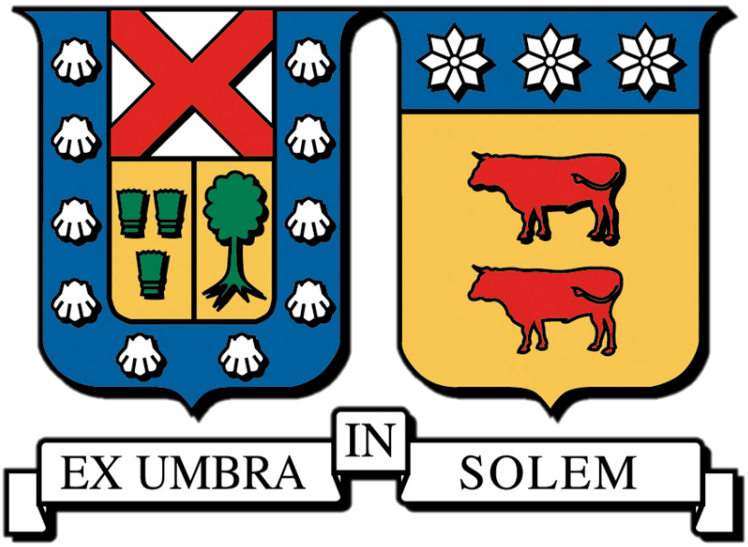
UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

DEPARTAMENTO DE METALURGIA Y DE MATERIALES



COMPORTAMIENTO REOLÓGICO DE SUSPENSIONES NO-NEWTONIANAS Y SUS APLICACIONES EN MINERIA

Claudia Soffia Muñoz Contreras

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERÍA CIVIL DE MINAS

Profesor Guía: Dr. Sergio Palma Moya
Profesor Co-Guía: Dr. Baptiste Darbois-Texier

Junio 2024

AGRADECIMIENTOS

- A mi mami, pilar de mi vida, por estar siempre presente en todo momento y aún más en los difíciles. Tu amor incondicional y palabras de aliento han sido mi mayor fuente de fuerza y motivación. Sin tu apoyo, nada de esto habría sido posible.
- A mi papá, Ricardo Muñoz. Aunque ya no estás en este mundo, sé que me acompañaste en cada etapa que he cruzado en la vida y se que lo seguirás haciendo en mis próximas etapas.
- A mis perritos, Samy y Scott, por su compañía durante las noches de estudio y trabajo.
- A Diego Castro por aparecer en uno de los momentos más complicados de mi carrera y siempre tener una palabra de aliento y un abrazo que me permitían seguir adelante.
- A Sergio Palma, por enseñarme que existe un mundo más allá de la minería y darme la oportunidad de trabajar contigo en tu laboratorio y Baptiste, por darme la oportunidad de trabajar y conocer su laboratorio, donde me maravillé con todo lo que se puede estudiar e imaginar nuevas investigaciones.
- A Nico y Macías, por soportar mis llantos y penas, darme ánimos en mis peores momentos y ayudarme, a veces sin entenderme.
- A mi profesor del colegio, Nelson Cofré, por inspirarme a creer que podía lograr cosas más allá de lo que mi cabeza podía imaginar y apoyarme en muchas decisiones.
- A Douglas (brasileño de cartón), por hacer de mi estadía en Francia una experiencia única.
- A mis amigos de TRM, por estar siempre en mis logros y celebrarlos conmigo.
- A Leslie, por tus palabras de apoyo, por cuidarme cuando más lo necesitaba en la universidad en situaciones complejas, y por los cafecitos con chismes.
- A mis amigas de toda la vida, por verme avanzar y crecer desde que estábamos en el colegio y por estar presentes en este largo proceso.
- A Javier D., por escuchar mis llantos y ayudarme a resolver mis problemas de "1er mundo".
- A Simón, por recordarme siempre que “yo soy p** pa’ esta we*”.
- A Ignacio M., por mostrarme que todo tiene solución y ayudarme con mis dramas.
- A Giaris por la paciencia y el horror de leer como escribo.
- A Felipe Arias por ser una parte fundamental e incondicional en mi vida desde que lo conocí.
- A Luis A., por su preocupación y cariño constante, y apoyo incondicional.

RESUMEN

La presente memoria, titulada Çomportamiento Reológico de Suspensiones No-Newtonianas y sus Aplicaciones en Minería,"tiene como objetivo investigar el comportamiento reológico de suspensiones no-newtonianas, específicamente relaves de cobre, y sus aplicaciones en la industria minera. La minería en Chile, siendo un pilar económico y globalmente reconocida, enfrenta desafíos significativos en el manejo y transporte de grandes volúmenes de fluidos complejos como pulpas y relaves. Estos fluidos, producto del procesamiento del mineral, deben ser manejados de manera eficiente para minimizar los impactos ambientales y optimizar los procesos industriales.

En este estudio, se realizaron experimentos a escala de laboratorio utilizando un reómetro DSR 500 para medir las propiedades reológicas de suspensiones de relaves con diversas concentraciones de sólidos y tamaños de partículas. Las metodologías aplicadas incluyeron tamizado y caracterización granulométrica, asegurando la precisión en la preparación de las muestras. Los resultados mostraron cómo la variación en la concentración de sólidos y el tamaño de partículas influyen en la viscosidad y el esfuerzo de fluencia de las suspensiones. Estos datos fueron cruciales para desarrollar modelos reológicos que describen el comportamiento de los relaves bajo diferentes condiciones de flujo.

El análisis reveló que una adecuada caracterización reológica puede mejorar significativamente la eficiencia en el transporte de relaves, optimizando el uso de energía y reduciendo la necesidad de infraestructuras adicionales. Además, la investigación subrayó la importancia de implementar medidas preventivas y de mitigación para reducir los riesgos ambientales asociados con el manejo de relaves. Mediante una gestión más eficiente y sostenible de estos materiales, es posible no solo mejorar la operación minera, sino también contribuir a la preservación del medio ambiente y la seguridad de las comunidades cercanas.

En base a los hallazgos, se presentan varias recomendaciones prácticas para la industria minera. Entre ellas se incluye el diseño y la implementación de sistemas de transporte que consideren la reología específica de los relaves para optimizar el consumo energético y reducir el desgaste de infraestructuras. También se recomienda la adopción de tecnologías avanzadas de monitoreo y control para detectar y mitigar problemas potenciales antes de que se conviertan en incidentes graves. Estas recomendaciones tienen implicancias significativas, ya que promueven una operación más eficiente y segura, reduciendo costos y minimizando el impacto ambiental.

En conclusión, este estudio proporciona conocimientos fundamentales y prácticos para el diseño de sistemas de transporte de relaves más eficientes y sostenibles. Los hallazgos tienen implicaciones directas en la optimización de los procesos mineros, promoviendo prácticas más responsables y seguras en la industria.

ABSTRACT

The following thesis, titled Çomportamiento Reológico de Suspensiones No-Newtonianas y sus Aplicaciones en Minería"(Rheological Behavior or Non-Newtonian Suspensions and its Applications in Mining), has the objective of investigating the rheological behavior of non-Newtonian suspensions, especially copper tailings, and its applications in the mining industry. Mining in Chile, being an economic mainstay and globally acknowledged, faces significant challenges in the managing and transportation of big volumes of complex fluids such as pulps and tailings. These fluids, as a product of the prosecution of the minerals, must be managed in an efficient way to minimize the environmental impacts and optimize the industrial processes.

In this study, laboratory-scale experiments were conducted, using a DSR 500 rheometer to measure the rheologic properties of the tailing suspensions with different solid concentrations and particle sizes. The methodologies applied included sieving and granulometric characterization, guaranteeing precision in the preparation of the samples. The results show how the variation in solid concentrations and particle sizes influence the viscosity and yield stress of the suspensions. This data is crucial to develop rheologic models that describe the behavior of the tailings under different flow conditions.

The analysis revealed that an adequate rheological characterization can significantly improve the efficiency of the transportation of tailings, optimizing energy usage and minimizing the necessity of additional infrastructures. Furthermore, the investigation highlighted the importance of implementing preventive and mitigation measures to reduce the environmental risks associated with the managing of tailings. Through an efficient and sustainable conduct of these materials, it is possible not only to improve the mining operation, but to contribute to environmental preservation and nearby-community safety.

Taking these findings into consideration, different practical recommendations for the mining industry arise. Among them, surfaces the design and implementation of transportation systems that consider specific rheology to optimize energetic consumption and minimize infrastructure weathering. Adopting more advanced monitoring and control technologies to detect and mitigate potential problems before they turn into more serious issues is also recommended. These recommendations have significant implications, as they promote a more efficient and secure operation, reducing economic and environmental impact.

In conclusion, this study provides fundamental and practical knowledge to design more efficient and sustainable tailing transporting systems. The findings have direct implications in the optimization of mining processes, promoting more responsible and secure practices within the industry.

NOMENCLATURA

a	zona que restringe donde la velocidad es máxima
C_p	Concentración de sólidos en peso (%)
C_v	Concentración de sólidos en volumen (%)
d	Diámetro de partícula (m)
δ	ángulo de la canaleta (°)
g	Aceleración de gravedad $\left(\mathrm{m/s^2}\right)$
H_0	Altura inicial de la columna de fluido (m)
k	Índice de consistencia $\left(\mathrm{Pas^n}\right)$
M	Masa fluida $\left(\mathrm{kg}\right)$
n	Índice de comportamiento de la ley de potencia (-)
p	Presión estática $\left(\mathrm{Pa}\right)$
P	Presión de confinamiento $\left(\mathrm{Pa}\right)$
Re	Número de Reynolds (-)
t	Tiempo (s)
u	Componente x cartesiana de la velocidad $\left(\mathrm{m/s}\right)$
v	Componente y cartesiana de la velocidad $\left(\mathrm{m/s}\right)$
$\mathbf{v}$	Campo de velocidad $\left(\mathrm{m/s}\right)$
V	Magnitud de velocidad media (m/s)
w	Componente z cartesiana de la velocidad $\left(\mathrm{m/s}\right)$
W	Ancho del canal de flujo (m)
∇	Operador gradiente
∇^2	Operador laplaciano
$\partial/\partial t$	Derivada parcial respecto al tiempo
$\dot{\gamma}$	Gradiente de deformación o tasa de corte $\left(\mathrm{s^{-1}}\right)$
θ	Pendiente o inclinación de superficie de flujo $\left(^\circ\right)$
μ	Viscosidad dinámica (Pas)
μ_0	Viscosidad plástica de fluidos no newtonianos (Pas)
ν	Viscosidad cinemática $\left(\mathrm{m^2/s}\right)$
ρ	Densidad del fluido $\left(\mathrm{kg/m^3}\right)$
τ	Esfuerzo cortante $\left(\mathrm{Pa}\right)$
τ_0	Esfuerzo de fluencia $\left(\mathrm{Pa}\right)$
ϕ	Fracción de volumen de partículas (-)
ρ_s	densidad del sólido $\left(\mathrm{kg/m^3}\right)$
M	Masa del sólido$\left(\mathrm{kg}\right)$
V	volumen del sólido $\left(\mathrm{m^3}\right)$

Índice

1. INTRODUCCIÓN **8**
1.1. Objetivos 9
1.2. Alcances 9

2. ESTADO DEL ARTE **10**

3. MARCO TEÓRICO **12**
3.1. Fluidos 12
3.2. Flujos compresibles e incompresibles 14
3.3. Reología 15
3.4. Reología de suspensiones 16
3.5. Pulpas y relaves 20
3.6. Transporte 23
3.7. Transporte 23

4. CARACTERIZACIÓN REOLÓGICA DE RELAVE **25**
4.1. Metodología Experimental 25

5. ESTUDIO EXPERIMENTAL EN CANALETAS **30**
5.1. Metodología Experimental 30

6. RESULTADOS Y ANÁLISIS **34**
6.1. Caracterización reológica de relave 34
6.2. Estudio experimental en canaletas 48

7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES **54**

8. ANEXO **59**

Índice de figuras

3.1. Descripción visual de flujo en régimen laminar y turbulento 13
3.2. Viscosímetros comerciales de tensión controlada (Searle, 1912 y Stormer, 1909). . 16
3.3. Clasificación de fluidos, elaboración propia. 18
4.1. Reómetro DSR 500. 26
5.1. Esquema de maqueta utilizada 31
6.1. Curvas reológicas promedio de partículas monotamaño de 75μm 34
6.2. τ_0 para cada Cp con ajuste modelo cuadrático, partículas monotamaño de 75μm. . 35
6.3. μ_{ef} para cada Cp con ajuste a exponencial, partículas monotamaño de 75μm. . . . 36
6.4. Curvas reológicas promedio de partículas finas 37
6.5. Curvas reológicas promedio de partículas medias 38
6.6. Curvas reológicas promedio de partículas gruesas 39
6.7. τ_0 para cada Cp con ajuste a modelo cuadrático para tres tamaños de partículas . . 39
6.8. μ_{ef} para cada Cp con ajuste a modelo exponencial para tres tamaños de partículas . 41
6.9. Curvas reológicas promedio de partículas configuración 1 43
6.10. Curvas reológicas promedio de partículas configuración 2 44
6.11. Curvas reológicas promedio de partículas configuración 3 45
6.12. τ_0 para cada Cp con ajuste a modelo cuadrático para las tres configuraciones 46
6.13. μ_{ef} para cada Cp con ajuste a modelo exponencial para las tres configuraciones . . 47
6.14. Altura promedio experimento 1. 49
6.15. Altura promedio experimento 2. 49
6.16. Altura promedio experimento 3. 49
6.17. Altura promedio experimento 4. 50
6.18. Altura promedio experimento 5. 50
6.19. Altura promedio experimento 6. 50
6.20. Perfil de velocidad del fluido con ajuste de Ley de Poiseuille 52
8.1. Esquema lateral del fluido. 59
8.2. Perfil de velocidad superficial (Couturier 2011). 59
8.3. Deflexión de superficie (Couturier 2011). 59
8.4. τ_0 para cada Cp con ajuste cuadrático para partículas finas 59
8.5. μ_{ef} para cada Cp con ajuste a exponencial para partículas finas 59
8.6. τ_0 para cada Cp con ajuste cuadrático para partículas medias 60
8.7. μ_{ef} para cada Cp con ajuste exponencial para partículas medias 60
8.8. τ_0 para cada Cp con ajuste cuadrático para partículas gruesas 61
8.9. μ_{ef} para cada Cp con ajuste exponencial para partículas gruesas 61
8.10. Curva granulométrica Configuración 1 61

8.11. Curva granulométrica Configuración 2 62
8.12. Curva granulométrica Configuración 3 62

Índice de tablas

4.1. Descripción de las mallas. 25
4.2. Datos granulométricos relave base. 26
4.3. Matriz experimental de relave monotamaño 75μm. 27
4.4. Matriz experimental de relave con clasificación de diámetro de partículas. 28
4.5. Matriz experimental de relave de configuraciones granulometricas. 29
5.1. Matriz experimental de agua/maicena. 32
6.1. Valores promedio τ_0 y μ_{ef} partículas monotamaño de 75μm 35
6.2. Granulometría del relave de partículas finas. 36
6.3. Granulometría del relave de partículas medias. 37
6.4. Granulometría del relave de partículas gruesas. 38
6.5. Granulometría relave configuración 1 43
6.6. Granulometría relave configuración 2 44
6.7. Granulometría relave configuración 3 45
6.8. Resultados del perfil de velocidad del fluido y coeficiente de correlación 52

1. INTRODUCCIÓN

Chile es reconocido por su abundancia en recursos naturales, especialmente cuando de minería se trata, lo que ha convertido esta actividad en la más productiva e importante del país. Además, la minería cuprífera de Chile se considera líder a nivel mundial. Esta actividad económica se ha convertido en un sector clave, generando una importante fuente de empleo e ingresos (Consejo Minero, 2022).

La industria minera en Chile es la principal actividad económica. Cada día, se manejan grandes volúmenes de complejos fluidos como pulpas, relaves y lodos. Este proceso conlleva la producción masiva de desechos húmedos conocidos como relaves, generados durante el tratamiento del mineral mediante concentración húmeda en flotación (Sernageomin, 2022).

Dadas las características geográficas en donde se desarrolla la actividad minera en Chile, el uso de sistemas gravitacionales para el transporte hidráulico de sólidos ha tenido un importante impacto. La minería en Chile se desarrolla en zonas con fuerte gradiente geográfico (Andes Perú, 2023).

Los sistemas de transporte se clasifican en sistemas de presión (tuberías) y de superficie (canaletas) (Minería y Dragado, 2023). La decisión del tipo de sistema a utilizar está sujeta a la combinación de factores, como las características del fluido, magnitud del flujo, longitud del sistema de transporte, gradiente gravitacional, características topográficas y condiciones ambientales, etc. (ISE Latam, 2023). El uso de canaletas en el transporte de sólidos en minería es una práctica que se ha masificado desde la segunda mitad del siglo XX (Bustamante et al., 2021).

El manejo adecuado de las propiedades del transporte de relaves contribuye a la disminución de impactos ambientales. Mediante la caracterización reológica, es posible identificar características que pueden aumentar los riesgos asociados de esta actividad. Comprender estas propiedades permitiría implementar medidas de prevención y mitigación más efectivas, reduciendo desastres ambientales y consecuencias en ecosistemas y comunidades cercanas (Araya & Smith, 2020).

Una mejora en el control de las propiedades reológicas de los relaves tiene beneficios en términos de eficiencia en los procesos de transporte de materiales en la minería. Al caracterizar las propiedades de relaves, tales como la viscosidad, la densidad, y otros parámetros relevantes, se pueden diseñar sistemas de bombeo y transporte más eficientes. Esto se traduce en un ahorro energético al reducir la potencia requerida para mover los materiales y optimizar el funcionamiento de bombas y equipos asociados. Una gestión más eficiente de relaves disminuiría la necesidad de construir infraestructuras adicionales, generando ahorros económicos y una reducción del impacto ambiental.

En esta memoria se caracterizarán relaves mediante experimentos a escala de laboratorio donde tamaños de partículas y su concentración serán manejados. Se experimentará la variación de concentración de sólidos con el fin de generar curvas que reflejen el comportamiento de fluidos y así tener una mejor proyección de las conductas de estos.

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo General

Investigar la reología de fluidos no-newtonianos en canaletas a escala de laboratorio, simulando relaves de cobre, con el fin de comprender su comportamiento y propiedades reológicas en condiciones similares a las de la industria minera.

1.1.2. Objetivos Específicos

- Diseñar y llevar a cabo experimentos para evaluar la influencia de la concentración de sólidos en la elevación del fluido en suspensiones no-newtonianas.
- Caracterizar reológicamente las suspensiones de relaves de cobre, investigando cómo la variación en la concentración de sólidos y el tamaño de partícula afecta su comportamiento.
- Identificar y cuantificar la elevación del fluido en suspensiones no-newtonianas, validando los resultados obtenidos mediante la comparación con modelos previos y estudios similares.

1.2. Alcances

La investigación se enmarca dentro de ciertos límites y capacidades dado por los recursos, infraestructura y herramientas metodológicas aplicadas. Los alcances de este estudio son:

- Infraestructura y Equipamiento Disponibles:
    - Laboratorios y equipos de medición: el estudio se realizó en el laboratorio de la universidad con equipos de medición disponibles. Los equipos permitieron caracterizar las propiedades físicas y reológicas de relaves.
    - Herramientas computacionales: se usaron de softwares permitiendo modelar el comportamiento de relaves bajo diferentes condiciones
- Metodología y Técnicas de Investigación:
    - Métodos Experimentales: Los métodos experimentales, como la caracterización granulométrica y las pruebas reológicas, han sido seleccionados en función de los recursos y el tiempo disponible.

A pesar de esto, el estudio proporciona una comprensión del comportamiento reológico de relaves de cobre. Los hallazgos son relevantes y aplicables a la industria minera. Sin embargo, se reconoce la necesidad de ampliar estos estudios para obtener resultados más detallados y aplicables a una gama más amplia de condiciones y tipos de relaves.

2. ESTADO DEL ARTE

La gestión eficaz de los relaves mineros representa un un gran desafío para la industria debido a su impacto ambiental significativo y la necesidad crítica de almacenamiento seguro. La comprensión de la dinámica de fluidos de relaves se ha convertido en un topico de investigación fundamental, entregando conocimientos relevantes para el diseño de sistemas de transporte y almacenamiento. Este apartado revisa desarrollos en este campo de estudio, además de las contribuciones teóricas y experimentales.

Klein y Pawlik (2005) realizaron un estudio sobre los modificadores reológicos para suspensiones minerales, analizando cómo los aditivos químicos (orgánicos e inorgánicos), modifican el estado de agregación o dispersión de las partículas. Estos modificadores influyen en propiedades como la viscosidad aparente y el esfuerzo de fluencia, afectando directamente el diseño y operación de sistemas de transporte y procesamiento de minerales.

Wang y Forssberg (2006) investigaron la reología de las lechadas de piedra caliza, evaluando cómo la concentración de sólidos, el peso molecular del dispersante, el tamaño y la distribución de partículas, y la temperatura influyen en sus propiedades reológicas. Descubrieron que aumentar la concentración de sólidos modifica el comportamiento de dilatante débil a pseudoplástico, por otro lado el uso de dispersantes reduce la viscosidad aparente. Este estudio complementa y extiende el trabajo de Klein y Pawlik.

Sofra et al. (2001) investigaron la estabilidad y el comportamiento de sedimentación de relaves espesados, mostrando la importancia de la caracterización reológica en el diseño de sistemas de disposición de relaves. Sus hallazgos indican que el aumento de la concentración de sólidos y el uso de aditivos espesantes pueden mejorar en gran manera la estabilidad de los relaves y reducir riesgos ambientales asociados. Esta investigación complementa los estudios de Klein y Pawlik (2005) y He et al. (2006).

Darbois Texier, Lhuissier y Forterre (2020) investigaron la inestabilidad de ondas superficiales en suspensiones espesas, demostrando cómo la falta de inercia en estas suspensiones puede inducir inestabilidades. Su trabajo utilizó experimentos bajo condiciones controladas para identificar los patrones de comportamiento de las suspensiones bajo diversas condiciones de flujo.

Un avance significativo en la investigación de la reología de relaves fue realizado por Zhang, Wang y Wu (2023). Investigaron la influencia de la concentración de masa y la distribución del tamaño de partículas en las propiedades reológicas y el asentamiento de lechadas de relleno. Al analizar mezclas de relaves de desbordamiento y relaves, encontraron que el asentamiento de la lechada disminuye cuadráticamente a medida que aumenta la concentración de masa y que se reduce con una disminución en el tamaño de las partículas. Además, observaron que el esfuerzo de fluencia de

la lechada sigue una función cuadrática con el incremento de la concentración de masa, mientras que la viscosidad plástica muestra un crecimiento lineal. Estos hallazgos son cruciales para el diseño de sistemas de transporte y almacenamiento de relaves.

Guo et al. (2018) con su estudio entregaron información al campo con el análisis de la sedimentación de partículas en suspensiones de relaves. Los resultados de la investigación reveló que la presencia de partículas finas afecta de manera significativa a la velocidad de sedimentación y estabilidad de la suspensión. Esto es relevante, ya que la estabilidad de las suspensiones impacta directamente en la eficiencia y seguridad operativa.

Talmon et al. (2020) exploraron el uso de modelos matemáticos avanzados para predecir el comportamiento de los flujos de relaves bajo diversas condiciones operativas. Utilizando simulaciones por computadora, identificaron patrones clave en la formación de depósitos de relaves y propusieron estrategias para optimizar su manejo. Este enfoque revela la relevancia del uso de herramientas computacionales en el campo de investigacion de la reología de relaves, permitiendo predicciones precisas.

López y Martínez (2021) enfocaron su investigación en la caracterización reológica de relaves de cobre, evaluando cómo estas propiedades pueden influir en la eficiencia del transporte hidráulico. Sus resultados proponen que la optimización de las condiciones reológicas puede llevar a una reducción significativa en el consumo energético y una mejorar en la seguridad operativa en las instalaciones mineras.

Couturier et al. (2011) analizaron la diferencia de tensiones normales en suspensiones inclinadas, lo que proporciona información valiosa sobre el comportamiento de suspensiones complejas bajo condiciones de flujo en planos inclinados. Este estudio se complementa con los hallazgos de Darbois Texier et al. (2020), ampliando la comprensión de las propiedades reológicas de las suspensiones bajo diferentes condiciones de flujo y proporcionando una base teórica de flujos de relaves en experimentos con planos inclinados.

La comprensión de la reología y la caracterización de los relaves son esenciales para desarrollar tecnologías de manejo más eficientes y seguras. Los estudios revisados subrayan la importancia de factores como los modificadores reológicos, la concentración de sólidos y la distribución del tamaño de partículas en las propiedades de los relaves. Las investigaciones experimentales y teóricas han demostrado cómo estos factores afectan la viscosidad, el esfuerzo de fluencia y la estabilidad de las suspensiones. Los modelos matemáticos y las simulaciones computacionales complementan estos hallazgos.

3. MARCO TEÓRICO

La fluidodinámica, una rama de la física, estudia el cómo se comportan los fluidos, ya sean estos líquidos o gases. En el contexto minero, se convierte en un campo crucial para entender el movimiento de pulpas y relaves. Este estudio se basa en los principios clásicos de la hidráulica, donde la mayoría de las pulpas actúan como fluidos puros, siempre y cuando las condiciones fluidodinámicas lo permitan. Sin embargo, existen situaciones excepcionales, como las pulpas no arcillosas o las de alta concentración, que desafían este comportamiento convencional (Fuentes y cols., 2023).

3.1. Fluidos

Los fluidos son sustancias que experimentan una deformación continua cuando se someten a esfuerzos cortantes, sin importar su magnitud. Debido a que se consideran un medio continuo, se pueden describir utilizando el análisis infinitesimal.(Cengel et al, 2006).

3.1.1. Propiedades

- Densidad ρ
  Para un fluido homogéneo, la densidad no varía de un punto a otro y puede definir como masa por unidad de volumen. Sus unidades en el sistema internacional son $\left[\mathrm{kg/m^3}\right]$ (Domingo, 1997-2011), se define como:

$$\rho = \frac{V}{m} \tag{3.1}$$

- Peso específico γ
  El peso específico se define como el peso por unidad de volumen. En el sistema internacional sus unidades son $(\mathrm{N/m^3})$ (Domingo, 1997-2011). Para un fluido homogéneo :

$$\gamma = \frac{mg}{V} = \rho \tag{3.2}$$

- Volumen especifico v
  Se denomina volumen específico al volumen ocupado por la unidad de masa. Sus unidades en el sistema internacional son $(\mathrm{m^3/kg})$. Para un fluido homogéneo se define como: (Domingo, 1997-2011).

$$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho} \tag{3.3}$$

- Viscosidad

La viscosidad es una medida de la resistencia de un fluido a fluir. Es una propiedad física que describe la fricción interna que ocurre cuando las capas de un fluido se mueven unas sobre otras. La viscosidad determina si un fluido es “espeso” o “delgado”; por ejemplo, la miel tiene una alta viscosidad en comparación con el agua, que tiene una baja viscosidad (White, F. M. (2011)).

La viscosidad dinámica (μ) se define por la relación entre el esfuerzo cortante (τ) aplicado y el gradiente de velocidad ($\frac{du}{dy}$):

$$\mu = \frac{\tau}{\frac{du}{dy}} \tag{3.4}$$

Donde:

$$\tau : \text{Esfuerzo de corte (Pa).}$$
$$\frac{du}{dy} : \text{Gradiente de velocidad } (s^{-1}).$$

3.1.2. Ordenamiento de lineas de flujo

- Laminar: Fluido cuyas líneas de flujo (trayectoria) no se cruzan manteniéndose paralelas entre ellas. Ocurre a velocidades relativamente bajas o viscosidades altas (White, F. M. (2011)).
- Turbulento: Se llama flujo turbulento cuando se hace más irregular, caótico e impredecible, las partículas se mueven desordenadamente y las trayectorias de las partículas se encuentran formando pequeños remolinos aperiódicos (Kundu, P. K., Cohen, I. M., & Dowling, D. R. (2012)).

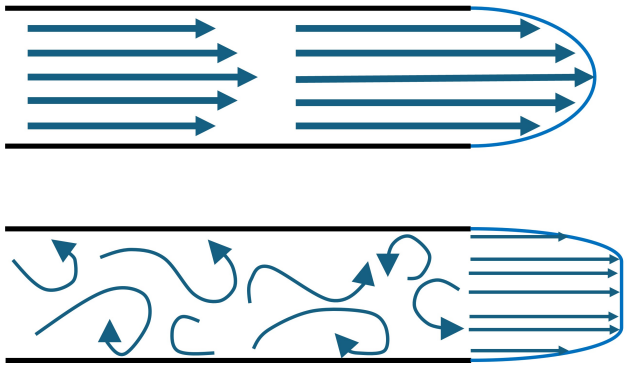


Figura 3.1: Descripción visual de flujo en régimen laminar y turbulento

Para determinar a qué tipo de flujo corresponde se utiliza el número de Reynolds comparándolo con un número de Reynolds crítico. Para un fluido Newtoniano se calcula como sigue. Si se trata

de un fluido No-Newtoniano es necesario usar un Reynolds modificado.

$$\mathrm{Re} = \frac{VD}{v} \tag{3.5}$$

Donde:

V :Viscosidad dinámica del fluido.

D :Longitud característica.

v :Viscosidad Cinemática.

Para flujos en tubería se considera poseen un régimen laminar si Re $<$ 2,000 y un régimen turbulento si Re $>$ 4,000, para valores entre 2.000 y 4.000 el flujo oscila aleatoriamente entre un régimen laminar y uno turbulento. Para el cálculo se utiliza el diámetro hidráulico como longitud característica (Olivares, 2014).

3.2. Flujos compresibles e incompresibles

Otra clasificación del flujo de fluidos depende del comportamiento de la densidad de este en cada partícula del fluido. Si la densidad permanece aproximadamente constante cuando el fluido se mueve por todo su dominio, el flujo es incompresible, es decir, $D\rho/Dt$ es igual a cero. En general, la densidad de los fluidos es constante, por lo que sus flujos son típicamente incompresibles. Cuando la densidad del fluido sí influye o cambia considerablemente en el flujo de este, el flujo se denomina compresible (White, F. M. 2008).

- Compresibilidad
  Se caracteriza por el coeficiente de compresibilidad, κ, definido como

$$\kappa = -\frac{1}{V}\frac{dV}{dp} \tag{3.6}$$

  que representa la disminución relativa del volumen por unidad de aumento de presión. Sus unidades son de inversa de presión, en el sistema S.I. $\left(\mathrm{m}^2/\mathrm{N}\right)$. Su inversa,

$$K = \frac{1}{\kappa} \tag{3.7}$$

  es el módulo de compresibilidad $\left(\mathrm{N}/\mathrm{m}^2\right)$. Tanto K como κ dependen de la forma en que se realiza el proceso.

3.3. Reología

La reología es la rama de la física que estudia el modo en que los materiales se deforman o fluyen en respuesta a fuerzas o tensiones aplicadas. Las propiedades de los materiales que rigen la forma específica en que se producen estos comportamientos de deformación o flujo se denominan propiedades reológicas (Rheological Properties, 2023; Infinitia Research, 2023). En otras palabras, es la ciencia que estudia la continuidad y deformación de los cuerpos aparentemente continuos y coherentes.

En la actualidad se ha convertido en una herramienta básica para el manejo de fluidos, dimensionamiento de bombas y diseño de biorreactores, entre otros (Mendez et al., 2001). Diferentes materiales se comportan de manera distinta cuando son sometidos a un mismo estado de stress. Según Barnes (2000), un fluido es capaz de fluir debido a las fuerzas de cohesión en sus moléculas y suele deformarse continuamente cuando se somete a un esfuerzo cortante. La viscosidad μ es una propiedad de transporte, ya que cuantifica la conductividad de cantidad de movimiento a través de un medio conductivo o fluido. Se interpreta como la resistencia que ofrecen los fluidos a ser deformados cuando son sometidos a un esfuerzo. La medición de la viscosidad es a menudo muy importante para el control de la calidad, sobre todo de productos que debiesen tener una cierta consistencia en relación a su aspecto. La viscosidad depende de procesos como calentamiento, enfriamiento, homogeneización y concentración que afectan en la consistencia del producto al que corresponden. (Muller, 1973), (Romero Salazar, 2015).

3.3.1. Reometría

La reometría es un conjunto de técnicas estándar que se utilizan para determinar experimentalmente las propiedades reológicas de materiales.

La idea en la que se basa la reometría es la de realizar flujos en los que los campos de tensión y/o deformación se conocen de antemano, lo que permite deducir las propiedades reológicas a partir de las mediciones de las propiedades del flujo. (Ancey, 2005).

3.3.2. Viscosímetro

Un viscosímetro es un dispositivo utilizado para medir la viscosidad de un fluido. La viscosidad es una medida de la resistencia de un fluido a fluir. Dependiendo del diseño, los viscosímetros pueden medir la viscosidad en diferentes condiciones de cizallamiento y flujo. Hay varios tipos de viscosímetros, incluyendo el viscosímetro capilar, el viscosímetro rotacional, y el viscosímetro de caída de bola, cada uno adecuado para diferentes tipos de fluidos y rangos de viscosidad. (Barnes, 1989).

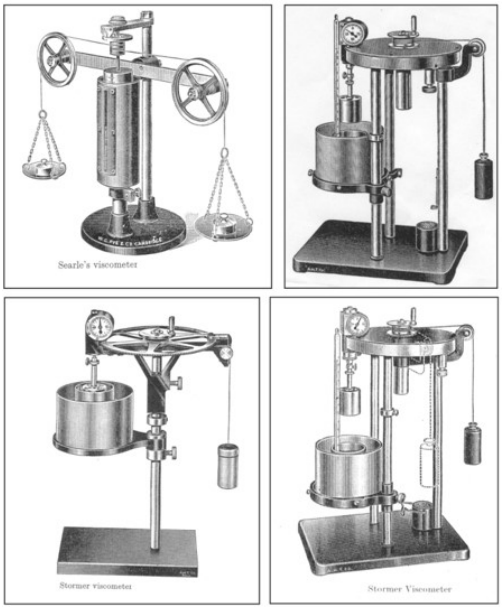


Figura 3.2: Viscosímetros comerciales de tensión controlada (Searle, 1912 y Stormer, 1909).

3.3.3. Reómetro

Un reómetro es un dispositivo de laboratorio utilizado para medir las propiedades de flujo de líquidos o mezclas. Aplica una fuerza controlada y registra la respuesta del material en términos de viscosidad, elasticidad y fluidez. Es ampliamente utilizado en diversas industrias para caracterizar y optimizar procesos (Gradilla, 2023).

3.4. Reología de suspensiones

Esta sección aborda el flujo de materia desde una perspectiva granular, la cual aborda la reología de suspensiones como un apoyo a la comprensión de la dinámica de este tipo de sistemas. En este enfoque se considera la suspensión como una mezcla de partículas rígidas inmersas en un medio fluido, donde a escala microscópica es predominante la interacción entre las partículas y su respectivo reordenamiento, y, a escala macroscópica, es válido el análisis de la mezcla como un fluido continuo. Además, las propiedades reológicas de suspensiones simples dependen solamente de la concentración de partículas en la suspensión y las características mineralógicas de estas.

3.4.1. Clasificación de fluidos

Según indicó textualmente el profesor Doctor Sergio Palma en su clase Fluido Dinámica en Minería, del año 2019, desde el punto de vista del comportamiento, los fluidos se diferencian de los sólidos por la manera en que responden a las tensiones aplicadas. Considere el volumen de una

sustancia sobre la que actúan las tensiones superficiales. Las tensiones superficiales se pueden expresar en términos de componentes que son normales y tangenciales a la superficie del volumen especificado; estos componentes se denominan componentes de esfuerzo normal y de esfuerzo cortante, respectivamente. La tensión normal hace que la sustancia dentro del volumen se comprima (o expanda) en una cierta cantidad fija, sin importar si la sustancia es un fluido o un sólido. Sin embargo, un fluido responderá a un esfuerzo cortante aplicado de manera diferente a un sólido. Un fluido se deformará continuamente bajo la acción de un esfuerzo cortante aplicado, mientras que un sólido se deformará sólo por una cantidad fija finita bajo la acción de un esfuerzo cortante aplicado. La deformación continua bajo un esfuerzo cortante aplicado es la propiedad que diferencia un fluido de un sólido. De hecho, la deformación continua bajo la acción de un esfuerzo cortante es el comportamiento definitorio de un fluido.

3.4.2. Fluidos Newtonianos

Cuando la relación que existe entre el esfuerzo de corte aplicado y la tasa de deformación del cuerpo es un comportamiento lineal, el fluido se denomina newtoniano, donde se puede encontrar, por ejemplo, el aire, el agua, la gasolina, entre otros. Estos tipos de fluidos se rigen por la ley de viscosidad de Newton, donde la fuerza tangencial ejercida por el fluido es directamente proporcional a la tasa de deformación tangencial de forma constante (Cengel & Cimbala, 2013).

$$\tau = \mu\gamma \tag{3.8}$$

τ :esfuerzo de corte aplicado.
μ :Viscosidad dinámica del fluido.
γ :tasa de deformación del fluido.

3.4.3. Fluidos No-Newtonianos

Los fluidos que no siguen la ley lineal de la Ecuación (3.8) se denominan no newtonianos y se estudian en los libros de reología. La Figura 3.3 compara cuatro ejemplos de fluidos con uno newtoniano (White, 2008).

- Dilatante
  Los fluidos dilatantes son aquellos cuya resistencia a la deformación aumenta progresivamente al incrementarse el esfuerzo de corte. Un ejemplo común de este comportamiento es observable en sustancias como las arenas movedizas o las mezclas de almidón en agua. En estos fluidos, la viscosidad aparente aumenta a medida que se aplican mayores fuerzas

de corte, lo que resulta en una resistencia al flujo más pronunciada con el incremento de la velocidad de deformación.

- Pseudoplástico
  Los fluidos pseudoplásticos son aquellos cuya resistencia a la deformación disminuye conforme aumenta el esfuerzo de corte. Ejemplos típicos de este comportamiento son las suspensiones coloidales, como las pulpas de papel en agua, así como el plasma sanguíneo y ciertos tipos de resinas. En estas sustancias, la viscosidad aparente decrece con la aplicación de mayores fuerzas de corte, lo que resulta en una disminución de la resistencia al flujo a medida que la velocidad de deformación aumenta.

- Plástico de Bingham
  Los plásticos de Bingham representan el límite dentro de la categoría de fluidos plásticos, siendo aquellos que requieren un esfuerzo cortante mínimo para iniciar el flujo. Estos fluidos exhiben un comportamiento elástico por debajo de un umbral conocido como esfuerzo cortante de fluencia, y, sobre este valor, muestran una respuesta similar a la de un fluido newtoniano.

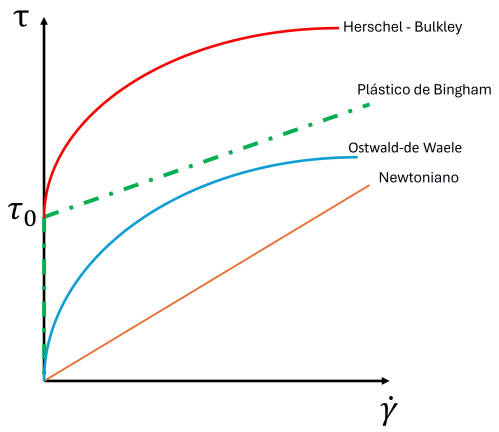


Figura 3.3: Clasificación de fluidos, elaboración propia.

3.4.4. Modelos reológicos para fluidos no-Newtonianos

Los fluidos No-Newtonianos independientes del tiempo tienen la particularidad que varían su viscosidad una vez comienzan a fluir. Dicha característica, tiene una fuerte dependencia de la tasa de deformación $\dot{\gamma}$ del fluido. Por lo tanto, es de suma importancia evaluar la relación entre ambos parámetros y describir la viscosidad en términos de esta.
Para su estudio, diversos autores han desarrollado modelos que se ajustan a los distintos tipos de fluidos según la variación de la viscosidad como función de la tasa de deformación. Estos modelos

permiten desarrollar un enfoque más amplio del comportamiento de los distintos fluidos presentes en la naturaleza, definidos a partir de sus viscosidades aparentes.

A continuación, se presentan tres modelos matemáticos aplicados con frecuencia en el análisis reológico de fluidos no newtonianos independientes del tiempo. Con ellos se permite conocer el comportamiento de la viscosidad del fluido cuando esta no es constante y determinar características propias del flujo de estos:

- Modelo de Ostwald-de Waele
  Uno de los modelos de viscosidad más simples que permiten describir el comportamiento reológico de fluidos no newtonianos es el modelo de Ostwald-de Waele, basado en la ley de potencia (modelo matemático utilizado para describir múltiples fenómenos físicos) y descrito según la ecuación:

$$\tau = k\dot{\gamma}^n \tag{3.9}$$

$$\mu(\dot{\gamma}) = k\dot{\gamma}^{n-1} \tag{3.10}$$

  En esta ecuación, $\mu(\dot{\gamma})$ es la viscosidad aparente o efectiva del fluido no newtoniano (dependiente de la tasa de deformación), k es el índice de consistencia del fluido, y n es el índice de comportamiento, que indica la desviación del fluido no newtoniano respecto a uno newtoniano.
  Así, si $n < 1$ el fluido se ”adelgaza” a medida que aumenta la tensión de corte, comportamiento que experimenta un fluido pseudoplástico; si $n > 1$ el fluido se ”espesa”, como un fluido dilatante y si $n = 1$, $k = \mu$, entonces el fluido es newtoniano.
  Una desventaja de este tipo de modelos es que los parámetros k y n no tienen una interpretación física directa, sino que son constantes que dependen del ajuste aplicado a cada fluido.

- Modelo de plástico ideal de Bingham
  En este modelo se indica que, desde el reposo, un fluido no newtoniano experimenta movimiento una vez alcanzado cierto valor de un esfuerzo de corte inicial (esfuerzo o tensión de fluencia, inexistente en fluidos newtonianos), cumpliendo las siguientes condiciones:

$$\tau = \tau_0 + \mu_0\dot{\gamma} \tag{3.11}$$

$$\mu(\dot{\gamma}) = \mu_0 + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} \quad \text{para } \tau > \tau_0 \tag{3.12}$$

$$\dot{\gamma} = 0 \quad \text{para } \tau \leq \tau_0 \tag{3.13}$$

Cuando la magnitud de esfuerzo cortante τ es mayor que el esfuerzo de fluencia τ_0, el fluido experimenta movimiento y su comportamiento es similar al de un fluido newtoniano, en caso contrario, el fluido no presenta deformaciones por corte.

- Modelo ideal de Herschel-Bulkley
  El modelo plástico de Herschel-Bulkley, es una combinación de la ley de potencia de Ostwald-de Waele y el modelo ideal de Bingham (ecuaciones 3.9 y 3.11). Este modelo se define como:

$$\tau = \tau_0 + k\dot{\gamma}^n \tag{3.14}$$

$$\mu(\dot{\gamma}) = k\dot{\gamma}^{n-1} + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} \quad \text{para } \tau > \tau_0 \tag{3.15}$$

Al igual que el modelo ideal de Bingham, este tipo de fluidos requieren del esfuerzo de fluencia para experimentar movimiento. Para valores de cortante mayor al esfuerzo de fluencia, el fluido se comporta como pseudoplástico si $n < 1$ o como dilatante si $n > 1$. Si $n = 1$, el índice de consistencia coincide con la viscosidad plástica del fluido, tal como se presentó al inicio de esta sección.

3.5. Pulpas y relaves

Una pulpa minera o suspensión es una mezcla heterogénea formada por pequeñas partículas no solubles (fase dispersa) que se dispersan en un medio líquido (fase dispersora). Las pulpas son el producto principal de la pirometalurgia de sulfuros de cobre, desde la molienda hasta el concentrado final o a las colas enviadas a relaves.

Los relaves mineros corresponden a suspensiones de partículas sólidas en un medio líquido, generalmente agua. Esta característica permite definir dos fases (líquida y sólida) que componen la pulpa. El conocimiento de su complejo comportamiento ha permitido el desarrollo de su transporte en tuberías a larga distancia, considerando la gran complejidad de estos sistemas, ya que coexisten las propiedades del medio de suspensión (agua) con las de partículas sólidas. En otras palabras, los relaves corresponden a una suspensión de sólidos en líquido, generados tras un proceso de concentración húmeda de flotación del mineral luego de experimentar una o varias etapas de molienda fina. Al ser parte de los desechos mineros, toda faena debe por normativa contar con un proyecto

debidamente aprobado, que incluya el diseño, construcción, operación y cierre de los depósitos de relaves, regulado por el Decreto Supremo N°50 del Ministerio de Obras Públicas y el Decreto Supremo N°248 del Ministerio de Minería. Según como lo define Sernageomin, los depósitos de relaves corresponden a toda obra estructurada en forma segura para contener los relaves provenientes de una planta de concentración húmeda de especies de minerales. Su función principal es contener y almacenar el relave proveniente de las plantas, de modo que en el proceso, pueda ser recuperada gran parte de agua que constituye al desecho.(Sernageomin, 2022).

3.5.1. Características y propiedades

- Granulometría
  El conocimiento de la curva granulométrica es esencial para el flujo de suspensiones, ya que la velocidad, la fricción y la capacidad portante de la mezcla dependen del tamaño y la distribución de las partículas.
  Para intervalos entre 50μm y 25 mm, la curva se obtiene por tamizado, para diámetros mayores por conteo y para diámetro menores por ensayos de sedimentación.

- Granulometría del sólido
  Distribución de tamaño de las partículas sólidas presente en el relave. Depende del nivel de molienda requerido por la planta concentradora. El método más usado para obtener las curvas de distribución granulométrica es el del tamizado con mallas de alambre tejido (Fuentes, 2011). Algunas consideraciones que se deben de tener al momento de tener información del tamaño de partículas son:

  - Los grandes diámetros definen la tasa de desgaste de tuberías o canaletas.
  - Los diámetros pequeños influyen en la reología.
  - El diámetro medio (d_{50}) caracteriza el conjunto.

- Densidad
  Se considera como el cociente entre la masa de una substancia y su volumen a una temperatura especificada. La densidad de una partícula depende de su composición mineralógica, es decir, de la densidad de los minerales que la constituyen. Su formulación es:

  - Densidad del fluido (ρ):
    Es la relación entre la masa y volumen del fluido.

$$\rho = \frac{M}{V} \tag{3.16}$$

- Densidad relativa del sólido (S):
  Es la relación entre la densidad del sólido y la densidad del fluido.

$$S = \frac{\rho_s}{\rho} \tag{3.17}$$

- Densidad relativa de la mezcla (S_p):
  Es la relación entre la densidad de la pulpa y la densidad del fluido.

$$S_p = \frac{\rho_p}{\rho} \tag{3.18}$$

- Concentración de sólidos
  Este parámetro indica cantidad de sólidos presente en la mezcla (pulpa) y se define en términos de volumen o peso. Ambos valores se expresan en porcentaje. Los ingenieros generalmente utilizan el término concentración en peso, ya que es más fácil convertirlo en tonelaje total de sólidos para ser transportados a través de una tubería o en una planta de minería extractiva. Sin embargo, las características de la mezcla, la mecánica de fluidos y las propiedades físicas están más relacionadas con la concentración en volumen (Abulnaga, 2002).

  - Concentración de sólidos en peso (C_p):

$$C_p = \frac{(S_p - 1)\,S}{(S-1)S_p} \tag{3.19}$$

  - Concentración de sólidos en volumen (C_v) :

$$C_v = \frac{\rho_p - \rho}{\rho_s - \rho} \tag{3.20}$$

$$C_v = \frac{C_p}{S(1-C_p) + C_p} \tag{3.21}$$

Valores típicos de densidades (Fuentes, 2011) de las partículas en faenas mineras de cobre están entre 2700 y 2900 $\mathrm{kg/m^3}$, pero una vez procesado el mineral, los valores pueden variar significativamente. En el caso de relaves de cobre, estos valores fluctúan típicamente entre 2400 y 2700 $\mathrm{kg/m^3}$, y en concentrados de cobre, entre 4000 y 4500 $\mathrm{kg/m^3}$ (Salinas, 2021).

3.6. Transporte

La generación de relaves en el proceso de flotación, deben transportarse hasta su disposición final pudiendo ser tranques, embalses, depósitos de relaves espesados, depósitos de relaves en pasta o depósitos de relaves filtrados. Existen cuatro formas de transportar relaves mediante:
- Cañerías: de acero generalmente revestidas. El flujo viaja a presión.
- Relaveductos: tuberías con superficie libre, generalmente revestidas.
- Canaletas: de hormigón, presenta superficie libre.
- Correas transportadoras y/o equipos de tierra: para relaves filtrados los cuales no escurren gravitacionalmente.

La elección del tipo de transporte depende de la topografía, propiedades de relaves, disposición final y el impacto económico. Si la topografía es adecuada se utiliza transporte hidráulico gravitacional, sino es necesario el uso de bombas y el transporte es mediante cañerías (a excepción de relaves filtrados). Otro aspecto relevante en el transporte es la distribución de la pulpa (Olivares, 2014).

3.7. Transporte

La generación de relaves en el proceso de flotación debe transportarse hasta su disposición final, pudiendo ser tranques, embalses, depósitos de relaves espesados, depósitos de relaves en pasta o depósitos de relaves filtrados. Existen cuatro formas principales de transportar relaves mediante:

- Cañerías: Generalmente de acero revestidas para soportar altas presiones y la abrasión interna causada por los sólidos en suspensión. Estas cañerías pueden ser subterráneas o aéreas y son adecuadas para largas distancias y terrenos accidentados. Este sistema es esencial para la eficiencia operativa y la seguridad en el transporte de relaves en minas de gran escala (Olivares, 2014).
- Relaveductos: Tuberías con superficie libre, generalmente revestidas. A diferencia de las cañerías presurizadas, los relaveductos funcionan a presión atmosférica, permitiendo la sedimentación controlada de los sólidos y facilitando la recuperación de agua. Este sistema es útil en terrenos con menor pendiente donde la gravedad ayuda al desplazamiento del fluido, reduciendo la necesidad de bombeo adicional (Sernageomin, 2022).
- Canaletas: Construidas de hormigón y utilizadas principalmente en trayectos cortos o en plantas de procesamiento. Las canaletas permiten la observación directa del flujo y la sedimentación de partículas, lo que facilita su mantenimiento y limpieza. Aunque son menos costosas que las cañerías, su capacidad de manejo de grandes volúmenes de relave es limitada (Bustamante et al., 2021).

- Correas transportadoras y/o equipos de tierra: Utilizados para el transporte de relaves filtrados que no escurren gravitacionalmente. Este método es eficiente para distancias cortas a medias y proporciona una solución económica en términos de energía y mantenimiento. Las correas transportadoras son adecuadas para relaves que han sido previamente deshidratados, lo que reduce significativamente el volumen de agua a transportar (Araya & Smith, 2020).

La elección del tipo de transporte depende de la topografía, propiedades de los relaves, disposición final y el impacto económico. Si la topografía es adecuada, se utiliza transporte hidráulico gravitacional; de lo contrario, es necesario el uso de bombas y el transporte mediante cañerías (excepto para relaves filtrados). Otro aspecto relevante en el transporte es la distribución de la pulpa y la reología de la mezcla, factores que influyen directamente en la eficiencia del sistema (ISE Latam, 2023).

El diseño adecuado de sistemas de transporte de relaves no solo mejora la eficiencia operativa sino que también minimiza los riesgos ambientales. La implementación de sistemas de monitoreo y control, como piezómetros y acelerógrafos, permite detectar y mitigar problemas antes de que se conviertan en incidentes graves. Además, el uso de materiales adecuados para las cañerías y canaletas, como el acero revestido y el hormigón, puede prolongar la vida útil de los sistemas y reducir los costos de mantenimiento (Chhabra & Richardson, 2006).

4. CARACTERIZACIÓN REOLÓGICA DE RELAVE

En la siguiente sección del documento se detalla la metodología con la cual se llevaron a cabo los experimentos de caracterización reológica.

4.1. Metodología Experimental

- Muestras

  Inicialmente, se llevó a cabo un proceso de filtrado para eliminar impurezas, seguido de un secado para reducir la humedad del material. Posteriormente, la muestra se disgregó manualmente utilizando un mortero, evitando así la pulverización de los granos para mantener intacto el diámetro de las partículas del relave objeto de estudio.

  El tamizado es una técnica comúnmente utilizada en la caracterización de materiales granulares, como el relave. Consiste en pasar una muestra a través de una serie de tamices de diferentes tamaños de malla, que están diseñados para retener partículas de un tamaño específico. Cada tamiz tiene una abertura definida, medida en micrones, que determina el tamaño máximo de partícula que puede pasar a través de él.

  En este caso, se emplearon tamices de malla #50, #70, #100, #140, #200 y #270, cada uno con un tamaño de apertura específico, a su vez también se utilizó un tamiz de fondo, que retiene las partículas más finas de la muestra. Lo anterior se visualiza en la tabla 4.1

Malla 1	#50	300 μm
Malla 2	#70	212 μm
Malla 3	#100	150 μm
Malla 4	#140	106 μm
Malla 5	#200	75 μm
Malla 6	#270	53 μm
Fondo	$\# < 270$	< 53 μm

Tabla 4.1: Descripción de las mallas.

  El proceso de tamizado permite obtener una distribución del tamaño de partícula en la muestra, ya que se pueden cuantificar los pesos recolectados en cada tamaño de malla. Estos datos se registraron en una tabla para su posterior análisis y se utilizaron para generar una curva granulométrica. Esta curva proporciona información detallada sobre la distribución del tamaño de partícula, incluyendo parámetros como el D10 y el P80, que son fundamentales para la caracterización del relave y su comportamiento en diferentes aplicaciones.

  La distribución granulométrica del relave adquirido se muestra en la siguiente tabla 4.2.

N° malla	Abertura μm	masa neta g	% ret	% ret acum
#50	300	4388.8	17,9 %	17,9 %
#70	212	2683.7	11,0 %	28,9 %
#100	150	5228.8	21,3 %	50,2 %
#140	106	4127.2	16,8 %	67,1 %
#200	75	4449.3	18,2 %	85,2 %
#270	53	2481.9	10,1 %	95,4 %
# $<$ 270	<53	1138.0	4,6 %	100,0 %

Tabla 4.2: Datos granulométricos relave base.

- Mediciones

  Durante el estudio de las propiedades reológicas de la pulpa relave, se utilizó el reómetro DSR 500 como herramienta principal. Este dispositivo, fabricado por Lamy Rheology, es ampliamente reconocido en el campo de la reología por su precisión y capacidad para realizar mediciones dinámicas de flujo y deformación.



Figura 4.1: Reómetro DSR 500.

El experimento se llevó a cabo en un vaso precipitado de 80 mL, donde se combinó la pulpa relave con agua des-ionizada, en proporciones precisas y previamente calculadas. El reóme-

tro DSR 500 se encargó de realizar mediciones dinámicas de las propiedades de flujo y deformación de la muestra. Dentro del vaso precipitado, se colocó un disco que sería sometido a diferentes velocidades de rotación durante el experimento.
Para estimar la tasa de deformación en la muestra, el reómetro DSR 500 consideró diversos parámetros, incluidos los RPM del disco, así como el radio y la altura a la que se encontraba el disco dentro del vaso. Estos datos fueron cruciales para calcular la velocidad de corte aplicada a la muestra en función de la distancia radial desde el centro del disco hasta el borde del vaso, así como la velocidad angular del disco.
Antes de cada toma de datos, se mezclaron homogéneamente las partículas de relave y se agitó el contenido del vaso para garantizar condiciones consistentes durante las mediciones. Los primeros experimentos reológicos se realizaron con muestras de partículas con un diámetro de #200, equivalente a un tamaño de partícula de 75μm. La concentración de masa tomó los valores de 30 %, 37 %, 40 %, 45 %, 50 %, 57 %, 60 %, 63 %, y 65 %. Para cada nivel de concentración, se tomaron tres muestras exactamente iguales y se realizaron tres mediciones a cada una de ellas, totalizando 9 mediciones por cada concentración de masa.

Tamaño	**Cp**	**Muestras por Cp**	**Set de datos por Cp**
75μm	30 %	3	3
	37 %		
	40 %		
	45 %		
	50 %		
	57 %		
	60 %		
	63 %		
	65 %		

Tabla 4.3: Matriz experimental de relave monotamaño 75μm.

Se continuó con los experimentos reologicos con la mezcla de tamaños similares teniendo de esta manera la siguiente matriz experimental.

Tamaño	Cp	Muestras por Cp	Set de datos por Cp
Fino	30 %	2	4
	37 %		
	40 %		
	45 %		
	50 %		
	57 %		
	60 %		
	63 %		
	65 %		
Medio	30 %	2	4
	37 %		
	40 %		
	45 %		
	50 %		
	57 %		
	60 %		
	63 %		
	65 %		
Grueso	30 %	2	4
	37 %		
	40 %		
	45 %		
	50 %		
	57 %		
	60 %		
	63 %		
	65 %		

Tabla 4.4: Matriz experimental de relave con clasificación de diámetro de partículas.

Se definieron los tamaños de partículas dado al diámetro de abertura de las mallas de tamizaje con las que se trabajó

Tamaño	Cp	Muestras por Cp	Set de datos por Cp
Configuración 1	30 %	2	4
	37 %		
	40 %		
	45 %		
	50 %		
	57 %		
	60 %		
	63 %		
	65 %		
Configuración 2	30 %	2	4
	37 %		
	40 %		
	45 %		
	50 %		
	57 %		
	60 %		
	63 %		
	65 %		
Configuración 3	30 %	2	4
	37 %		
	40 %		
	45 %		
	50 %		
	57 %		
	60 %		
	63 %		
	65 %		

Tabla 4.5: Matriz experimental de relave de configuraciones granulometricas.

- Matlab

  Para el análisis de los datos obtenidos del reómetro, se empleó MATLAB, una herramienta ampliamente reconocida en el campo de la ingeniería y las ciencias aplicadas por su capacidad para el procesamiento numérico y la visualización de datos. Fue desarrollado un código personalizado que permitió leer los archivos generados por el reómetro en formato A00, lo que facilitó en gran medida la manipulación de los datos experimentales.

Inicialmente, fueron trazados gráficos detallados que representaban todos los puntos de datos recopilados para las nueve variaciones de concentración de peso. Esto brindó una visión general de la distribución de los datos y ayudó a identificar cualquier tendencia importante.
Posteriormente, se calculó el promedio de la cantidad de datos tomados por muestra, lo que entrega una medida representativa del comportamiento general de cada muestra en términos de esfuerzo cortante y tasa de deformación. Luego, se calculó el promedio de estos promedios agrupándolos por concentración de peso (Cp), lo que permitió obtener un valor promedio de esfuerzo cortante y tasa de deformación para cada Cp.
A partir de estos datos procesados, surgieron tres gráficos clave. El primero indica la relación entre el esfuerzo cortante y la tasa de deformación del cuerpo para cada tamaño diametral o configuración de partículas. Además, se crearon dos gráficos adicionales. Uno de ellos representaba el esfuerzo cortante de fluencia en función de la concentración de peso (Cp), lo que permitió observar cómo cambia el esfuerzo cortante con la variación de la concentración de las muestras. El último gráfico mostraba la viscosidad efectiva en función de Cp, proporcionando información sobre cómo varía la viscosidad con la concentración de peso.
En resumen, el uso de MATLAB permitió realizar un análisis detallado de los datos del reómetro y generar gráficos que facilitaron la interpretación de los resultados experimentales. Estos gráficos proporcionaron una visualización de las relaciones entre las variables medidas y facilitaron la identificación de patrones en los datos recopilados.

5. ESTUDIO EXPERIMENTAL EN CANALETAS

5.1. Metodología Experimental

- Montaje

  Para el experimento, se diseñó meticulosamente un montaje experimental con el propósito de investigar la estabilidad y el comportamiento del flujo de suspensiones en un plano inclinado. Se utilizó un plano inclinado de 55.6 centímetros de largo y una superficie de ancho de 1.73 centímetros. La suspensión se liberó desde un depósito ubicado en la parte superior del plano a través de una compuerta ajustable. La idea de este prototipo provino del montaje usado por el paper de Darbois-Texier et al (2020).

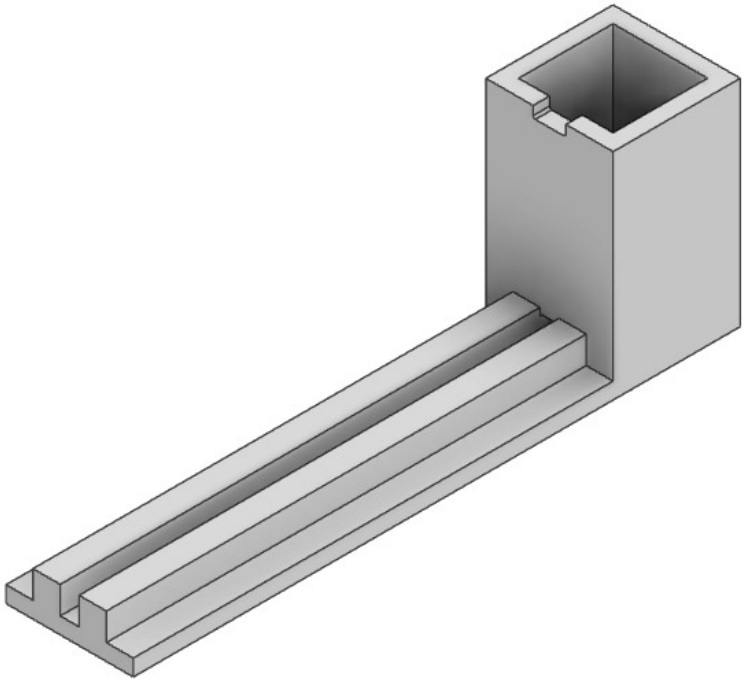


Figura 5.1: Esquema de maqueta utilizada

- Preparación de Muestra

  En esta investigación, se llevó a cabo la preparación de las mezclas de fécula de maiz y agua. Se utilizaron instrumentos de medición de alta precisión, como una balanza digital y un reómetro. La densidad conocida del agua y de la maicena, determinada previamente mediante pruebas experimentales, se consideró para calcular las fracciones volumétricas necesarias en la preparación de las mezclas. La densidad del agua se estableció en aproximadamente 1000 (kg/m³), mientras que la maicena tiene una densidad de 1500 (kg/m³).

  Todas las mezclas se prepararon utilizando fracciones volumétricas específicas, lo que permitió mantener una relación constante entre la maicena y el agua en cada muestra. Además, se estableció un estándar de masa final para todos los experimentos, aproximadamente 500 gramos, para mantener la consistencia en la manipulación de las muestras y facilitar la comparación entre los diferentes ensayos.

  Durante la preparación de las mezclas, se prestó especial atención a la homogeneización de los ingredientes. Se utilizó agitación constante y controlada para asegurar que la maicena y el agua se mezclaran de manera uniforme y evitar la formación de grumos o áreas de concentración desigual. Esto garantizó que las muestras estuvieran adecuadamente mezcladas y que las propiedades de la mezcla fueran uniformes en toda la muestra.

Experimento	Fracción Volúmica [%]	Ángulo
1	38	3°
2	38	5°
3	38	8°
4	45	3°
5	45	8°
6	45	11°

Tabla 5.1: Matriz experimental de agua/maicena.

- Cámara, láser y software Fiji

  En este estudio, se empleó un enfoque que combina el uso de un láser y una cámara para medir con el espesor medio y la amplitud del flujo en la superficie libre de la canaleta. Esta técnica se basa en la proyección de un haz láser sobre la superficie y la captura de imágenes con una cámara industrial de alta calidad, específicamente una cámara IDS, que garantiza una resolución y precisión en las imágenes obtenidas.

  Para procesar las imágenes capturadas y extraer información cuantitativa, se utilizó el software Fiji, conocido por sus capacidades avanzadas de procesamiento de imágenes. A través del análisis de la deformación en la línea de referencia del láser en las imágenes, fue posible determinar tanto el espesor medio como la amplitud del flujo en la superficie estudiada.

  Un aspecto de este método fue la calibración de las proyecciones del láser sobre la superficie, que se llevó a cabo para establecer una relación entre la deformación observada en las imágenes y las medidas reales de espesor y flujo. Este proceso de calibración se realizó utilizando Fiji, ajustando los parámetros del sistema para garantizar mediciones precisas.

  Una vez completada la calibración, el sistema permitió obtener medidas locales detalladas del espesor y la amplitud del flujo en diferentes áreas de la superficie. Estas mediciones locales proporcionaron una comprensión de las propiedades del fluido en la superficie.

  En resumen, la integración del láser, la cámara IDS, y el software Fiji, permitió desarrollar un método efectivo y preciso para la medición del espesor y la amplitud del flujo en la superficie libre de un medio. Este enfoque, inspirado en el montaje utilizado en el estudio de Baptieste, representa una contribución al campo y abre nuevas oportunidades para la investigación y aplicación de técnicas de medición en diversos campos científicos y tecnológicos.

- PIV y software ImageJ

  Para entender mejor cómo se comportaba el flujo en la muestra, se recurrió a una técnica llamada Velocimetría de Imagen de Partículas (PIV). Esta permitió rastrear las partículas en la superficie del líquido en el experimento. Para esto, se utilizaron partículas de pimienta molida en bajas cantidades, lo cual aseguró que las interacciones no deseadas entre las partículas no afectaran las mediciones.

Los videos registrados durante el experimento fueron procesados con el software ImageJ. La calidad de la imagen y la iluminación fueron ajustadas para mejorar la identificación y seguimiento de las partículas en movimiento. ImageJ resultó ser una herramienta muy útil, ya que permitió hacer un seguimiento preciso de las partículas y generar archivos de texto con las coordenadas de posición de los puntos seleccionados.
El análisis que se realizó en ImageJ confirmó que el flujo en la superficie correspondía a uno de Poiseuille, información relevante sobre el comportamiento del fluido en el sistema.
Además del análisis de partículas, se llevaron a cabo mediciones de la deflexión de la superficie libre del líquido mediante perfilometrías ópticas en la sección media de la canaleta. Esta técnica permitió obtener información sobre la forma y la deformación de la superficie del líquido, lo que complementó los resultados obtenidos mediante la técnica de PIV.

- MATLAB

  Se desarrolló un programa en MATLAB para analizar el archivo de video obtenido durante el experimento, el cual fue capturado por la cámara a color IDS. Este programa automatizó la tarea de identificar y seguir los píxeles rojos de la proyección del láser en la superficie del fluido. Utilizó técnicas de umbralización y binarización para distinguir los píxeles de interés del fondo de la imagen.
  La umbralización, permitió definir un límite que separara con precisión los píxeles del láser del resto de la imagen. Se ajustó este umbral para capturar con exactitud los detalles del flujo de manera consistente en cada fotograma del video. Los videos también fueron procesados previamente con el software Fiji, el cual complementó el análisis al proporcionar herramientas para el procesamiento de imágenes.
  Una vez aplicada la umbralización en MATLAB, se convirtió la imagen en una representación binaria, lo que simplificó el seguimiento de los píxeles de interés. Esto permitió realizar un análisis detallado de la variación de la altura del fluido a en el tiempo.
  Además, el programa generó gráficos que mostraban la variación de la altura promedio del fluido a lo largo del tiempo. Estos gráficos fueron fundamentales para entender la dinámica del flujo y facilitaron la interpretación de los resultados.
  En resumen, el desarrollo de este programa en MATLAB, combinado con el uso de la cámara IDS y el software Fiji, representó un avance en el estudio, ya que automatizó el análisis del vídeo, desde la identificación de los píxeles de interés hasta la generación de gráficos que representaban la altura promedio del fluido. Esta herramienta integrada de procesamiento de imágenes y generación de gráficos proporcionó una visión más profunda y detallada del comportamiento del fluido en el experimento, contribuyendo así a una mejor comprensión de los fenómenos estudiados.

6. RESULTADOS Y ANÁLISIS

6.1. Caracterización reológica de relave

6.1.1. **Monotamaño** 75μm

Los datos de partículas de igual tamaño en agua a diferentes concentraciones de sólidos revelan cómo el fluido responde al esfuerzo cortante y a la tasa de deformación. Se observa que el fluido exhibe un comportamiento proporcional en relación con estos dos parámetros, iniciando su flujo luego de alcanzar un esfuerzo cortante mínimo. Por ello, se procedió a ajustar el modelo de Bingham, el cual requiere un umbral de esfuerzo (esfuerzo cortante de fluencia) para iniciar el flujo. Una vez que este umbral es superado, el fluido muestra un comportamiento similar al de un fluido newtoniano.

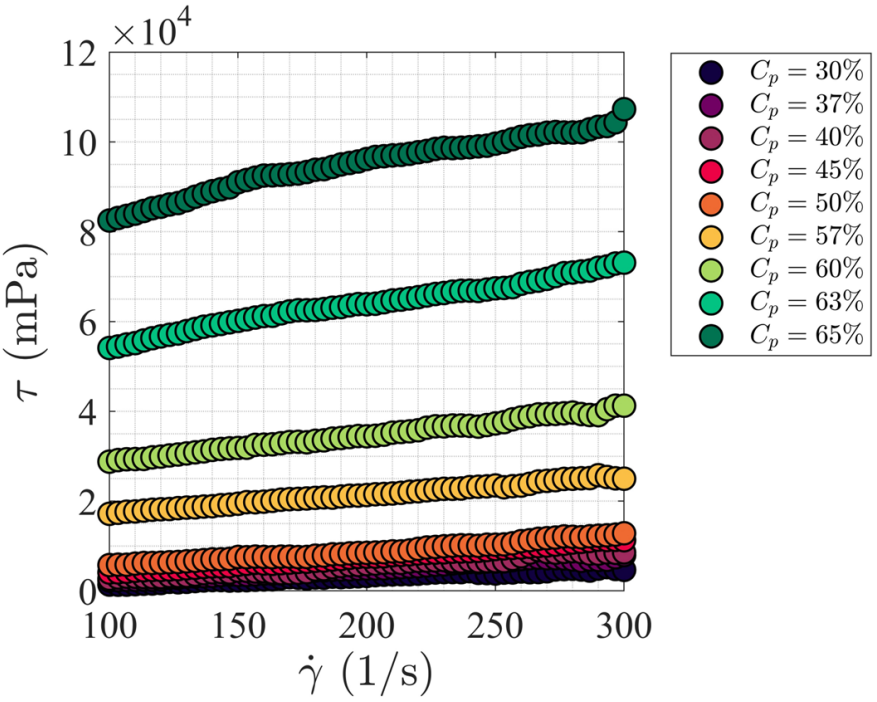


Figura 6.1: Curvas reológicas promedio de partículas monotamaño de 75μm

Es claro que, a concentraciones más altas, el fluido ofrece una mayor resistencia al esfuerzo cortante. A continuación, se presenta una tabla con los valores calculados a partir de los datos graficados previamente utilizando MATLAB.

Cp	τ_0(mPa)	μ_{ef}(mPa)
30	$5{,}2 \times 10^{-6}$	16.7
37	$5{,}4 \times 10^{-6}$	25.2
40	$5{,}6 \times 10^{-6}$	28.9
45	$1{,}9 \times 10^{2}$	37.0
50	$1{,}9 \times 10^{3}$	35.0
57	$1{,}3 \times 10^{4}$	41.0
60	$2{,}3 \times 10^{4}$	59.0
63	$4{,}7 \times 10^{4}$	86.0
65	$7{,}4 \times 10^{4}$	100

Tabla 6.1: Valores promedio τ_0 y μ_{ef} partículas monotamaño de 75μm

Para una comprensión más clara de la tabla anterior, se generó un gráfico que muestra el esfuerzo de fluencia correspondiente a cada concentración de peso en la muestra reológica.

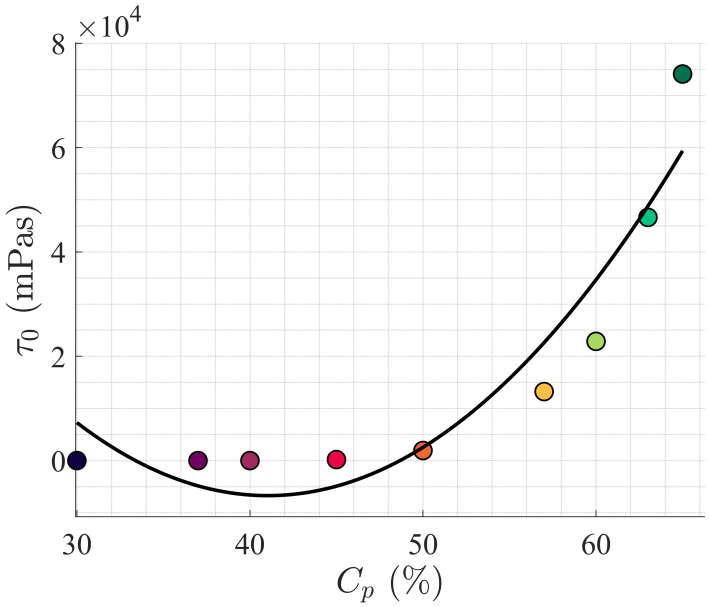


Figura 6.2: τ_0 para cada Cp con ajuste modelo cuadrático, partículas monotamaño de 75μm.

$$\tau_0 = 115{,}024Cp^2 - 9438{,}86Cp + 186923{,}79 \tag{6.1}$$

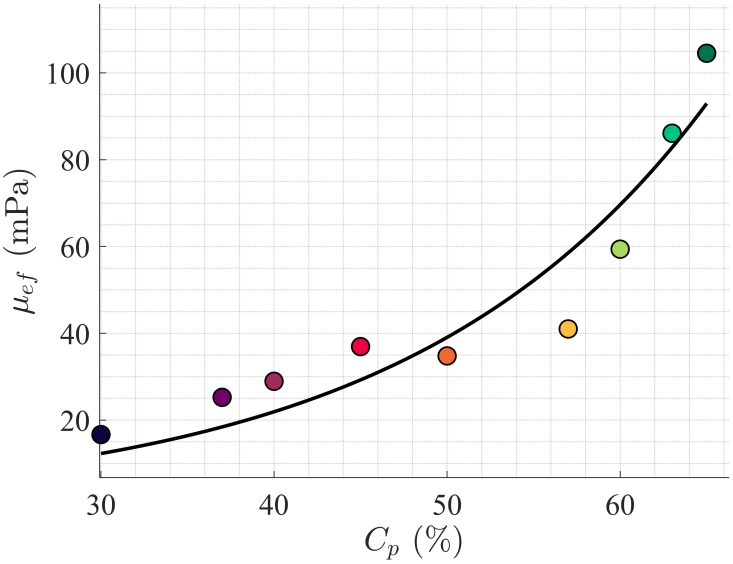


Figura 6.3: μ_{ef} para cada Cp con ajuste a exponencial, partículas monotamaño de 75μm.

$$\mu_{ef} = 2{,}18e^{0{,}059Cp} \tag{6.2}$$

6.1.2. Finos, Medios y Gruesos

En consideración de las mallas que se encontraban en el laboratorio en cual se trabajó.

- Finos
  Se consideraron las partículas de diámetro fino como las partículas de tamaño menor a 53 μm hasta 75 μm y se realizo una mezcla donde la proporción de tamaño de partícula se puede visualizar en la tabla 6.2

Fino		
Malla	**Micrones**	**Porcentaje**
#200	75	14 %
#270	53	43 %
$<$ #270	<53	43 %

Tabla 6.2: Granulometría del relave de partículas finas.

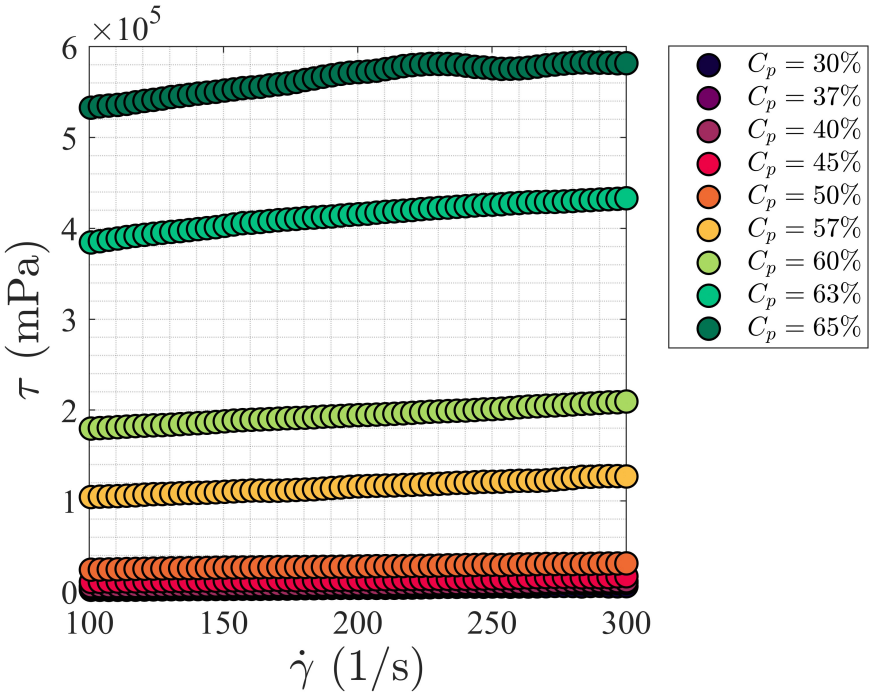


Figura 6.4: Curvas reológicas promedio de partículas finas

- Medio

  Se consideraron las partículas de diámetro medias como las partículas de tamaño de 75μm hasta 150 μm y se realizo una mezcla donde la proporción de tamaño de partícula se puede visualizar en la tabla 6.3

Medio		
Malla	**Microns**	**Porcentaje**
#100	150	33 %
#140	106	33 %
#200	75	33 %

Tabla 6.3: Granulometría del relave de partículas medias.

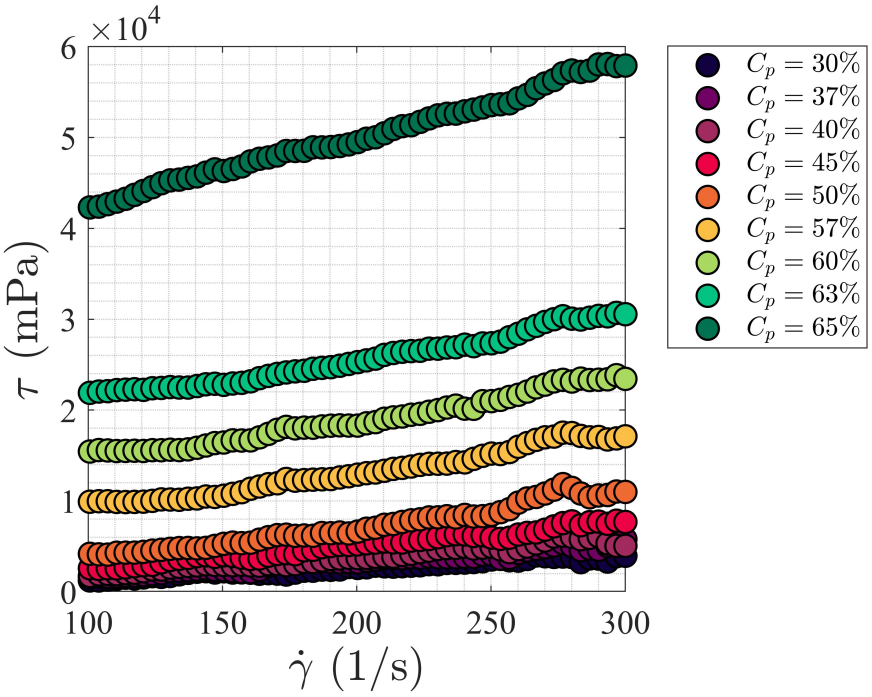


Figura 6.5: Curvas reológicas promedio de partículas medias

- Grueso

  Se consideraron las partículas de diámetro grueso como las partículas de tamaño de 150 μm hasta partículas de diámetro mayor a 300 μm y se realizó una mezcla donde la proporción de tamaño de partícula se puede visualizar en la tabla 6.4

Grueso		
Malla	**Micrones**	**Porcentaje**
#50	300	43 %
#70	212	43 %
#100	150	14 %

Tabla 6.4: Granulometría del relave de partículas gruesas.

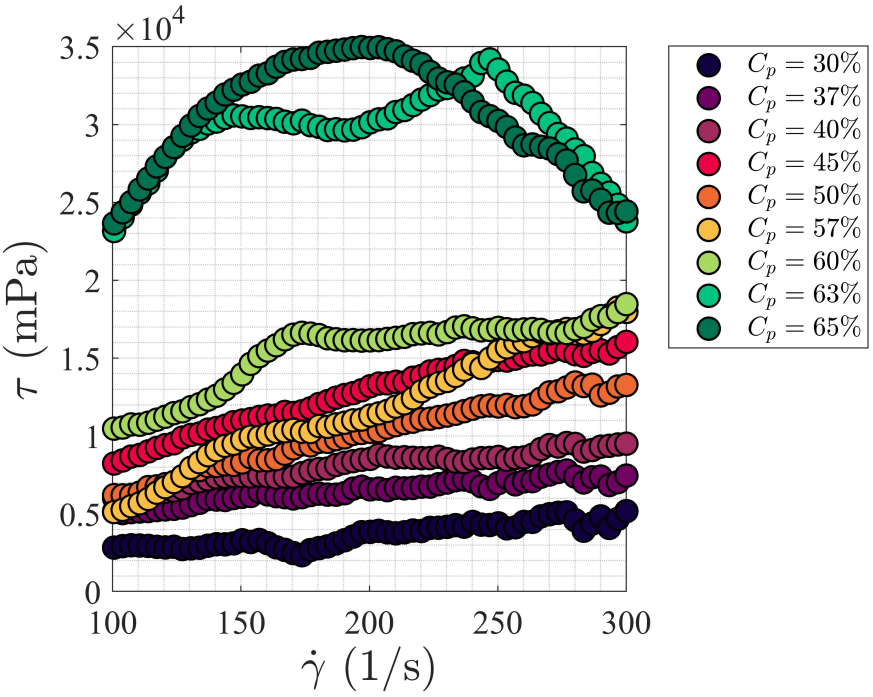


Figura 6.6: Curvas reológicas promedio de partículas gruesas

Finalmente se compara en el siguiente gráfico el comportamiento de las tres clasificaciones de tamaño de partícula

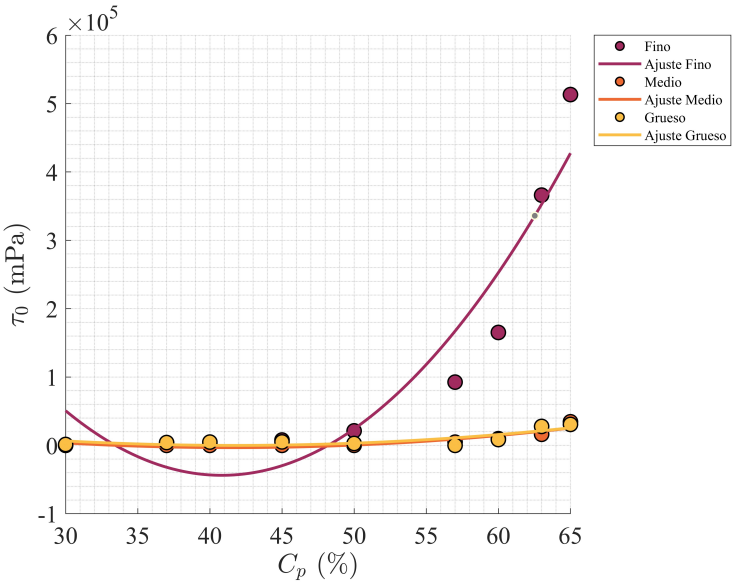


Figura 6.7: τ_0 para cada Cp con ajuste a modelo cuadrático para tres tamaños de partículas

En la Figura 6.7 se muestra el gráfico de τ_0 en función de C_p para tres tamaños de partículas diferentes. Cada tamaño tiene un ajuste específico, representado por una ecuación particular. A continuación se describe la relación entre cada ajuste y su ecuación correspondiente:

- **Ajuste F (Fino)**: Representado por la línea morada en el gráfico. La ecuación correspondiente a este ajuste es:

$$\tau_0 = 806{,}29Cp^2 - 65831{,}29Cp + 1299930{,}86 \tag{6.3}$$

$$R^2 = 0{,}91$$

- **Ajuste M (Medio)**: Representado por la línea naranja en el gráfico. La ecuación correspondiente a este ajuste es:

$$\tau_0 = 51{,}89Cp^2 - 4309{,}61Cp + 86140{,}93 \tag{6.4}$$

$$R^2 = 0{,}87$$

- **Ajuste G (Grueso)**: Representado por la línea amarilla en el gráfico. La ecuación correspondiente a este ajuste es:

$$\tau_0 = 47{,}39Cp^2 - 3954{,}99Cp + 82448{,}53 \tag{6.5}$$

$$R^2 = 0{,}72$$

Cada una de estas ecuaciones se deriva del ajuste de un modelo exponencial específico que se muestra en el gráfico.

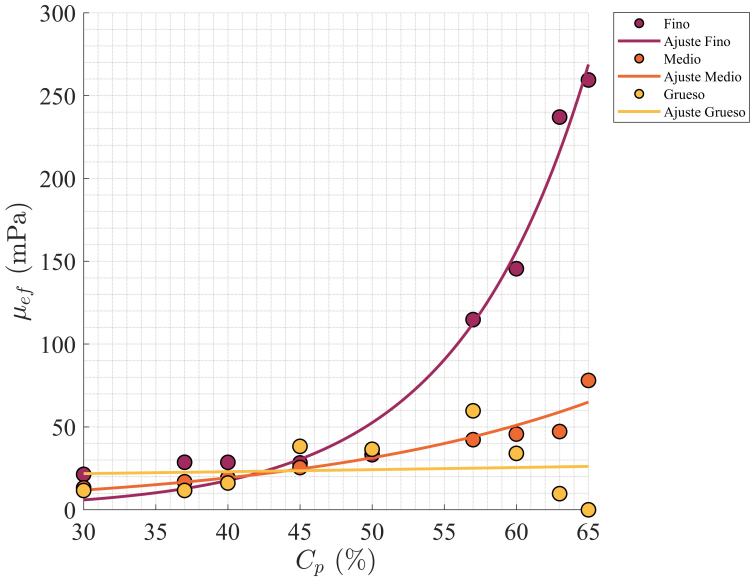


Figura 6.8: μ_{ef} para cada Cp con ajuste a modelo exponencial para tres tamaños de partículas

En la Figura 6.8 se muestra el gráfico de μ_{ef} en función de C_p para tres tamaños de partículas diferentes. Cada tamaño tiene un ajuste específico, representado por una ecuación particular. A continuación se describe la relación entre cada ajuste y su ecuación correspondiente:

- **Ajuste F (Fino)**: Representado por la línea morada en el gráfico. La ecuación correspondiente a este ajuste es:

$$\mu_{ef} = 0{,}23\exp^{0{,}11Cp} \tag{6.6}$$

$$R^2 = 0{,}98$$

- **Ajuste M (Medio)**: Representado por la línea naranja en el gráfico. La ecuación correspondiente a este ajuste es:

$$\mu_{ef} = 2{,}78\exp^{0{,}49Cp} \tag{6.7}$$

$$R^2 = 0{,}91$$

- **Ajuste G (Grueso)**: Representado por la línea amarilla en el gráfico. La ecuación correspondiente a este ajuste es:

$$\mu_{ef} = 18{,}66\exp^{0{,}0052Cp} \tag{6.8}$$

$$R^2 = 0{,}17$$

Cada una de estas ecuaciones se deriva del ajuste de un modelo potencial específico que se muestra

en el gráfico.

En el análisis del tamaño de las partículas, se observa que las partículas finas, con un tamaño menor a 53 micrones y hasta 75 micrones, presentan un elevado valor en el esfuerzo cortante, superando el 50 %. En cambio, las partículas medianas, cuyo tamaño varía entre 75 micrones y 150 micrones, exhiben un comportamiento un poco errático cerca de la tasa de deformación de 250(1/s). Las partículas gruesas, con un tamaño que va desde 150 micrones hasta más de 300 micrones, muestran un comportamiento inusual en los Cp más altos, lo cual puede explicarse por la alta velocidad de disgregación de partículas. Como resultado, los ajustes en el gráfico a altos Cp no son confiables.
Al examinar el gráfico de las tres curvas, se nota que las partículas de diámetro fino a altas concentraciones influyen significativamente en el esfuerzo de fluencia, adquiriendo un valor elevado. Este comportamiento es similar hasta una concentración del 45 %, empleándose un ajuste de modelo exponencial para representar estos datos. Además, se observa que la viscosidad efectiva es mayor en el caso de las partículas de menor diámetro, aunque la variación de este valor no es tan pronunciada como en el caso del esfuerzo de fluencia. Aunque el comportamiento entre partículas medianas y gruesas no muestra grandes diferencias, es importante considerar que las partículas gruesas en las dos concentraciones más altas no presentan un comportamiento normal. Este análisis resalta cómo el tamaño de las partículas afecta su comportamiento en distintos contextos, subrayando la importancia de considerar estas variaciones al realizar análisis y ajustes en estudios relacionados.

6.1.3. Configuraciones Granulométricas

Dada la previa clasificación granulométrica tanto del relave obtenido como de otros dos de los cuales se obtuvo información, de determinaron las siguientes clasificación granulométricas:

- Configuración 1
  En este caso, los tamaños de partículas y sus concentraciones en la mezcla son escogidos por el análisis granulométrico del relave. En la siguiente tabla se puede observar que las partículas clasificadas anteriormente como gruesas en esta mezcla representan un 50 % de concentración, mientras las partículas alcanzan alrededor de un 33 % de la mezcla total de partículas.
  En la siguiente tabla se puede representar con un gráfico de análisis granulométrico como se muestra en la figura (6.5)

Configuración 1		
Malla	**Micrones**	**Porcentaje**
#50	300	18 %
#70	212	11 %
#100	150	21 %
#140	106	17 %
#200	75	18 %
#270	53	10 %
< #270	<53	5 %

Tabla 6.5: Granulometría relave configuración 1

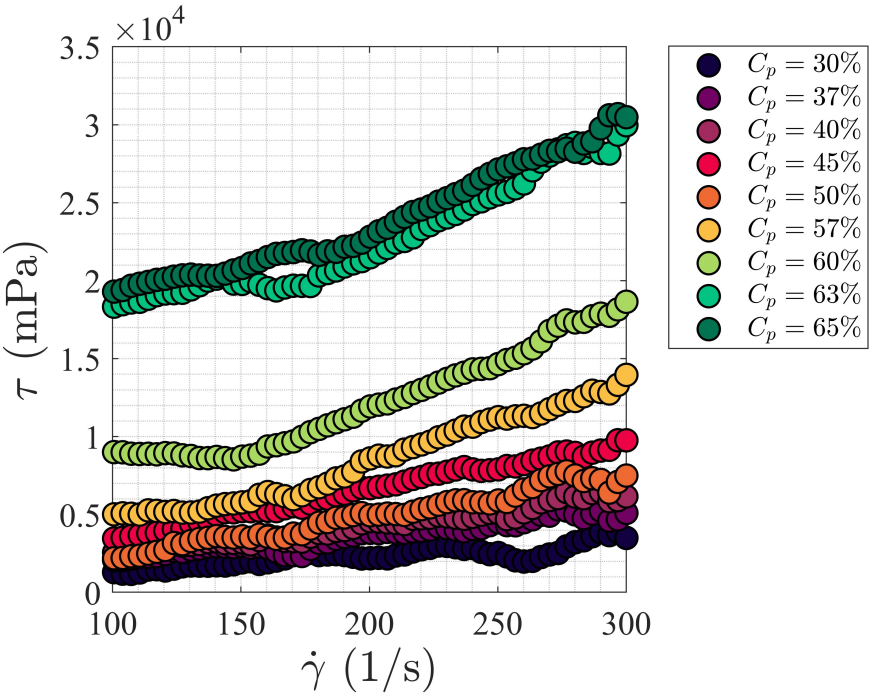


Figura 6.9: Curvas reológicas promedio de partículas configuración 1

- Configuración 2

  En esta configuración granulométrica se destaca que mas del 50 % de la composición porcentual de partículas pertenecen al tamaño denominado fino. Lo anterior se observa de mejor manera en la figura (8.11).

Configuración 2		
Malla	**Micrones**	**Porcentaje**
#50	300	11 %
#100	150	36 %
#200	75	40 %
#270	53	13 %

Tabla 6.6: Granulometría relave configuración 2

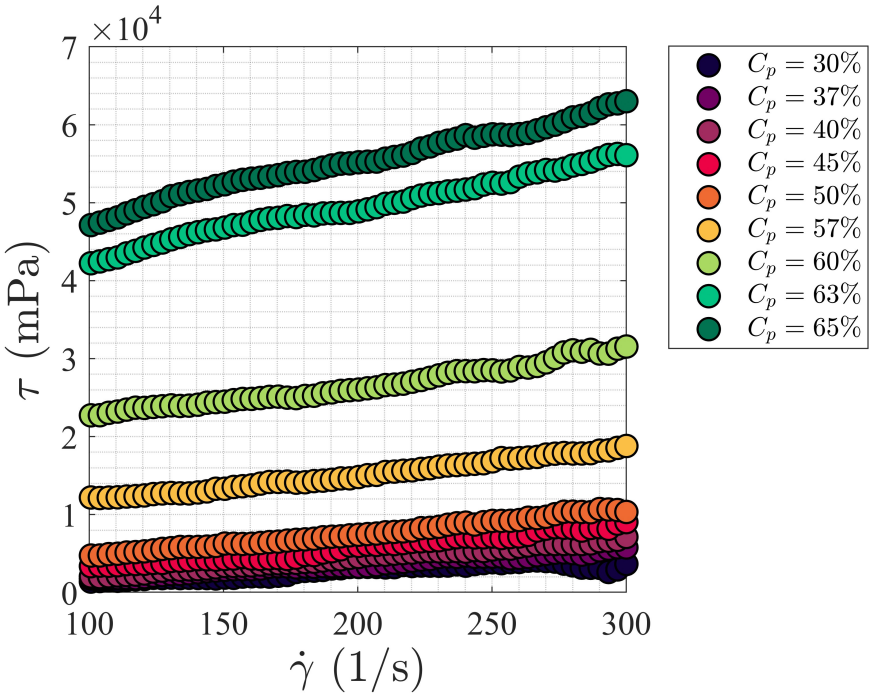


Figura 6.10: Curvas reológicas promedio de partículas configuración 2

- Configuración 3
  Esta mezcla de relave es la que presenta un porcentaje mayor de partículas finas; alrededor de un 60 %, además de un 21 % de material grueso.

Configuración 3		
Malla	**Micrones**	**Porcentaje**
#50	300	3 %
#70	212	5 %
#100	150	12 %
#140	106	20 %
#200	75	17 %
#270	53	24 %
$<$ #270	<53	19 %

Tabla 6.7: Granulometría relave configuración 3

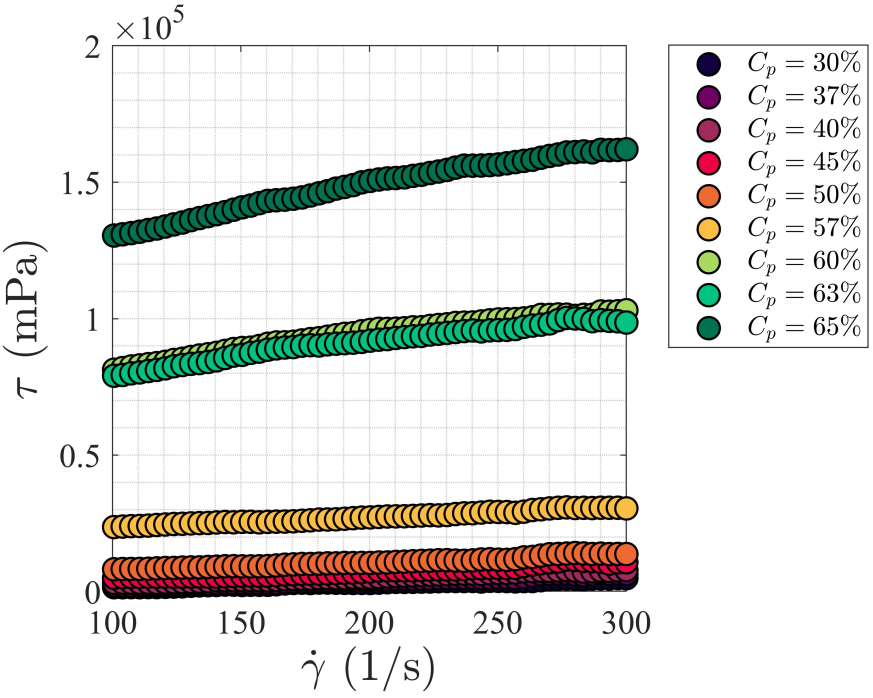


Figura 6.11: Curvas reológicas promedio de partículas configuración 3

Finalmente se puede compara en el siguiente gráfico el comportamiento de las tres configuraciones granulométricas.

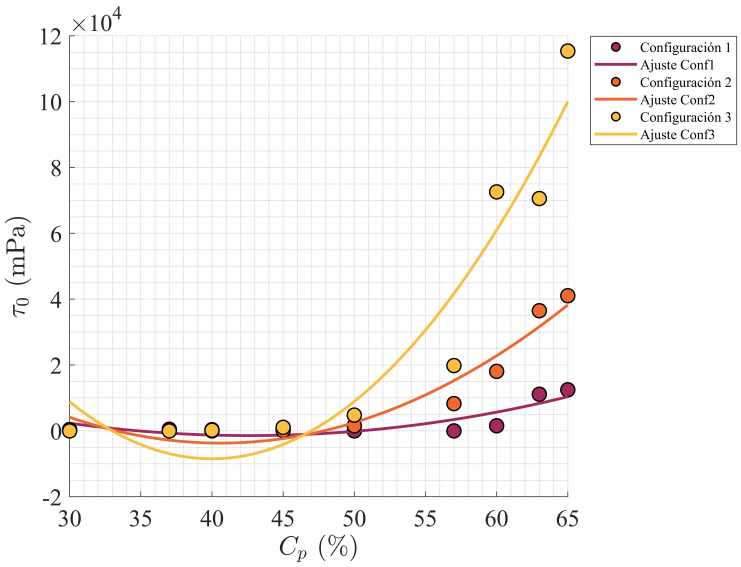


Figura 6.12: τ_0 para cada Cp con ajuste a modelo cuadrático para las tres configuraciones

En la Figura 6.12 se muestra el gráfico de τ_0 en función de C_p para tres configuraciones granulométricas diferentes. Cada configuración tiene un ajuste específico, representado por una ecuación particular. A continuación se describe la relación entre cada ajuste y su ecuación correspondiente:

- **Ajuste 1 (Conf. 1)**: Representado por la línea morada en el gráfico. La ecuación correspondiente a este ajuste es:

$$\tau_0 = 23{,}56Cp^2 - 2008{,}89Cp + 41393{,}28 \tag{6.9}$$

$$R^2 = 0{,}78$$

- **Ajuste 2 (Conf. 2)**: Representado por la línea naranja en el gráfico. La ecuación correspondiente a este ajuste es:

$$\tau_0 = 70{,}29Cp^2 - 5704{,}18Cp + 112010{,}38 \tag{6.10}$$

$$R^2 = 0{,}93$$

- **Ajuste 3 (Conf. 3)**: Representado por la línea amarilla en el gráfico. La ecuación correspondiente a este ajuste es:

$$\tau_0 = 173{,}39Cp^2 - 13866{,}35Cp + 268770{,}71 \tag{6.11}$$

$$R^2 = 0{,}92$$

Cada una de estas ecuaciones se deriva del ajuste de un modelo exponencial específico que se muestra en el gráfico.

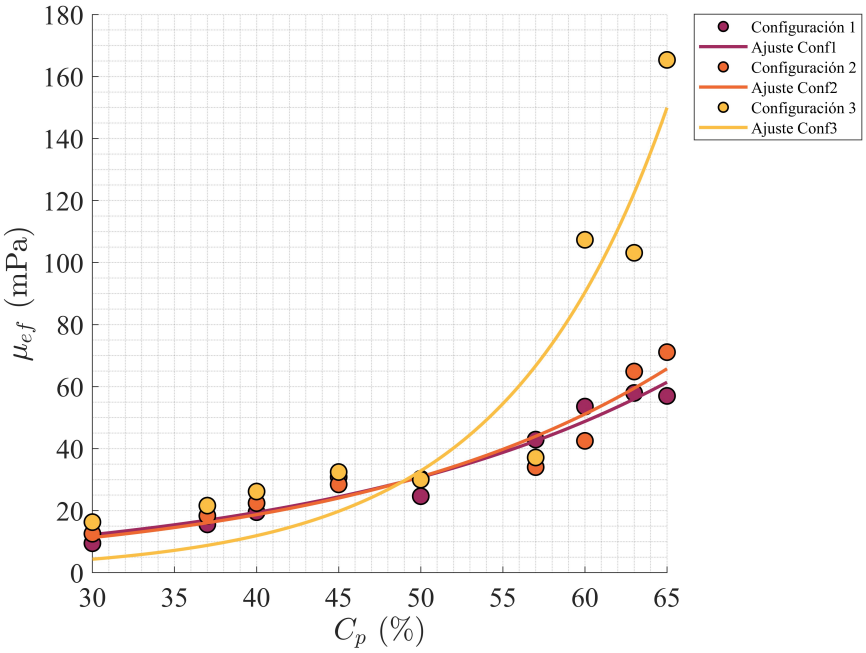


Figura 6.13: μ_{ef} para cada Cp con ajuste a modelo exponencial para las tres configuraciones

En la Figura 6.13 se muestra el gráfico de μ_{ef} en función de C_p para tres configuraciones granulométricas diferentes. Cada configuración tiene un ajuste específico, representado por una ecuación particular. A continuación se describe la relación entre cada ajuste y su ecuación correspondiente:

- **Ajuste 1 (Conf. 1)**: Representado por la línea roja en el gráfico. La ecuación correspondiente a este ajuste es:

$$\mu_{ef} = 3{,}086 \exp^{0{,}046\text{Cp}} \tag{6.12}$$

$$R^2 = 0{,}96$$

- **Ajuste 2 (Conf. 2)**: Representado por la línea naranja en el gráfico. La ecuación correspondiente a este ajuste es:

$$\mu_{ef} = 2{,}51 \exp^{0{,}051 Cp} \tag{6.13}$$

$$R^2 = 0{,}92$$

- **Ajuste 3 (Conf. 3)**: Representado por la línea amarilla en el gráfico. La ecuación correspondiente a este ajuste es:

$$\mu_{ef} = 0{,}21 \exp^{0{,}11Cp} \tag{6.14}$$

$$R^2 = 0{,}89$$

Cada una de estas ecuaciones se deriva del ajuste de un modelo exponencial específico que se muestra en el gráfico (6.13).

En la configuración 1, que incluye un 50 % de partículas gruesas y 33 % de partículas finas, se evidencia tanto el efecto de las partículas finas como los puntos más erráticos asociados a las partículas gruesas. Esta combinación resalta cómo las partículas gruesas influyen en la variabilidad del comportamiento, mientras que las partículas finas contribuyen al esfuerzo cortante elevado. Las partículas gruesas, añaden una capa de complejidad y variabilidad en los datos.
La configuración 2, compuesta por un 50 % de partículas finas, muestra un comportamiento más lineal y esfuerzo cortante elevado. Esta configuración expone la gran influencia de las partículas finas en mantener un comportamiento lineal y aumentar el esfuerzo cortante. La estabilidad de esta configuración se atribuye a la menor cantidad de partículas gruesas, que causan variabilidad.
En la configuración 3, que presenta un 60 % de partículas finas, se observa un comportamiento lineal con notable separación de curvas a altas concentraciones a partir del 50 %. La elevada concentración de partículas finas en esta configuración maximiza su efecto estabilizador y el aumento en el esfuerzo cortante, mientras minimiza la influencia errática de las partículas gruesas.
A pesar de que las concentraciones de los distintos tamaños de partículas sean únicos para cada configuración de relave, todos muestran un gran aumento exponencial a medida que aumenta la concentración de sólidos, y más aún si estos son de material fino.

6.2. Estudio experimental en canaletas

- Concentración volumétrica de 38 %
  Los primeros experimentos, realizados con una fracción volumétrica del 38 %, exhibieron un comportamiento coherente que se refleja en las figuras (6.14)(6.15)(6.16), donde se detalla el aumento de la elevación del fluido a lo largo del tiempo en la canaleta. Se observa una fase inicial de rápido incremento, seguida de una breve estabilización llegando a una altura alrededor de 11mm y, posteriormente, una disminución exponencial en la altura del fluido. Esta evolución se representa claramente en los gráficos que muestran la variación de la altura del fluido en función del tiempo, destacando un ascenso rápido seguido de una disminución hasta alcanzar una estabilización cercana a los 2 mm. Los ejes de estos gráficos están etiquetados, con el eje vertical representando la altura H en milímetros y el eje horizontal

representando el tiempo en segundos.

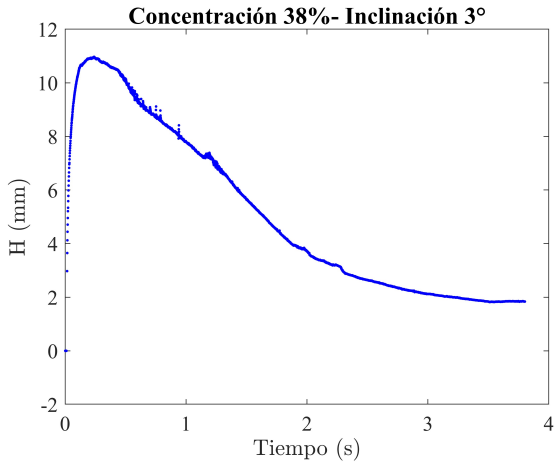


Figura 6.14: Altura promedio experimento 1.

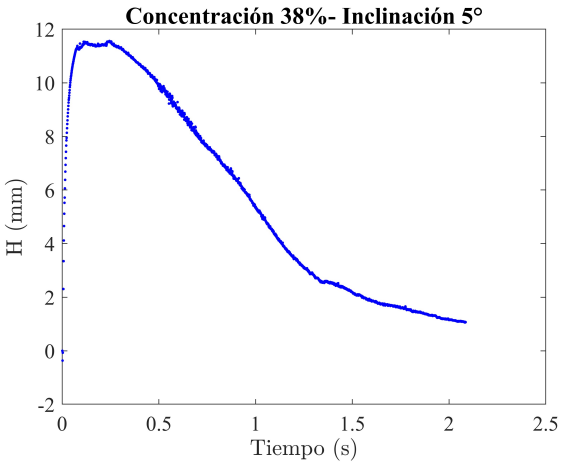


Figura 6.15: Altura promedio experimento 2.

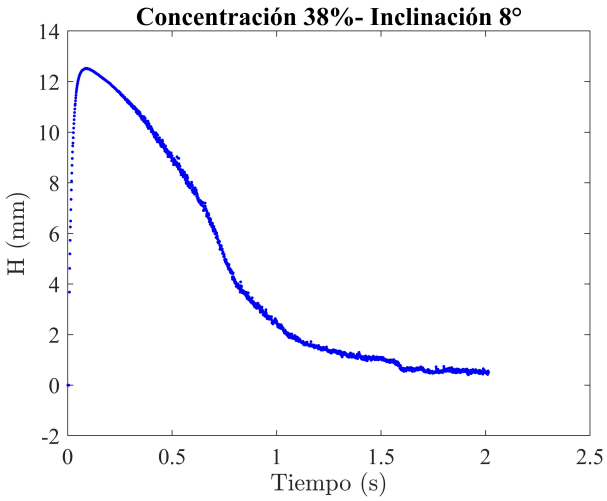


Figura 6.16: Altura promedio experimento 3.

- Concentración volumétrica de 45 %

  Los experimentos con una fracción volumétrica del 45 % exhibieron un comportamiento distinto. Los tres gráficos siguientes, muestran una dinámica única del fluido. En estos casos, se observó una rápida ascensión en la variación de los puntos azules, alcanzando un pico en los primeros segundos. Es decir, se registró un incremento lineal en la altura del flujo, que alcanza una primera altura máxima de alrededor de 8 mm, manteniéndose con pequeñas fluctuaciones e inestabilidades durante unos segundos. Tras esta breve estabilización, se produce otro aumento en la altura del fluido, donde se mantiene alrededor de 10 a 11 mm, generan-

do un segundo pico máximo. Finalmente, este tiene un descenso abrupto hasta estabilizarse cerca de los 2 mm. Este patrón se repite en los tres casos analizados en esta concentración.

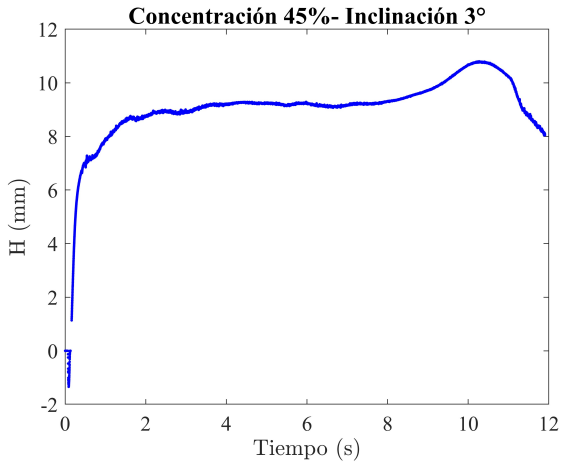


Figura 6.17: Altura promedio experimento 4.

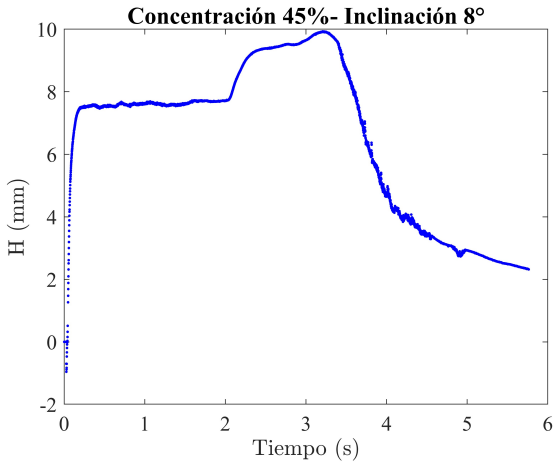


Figura 6.18: Altura promedio experimento 5.

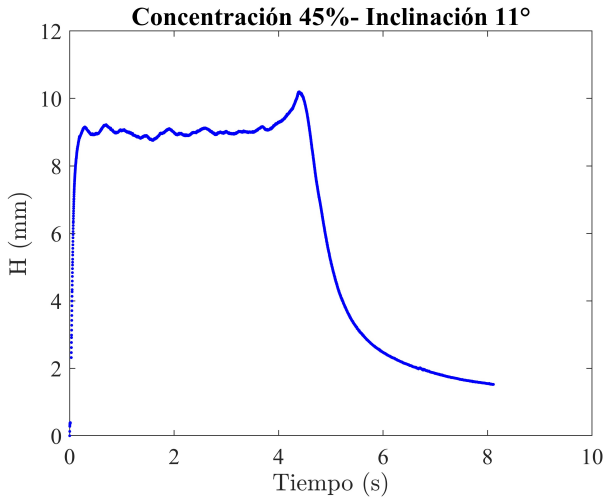


Figura 6.19: Altura promedio experimento 6.

- Perfil de velocidad de flujo

  Durante la investigación, se realizó un análisis detallado de los perfiles de velocidad de cada flujo mediante la técnica de Velocimetría por Imágenes de Partículas (PIV, por sus siglas en inglés). Esta metodología permitió obtener una comprensión precisa de la dinámica de los flujos de una mezcla de agua y maicena, manteniendo constantes las condiciones experimentales, incluyendo concentraciones volumétricas y ángulos de inclinación uniformes en una canaleta de dimensiones fijas.

Inicialmente, se graficaron los puntos de los datos recolectados para facilitar la visualización y comparación. Los datos de la concentración volumétrica del 38 % se representaron con puntos rellenos, mientras que los datos de la fracción volumétrica del 45 % se representaron con cuadrados rellenos. Los colores de estos marcadores se asignaron según los ángulos utilizados en los experimentos. Esta representación gráfica permitió una clara visualización de los perfiles de velocidad, lo que llevó a la decisión de ajustar los datos utilizando un modelo modificado de la Ley de Poiseuille.

La Ley de Poiseuille describe el flujo laminar de un fluido newtoniano en un conducto cilíndrico. Según esta ley, la velocidad del flujo es máxima en el centro del conducto y disminuye hacia las paredes debido a la viscosidad. La expresión matemática del flujo volumétrico Q es:

$$Q = \frac{\Delta P \pi r^4}{8 \mu L} \tag{6.15}$$

donde:

ΔP : diferencia de presión.

r : radio del conducto.

μ : viscosidad dinámica del fluido.

L : longitud del conducto.

En nuestro experimento, se utilizó un canal rectangular con un ancho de 1.92 cm en lugar de una tubería cilíndrica. Por lo tanto, se empleó una versión modificada de la Ley de Poiseuille, adaptada para un flujo en un canal rectangular. En esta modificación, el radio r es reemplazado por una función basada en las dimensiones del canal y la distancia desde el centro del canal hacia una posición determinada.

Aunque esta ley se aplica tradicionalmente a fluidos newtonianos, los datos experimentales mostraron un excelente ajuste al modelo modificado, con coeficientes de correlación R^2 muy cercanos a 1. Esto se muestra en los valores de la tabla que se muestra a continuación. Estos altos valores de correlación justifican el uso del modelo de Poiseuille modificado para describir el perfil de velocidad de los fluidos no newtonianos en el experimento.

$$u(y) = u_{max}\left(1 - \left(\frac{y}{w}\right)^2\right) \tag{6.16}$$

u_{max} : velocidad máxima.

w : valor medio del ancho de canaleta.

y : posición de la partícula.

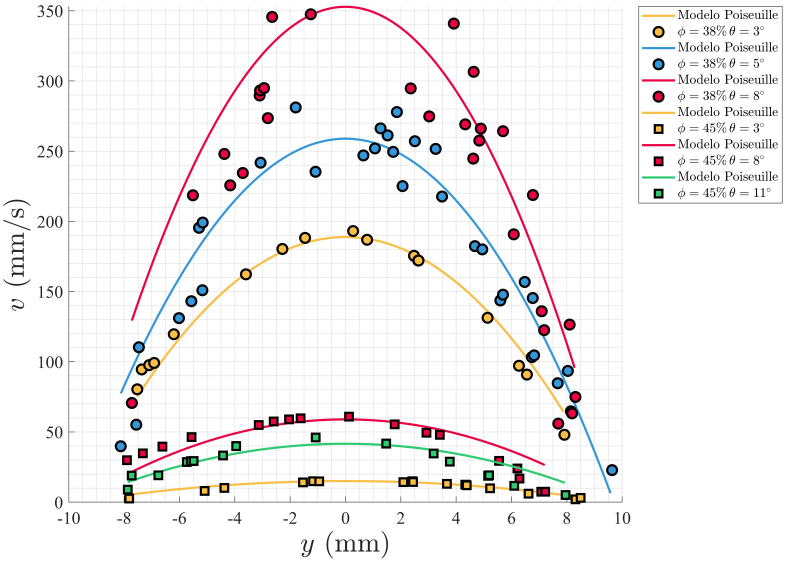


Figura 6.20: Perfil de velocidad del fluido con ajuste de Ley de Poiseuille

Parámetros	$u_{máx}$(mm/s)	R^2
$38\% - 3°$	188.84	0.97
$38\% - 5°$	258.87	0.93
$38\% - 8°$	352.84	0.91
$45\% - 3°$	15.02	0.95
$45\% - 8°$	58.94	0.72
$45\% - 11°$	41.59	0.76

Tabla 6.8: Resultados del perfil de velocidad del fluido y coeficiente de correlación

Se consideró la posibilidad de ajustar el modelo con parámetros específicos para fluidos no newtonianos, pero este enfoque resultó en cálculos extremadamente complejos y un modelo

fragmentado en varias partes, sin una mejora significativa en la correlación. Por consiguiente, se optó por utilizar la versión modificada de la Ley de Poiseuille, lo que simplificó el análisis sin comprometer la precisión. A pesar de que este modelo está diseñado para fluidos newtonianos, demostró ser adecuado para describir los perfiles de velocidad en flujos de fluidos no newtonianos confinados laminarmente. Las ligeras disminuciones en los valores de correlación en comparación con los modelos más complejos fueron insignificantes, siendo prácticamente cercanas a cero.

Desde una perspectiva de investigación futura, la validación y aplicabilidad del modelo modificado de la Ley de Poiseuille sugieren una ruta prometedora para estudios adicionales en dinámica de fluidos no newtonianos en geometrías no convencionales como canaletas rectangulares. La capacidad de este modelo para capturar la complejidad del flujo laminar en tales condiciones podría facilitar avances significativos en la comprensión y optimización de procesos industriales, particularmente en sectores como la industria minera.

En la industria minera, donde los flujos de lodos y suspensiones son comunes, la aplicación efectiva de modelos simplificados pero precisos como el modificado de la Ley de Poiseuille puede dar beneficios sustanciales. Esto incluye una mejor planificación y diseño de sistemas de transporte de fluidos, estimación precisa de pérdidas de energía y optimización de procesos de extracción y procesamiento. Además, la simplificación del análisis mediante modelos establecidos puede reducir costos operativos y tiempos de desarrollo de proyectos, mejorando la eficiencia general de las operaciones mineras.

7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En esta memoria se ha logrado estudiar la reología de fluidos no newtonianos en canaletas a escala de laboratorio, simulando relaves de cobre con el objetivo de comprender su comportamiento y propiedades reológicas en condiciones similares a las de la industria minera. El análisis de los resultados obtenidos ha llevado a conclusiones importantes. Se observó una notable variación en el comportamiento reológico de las suspensiones en función de la concentración de partículas, con especial relevancia entre partículas de tamaño finas (<53 – 73 µm), medias (75 - 150 µm) y gruesas (150 - 300 µm). Los resultados muestran que las partículas finas tienen un impacto significativo sobre el comportamiento reológico de las suspensiones. Específicamente, se concluye que al aumentar la concentración de partículas finas se observa un aumento significativo en el esfuerzo cortante, lo que indica una alta sensibilidad a la presencia de estas partículas en la mezcla.

El estudio de canaletas reveló que, bajo condiciones de flujo laminar, los fluidos no newtonianos tienden a mostrar comportamientos similares a los newtonianos. Esta conclusión sugiere que, bajo ciertas condiciones, los fluidos no newtonianos pueden seguir la Ley de Poiseuille. Este hallazgo es de especial relevancia, ya que simplificaría cálculos relacionados con la predicción de caudales y el dimensionamiento de sistemas de tuberías, lo cual sería de gran beneficio para la industria minera. Además, se examinó el impacto del ángulo de la canaleta en el flujo de mezclas. Aunque se esperaría que un mayor ángulo de inclinación resultara en un flujo más rápido de la mezcla, se observó que a concentraciones más altas, como el 45 % v/v, la velocidad del flujo disminuye al aumentar la inclinación de 8° a 11°. Este hallazgo plantea interrogantes sobre la relación entre la concentración de partículas y la inclinación de la canaleta en el flujo de suspensiones.

En base a estos resultados, se recomienda ajustar modelos matemáticos que incorporen el tamaño de las partículas como una variable en el comportamiento reológico de las suspensiones. Es esencial realizar estudios de umbralización en canaletas utilizando material de relave para profundizar en la influencia del ángulo de inclinación de la canaleta en la velocidad de desplazamiento del fluido. La simulación de flujos de relave utilizando herramientas numéricas computacionales, como COMSOL y TULFLOW, también se presenta como una estrategia prometedora para analizar y optimizar los procesos en la industria minera.

COMSOL Multiphysics es un software de simulación que permite modelar y resolver ecuaciones diferenciales parciales mediante el método de elementos finitos, ideal para el estudio de problemas multifísicos. Este programa puede acoplar diferentes fenómenos físicos, como el flujo de fluidos, la transferencia de calor y la mecánica estructural, permitiendo una comprensión más completa y detallada de los procesos involucrados en el transporte de re-

laves. El uso de COMSOL facilita la creación de modelos complejos que pueden simular el comportamiento de los relaves bajo diversas condiciones, optimizando el diseño y operación de sistemas de transporte y almacenamiento. Además, su capacidad para realizar análisis paramétricos y de sensibilidad permite identificar los factores más críticos que afectan el comportamiento del fluido, proporcionando una base sólida para la toma de decisiones en la industria minera.

TULFLOW es otra herramienta computacional útil, especializada en la simulación de flujos en sistemas de transporte de fluidos. Utiliza métodos numéricos avanzados, como la dinámica de fluidos computacional (CFD), los métodos de elementos discretos (DEM) y técnicas de simulación infinitesimal, para modelar el comportamiento de fluidos no newtonianos en diferentes configuraciones de tuberías y canaletas. Este software permite realizar simulaciones detalladas que ayudan a predecir el comportamiento del fluido bajo diversas condiciones operativas, optimizando así el diseño de los sistemas de transporte.

Implementar estas recomendaciones en la industria minera tendría implicaciones significativas en varios ámbitos. Desde el punto de vista ambiental, la optimización del transporte de relaves puede reducir la posibilidad de derrames y minimizar el impacto negativo en los ecosistemas circundantes. En términos de ahorro de energía, el uso de modelos precisos para el diseño de sistemas de transporte puede reducir la necesidad de bombeo excesivo y, por lo tanto, disminuir el consumo energético. Un mejor uso de los recursos se logra al optimizar el flujo y reducir la sedimentación no deseada en las tuberías, lo que prolonga la vida útil de los equipos y disminuye los costos de mantenimiento.

Además, las mejoras operacionales derivadas de la implementación de estas herramientas computacionales pueden aumentar la eficiencia y la productividad en las operaciones mineras. La optimización de procesos basada en simulaciones detalladas permite una planificación más precisa y la reducción de tiempos de inactividad, lo que se traduce en una mejora en la producción. En resumen, la integración de software como COMSOL y TULFLOW en el análisis y diseño de sistemas de transporte de relaves ofrece una solución integral para optimizar los procesos, mejorar la seguridad y reducir el impacto ambiental.

Referencias

Ancey, C. (2005). Notebook: Introduction to Fluid Rheology.

Andes Perú. (2023). Transporte de fluidos, Piping, Válvulas y Bombas.

Araya, L. & Smith, J. (2020). Caracterización reológica de relaves y su impacto ambiental. Journal of Environmental Mining.

Bingham, E. C. (1916). An Investigation of the Laws of Plastic Flow. U.S. Bureau of Standards Bulletin.

Bustamante, J. et al. (2021). Uso de canaletas en el transporte de sólidos en minería. Revista de Ingeniería Minera.

Cheng, D. H., & Evans, F. (1965). Phenomenological characterization of the rheological behaviour of inelastic reversible thixotropic and antithixotropic fluids.

Consejo Minero. (2022). CM aborda los desafíos del sector minero en 2022.

Couturier, É., Boyer, F., Pouliquen, O., & Guazzelli, É. (2011). Suspensions in a tilted trough: second normal stress difference.

Cubillos Ortiz, S. G. (2022). Variación de la velocidad de sedimentación de los concentrados y relaves cuando se aplica bacterias en el proceso de flotación (Trabajo de propuesta de memoria de titulación de pregrado). Universidad Técnica Federico Santa María, Departamento de Ingeniería Metalúrgica y de Materiales.

Daily, J. W., & Harleman, D. (1966). Fluid Dynamics. Editorial Addison-Wesley.

Darbois Texier, B., Lhuissier, H., & Forterre, Y. (2020). Surface-wave instability without inertia in shear thickening suspensions.

DIN. (1980). Determination of viscosities and flow curves using standard design rotary viscometers with a standard geometry measuring system.

Gradilla. (2023). Reómetro de laboratorio: ¿Qué es y cómo funciona?.

Giesekus, H., & Lager, G. (1977). Die Bestimmung der wahren Fiießkurven nichtnewtonscher Flüssigkeiten und plastischer Stoffe mit der Methode der Methode der repräsentativen Viskosität.

Herschel, W. H., & Bulkley, R. (1926). Konsistenzmessungen von Gummi-Benzollösungen.

ISE Latam. (2023). Transporte Minero en Minería Superficial.

Johnson, D. (2013). Comparative Evaluation of Thickened versus Slurry Tailings Surface Disposal.

Krieger, I. M., & Maron, S. H. (1951). Direct Determination of the Flow Curves of Non-Newtonian Fluids.

Landau, L. D., & Lifshitz, E. M. (1987). Fluid Mechanics.

Larenas Aravena, M. A. (2010). Modelos en reología y aplicaciones a fluidos (Memoria de pregrado). Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Departamento de Ingeniería Matemática.

Merril, J. (2016). Estudio del efecto de la composición mineralógica en la reología de pulpas basado en técnicas de caracterización avanzada. Santiago de Chile.

Merrill Cifuentes, J. N. (2016). Estudio del efecto de la composición mineralógica en la reología de pulpas basado en técnicas de caracterización avanzada (Tesis de maestría, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Departamento de Ingeniería de Minas).

Minería y Dragado. (2023). Tuberías Polietileno Tepco.

Morris, E., & Guazzelli, J. (2021). A Physical Introduction to Suspension Dynamics.

Newton, I. (1999). The Principia: Mathematical Principles of Natural Philosophy.

Oka, S. (1960). The Principles of Rheometry. Rheology: Theory and Applications (F. E. Eirich, ed.), vol. 2, New York, Academic Press.

Olivares Álvarez, I. A. (2014). Estudio de la Fluidodinámica de Relaves de Diferentes Concentraciones en Cajones de Distribución (Memoria para optar al título de Ingeniera Civil Mecánica, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Departamento de Ingeniería Mecánica).

Otswald, W. (1925). Über die Geschwindigkeitsfunktion der Viskosität disperser Systeme.

RÁMIREZ, N. (2007). Guía técnica de operación y control de depósitos de relaves. Chile, SERNAGEOMIN.

Salinas Monsalve, C. P. (2021). Migración de la fase sólida de pulpas sedimentables en ductos de larga distancia (Tesis de pregrado, Universidad Técnica Federico Santa María, Departamento de Obras Civiles, Ingeniería Civil, Campus San Joaquín).

Sernageomin. (2022). Reporte Anual 2022.

Sun, L., et al. (2010). Rheology of pyrite slurry and its dispersant for the biooxidation process. Yantai: Elsevier.

Vergara, V. (2021). Influencia de la reología de un relave en la distancia peligrosa mediante herramientas de fluidodinámica computacional.

Videla, A., et al. (2020). Enhancement of the sedimentation rate of copper tailings by application of acoustic field. Santiago.

8. ANEXO

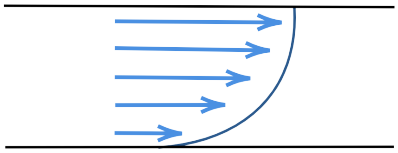


Figura 8.1: Esquema lateral del fluido.

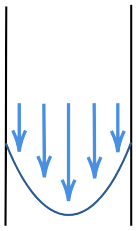


Figura 8.2: Perfil de velocidad superficial (Couturier 2011).

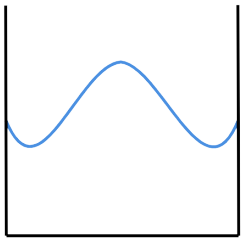


Figura 8.3: Deflexión de superficie (Couturier 2011).

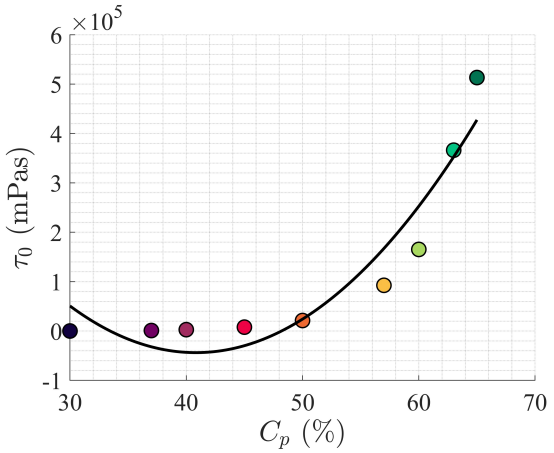


Figura 8.4: τ_0 para cada Cp con ajuste cuadrático para partículas finas

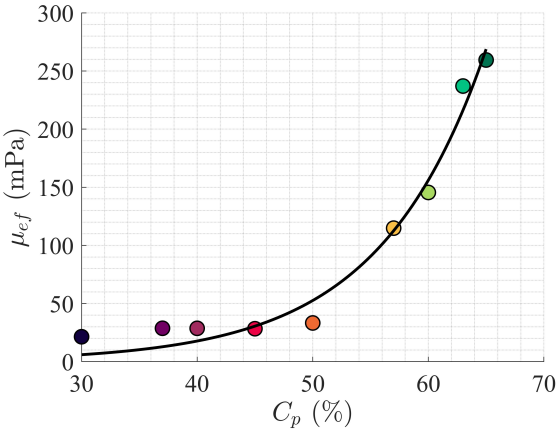


Figura 8.5: μ_{ef} para cada Cp con ajuste a exponencial para partículas finas

$$\tau_0 = 806{,}29Cp^2 - 65831{,}29Cp + 1299930{,}86$$
$$\mu_{ef} = 0{,}23\exp^{0{,}11Cp}$$

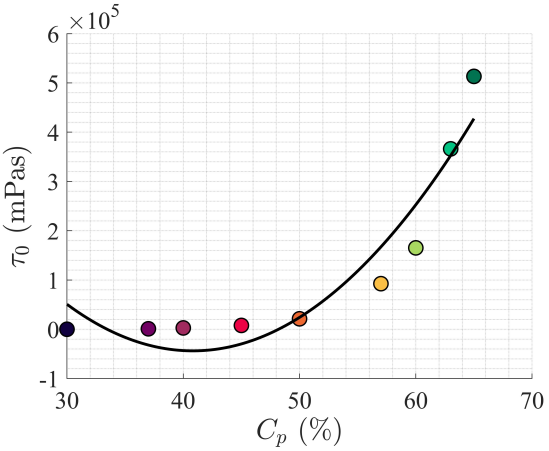


Figura 8.6: τ_0 para cada Cp con ajuste cuadrático para partículas medias

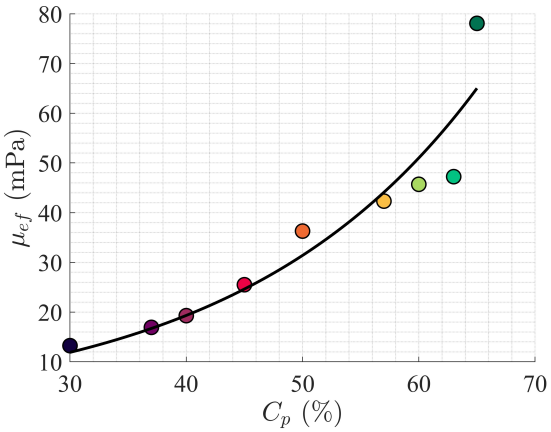


Figura 8.7: μ_{ef} para cada Cp con ajuste exponencial para partículas medias

$$\tau_0 = 51{,}89Cp^2 - 4309{,}6039Cp + 86140{,}94$$
$$\mu_{ef} = 2{,}78\exp^{0{,}049Cp}$$

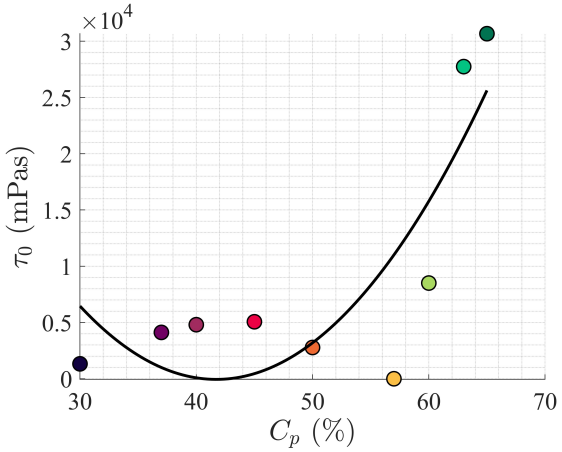


Figura 8.8: τ_0 para cada Cp con ajuste cuadrático para partículas gruesas

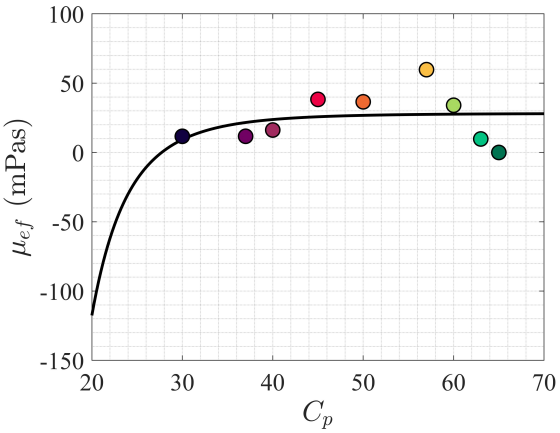


Figura 8.9: μ_{ef} para cada Cp con ajuste exponencial para partículas gruesas

$$\tau_0 = 47{,}39Cp^2 - 3954{,}99Cp + 82448{,}53$$

$$\mu_{ef} = 18{,}66\exp^{0{,}0053Cp}$$

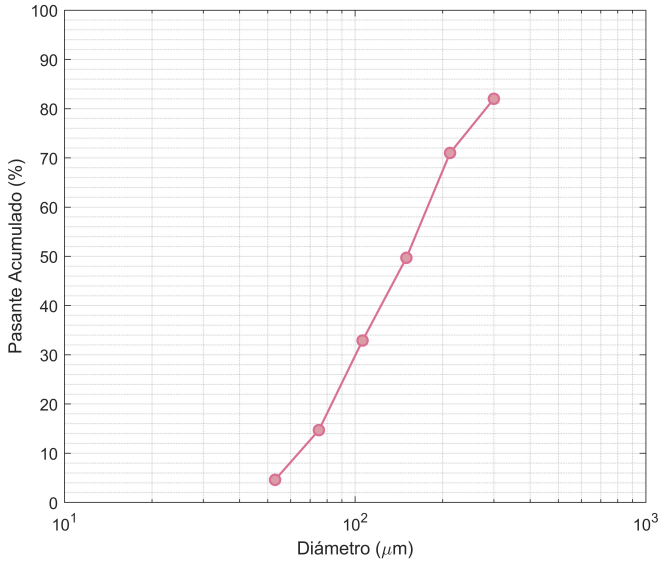


Figura 8.10: Curva granulométrica Configuración 1

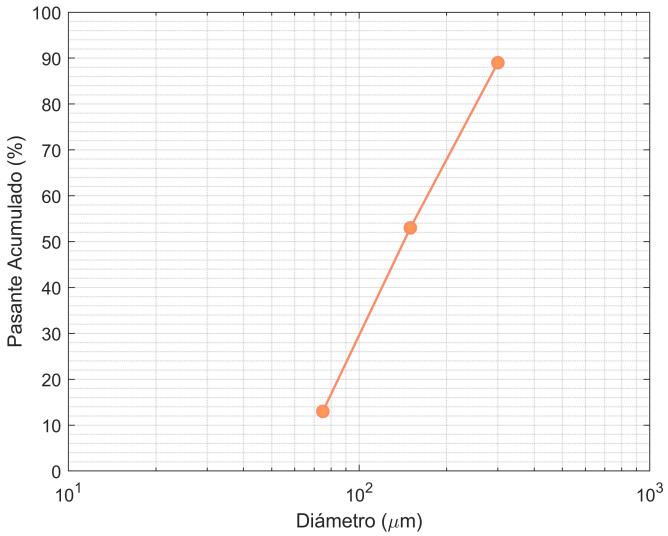


Figura 8.11: Curva granulométrica Configuración 2

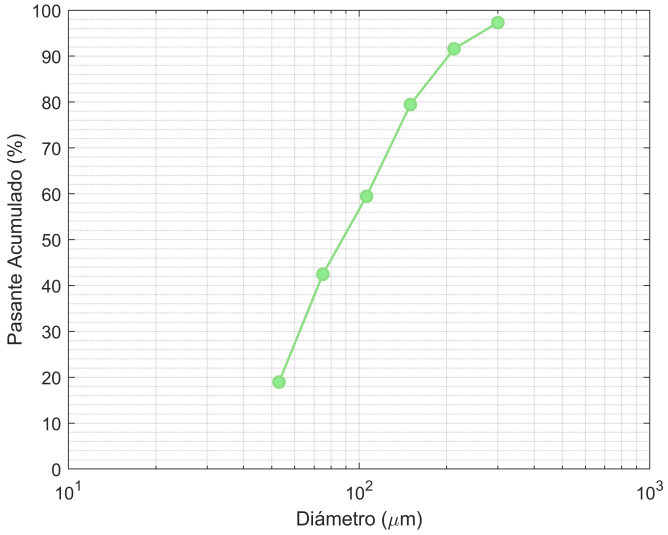


Figura 8.12: Curva granulométrica Configuración 3