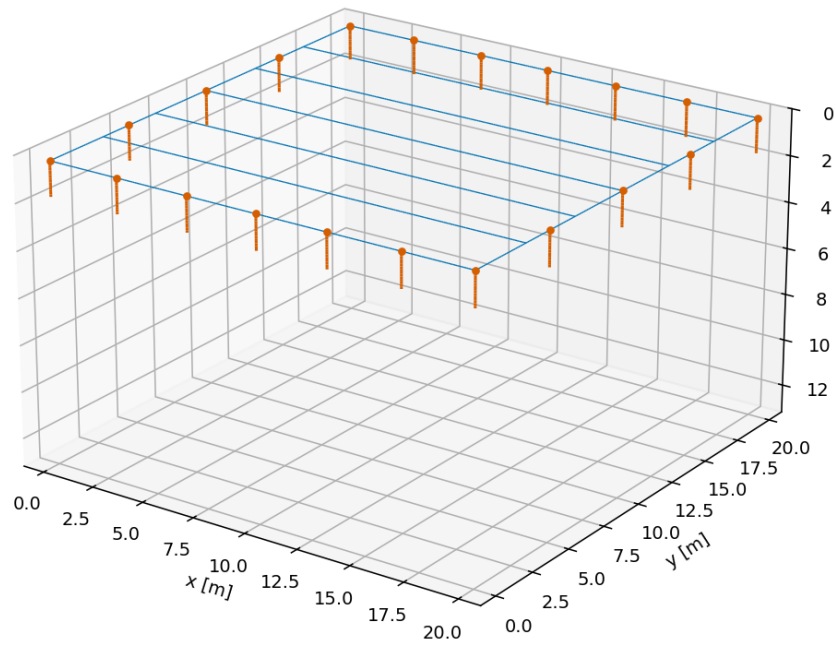


Figura 8.29: Óptimo con profundidad libre, 20×20 m, Config 2 homogéneo (0,3 m): malla 1×6 , densidades (6,4), 20 varillas. Elaboración propia.

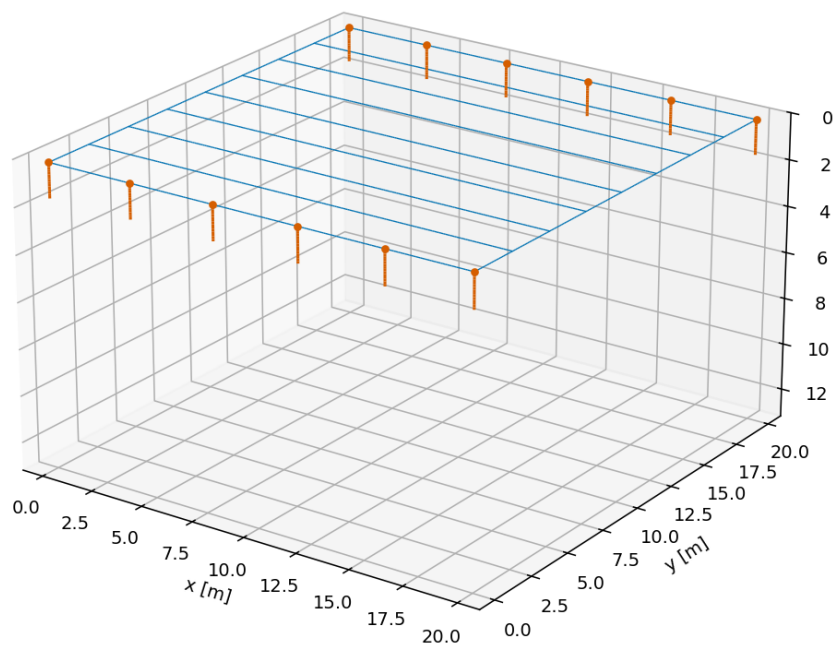


Figura 8.30: Óptimo con profundidad libre, 20×20 m, Config 3 homogéneo (0,2 m): malla 1×8 , densidades (5,1), 12 varillas. Elaboración propia.

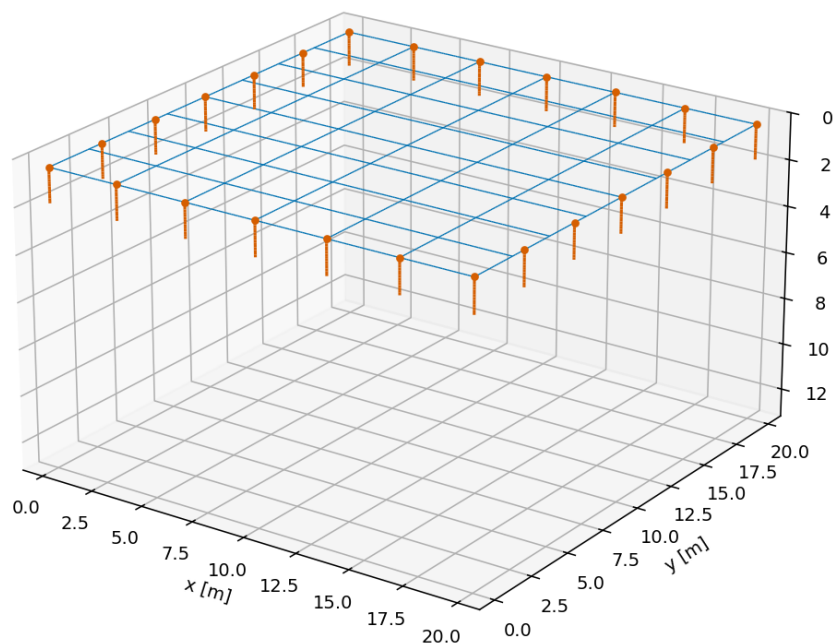


Figura 8.31: Óptimo con profundidad libre, 20×20 m, Config 3 dos capas (0,4 m): el único caso de los terrenos de 20×20 m cuya profundidad óptima supera los 0,3 m, por el cruce de la interfaz; malla 6×8 , densidades (6,6), 24 varillas. Elaboración propia.

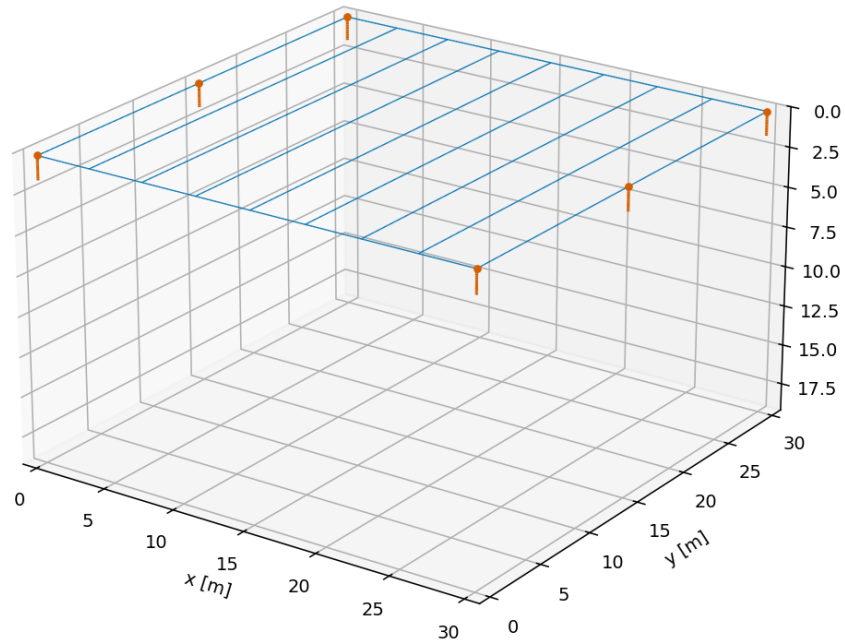


Figura 8.32: Óptimo con profundidad libre, 30×30 m, Config 1 homogéneo (0,2 m): malla 8×1 , densidades (1,2), 6 varillas. Elaboración propia.

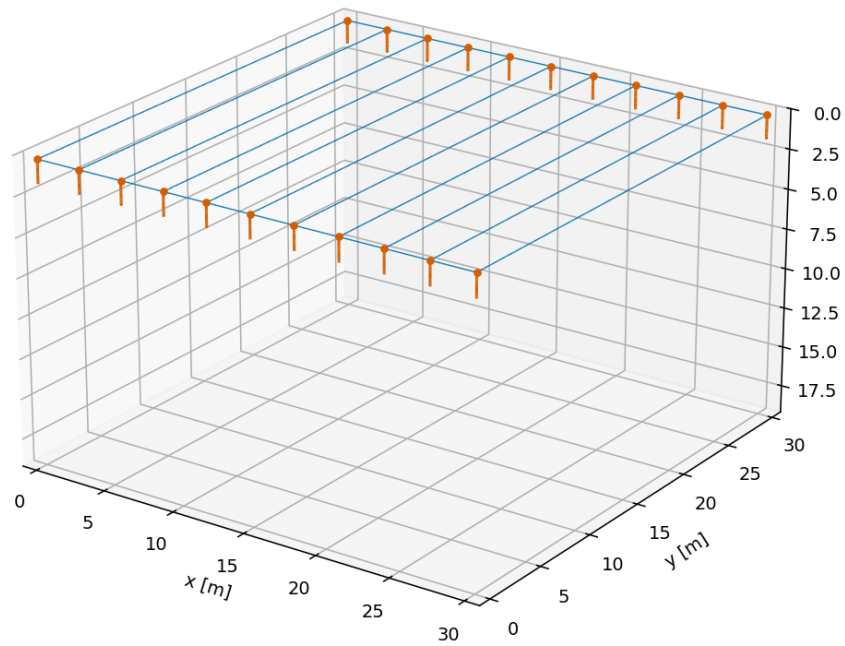


Figura 8.33: Óptimo con profundidad libre, 30×30 m, Config 1 dos capas (0,3 m): malla 10×1 , densidades (10,0), 22 varillas. Elaboración propia.

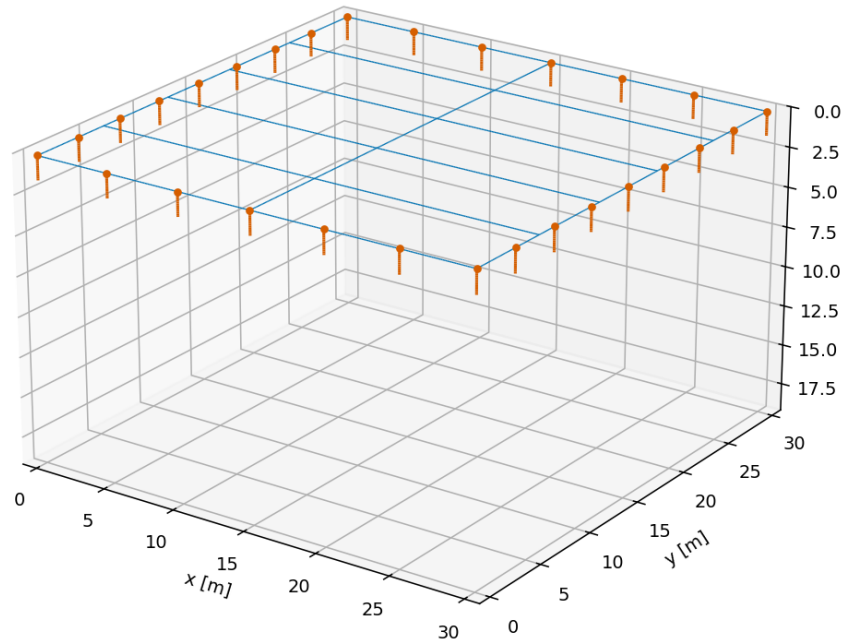


Figura 8.34: Óptimo con profundidad libre, 30×30 m, Config 2 homogéneo (0,2 m): malla 2×5 , densidades (6,8), 28 varillas. Elaboración propia.

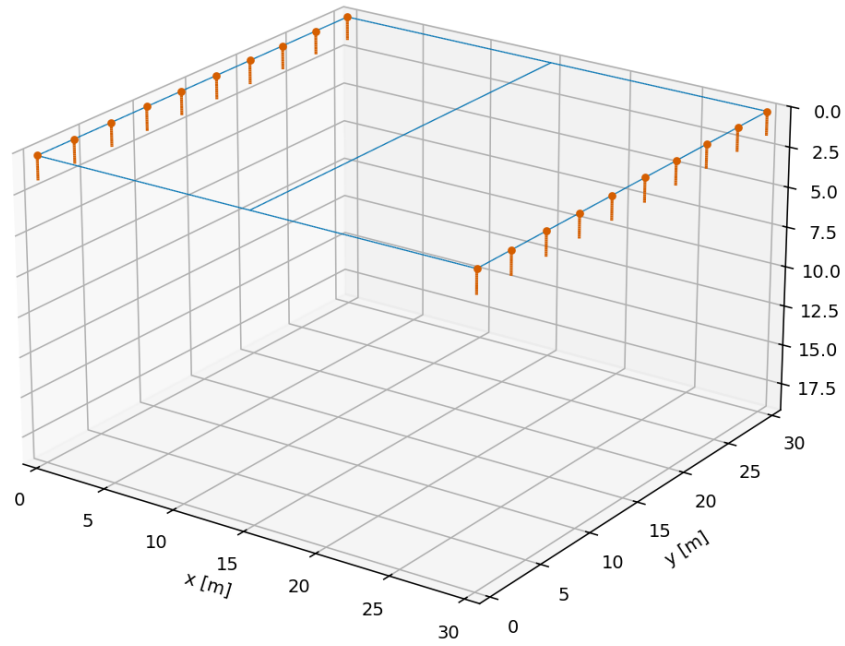


Figura 8.35: Óptimo con profundidad libre, 30×30 m, Config 2 dos capas (0,2 m): malla 2×1 , densidades (1,9), 20 varillas. Elaboración propia.

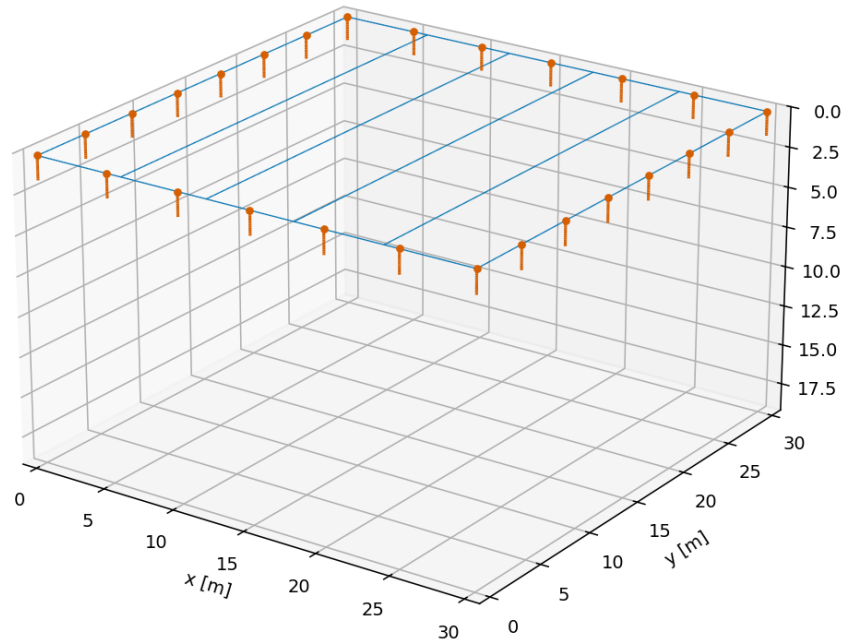


Figura 8.36: Óptimo con profundidad libre, 30×30 m, Config 3 homogéneo (0,2 m): malla 5×1 , densidades (6,7), 26 varillas. Elaboración propia.

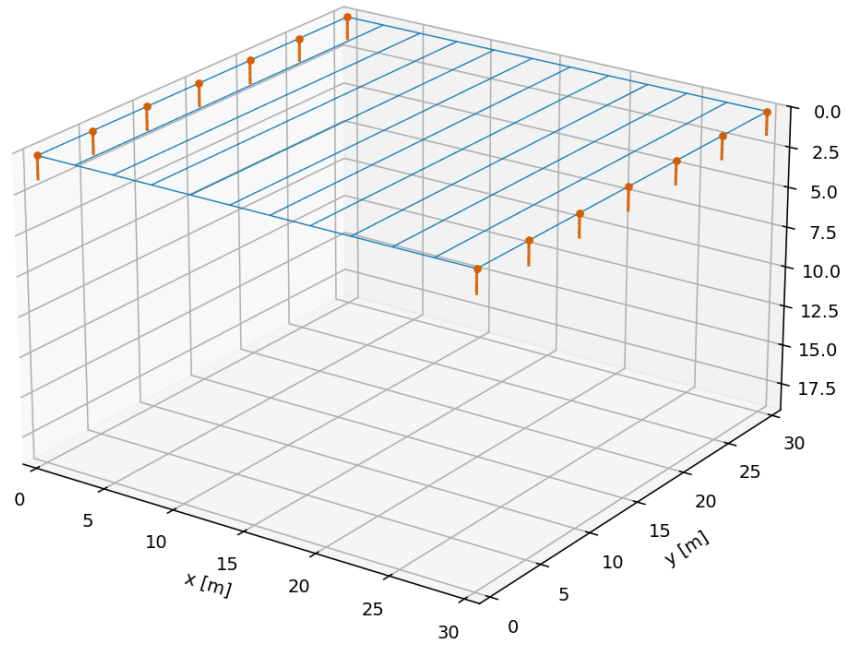


Figura 8.37: Óptimo con profundidad libre, 30×30 m, Config 3 dos capas (0,2 m): malla 11×1 , densidades (1,6), 14 varillas. Elaboración propia.

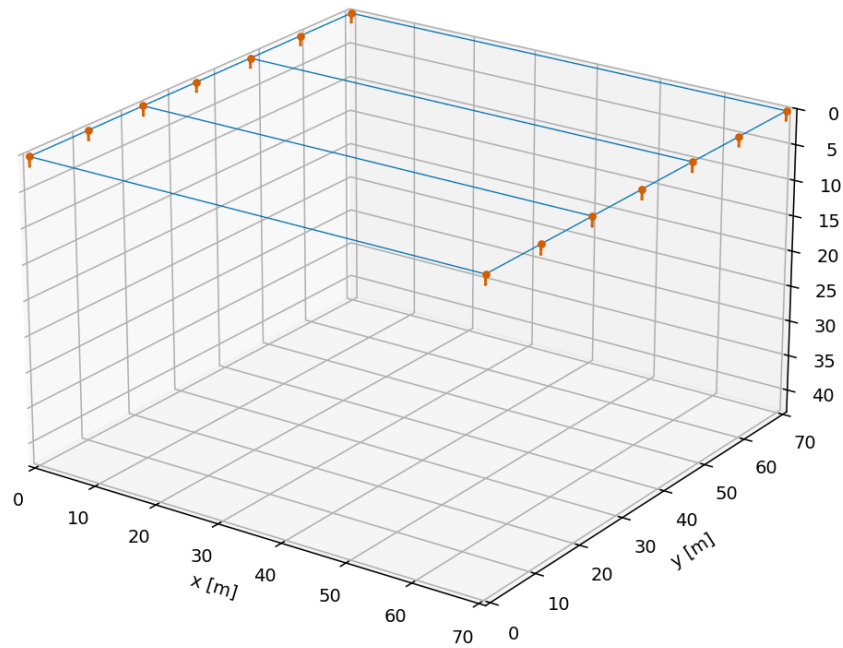


Figura 8.38: Óptimo con profundidad libre, 70×70 m, Config 1 homogéneo (0,2 m): malla 1×3 , densidades (0,6), 14 varillas. Elaboración propia.

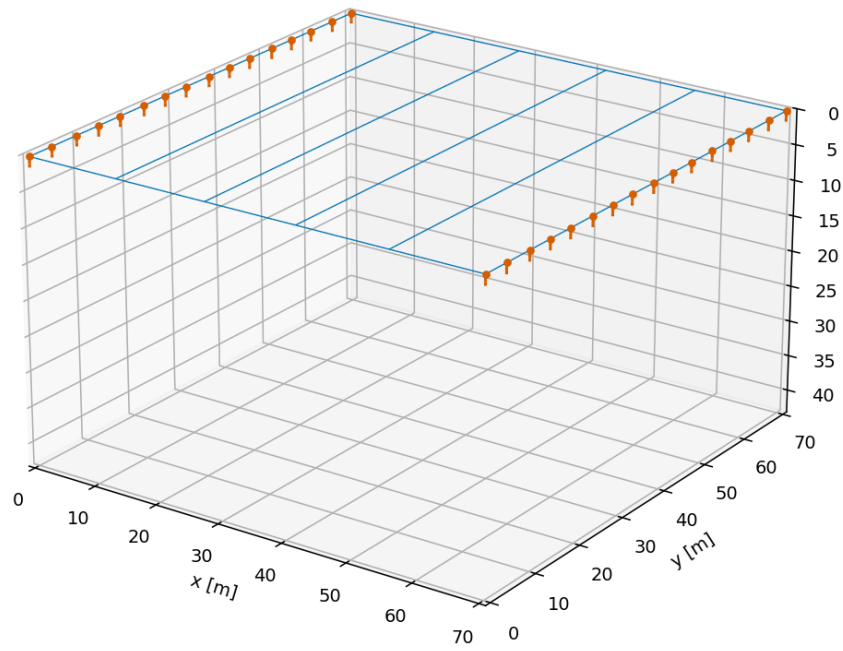


Figura 8.39: Óptimo con profundidad libre, 70×70 m, Config 1 dos capas (0,2 m): malla 5×1 , densidades (1,15), 32 varillas. Elaboración propia.

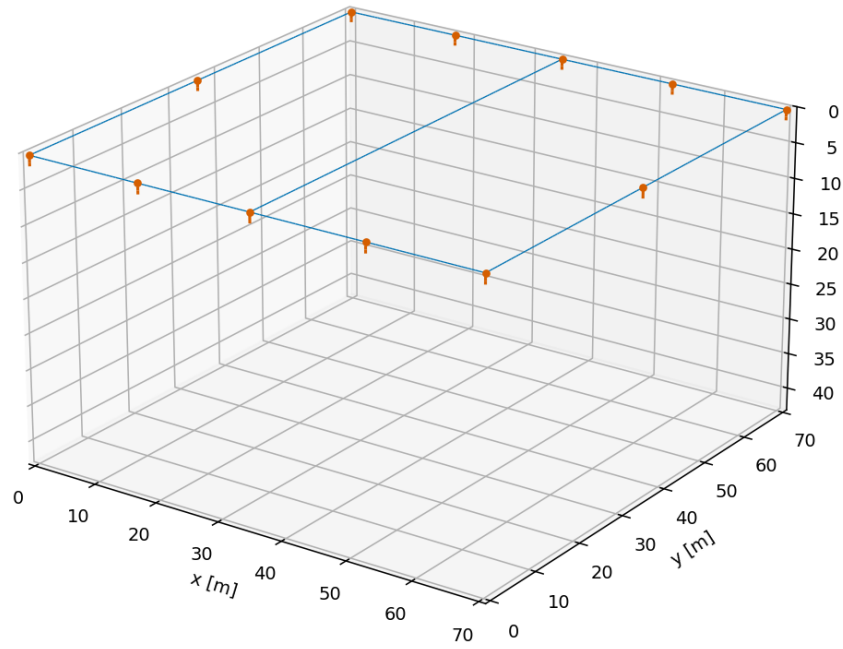


Figura 8.40: Óptimo con profundidad libre, 70×70 m, Config 2 homogéneo (0,3 m): malla 2×1 , densidades (4,2), 12 varillas. Elaboración propia.

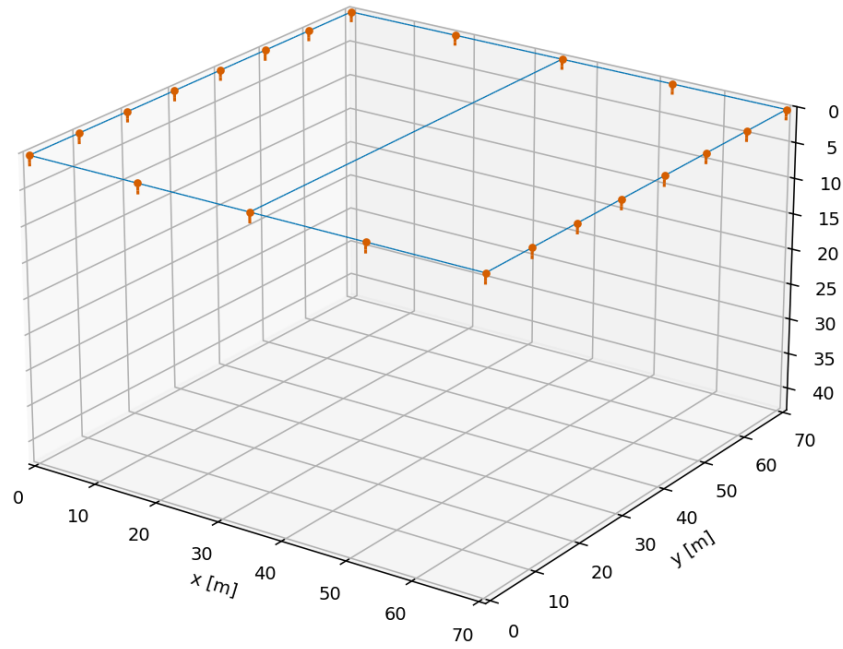


Figura 8.41: Óptimo con profundidad libre, 70×70 m, Config 3 homogéneo (0,3 m): malla 2×1 , densidades (4,7), 22 varillas. Elaboración propia.

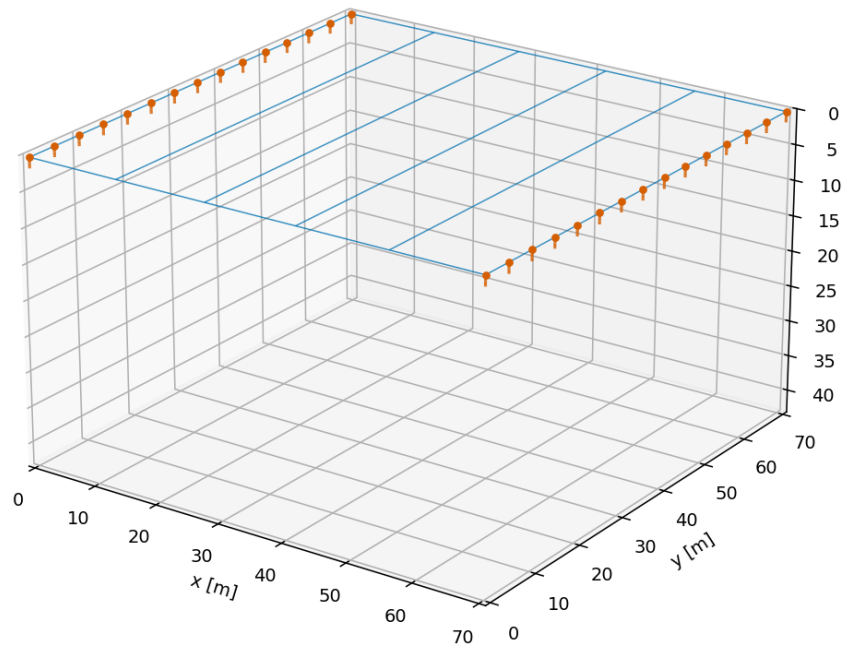


Figura 8.42: Óptimo con profundidad libre, 70×70 m, Config 3 dos capas (0,3 m): malla 5×1 , densidades (0,14), 30 varillas. Elaboración propia.

8.5. Detalles numéricos de la implementación

8.5.1. Costo del modelo de dos capas frente al homogéneo

La Tabla 8.16 cuantifica el sobre costo del modelo de dos capas respecto del homogéneo para una misma geometría, medido sobre la implementación de referencia, en el caso de dos capas la serie de imágenes obliga a sumar del orden de 20 a 30 términos por par de segmentos, frente a un único término cuando el suelo es homogéneo.

Cuadro 8.16: Tiempo de ensamblado de la matriz de influencia: suelo homogéneo vs dos capas (implementación de referencia).

Malla	Homogéneo [s]	Dos capas [s]	Razón
4×4	0,06	1,06	$\sim 18\times$
8×8	0,85	14,5	$\sim 17\times$

8.5.2. Verificación de la vectorización

Las Tablas 8.17 y 8.18 detallan la verificación de equivalencia numérica de la vectorización presentada en el Capítulo 3, por tipo de geometría y caso de capa. En suelo homogéneo con varillas (donde se activan los cuatro casos de capa) el resultado vectorizado es idéntico bit a bit al de referencia, lo que verifica las fórmulas de los cuatro bloques.

Cuadro 8.17: Vectorización de la matriz de influencia: aceleración y equivalencia numérica.

Geometría	Casos de capa	Aceleración	Dif. relativa en R_g
Horizontal 20×20	UU	$94\times$	$2,5 \times 10^{-9}$
Varillas, homogéneo ($K = 0$)	UU+UL+LU+LL	—	0 (idéntico)
Varillas, dos capas	UU+UL+LU+LL	$49\times$	$1,1 \times 10^{-7}$
Malla bajo la interfaz	LL	$130\times$	$9,7 \times 10^{-9}$

Cuadro 8.18: Vectorización del cálculo de paso y contacto: aceleración y equivalencia numérica.

Geometría	Tiempo [s]	Aceleración	Dif. rel. paso	Dif. rel. contacto
Horizontal 10×10	0,59	$111\times$	$2,5 \times 10^{-7}$	$5,1 \times 10^{-9}$
Varillas (4 casos de capa)	0,015	$60\times$	$3,0 \times 10^{-7}$	$8,0 \times 10^{-9}$
Malla bajo la interfaz	0,13	$163\times$	$1,1 \times 10^{-8}$	$2,8 \times 10^{-8}$

8.5.3. Estimación de memoria y cota de aristas del optimizador

A continuación se presentan dos tablas guía para la configuración del optimizador según la memoria disponible. La Tabla 8.19 relaciona la RAM total de la máquina con la RAM útil considerada, el valor de *max_edges* recomendado y el máximo de memoria resultante. La Tabla 8.20 indica las mallas que cada cota de aristas admite con el segmento de 0,1 m, junto con la separación mínima equivalente entre conductores para el terreno de 70×70 m.

Cuadro 8.19: Cota de aristas recomendada según la memoria de la máquina.

RAM total [GB]	RAM útil [GB]	<i>max_edges</i>	Máximo resultante [GB]
8	6	7 000	5,5
16	12	10 000	11,2
32	24	13 000	18,9
64	48	20 000	44,8
128	96	28 000	87,8

Cuadro 8.20: Mallas admisibles según la cota de aristas, con segmento de 0,1 m: máximo de $x_{div} + y_{div}$ por terreno y separación mínima equivalente entre conductores a 70×70 m.

<i>max_edges</i>	30×30 (cota 24)	50×50 (cota 40)	70×70 (cota 56)	Separación equiv. a 70×70
7 000	≤ 21	≤ 10	≤ 6	$\geq 17,5$ m
10 000	completo	≤ 16	≤ 10	$\geq 11,7$ m
13 000	completo	≤ 22	≤ 14	$\geq 8,75$ m
20 000	completo	≤ 36	≤ 24	$\geq 5,4$ m
28 000	completo	completo	≤ 36	$\geq 3,7$ m

8.6. Manual de uso de la interfaz gráfica

A continuación se presenta un manual breve de uso de la plataforma computacional. Lo primero es saber que la plataforma se divide en cuatro módulos, organizados como pestañas. El primero es el de optimización completa, donde se optimizan a la vez las divisiones en x e y de la malla, la profundidad de enterramiento y las densidades de varillas de contorno. El segundo trabaja solo sobre la malla horizontal y lo único que se ajusta son las divisiones en x e y . El tercero parte de una malla candidata que el usuario ya tiene y sobre ella optimiza únicamente la densidad de varillas en x e y . El cuarto es un módulo aparte, de evaluación de una malla instalada, en el que no se optimiza nada, sino que se evalúa, a necesidad del usuario, una malla concreta con su geometría y sus varillas fijadas a mano.

La Figura 8.43 muestra la vista con la que recibe la plataforma: las cuatro pestañas en la parte superior y, abierto, el formulario del módulo de optimización completa.

Plataforma de Optimización de Puestas a Tierra
Diseño de mallas al mínimo costo - límites IEEE Std 80 - suelo de 2 capas v1.0

OPTIMIZACIÓN COMPLETA MALLA HORIZONTAL POSICIÓN DE VARILLAS EVALUACIÓN DE MALLA INSTALADA

Geometría de la malla Sin comas

Ancho X: 20 m Largo Y: 20 m

☐ Optimizar la profundidad de enterramiento

Profundidad de enterramiento: 0.5 m

Suelo (modelo de 2 capas)

Suelo predefinido: Suelo 1 - dos capas ($p1 = 300$, $p2 = 100$ $\Omega \cdot m$, $h = 6.096$ m)

$p1$ (capa superior): 300 $\Omega \cdot m$ $p2$ (capa inferior): 100 $\Omega \cdot m$ h interfaz: 6.096 m

Falla y seguridad (IEEE Std 80)

Corriente de falla: 1000 A Tiempo de despeje: 0.5 s

p_s capa superficial: 3000 $\Omega \cdot m$ Espesor capa superficial: 0.15 m

☐ Limitar resistencia de tierra (R_g máx)

Límites tolerables (50 kg): contacto 748.9 V · paso 2 503.6 V · $C_s = 0.792$

Configura los parámetros y presiona «Ejecutar optimización».

Convergenencia del mejor costo (UF)

costo + penalización (mg por acumulado)

evaluación

#	Dir. X	Dir. Y	Dens. X	Dens. Y	z [m]	Costo [UF]	Factible	R_g [Ω]	Contacto [V]	Paso [V]	Tiempo [s]	Reutilizada
No data available												

Figura 8.43: Vista inicial de la plataforma: pestañas de los cuatro módulos y formulario del módulo de optimización completa. Elaboración propia.

8.6.1. Entradas

Las entradas del módulo de optimización completa son:

- Geometría; el ancho y el largo del terreno. La profundidad puede dejarse fija o activarse como parte de la optimización, en cuyo caso toma valores discretos en pasos de 0,1 m y se pueden ajustar sus límites, que por defecto vienen entre 0,2 y 0,6 m.
- Suelo; las tres configuraciones en dos capas del estudio y sus equivalentes homogéneos vienen cargadas como valores predefinidos, aunque nada impide escribir directamente ρ_1 , ρ_2 y h para representar otro terreno.
- Falla y seguridad; la corriente de falla, el tiempo de despeje, y la resistividad y el espesor de la capa superficial. Con cada cambio la interfaz recalcula al instante los límites tolerables de contacto y de paso con el criterio de 50 kg y el factor C_s , y si se desea puede exigirse además un tope de R_g .
- Parámetros avanzados; vienen en secciones colapsadas para no estorbar el uso normal e incluyen la varilla (largo y segmentación), el modelo de costo en UF con su tarifario editable y la dificultad de excavación E1 a E5, la física del modelo (paso de la grilla de superficie, distancia de paso y radio del conductor) y el solver, donde se elige entre Optuna y PSO junto con el presupuesto de evaluaciones y la semilla. Todos traen por defecto los valores usados en este estudio, por lo que en un uso típico no es necesario tocarlos.

8.6.2. Salidas

Mientras la optimización corre, la interfaz muestra el avance evaluación a evaluación, la corrida puede cancelarse en cualquier momento conservando el mejor diseño parcial. Al terminar aparece la vista de resultados de la Figura 8.44, con cuadros de resumen del costo en UF, la factibilidad IEEE 80, la R_g y el GPR, junto al desglose del costo, los márgenes de las tensiones frente a sus límites y la malla con su vista en 3D.

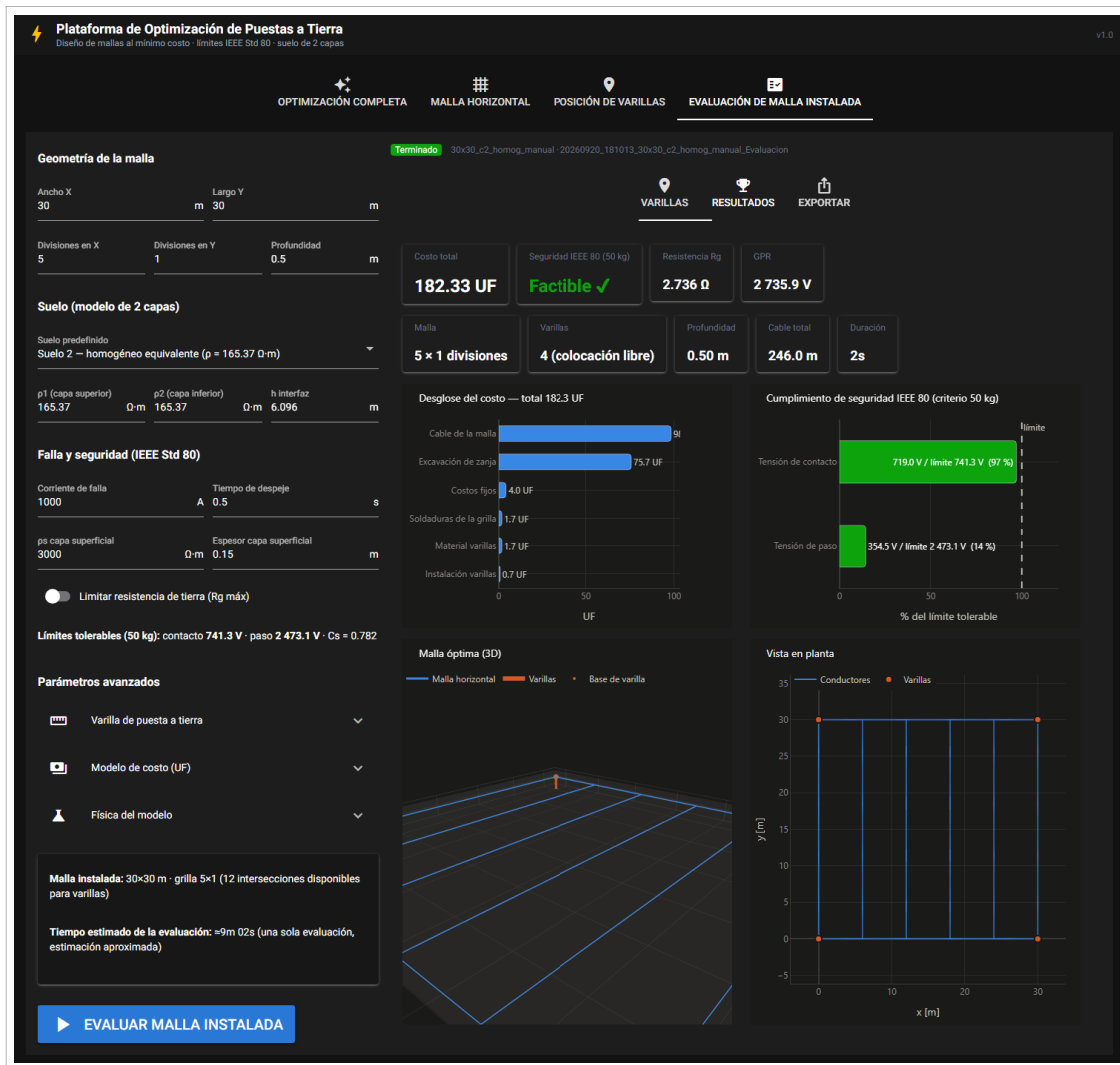


Figura 8.44: Vista de resultados: tarjetas de resumen, desglose del costo, cumplimiento IEEE 80 y geometría evaluada. Elaboración propia.

8.6.3. Ejemplo: evaluación de una malla instalada

Para cerrar, un ejemplo con el cuarto módulo. En la evaluación de malla instalada las divisiones en x e y son fijas y las varillas se colocan sobre las intersecciones de la grilla (Figura 8.45). La vista de resultados de la Figura 8.44 corresponde a esta misma corrida, una malla de 30×30 m con 5×1 divisiones, 4 varillas en las esquinas y el suelo de la Config 2 homogéneo, que resulta factible, en línea con lo visto en el Capítulo 6 para ese suelo y terreno.

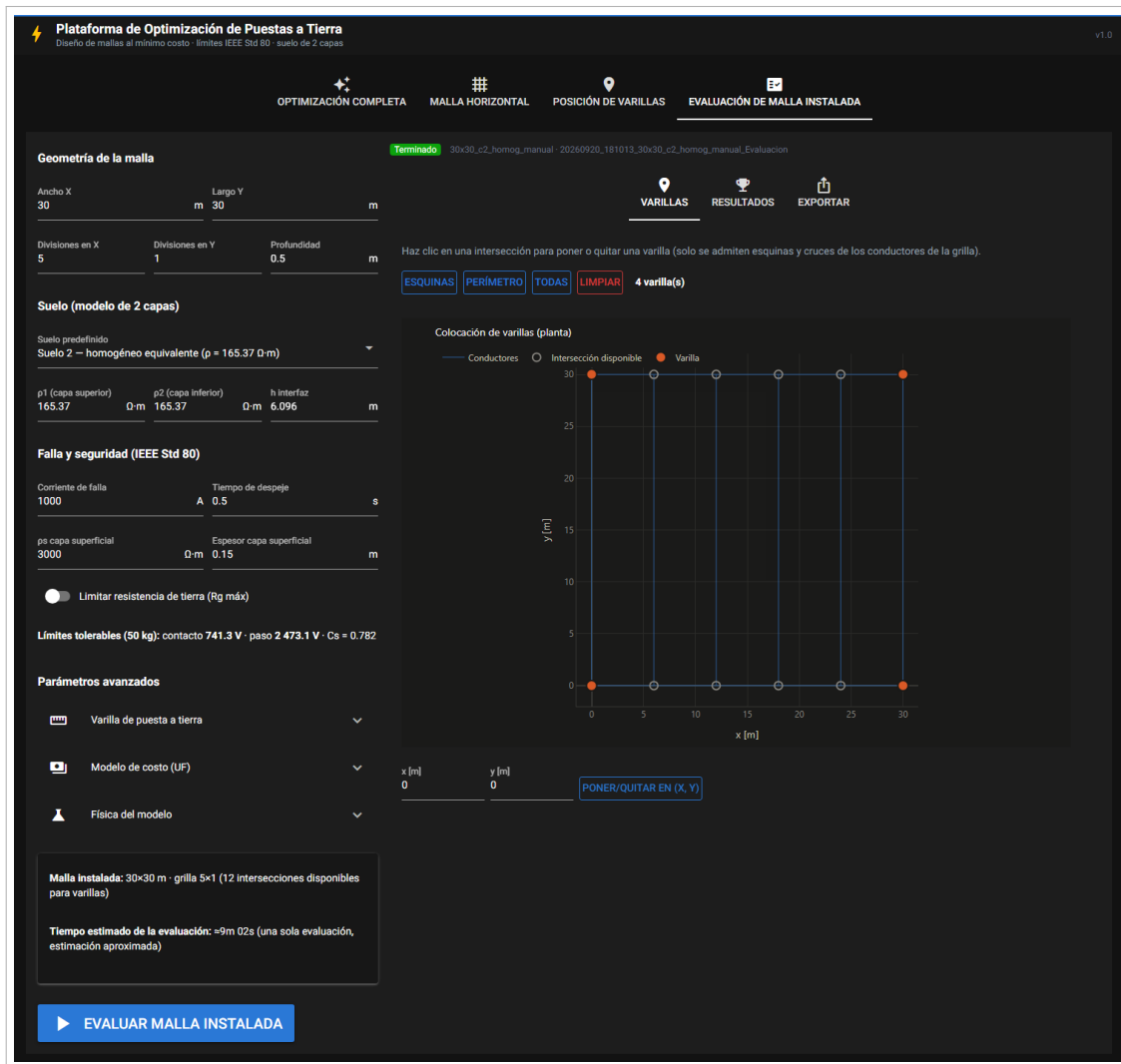


Figura 8.45: Módulo de evaluación de malla instalada: colocación de varillas sobre las intersecciones de la grilla. Elaboración propia.