

UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTA MARIA

Memoria de Título

Desarrollo de Control Predictivo basado en Redes Neuronales para un Proceso de Digestión Anaeróbica

Trabajo para optar al título de
Ingeniero Civil Electrónico

Alumno
Eduardo Valentín Llanca Reyes

Profesor Supervisor
Dr. Juan Carlos Agüero

Co-Referentes
Dr. Cesar Silva
Dr. Santiago García

15 de Julio 2026, Valparaíso, Chile



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): ☒ Memoria o trabajo de título ☐ Tesis de Postgrado

Título del trabajo: Desarrollo de Control Predictivo basado en Redes Neuronales para un Proceso de Digestión Anaeróbica

Nombre del candidato(a): Eduardo Valentín Llanca Reyes

Carrera / Grado: Ingeniería Civil Electrónica

Campus: Casa Central **Departamento:** Electrónica

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Juan Carlos Agüero, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

☒ El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

☐ El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por (**marcar una opción**):

☐ 6 meses ☐ 12 meses ☐ 2 años ☐ 3 años ☐ 5 años ☐ 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 21/09/2026 **Firma:** 

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 21/09/2026 **Firma:** 

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.

AGRADECIMIENTOS

QUISIERA agradecer, en primer lugar, a mi familia. Principalmente a mis padres, quienes me han entregado los valores que constituyen la base de la persona que soy hoy y me han brindado la oportunidad de crecer en un hogar lleno de amor, apoyo y cariño incondicional. Todo lo que he alcanzado hasta este momento ha sido posible, en gran medida, gracias a su esfuerzo, apoyo y confianza en mí.

A mi hermana y a su esposo, quienes han sido las personas más presentes durante este proceso. Nunca dudaron en tenderme una mano cuando lo necesité y siempre estuvieron dispuestos a entregarme su apoyo.

A mis amigos, quienes siempre han estado conmigo en los buenos y malos momentos. Gracias a ellos he sido capaz de construir innumerables recuerdos y experiencias de este proceso que atesoraré por siempre.

A mi profesor guía, Juan Carlos Agüero, por su constante apoyo, confianza y orientación durante el desarrollo de este trabajo, que de no ser por sus conocimientos y consejos este trabajo no habría sido posible.

Y por último, agradezco a todas las personas que, de una u otra forma, han formado parte de este camino y han contribuido a mi crecimiento tanto personal como profesional.

Gracias a cada uno de ustedes por compartir una parte de sus vidas conmigo. Espero que este trabajo refleje, aunque sea en una pequeña medida, el cariño, la confianza y el apoyo que me han entregado a lo largo de estos años. Llevaré siempre una parte de ustedes conmigo mientras avanzo en mi camino como ingeniero.

Eduardo Valentín Llanca Reyes

RESUMEN

EL PRESENTE TRABAJO aborda el desarrollo e implementación de una estrategia de control predictivo basada en redes neuronales aplicada a un proceso de digestión anaeróbica (DA). Para ello, se considera inicialmente un esquema de control compuesto por un filtro de Kalman extendido (EKF) y un controlador predictivo no lineal (NMPC), basado en un modelo simplificado del proceso AD. Una vez validado este esquema de control, el controlador NMPC se empleó para generar un conjunto amplio de datos bajo distintas condiciones de operación, con el objetivo de capturar la política de control óptima implícita en el solucionador. Dichos datos fueron posteriormente utilizados para entrenar una red neuronal profunda con funciones de activación ReLU, destinada a aproximar el comportamiento del controlador NMPC.

Tras el proceso de entrenamiento, la red neuronal fue integrada al esquema de control en sustitución del controlador NMPC, obteniéndose un desempeño bastante similar del controlador previamente implementado con una reducción de casi 50 veces a la hora de calcular la salida de control óptima respecto al esquema NMPC original, debido a que la estrategia propuesta elimina la necesidad de resolver problemas de optimización en línea durante la operación del sistema. En consecuencia, este trabajo contribuye al desarrollo de estrategias de control basadas en redes neuronales para procesos químicos no lineales, proporcionando una alternativa factible y computacionalmente eficiente para la maximización de la producción de biogás.

Palabras Claves

NMPC, EKF, Redes Neuronales, Digestión anaeróbica, Observadores.

ABSTRACT

THIS WORK addresses the development and implementation of a neural network-based predictive control strategy for an anaerobic digestion (AD) process. To this end, a control scheme composed of an Extended Kalman Filter (EKF) and a Nonlinear Model Predictive Controller (NMPC), based on a simplified AD process model, is initially considered. Once the control scheme was validated, the NMPC controller was used to generate a comprehensive dataset under different operating conditions in order to capture the optimal control policy implicitly encoded in the optimization solver. This dataset was subsequently employed to train a deep neural network with ReLU activation functions, aiming to approximate the behavior of the NMPC controller.

After the training process, the neural network was integrated into the control scheme as a replacement for the NMPC controller. The proposed controller achieved a performance comparable to that of the original NMPC-based strategy while reducing the computation time required to determine the optimal control action by nearly a factor of 50. This improvement was achieved by eliminating the need to solve online optimization problems during system operation. Consequently, this work contributes to the development of neural network-based control strategies for nonlinear chemical processes, providing a practical and computationally efficient alternative for maximizing biogas production.

Keywords

NMPC, EKF, Neural networks, Anaerobic digestion, Observers.

ÍNDICE

AGRADECIMIENTOS	I
RESUMEN	II
ABSTRACT	III
ÍNDICE DE FIGURAS	VII
ÍNDICE DE TABLAS	1
1. INTRODUCTION	2
1.1. Estado del Arte	4
1.1.1. Estrategias de Control Aplicadas al Proceso de AD	4
1.1.2. Esquemas de Control Predictivo Adaptados al Proceso de AD	4
1.1.3. Control Predictivo basado en Redes Neuronales	5
1.2. Hipótesis	7
1.3. Objetivos	7
2. CONCEPTOS	9
2.1. Algoritmo de Filtrado	9
2.1.1. Filtro de Kalman	10
2.1.2. Filtro de Kalman Extendido	12
2.2. Control Predictivo por Modelo	13
2.2.1. Control Predictivo por Modelo para Sistemas Lineales	15

2.2.2. Control Predictivo por Modelo No Lineal (NMPC)	16
2.2.3. NMPC: Formulación Delta	17
2.3. Redes Neuronales Artificiales	18
2.3.1. Redes Neuronales Profundas	19
2.3.2. Funciones de Activación	20
2.3.3. Algoritmos de Entrenamiento	20
2.3.3.1. Estimación de Momentos Adaptativo (Adam)	22
3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	23
3.1. Digestión Anaeróbica: Simulador ADM1	25
3.2. Modelo AM2	26
3.3. Resultados Previos	28
4. SOLUCIÓN DEL PROBLEMA	31
4.1. Discretización del Modelo AM2	32
4.2. Implementación del Estimador de Estados	33
4.2.1. Modificación Modelo AM2	33
4.2.2. Implementación Filtro de Kalman Extendido	35
4.3. Implementación del Controlador EKF-NMPC	36
4.3.1. Acción Integral para Esquema NMPC-EKF	38
4.4. Implementación Red Neuronal	40
4.4.1. Generación de Datos para la Red Neuronal	40
4.4.2. Diseño y Entrenamiento de la Red Neuronal	41
4.4.3. Selección de la Arquitectura de Red Neuronal	41
4.5. Implementación del Controlador Basado en Red Neuronal	42
4.6. Estrategia Final de Control	43
4.7. Estrategia de Control Final Implementada	43
5. RESULTADOS	45
5.1. Simulación	46

5.2. Análisis Comparativo	48
6. CONCLUSIONES	51
6.1. Trabajo Futuro	52
BIBLIOGRAFÍA	54

Índice de figuras

3.1. Señal de salida obtenida por el esquema NMPC-EKF.	29
3.2. Señal de actuación obtenida por el esquema NMPC-EKF.	30
4.1. Estimaciones realizadas por el EKF de los estados del modelo ADM1. . . .	35
5.1. Esquema de control final implementado.	45
5.2. Señal de salida obtenida por el esquema NN-EKF.	46
5.3. Señal de actuación obtenida por el esquema NN-EKF.	47
5.4. Estimación de perturbación obtenida por el esquema NN-EKF.	47
5.5. Comparación salidas NN-EKF y NMPC-EKF.. . . .	48
5.6. Comparación actuaciones NN-EKF y NMPC-EKF.	49

Índice de tablas

3.1. Parámetros y condiciones iniciales del modelo.	28
4.1. Hiperparámetros utilizados para el entrenamiento de las redes neuronales.	41
4.2. Resultados del error cuadrático medio (MSE) para las arquitecturas evaluadas.	42
4.3. Resultados del error absoluto medio (MAE) y tiempo de inferencia para las arquitecturas evaluadas.	42
5.1. Comparación de métricas de desempeño entre el controlador NMPC y el controlador basado en redes neuronales.	49
5.2. Comparación del error relativo obtenido por cada estrategia de control en los distintos segmentos de la referencia.	49
5.3. Comparación del tiempo promedio de cómputo entre el controlador NMPC y el controlador basado en redes neuronales.	50

INTRODUCTION

La creciente demanda energética y la necesidad de desarrollar procesos industriales más sostenibles han impulsado el interés en tecnologías capaces de valorizar residuos orgánicos y reducir el impacto ambiental asociado a su disposición final. En este contexto, la digestión anaeróbica (AD) ha adquirido una relevancia significativa debido a su capacidad para transformar materia orgánica biodegradable en biogás, un gas compuesto principalmente de metano (CH_4) y dióxido de carbono (CO_2), que puede ser utilizado tanto para la generación de energía eléctrica como térmica [1,2].

La AD es un proceso biológico en el que los microorganismos degradan la materia orgánica en ausencia de oxígeno, generando tanto biogás como otros productos, tales como digestato estabilizado con potencial de uso agrícola. Esta tecnología ha evolucionado desde sistemas convencionales, como los tanques sépticos, hasta configuraciones más avanzadas, como la codigestión anaeróbica (CoDA), las cuales permiten el tratamiento simultáneo de distintos tipos de residuos, aportando beneficios ambientales, tecnológicos y económicos [3]. En particular, la codigestión favorece el incremento de la producción de biogás al optimizar la relación de nutrientes y estimular la actividad microbiana, mejorando así la eficiencia global del proceso.

La operación eficiente de sistemas de digestión anaeróbica representa un desafío importante debido a la variabilidad en la composición de la materia orgánica y a las condiciones operacionales del digestor, ya que variables dinámicas tales como la temperatura, el pH y la presencia de inhibidores pueden afectar el desempeño de los microorganismos responsables de la degradación de la materia orgánica, resultando en fluctuaciones y en un desempeño subóptimo en la producción de biogás.

En este contexto, estrategias avanzadas de control basadas en modelos no lineales han

demostrado una mayor capacidad para capturar las dinámicas complejas inherentes al proceso AD. En particular, el control predictivo no lineal basado en modelos (NMPC) surge como una alternativa prometedora debido a su capacidad para incorporar explícitamente restricciones operacionales, predecir el comportamiento futuro del sistema y determinar acciones de control óptimas a partir de dichas predicciones [4]. Además, al complementarse con técnicas de estimación de estados, es posible incorporar acción integral mediante la estimación de estados de perturbación adicionales, permitiendo un desempeño libre de error en régimen estacionario (*offset-free*) incluso cuando el modelo simplificado empleado en el controlador no representa con exactitud la dinámica real del proceso [5]. Esta característica mejora significativamente el desempeño y la estabilidad del sistema de digestión anaeróbica. Sin embargo, la implementación de esquemas de control avanzado puede representar un elevado costo en términos de carga computacional, limitando su aplicación en sistemas de tiempo real. En particular, un esquema NMPC requiere la resolución iterativa de problemas de optimización no lineal, lo que puede implicar una elevada carga computacional, especialmente cuando se utilizan modelos de alta complejidad y gran dimensión.

Frente a estas limitaciones, las estrategias de control predictivo basadas en redes neuronales artificiales han emergido como una alternativa prometedora para aproximar dinámicas no lineales y leyes de control complejas a partir de datos. Gracias a su capacidad de aprendizaje y generalización, estas herramientas son capaces de aproximar estrategias de control avanzadas con una carga computacional considerablemente menor. En particular, las redes neuronales han demostrado un gran potencial como aproximadores de leyes de control predictivo, proporcionando una elevada calidad de aproximación con requerimientos de memoria considerablemente menores en comparación con enfoques convencionales. Asimismo, la simplicidad de su evaluación durante la operación en línea favorece su implementación en sistemas embebidos de baja potencia y capacidad de almacenamiento limitada [6]. Estas características convierten a las redes neuronales en una alternativa bastante atractiva para el desarrollo de estrategias de control de alto desempeño y baja carga computacional, lo cual aumenta su factibilidad de implementación en sistemas embebidos para aplicaciones de tiempo real.

En resumen, una arquitectura de control basada en redes neuronales puede mejorar la factibilidad de implementación de esquemas avanzados como el NMPC, los cuales, si bien ofrecen un desempeño óptimo, presentan una elevada carga computacional. La aproximación de la ley de control mediante redes neuronales permite reducir significativamente este costo computacional, preservando al mismo tiempo propiedades deseables en términos de estabilidad, eficiencia y capacidad de adaptación frente a variaciones en el proceso de digestión anaeróbica, constituyéndose así en una alternativa atractiva y factible para la gestión eficiente y sostenible de residuos orgánicos.

1.1. Estado del Arte

1.1.1. Estrategias de Control Aplicadas al Proceso de AD

La digestión anaeróbica (AD) es una de las tecnologías más prometedoras para el tratamiento sostenible de residuos orgánicos y la producción de energía renovable en forma de biogás. Sin embargo, el proceso involucra fenómenos bioquímicos complejos, interacciones altamente no lineales y múltiples restricciones operacionales, lo que dificulta el diseño de estrategias de control capaces de garantizar simultáneamente estabilidad, robustez y una operación eficiente. El control de procesos de digestión anaeróbica ha evolucionado desde esquemas clásicos, como los controladores PID, hacia técnicas avanzadas capaces de manejar restricciones y dinámicas no lineales.

En este contexto, varias estrategias de control han sido probadas para mejorar la eficiencia del proceso. Algunos enfoques, tales como los controladores Proporcional-Integral-Derivativo (PID), han demostrado ser inadecuados para manejar la inherente complejidad de los procesos biológicos [7], debido principalmente a que los controladores PID típicamente se basan en suposiciones lineales y parámetros fijos que resultan insuficientes para capturar la dinámica no lineal de la planta. También se han probado enfoques más avanzados, como el control basado en modelos, la lógica difusa y las técnicas de control adaptativo. A pesar de este progreso significativo, la implementación de sistemas de control automatizado a gran escala en plantas de biogás se ha mantenido limitada [8].

Una de las alternativas más atractivas para el control de procesos biológicos ha sido el Control Predictivo Basado en Modelos No Lineal (NMPC), el cual ha demostrado una gran capacidad para incorporar restricciones operacionales, anticipar perturbaciones y optimizar simultáneamente múltiples objetivos de desempeño [4]. En aplicaciones específicas a la digestión anaeróbica, diversos trabajos han demostrado el potencial del NMPC para optimizar la producción de biogás y mejorar la estabilidad operacional [8–10].

1.1.2. Esquemas de Control Predictivo Adaptados al Proceso de AD

La implementación de esquemas de Control Predictivo No Lineal Basado en Modelo (NMPC) específicamente adaptados a procesos de digestión anaeróbica permite mejorar significativamente la optimización del proceso mediante el ajuste de las acciones de control en función de predicciones futuras y la gestión eficiente de restricciones operacionales. Entre los principales objetivos perseguidos mediante estas estrategias destacan la maximización de la producción de biogás, la reducción de fluctuaciones en la generación de metano, el mantenimiento de condiciones favorables para la actividad microbiana y la minimización de costos operacionales [8].

En particular, los esquemas NMPC basados en modelos reducidos del proceso de digestión anaeróbica, combinados con técnicas de estimación de estados, han demostrado un desempeño prometedor en términos de eficiencia, estabilidad operacional y productividad de biogás. La incorporación de estimadores permite reconstruir numerosas variables internas del proceso que, en la práctica, resultan difíciles de medir o cuya instrumentación implica elevados costos de implementación y mantenimiento. En este contexto, técnicas avanzadas de estimación, como el Filtro de Kalman Extendido (EKF), permiten integrar mediciones ruidosas con modelos dinámicos para estimar estados no directamente observables de manera rápida y precisa, mejorando así la calidad de la información disponible para la toma de decisiones y aumentando la confiabilidad de las acciones de control.

Adicionalmente, los observadores de estado desempeñan un papel relevante en el incremento de la robustez de los esquemas predictivos frente a perturbaciones externas, incertidumbres paramétricas y errores de modelado. En algunos trabajos se ha demostrado que la integración de estimadores de perturbaciones con estrategias NMPC, permite mejorar significativamente el desempeño del sistema en presencia de discrepancias entre el modelo predictivo reducido y la dinámica real del proceso. A partir de la estimación de un estado de perturbación es posible introducir una acción integral implícita dentro del controlador, posibilitando un seguimiento libre de error estacionario incluso cuando se emplean modelos simplificados como representación interna del sistema [8, 11]. Los resultados muestran que esta acción integral constituye uno de los mecanismos más efectivos para compensar incertidumbres estructurales y reducir errores de seguimiento en la producción de metano del proceso AD.

En resumen, se evidencia que la integración de técnicas de estimación de estados con esquemas NMPC constituye una herramienta fundamental para mejorar el desempeño de sistemas de digestión anaeróbica. La utilización de estimadores como el EKF permite compensar la limitada disponibilidad de mediciones, disminuir errores de predicción y aumentar la robustez frente a incertidumbres estructurales. Asimismo, la incorporación de estados de perturbación y acción integral ha demostrado ser esencial para alcanzar un comportamiento libre de error estacionario cuando se emplean modelos reducidos como modelos internos del controlador. Sin embargo, a pesar de los avances alcanzados, persiste el desafío de desarrollar estrategias que combinen alta fidelidad dinámica, robustez frente a perturbaciones y tiempos de cálculo suficientemente reducidos para posibilitar la implementación de estrategias avanzadas de control en aplicaciones de tiempo real y sistemas embebidos de recursos limitados.

1.1.3. Control Predictivo basado en Redes Neuronales

Las redes neuronales artificiales han demostrado ser aproximadores universales capaces de aprender relaciones altamente no lineales entre variables de entrada y salida a partir de un

conjunto de datos representativos [12]. En el ámbito del control predictivo, diversos trabajos han explorado el uso de redes neuronales profundas como aproximadores de la política de control generada por esquemas MPC y NMPC, con el objetivo de reducir el elevado costo computacional asociado a la resolución de problemas de optimización en tiempo real.

En particular, se ha sugerido que las redes neuronales constituyen una alternativa prometedora para imitar la política de control de controladores predictivos basados en modelos, especialmente en aplicaciones donde los problemas de optimización son altamente complejos y demandan importantes recursos computacionales. La idea fundamental consiste en obtener una representación analítica del controlador del esquema mediante una red neuronal entrenada fuera de línea, utilizando datos generados por el propio esquema de control. Posteriormente, esta red puede emplearse para aproximar directamente la solución óptima del problema de control ante diferentes condiciones de operación, eliminando la necesidad de resolver problemas de optimización durante la ejecución en línea. Esta aproximación resulta particularmente atractiva debido a que puede implementarse en dispositivos embebidos de baja capacidad computacional, con reducidos requerimientos de memoria y una estructura de implementación considerablemente más simple [13].

Asimismo, las arquitecturas de redes neuronales profundas han demostrado tener ventajas importantes respecto de las redes neuronales superficiales de una única capa, debido a su mayor capacidad de representación y generalización utilizando un número comparable de neuronas, lo que les permite tener mayor flexibilidad a la hora de capturar relaciones altamente no lineales con mayor precisión y menores recursos computacionales [6].

Dichos enfoques, orientados a reproducir políticas robustas de control predictivo mediante redes neuronales, han mostrado que las redes neuronales profundas con funciones de activación tipo ReLU (*Rectified Linear Unit*) son capaces de representar de manera exacta las funciones afines por tramos que surgen de la formulación del control predictivo. Adicionalmente, el empleo de funciones de activación ReLU presenta ventajas importantes desde el punto de vista de la implementación embebida, debido a su simplicidad computacional y bajo consumo de memoria durante la etapa de inferencia. Estas características favorecen el despliegue de controladores aproximados en plataformas con recursos limitados, habilitando la implementación de estrategias avanzadas para sistemas complejos con capacidades computacionales restringidas [6].

En consecuencia, la evidencia disponible sugiere que la integración entre modelos detallados de digestión anaeróbica, estrategias de control predictivo y técnicas de aprendizaje profundo constituye una alternativa prometedora para el desarrollo de sistemas seguros y eficientes para procesos biológicos. En particular, el entrenamiento de redes neuronales profundas a partir de soluciones óptimas generadas por un controlador esquema avanzado de control

permitiría trasladar la carga computacional hacia una etapa de entrenamiento fuera de línea, preservando posteriormente las capacidades de predicción, el manejo explícito de restricciones y la robustez frente a incertidumbres y perturbaciones. De esta manera, sería posible mantener un desempeño cercano al de un esquema NMPC convencional, pero con tiempos de cálculo significativamente menores, favoreciendo su implementación en aplicaciones de control en tiempo real.

1.2. Hipótesis

Se plantea la hipótesis de que una red neuronal artificial, entrenada a partir de datos representativos generados de un esquema de control que incorpore un controlador predictivo no lineal basado en modelos (NMPC) es capaz de aproximar de manera adecuada su ley de control, manteniendo un desempeño comparable en términos de seguimiento de referencia, rechazo de perturbaciones y estabilidad del proceso. Asimismo, se espera que esta aproximación permita reducir significativamente la carga computacional asociada a la resolución de problemas de optimización en línea, favoreciendo la factibilidad de implementación en tiempo real de estrategias avanzadas de control. De validarse esta hipótesis, se espera que este trabajo contribuya de forma positiva al desarrollo de estrategias de control basadas en redes neuronales, así como al diseño de herramientas factibles para optimizar y mejorar la eficiencia de sistemas de digestión anaeróbica.

1.3. Objetivos

El objetivo general de este trabajo es desarrollar e implementar una estrategia de control predictivo basada en redes neuronales profundas para procesos de digestión anaeróbica, donde la red neuronal sea capaz de aproximar la política de control de un esquema de Control Predictivo No Lineal Basado en Modelo (NMPC), con el propósito de reducir el costo computacional asociado a la optimización en línea y mantener un desempeño de control comparable al obtenido mediante el controlador predictivo original.

Para cumplir este objetivo general, se plantean los siguientes objetivos específicos:

- **Validar el desempeño de un esquema NMPC:** Implementar un esquema de control predictivo basado en modelos no lineal (NMPC) y evaluar su desempeño en términos de seguimiento de referencia, estabilidad del proceso y producción de metano, considerando distintos escenarios de operación y perturbaciones, para su posterior uso como generador de datos.

- **Generar un conjunto de datos representativo:** Una vez validado el esquema de control, generar diversos conjuntos de datos en lazo abierto y lazo cerrado a partir de las acciones de control óptimas obtenidas del controlador NMPC, bajo diversas condiciones operacionales del proceso de digestión anaeróbica.
- **Diseñar, entrenar y validar una arquitectura de red neuronal:** Diseñar diversas arquitecturas de redes neuronales profundas, entrenarlas con el conjunto de datos generado y evaluar su desempeño y comparar su capacidad de aproximación de la política de control del esquema NMPC.
- **Evaluar el desempeño de la red neuronal en el proceso de AD:** Reemplazar el controlador en el esquema de control por la red neuronal entrenada y evaluar su desempeño frente a condiciones de operación no incluidas durante la etapa de entrenamiento, en términos de seguimiento de referencia, estabilidad y producción de biogás.
- **Comparar el desempeño entre NMPC y redes neuronales:** Comparar el desempeño del esquema basado en redes neuronales con respecto al esquema NMPC convencional, considerando métricas asociadas al seguimiento de referencia, la estabilidad del proceso, la producción de biogás y el tiempo de cálculo del problema de control.

CONCEPTOS

En esta sección se detallarán los conceptos necesarios para el desarrollo de la solución al problema planteado.

2.1. Algoritmo de Filtrado

En los procesos dinámicos reales, las variables relevantes para control no siempre se encuentran disponibles a partir de mediciones directas o dichas mediciones no son tan confiables debido a la presencia de ruido en las señales. Por esta razón, se han diseñado los algoritmos de filtrado, los cuales consisten en técnicas usadas en teoría de control y estadística para obtener estimaciones precisas de los estados. El filtrado cumple un rol esencial en campos como el control y el procesamiento de señales, ya que permiten obtener una buena aproximación de las variables de interés incluso si estas no son directamente observables o están contaminadas con ruido. Donde dicho ruido puede estar asociado a diversas causas, tales como entradas desconocidas, ruido asociado a los sensores o ruido de los canales de transmisión.

El objetivo principal de los algoritmos de filtrado es obtener una estimación del valor de una variable de interés, denotada como $\hat{x}(t)$, utilizando mediciones de la entrada $u(t)$ y la salida $y(t)$ que por lo general son valores medibles y conocidos hasta el instante t . En el contexto de este trabajo filtrar significa recuperar información sobre el estado $\hat{x}(t)$ en el tiempo t utilizando las mediciones que se encuentran disponibles hasta el instante t .

Entre los métodos más utilizados para la estimación de estados se encuentra el Filtro de Kalman (KF), reconocido por proporcionar estimaciones óptimas en sistemas lineales afectados por ruido Gaussiano. Cuando se trabaja con sistemas no lineales, es posible emplear generalizaciones de este estimador, tales como el Filtro de Kalman Extendido (EKF)

y el Filtro de Kalman Unscented (UKF). Donde estas técnicas combinan la información proveniente del modelo dinámico no lineal del sistema y de las mediciones ruidosas para iterativamente actualizar y mejorar las estimaciones de los estados. En particular, el EKF aborda la no linealidad realizando una linealización entorno a la estimación actual del sistema, permitiendo aplicar los principios del Filtro de Kalman en situaciones donde la hipótesis de linealidad estricta no se cumple.

El filtrado es crítico en sistemas de control, donde los parámetros del modelo o las dinámicas del sistema pueden variar a través del tiempo. En dichos contextos, un filtro confiable y preciso permite un desempeño óptimo del controlador, entregando estimaciones precisas de los estados del sistema, incrementando su robustez y adaptabilidad.

En términos generales, el filtrado constituye una herramienta fundamental en los sistemas modernos de control y estimación. Su aplicación permite obtener estimaciones más precisas de los estados en tiempo real, mejorar la capacidad de toma de decisiones frente a incertidumbres y aumentar el desempeño global del sistema, incluso en presencia de perturbaciones y mediciones ruidosas.

2.1.1. Filtro de Kalman

El filtro de Kalman es un estimador recursivo óptimo, en el sentido de mínima varianza, para sistemas dinámicos lineales afectados por ruido blanco gaussiano [14]. Su principal ventaja es que permite actualizar las estimaciones de los estados en tiempo real, utilizando únicamente las mediciones ruidosas de las entradas actuales, el estado calculado previamente y su matriz de incertidumbre, sin requerir ninguna otra información adicional. Este algoritmo está dirigido a sistemas caracterizados por las siguientes ecuaciones:

$$x_{t+1} = Ax_t + Bu_t + w_t, \quad (2.1)$$

$$y_t = Cx_t + Du_t + v_t, \quad (2.2)$$

donde A , B , C y D son matrices que describen las dinámicas del modelo, mientras que los términos w_t y v_t representan, respectivamente, el ruido de proceso y el ruido de medición, los cuales son gaussianos y no correlacionados. Se asume que las señales y_t , u_t y x_1 son conocidas.

Desde una perspectiva probabilística, el filtro propaga distribuciones gaussianas condicionadas a las mediciones disponibles. Dado un estado inicial

$$p(x_1) = \mathcal{N}(x_1; \mu_1, \Sigma_1), \quad (2.3)$$

el algoritmo calcula, en cada instante, una distribución predictiva y una distribución posterior del estado x_t , utilizando todas las mediciones obtenidas hasta el instante t , lo cual proporciona una solución en forma cerrada, expresada de la siguiente manera:

$$p(x_t|y_{1:t-1}) \approx \mathcal{N}(x_t; \hat{x}_{t|t-1}, \Sigma_{t|t-1}), \quad (2.4)$$

$$p(x_t|y_{1:t}) \approx \mathcal{N}(x_t; \hat{x}_{t|t}, \Sigma_{t|t}). \quad (2.5)$$

Donde la distribución $p(x_t|y_{1:t-1})$ corresponde a la estimación a priori, obtenida antes de incorporar la medición y_t , mientras que la distribución $p(x_t|y_{1:t})$ corresponde a la estimación a posteriori, una vez que dicha medición ha sido utilizada para corregir la predicción.

Las ecuaciones del filtro de Kalman (KF) se articulan como se muestra a continuación:

$$K_t = \Sigma_{t|t-1} C^T (R + C \Sigma_{t|t-1} C^T)^{-1}, \quad (2.6)$$

$$\hat{x}_{t|t} = \hat{x}_{t|t-1} + K_t (y_t - C \hat{x}_{t|t-1} - D u_t), \quad (2.7)$$

$$\Sigma_{t|t} = (I - K_t C) \Sigma_{t|t-1}, \quad (2.8)$$

$$\hat{x}_{t+1|t} = A \hat{x}_{t|t} + B u_t, \quad (2.9)$$

$$\Sigma_{t+1|t} = A \Sigma_{t|t} A^T + Q. \quad (2.10)$$

con parámetros de inicialización $\hat{x}_{1|0} = \mu_1$ y $\Sigma_{1|0} = \Sigma_1$.

El filtro de Kalman opera a través de dos etapas: predicción y actualización, las cuales, en conjunto, permiten obtener estimaciones óptimas de los estados del sistema.

En la etapa de predicción se estima el estado futuro del sistema utilizando el modelo de transición de estados del sistema. Esto involucra calcular una estimación del estado actual a partir de las estimaciones previas y la dinámica del sistema.

Posterior a la etapa de predicción, en la etapa de actualización se corrige dicha predicción incorporando las mediciones ruidosas del instante actual, con el fin de optimizar la estimación del estado. Esto permite que el filtro de Kalman reduzca el efecto del ruido y mejore la precisión de la estimación, lo cual se logra actualizando la predicción del estado mediante una diferencia ponderada entre la medición actual y la predicción de dicha medición. Al incorporar esta nueva medición, se ajusta el estado predicho, mejorando así la precisión de la estimación.

A partir de las etapas de predicción y actualización, el filtro de Kalman puede estimar los estados de forma efectiva, incluso en presencia de ruido e incertidumbre.

2.1.2. Filtro de Kalman Extendido

El filtro de Kalman extendido (EKF) adapta la estructura del filtro de Kalman a sistemas no lineales mediante una linealización local del modelo alrededor de la estimación actual del estado. Este filtro combina la predicción del modelo no lineal del sistema con mediciones en tiempo real, utilizando las ecuaciones del filtro de Kalman, para obtener una estimación subóptima del estado del sistema.

Para ello, es necesario considerar un sistema no lineal descrito en espacio de estados de la forma:

$$x_{t+1} = f(x_t, u_t) + w_t, \quad (2.11)$$

$$y_t = g(x_t, u_t) + v_t, \quad (2.12)$$

donde $f(x_t, u_t)$ y $g(x_t, u_t)$ son funciones no lineales conocidas, w_t y v_t son ruidos gaussianos no correlacionados, y las señales y_t y u_t son conocidas.

De manera similar al filtro de Kalman para sistemas lineales, se tiene:

$$p(x_1) = \mathcal{N}(x_1; \mu_1, \Sigma_1), \quad (2.13)$$

$$p(x_t|y_{1:t-1}) \approx \mathcal{N}(x_t; \hat{x}_{t|t-1}, \Sigma_{t|t-1}), \quad (2.14)$$

$$p(x_t|y_{1:t}) \approx \mathcal{N}(x_t; \hat{x}_{t|t}, \Sigma_{t|t}). \quad (2.15)$$

donde $p(x_1)$ representa la distribución inicial del estado x_1 , $p(x_t|y_{1:t-1})$ es la distribución predictiva del estado x_t dadas todas las mediciones hasta el instante $t-1$, y $p(x_t|y_{1:t})$ es la distribución posterior del estado x_t dadas todas las mediciones hasta el instante t .

En el caso del EKF, sus ecuaciones se reducen a:

$$K_t = \Sigma_{t|t-1} C_t^T (R + C_t \Sigma_{t|t-1} C_t^T)^{-1}, \quad (2.16)$$

$$\hat{x}_{t|t} = \hat{x}_{t|t-1} + K_t (y_t - g(\hat{x}_{t|t-1}, u_t)), \quad (2.17)$$

$$\Sigma_{t|t} = (I - K_t C_t) \Sigma_{t|t-1}, \quad (2.18)$$

$$\hat{x}_{t+1|t} = f(\hat{x}_{t|t}, u_t), \quad (2.19)$$

$$\Sigma_{t+1|t} = A_t \Sigma_{t|t} A_t^T + Q. \quad (2.20)$$

con parámetros de inicialización $\hat{x}_{1|0} = \mu_1$ y $\Sigma_{1|0} = \Sigma_1$.

En este algoritmo, las matrices A_t y C_t corresponden a matrices jacobianas del sistema, calculadas en función de la estimación del estado actual, resultando en matrices A_t y C_t variantes en el tiempo. La linealización local implementada a partir de estas matrices es crucial para aproximar el comportamiento no lineal del sistema mediante un modelo lineal

en torno a un punto de operación del sistema. De esta forma, para implementar el algoritmo EKF descrito anteriormente, se debe realizar el cálculo de los términos A_t y C_t tal como se muestra a continuación:

$$A_t = \left. \frac{\partial f(x_t, u_t)}{\partial x_t} \right|_{\hat{x}_{t|t}}, \quad C_t = \left. \frac{\partial g(x_t, u_t)}{\partial x_t} \right|_{\hat{x}_{t|t-1}}. \quad (2.21)$$

El EKF es un algoritmo atractivo, ya que mantiene una complejidad computacional moderada y puede aplicarse a una amplia clase de modelos no lineales. No obstante, su desempeño depende de la calidad de la linealización local. En sistemas fuertemente no lineales o con incertidumbres significativas, la estimación puede degradarse si el modelo del EKF opera lejos del punto de linealización.

2.2. Control Predictivo por Modelo

El Control Predictivo Basado en Modelos (MPC) es una estrategia de control avanzado que utiliza un modelo matemático del proceso, junto con la información disponible del estado actual del sistema, para calcular de manera óptima las acciones de control futuras sobre un horizonte de predicción finito. Una de sus principales ventajas radica en la posibilidad de incorporar explícitamente restricciones sobre las variables del sistema, tales como límites en las entradas, salidas y estados, permitiendo obtener acciones de control que sean factibles desde un punto de vista físico y operacional [15].

El principio de funcionamiento del MPC se basa en la resolución, en cada instante de muestreo, de un problema de optimización sujeto a restricciones. A partir del estado actual del sistema, el controlador predice la evolución futura de la dinámica utilizando el modelo matemático y determina la secuencia de acciones de control que minimiza una función de costo definida previamente. Sin embargo, únicamente la primera acción de control de la secuencia óptima calculada es aplicada al proceso. En el siguiente instante de muestreo, el horizonte de predicción se desplaza hacia adelante, se actualiza el estado del sistema con nuevas mediciones y el problema de optimización se resuelve nuevamente. Este mecanismo, conocido como horizonte recedente (*receding horizon*), proporciona realimentación al controlador y le permite compensar perturbaciones, errores de modelado y cambios en las condiciones de operación, además de considerar de manera simultánea el comportamiento futuro del sistema y las restricciones impuestas.

La formulación del MPC se sustenta en cuatro componentes fundamentales:

- **Modelo matemático del sistema:** Representa la dinámica del proceso y permite predecir su comportamiento futuro. Generalmente se expresa mediante un modelo en espacio de estados en tiempo discreto, aunque, dependiendo de la naturaleza del proceso, puede ser lineal, no lineal o híbrido.
- **Horizonte de predicción y horizonte de control:** El horizonte de predicción define el número de pasos futuros sobre los cuales se estima la evolución del sistema, mientras que el horizonte de control establece el número de acciones de control independientes que serán optimizadas. Ambos parámetros determinan la capacidad del controlador para anticipar y actuar sobre el comportamiento futuro del proceso.
- **Restricciones sobre entradas, salidas y estados:** Definen los rangos permisibles para las variables del sistema, garantizando el cumplimiento de límites físicos, tales como la saturación de actuadores, cotas de seguridad u otras condiciones de operación.
- **Función de costo:** Define el criterio de desempeño que debe optimizar el controlador. Habitualmente se emplea una función cuadrática que penaliza tanto el error de seguimiento respecto de la referencia como el esfuerzo de control o las variaciones de las entradas, aunque su formulación puede adaptarse a los objetivos específicos de cada aplicación.

El desempeño de un controlador MPC depende en gran medida de la calidad del modelo empleado para representar la dinámica del sistema. Un modelo que no capture adecuadamente el comportamiento del proceso puede conducir a predicciones inexactas, generando acciones de control subóptimas e incluso comprometiendo la estabilidad y el desempeño del sistema en lazo cerrado. Por el contrario, un modelo preciso permite mejorar la exactitud de las predicciones y, en consecuencia, la calidad de las decisiones de control. Sin embargo, el uso de modelos de alta complejidad suele incrementar significativamente la carga computacional asociada a la resolución del problema de optimización en cada instante de muestreo. Debido a este compromiso entre precisión y eficiencia computacional, es común emplear modelos simplificados complementados con técnicas de estimación de estados e identificación de parámetros, tales como el Filtro de Kalman Extendido (EKF), con el propósito de compensar incertidumbres, corregir errores de modelado y mejorar la capacidad predictiva del controlador.

Otro elemento fundamental en la implementación del MPC es el algoritmo empleado para resolver el problema de optimización. En sistemas lineales, este problema suele formularse como un problema de programación cuadrática (QP), para el cual existen solucionadores altamente eficientes. Sin embargo, en el caso del Control Predictivo Basado en Modelo No Lineal (NMPC), es común recurrir a algoritmos iterativos como la Programación Cuadrática Secuencial (SQP) o los métodos de punto interior (*Interior-Point*), los cuales permiten

abordar directamente las no linealidades del modelo y las restricciones del sistema. Aunque estos métodos ofrecen una mayor flexibilidad y capacidad para tratar procesos complejos, también implican un mayor costo computacional.

2.2.1. Control Predictivo por Modelo para Sistemas Lineales

Sea un sistema lineal en tiempo discreto descrito por las ecuaciones de espacio de estados:

$$x_{t+1} = Ax_t + Bu_t, \quad (2.22)$$

$$y_t = Cx_t + Du_t, \quad (2.23)$$

donde $x_t \in \mathbb{R}^n$ corresponde al estado del sistema, y_t es la salida y u_t es la entrada de control. Se asume que el estado inicial x_0 es conocido o estimado. La entrada se encuentra sujeta a restricciones de la forma:

$$u_t \in \mathcal{U}, \quad \forall t \geq 0, \quad (2.24)$$

donde $\mathcal{U}$ representa el conjunto de entradas admisibles.

Una formulación habitual de una función de costo cuadrática definida sobre un horizonte finito N es:

$$V_N(x_0, u_t) = x_N^T Q_N x_N + \sum_{t=0}^{N-1} (x_t^T Q x_t + u_t^T R u_t), \quad (2.25)$$

donde Q y R son matrices de ponderación asociadas al costo sobre estados y entradas, respectivamente, mientras que Q_N corresponde al costo terminal determinado por la ecuación algebraica de Ricatti en tiempo discreto (DARE). El problema de control óptimo es entonces formulado como:

$$u^* = \arg \min_{u \in \mathcal{U}^N} V_N(x_0, u), \quad (2.26)$$

sueto a:

$$x_{t+1} = Ax_t + Bu_t, \quad (2.27)$$

$$u_t \in \mathcal{U}, \quad t \in \{0, \dots, N-1\}, \quad (2.28)$$

$$x_N \in \mathcal{X}_f, \quad (2.29)$$

$$x_0 = \hat{x}_{t|t}, \quad (2.30)$$

donde $\mathcal{X}_f$ es el conjunto terminal admisible de los estados y $\hat{x}_{t|t}$ es la estimación disponible

del estado en el instante actual. La estrategia de retroalimentación consiste en resolver este problema de optimización en cada instante de muestreo y aplicar solamente el primer elemento de la secuencia óptima u^* calculada.

En resumen, MPC ofrece un marco de trabajo robusto para la gestión de restricciones y sistemas multivariables. Su uso de modelos precisos y optimización en tiempo real han convertido a esta estrategia en la base de estrategias de control más avanzadas. A continuación en la siguiente sección se abordará el Control Predictivo basado en Modelos No Lineal, que aborda las mismas suposiciones vistas anteriormente pero adaptadas para sistemas con dinámicas no lineales.

2.2.2. Control Predictivo por Modelo No Lineal (NMPC)

El Control Predictivo por Modelo No Lineal (NMPC) es una técnica de control avanzada diseñada para sistemas que presentan un comportamiento no lineal significativo. Si bien los modelos lineales pueden ser efectivos cuando la dinámica del sistema es aproximadamente lineal o cuando se opera cerca de un punto de equilibrio, estos modelos pueden ser insuficientes para describir procesos con interacciones altamente no lineales entre variables. En contraste, el NMPC utiliza modelos matemáticos no lineales capaces de representar de mejor manera la dinámica real del sistema, permitiendo un control más preciso en escenarios donde las técnicas lineales no son suficientes.

Uno de los principales desafíos del NMPC es tratar con incertidumbres, perturbaciones y discrepancias entre el modelo y la planta real. El comportamiento del sistema puede desviarse de la predicción debido a dinámicas no modeladas, ruido de medición, errores paramétricos o perturbaciones externas. Para abordar esta dificultad, el NMPC mantiene el esquema de retroalimentación por horizonte recedente: en cada periodo de muestreo, actualiza sus predicciones a partir de las mediciones disponibles y recalcula las entradas óptimas. De esta manera, el controlador puede responder dinámicamente a cambios en las condiciones de operación.

La formulación del NMPC se basa en un sistema no lineal representado mediante las siguientes ecuaciones:

$$x_{t+1} = f(x_t, u_t), \quad (2.31)$$

$$y_t = g(x_t, u_t), \quad (2.32)$$

donde $f(x_t, u_t)$ es la función no lineal que describe la dinámica del sistema y $g(x_t, u_t)$ es la función de medición no lineal que relaciona los estados con las salidas disponibles.

En este trabajo, se emplea el NMPC mediante una estrategia conocida como formulación delta. Esta formulación introduce variaciones de la entrada de control (δu) en lugar de utilizar directamente la señal absoluta de control, lo que entrega mayor robustez ante incertidumbres en los actuadores, variaciones de ganancia o desajustes entre el modelo y la planta. Los detalles de esta formulación se presentan en la siguiente subsección.

2.2.3. NMPC: Formulación Delta

La formulación delta surge de manera natural en sistemas donde los actuadores pueden presentar incertidumbres, tales como ganancias desconocidas, variaciones en el tiempo o fenómenos de deriva. En vez de calcular directamente entradas de control absolutas, resulta conveniente optimizar los cambios incrementales de la entrada, denotados por δu_t . Este enfoque permite obtener acciones de control más suaves y mejorar el manejo de incertidumbres asociadas a la actuación del sistema.

Siguiendo la formulación presentada en [16], el esquema NMPC implementado modifica la entrada de control según:

$$x_{t+1} = f(x_t, u_t), \quad (2.33)$$

$$u_t = u_{t-1} + \delta u_t, \quad (2.34)$$

$$y_t = g(x_t, u_t), \quad (2.35)$$

donde u_t corresponde a la entrada de control en el instante t , mientras que δu_t son los cambios en la entrada de control, y que finalmente será tratada como la variable de decisión dentro del problema de optimización.

De esta forma, el problema de optimización NMPC con formulación delta puede definirse como:

$$J = \min_{\delta u_0, \dots, \delta u_{N-1}} \|y_t - y_{\text{ref}}\|_Q^2 + \|\delta u_t\|_R^2, \quad (2.36)$$

sujeto a:

$$x_{t+1} = f(x_t, u_t), \quad t \geq 0, \quad (2.37)$$

$$y_t = g(x_t, u_t), \quad t \geq 0, \quad (2.38)$$

$$x_t \in \mathcal{X}, \quad u_t \in \mathcal{U}, \quad t = 0, \dots, N-1, \quad (2.39)$$

$$x_N \in \mathcal{X}_f, \quad (2.40)$$

$$x_0 = \hat{x}_{t|t}, \quad (2.41)$$

$$u_t = u_{t-1} + \delta u_t, \quad t \geq 0, \quad (2.42)$$

$$u_{\min} \leq u_t \leq u_{\max}, \quad (2.43)$$

$$\delta u_{\min} \leq \delta u_t \leq \delta u_{\max}, \quad (2.44)$$

donde y_t es la salida del sistema, y_{ref} corresponde a la referencia a seguir, $u_{\min}$ y $u_{\max}$ son las cotas de la entrada, y $\delta u_{\min}$ y $\delta u_{\max}$ son las cotas de la variación de la entrada. Las matrices Q y R ponderan, respectivamente, la desviación de la salida respecto de la referencia y los cambios en la señal de control.

Entonces, la entrada de control aplicada al sistema en el instante t está dada por:

$$u_t = \delta u_t + u_{t-1}. \quad (2.45)$$

Esta formulación introduce una capa adicional de robustez, ya que el controlador ajusta la acción aplicada mediante incrementos y evita cambios abruptos en los actuadores, asegurando que el sistema converja eventualmente a un estado estacionario con $\delta u_t \rightarrow 0$, de modo que la entrada u_t y los estados x_t converjan hacia una configuración estable, permitiendo un seguimiento preciso de la referencia y_{ref} . En aplicaciones prácticas, esta estrategia es atractiva porque suaviza las transiciones de control, reduce el efecto de incertidumbres del sistema y ayuda a mitigar desajustes entre el modelo y la planta [17]. Esta estrategia ha demostrado ser efectiva para alcanzar un seguimiento preciso de la referencia, sin la necesidad de agregar complejidad adicional en el diseño de la ley de control.

2.3. Redes Neuronales Artificiales

Las redes neuronales artificiales (ANN) son modelos computacionales inspirados en la estructura y funcionamiento del sistema nervioso biológico, diseñados para aproximar funciones matemáticas complejas a partir de conjuntos de datos de entrada y salida. Una ANN está compuesta por un conjunto de neuronas artificiales organizadas en una o más capas, cuya configuración depende de la arquitectura considerada [18]. En una ANN, la salida computada por cada capa i de la red puede expresarse de la forma:

$$\lambda^{(i)}(z^{(i)}) = \sigma^{(i)}(w^{(i)}z^{(i)} + b^{(i)}), \quad (2.46)$$

donde $\lambda^{(i)}(z^{(i)})$ es la salida de la capa i , $z^{(i)}$ es el vector de entradas, $W^{(i)}$ es una matriz de ponderación, $b^{(i)}$ es un término de sesgo y $\sigma^{(i)}$ es una función de activación no lineal. Luego, la salida y de la red neuronal es calculada aplicando recursivamente esta operación para cada una de las capas que componen la red.

La principal ventaja de las redes neuronales radica en su capacidad para ajustar iterativamente los parámetros $W^{(i)}$, $b^{(i)}$ mediante un algoritmo de entrenamiento que minimiza una función de costo, la cual cuantifica el error entre las salidas estimadas por la red y los valores reales de la función objetivo. Como resultado, la red adquiere la capacidad de aprender de los datos y aproximar relaciones altamente no lineales entre variables de entrada y salida. Esta aproximación se realiza mediante la composición de operaciones algebraicas simples, tales como productos matriciales, sumas y funciones de activación no lineales, lo cual permite a la red aproximar funciones complejas con un costo computacional considerablemente menor durante la etapa de evaluación.

El interés de las redes neuronales en el contexto de control proviene de su capacidad para aproximar funciones no lineales y aprender patrones a partir de datos, lo cual se conoce como un problema de regresión. De esta forma, estas herramientas pueden utilizarse como modelos sustitutos, estimadores, aproximadores de funciones o aproximadores de políticas de control a partir únicamente de datos de entrada y salida.

2.3.1. Redes Neuronales Profundas

Las redes neuronales profundas (DNN) corresponden a un tipo de red neuronal caracterizado por la presencia de múltiples capas ocultas de nodos interconectados. A diferencia de las arquitecturas superficiales, que cuentan con una única capa oculta, las DNN disponen de varias capas intermedias que permiten construir representaciones jerárquicas de los datos, extrayendo características progresivamente más complejas y mejorando la capacidad de aproximación.

Una red neuronal profunda puede formularse como una composición de L transformaciones afines:

$$h(z; \theta) = \lambda_L \circ \sigma_{L-1} \circ \lambda_{L-1} \circ \dots \circ \sigma_1 \circ \lambda_1(z), \quad (2.47)$$

donde $\lambda^{(i)}(z) = W^{(i)}z + b^{(i)}$, y $\theta = \{W^{(1:L)}, b^{(1:L)}\}$ denota el conjunto de parámetros optimizados durante el entrenamiento.

Diversos estudios han demostrado que incrementar la profundidad de una red neuronal puede aumentar significativamente su flexibilidad y capacidad de representación, permitiendo aproximar funciones complejas con mayor precisión y empleando un número considerablemente menor de parámetros en comparación con arquitecturas poco profundas. Esta característica no solo favorece una representación más eficiente de funciones altamente no lineales, sino que también puede traducirse en menores requerimientos computacionales durante la etapa de inferencia [18]. En particular, el número de regiones afines que una DNN puede representar crece de manera exponencial con el número de capas L , y de manera polinomial con el número de unidades ocultas (neuronas) por capa [19].

En consecuencia, la profundidad de la red constituye un factor determinante para mejorar simultáneamente la capacidad de aproximación y la eficiencia computacional del modelo.

2.3.2. Funciones de Activación

Las funciones de activación en una red neuronal son las encargadas de incorporar la no linealidad necesaria para que las redes neuronales puedan representar relaciones complejas entre variables de entrada y salida.

Entre las funciones de activación más utilizadas en redes neuronales destaca principalmente la la unidad lineal rectificada (ReLU).

Dada una entrada x , la función de activación *Rectified Linear Unit* (ReLU) se define como

$$\text{ReLU}(x) = \max(0, x). \quad (2.48)$$

Esta función posee una estructura matemática sencilla que facilita el flujo de gradientes durante el entrenamiento, mitigando los problemas asociados al desvanecimiento del gradiente y acelerando el proceso de aprendizaje. Adicionalmente, su simplicidad computacional reduce los requerimientos de memoria y el tiempo de evaluación durante la etapa de inferencia, convirtiéndola en una alternativa particularmente atractiva para aplicaciones embebidas y estrategias de control en tiempo real [13].

2.3.3. Algoritmos de Entrenamiento

El entrenamiento de una red neuronal consiste en ajustar los parámetros del modelo (pesos y sesgos) de manera que la salida estimada se aproxime lo mejor posible a la salida deseada. Este proceso se realiza minimizando una función de costo.

En particular en este contexto, la optimización de los parámetros entrenables ϕ se plantea como la minimización del error cuadrático medio (MSE) entre los valores de salida generados por la ley de control óptima $u^*(z)$ y los valores de salida generados por el aproximador $h(z; \phi)$. La función de costo se describe de la siguiente manera:

$$J_{\text{MSE}}(z) = \frac{1}{N_T} \sum_{i=1}^{N_T} \left\| u^*(z^{(i)}) - h(z^{(i)}; \theta) \right\|_2^2, \quad (2.49)$$

donde N_T corresponde al número total de muestras del conjunto de entrenamiento.

El descenso del gradiente es el principio fundamental sobre el cual se basan la mayoría de los algoritmos de entrenamiento de redes neuronales. Consiste en un algoritmo de optimización iterativo utilizado para minimizar la función de costo, el cual funciona tomando pasos repetidos en la dirección opuesta al gradiente, con el fin de encontrar el punto donde el error es mínimo.

El descenso del gradiente utiliza la derivada de la función de costo para determinar la dirección en la que el error disminuye más rápidamente. Matemáticamente, la actualización básica de los parámetros está dada por

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \eta \nabla_{\theta} J(\theta_t), \quad (2.50)$$

donde θ_t es el vector de parámetros en la iteración t , η es la tasa de aprendizaje y $\nabla_{\theta} J(\theta_t)$ es el gradiente de la función de costo. El signo negativo indica que los parámetros se actualizan en la dirección opuesta al gradiente, ya que esta corresponde a la dirección de máxima disminución de la función de costo.

El gradiente se calcula mediante el algoritmo de retropropagación (*Backpropagation*). Cada iteración del entrenamiento sigue, de forma general, los siguientes pasos:

1. **Propagación hacia adelante (*Forward Pass*):** La red recibe un conjunto de entradas y calcula su salida.
2. **Cálculo del error:** Se compara la salida obtenida con la salida deseada utilizando la función de costo.
3. **Retropropagación (*Backpropagation*):** Mediante la regla de la cadena se calcula cómo influye cada peso de la red sobre el error, obteniendo el gradiente.
4. **Actualización de los parámetros:** El algoritmo de optimización (SGDM, Adam, RMSProp) utiliza dicho gradiente para decidir cómo modificar los pesos con el fin de reducir el error de predicción.

La principal diferencia entre los distintos algoritmos de entrenamiento utilizados para redes neuronales radica en el mecanismo que emplean para decidir cómo actualizar los parámetros de la red. En este trabajo se emplea principalmente el algoritmo de Estimación de Momentos Adaptativo (Adam), el cual se describe a continuación.

2.3.3.1. Estimación de Momentos Adaptativo (Adam)

El algoritmo de Estimación de Momentos Adaptativo (Adam) incorpora un término de momento que acumula parte de las actualizaciones realizadas en iteraciones anteriores con una tasa de aprendizaje adaptativa para cada parámetro del modelo. Para ello, mantiene estimaciones tanto del primer momento (promedio de los gradientes) como del segundo momento (promedio de los gradientes al cuadrado). De esta forma, las estimaciones se calculan mediante

$$m_t = \beta_1 m_{t-1} + (1 - \beta_1) g_t, \quad (2.51)$$

$$v_t = \beta_2 v_{t-1} + (1 - \beta_2) g_t^2, \quad (2.52)$$

donde

$$g_t = \nabla_{\theta} J(\theta_t). \quad (2.53)$$

Debido a que ambas estimaciones se inicializan en cero, se aplica una corrección por sesgo dada por

$$\hat{m}_t = \frac{m_t}{1 - \beta_1^t}, \quad (2.54)$$

$$\hat{v}_t = \frac{v_t}{1 - \beta_2^t}. \quad (2.55)$$

Finalmente, la actualización de los parámetros se realiza mediante

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \eta \frac{\hat{m}_t}{\sqrt{\hat{v}_t} + \varepsilon}, \quad (2.56)$$

donde ε es un valor pequeño que evita divisiones por cero.

Adam presenta una rápida velocidad de convergencia y requiere un ajuste reducido de hiperparámetros, razón por la cual constituye uno de los algoritmos de optimización más utilizados en aplicaciones modernas de aprendizaje profundo. Además, al adaptar automáticamente la tasa de aprendizaje de cada parámetro, resulta especialmente adecuado para problemas altamente no lineales y de gran dimensionalidad.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El objetivo de este trabajo es desarrollar un esquema de control estable, eficiente y ligero computacionalmente para un proceso de digestión anaeróbica (AD). Actualmente, la digestión anaeróbica constituye una de las tecnologías más prometedoras para la valorización energética de residuos orgánicos, permitiendo transformar biomasa proveniente de residuos agrícolas, lodos de aguas servidas, residuos alimentarios y otros desechos biodegradables en biogás mediante la acción de comunidades microbianas anaeróbicas. El biogás obtenido está compuesto principalmente por metano (CH_4) y dióxido de carbono (CO_2), siendo este una fuente renovable de energía capaz de reemplazar parcialmente a los combustibles fósiles y contribuir a la reducción de las emisiones de gases de efecto invernadero. Debido a ello, la digestión anaeróbica desempeña un papel cada vez más importante dentro de las estrategias de economía circular y producción sustentable de energía.

A pesar de sus ventajas, el proceso de digestión anaeróbica presenta importantes desafíos desde el punto de vista del control. Se trata de un sistema altamente no lineal que involucra múltiples etapas bioquímicas, tales como hidrólisis, acidogénesis, acetogénesis y metanogénesis, donde diferentes poblaciones microbianas interactúan entre sí mediante complejas reacciones biológicas y químicas. Además, el proceso posee dinámicas muy lentas, con tiempos de retención que normalmente varían entre 20 y 30 días dependiendo de la composición específica de los desechos orgánicos y las condiciones de operación de la planta, lo cual presenta todo un desafío en términos de monitoreo y control en tiempo real, debido a que las dinámicas retardadas del proceso requieren de largos periodos de tiempo para obtener mediciones confiables y alcanzar un buen desempeño.

La operación del digestor también es altamente inestable y sensible a perturbaciones tales como variaciones en la composición del sustrato de alimentación, cambios de temperatura, fluctuaciones del pH, acumulación de ácidos grasos volátiles (*Volatile Fatty Acids*, VFA) y alteraciones en la actividad microbiana. Estas perturbaciones pueden disminuir considerablemente la producción de metano e incluso conducir a condiciones de inhibición biológica que comprometan la estabilidad del proceso.

Durante las últimas décadas, se han desarrollado diversas estrategias de control avanzado con el propósito de mejorar el desempeño y la estabilidad de los procesos de digestión anaeróbica. Entre ellas, el Control Predictivo No Lineal Basado en Modelos (NMPC) se ha consolidado como una de las alternativas más prometedoras, debido a su capacidad para representar explícitamente la naturaleza no lineal del proceso, incorporar restricciones operacionales y anticipar la evolución futura del sistema mediante el uso de un modelo dinámico. Estas características permiten determinar acciones de control óptimas que contribuyen a mejorar la eficiencia del proceso y maximizar la producción de biogás. No obstante, a pesar de sus ventajas, esquemas de control avanzado como NMPC presentan una elevada carga computacional asociada a la resolución repetitiva de problemas de optimización no lineal en cada instante de muestreo. Como consecuencia, su implementación en aplicaciones de tiempo real y en plataformas embebidas con recursos computacionales limitados continúa representando un desafío importante y constituye uno de los principales obstáculos para su adopción a escala industrial.

El principal desafío abordado en este trabajo consiste en diseñar una estrategia de control capaz de gestionar la naturaleza no lineal y las dinámicas lentas inherentes al proceso de digestión anaeróbica, manteniendo simultáneamente propiedades de estabilidad y robustez frente a perturbaciones e incertidumbres operacionales, tales como variaciones en la composición del sustrato de alimentación, cambios de temperatura y fluctuaciones en la actividad microbiana. Asimismo, se busca desarrollar una solución con requerimientos computacionales reducidos, de modo de favorecer su eventual implementación en sistemas embebidos y plataformas con capacidad de procesamiento limitada.

Para ello, se propone la integración de técnicas de control predictivo no lineal, métodos de estimación de estados basados en el Filtro de Kalman Extendido (EKF) y redes neuronales artificiales. Estas herramientas permiten ajustar las variables manipuladas en tiempo real, compensar errores de modelado y mantener la operación del digestor en condiciones cercanas al óptimo, contribuyendo a maximizar la producción de biogás y preservar la estabilidad del proceso, al tiempo que se reduce la carga computacional característica de estrategias avanzadas de control como el NMPC.

En síntesis, el objetivo de este trabajo es desarrollar una estrategia de control predictivo basada en redes neuronales, capaz de mantener un desempeño comparable al de un controlador NMPC en términos de seguimiento de referencias de producción de metano, rechazo de perturbaciones y robustez frente a incertidumbres del proceso, eliminando simultáneamente el principal cuello de botella computacional asociado a la resolución repetitiva de un problema de optimización no lineal. De esta manera, se busca combinar las capacidades de la optimización y desempeño del NMPC con la rapidez de evaluación propia de las redes neuronales, facilitando su futura implementación en plataformas de tiempo real y contribuyendo al desarrollo de sistemas de digestión anaeróbica más eficientes, robustos y sostenibles.

3.1. Digestión Anaeróbica: Simulador ADM1

La digestión anaeróbica es un proceso microbiológico en el cual la materia orgánica biodegradable se transforma, en ausencia de oxígeno, en biogás, el cual está compuesto principalmente por metano y dióxido de carbono, junto con otros residuos. Este proceso es posible gracias a la acción de diversas comunidades microbianas que descomponen la materia orgánica dentro del reactor a través de cuatro etapas principales: hidrólisis, acidogénesis, acetogénesis y metanogénesis [2,20]. Cada etapa es gobernada por una comunidad microbiana particular con distintas necesidades nutricionales y ambientales. El objetivo de la digestión anaeróbica es convertir estos desechos orgánicos complejos en moléculas simples que posteriormente resulten en la formación de biogás.

Debido a la complejidad inherente del proceso (AD), se han desarrollado numerosos modelos matemáticos con el objetivo de representar sus dinámicas altamente no lineales y las complejas interacciones entre los fenómenos biológicos, químicos y físicos involucrados. Entre ellos, el modelo más ampliamente utilizado y aceptado para el estudio de este proceso es el *Anaerobic Digestion Model No. 1* (ADM1), propuesto por la *International Water Association* (IWA). El modelo ADM1 provee una metodología para simular el proceso de AD en diferentes aplicaciones, las cuales incluyen el tratamiento de aguas servidas, la gestión de residuos agrícolas y la producción de energía renovable. Este modelo ha demostrado ser fundamental para mejorar la comprensión de los procesos bioquímicos e interacciones propias del proceso de digestión anaeróbica.

El ADM1 describe las etapas de hidrólisis, acidogénesis, acetogénesis y metanogénesis mediante un amplio conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales que modelan la evolución temporal del sistema. Además, incorpora la dinámica de múltiples sustratos, productos intermedios, el crecimiento y decaimiento de las poblaciones microbianas, equilibrios ácido-base, producción de gases y diversos mecanismos de inhibición, permitiendo capturar con

gran fidelidad el comportamiento del proceso.

Gracias a su elevado nivel de detalle, el ADM1 se ha consolidado como una herramienta fundamental para la simulación, análisis y validación de procesos de digestión anaeróbica, permitiendo predecir el desempeño del proceso bajo diferentes tipos de residuos, condiciones operacionales y factores ambientales, los cuales son fundamentales para optimizar la producción de biogás, mejorar la estabilidad del proceso y maximizar la recuperación de recursos a partir de los residuos orgánicos.

Sin embargo, el mismo nivel de detalle que hace atractivo al ADM1 también limita su uso directo en aplicaciones de tiempo real. Esto se debe a que el modelo comprende 36 variables de estado, 30 parámetros de entrada y numerosas ecuaciones, lo que resulta en un costo computacional significativo. Resolver dichas ecuaciones en tiempo real requiere de una considerable cantidad de recursos computacionales, volviendo al ADM1 impráctico para su uso directo en el diseño de un controlador o estimador para sistemas de digestión anaeróbica, ya que esto implicaría resolver iterativamente un problema de alta dimensión.

En este trabajo, el modelo ADM1 será utilizado como una representación virtual del proceso real, permitiendo evaluar las estrategias avanzadas de control sin intervenir en una planta física. Gracias a este gemelo digital, es posible proveer un entorno seguro y flexible para analizar el comportamiento del sistema bajo diferentes condiciones de operación, optimizar la producción de biogás y estudiar la respuesta del proceso frente a diferentes perturbaciones e incertidumbres, reduciendo considerablemente los costos y riesgos asociados a la experimentación directa sobre el proceso real.

3.2. Modelo AM2

El modelo AM2 es un modelo matemático reducido del proceso de digestión anaeróbica que describe el proceso de residuos fácilmente biodegradables. El modelo AM2 descrito en [21] simplifica la dinámica del proceso AD en dos etapas clave: acidogénesis y metanogénesis. Este modelo fue originalmente diseñado para simular aguas residuales de viñedos industriales, pero a pesar de esto, el conjunto de parámetros cinemáticos y estequiométricos del modelo puede ser ajustado para simular cualquier otro tipo de desperdicio, incluyendo sistemas de co-digestión.

En la etapa de acidogénesis el sustrato orgánico S_1 es degradado por bacterias acidogénicas (X_1) y transformado en ácidos grasos volátiles S_2 y dióxido de carbono. En la etapa de metanogénesis los ácidos grasos volátiles son consumidos por bacterias metanogénicas X_2 para producir metano y dióxido de carbono.

Para el presente problema, se hará uso del modelo AM2 descrito en [8] el cual implementa una actualización de parámetros clave que fueron obtenidos a partir del método de máxima verosimilitud. Esto con el objetivo de mejorar la estimación de la salida del proceso en el modelo predictivo. Específicamente, los parámetros actualizados corresponden a k_6 , $\mu_2^{\max}$, k_2 y k_{I2} , todos asociado a la etapa de metanogénesis. Dichas modificaciones mostraron mejorar la alineación entre la salida del proceso y las predicciones del modelo.

El sistema AM2 puede ser representado por un sistema de espacio de estados no lineal en tiempo continuo de 6 estados, donde X_1 y X_2 corresponden a los degradadores microbianos, S_1 y S_2 a los substratos orgánicos, Z a la alcalinidad, y C al carbono inorgánico. Dichos estados están descritos por las siguientes ecuaciones:

$$\dot{X}_1 = \mu_1 X_1 - \alpha D X_1, \quad (3.1)$$

$$\dot{X}_2 = \mu_2 X_2 - \alpha D X_2, \quad (3.2)$$

$$\dot{S}_1 = D(S_{1in} - S_1) - k_1 \mu_1 X_1, \quad (3.3)$$

$$\dot{S}_2 = D(S_{2in} - S_2) + k_2 \mu_1 X_1 - k_3 \mu_2 X_2, \quad (3.4)$$

$$\dot{Z} = D(Z_{in} - Z) \quad (3.5)$$

$$\dot{C} = D(C_{in} - C) - q_C + k_4 \mu_1 X_1 + k_5 \mu_2 X_2 \quad (3.6)$$

donde

$$\varphi = C + S_2 - Z + k_H P_T + \frac{k_6}{k_{La}} \mu_2 X_2, \quad (3.7)$$

$$q_M = k_6 \mu_2 X_2, \quad (3.8)$$

$$\text{pH} = -\log_{10} \left(k_b \frac{C - Z + S_2}{Z - S_2} \right), \quad (3.9)$$

$$\mu_1 = \frac{\mu_1^{\max} S_1}{k_{S1} + S_1}, \quad (3.10)$$

$$\mu_2 = \frac{\mu_2^{\max} S_2}{k_{S2} + S_2 + (S_2^2/k_{I2})}. \quad (3.11)$$

son funciones no lineales; C y C_{in} son la concentración total de carbono inorgánico [mmol/L]; D es la tasa de dilucion [d^{-1}]; k_1 es el rendimiento de degradación del sustrato; k_2 es el rendimiento de la producción de ácidos grasos volátiles (VFA) [mmol/g]; k_3 , rendimiento del consumo de ácidos grasos volátiles (AGV) [mmol/g]; k_4 y k_5 , rendimiento de producción de dióxido de carbono (CO_2) [mmol/g]; k_6 , rendimiento de producción de metano (CH_4) [mmol/g]; k_b , constante de equilibrio [mol/L]; k_H , constante de Henry [mmol/L/atm];

k_{La} , coeficiente de transferencia de masa líquido-gas [d^{-1}]; k_{I2} , constante de inhibición [mmol/L]; k_{S1} , constante de semisaturación del sustrato orgánico [g/L]; k_{S2} , constante de semisaturación de los ácidos grasos volátiles (AGV) [mmol/L]; P_C , presión parcial de dióxido de carbono [atm]; P_T , presión total [atm]; q_C , caudal de dióxido de carbono [mmol/L/d]; q_M , caudal de metano [mmol/L/d]; S_1 y S_{1in} , concentración de sustrato orgánico en el reactor y en la alimentación [gCOD/L]; S_2 y S_{2in} , concentración de ácidos grasos volátiles (AGV) en el reactor y en la alimentación [mmol/L]; X_1 , concentración de bacterias acidogénicas [g/L]; X_2 , concentración de bacterias metanogénicas [g/L]; Z y Z_{in} , alcalinidad total en el reactor y en la alimentación [mmol/L]; α , fracción de bacterias presente en la fase líquida; μ_1 , tasa específica de crecimiento de las bacterias acidogénicas [d^{-1}]; $\mu_1^{m\acute{a}x}$, tasa máxima de crecimiento de las bacterias acidogénicas [d^{-1}]; μ_2 , tasa específica de crecimiento de las bacterias metanogénicas [d^{-1}]; $\mu_2^{m\acute{a}x}$, tasa máxima de crecimiento de las bacterias metanogénicas [d^{-1}].

La siguiente tabla muestra los valores de los parámetros del modelo utilizados:

Tabla 3.1: Parámetros y condiciones iniciales del modelo.

Parámetro	Valor	Condición Inicial	Valor
k_1	42.14	C_0	65
k_2	116.5	$C_{in,0}$	60
k_3	268	D_0	0.34
k_4	50.6	$S_{1,0}$	1.8
k_5	343.6	$S_{1in,0}$	9.5
k_6	457.73	$S_{2,0}$	3.0
k_b	$6,5 \times 10^{-7}$	$S_{2in,0}$	93.6
k_H	16	$X_{1,0}$	0.8
k_{La}	19.8	$X_{2,0}$	0.8
k_{I2}	383.977	Z_0	60
k_{S1}	7.1	$Z_{in,0}$	62.5
k_{S2}	2.9524	α	0.5
$\mu_1^{m\acute{a}x}$	1.2	P_T	1
$\mu_2^{m\acute{a}x}$	0.2688		

En este modelo, la entrada manipulada principal corresponde a la tasa de dilucion $u = D$, mientras que la salida de interés para control se asocia al flujo de metano $y = q_M$.

3.3. Resultados Previos

En [8] se desarrolló una estrategia de control predictivo no lineal basado en modelos (NMPC) para un proceso de digestión anaeróbica descrito mediante el modelo ADM1. Con el propósito de reducir la complejidad computacional del EKF, se empleó un modelo simplificado AM2 como modelo de predicción. Asimismo, para estimar los estados no medibles del proceso se implementó un estado adicional de perturbación que permite introducir acción integral en

el controlador, permitiendo compensar el desajuste entre las predicciones del modelo AM2 y el comportamiento real de la planta representada por el modelo ADM1, mejorando así la capacidad de seguimiento de referencias y el rechazo de perturbaciones.

El objetivo del controlador consiste en regular la producción de metano mediante la manipulación de la tasa de dilución del reactor. Para ello, el esquema NMPC fue configurado con un horizonte de control de cuatro muestras, equivalente a 0,1 días, utilizando la tasa de dilución como variable manipulada y el caudal de metano como variable controlada.

En [8], y como se ilustra en la figuras 3.1 y 3.2, el esquema de control implementado demuestra que el controlador es capaz de seguir con precisión la referencia de producción de metano y mantener un comportamiento robusto frente a perturbaciones e incertidumbres del proceso. En particular, la combinación del NMPC con el estimador de estados y la estrategia offset-free permite compensar el desajuste entre el modelo de predicción y la dinámica real de la planta, garantizando la estabilidad del sistema y una adecuada adaptación frente a variaciones en las condiciones de operación. Estos resultados evidencian la efectividad del esquema propuesto para el control de un proceso altamente no lineal y complejo como la digestión anaeróbica.

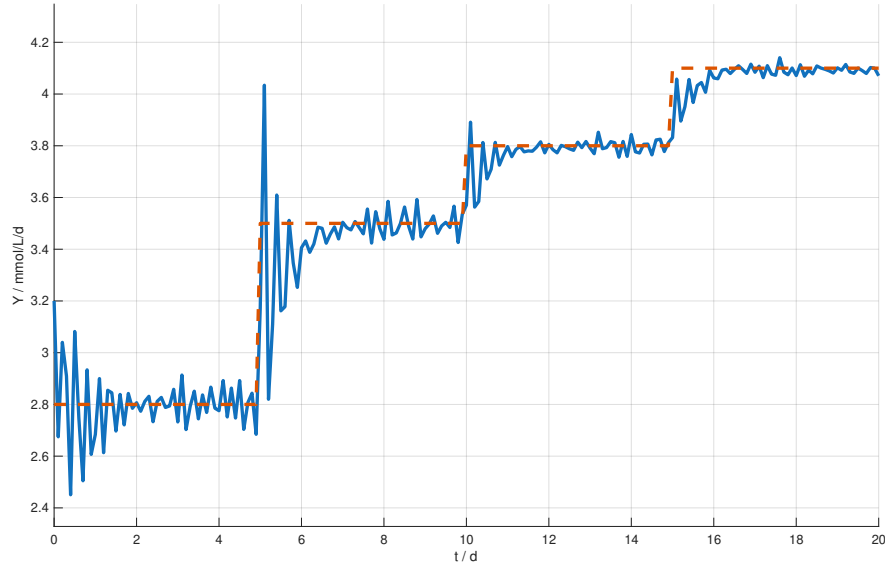


Figura 3.1: Señal de salida obtenida por el esquema NMPC-EKF.

A pesar del elevado desempeño alcanzado en mantener las condiciones operacionales deseadas en el proceso, la estrategia presenta una limitación importante desde el punto de vista de su implementación práctica. En cada instante de muestreo, el controlador debe resolver un problema de optimización no lineal sujeto a restricciones mediante algoritmos iterativos de Programación Cuadrática Secuencial (Sequential Quadratic Programming, SQP). Este procedimiento requiere múltiples evaluaciones del modelo de predicción, incrementando

considerablemente la carga computacional y el tiempo necesario para calcular cada acción de control. Como consecuencia, la aplicación del NMPC en plataformas embebidas o sistemas con recursos computacionales limitados resulta compleja.

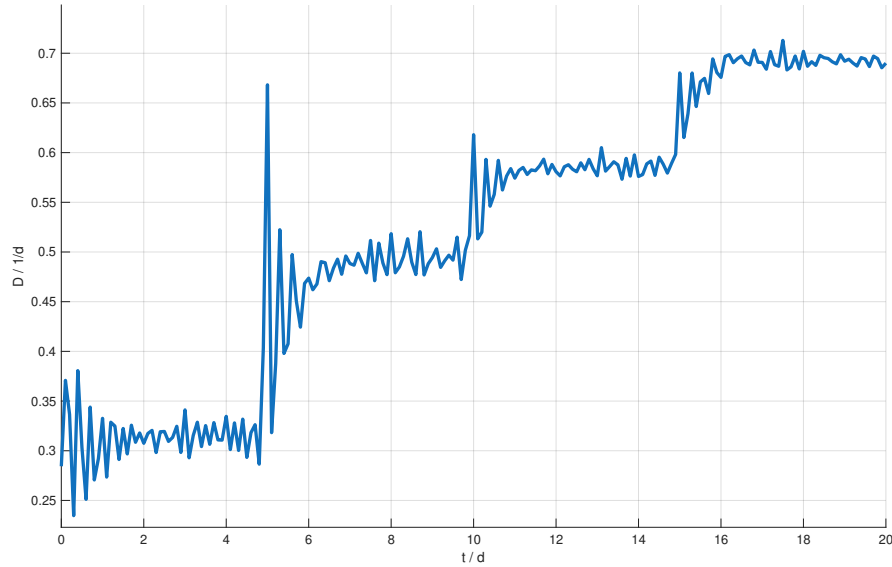


Figura 3.2: Señal de actuación obtenida por el esquema NMPC-EKF.

Con el fin de reducir este costo computacional, en [8] se emplea el modelo simplificado AM2 como modelo de predicción en lugar del modelo ADM1, logrando disminuir significativamente el tiempo de cálculo sin comprometer de forma importante el desempeño del controlador. Sin embargo, incluso utilizando un modelo reducido, la necesidad de resolver repetidamente un problema de optimización no lineal continúa siendo el principal cuello de botella computacional del esquema NMPC, motivando la búsqueda de estrategias alternativas con un costo computacional considerablemente menor.

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA

Durante este capítulo se describirán todas las herramientas utilizadas para el diseño de la estrategia de control para el proceso de digestión anaeróbica. Se asume que las herramientas utilizadas son bien conocidas, debido a que ya fueron detalladas en el capítulo 2 de Conceptos.

El proceso AM2 puede describirse como un sistema no lineal continuo en el tiempo en espacio de estados, donde las variables de estado representan las comunidades microbianas (X_1, X_2), los sustratos orgánicos (S_1, S_2), la alcalinidad (Z) y el carbono inorgánico (C). Utilizando notación vectorial, el modelo se expresa como:

$$\dot{x} = f_c(x, u), \quad (4.1)$$

$$y = g(x), \quad (4.2)$$

donde

$$x = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ S_1 \\ S_2 \\ Z \\ C \end{bmatrix}, \quad f_c(x, u) = \begin{bmatrix} \mu_1(S_1)X_1 - \alpha DX_1 \\ \mu_2(S_2)X_2 - \alpha DX_2 \\ D(S_{1in} - S_1) - k_1\mu_1(S_1)X_1 \\ D(S_{2in} - S_2) + k_2\mu_1(S_1)X_1 - k_3\mu_2(S_2)X_2 \\ D(Z_{in} - Z) \\ D(C_{in} - C) - q_C + k_4\mu_1(S_1)X_1 + k_5\mu_2(S_2)X_2 \end{bmatrix}, \quad g(x) = k_6 \mu_2(S_2) X_2. \quad (4.3)$$

Donde $f_c(x, u)$ define la dinámica continua no lineal del sistema, mientras que $g(x)$ representa la función de salida no lineal que modela la variable medible del proceso.

4.1. Discretización del Modelo AM2

Para la implementación de la estrategia de control propuesta, es necesario discretizar el modelo de tiempo continuo. Para ello se utiliza el método de Euler debido a su simplicidad y conveniencia para sistemas con dinámicas lentas. Este método utiliza un paso de tiempo discreto Δ , el cual define el intervalo entre muestras sucesivas. De esta forma, el modelo en tiempo discreto está entonces dado por:

$$x_{t+1} = x_t + \Delta f_c(x_t, u_t), = f(x_t, u_t). \quad (4.4)$$

$$y_t = g(x_t), \quad (4.5)$$

donde x_t y x_{t+1} son las variables de estado del proceso en los instantes t y $t + 1$ respectivamente; u_t representa la entrada manipulada; y_t corresponde a la salida de interés. El vector de estados x_t es definido como:

$$x_t = \begin{bmatrix} X_{1,t} \\ X_{2,t} \\ S_{1,t} \\ S_{2,t} \\ Z_t \\ C_t \end{bmatrix}. \quad (4.6)$$

En esta formulación, $f(x_t, u_t)$ representa la dinámica no lineal en tiempo discreto obtenida a partir del método de Euler del sistema continuo descrito por $f_c(x_t, u_t)$, mientras que $g(x_t)$ conserva la misma función de medición utilizada en el caso continuo.

Respecto a la elección del tiempo de muestreo Δ , es importante considerar que la digestión anaeróbica es un proceso lento. En aplicaciones prácticas, es común muestrear el sistema una vez al día o incluso sólo algunas veces por semana. Para este trabajo, se seleccionó un intervalo de muestreo de 0,1 días. Esta elección proporciona un compromiso adecuado entre capturar de manera precisa la dinámica del sistema y evitar una carga computacional excesiva o la amplificación del ruido de medición debido a una frecuencia de muestreo demasiado elevada.

4.2. Implementacion del Estimador de Estados

El sistema considerado en conjunto con el modelo AM2 para la estimación de estados corresponde a un modelo no lineal en tiempo discreto de la forma:

$$x_{t+1} = f(x_t, u_t) + w_t, \quad (4.7)$$

$$y_t = g(x_t, u_t) + v_t, \quad (4.8)$$

donde f y g representan las versiones discretizadas de las ecuaciones continuas del sistema AM2. Los términos w_t y v_t corresponden a procesos de ruido blanco gaussiano, no correlacionados con el estado x_t , de media cero y con matrices de covarianza conocidas. El vector de estado se define como:

$$x_t = \begin{bmatrix} x_t^{(1)} \\ x_t^{(2)} \\ x_t^{(3)} \\ x_t^{(4)} \\ x_t^{(5)} \\ x_t^{(6)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{1,t} \\ X_{2,t} \\ S_{1,t} \\ S_{2,t} \\ Z_t \\ C_t \end{bmatrix}. \quad (4.9)$$

4.2.1. Modificación Modelo AM2

En [5] se estudió el problema de estimación de estados para el modelo AM2, analizando previamente su observabilidad e investigando el desempeño de dos algoritmos de estimación diseñados para sistemas no lineales: el Filtro de Kalman Extendido (EKF, por sus siglas en inglés) y el Filtro de Partículas.

El estudio de observabilidad del modelo AM2 reveló limitaciones al momento de estimar los estados $x_t^{(5)}$ y $x_t^{(6)}$. Problemas similares fueron reportados en [22], donde las entradas desconocidas del sistema fueron tratadas como estados adicionales a estimar. En contraste, en este trabajo se asume que las entradas del sistema son conocidas, ya que estas son generadas directamente por el controlador NMPC. Esta suposición simplifica la tarea de estimación, permitiendo que los filtros se enfoquen exclusivamente en los estados internos del sistema. Para sistemas lineales, la convergencia del filtro de Kalman está garantizada si el sistema es al menos detectable; en este trabajo se extiende dicha suposición al caso no lineal.

Con el fin de abordar los problemas de observabilidad mencionados anteriormente, en [8] se propone la utilización de un modelo AM2 reducido, compuesto únicamente por los 4 estados observables, con fines tanto de estimación como de control. Dicha modificación permite simplificar considerablemente la complejidad del problema, pasando de una configuración

Múltiples Entradas-Única Salida (MISO) a una configuración Única Entrada-Única Salida (SISO), al descartar los estados asociados a Z_{in} y C_{in} . En su lugar, el esfuerzo de modelación se concentra en integrar las dos principales entradas de sustrato, S_{1in} y S_{2in} , dentro del diseño del controlador.

A partir del análisis anterior, se seleccionó una versión modificada del sistema AM2 para su uso en la implementación del Filtro de Kalman Extendido (EKF), correspondiente a una configuración SISO de cuatro estados. La señal de entrada se define como $u = D$, correspondiente a la tasa de dilución, mientras que la señal de salida se define como $y = q_M$, correspondiente a la tasa de producción de los metabolitos de interés. De esta forma, los estados del sistema se definen de la siguiente manera:

$$\dot{X}_1 = \mu_1 X_1 - \alpha D X_1, \quad (4.10)$$

$$\dot{X}_2 = \mu_2 X_2 - \alpha D X_2, \quad (4.11)$$

$$\dot{S}_1 = D (\bar{S}_{1in} - S_1) - k_1 \mu_1 X_1, \quad (4.12)$$

$$\dot{S}_2 = D (\bar{S}_{2in} - S_2) + k_2 \mu_1 X_1 - k_3 \mu_2 X_2, \quad (4.13)$$

donde $\bar{S}_{1in}$ y $\bar{S}_{2in}$ son constantes que representan las concentraciones de entrada de los sustratos en el sistema. El nuevo vector de estados correspondiente está dado por

$$x_t = \begin{bmatrix} x_t^{(1)} \\ x_t^{(2)} \\ x_t^{(3)} \\ x_t^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{1,t} \\ X_{2,t} \\ S_{1,t} \\ S_{2,t} \end{bmatrix}. \quad (4.14)$$

Esta modificación al sistema AM2 se implementó por las siguientes razones:

- **Descarte de los estados Z y C :** Estos estados no influyen de manera significativa en la dinámica del sistema en lo que respecta a la estimación de la salida. Su uso principal corresponde al cálculo del pH del sistema, factor que será considerado como una restricción para el controlador. Asimismo, estudios previos han indicado que dichos estados no son observables, lo cual justifica adicionalmente su exclusión del modelo.
- **Cambio de configuración MISO a SISO:** La complejidad asociada al manejo de múltiples señales de entrada se redujo al descartar los estados asociados a Z_{in} y C_{in} . En su lugar, se optó por integrar las dos principales entradas de sustrato, S_{1in} y S_{2in} , directamente en el diseño del controlador. Este ajuste permite una implementación más directa de estrategias de control, las cuales resultan inherentemente más efectivas en sistemas SISO.

4.2.2. Implementación Filtro de Kalman Extendido

Esta sección presenta los resultados obtenidos de aplicar el Filtro de Kalman Extendido (EKF) para la estimación de estados al modelo ADM1.

Para evaluar el desempeño del filtro de Kalman Extendido, se realizó una simulación en tiempo discreto considerando una entrada constante u_t , igual a la condición inicial. Con el fin de emular las perturbaciones propias de un escenario real, se incorporó ruido gaussiano de proceso con varianza $Q = 0,001$ y ruido gaussiano de medición con varianza $R = 0,01$. El filtro de Kalman Extendido fue implementado con el objetivo de estimar los estados del sistema a partir de estas condiciones.

En la figura 4.1 se presentan las estimaciones del EKF al ser aplicado sobre datos generados por el modelo ADM1. Las líneas rojas representan las trayectorias reales de los estados, mientras que las líneas verdes representan las estimaciones del EKF, junto con sus respectivos intervalos de confianza. El tiempo de muestreo se fijó en 0.1 días, reflejando la dinámica lenta característica del proceso de digestión anaeróbica.

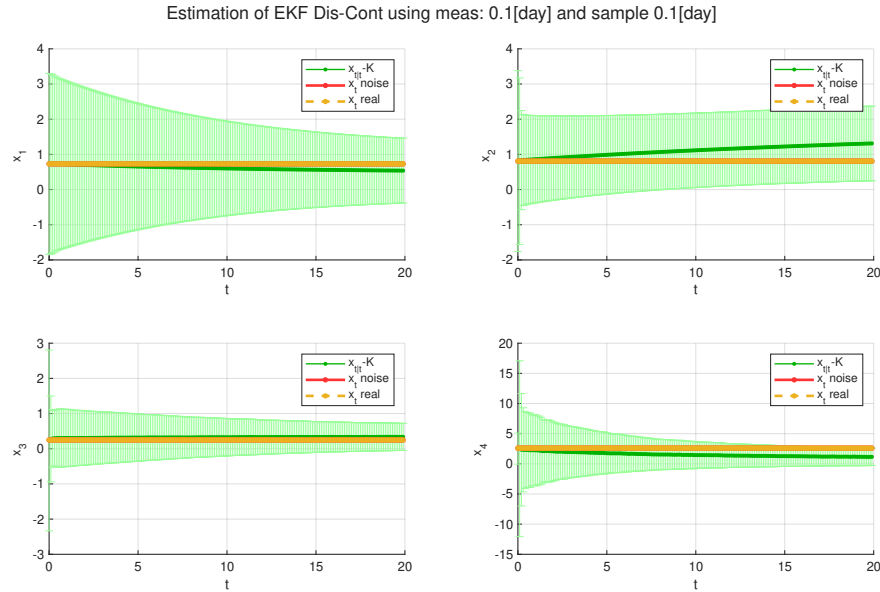


Figura 4.1: Estimaciones realizadas por el EKF de los estados del modelo ADM1.

Teniendo esta información en consideración, es posible observar que las trayectorias promedio estimadas por el filtro se ajustan de manera cercana a las trayectorias reales de los estados generados por el modelo ADM1 durante los primeros instantes de la simulación. Sin embargo, a partir del día 10 es posible observar que su precisión se degrada con el tiempo, particularmente en los estados X_2 y X_4 , donde se observa una divergencia mayor respecto a los otros estados. Este comportamiento se atribuye al desajuste estructural entre ambos modelos: el modelo ADM1 cuenta con 36 estados, mientras que el modelo AM2 corresponde a una versión simplificada de solo 4 estados. A medida que las condiciones de operación varían, el modelo simplificado no logra capturar la totalidad de la dinámica del sistema ADM1, lo que se traduce en errores de estimación crecientes.

A pesar de estas limitaciones, se considera que las estimaciones entregadas por el EKF siguen siendo estables, rápidas y consistentes a lo largo de la simulación. Por lo tanto, la implementación del EKF se valida como un estimador confiable, aunque se observa cierto sesgo en estados específicos. Para abordar este problema, se propone incorporar una acción integral en el controlador, con el fin de corregir los desplazamientos en estado estacionario y mejorar el desempeño global del control.

4.3. Implementación del Controlador EKF-NMPC

Para implementar un controlador predictivo no lineal basado en modelos (NMPC) sobre la planta, es importante considerar que, en la práctica, únicamente se dispone de las mediciones de salida y_t . En consecuencia, el Filtro de Kalman Extendido (EKF), descrito en la sección anterior, se integra dentro de la estrategia de control con el propósito de estimar los estados del sistema, denotados por $\hat{x}_t$. A partir de estas estimaciones, el modelo de predicción es utilizado para anticipar la evolución futura del proceso. En particular, el modelo dinámico discreto empleado por el controlador está dado por

$$x_{t+1} = f(x_t, u_t), \quad (4.15)$$

$$y_t = g(x_t, u_t), \quad (4.16)$$

donde $f(\cdot)$ representa la dinámica del modelo simplificado AM2 y $g(\cdot)$ corresponde a la ecuación de salida del sistema.

El esquema NMPC desarrollado en este trabajo se basa en la formulación presentada en el Capítulo 2, incorporando las modificaciones necesarias para utilizar el modelo discreto simplificado AM2 como modelo de predicción.

Una vez obtenidas las estimaciones de estado mediante el EKF, estas se emplean para formular el problema de optimización del NMPC. El objetivo consiste en determinar la secuencia de incrementos de la acción de control que minimiza una función de costo cuadrática, penalizando tanto el error de seguimiento respecto de la referencia como el esfuerzo de control. El problema de optimización puede expresarse como

$$\begin{aligned}
J &= \min_{\delta u_0, \dots, \delta u_{N-1}} \|y_t - y_{\text{ref}}\|_Q^2 + \|\delta u_t\|_R^2 \\
\text{sujeto a} \quad &x_{t+1} = f(x_t, u_t), \quad t \geq 0, \\
&y_t = g(x_t, u_t), \quad t \geq 0, \\
&x_t \in \mathcal{X}, \quad u_t \in \mathcal{U}, \quad t = 0, \dots, N-1, \\
&x_N \in \mathcal{X}_f, \\
&u_t = u_{t-1} + \delta u_t, \quad t \geq 0, \\
&u_0 = \hat{x}_{t|t}, \\
&u_{\min} \leq u_t \leq u_{\max}, \\
&\delta u_{\min} \leq \delta u_t \leq \delta u_{\max}.
\end{aligned} \tag{4.17}$$

Finalmente, una vez resuelto el problema de optimización, únicamente el primer incremento de la secuencia óptima de control se aplica al proceso. En el siguiente instante de muestreo, el horizonte de predicción se desplaza, se actualizan las estimaciones de estado mediante el EKF y el problema de optimización se resuelve nuevamente siguiendo el principio de horizonte deslizante. donde

$$u_t = \delta u_t + u_{t-1} \tag{4.18}$$

En [8] se comenta que la estimación de estados del EKF diverge de los valores reales del sistema ADM1 para las distintas referencias empleadas en dicho trabajo, lo que sugiere que el modelo AM2 no se encuentra suficientemente calibrado como para replicar con precisión las dinámicas del modelo ADM1. Con el propósito de abordar estas discrepancias y mejorar el desempeño global del sistema de control, se proponen ciertas mejoras. Dichas estrategias se enfocan en refinar el esquema NMPC mediante estrategias de control adaptativo, capaces de ajustar dinámicamente los parámetros del controlador en función de la realimentación del sistema en tiempo real, con el objetivo principal de minimizar los errores de seguimiento de referencia para los distintos valores deseados de salida.

4.3.1. Acción Integral para Esquema NMPC-EKF

Dado que inevitablemente existen discrepancias entre los estados estimados mediante el modelo reducido y el comportamiento real de la planta, especialmente para valores elevados de la referencia, se propone incorporar acción integral dentro del esquema de control. El propósito de esta modificación es eliminar el error en régimen permanente originado por el desajuste entre el modelo de predicción y el proceso real.

Para ello, se introduce un estado adicional d_t , el cual representa una perturbación constante que modela las diferencias entre el modelo simplificado AM2 y la planta representada por el modelo ADM1. De esta forma, el controlador es capaz de estimar dicha perturbación y compensarla mediante la acción de control. La representación del sistema modificada queda dada por

$$x_{t+1} = f(x_t, u_t + d_t) + w_t, \quad (4.19)$$

$$d_{t+1} = d_t + s_t, \quad (4.20)$$

$$y_t = g(x_t, u_t) + v_t, \quad (4.21)$$

donde w_t , s_t y v_t representan el ruido del proceso, el ruido asociado a la dinámica de la perturbación y el ruido de medición, respectivamente.

El sistema anterior puede expresarse de forma compacta definiendo el vector de estado aumentado

$$\chi_t = \begin{bmatrix} x_t \\ d_t \end{bmatrix}, \quad (4.22)$$

de modo que el modelo aumentado queda descrito por

$$\chi_{t+1} = \begin{bmatrix} x_{t+1} \\ d_{t+1} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} f(x_t, u_t + d_t) \\ d_t \end{bmatrix}}_{h(\chi_t, u_t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} w_t \\ s_t \end{bmatrix}}_{n_t}, \quad (4.23)$$

$$y_t = g(M\chi_t) + v_t, \quad (4.24)$$

donde

$$M = \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix},$$

y el ruido del modelo aumentado se define como

$$n_t \sim \mathcal{N}(n_t; 0, Q) = \text{diag}(Q, \rho^2),$$

siendo ρ una constante positiva de pequeño valor que modela la incertidumbre asociada a la perturbación.

Finalmente, el modelo aumentado empleado por el Filtro de Kalman Extendido para estimar simultáneamente los estados del sistema y la perturbación queda dado por

$$\chi_{t+1} = h(\chi_t, u_t) + n_t, \quad (4.25)$$

$$y_t = g_e(\chi_t) + v_t, \quad (4.26)$$

donde n_t y v_t corresponden al ruido del proceso y al ruido de medición, respectivamente.

Mediante esta formulación es posible estimar en línea la perturbación que representa el desajuste entre el modelo de predicción AM2 y la planta descrita por el modelo ADM1. La estimación de esta perturbación permite incorporar una acción integral dentro del esquema NMPC, compensando errores de modelado y perturbaciones constantes. Como consecuencia, el controlador logra eliminar el error de régimen permanente y mejorar el seguimiento de referencias, incrementando la robustez del sistema frente a incertidumbres y variaciones en las condiciones de operación.

Esta estrategia aprovecha el EKF para incrementar la precisión de las mediciones de estado y el NMPC para asegurar las acciones de control, incluso en presencia de dinámicas no lineales y perturbaciones. El proceso comienza con las mediciones del sistema, las cuales son procesadas por el EKF. Utilizando un modelo de sistema extendido $h(\chi_t, u_t)$, con el vector de estado extendido

$$\chi_t = \begin{bmatrix} x_t \\ d_t \end{bmatrix},$$

el EKF entrega estimaciones tanto para los estados del modelo AM2 como para el término de perturbación $\hat{d}_{t|t}$. Dentro de este marco de estimación, es posible modelar de manera efectiva las discrepancias entre los modelos AM2 y ADM1, permitiendo la estimación de la perturbación $\hat{d}_{t|t}$, la cual facilita su compensación a través de la acción de control y posibilita un seguimiento preciso de la referencia. En consecuencia, la señal de control en el instante actual se expresa como

$$u_t = u_{t-1} + \delta u_0^* + \hat{d}_{t|t}. \quad (4.27)$$

Este enfoque asegura que la acción integral reduzca de manera efectiva el error en régimen permanente, incrementando así la robustez y precisión del sistema de control en la gestión del proceso de digestión anaeróbica.

4.4. Implementación Red Neuronal

4.4.1. Generación de Datos para la Red Neuronal

Los datos de entrenamiento se generan utilizando un enfoque de aprendizaje supervisado, en el cual el problema NMPC se resuelve iterativamente mediante simulaciones en lazo cerrado con una duración de 20 días (200 muestras), empleando el esquema de control EKF-NMPC con acción integral diseñado en la sección anterior.

Con el fin de asegurar un conjunto de datos representativo de las distintas condiciones de operación del proceso, en cada simulación se generan valores de referencia aleatorios dentro del rango $y^{\text{ref}} \in [1, 5]$, los cuales cambian cada 40 muestras, totalizando 5 referencias distintas por simulación. Adicionalmente, las condiciones iniciales de cada simulación también se aleatorizan, restringiéndolas a soluciones en estado estacionario factibles para la planta. También se generó una pequeña muestra de datos en lazo abierto, de generar un conjunto de datos fuera del rango de operación del lazo de control, con el fin de que la red neuronal una vez entrenada también sea capaz de determinar acciones de control ante condiciones de operación imprevistas. De esta forma, se generó un conjunto de datos a partir de 100 simulaciones en lazo cerrado, lo cual resultó en un total de 20×10^3 muestras, y además se generó una muestra de 200 datos en lazo abierto. Del total de las muestras el 80 % se destinó a entrenamiento, el 10 % a validación y el 10 % restante a pruebas.

Los datos capturados corresponden, como conjunto de entrada, a los estados estimados por el estimador EKF, incluyendo el estado de perturbación adicional, junto con la referencia deseada, mientras que los datos de salida corresponden a la señal de actuación u_t^* , la cual corresponde al primer elemento de la secuencia óptima calculada por el controlador NMPC.

De esta forma, para cada instante t , se propone almacenar una muestra de entrenamiento

$$\mathcal{D}_t = (\phi_t, u_{0,t}^*), \quad (4.28)$$

donde $\phi_t = [\hat{x}_{t|t}, \hat{d}_{t|t}, y_t^{\text{ref}}]$ corresponde al vector de características entregado a la red y $u_{0,t}^*$ es la acción óptima calculada por el NMPC. De esta forma, con la información entregada se espera que la red sea capaz de aproximar la ley de control del controlador NMPC como:

$$u_t = \pi_\theta \left(\hat{x}_{t|t}, \hat{d}_{t|t}, y_t^{\text{ref}}; \theta \right), \quad (4.29)$$

Donde π_θ es una función que aproxima la política de control del controlador NMPC y θ corresponden a los parámetros de la red.

4.4.2. Diseño y Entrenamiento de la Red Neuronal

4.4.3. Selección de la Arquitectura de Red Neuronal

Para determinar el mejor tipo de arquitectura de red neuronal para aproximar la ley de control del esquema previamente implementado, se propusieron 4 arquitecturas *feedforward* con un total de 96 neuronas y distinto número de capas, empleando la función de activación ReLU para cada capa.

Posteriormente, se procede a entrenar la red utilizando el conjunto de datos previamente generado. En particular, el conjunto de entrenamiento se utiliza para ajustar los pesos de la red; el conjunto de validación permite seleccionar los hiperparámetros y detener el entrenamiento antes de que ocurra sobreajuste; mientras que el conjunto de prueba se reserva para evaluar el desempeño final sobre datos no utilizados durante el ajuste.

Como función de pérdida del entrenamiento se utilizó el error cuadrático medio entre la acción del NMPC y la acción predicha por la red:

$$J_{\text{MSE}}(\phi_t) = \frac{1}{N_T} \sum_{i=1}^{N_T} \|u^*(\phi_t) - \pi_{\theta}(\phi_t; \theta)\|_2^2. \quad (4.30)$$

Por otra parte, el índice de desempeño para escoger la arquitectura más adecuada para representar la aproximación del esquema NMPC-EKF, se utilizó el error absoluto medio (MAE) en las etapas de validación y prueba. De esta forma, los hiperparámetros del algoritmo de entrenamiento fueron ajustados hasta obtener el menor MAE posible, los cuales se muestran en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1: Hiperparámetros utilizados para el entrenamiento de las redes neuronales.

Hiperparámetro	Valor
Optimizador	Adam
Tasa de aprendizaje inicial	1×10^{-2}
Mezcla de datos (<i>Shuffle</i>)	Cada época
Esquema de tasa de aprendizaje	Piecewise
Factor de reducción de la tasa	0.85
Período de reducción de la tasa	50
Número máximo de épocas	2000
Tamaño de mini-batch	2048
Frecuencia de validación	20
Paciencia de validación	10

Posteriormente, al realizar el entrenamiento de cada una de las arquitecturas diseñadas, se obtuvieron los resultados mostrados en las tablas 4.2 y 4.3, en la cual es posible observar que la arquitectura con una profundidad de 4 capas fue la que presentó el mejor desempeño en términos de error absoluto medio, obteniendo los menores errores en las etapas de validación y prueba, a la vez que presenta un tiempo de inferencia relativamente bajo. Por lo tanto, se escoge dicha arquitectura para reemplazar el controlador dentro del esquema NMPC-EKF anteriormente diseñado.

Tabla 4.2: Resultados del error cuadrático medio (MSE) para las arquitecturas evaluadas.

Capas	Neuronas	MSE Train	MSE Val	MSE Test
1	96	0.00828	0.00922	0.00839
2	48	0.00514	0.00486	0.00405
3	32	0.00503	0.00581	0.00533
4	24	0.00387	0.00479	0.00408

Tabla 4.3: Resultados del error absoluto medio (MAE) y tiempo de inferencia para las arquitecturas evaluadas.

Capas	Neuronas	MAE Train	MAE Val	MAE Test	Tiempo (ms)
1	96	0.0580	0.0606	0.0599	4.53
2	48	0.0355	0.0360	0.0358	3.50
3	32	0.0413	0.0427	0.0419	3.56
4	24	0.0341	0.0368	0.0353	3.66

4.5. Implementación del Controlador Basado en Red Neuronal

Una vez diseñada y entrenada la red neuronal, se reemplaza el controlador NMPC dentro del esquema de control diseñado previamente por dicha red, la cual implementa una aproximación de la política de control del NMPC de la forma

$$u_t = \pi_{\theta} \left(\hat{x}_{t|t}, \hat{d}_{t|t}, y_t^{\text{ref}} \right), \quad (4.31)$$

donde u_t es la acción de control óptima calculada por la red neuronal, $\hat{x}_{t|t}$ es la estimación de los estados del proceso, $\hat{d}_{t|t}$ es la estimación de la perturbación asociada al desajuste entre los modelos AM2 y ADM1, y y_t^{ref} corresponde a la señal de referencia.

La arquitectura corresponde a una red estática de 4 capas y 96 neuronas, la cual se espera que sea suficiente para aproximar la actuación del esquema NMPC+EKF implementado en [8], utilizando los estados estimados y las referencias para calcular las acciones de control.

Dado que la red neuronal no resuelve un problema de optimización con restricciones explícitas en cada instante, se propone incorporar mecanismos de seguridad adicionales en la salida de la red. En particular, las restricciones integradas a la salida fueron:

$$u_{\min} \leq u_t \leq u_{\max} \quad (4.32)$$

$$\delta u_{\min} \leq \delta u_t \leq \delta u_{\max} \quad (4.33)$$

Estas saturaciones no reemplazan las garantías formales del NMPC, pero permiten evitar acciones fuera de los límites físicos considerados durante el entrenamiento, manteniendo un costo computacional reducido.

4.6. Estrategia Final de Control

4.7. Estrategia de Control Final Implementada

La estrategia final propuesta en este trabajo combina la estimación de estados mediante el Filtro de Kalman Extendido (EKF) con una red neuronal entrenada para aproximar la ley de control del esquema NMPC, reemplazando así la resolución en línea del problema de optimización no lineal.

El modelo utilizado por el estimador corresponde a una versión aumentada del sistema AM2, en la cual se incorpora un estado adicional d_t que representa una perturbación constante, destinada a modelar el desajuste entre el modelo de predicción AM2 y la planta real, representada por el modelo ADM1. El modelo aumentado queda descrito por

$$x_{t+1} = f(x_t, u_t + d_t) + w_t, \quad (4.34)$$

$$d_{t+1} = d_t + s_t, \quad (4.35)$$

$$y_t = g(x_t, u_t) + v_t, \quad (4.36)$$

donde w_t , s_t y v_t corresponden, respectivamente, al ruido de proceso, al ruido asociado a la dinámica de la perturbación y al ruido de medición. Definiendo el vector de estado aumentado $\chi_t = \begin{bmatrix} x_t \\ d_t \end{bmatrix}$, el EKF permite obtener, en cada instante de muestreo, las estimaciones $\hat{x}_{t|t}$ y $\hat{d}_{t|t}$ a partir de las mediciones y_t y de la entrada aplicada u_{t-1} .

Una red neuronal profunda fue entrenada para aproximar directamente la acción de control aplicada a la planta, de forma que, en la etapa en línea, la red reemplaza al optimizador NMPC según

$$u_t = \pi_\theta \left(\hat{x}_{t|t}, \hat{d}_{t|t}, y_t^{\text{ref}} \right), \quad (4.37)$$

donde u_t corresponde a la acción de control absoluta calculada por la red, $\hat{x}_{t|t}$ es la estimación de los estados del proceso, $\hat{d}_{t|t}$ es la estimación de la perturbación asociada al desajuste entre los modelos AM2 y ADM1, y_t^{ref} es la señal de referencia y π_θ es la función implementada por la red neuronal que aproxima la política de control del esquema NMPC. De esta forma, la estimación de la perturbación, incorporada como una de las entradas de la red, permite preservar el efecto de la acción integral aprendida durante el entrenamiento, contribuyendo a reducir el error de seguimiento en régimen estacionario, incluso cuando el modelo de predicción no representa con exactitud la dinámica del proceso real.

Esta estructura conserva la información utilizada por el esquema EKF-NMPC de referencia [8], pero desplaza el costo computacional asociado a la resolución iterativa del problema de optimización no lineal hacia una etapa de entrenamiento fuera de línea. El resultado esperado es un controlador significativamente más rápido de evaluar en línea, con un desempeño óptimo y potencialmente más viable para su implementación en plataformas con recursos computacionales limitados.

RESULTADOS

Esta sección presenta los resultados obtenidos al implementar el esquema de control final propuesto en este trabajo, en el cual el controlador NMPC es reemplazado por la red neuronal entrenada, mientras que el Filtro de Kalman Extendido (EKF) se mantiene como estimador de estados, incluyendo la estimación del estado de perturbación adicional. El diagrama del esquema de control implementado se muestra en la Figura 5.1.

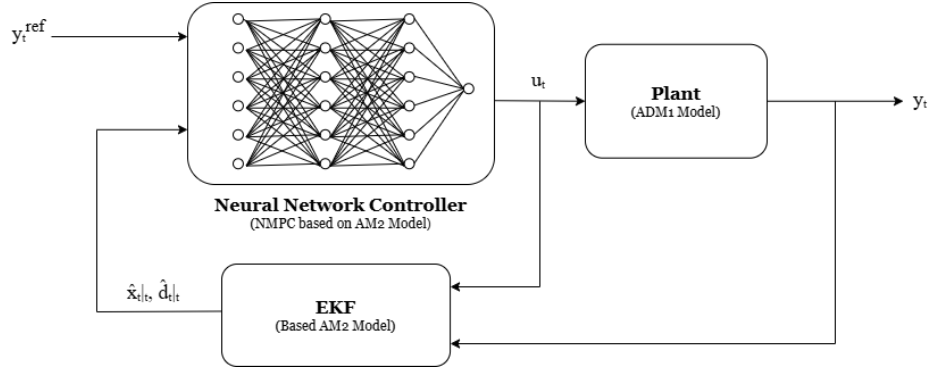


Figura 5.1: Esquema de control final implementado.

En este esquema, el EKF recibe la medición y_t y la señal de control aplicada u_t , entregando las estimaciones $\hat{x}_{t|t}$ y $\hat{d}_{t|t}$. Estas estimaciones, junto con la referencia deseada y_t^{ref} , son utilizadas por la red neuronal para calcular directamente la acción de control u_t que se aplica a la planta ADM1, siguiendo el principio de horizonte deslizante propio del esquema NMPC original que la red aproxima.

5.1. Simulación

Para evaluar el desempeño del esquema de control basado en la red neuronal, se replicó el mismo escenario de simulación empleado para la validación del esquema NMPC-EKF de referencia: una simulación de 20 días sobre la planta ADM1, con un tiempo de muestreo de 0.1 días y cuatro puntos de referencia distintos, cambiando cada cinco días. También para evaluar la robustez del sistema ante perturbaciones se utilizó ruido blanco con media 0 y una desviación estándar de 0,1, con el fin de simular incertidumbres que pueden ocurrir en los sistemas reales.

La Figura 5.2 muestra la señal de salida del sistema obtenida bajo este esquema. Se observa que el controlador basado en la red neuronal logra estabilizar el proceso en torno a cada una de las referencias establecidas, replicando el comportamiento de seguimiento obtenido previamente con el esquema NMPC-EKF completo.

Por su parte, la Figura 5.4 presenta la señal de actuación aplicada al sistema, junto con la estimación del estado de perturbación $\hat{d}_t$ entregada por el EKF. Se observa que, al igual que en el esquema NMPC-EKF, la perturbación estimada varía en función del punto de operación, compensando el desajuste que habría entre el modelo de predicción AM2 y la planta ADM1. Dado que la red fue entrenada utilizando $\hat{d}_{t|t}$ como una de sus entradas, esta información le permite ajustar la señal de control de forma consistente con la acción integral aprendida durante el entrenamiento, contribuyendo a reducir el error de seguimiento en régimen estacionario.

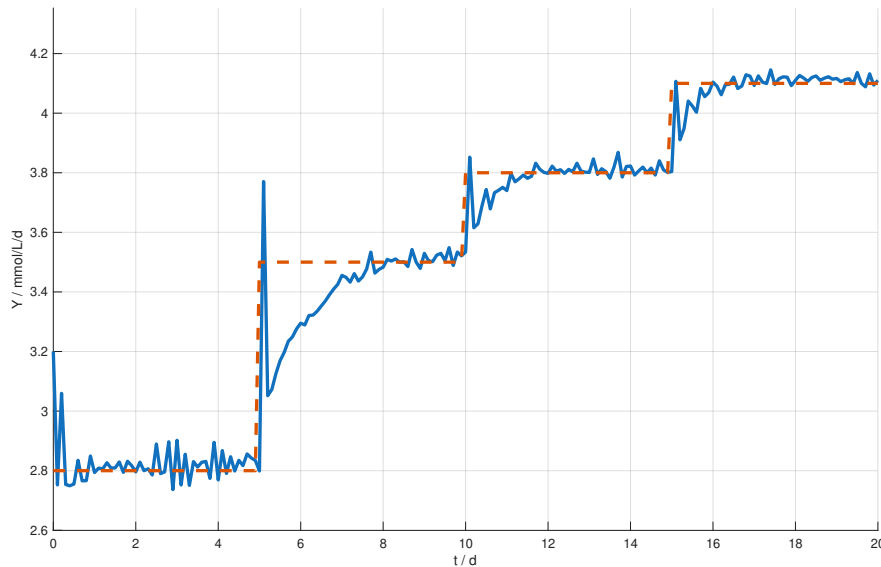


Figura 5.2: Señal de salida obtenida por el esquema NN-EKF.

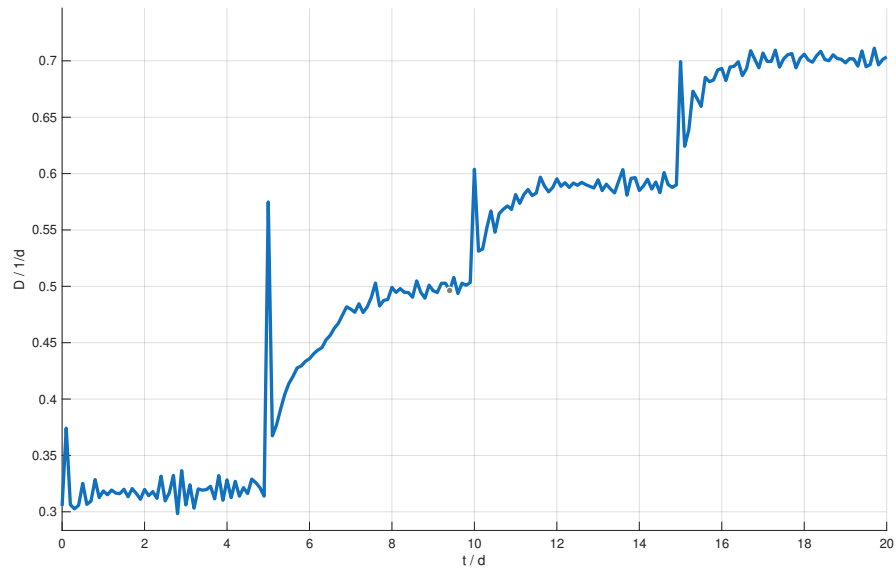


Figura 5.3: Señal de actuación obtenida por el esquema NN-EKF.

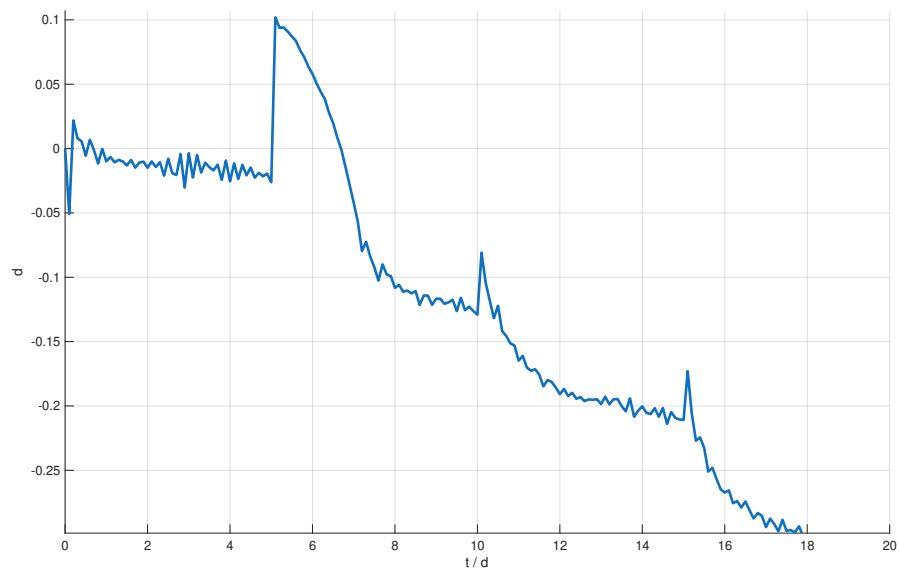


Figura 5.4: Estimación de perturbación obtenida por el esquema NN-EKF.

5.2. Análisis Comparativo

Con el fin de evaluar cuantitativamente el desempeño del controlador basado en redes neuronales respecto del esquema NMPC-EKF original, se compararon ambas estrategias bajo el mismo escenario de simulación. Las figuras 5.5 y 5.6 se presenta la comparación de las señales de salida y de actuación obtenidas por ambos esquemas de control. En dichas figuras es posible observar que ambas señales de salida siguen una trayectoria muy similar a lo largo de toda la simulación, con la única diferencia que el controlador neuronal pareciera tener un comportamiento con menos variabilidad respecto a la referencia que el controlador NMPC. A pesar de esta ligera diferencia, se evidencia a partir de la imagen que la red neuronal logra aproximar adecuadamente la política de control del esquema NMPC dentro del dominio de operación considerado. De manera análoga, las señales de actuación de ambos esquemas presentan un comportamiento comparable, aunque con pequeñas diferencias atribuibles al error de aproximación introducido por la red.

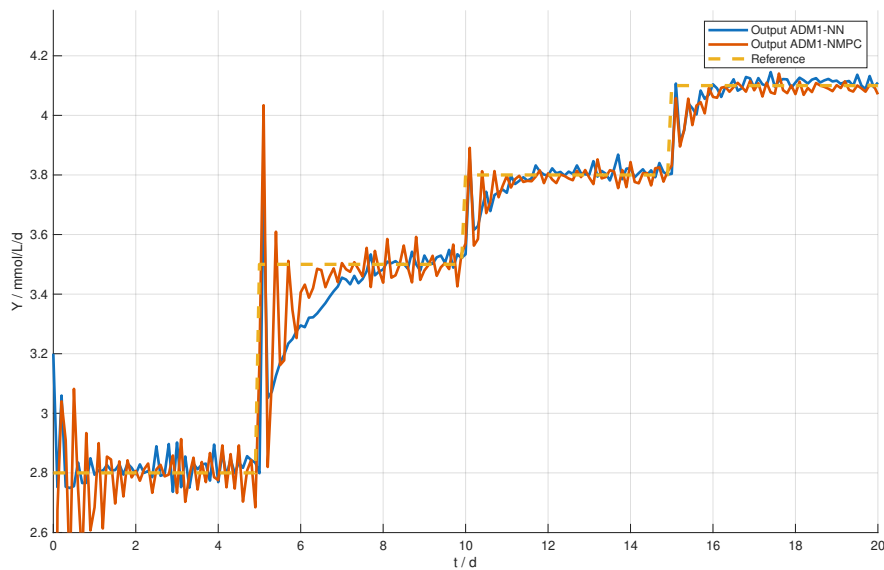


Figura 5.5: Comparación salidas NN-EKF y NMPC-EKF..

Para complementar este análisis visual, se calcularon las métricas de RMSE, MAPE y error máximo para ambos esquemas de control, cuyos resultados se presentan en la Tabla 5.1. Adicionalmente, la Tabla 5.2 muestra el error relativo obtenido por cada estrategia en cada uno de los cuatro segmentos de referencia considerados.

La Tabla 5.1 muestra que el controlador basado en redes neuronales alcanza un desempeño global comparable al del esquema NMPC. En particular, presenta una reducción del RMSE y del MAPE, lo que indica una mejor precisión promedio en el seguimiento de la referencia. No obstante, el NMPC obtiene un error máximo ligeramente inferior, evidenciando un comportamiento más conservador frente a desviaciones puntuales.

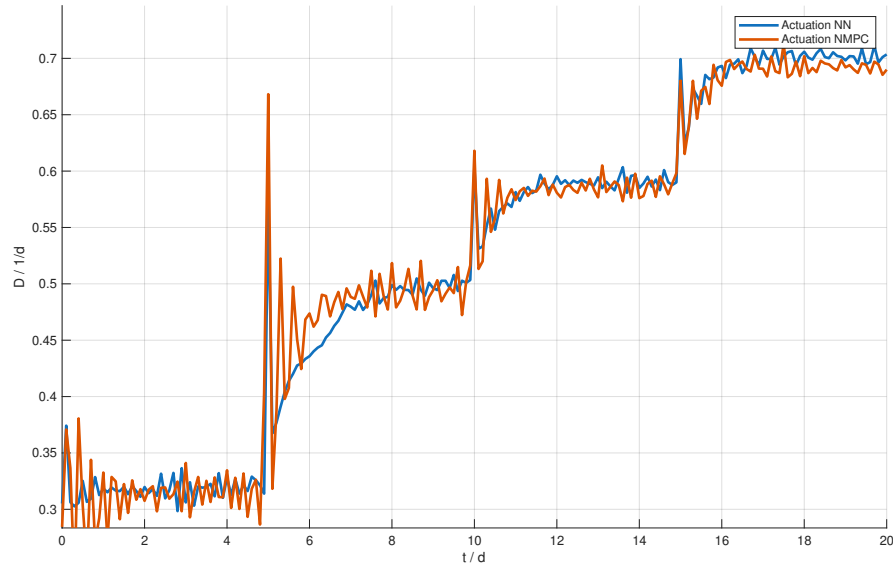


Figura 5.6: Comparación actuaciones NN-EKF y NMPC-EKF.

Tabla 5.1: Comparación de métricas de desempeño entre el controlador NMPC y el controlador basado en redes neuronales.

Métrica	NMPC	Red Neuronal
RMSE	0.113957	0.110155
MAPE (%)	1.918	1.663
Error máximo	0.680100	0.701100

Tabla 5.2: Comparación del error relativo obtenido por cada estrategia de control en los distintos segmentos de la referencia.

Segmento	NMPC (%)	Red Neuronal (%)
1	9.326	20.031
2	6.045	7.005
3	6.544	7.224
4	0.717	0.246

Por otra parte, la Tabla 5.2 muestra que el NMPC presenta un menor error relativo en el seguimiento de los tres primeros segmentos de la referencia. Esto es consistente con lo observado en la Figura 5.5, donde las mayores diferencias entre ambos esquemas se concentran en los primeros tramos, puntualmente en cada cambio de referencia, periodo durante el cual el estimador EKF también se encuentra ajustando sus estimaciones a las nuevas condiciones de operación. Sin embargo, en el cuarto segmento la estrategia basada en redes neuronales obtiene un error considerablemente menor (0.246 % frente a 0.717 %), lo que evidencia una adecuada capacidad de seguimiento en régimen permanente.

Finalmente, con el propósito de evaluar el principal beneficio esperado de esta sustitución, se midió el tiempo de cómputo requerido por cada esquema para calcular la acción de control en cada instante de muestreo. La Tabla 5.3 presenta el tiempo promedio de cómputo obtenido para ambas estrategias.

Tabla 5.3: Comparación del tiempo promedio de cómputo entre el controlador NMPC y el controlador basado en redes neuronales.

Esquema	Tiempo Promedio de Cómputo [s]
NMPC	0.0648
Red Neuronal	0.0013

Los resultados muestran que el tiempo promedio de cómputo requerido por el esquema NMPC para resolver el problema de optimización en cada iteración fue de 0.0648 segundos, mientras que la red neuronal calculó la acción de control en tan solo 0.0013 segundos en promedio, lo que representa una reducción de aproximadamente 50 veces en el tiempo de cómputo por iteración. Esta diferencia confirma el principal beneficio esperado de reemplazar el optimizador NMPC por un aproximador entrenado fuera de línea, ya que la red neuronal evalúa únicamente un conjunto fijo de operaciones algebraicas, en contraste con la resolución iterativa de un problema de optimización no lineal con restricciones que requiere el NMPC en cada paso de muestreo.

En conjunto, estos resultados indican que la red neuronal logra aproximar satisfactoriamente la política de control del NMPC, manteniendo un desempeño comparable en términos de seguimiento de referencia y reduciendo drásticamente el costo computacional asociado al cálculo de la acción de control, lo cual valida la hipótesis planteada al inicio de este trabajo respecto a la viabilidad de sustituir el optimizador NMPC por un controlador neuronal entrenado fuera de línea.

CONCLUSIONES

A lo largo de este trabajo se demostró la factibilidad y el potencial de reemplazar el optimizador de un esquema de Control Predictivo No Lineal (NMPC) por una red neuronal entrenada fuera de línea, manteniendo el Filtro de Kalman Extendido (EKF) como estimador de estados para la gestión eficiente del proceso de digestión anaeróbica modelado mediante el modelo ADM1.

Durante el desarrollo de este trabajo, se validaron los siguientes puntos:

- Se validó un esquema de control avanzado NMPC+ EKF con acción integral a partir de un estado de perturbación adicional d_t con el fin de usar dicho esquema como generador de datos y aproximar su política de control a partir de una red neuronal.
- Se generó un conjunto de datos representativo de las distintas condiciones de operación de la planta, a partir de 100 simulaciones en lazo cerrado del esquema NMPC-EKF y 200 muestras de datos obtenidas en lazo abierto, las cuales fueron utilizadas para entrenar distintas arquitecturas de redes neuronales profundas de tipo *feedforward*.
- Se evaluaron 4 arquitecturas de red neuronal con un número total de 96 neuronas y distinta profundidad, en donde se concluyó que la red más profunda fue la que mejor desempeño obtuvo en términos de error absoluto medio, tanto en la etapa de entrenamiento como en la de validación.
- Se reemplazó el bloque NMPC del esquema de control original por la red neuronal entrenada, validando que esta es capaz de aproximar adecuadamente la política de control del esquema NMPC-EKF de referencia, manteniendo un desempeño comparable en términos de seguimiento de referencia: el esquema basado en la red neuronal obtuvo un RMSE de 0.110155 y un MAPE de 1.663 %, frente a un RMSE de 0.113957 y un

MAPE de 1.918 % obtenidos por el esquema NMPC.

- Se comprobó que el principal beneficio esperado de esta sustitución, de carácter computacional, se cumple satisfactoriamente: el tiempo promedio de cómputo por iteración se redujo de 0.0648 segundos, requeridos por el NMPC para resolver el problema de optimización, a 0.0013 segundos mediante la evaluación directa de la red neuronal, lo que representa una reducción de aproximadamente 50 veces en el tiempo de cálculo de la acción de control.

En conjunto, estos resultados validan la hipótesis planteada al inicio de este trabajo: es posible aproximar adecuadamente la ley de control de un esquema NMPC mediante una red neuronal entrenada a partir de datos generados por dicho controlador, preservando un desempeño comparable en términos de seguimiento de referencia y estabilidad del proceso, mientras se reduce drásticamente la carga computacional asociada a la optimización en línea. Esto favorece significativamente la factibilidad de implementación de estrategias de control avanzado en aplicaciones de tiempo real y en plataformas embebidas con recursos computacionales limitados.

Trabajos futuros podrían explorar la posibilidad de probar otros enfoques de redes neuronales para imitar la política de control, tales como aprendizaje reforzado, o alternativamente aproximar estrategias de control más avanzadas a partir de redes neuronales con el fin de mejorar la adaptabilidad y eficiencia de estrategias de control en entornos dinámicos.

En general, este trabajo sienta las bases para futuros avances en el campo de control basado en redes neuronales, particularmente en sistemas de energía renovable como la digestión anaeróbica.

6.1. Trabajo Futuro

Tras la implementación del esquema de control propuesto y la validación de su correcto funcionamiento, se identifican las siguientes líneas de trabajo futuro:

- **Incorporación de restricciones explícitas en el entrenamiento de la red:** Dado que la red neuronal no resuelve un problema de optimización con restricciones explícitas en cada instante, se propone explorar metodologías de entrenamiento que incorporen dichas restricciones de manera más robusta que la simple saturación de la señal de salida, con el fin de garantizar un comportamiento seguro ante condiciones de operación no consideradas durante el entrenamiento.

- **Evaluación de la red neuronal ante mayor variabilidad operacional:** Se sugiere ampliar el conjunto de datos de entrenamiento incorporando una mayor diversidad de escenarios, incluyendo perturbaciones en la alimentación y variaciones más amplias en las condiciones iniciales, con el objetivo de evaluar y mejorar la capacidad de generalización del controlador neuronal fuera del dominio de operación considerado en este trabajo.
- **Diversificación de los tipos de residuos del proceso de digestión anaeróbica:** Al igual que en el trabajo de referencia, las simulaciones de este trabajo se realizaron considerando el proceso configurado para residuos de origen vitivinícola. Se sugiere extender la estrategia de control propuesta a otros tipos de residuos orgánicos, ampliando así su aplicabilidad.
- **Explorar arquitecturas neuronales más avanzadas:** Se propone explorar otras arquitecturas tales como redes recurrentes, redes con memoria de corto y largo plazo (LSTM) o modelos híbridos que sean capaces de incorporar las dinámicas del proceso con el fin de simplificar y mejorar el desempeño del esquema de control.
- **Validación experimental en una planta real:** Finalmente, se propone evaluar el esquema de control desarrollado en una planta de digestión anaeróbica real, implementando la red neuronal diseñada en un sistema embebido con recursos computacionales limitados. Esto con el fin de validar su desempeño y robustez fuera del entorno de simulación, considerando las limitaciones computacionales propias de una implementación embebida.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] I. Angelidaki, L. Treu, P. Tsapekos, G. Luo, S. Campanaro, H. Wenzel, and P. G. Kougias, “Biogas upgrading and utilization: Current status and perspectives,” *Biotechnology Advances*, vol. 36, no. 2, pp. 452–466, 2018.
- [2] Y. Chen, J. J. Cheng, and K. S. Creamer, “Inhibition of anaerobic digestion process: A review,” *Bioresource Technology*, vol. 99, no. 10, pp. 4044–4064, 2008.
- [3] S. Garcia-Gen, J. M. Lema, and J. Rodriguez, “Generalised modelling approach for anaerobic co-digestion of fermentable substrates,” *Bioresource Technology*, vol. 147, pp. 525–533, 2013.
- [4] L. Wang, *Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB*. Springer Science & Business Media, 2009.
- [5] M. Azua-Poblete, A. L. Cedeno, S. Garcia-Gen, and J. C. Aguero, “On state estimation methods for an anaerobic digestion model for readily biodegradable substrates,” in *2023 IEEE CHILEAN Conference on Electrical, Electronics Engineering, Information and Communication Technologies (CHILECON)*. IEEE, 2023, pp. 1–6.
- [6] B. Karg and S. Lucia, “Efficient representation and approximation of model predictive control laws via deep learning,” *IEEE Transactions on Cybernetics*, vol. 51, no. 7, pp. 3866–3878, 2021.
- [7] L. Condrachi and M. Barbu, “Anaerobic digestion processes controller tuning using fictitious reference iterative method,” *IFAC-PapersOnLine*, vol. 55, no. 7, pp. 453–458, 2022.
- [8] M. A. Azua Poblete, “State Estimation and Model Predictive Control of the Anaerobic Digestion Process for the Optimization of Biogas Production,” Master’s thesis, Universidad Tecnica Federico Santa Maria, 2025.
- [9] L. Xue, D. Li, and Y. Xi, “Nonlinear model predictive control of anaerobic digestion process based on reduced ADM1,” in *2015 10th Asian Control Conference (ASCC)*, 2015, pp. 1–6.

- [10] S. Garcia-Gen, L. O. Santos, and A. Vande Wouwer, “Application of a nonlinear model predictive controller to the anaerobic digestion of readily biodegradable wastes,” *IFAC-PapersOnLine*, vol. 55, no. 7, pp. 909–914, 2022.
- [11] H. Xie, L. Dai, Y. Lu, and Y. Xia, “Disturbance rejection MPC framework for input-affine nonlinear systems,” *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 67, no. 12, pp. 6595–6610, 2022.
- [12] M. Islam, G. Chen, and S. Jin, “An Overview of Neural Network,” *American Journal of Neural Networks and Applications*, vol. 5, no. 1, pp. 7–11, 2019.
- [13] B. Karg and S. Lucia, “Deep learning-based embedded mixed-integer model predictive control,” in *2018 European Control Conference (ECC)*, 2018, pp. 2075–2080.
- [14] R. E. Kalman, “A new approach to linear filtering and prediction problems,” *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME*, vol. 82, no. 1, pp. 35–45, 1960.
- [15] J. B. Rawlings, D. Q. Mayne, and M. Diehl, *Model Predictive Control: Theory, Computation, and Design*. Madison: Nob Hill Publishing, 2017, vol. 2.
- [16] F. Borrelli, A. Bemporad, and M. Morari, *Predictive Control for Linear and Hybrid Systems*. Cambridge University Press, 2017.
- [17] T. A. Rajasingham, “Formulation of the optimization problem,” in *Nonlinear Model Predictive Control of Combustion Engines: From Fundamentals to Applications*. Springer, 2021, pp. 139–172.
- [18] I. Safran, G. Yehudai, and O. Shamir, “The effects of mild over-parameterization on the optimization landscape of shallow ReLU neural networks,” *arXiv preprint arXiv:2006.01005*, 2020.
- [19] I. A. Acosta, D. Figueroa, F. Abusleme, G. Carvajal, J. C. Agüero, and C. A. Silva, “Neural network-based approximation of continuous control set mpc for the primary control of ders in ac microgrids,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 17, no. 3, pp. 2033–2046, 2026.
- [20] J. Jimenez, E. Latrille, J. Harmand, A. Robles, J. Ferrer, D. Gaida, C. Wolf, F. Mairet, O. Bernard, V. Alcaraz-Gonzalez *et al.*, “Instrumentation and control of anaerobic digestion processes: A review and some research challenges,” *Reviews in Environmental Science and Bio/Technology*, vol. 14, pp. 615–648, 2015.
- [21] O. Bernard, Z. Hadj-Sadok, D. Dochain, A. Genovesi, and J. P. Steyer, “Dynamical model development and parameter identification for an anaerobic wastewater treatment process,” *Biotechnology and Bioengineering*, vol. 75, no. 4, pp. 424–438, 2001.

- [22] S. Attar and F. Haugen, “Comparison of different state estimator algorithms applied to a simulated anaerobic digestion reactor,” in *Linkoping Electronic Conference Proceedings*, 2018, pp. 118–125.
- [23] G. Sanchez, *Digestion Anaerobia (serie)*, ser. Folleto tecnico / UADY. Universidad Autonoma de Yucatan, 1996. [Online]. Available: <https://books.google.cl/books?id=1Sxpl-0KBgoC>
- [24] D. J. Batstone, J. Keller, I. Angelidaki, S. V. Kalyuzhnyi, S. G. Pavlostathis, A. Rozzi, W. Sanders, H. Siegrist, and V. A. Vavilin, “The IWA anaerobic digestion model no. 1 (ADM1),” *Water Science and Technology*, vol. 45, no. 10, pp. 65–73, 2002.