

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

VALPARAÍSO – CHILE



**MODELACIÓN NUMÉRICA DE LA PRESIÓN SOBRE LOS
LIFTERS DE UN MOLINO SAG UTILIZANDO ACOPLAMIENTO
DEM - SPH**

MAURICIO IVÁN VALDERRAMA BOURNICAT

MEMORIA DE TITULACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE:

INGENIERO CIVIL MECÁNICO

PROFESOR GUÍA: DR. FRANCO PERAZZO M.

PROFESOR COREFERENTE: DR. CARLOS ROSALES H.

Enero - 2026



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE
MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): ☒ Memoria o trabajo de título ☐ Tesis de Postgrado

Título del trabajo:

Madelación numérica de la presión sobre los lifters de un molino SAG
utilizando acoplamiento DEM SPH.

Nombre del candidato(a):

Mauricio Valderrama Bournicat

Carrera / Grado:

Ingeniería Civil Mecánica

Campus: Casa Central Departamento:

Ingeniería Mecánica

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, FRANCO PERAZZO M., en mi calidad de profesor(a)

guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

☒ El trabajo **NO** contiene información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

☐ El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (embargo) por (marcar una opción):

☐ 6 meses ☐ 12 meses ☐ 2 años ☐ 3 años ☐ 5 años ☐ 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 12/03/26 Firma: _____

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 12/03/26 Firma: _____

Resumen

El presente trabajo de título tiene como objetivo analizar la influencia de la fase fluida presente en la carga interna de un molino SAG en operación, específicamente en las presiones ejercidas sobre las caras de los lifters. Para ello, se emplearon simulaciones computacionales desarrolladas en el software ANSYS Rocky, mediante el acoplamiento de los métodos DEM (Discrete Element Method) y SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics). Este estudio se enmarca en el contexto de la molienda húmeda, donde la presencia de fluido altera la dinámica interna del molino, modificando las condiciones de carga que inciden directamente sobre los lifters.

Para llevar a cabo este análisis, se desarrollaron modelos numéricos que integran partículas sólidas (bolas de acero y rocas) junto con la fase fluida (agua), dentro de un dominio geométrico simplificado y optimizado con el fin de reducir el costo computacional sin sacrificar la representatividad física del sistema. Entre las estrategias implementadas destacan la utilización de procesamiento paralelo mediante GPU, la reducción geométrica del molino, la generación de mallados diferenciados para zonas críticas, y el uso de elementos SPH, lo que permitió capturar con mayor precisión fenómenos propios de fluidos con superficies libres complejas, como la formación de jets.

La metodología consistió en realizar simulaciones comparativas con y sin fase líquida (DEM-SPH vs. DEM), manteniendo condiciones operativas similares. Se analizó la presión nodal promedio sobre la cara superior de un lifter en distintas posiciones angulares y a lo largo de varias revoluciones del molino. Los resultados obtenidos evidencian que la inclusión del fluido genera un aumento de presión en las zonas bajas del molino, atenúa las presiones en las zonas altas debido a un efecto redistributivo del medio, y produce una distribución más homogénea y estable en el tiempo. Además, el sistema presentó comportamientos dinámicos, como la formación de jets de fluido, que normalmente no son capturados por métodos basados en malla como la CFD.

Se concluye que el acoplamiento DEM-SPH proporciona una representación más precisa y realista del comportamiento de la carga interna en condiciones de molienda húmeda, lo que

lo convierte en una herramienta útil para evaluar zonas críticas de desgaste, optimizar el diseño de lifters y mejorar estrategias operacionales. A pesar de la alta carga computacional asociada, las estrategias de optimización implementadas permitieron llevar a cabo el estudio de manera efectiva. Este trabajo aporta al entendimiento de los esfuerzos dinámicos en componentes clave de molinos SAG, y establece una base metodológica para investigaciones futuras que requieran simulaciones multifásicas de alta fidelidad.

Abstract

This thesis aims to analyze the influence of the fluid phase present in the internal load of an operating SAG (Semi-Autogenous Grinding) mill, specifically regarding the pressures exerted on the lifter surfaces. To achieve this, computational simulations were carried out using ANSYS Rocky software, employing the coupling of the Discrete Element Method (DEM) and Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH). This study is framed within the context of wet grinding, where the presence of fluid alters the internal dynamics of the mill, directly affecting the load conditions that act on the lifters.

To conduct this analysis, numerical models were developed that combine solid particles (rocks and steel balls) with a fluid phase (water), within a simplified and optimized geometry designed to reduce computational cost while preserving the physical representativeness of the system. Several optimization strategies were applied, including the use of GPU-based parallel processing, geometric scaling of the mill, targeted meshing in critical zones, and the implementation of SPH elements to accurately capture free-surface fluid behavior such as jet formation.

The methodology involved performing comparative simulations with and without the fluid phase (DEM-SPH vs. DEM), under similar operating conditions. The average nodal pressure on the upper face of a lifter was analyzed at different angular positions and over multiple mill rotations. The results show that incorporating the fluid phase leads to an increase in pressure in lower zones of the mill, a reduction in pressure in the upper regions due to redistribution effects, and a more homogeneous and temporally stable pressure distribution overall. Additionally, the system exhibited dynamic behaviors, such as fluid jet formation, that are not typically captured by mesh-based methods like CFD.

In conclusion, the DEM-SPH model provides a more accurate and realistic depiction of internal charge behavior under wet grinding conditions. This makes it a valuable tool for assessing wear-critical areas, improving lifter design, and supporting operational strategy development. Although the computational demands are high, the implemented optimization strategies made the study feasible. Ultimately, this work contributes to a better understanding of the dynamic loads on key components of SAG mills and offers a methodological foundation for future research involving high-fidelity multiphase simulations.

Índice general

Resumen	2
Abstract	4
Índice de figuras	9
Índice de tablas	13
Introducción	14
Objetivos.....	17
Objetivo general.....	17
Objetivos específicos	17
1. Estado del arte	18
2. Antecedentes generales	21
2.1 Conminución.....	21
2.2 Molino de bolas	21
2.3 Molino de barras	23
2.4 Molino Autógeno (AG).....	23
2.5 Molino Semi-Autógeno (SAG).....	24
2.6 Lifters.....	24
3. Algoritmos de Rocky	25
3.2 Modelos numéricos utilizados por ANSYS Rocky.....	28
3.2.1 DEM.....	28
3.3 Acoplamiento DEM – CFD en Ansys Rocky	36
3.3.1 Ecuaciones gobernantes	37
3.3.2 Modelado de fluidos.....	39
3.3.3 Fuerzas de interacción fluido – partícula	41

3.3.4 Transferencia de calor	48
3.3.5 Acoplamiento DEM – SPH	50
4. Configuración de la simulación.....	69
4.1 Interfaz de ANSYS ROCKY y Parámetros utilizados	69
4.1.1 Menú principal	69
4.1.2 Documento	69
4.1.3 Datos.....	71
5. Optimización computacional y desafíos en la simulación DEM-SPH	114
5.1. Optimización del entorno de hardware	114
5.1.1 Licenciamiento y requisitos técnicos	114
5.1.2 Hardware utilizado	115
5.2. Optimización geométrica del modelo	115
5.2.1 Reducción de escala	116
5.2.2 Mallado selectivo por zonas de interés	117
6. Post procesamiento de la información.....	121
6.1 Extracción de datos	121
6.1.1 Obtención de la Presión en la Cara Superior del Lifter.....	126
6.2 Obtención de la presión en la cara lateral del lifter	129
6.2.1 Identificación del Nodo Pxr	129
6.2.2 Ampliación del Rango de Análisis	129
7. Resultados	131
7.1 Resultados de presión en la Cara superior del lifter	131
7.2 Comparación de la presión nodal promedio en el lifter según su posición angular .	134
7.2.1 Análisis posición angular 2 - 270°	135
7.2.2 Análisis para posición angular 1 - 230°	136

7.2.3	Análisis para posición angular 3 - 315°	137
7.2.4	Comparación global entre posiciones angulares	138
7.2	Resultados de Presión en la Cara Lateral del lifter	140
7.3	Presión en la cara superior del lifter a lo largo del eje Z	142
7.3.2	Posición angular 2 – 270°	143
7.3.1	Posición angular 1 – 230°	144
7.3.3	Posición angular 3 – 315°	146
7.4	Comparación general entre métodos: DEM vs Acoplamiento DEM-SPH	147
7.4.1	Similitudes observadas entre ambos modelos	147
7.4.2	Diferencias clave identificadas.....	147
8.	Conclusiones	151
8.1	Recomendaciones para futuras investigaciones.....	153
9.	Referencias	154
10.	Anexos	159
10.1	Obtención de datos de presión con acoplamiento DEM-SPH	159

Índice de figuras

Figura 2-1: Vista interior de un molino de bolas con medios de molienda.....	22
Figura 2-2: Vista interior de un molino de barras con sus medios de molienda	23
Figura 2-3: Lifter utilizado en molinos, fabricado por la empresa Tega.....	24
Figura 3-1: Descripción esquemática del desgaste de una superficie	27
Figura 3-2: Esquema de una respuesta típica de la fuerza normal - superposición para el modelo de resorte lineal histérico.....	30
Figura 3-3: Ejemplos de gráficos de fuerza-superposición para diferentes fracciones de rigidez adhesiva.....	36
Figura 3-4: Mapa con opciones de acoplamiento DEM-CFD en Rocky.....	52
Figura 3-5: Elementos SPH, coloreados por su velocidad absoluta, interacción de partículas	53
Figura 3-6: Representación de la función de núcleo en SPH	55
Figura 3-7: Interacción DEM-SPH.....	67
Figura 3-8: Detalles de la condición de no deslizamiento de partículas DEM con elementos SPH, extraído de A. V. Potapov and Campbell (2001).....	68
Figura 4-1: Vista del Menú principal del software ANSYS Rocky	69
Figura 4-2: Opciones disponibles en el menú Documento del software ANSYS Rocky.....	71
Figura 4-3: Vista del árbol de funciones en la sección Datos del entorno de simulación en ANSYS Rocky	73
Figura 4-4: Parámetros configurables de la subsección Física en ANSYS Rocky	75
Figura 4-5: Módulos activados en la subsección <i>Módulos</i> de ANSYS Rocky	78
Figura 4-6: Configuración del módulo Estadísticas de colisiones de contorno en ANSYS Rocky	80
Figura 4-7: Configuración del módulo Estadísticas de colisiones de contorno para elementos SPH en ANSYS Rocky	82
Figura 4-8 (a): Configuración geométrica del molino con lifter	84
Figura 4-8 (b): Configuración geométrica del molino sin lifter	85
Figura 4-10: Geometría del lifter analizado, se aprecian ejes y nodos de la malla	86

Figura 4-9: Geometría del molino con ejes coordenados, se aprecian ejes y nodos de la malla	86
Figura 4-11(a): Configuración de superficies rectangulares utilizadas como entrada de partículas DEM	87
Figura 4-11(b): Configuración de superficies rectangulares utilizadas como entrada de elementos SPH en la simulación	88
Figura 4-12: Superficies rectangulares definidas como zonas de ingreso para partículas DEM y elementos SPH	89
Figura 4-13(a): Parámetros de movimiento definidos en la sección <i>Cuadro de movimiento</i> . Velocidad angular inicial	91
Figura 4-13(b): Parámetros de movimiento definidos en la sección <i>Cuadro de movimiento</i> . Aceleración angular	92
Figura 4-14(a): Definición de bolas de acero como partículas DEM en ANSYS Rocky	94
Figura 4-14(b): Definición de rocas de mineral como partículas DEM en ANSYS Rocky.	95
Figura 4-15: Geometría de partículas de mineral (Ore particle) y bolas de acero (Steel Balls)	96
Figura 4-16: Visualización de partículas DEM con escala de color según tamaño, tras el ingreso completo de la carga	96
Figura 4-17: Parámetros configurables en la subsección SPH de ANSYS Rocky.....	99
Figura 4-18: Visualización de elementos SPH dentro del molino durante la simulación ..	100
Figura 4-19: Activación del parámetro Solución Euleriana en la configuración SPH	101
Figura 4-20: Tasa de flujo másico para bolas de acero y partículas de roca definida en la subsección Entradas y salidas	102
Figura 4-21: Tasa de flujo másico (Mass Flow Rate) definida para los elementos SPH....	103
Figura 4-22: Configuración de tiempos de ingreso de partículas en la pestaña Time de la subsección Entradas y salidas	104
Figura 4-23: Configuración de tiempos de entrada de elementos SPH en la pestaña Tiempo de la subsección Entradas y salidas	105
Figura 4-24: Visualización del ingreso inicial de partículas DEM y elementos SPH al molino durante la simulación	106

Figura 4-25: Vista ampliada del ingreso inicial de partículas DEM y elementos SPH al molino durante la simulación	107
Figura 4-26: Configuración de límites de coordenadas y condiciones periódicas en la sección Configuración de dominio del software	109
Figura 4-27: Configuración de tiempo de simulación, frecuencias de salida y desgaste en la sección Solucionador (Solver)	111
Figura 4-28: Configuración de ejecución con GPU y parámetros de superposición en la sección Solver	113
Figura 5-1: Geometría tridimensional del molino utilizada en las simulaciones del trabajo de título de Gonzalo Quintana [36].....	116
Figura 5-2: Geometría del molino con escala reducida utilizada para optimización computacional	117
Figura 5-3: Geometría del lifter utilizado en la simulación con visualización de la malla aplicada.....	118
Figura 5-4: Vista general del molino utilizado en la simulación, donde se destaca el volumen del lifter analizado junto con la superficie interior del equipo.....	119
Figura 6-1: Diagrama obtención de fuerza normal.....	124
Figura 6-2: Diagrama obtención de fuerza normal en la cara lateral de los lifter	125
Figura 6-3: Referencia de la ubicación de los nodos medido en grados respecto a la horizontal	126
Figura 6-4: Rango de análisis del lifter	128
Figura 6-5: Se muestra la zona de estudio del molino.....	128
Figura 6-6: Franja definida.....	130
Figura 6-7: Extensión de la zona de donde se extrae información para obtener la presión normal a la cara lateral	130
Figura 7-1: Evolución de la presión nodal sobre la cara superior del lifter en una simulación con el método DEM-SPH.....	132
Figura 7-2: Evolución de la presión nodal sobre la cara superior del lifter en una simulación con el método DEM	132
Figura 7-3: Esquema con las posiciones angulares en las que se analiza el lifter	134

Figura 7-4: Presión nodal promedio en la cara superior del lifter por ciclo de carga, para un ángulo medio de 270°. Comparación entre simulaciones con DEM y acoplamiento DEM-SPH	135
Figura 7-5: Presión nodal promedio en la cara superior del lifter por ciclo de carga, para un ángulo medio de 230°. Comparación entre simulaciones con DEM y acoplamiento DEM-SPH	136
Figura 7-6: Presión nodal promedio en la cara superior del lifter por ciclo de carga, para un ángulo medio de 315°. Comparación entre simulaciones con DEM y con acoplamiento DEM-SPH	137
Figura 7-7: Presión nodal promedio en cara superior del lifter para cada posición angular	139
Figura 7-8: Evolución de la presión nodal sobre la cara lateral del lifter en una simulación con acoplamiento DEM-SPH.....	141
Figura 7-9: Evolución temporal de la presión sobre la cara lateral del lifter utilizando el método DEM.....	141
Figura 7-10: Representación del sistema de coordenadas empleado para el análisis de presión en función de la posición sobre la cara superior del lifter.....	142
Figura 7-11: Distribución de presión nodal a lo largo del eje Z del lifter en la posición angular de 270°. Se comparan los resultados de simulaciones con y sin fluido incorporado..	143
Figura 7-12: Distribución de presión nodal a lo largo del eje Z del lifter en la posición angular de 230°. Comparación entre simulaciones con y sin fluido incorporado.....	144
Figura 7-13: Distribución de presión nodal a lo largo del eje Z del lifter en la posición angular de 315°. Comparación entre simulaciones con y sin fluido incorporado.....	146
Figura 7-14: Formación de jets de agua en el interior del molino durante una simulación con acoplamiento DEM-SPH.....	150

Índice de tablas

Tabla 4-1: Parámetros definidos en la subsección <i>Cuadro de movimiento</i> para el movimiento rotacional del molino.....	90
Tabla 6-1: Formato de datos que se extraen desde ANSYS Rocky.....	122
Tabla 6-2: Presión en la cara superior del lifter.....	127

Introducción

Chile es un país con una fuerte vocación minera. En el año 2022, el sector minero representó el 58,8 % de las exportaciones nacionales, totalizando US\$ 43.051 millones [\[38\]](#). A nivel mundial, el país se consolida como el mayor productor de cobre y el segundo mayor productor de litio, con un 24,44 % de la producción global en 2023, solo superado por Australia [\[39\]](#), [\[41\]](#). Además, concentra aproximadamente el 41 % de las reservas mundiales de litio, ubicándose como el tercer país con mayores reservas de este recurso estratégico [\[42\]](#).

Ambos minerales son esenciales para el futuro energético del planeta. La electrificación global, impulsada por la transición hacia una economía baja en carbono, ha incrementado la demanda de cobre y litio debido a su relevancia en tecnologías limpias, energías renovables y electromovilidad [\[40\]](#). El cobre es altamente valorado por su conductividad eléctrica y su versatilidad en infraestructura, sistemas eléctricos y transporte. El litio, por su parte, es fundamental en la fabricación de baterías de iones de litio, ampliamente utilizadas en vehículos eléctricos y dispositivos electrónicos portátiles.

Chile podría mantener su posición de liderazgo en producción de cobre durante la próxima década [\[37\]](#). Este escenario representa una gran oportunidad para la industria minera nacional, pero también plantea nuevos desafíos relacionados con la eficiencia operativa, la sostenibilidad ambiental y la optimización de los procesos de extracción y procesamiento del mineral. En este contexto, la necesidad de herramientas que permitan comprender y mejorar los sistemas productivos se vuelve cada vez más relevante.

La simulación numérica computacional ha emergido como una herramienta fundamental para abordar estos desafíos, ya que permite representar, analizar y optimizar el comportamiento de sistemas industriales complejos. En particular, el Método de Elementos Discretos (DEM, por sus siglas en inglés) ha revolucionado el análisis de procesos mineros al modelar de manera individual el movimiento e interacción de las partículas dentro de los equipos, facilitando el estudio de fenómenos como el desgaste, la distribución de velocidades, la segregación y la eficiencia del proceso.

Uno de los equipos críticos en el procesamiento del mineral es el molino SAG (Semi-Autogenous Grinding), cuya función es reducir el tamaño del material extraído hasta niveles adecuados para las etapas siguientes de flotación y refinamiento. Estos equipos procesan grandes volúmenes de carga bajo condiciones operacionales extremas, lo que los convierte en elementos clave en la productividad y los costos de una operación minera [\[44\]](#).

El rendimiento de un molino SAG depende en gran medida del estado y diseño de sus componentes internos, especialmente los lifters, los cuales levantan y liberan la carga de molienda, generando los impactos y fricciones necesarias para la conminución del mineral. El desgaste progresivo de estos elementos representa un problema crítico, ya que afecta directamente la eficiencia del molino, incrementa los costos de mantenimiento y puede comprometer la seguridad operativa. Comprender los mecanismos que originan dicho desgaste es clave para prolongar la vida útil de los lifters, optimizar su diseño, seleccionar materiales adecuados y planificar con mayor precisión los ciclos de reemplazo.

En la industria minera es común emplear agua en la etapa de molienda, ya que su presencia permite una mejor distribución de la carga, favorece la evacuación de partículas finas, ayuda a regular la temperatura del sistema y mitiga la emisión de polvo [\[37\]](#). Sin embargo, la inclusión del fluido introduce dinámicas complejas en la interacción partícula-partícula y partícula-fluido, las cuales son difíciles de modelar con precisión mediante técnicas convencionales.

La modelación numérica ha evolucionado para enfrentar este tipo de desafíos. ANSYS Rocky, un software de simulación de última generación, ha ampliado sus capacidades al incorporar métodos como el acoplamiento DEM-CFD (Computational Fluid Dynamics) y DEM-SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics), que permiten representar de forma más realista los sistemas multifásicos. Mientras que el enfoque del acoplamiento DEM-CFD es adecuado para flujos confinados y con geometría definida, el acoplamiento DEM-SPH se destaca por su capacidad para modelar flujos con superficies libres, como es el caso de los flujos turbulentos y discontinuos presentes en el interior de un molino SAG con presencia de fluido.

Este trabajo de título tiene como objetivo evaluar el comportamiento dinámico de la carga interna de un molino SAG, con énfasis en las presiones ejercidas sobre las caras superior y lateral de los lifters, mediante simulaciones computacionales que incorporan el acoplamiento de los métodos DEM y SPH en ANSYS Rocky. Para ello, se comparan los resultados obtenidos con simulaciones DEM puras, permitiendo observar el efecto de la fase líquida en la distribución de presiones y en la dinámica interna del molino. La finalidad de este estudio es contribuir al desarrollo de modelos más precisos que apoyen el diseño, operación y mantenimiento de equipos críticos en la minería del cobre, aportando herramientas que faciliten la toma de decisiones informadas en un entorno industrial cada vez más exigente.

Objetivos

Objetivo general

Analizar las presiones generadas sobre las caras superior y lateral de los lifters de un molino SAG bajo condiciones de molienda húmeda, considerando el efecto de la fase de fluido en la dinámica interna de la carga, mediante simulaciones numéricas desarrolladas en ANSYS Rocky utilizando el acoplamiento de los métodos DEM y SPH.

Objetivos específicos

- Desarrollar un modelo numérico en ANSYS Rocky que permita simular el comportamiento de la carga interna de un molino SAG bajo condiciones multifásicas utilizando el acoplamiento DEM-SPH.
- Determinar la presión ejercida por la carga de molienda sobre los lifters en distintas posiciones angulares del molino.
- Comparar las presiones generadas en condiciones de molienda húmeda (DEM-SPH) con aquellas obtenidas mediante simulación con DEM (molienda seca).
- Evaluar la influencia de la fase líquida en la distribución espacial y temporal de las presiones sobre los lifters.

1. Estado del arte

La simulación de procesos industriales ha permitido analizar sistemas complejos con alta precisión, especialmente en la industria minera, donde los molinos SAG desempeñan un papel crucial. Estos equipos están sujetos a cargas mecánicas severas que afectan directamente su rendimiento y la vida útil de sus componentes, como los lifters [6].

El desarrollo de métodos numéricos como el DEM (Discrete Element Method), CFD (Computational Fluid Dynamics) y SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) ha facilitado el estudio detallado de la interacción entre partículas sólidas y fases fluidas [5]. La combinación de estos métodos, particularmente el acoplamiento DEM-SPH y DEM-CFD, resulta ideal para analizar fenómenos dinámicos en molinos SAG.

Este capítulo revisa los avances más relevantes en el uso de los acoplamientos DEM-SPH y DEM-CFD, destacando sus aplicaciones y limitaciones en herramientas como ANSYS Rocky, identificando brechas en la literatura y justificando la relevancia de este estudio en el contexto de simulaciones accesibles y técnicamente avanzadas.

Los molinos SAG son fundamentales en la industria minera para la molienda de grandes volúmenes de mineral. Debido a su alta capacidad y complejidad operativa, han sido objeto de diversas investigaciones destinadas a mejorar su eficiencia y reducir el desgaste de sus componentes críticos, como los lifters.

El uso del método DEM ha posibilitado el estudio de los molinos SAG, permitiendo modelar el comportamiento dinámico de las partículas sólidas y su interacción con las superficies internas del molino [31]. Estos estudios han sido fundamentales para optimizar el diseño de los lifters y comprender las fuerzas generadas durante la operación. Sin embargo, el DEM no considera la interacción entre sólidos y fluidos, lo cual es esencial en molinos SAG que operan con una fase líquida significativa [11].

El método CFD ha sido ampliamente utilizado para modelar fluidos, permitiendo un análisis detallado de los patrones de flujo en molinos SAG y su interacción con las partículas sólidas [9]. Aunque el acoplamiento CFD-DEM ha demostrado ser una herramienta poderosa para

el análisis de sistemas multifásicos, su implementación práctica presenta desafíos significativos. Diversos estudios han reportado que este tipo de simulaciones demanda una gran capacidad computacional, debido a la necesidad de resolver simultáneamente las interacciones fluido-sólido a través de mallas finas y escalas de tiempo reducidas, especialmente en procesos altamente dinámicos como la molienda en molinos SAG [45], [46]. Además, se han identificado dificultades técnicas para definir relaciones adecuadas entre el tamaño de celda CFD y el diámetro de partícula, lo que puede comprometer la estabilidad y precisión del modelo [47]. Estas limitaciones justifican la búsqueda de métodos alternativos más eficientes, como el acoplamiento DEM-SPH, que ofrece ventajas en el tratamiento de flujos con superficies libres y geometrías variables, reduciendo significativamente los requisitos de malla y mejorando la viabilidad del análisis computacional [48]

Una de las fortalezas del CFD radica en su capacidad para resolver flujos altamente detallados, lo que lo hace ideal para sistemas con patrones de flujo complejos y bien definidos [21]. Sin embargo, cuando se requiere modelar sistemas dinámicos con interfaces fluido-sólido complejas, el uso del método SPH puede ser más conveniente.

Actualmente el desarrollo de la metodología SPH es de interés para la ingeniería, ya que a pesar del trabajo que ya se ha avanzado alrededor de ésta, aún sigue en proceso de creación y de consolidación como una herramienta computacional, para hacerla cada vez más útil y precisa [54].

El método SPH se ha consolidado como una herramienta útil para modelar fluidos, complementando las capacidades del DEM. Investigaciones como las de Monaghan (2000) y Potapov et al. (2001) [23] [3] han demostrado cómo el acoplamiento DEM-SPH permite un análisis integral de sistemas multifásicos, capturando el comportamiento del fluido y su influencia en las partículas sólidas.

En comparación con el acoplamiento DEM-CFD, el DEM-SPH presenta una menor demanda computacional para sistemas dinámicos y con interfaces complejas entre fases sólido-fluido, como es el caso de los molinos SAG [28]. Estudios recientes han utilizado el acoplamiento

DEM-SPH para capturar de manera más precisa las dinámicas sólido-fluido en molinos SAG [\[31\]](#).

No obstante, estos trabajos aún enfrentan limitaciones computacionales, lo que dificulta su implementación en configuraciones industriales a gran escala. En este contexto, la presente investigación se enfoca en explorar las capacidades del software ANSYS Rocky para superar estas barreras, demostrando su potencial para realizar simulaciones con acoplamiento DEM-SPH en condiciones accesibles y técnicamente viables.

La elección entre el acoplamiento DEM-CFD y DEM-SPH depende del caso de estudio y los recursos computacionales disponibles. En el caso específico de esta investigación:

- **Computación:** El acoplamiento DEM-SPH requiere menos capacidad computacional para sistemas dinámicos con interfaces complejas, como los molinos SAG.
- **Flexibilidad:** El método SPH permite manejar configuraciones irregulares y variables en el tiempo, mientras que el método CFD es más adecuado para flujos bien definidos y constantes.
- **Eficiencia:** La integración de los métodos DEM y SPH se ajusta mejor a las necesidades del estudio, equilibrando precisión y viabilidad computacional.

Por estas razones, se seleccionó el acoplamiento DEM-SPH como adecuado para este estudio, ya que permite abordar las dinámicas sólido-fluido en molinos SAG de manera eficiente, considerando las limitaciones prácticas y los objetivos planteados.

El estado del arte refleja cómo la evolución de los acoplamientos DEM-CFD y DEM-SPH ha permitido el análisis de procesos industriales complejos, como los presentes en los molinos SAG.

2. Antecedentes generales

2.1 Conminución

La conminución se refiere al proceso de reducción del tamaño de las partículas sólidas de roca, mediante la aplicación de fuerzas mecánicas. Este proceso es esencial en la industria minera y en otras industrias que involucran la manipulación y procesamiento de materiales sólidos.

El objetivo principal de la conminución, en el caso de la minería, es liberar los minerales valiosos incrustados en la roca de desecho o en el mineral de baja ley. Para lograr esto, se utilizan diferentes métodos de conminución, como la trituración y la molienda.

La trituración es el proceso inicial en el cual el material se reduce de tamaño mediante la aplicación de fuerzas mecánicas, como la compresión, el impacto o la abrasión. Por lo general, se utilizan equipos como trituradoras de mandíbulas, trituradoras giratorias o trituradoras de cono para llevar a cabo este proceso. La trituración reduce el tamaño del material a un tamaño manejable para el siguiente paso de la conminución, que es la molienda.

La molienda es el proceso de reducción adicional del tamaño de las partículas mediante la aplicación de fuerzas mecánicas, como la fricción y el impacto, junto con la acción de medios de molienda, como bolas o barras de acero. Se utilizan molinos, como molinos de bolas, molinos de barras o molinos autógenos, para llevar a cabo la molienda. El objetivo de la molienda es obtener partículas de tamaño adecuado para la liberación de los minerales valiosos y para separarlos de los minerales no deseados [\[1\]](#).

Es importante mencionar que la conminución es un proceso energéticamente intensivo y puede representar un costo significativo en la operación minera. Por lo tanto, la optimización de la conminución es crucial para maximizar la eficiencia y minimizar los costos operativos.

2.2 Molino de bolas

Los molinos son equipos utilizados en el proceso de conminución para la reducción del tamaño de partículas de un material sólido. Estos equipos son ampliamente utilizados en la industria minera, así como en otras industrias relacionadas con la manipulación y procesamiento de materiales.

Los molinos de bolas son los más utilizados en la industria minera. Consisten en un tambor giratorio que contiene bolas de acero como medio de molienda. A medida que el tambor gira, las bolas caen sobre el material a moler, triturándolo y reduciendo su tamaño. Los molinos de bolas son eficientes para la molienda de minerales duros y abrasivos. En la figura 2-1 se puede apreciar el interior de un molino de bolas con sus medios de molienda.

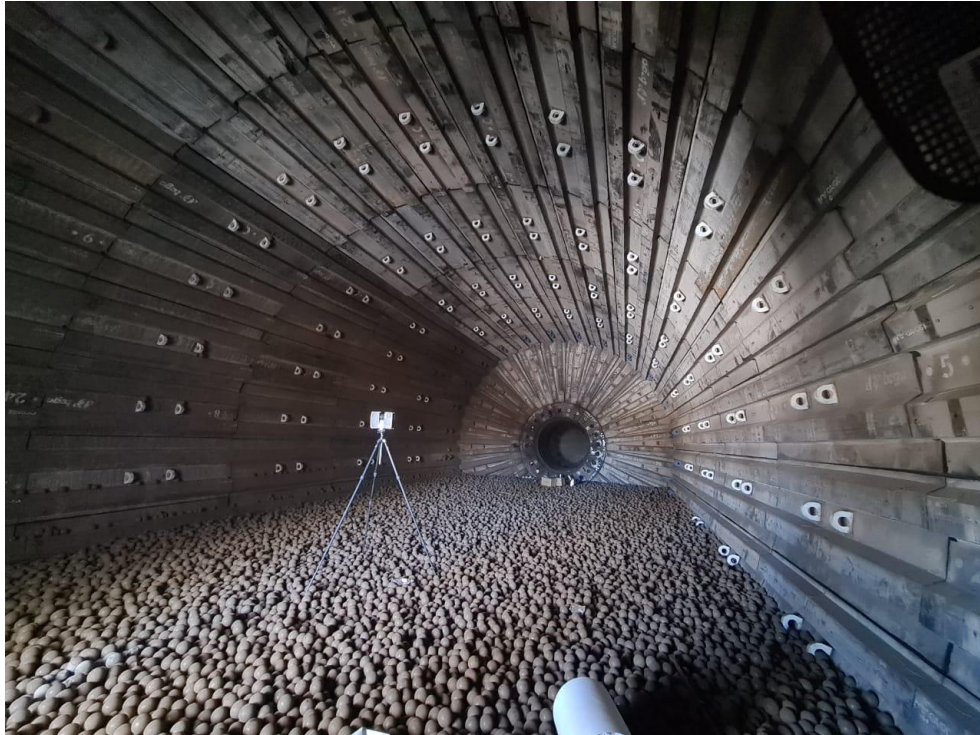


Figura 2-1: Vista interior de un molino de bolas con medios de molienda

2.3 Molino de barras

Son similares a los molinos de bolas, pero en lugar de utilizar bolas de acero, utilizan barras de acero como medio de molienda. Estos molinos son adecuados para la molienda de minerales más blandos y se utilizan a menudo en etapas de molienda primaria. En la figura 2-2 se visualiza el interior de un molino de barras.



Figura 2-2: Vista interior de un molino de barras con sus medios de molienda

2.4 Molino Autógeno (AG)

En estos molinos, el propio mineral se utiliza como medio de molienda, sin necesidad de medios adicionales como bolas o barras. La molienda se produce por el impacto y la fricción de las partículas entre sí. Los molinos autógenos son eficientes para la molienda de minerales de alta dureza y se utilizan en etapas de molienda primaria y secundaria.

2.5 Molino Semi-Autógeno (SAG)

Son una combinación de molinos autógenos y molinos de bolas. Utilizan una carga de mineral y bolas de acero para la molienda. Los molinos SAG son comúnmente utilizados en la industria minera para la molienda de minerales de alta dureza y gran tamaño.

2.6 Lifters

Los molinos cuentan con lifters (revestimientos) al interior de su carcasa lo que cumple dos funciones principales en la operación, primero protege a la carcasa de la abrasión y el impacto al que se ve sometido el interior del molino, por otro lado, cumplen la función de levantar el mineral y los medios de molienda, en el caso que se utilicen, para generar el movimiento de la carga necesario para generar la molienda, si los lifters se gastan y cambian su geometría pueden afectar el levantamiento de la carga y por ende afectar la eficiencia de la molienda lo que conlleva grandes costos económicos para la empresa minera. En la figura 2-3 se visualiza un lifter utilizado en molinos, fabricado por la empresa Tega.



Figura 2-3: Lifter utilizado en molinos, fabricado por la empresa Tega

3. Algoritmos de Rocky

Rocky es un módulo de análisis dentro del software ANSYS, se utiliza para el análisis y la resolución de problemas complejos de ingeniería que involucran fluidos, partículas y acoplamiento fluido-partícula [\[49\]](#), [\[53\]](#).

Rocky es conocido por su capacidad para simular y analizar interacciones multifásicas y multidisciplinarias en una amplia gama de aplicaciones industriales, como la industria minera, farmacéutica, de alimentos y bebidas, petróleo y gas, entre otras [\[49\]](#), [\[51\]](#), [\[53\]](#).

El software utiliza un enfoque de simulación por elementos discretos (DEM) para modelar el comportamiento de las partículas, por ejemplo, las rocas y bolas de acero presentes en un molino, y un enfoque de dinámica de fluidos computacional (CFD) para analizar el comportamiento del fluido, por ejemplo, el agua presente en el molino. Estos enfoques se acoplan bidireccionalmente, lo que permite estudiar las interacciones entre las partículas y el fluido en un sistema [\[50\]](#), [\[52\]](#), [\[53\]](#).

Rocky ofrece una amplia gama de características y herramientas, como la modelización de partículas deformables, la simulación de interacciones químicas y térmicas, la simulación de procesos de mezcla y separación, y la visualización avanzada de resultados [\[49\]](#), [\[53\]](#).

El software también cuenta con una interfaz que facilita la configuración de simulaciones, la visualización de resultados y el análisis de datos [\[53\]](#).

3.1 Desgaste

Rocky también se puede utilizar como una herramienta para predecir el desgaste abrasivo de superficies sólidas debido a la acción de partículas impactantes. El modelo de desgaste implementado en Rocky se basa en la ley de desgaste de Archard [\[2\]](#). Esta ley fenomenológica relaciona la pérdida de volumen del material con el trabajo realizado por las fuerzas de fricción en la superficie del material. La ley de Archard generalmente se expresa como [\[3\]](#):

$$V = k \frac{W_{\tau}}{H} \quad (1)$$

Donde:

- V es el volumen total de material desgastado de la superficie.
- W_{τ} es el trabajo realizado por las fuerzas tangenciales sobre la superficie.
- H es la dureza del material sometido a desgaste.
- k es una constante empírica adimensional.

Para la implementación en Rocky la ley de Archard se considera en forma incremental:

$$\Delta V = C \Delta W_{\tau} \quad (2)$$

Donde:

- ΔV es el volumen de material desgastado durante un intervalo de tiempo de simulación.
- ΔW_{τ} es el trabajo tangencial o de corte realizado por las fuerzas de contacto en los límites durante un intervalo de tiempo, en los contactos de partícula a límite.
- $C = k/H$ es una constante proporcionada por el usuario. En Rocky, cada límite (geometría) importado en un problema puede definirse con un valor diferente de la constante C , que se muestra en la interfaz de usuario como Ratio Volumen/Trabajo de Corte.

La figura 3-1 ilustra esquemáticamente la aplicación de la ecuación (2) en Rocky. Dado que todos los límites en Rocky se definen como superficies trianguladas, el efecto de eliminar el volumen ΔV se logra desplazando los vértices hacia adentro. La distancia en la que se desplaza cada vértice se calcula para que la variación de volumen sea igual al valor de ΔV calculado con la ecuación (2). Vale la pena señalar que durante este proceso se mantiene sin cambios la topología de la triangulación del límite. Debido a esto, para capturar adecuadamente los cambios de geometría, es deseable que las regiones que se espera que sufran desgaste presenten triangulaciones suficientemente refinadas.

Nota: Los usuarios deben tener en cuenta que, sin embargo, cuanto más refinada sea la triangulación de los límites, mayor será el tiempo de procesamiento.

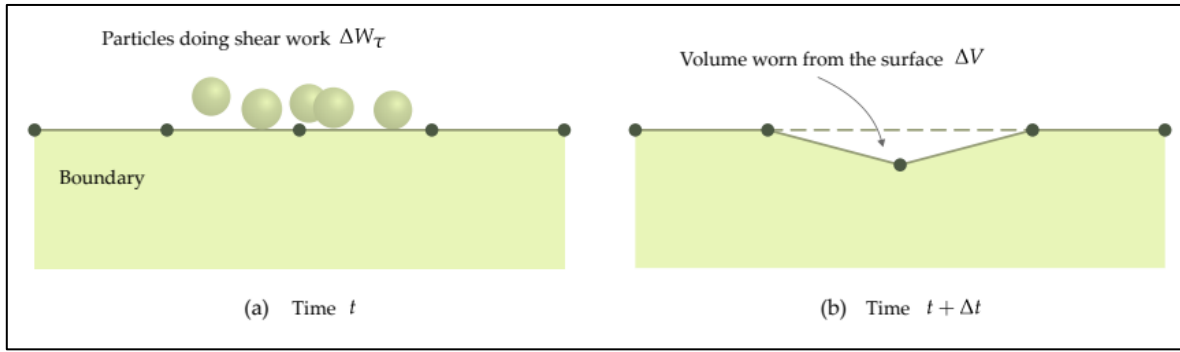


Figura 3-1: Descripción esquemática del desgaste de una superficie

El trabajo tangencial realizado por las partículas al chocar con un límite se calcula triángulo por triángulo. Los vértices adyacentes a los triángulos que reciben más trabajo de corte se desplazarán más y, en consecuencia, estas regiones mostrarán más desgaste en una simulación. El trabajo tangencial por triángulo se calcula sumando las contribuciones de trabajo tangencial de todas las colisiones que ocurren en un triángulo durante un intervalo de tiempo de simulación. Convencionalmente, se considera que el trabajo que produce desgaste en un límite en un contacto de partícula a límite es la mitad del trabajo total realizado por la fuerza de contacto tangencial respectiva. Es decir:

$$\Delta W_{\tau,c} = \frac{1}{2} |F_{\tau}| \Delta s_{\tau} \quad (3)$$

Donde:

- F_{τ} es la componente tangencial de la fuerza de contacto, calculada por uno de los modelos de fuerza tangencial de Rocky.
- Δs_{τ} es la distancia de deslizamiento calculada durante un intervalo de tiempo de simulación, Δt . La distancia de deslizamiento es el desplazamiento relativo paralelo al plano tangencial, en un contacto entre partícula y límite. En general, el período real de vida del desgaste en los procesos industriales es mucho más largo de lo que generalmente es razonable simular con DEM. Este problema se puede evitar acortando el tiempo de simulación y aumentando la tasa de desgaste C varias órdenes de magnitud. Un valor adecuado de C se puede determinar siguiendo dos reglas heurísticas [4]:

1- C debe cumplir la restricción de proporcionalidad de la ecuación (2). En otras palabras, aumentar C por un factor y reducir el tiempo de simulación por el mismo factor debe preservar las características del desgaste.

2- El tiempo total de simulación debe ser suficientemente largo para que la variación estadística asociada con eventos discretos sea pequeña en los datos de salida de DEM.

Ambas reglas se violan cuando se utilizan valores extremadamente grandes de C, lo que produce cambios rápidos en la geometría que perturban fuertemente el movimiento de las partículas.

3.2 Modelos numéricos utilizados por ANSYS Rocky

3.2.1 DEM

Las fuerzas de contacto en cualquier código de DEM (incluido Rocky) consisten en las siguientes dos partes:

- Fuerzas normales al plano de contacto.
- Fuerzas tangenciales al plano de contacto.

Para partículas esféricas, el plano de contacto es perpendicular a la línea que conecta los centros de dos esferas. En el caso de un contacto partícula-a-límite, la línea conecta el centro de una esfera y el punto más cercano de un triángulo que forma el límite. Para partículas no esféricas, el algoritmo para determinar un plano de contacto es más complejo; implica calcular uno de los siguientes:

- Los puntos más cercanos de dos partículas.
- Los puntos más cercanos de una partícula y un triángulo.
- Los dos puntos con la máxima distancia de superposición en el caso de un contacto físico.

El plano de contacto es un plano perpendicular a la línea que conecta estos puntos más cercanos.

3.2.1.1 Modelo de fuerza normal

Un modelo de fuerza normal para una simulación DEM tiene dos requisitos principales. En primer lugar, la fuerza debe ser repulsiva. En segundo lugar, el modelo de fuerza de contacto normal debe permitir una disipación significativa de energía, ya que un medio granular es un sistema extremadamente disipativo.

Este modelo de contacto normal elástico-plástico (repulsivo y disipativo), propuesto por primera vez por Walton & Braun [5], permite simular la disipación de energía plástica en un contacto sin introducir la sobrecarga de tiempos de simulación prolongados.

Además, dado que no se utiliza ningún término de amortiguación viscosa, la disipación de energía no depende de las velocidades relativas de las partículas vecinas, lo que hace que la disipación de energía sea insensible a otros contactos.

Una ventaja adicional de este modelo es que los materiales compresibles se pueden modelar con precisión debido a que las fuerzas de contacto pueden ser casi cero incluso en solapamientos residuales.

El modelo de resorte lineal histérico se implementa en Rocky de manera incremental, como se describe en el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$F_n^t = \begin{cases} \min(K_{nl}s_n^t, F_n^{t-\Delta t} + K_{nu}\Delta s_n) & \text{si } \Delta s_n \geq 0 \\ \max(F_n^{t-\Delta t} - K_{nu}\Delta s_n, -K_{nl}s_n^t) & \text{si } \Delta s_n < 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$\Delta s_n = s_n^t - s_n^{t-\Delta t} \quad (5)$$

Donde:

- F_n^t y $F_n^{t-\Delta t}$ son las fuerzas de contacto normal elástico-plásticas en el tiempo actual t y en el tiempo anterior $t - \Delta t$, respectivamente, donde Δt es el intervalo de tiempo.
- Δs_n es el cambio en la superposición normal de contacto durante el tiempo actual. Se asume que es positivo cuando las partículas se acercan entre sí y negativo cuando se separan. s_n^t y $s_n^{t-\Delta t}$ son los valores de superposición normal de contacto en el tiempo actual y en el tiempo anterior, respectivamente.

- K_{nl} y K_{nu} son los valores de las rigideces de contacto de carga y descarga, respectivamente.
- λ es una constante pequeña adimensional. Su valor en ANSYS Rocky es 0,001. La parte de la expresión en la que esta constante es activa garantiza que, durante la descarga, la fuerza normal regresará a cero cuando la superposición disminuya a cero.

Un ciclo típico de carga/descarga se representa en la Figura 3-2. Entre los puntos A y B, tenemos el proceso de carga, en el cual la superposición de fuerza normal aumenta linealmente con una pendiente K_{nl} . Después de alcanzar la superposición máxima, la descarga sigue una línea más pronunciada entre los puntos B y C, donde la pendiente es K_{nu} . La deformación plástica del contacto solo existe durante el contacto, por lo que cualquier deformación residual se olvida después de que el contacto cesa. La energía disipada en la colisión es numéricamente igual al área sombreada en el diagrama de fuerza-deformación de la figura 3-2.

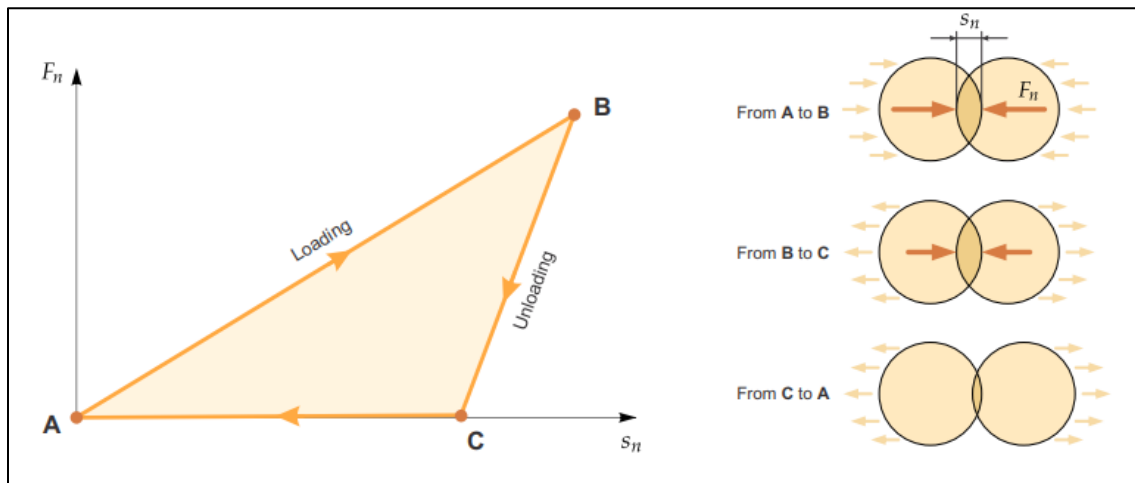


Figura 3-2: Esquema de una respuesta típica de la fuerza normal - superposición para el modelo de resorte lineal histérico

Las rigideces de carga y descarga se definen según el tamaño de las partículas, el módulo de Young volumétrico y el coeficiente de restitución de los materiales en contacto, los dos últimos de los cuales son ingresados por el usuario en Rocky. El coeficiente de restitución e en Rocky es una medida de la disipación de energía para el par de materiales en contacto. Para el contacto de dos partículas o de una partícula con un límite, las rigideces de carga y descarga equivalentes se definen, respectivamente, como:

$$\frac{1}{K_{nl}} = \begin{cases} \frac{1}{K_{nl,p1}} + \frac{1}{K_{nl,p2}} & \text{para contacto partícula - partícula} \\ \frac{1}{K_{nl,p}} + \frac{1}{K_{nl,b}} & \text{para contacto partícula - límite} \end{cases} \quad (6)$$

$$K_{nu} = \frac{K_{nl}}{\varepsilon^2} \quad (7)$$

Donde los subíndices 1 y 2 identifican las dos partículas en contacto. Las rigideces individuales asociadas a una partícula y a un límite se calculan, respectivamente, como:

$$K_{nl,p} = E_p L \quad (8)$$

$$K_{nl,b} = E_b L \quad (9)$$

Donde:

- E_p es el módulo de Young o módulo elástico volumétrico del material de la partícula, que el usuario puede ingresar en el panel de edición del material correspondiente.
- E_b es el módulo de Young del material del límite, que también es una entrada del usuario.
- L es el tamaño de la partícula.

Nota: Un valor de $1,0 \cdot 10^8 [Pa]$ para el módulo de Young a granel de las partículas es un número razonable para la mayoría de los tamaños de partículas.

En contactos a largo plazo, por ejemplo, entre partículas en un montón, el modelo de resorte lineal histérico puede dar lugar a oscilaciones de amplitudes muy pequeñas en la fuerza normal y en la superposición. Aunque estas oscilaciones apenas son perceptibles, este fenómeno puede evitar que las partículas alcancen un estado de reposo absoluto. Debido a esto, se introdujo un mecanismo adicional de disipación de energía en Rocky, con el fin de disipar oscilaciones espurias en contactos a largo plazo. Este mecanismo consiste en la adición de una fuerza viscosa que solo se activa durante ciclos de carga secundarios en contactos a largo plazo. Esta fuerza adicional se define de manera similar a la parte disipativa de la fuerza de contacto en el modelo de resorte lineal-amortiguador.

$$F_{n,v} = C_n \dot{s}_n \quad (10)$$

Donde $\dot{s}_n$ es la derivada temporal de la superposición normal y C_n es el coeficiente de amortiguamiento. El valor de la razón de amortiguamiento η necesario en esa ecuación puede ser especificado por el usuario en la subpestaña Avanzado del panel del Solucionador, donde se encuentra listado como "*Damping Ratio for Hysteretic Linear Spring Model*". Los valores permitidos para este parámetro están en el rango de 0 a 1,5.

Dos modelos de fuerzas tangenciales son compatibles con el modelo de resorte lineal histérico: el modelo de límite de resorte lineal de Coulomb y el modelo de límite de Coulomb. Además, solo funciona con dos modelos adhesivos integrados en Rocky: el modelo de fuerza adhesiva constante y el modelo de fuerza adhesiva lineal.

3.2.1.2 Modelos de fuerza tangencial

3.2.1.2.1 Modelo de límite de resorte lineal de Coulomb

La fuerza tangencial en este modelo es elástica-friccional. Si la fuerza tangencial se considerara puramente elástica, su valor en el tiempo t estaría dado por:

$$\mathbf{F}_{\tau,e}^t = \mathbf{F}_{\tau}^{t-\Delta t} - K_{\tau} \Delta \mathbf{s}_{\tau} \quad (11)$$

Nota: El signo negativo en esta ecuación surge del hecho de que la fuerza tangencial siempre se opone al desplazamiento tangencial.

Donde:

- $\mathbf{F}_{\tau}^{t-\Delta t}$ es el valor de la fuerza tangencial en el tiempo anterior.
- $\Delta \mathbf{s}_{\tau}$ es el desplazamiento relativo tangencial de las partículas durante el intervalo de tiempo.
- K_{τ} es la rigidez tangencial definida como:

$$K_{\tau} = r_K K_{nl} \quad (12)$$

Donde K_{nl} es la rigidez normal de carga definida en la ecuación (6) y r_K es un parámetro definido por el usuario listado como Razón de Rigidez Tangencial en el panel de edición de interacción de materiales correspondiente.

Sin embargo, en este modelo, la fuerza tangencial no puede exceder el límite de Coulomb. Por lo tanto, la expresión completa para la fuerza tangencial es:

$$\mathbf{F}_{\tau}^t = \min (|\mathbf{F}_{\tau,e}^t|, \mu F_n^t) \frac{\mathbf{F}_{\tau,e}^t}{|\mathbf{F}_{\tau,e}^t|} \quad (13)$$

Donde:

- F_n^t es la fuerza normal de contacto en el tiempo t .
- μ es el coeficiente de fricción, definido como:

$$\mu = \begin{cases} \mu_s & \text{si no hay deslizamiento en el contacto} \\ \mu_d & \text{si hay deslizamiento en el contacto} \end{cases} \quad (14)$$

En donde μ_s y μ_d son, respectivamente, los coeficientes de fricción estática y dinámica. Estas son propiedades que el usuario puede definir en el panel de edición de interacción de materiales correspondiente en Rocky.

El deslizamiento se considera que ocurre en el contacto la primera vez que la magnitud de la fuerza tangencial $|\mathbf{F}_{\tau,e}^t|$ excede el límite de $\mu_s \cdot F_n^t$. Una vez que esa fuerza cae por debajo del valor de $\mu_s \cdot F_n^t$, el contacto se considera no deslizante nuevamente.

3.2.1.3 Modelo de fuerza adhesiva

Los modelos de contacto normal descritos anteriormente son adecuados para simular materiales granulares no adhesivos y secos. Desafortunadamente, con frecuencia los materiales granulares pueden tener diferentes contenidos de humedad que pueden hacer que se adhieran entre sí y a otras superficies con las que entran en contacto. Para capturar este comportamiento, la fuerza normal repulsiva debe complementarse con la fuerza normal atractiva para predecir con precisión sus características de flujo.

Por ejemplo, esto es necesario para materiales húmedos y pegajosos donde la adhesión proviene de fuerzas de puentes líquidos u otros mecanismos. [\[6\]](#)

Un punto importante a tener en cuenta es que la cohesión/adhesión de un sólido a granel es una función del estrés. El modelo de contacto de adhesión de fuerza lineal en Rocky captura este fenómeno físico escalando la cohesión/adhesión con la fuerza de contacto.

3.2.1.3.1 Modelo de fuerza adhesiva constante

Con una calibración adecuada, el modelo de fuerza adhesiva constante se puede utilizar para simular el comportamiento de materiales adhesivos que no presentan efectos de consolidación de estrés, por ejemplo, cuando la adhesión se debe a fuerzas de puentes líquidos [6].

Este es el modelo de adhesión más simple en Rocky y se describe mediante la siguiente ecuación:

$$F_{n,adh} = \begin{cases} 0 & si - s_n \geq \delta_{adh} \\ f_{adh} g \min(m1, m2) & si - s_n < \delta_{adh} \end{cases} \quad (15)$$

Donde:

- $F_{n,adh}$ es la fuerza de contacto adhesiva normal.
- s_n es la superposición normal de contacto.
- $m1$ y $m2$ son las masas de las partículas en contacto.
- g es la aceleración debido a la gravedad.
- δ_{adh} es un parámetro del modelo listado como "Distancia Adhesiva" en la interfaz de ANSYS Rocky. Si la distancia entre dos partículas o entre una partícula y una superficie de límite es menor que δ_{adh} , la fuerza adhesiva se activará. En Rocky, el valor de este parámetro se puede definir en el panel de edición de interacción de materiales.
- f_{adh} es un parámetro del modelo listado en la interfaz de ANSYS Rocky como "Fracción de Fuerza". El valor de la fuerza adhesiva será igual a la fuerza gravitatoria de la partícula multiplicada por el valor de f_{adh} . Si la fracción de fuerza es 1, significa que la fuerza adhesiva será igual a la fuerza gravitatoria sobre la partícula. En el caso de contacto entre dos partículas de masas diferentes, se considera la masa más pequeña para el cálculo de la fuerza gravitatoria.

3.2.1.3.2 Modelo de fuerza adhesiva lineal

Al igual que el modelo de fuerza adhesiva constante, el modelo de fuerza adhesiva lineal requiere una calibración del comportamiento del material. Este modelo es adecuado para materiales granulares con consolidación de estrés.

El modelo de fuerza adhesiva lineal implementado en Rocky se puede describir mediante la siguiente expresión:

$$F_{n,adh} = \begin{cases} 0 & \text{si } -s_n \geq \delta_{adh} \\ r_{adh}K_{nl}(s_n + \delta_{adh}) & \text{otro} \end{cases} \quad (16)$$

Donde:

- $F_{n,adh}$ es la fuerza adhesiva de contacto normal en el tiempo actual.
- s_n es la superposición normal de contacto en el tiempo actual. Se asume que es positiva cuando las entidades en colisión se tocan entre sí y negativa cuando están separadas pero cercanas. En este último caso, su valor absoluto dará la distancia de separación entre esas entidades (dos partículas o una partícula y una superficie de límite).
- δ_{adh} es un parámetro del modelo listado como "Distancia Adhesiva" en la interfaz de ANSYS Rocky. La fuerza adhesiva entre dos entidades vecinas será mayor que cero si y solo si la distancia de separación entre ellas es menor que el valor de δ_{adh} .
- r_{adh} es un parámetro del modelo listado como "Fracción de Rigidez" en la interfaz de ANSYS Rocky. Este parámetro se define como la relación entre la rigidez adhesiva y la rigidez de carga de contacto.
- K_{nl} es la rigidez normal de contacto de carga definida en la ecuación (6).

El modelo adhesivo lineal, en esencia, se comporta como un resorte lineal atractivo. Cuando dos entidades vecinas están separadas, pero cerca, la fuerza adhesiva es cero si la distancia real entre ellas es mayor que la distancia adhesiva. Cuando se supera ese umbral y las entidades se acercan, la fuerza adhesiva aumenta proporcionalmente a la diferencia entre la distancia adhesiva y la distancia de separación real. Si se alcanza el contacto físico, la fuerza adhesiva aumenta aún más, en este caso proporcionalmente a la suma de la distancia adhesiva y la superposición. El coeficiente de proporcionalidad se define en ambos casos como la rigidez adhesiva, dada por $r_{adh} K_{nl}$.

La figura 3-3 muestra algunos ejemplos de la respuesta fuerza-superposición de una colisión de partículas con una pared, tanto en impactos secos como adhesivos. El modelo de resorte lineal histérico se utiliza como fuerza de contacto normal en todos los casos, y la fracción de

rigidez varía de 0 a 0,5, para el modelo de adhesión lineal. Es evidente que, a mayor superposición de contacto, mayor es la fuerza atractiva, lo que permite un modelo preciso para representar la consolidación de estrés de los materiales granulares.

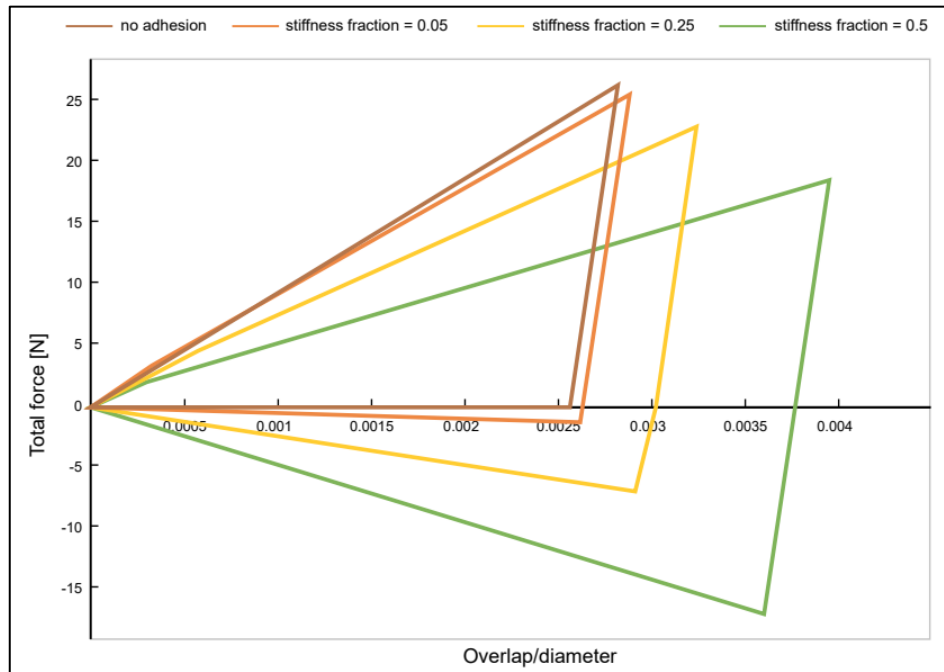


Figura 3-3: Ejemplos de gráficos de fuerza-superposición para diferentes fracciones de rigidez adhesiva

3.3 Acoplamiento DEM – CFD en Ansys Rocky

El acoplamiento de DEM con un método de volumen finito para la solución de la fase de fluido a nivel de celda computacional fue reportado por primera vez por Tsuji et al. y Hoomans et al., utilizando el modelo de esfera suave y el modelo de esfera dura para la fuerza de interacción entre partículas, respectivamente.

Desde entonces, numerosos autores han publicado trabajos utilizando el tipo de modelo Euler-Lagrange para estudiar el flujo granular.

El acople DEM-CFD es una técnica prometedora para modelar los sistemas fluidos-granulares, debido a que permite calcular la naturaleza discreta de la fase de partículas al tiempo que mantiene la factibilidad computacional. Esto se logra gracias a la resolución del flujo del fluido a nivel de celdas en lugar de a nivel detallado de partículas. Debido a los

cálculos de fluido reducidos requeridos, esta técnica amplía el rango de equipos y procesos que se pueden estudiar con simulaciones numéricas.

En el método DEM-CFD, el flujo del fluido se obtiene mediante el enfoque convencional de continuidad, proporcionando información para calcular las fuerzas del fluido que actúan sobre las partículas individuales, mientras que el movimiento de la partícula se obtiene utilizando un método discreto de partículas.

Algunos beneficios específicos de utilizar el método de acoplamiento DEM-CFD vs usar solo CFD se enlistan a continuación:

- A diferencia de los métodos de continuidad, se simula el movimiento de cada partícula, por lo que se tienen en cuenta las interacciones partícula-partícula. Por lo tanto, no es necesario proporcionar ecuaciones de estado o de movimiento de los sistemas granulares, que son bastante difíciles de derivar.
- Del mismo modo, no hay limitación en cuanto a la concentración de partículas de tamaño pequeño y la distribución de tamaños de partículas se puede prescribir fácilmente sin aumentar el costo computacional del solucionador de CFD.
- Es posible trabajar con partículas no esféricas.
- Es posible modelar materiales adhesivos y cohesivos mediante la representación de la fuerza de atracción entre un par de partículas y entre partículas y paredes.
- Además, se puede incluir la transferencia de calor entre partícula-partícula, partícula-pared y la transferencia de calor convectiva con el fluido.

3.3.1 Ecuaciones gobernantes

En el acoplamiento Rocky-Fluent, se utiliza el enfoque convencional de continuidad mediante Ansys Fluent para obtener el flujo del fluido. Se resuelven las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía utilizando el método de volumen finito. Por otro lado, el flujo de la fase sólida se modela utilizando el enfoque discreto dentro del software ANSYS Rocky.

El acoplamiento entre el sólido y el fluido se logra mediante la inclusión de términos de transferencia de momentum y calor entre las fases. Esto tiene en cuenta la interacción entre las partículas sólidas y el flujo del fluido.

3.3.1.1 Movimiento traslacional y rotacional de una partícula

En el contexto de DEM, todas las partículas dentro del dominio computacional se rastrean de manera lagrangiana, resolviendo de manera explícita las primera y segunda ecuaciones de Euler, que gobiernan el movimiento tanto de translación como rotación.

$$m_p \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = \mathbf{F}_c + \mathbf{F}_{f \rightarrow p} + m_p \mathbf{g} \quad (17)$$

$$\mathbf{J}_p \frac{d\boldsymbol{\omega}_p}{dt} = \mathbf{M}_c + \mathbf{M}_{f \rightarrow p} \quad (18)$$

Donde m_p es la masa de la partícula, $\mathbf{g}$ es el vector de aceleración de gravedad, $\mathbf{F}_c$ es la fuerza de contacto producida por las interacciones partícula-partícula y partícula-pared, $\boldsymbol{\omega}_p$ es el vector de velocidad angular, $\mathbf{J}_p$ es el tensor de momento de inercia y $\mathbf{M}_c$ es el torque neto generado por las fuerzas tangenciales que causan la rotación de la partícula.

Debido a la interacción con el fluido, dos términos adicionales aparecen cuando comparamos con una simulación DEM pura: $\mathbf{F}_{f \rightarrow p}$ es la fuerza adicional que considera la interacción con la fase de fluido y $\mathbf{M}_{f \rightarrow p}$ es el término adicional que considera el torque debido al gradiente de velocidad de la fase de fluido.

3.3.1.2 Balance de energía en una partícula

Si se activa el modelo térmico en ANSYS Rocky, se debe resolver una ecuación adicional para calcular el balance de energía con las ecuaciones que gobiernan el movimiento de la partícula. En la aplicación corriente, la temperatura de la partícula se asume como constante, es decir, no se admite una variación temperatura radial o circunferencial. Esta aproximación es razonable para partículas con una baja o alta conductividad térmica.

La variación de la temperatura de la partícula se puede obtener sobre el tiempo a partir de la siguiente ecuación diferencial:

$$m_p c_p \frac{dT_p}{dt} = \dot{q} \quad (19)$$

Donde c_p es el calor específico de la partícula material y $\dot{q}$ es la tasa total de transferencia de calor.

Esta tasa total de transferencia de calor toma en cuenta el calor transferido durante el contacto de las partículas con otras partículas o las paredes, $\dot{q}_c$, y la tasa de transferencia de calor convectivo entre la partícula y la fase de fluido, $\dot{q}_{f \rightarrow p}$ de acuerdo con la expresión:

$$\dot{q} = \dot{q}_c + \dot{q}_{f \rightarrow p} \quad (20)$$

3.3.2 Modelado de fluidos

La versión actual de Rocky ofrece dos enfoques para realizar el acoplamiento bidireccional entre las partículas y el fluido.

- **Acoplamiento multifásico:** Este enfoque de acoplamiento se basa en el modelo euleriano multifásico de Fluent, donde las partículas de Rocky se representan como una fase adicional dedicada. El enfoque multifásico admite un número arbitrario de fases de fluido.
- **Acoplamiento de una sola fase:** En este enfoque de acoplamiento, el efecto de las partículas de Rocky sobre el fluido se logra estableciendo el dominio en Fluent como un medio poroso.

Rocky elige automáticamente entre el enfoque multifásico o de una sola fase en función del caso de Fluent que se importa en la simulación acoplada bidireccionalmente. Las siguientes secciones explican en detalle ambos enfoques de acoplamiento.

3.3.2.1 Acoplamiento multifásico

Cuando el Modelo Multifásico se establece como Euleriano en el caso de Fluent, ANSYS Rocky modela el fluido de acuerdo con las siguientes secciones.

3.3.2.2 Ecuaciones de conservación de la masa y el momentum

Las fases del fluido son descritas por las ecuaciones de Navier-Stokes clásicas promediadas en volumen [7]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_f \rho_f) + \nabla \cdot (\alpha_f \rho_f \mathbf{u}) = 0 \quad (21)$$

mientras que la ecuación de conservación de momento promediada se expresa como:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_f \rho_f \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\alpha_f \rho_f \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\alpha_f \nabla p + \nabla \cdot (\alpha_f \mathbf{T}_f) + \alpha_f \rho_f \mathbf{g} + \mathbf{F}_{p \rightarrow f} \quad (22)$$

Donde α_f representa la fracción de volumen del fluido, ∇p es la presión compartida, ρ_f es la densidad del fluido, $\mathbf{u}$ es el vector de la velocidad de la fase del fluido y $\mathbf{T}_f$ es el tensor de esfuerzos de la fase del fluido, definido como:

$$\mathbf{T}_f = \mu_f(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) + \left(\lambda_f - \frac{2}{3}\mu_f\right) \nabla \cdot \mathbf{u} \mathbf{I} \quad (23)$$

En la ecuación (24), representa el término fuente del momento debido a la interacción con la fase particulada, calculado de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\mathbf{F}_{p \rightarrow f} = \frac{-\sum_{p=1}^N \mathbf{F}_{f \rightarrow p}}{V_C} \quad (24)$$

Donde V_C es el volumen de la celda computacional, N es el número de partículas dentro del volumen de la célula representa las fuerzas generadas por el fluido en las partículas.

3.3.2.3 Ecuación de conservación de la energía

Para describir la conservación de energía, se escribe la ecuación de entalpía separada para cada fase del fluido, de acuerdo con:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_f \rho_f h_f) + \nabla \cdot (\alpha_f \rho_f \mathbf{u} h_f) = \alpha_f \frac{\partial p_f}{\partial t} + \alpha_f \mathbf{T}_f : \nabla \mathbf{u} - \nabla \cdot \mathbf{q}_f + Q_{p \rightarrow f} \quad (25)$$

Donde h_f es la entalpía específica de la fase de fluido, $\mathbf{q}_f$ es el flujo de calor y $Q_{p \rightarrow f}$ es el intercambio de calor entre las fases del fluido y particulada.

El intercambio de calor con la fase de fluido y particulada es calculado de acuerdo con la ecuación:

$$Q_{p \rightarrow f} = \frac{-\sum_{p=1}^N \dot{q}_{p \rightarrow f}}{V_C} \quad (26)$$

Donde $\dot{q}_{p \rightarrow f}$ es la tasa de calor transferido entre el fluido y la partícula.

3.3.3 Fuerzas de interacción fluido – partícula

La fuerza de interacción del fluido, $\mathbf{F}_{f \rightarrow p}$, se divide comúnmente en dos términos: la fuerza de arrastre, $\mathbf{F}_D$, y un segundo término compuesto por las fuerzas restantes (no relacionadas con el arrastre), $\mathbf{F}_{N-D}$, de la siguiente manera:

$$\mathbf{F}_{f \rightarrow p} = \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_{N-D} \quad (27)$$

Entre las fuerzas no relacionadas con el arrastre más comunes se encuentran la fuerza del gradiente de presión, $\mathbf{F}_{\nabla p}$, la fuerza de masa añadida (virtual), $\mathbf{F}_{VM}$, y la fuerza de sustentación, $\mathbf{F}_L$, por lo que también podríamos escribir:

$$\mathbf{F}_{f \rightarrow p} = \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_{\nabla p} + \mathbf{F}_L + \mathbf{F}_{VM} + \mathbf{F}_{others} \quad (28)$$

Dependiendo de las condiciones del flujo, la mayoría de estas fuerzas pueden ser ignoradas y solo es necesario considerar las fuerzas de arrastre y de gradiente de presión, como en casos donde la diferencia de masa específica entre el fluido y las partículas es alta.

$$\mathbf{F}_{f \rightarrow p} = \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_{\nabla p} \quad (29)$$

3.3.3.1 Fuerza del gradiente de presión

La fuerza del gradiente de presión, $\mathbf{F}_{\nabla p}$, se calcula de acuerdo con la expresión:

$$\mathbf{F}_{\nabla p} = -V_p \nabla p \quad (30)$$

Donde V_p es el volumen de la partícula y ∇p es el gradiente de presión local.

3.3.3.2 Fuerza de arrastre

A menos que se indique específicamente lo contrario, la fuerza de arrastre, que actúa sobre las partículas se calcula utilizando la definición del coeficiente de arrastre [8]:

$$\mathbf{F}_D = \frac{1}{2} C_d \rho_f A' |\mathbf{u} - \mathbf{v}_p| (\mathbf{u} - \mathbf{v}_p) \quad (31)$$

Donde $(\mathbf{u} - \mathbf{v}_p)$ es la velocidad relativa entre la partícula y el fluido, y A' es el área proyectada de la partícula en la dirección del flujo.

En el paquete de ANSYS Rocky, se encuentran disponibles diversas correlaciones de arrastre basadas en la forma de la partícula (esférica y no esférica) y la concentración de partículas (flujos diluidos o densos) para el cálculo del coeficiente de arrastre.

Todas las correlaciones utilizan el número de Reynolds relativo de la partícula, Re_p , definido utilizando el diámetro de la partícula y la velocidad relativa partícula-fluido, de acuerdo con la siguiente fórmula:

$$Re_p = \frac{\rho_f |v_p - u| d_p}{\mu_f} \quad (32)$$

3.3.3.3 Leyes de arrastre de partículas individuales

Una colección de correlaciones para el coeficiente de arrastre (leyes de arrastre) puede ser encontrada en la extensa literatura técnica disponible sobre interacciones fluido-partícula. Algunas de las más comunes y validadas correlaciones para el arrastre de una única partícula (flujo diluido) son implementadas en los módulos de acoplamiento Rocky DEM-CFD y aplicados a partículas esféricas y no esféricas.

Dentro de ANSYS Rocky se pueden usar las siguientes leyes de arrastre para flujos diluidos:

1. Schiller & Naumann (1933)
2. DallaValle (1948)
3. Morsi & Alexander (1972)
4. Haider & Levenspiel (1989)
5. Ganser (1993)
6. Marheineke & Wegener (2011)

3.3.3.4 Leyes de arrastre de flujo denso

Las leyes de arrastre presentadas anteriormente fueron desarrolladas (en general) para una sola partícula en un medio infinito y se pueden aplicar a colecciones de partículas siempre que se cumplan los criterios para un flujo diluido. Para un flujo denso de partículas, se deben utilizar diferentes leyes de arrastre. Algunas de estas leyes de arrastre para flujos densos son correcciones de las leyes de arrastre de partículas individuales basadas en la fracción de volumen del fluido (α_f). Otras son ecuaciones completamente independientes.

Dentro de Rocky se pueden usar las siguientes leyes de arrastre para flujos densos:

1. Wen & Yu (1966)
2. Ergun (1952)
3. Gidaspow, Bezburuah & Ding (1992)
4. Huilin & Gidaspow (2003)
5. Di Felice (1994)
6. Parameterized Syamlal & O'Brien
7. Hill-Koch (2001)

3.3.3.5 Fuerza de masa virtual

La fuerza de masa virtual se produce debido a que cuando la partícula se acelera, arrastra parte de la masa circundante del fluido. Se supone que esta porción de masa adquiere la velocidad de la partícula, lo que resulta en un aumento virtual de la masa de la partícula. Esta fuerza es significativa cuando la densidad de la fase del fluido es similar o mayor que la densidad de las partículas, como ocurre con partículas ligeras que fluyen en agua.

La fuerza de masa virtual se define mediante la siguiente expresión:

$$F_{VM} = C_{VM} \rho_f V_p \mathbf{a}_r \quad (33)$$

Donde representa la masa de fluido desplazada por la partícula, mientras que es la aceleración relativa. El coeficiente de masa virtual, C_{VM} , representa el volumen de fluido desplazado por la partícula que contribuye a la masa virtual efectiva de la partícula, en términos de una fracción del volumen de la partícula.

El valor teórico de C_{VM} para una esfera en un medio infinito es 0,5. Sin embargo, para fracciones de volumen de partículas más altas, los efectos de interacción de las partículas se vuelven importantes, lo que aumenta la masa de fluido desplazada. En general, esto depende de la forma de la partícula y de la concentración de partículas.

3.3.3.5.1 Modelos de masa virtual

Actualmente el acoplamiento DEM-CFD de Rocky tiene implementado tres modelos que se explican a continuación:

Valor constante

Como se mencionó anteriormente, el valor teórico de C_{VM} para una esfera en un medio infinito es 0,5. Por lo tanto, cuando se elige la opción de valor constante, el coeficiente de masa virtual se establece con ese valor:

$$C_{VM} = 0,5 \quad (34)$$

Ishii & Mishima (1984)

Ishii y Mishima [9] calcularon el coeficiente de masa virtual como una función de la fracción de volumen de la fase del fluido, de acuerdo con la siguiente expresión:

$$C_{VM} = \frac{2 - \alpha_f}{2\alpha_f} \quad (35)$$

Paladino (2005)

Paladino [10] propuso un coeficiente de masa virtual como función de la fracción de volumen de la fase del fluido. Este modelo mostró resultados para la diferencia de presión los cuales están de acuerdo con datos experimentales publicados por Lewis y Davidson [11]. El coeficiente de masa virtual de Paladino se define como:

$$C_{VM} = 1.5 - \alpha_f \quad (36)$$

3.3.3.6 Fuerza de sustentación

La fuerza de sustentación, F_L , es una fuerza transversal a la dirección de la velocidad relativa entre las velocidades de la partícula y del fluido. Esta fuerza se genera debido a una serie de factores, siendo los más comunes los gradientes de velocidad del fluido o una partícula en rotación que genera diferentes valores de presión en los lados de la partícula. En la mayoría de los casos, la fuerza de sustentación es insignificante en comparación con la fuerza de

arrastre, por lo que no hay motivo para incluir este término adicional. Si la fuerza de sustentación es significativa (por ejemplo, si las fases se separan rápidamente), puede ser apropiado incluir este término.

La fuerza de sustentación generalmente se calcula en función del coeficiente de sustentación y utiliza un producto cruz entre la velocidad relativa y el vector de vorticidad, lo que naturalmente proporciona la dirección de la fuerza, como se puede observar en la siguiente ecuación:

$$\mathbf{F}_L = C_L \rho_f V_p \mathbf{u}^{\text{rel}} \times (\nabla \times \mathbf{u}) \quad (37)$$

Donde $\mathbf{F}_L$ es la fuerza de sustentación real, V_p es el volumen de la partícula, $\mathbf{u}^{\text{rel}}$ es la velocidad relativa entre el fluido y la partícula, y ρ_f es la densidad del fluido.

El valor del coeficiente de sustentación, C_L , se calcula generalmente a partir de correlaciones derivadas de datos experimentales o soluciones analíticas/numéricas.

3.3.3.6.1 Leyes de sustentación

En todas las leyes de fuerza de sustentación admitidas por el acoplamiento Rocky DEM-CFD, los factores comunes en la definición de las correlaciones son el número de Reynolds habitual basado en la velocidad relativa entre la partícula y el fluido según se indica en la ecuación (32), y el número de Reynolds de vorticidad dado por:

$$Re_\Omega = \frac{\rho_f |\nabla \times \mathbf{u}| d_p^2}{\mu_f} \quad (38)$$

Así como el número de Reynolds de rotación de la partícula, definido como:

$$Re_\omega = \frac{\rho_f |\boldsymbol{\omega}_p| d_p^2}{\mu_f} \quad (39)$$

Donde $\boldsymbol{\omega}_p$ es el vector de velocidad angular.

Es común considerar la relación entre Re_Ω y Re_p , y generalmente se expresa en términos de una variable χ , definida como:

$$\chi = \frac{1}{2} \frac{Re_\Omega}{Re_p} \quad (40)$$

Las leyes disponibles para el cálculo de los coeficientes de fuerza de sustentación en Rocky son los siguientes:

- Saffman (1968)
- Mei (1992)

3.3.3.7 Torque generado por el fluido

La trayectoria de una partícula que se mueve en un fluido puede verse significativamente influenciada por su rotación, especialmente para partículas grandes y/o pesadas con momentos de inercia altos. Para tener en cuenta la rotación de la partícula, se utiliza una ecuación diferencial ordinaria para el momento angular de la partícula.

La ecuación (17), que describe el momento angular de la partícula, se resuelve junto con la ecuación del movimiento traslacional de la partícula, ecuación (18).

Una forma adicional de interacción entre la partícula y el fluido es la generación de un momento angular, o un par, sobre la partícula cuando se mueve en un fluido. En el acoplamiento Rocky DEM-CFD, el par generado por el fluido se calcula en función del coeficiente de par de acuerdo con:

$$\mathbf{M}_{f \rightarrow p} = C_T \frac{1}{2} \rho_f \frac{d_p^5}{2^5} |\boldsymbol{\omega}_r| \boldsymbol{\omega}_r \quad (41)$$

Donde $\boldsymbol{\omega}_r$ es la velocidad angular relativa entre el fluido y la partícula

$$\boldsymbol{\omega}_r = \frac{1}{2} \nabla \times \mathbf{u} - \boldsymbol{\omega}_p \quad (42)$$

3.3.3.7.1 Leyes de Torque

El coeficiente de torque generalmente se expresa como una función del número de Reynolds basado en la velocidad angular relativa, $\boldsymbol{\omega}_r$, calculado como:

$$\text{Re}_{\omega_r} = \frac{\rho_f d_p^2 |\boldsymbol{\omega}_r|}{\mu_f} \quad (43)$$

Dennis, Singh & Ingham (1980)

Dennis et al. [12] han investigado el par necesario para mantener una esfera rotando a una velocidad angular ω_p en un fluido que de otro modo está estancado. El coeficiente de par se calcula mediante la siguiente expresión:

$$C_T = \frac{128,64}{Re_{\omega r}} (1 + 0.1005\sqrt{Re_{\omega r}}) \quad (44)$$

El rango de validez para esta expresión es $20 < Re_{\omega r} < 2000$.

Fuerza de dispersión turbulenta

Cuando el usuario habilita la dispersión turbulenta en Rocky bajo la configuración de acoplamiento CFD, esta actúa como un mecanismo de difusión en flujos dispersos, lo que resulta en una transferencia de partículas desde regiones de alta fracción de volumen hacia regiones de baja fracción de volumen debido a las fluctuaciones turbulentas.

El modelo de dispersión turbulenta detallado en este capítulo asume que la velocidad instantánea de la fase del fluido es una combinación de un valor medio y un valor fluctuante:

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}' \quad (45)$$

Donde $\bar{\mathbf{u}}$ es la velocidad media de la fase del fluido y $\mathbf{u}'$ es la fluctuación causada por efectos turbulentos. La fuerza turbulenta surge como consecuencia de la presencia de $\mathbf{u}'$ en la ecuación (45) ya que generará una fuerza de arrastre adicional cuando se sustituya $\mathbf{u}$ en la ecuación (31).

3.3.3.8 Modelo de dispersión turbulenta

Rocky adopta un enfoque similar al de Gosman y Ioannides [13] para modelar, donde la dispersión de partículas debido a la turbulencia en la fase del fluido se predice de manera estocástica. En este modelo, la turbulencia se muestrea de forma aleatoria durante la trayectoria de cada partícula y se permite que influya en su movimiento. El comportamiento general de la turbulencia en el sistema simulado surge como consecuencia del promedio que

ocurre naturalmente cuando se realiza el muestreo aleatorio para un número estadísticamente significativo de partículas.

Específicamente, la influencia de la turbulencia en una partícula se simula mediante la interacción con una sucesión de remolinos turbulentos discretos en la fase del fluido [14]. Cada remolino se caracteriza por una fluctuación de velocidad del fluido y una escala de tiempo (tiempo de vida del remolino). Cuando una partícula interactúa con un remolino turbulento, influye en la partícula mediante una fuerza de arrastre adicional durante el tiempo de interacción partícula-remolino.

3.3.4 Transferencia de calor

3.3.4.1 Modos de transferencia de calor en acoplamiento DEM-CFD

Existen diferentes modos de transferencia de calor en un sistema de partículas denso. Según Vargas y McCarthy [15], los modos más comunes de transferencia de calor relacionados con la fase particulada ocurren mediante los siguientes mecanismos:

- Conducción térmica a través del sólido.
- Conducción térmica a través del área de contacto entre dos partículas.
- Transferencia de calor radiante entre los fluidos dentro de los espacios vacíos vecinos.
- Transferencia de calor radiante entre las superficies de partículas vecinas.
- Conducción térmica a través del fluido entre las partículas vecinas.
- Transferencia de calor por convección entre partículas, si el fluido está en movimiento.
- Calentamiento por fricción entre las partículas y la superficie de las partículas.

Según Zabrodsky [16], la transferencia de calor radiante se puede despreciar a bajas temperaturas, típicamente $T < 700$ [K]. Las opciones de acoplamiento CFD en esta versión de Rocky no tienen en cuenta la transferencia de calor radiante. Sin considerar la transferencia de calor radiante, Batchelor y O'Brien [17] han demostrado que la conducción a través de la fase sólida (dentro y entre las partículas) domina el proceso de conducción cuando:

$$\frac{k_s d_c}{k_f d_p} \gg 1 \quad (46)$$

Donde k_s es la conductividad de la fase sólida, k_f es la conductividad del medio intersticial, d_c es el diámetro del punto de contacto y d_p es el diámetro promedio de las partículas. Esta expresión se cumple, por ejemplo, en casos con altas relaciones de conductividad o en casos con partículas sólidas en un vacío. Molerus [18] señaló que, bajo estas condiciones, la conductancia de contacto entre partículas adyacentes en presencia de un gas intersticial estancado es el proceso de control tanto en lechos de partículas que se mueven lentamente como en lechos estáticos de partículas.

Además de la conducción térmica debida al contacto entre partícula-partícula y partícula-superficie que ya se tiene en cuenta si se activa el modelo térmico, los modos de acoplamiento CFD disponibles en esta versión de Rocky también consideran la transferencia de calor convectiva entre las partículas y el fluido.

3.3.4.2 Transferencia de calor entre fluido y partícula

La tasa de transferencia de calor entre una partícula y un fluido, $\dot{q}_{f \rightarrow p}$, se puede calcular utilizando la ley de enfriamiento de Newton, que establece que la tasa de pérdida de calor de un cuerpo es directamente proporcional a la diferencia de temperatura entre la superficie del cuerpo y su entorno. Suponiendo que el coeficiente de transferencia de calor es relativamente independiente de la diferencia de temperatura entre el cuerpo y el entorno, la tasa de transferencia de calor se expresa mediante la siguiente fórmula:

$$\dot{q}_{f \rightarrow p} = hA_p(T_f - T_p) \quad (47)$$

Donde T_p es la temperatura de la superficie de la partícula, T_f es la temperatura local del fluido y A_p es el área de superficie de la partícula.

El coeficiente de transferencia de calor depende de las propiedades físicas del fluido, así como de las condiciones de operación. Por ejemplo, para el mismo fluido y partículas, los flujos turbulentos proporcionan coeficientes de transferencia de calor más altos en comparación con los flujos laminares. Por lo tanto, se debe proporcionar un coeficiente de transferencia de calor para el sistema analizado.

En Rocky, el coeficiente de transferencia de calor convectivo promedio se calcula en función del número de Nusselt, de acuerdo con la siguiente expresión:

$$h = \frac{k_f N_u}{d_p} \quad (48)$$

Donde k_f es la conductividad térmica del fluido y d_p es el diámetro equivalente de la partícula.

Se pueden encontrar diferentes correlaciones en la literatura para calcular el número de Nusselt, generalmente en función del número de Reynolds y el número de Prandtl, definidos como:

$$Pr = \frac{c_f \mu_f}{k_f} \quad (49)$$

A continuación, se nombran las correlaciones de transferencia de calor entre fluido y partícula utilizados en Rocky:

8. Ranz & Marshall (1952) [\[19\]](#) [\[20\]](#)
9. Whitaker (1972) [\[21\]](#)
10. Gunn (1978) [\[22\]](#)

3.3.5 Acoplamiento DEM – SPH

Rocky utiliza el método Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) para modelar fluidos en simulaciones de fluido-partícula.

El método SPH es un enfoque Lagrangiano sin malla que es útil para tener en cuenta el efecto del fluido sobre las partículas en problemas con alto contenido de sólidos y flujos de superficie libre.

Para esta clase de problemas, especialmente cuando ocurren salpicaduras o fragmentación de la superficie, el acoplamiento DEM-CFD basado en mallas no resueltas generalmente se ve seguido de difusión numérica y tiempos de simulación extremadamente largos. El acoplamiento DEM-SPH permite capturar la dinámica del flujo de superficie libre mediante la discretización del fluido en un conjunto de elementos fluidos.

Nota: Como toda esta explicación está basada en el manual de Rocky, el término Elementos se refiere a las porciones de fluido en una simulación utilizando método SPH, mientras que el término Partículas se refiere específicamente a las partículas presentes en el método DEM.

Cuando se utiliza un solucionador eficiente basado en GPU, el método SPH permite resolver problemas prácticos de manera rápida en diversas aplicaciones de ingeniería.

Este nuevo método SPH que implementa Rocky como una cuarta opción de acoplamiento DEM-CFD, como se visualiza en la figura 3-4, permite resolver más tipos de dinámica de fluido-partícula de lo que era posible en sus versiones anteriores.

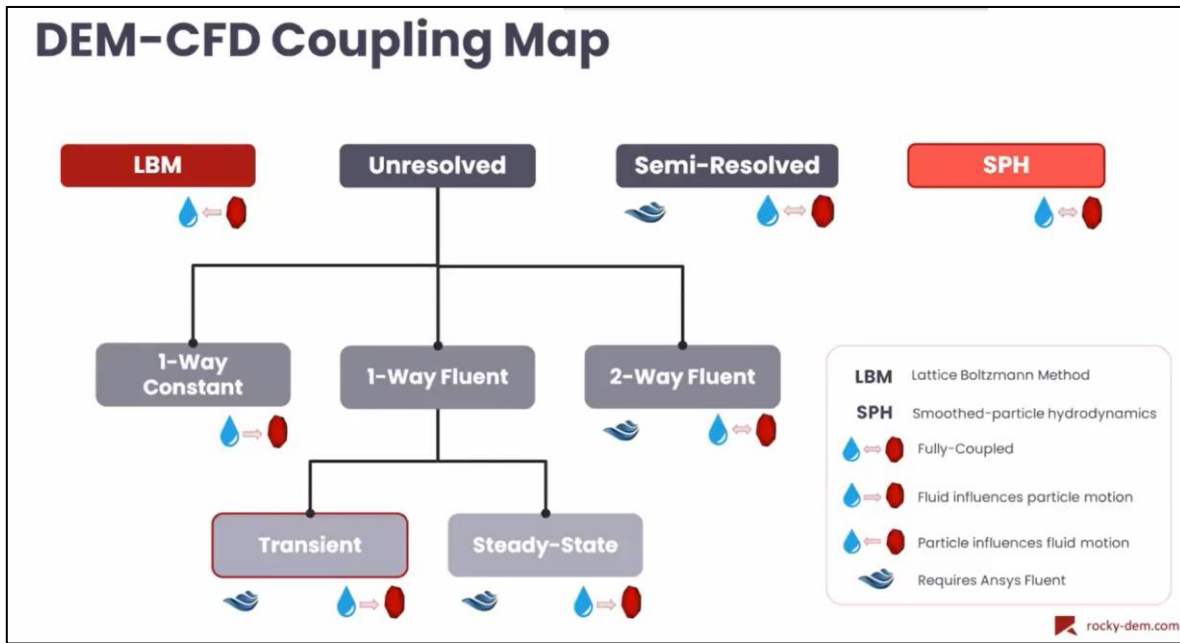


Figura 3-4: Mapa con opciones de acoplamiento DEM-CFD en Rocky

3.3.5.1 Detalles funcionales

Durante el procesamiento, cada porción individual de fluido, denominada Elemento SPH, se inyecta a través de una entrada volumétrica y/o una entrada de inyección continua. Cada Elemento SPH tiene sus propias coordenadas, velocidad, masa y otras propiedades. Los movimientos de estos elementos están sujetos a las fuerzas de interacción con elementos SPH vecinos, geometrías, partículas DEM y fuerzas gravitatorias. En la figura 3-5 se visualiza la interacción de elementos SPH con una partícula DEM.

El acoplamiento DEM-SPH es un enfoque bidireccional que no se basa en modelos de cierre para modelar las interacciones entre el fluido y las partículas. En su lugar, se adopta un método resuelto para acoplar la transferencia de momento entre el fluido y las partículas.

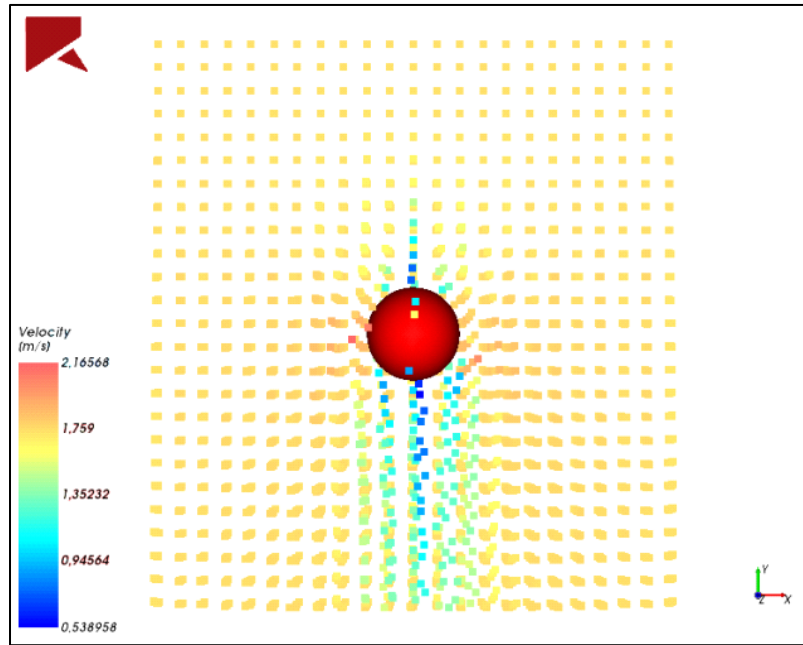


Figura 3-5: Elementos SPH, coloreados por su velocidad absoluta, interacción de partículas

El método SPH permite tanto el procesamiento en CPU como en GPU. Sin embargo, el paralelismo eficiente computacionalmente basado en GPU permite resolver problemas de ingeniería prácticos de manera más rápida.

3.3.5.2 Detalles técnicos

3.3.5.2.1 Resumen de SPH

La hidrodinámica de partículas suavizadas (SPH, por sus siglas en inglés) es un método creado para simular numéricamente la mecánica de medios continuos, como los flujos de fluidos. En el método SPH, el fluido se define mediante un conjunto finito de puntos nodales irregulares espaciados, llamados elementos SPH, donde se conocen propiedades físicas (como masa, densidad, velocidad, posición y presión). Estos elementos SPH son puntos de interpolación utilizados en la integración de las ecuaciones de Navier-Stokes que rigen el flujo del fluido. Desde el punto de vista físico, estos puntos se pueden interpretar como pequeñas porciones de fluido que interactúan con sus vecinos a través de fuerzas de presión y viscosidad.

Cada elemento SPH en una posición $\mathbf{r}_a$ interactúa en diferentes grados con sus vecinos en la posición $\mathbf{r}'$ basado en la distancia entre estos puntos y el valor de la función de núcleo. Esta función de núcleo depende de la longitud de suavizado, h , que está en el orden de la distancia de separación inicial de los elementos SPH.

Una forma típica de la función de núcleo es la siguiente:

$$W(\mathbf{r}, h) = \frac{1}{h^3} f\left(\frac{|\mathbf{r}|}{h}\right) \quad (50)$$

Una propiedad, A , para un elemento SPH en se define en un dominio continuo utilizando la siguiente aproximación integral:

$$A(\mathbf{r}_a) = \int A(\mathbf{r}') \delta(\mathbf{r}_a - \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \approx \int A(\mathbf{r}') W(\mathbf{r}_a - \mathbf{r}', h) d\mathbf{r}' \quad (51)$$

Donde $\delta(\mathbf{r}_a - \mathbf{r}')$ es la función delta de Dirac. A medida que $h \rightarrow 0$, la función de núcleo se acerca a la función delta de Dirac; para $h > 0$, la función de núcleo interpola el valor de una propiedad para un elemento SPH entre sus partículas vecinas. Cuando el núcleo se integra sobre el dominio computacional, el resultado debe ser la unidad.

En las simulaciones numéricas, el interpolante integral de $A(\mathbf{r}_a)$ se representa mediante la suma sobre los b elementos SPH vecinos:

$$A(\mathbf{r}_a) = \sum_b A_b \frac{m_b}{\rho_b} W(\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b, h) \quad (52)$$

Donde:

- m_b es la masa.
- ρ_b es la densidad.
- $\mathbf{r}_b$ es la posición del elemento SPH b .
- A_b es el valor de A en la posición.

En cálculos tridimensionales, la razón puede considerarse como el volumen asociado al elemento SPH. Las propiedades locales del fluido se definen a partir de un conjunto de puntos vecinos ubicados en el dominio computacional.

Los gradientes de la propiedad A se calculan en términos de los gradientes de la función de núcleo mediante la diferenciación de la Ecuación (52):

$$\nabla A(\mathbf{r}_a) = \sum_b A_b \frac{m_b}{\rho_b} \nabla_a W_{ab} \quad (53)$$

Donde $\nabla_a W_{ab}$ es el gradiente de evaluado con respecto a la posición.

3.3.5.2.2 Funciones de núcleo

Como se describe en la sección anterior, la función de núcleo es el fundamento del método SPH, ya que dicta cómo se calcula una propiedad local del fluido basada en los elementos SPH vecinos. Como se muestra en la Figura 6, las funciones de núcleo se asemejan a una función gaussiana, pero tienen un soporte compacto, siendo igual a cero por encima de ciertos valores predefinidos del argumento, que es la distancia entre los elementos SPH. Esta distancia máxima de interacción se llama radio del núcleo.

Como se ilustra en la figura 3-6, dos elementos SPH A y B interactuarán solo si la distancia entre ellos es menor que el radio del núcleo. La intensidad de la interacción también depende de esta distancia. A la izquierda de la figura 3-6 se muestra la curva de ponderación del núcleo en función de la distancia entre elementos. A la derecha, se observa que dos elementos SPH (A y B) interactúan únicamente si su distancia es menor al radio de influencia definido por la función de núcleo.

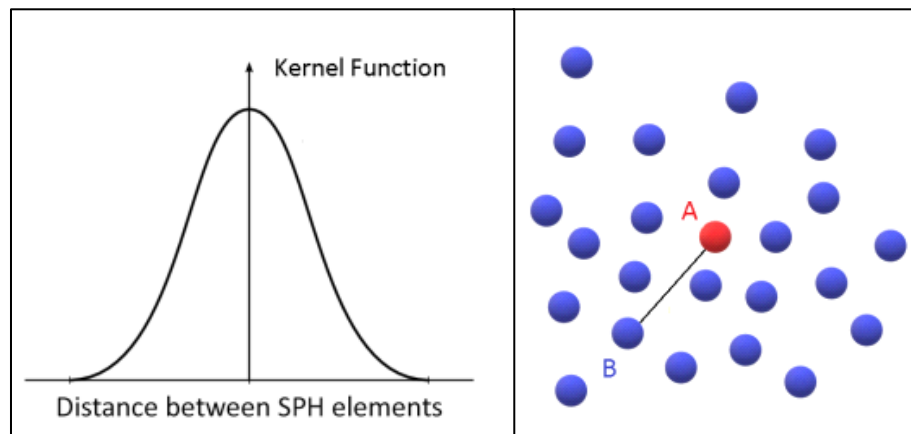


Figura 3-6: Representación de la función de núcleo en SPH

Se han propuesto muchas funciones de núcleo por parte de la comunidad SPH. Para el método SPH, la función de núcleo está definida por la opción *Tipo de Núcleo*, que es un parámetro del método. Las tres opciones disponibles para las funciones de núcleo son las funciones Cúbica, Quintica y Wendland, siendo esta última la opción predeterminada. Estas funciones se expresan mediante las ecuaciones (54), (55) y (56) respectivamente:

$$W(x) = \frac{1}{\pi h^3} \begin{cases} 1 - 1.5x^2(1 - 0.5x) & 0 \leq x < 1 \\ 0.25(2 - x)^3 & 1 \leq x < 2 \\ 0 & x \geq 2 \end{cases} \quad (54)$$

$$W(x) = \frac{1}{\pi h^3} \begin{cases} (3 - x)^5 - 6(2 - x)^5 + 15(1 - x)^5 & 0 \leq x < 1 \\ (3 - x)^5 - 6(2 - x)^5 & 1 \leq x < 2 \\ (3 - x)^5 & 2 \leq x < 3 \\ 0 & x \geq 3 \end{cases} \quad (55)$$

$$W(x) = \frac{21}{256\pi h^3} \begin{cases} (1 + 2x)(2 - x)^4 & 0 \leq x < 2 \\ 0 & x \geq 2 \end{cases} \quad (56)$$

Donde h es la distancia de soporte del kernel (o distancia de suavizado), definida en ANSYS Rocky como:

$$h = f_{kernel} d_{ini} \quad (57)$$

Donde d_{ini} es el espaciado inicial de los elementos SPH y f_{kernel} está definido por el valor del factor de distancia del núcleo, que es un parámetro del método. El valor predeterminado del factor de distancia del núcleo es $f_{kernel} = 1,25$.

El parámetro x utilizado en las tres ecuaciones de función del núcleo se define como:

$$x = \frac{d}{h} \quad (58)$$

Donde d es la distancia entre los elementos SPH.

3.3.5.3 Formulación de la dinámica de fluido

ANSYS Rocky utiliza el enfoque *Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics* (WCSPH), que es adecuado para flujos compresibles con un número de Mach $< 0,1$, lo que permite simular de manera efectiva fluidos incompresibles.

La ecuación de continuidad en la formulación WCSPH usada por ANSYS Rocky está dada por la siguiente expresión, la cual describe como la densidad de un elemento SPH en r_a evoluciona con el tiempo:

$$\frac{d\rho_a}{dt} = \sum_b m_b (v_a - v_b) \cdot \nabla_a W_{ab} \quad (59)$$

Donde $\nabla_a W_{ab}$ es el gradiente de $W(r_a - r_b, h)$ evaluado con respecto a la posición r_a . Las ecuaciones de movimiento para los elementos de fluido newtoniano se derivan de las ecuaciones de Navier-Stokes. Como se muestra en la ecuación (60), la ecuación de movimiento se integra explícitamente para obtener la variación de la velocidad en el tiempo

Donde:

$$\frac{dv}{dt} = \mathbf{a}_p + \mathbf{a}_v + \mathbf{a}_M \quad (60)$$

- $\mathbf{v}$ es la velocidad del elemento SPH.
- $\mathbf{a}_p$ es la aceleración del elemento SPH debido a las fuerzas de presión.
- $\mathbf{a}_v$ es la aceleración del elemento SPH debido a las fuerzas viscosas.
- $\mathbf{a}_M$ es la aceleración del elemento SPH debido a las fuerzas de masa.

Las fuerzas de presión y viscosas están definidas por la ecuación de continuidad discretizada de SPH, las ecuaciones de Navier-Stokes y la ecuación de estado.

3.3.5.3.1 Ecuación de estado

La ecuación de continuidad muestra que la tasa de cambio de densidad de un elemento SPH está estrechamente relacionada con las velocidades relativas entre este elemento y todos los demás elementos SPH en el dominio de soporte. El gradiente de la función de suavizado

determina la contribución de estas velocidades relativas. Por lo tanto, mientras la masa de cada elemento SPH es fija, la densidad asociada con esa partícula cambia a medida que cambia el volumen local asociado con esa masa. Esta suposición hace que las simulaciones SPH sean naturalmente compresibles. Se puede introducir una ecuación de estado artificial para aproximar la incompresibilidad al asegurar que el número de Mach sea lo suficientemente bajo.

Las ecuaciones de estado para WCSPH pueden diseñarse libremente siempre y cuando aseguren que el número de Mach en la simulación sea menor que 0,1. ANSYS Rocky, al igual que en la mayoría de las formulaciones de WCSPH, utiliza una ecuación de estado propuesta para el agua para calcular la relación entre la presión y la densidad.

$$p_a = p_{bg} + \frac{c_0^2 \rho_0}{\gamma} \left[\left(\frac{\rho_a}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] \quad (61)$$

Donde:

- p_a es la presión de la partícula a.
- p_{bg} es la presión de fondo.
- ρ_a es la densidad local del fluido.
- ρ_0 es la densidad inicial del fluido, definida por *Density*, que es un parámetro del método.
- c_0 es la velocidad del sonido del material definida por *Sound Speed*, que es un parámetro del método.
- γ es un valor adimensional que define la rigidez del material, definido por *Pressure Deg.*, que es un parámetro del método.

El valor predeterminado para γ es 7. La densidad de referencia generalmente se elige como la densidad inicial asociada a los elementos SPH, que se basa en la densidad del fluido en la mezcla de fluido-sólido.

3.3.5.3.2 Aceleración por presión

La aceleración de las partículas debido a la presión, $\mathbf{a}_p$, se calcula utilizando la fórmula de Monaghan (2000) [23].

$$\mathbf{a}_p = - \sum_b m_b \left(\frac{p_b}{\rho_b} + \frac{p_a}{\rho_a} + R_{tensile} \right) \cdot \nabla_a W_{ab} \quad (62)$$

Donde:

- p_a y p_b son los valores de presión correspondientes a las posiciones r_a y r_b .
- $\nabla_a W_{ab}$ es el gradiente de $W(r_a - r_b, h)$ evaluado con respecto a la posición r_a .

En la ecuación (62), $R_{tensile}$ es la corrección de inestabilidad *tensil* que evita que las partículas se agrupen en algunos flujos. La inestabilidad *tensil* puede eliminarse mediante la adición de cierta presión artificial a la ecuación de momento, según propuesto por Monaghan (2000).

La fuerza repulsiva debe aumentar a medida que la separación entre los dos elementos SPH a y b disminuye. De esta manera, es natural expresar esta fuerza repulsiva en términos del núcleo, como:

$$f_{ab} = \frac{W(d)}{W(\bar{d})} \quad (63)$$

Donde:

- d es la distancia entre los elementos SPH a y b.
- $\bar{d}$ denota el espaciado promedio de los elementos SPH en el vecindario de la partícula a.

La corrección de inestabilidad *tensil* se puede escribir entonces como

$$R_{tensile} = R f_{ab}^n \quad (64)$$

Donde $n > 0$ es el Grado de Estabilización, que es un parámetro del método, y el factor R depende de la presión y la densidad. Para el valor predeterminado del Grado de Estabilización, $n = 4$, y con h igual a $1,3\Delta P$, la fuerza repulsiva aumenta por un factor de aproximadamente 23 a medida que d disminuye desde Δp hasta cero.

Además, a medida que la relación f_{ab} disminuye rápidamente en el dominio $h \leq d \leq 2h$, solo los vecinos más cercanos se ven significativamente afectados por la presión artificial.

El factor R está relacionado con la presión y se puede expresar como:

$$R = R_a + R_b \quad (65)$$

Donde R_a es calculada desde:

$$R = \frac{\epsilon |p_a|}{\rho_a^2} \quad (66)$$

La regla para R_b se obtiene reemplazando a por b en la ecuación (66) y el coeficiente ϵ se define como:

$$\epsilon = \begin{cases} K_{pos}, & \text{si } p_k > 0 \\ K_{neg}, & \text{si } p_k < 0 \end{cases} \quad (67)$$

3.3.5.3.3 Aceleración viscosa

Para la aceleración de las partículas debido a las fuerzas viscosas, existen dos formulaciones disponibles a través de la opción de tipo de viscosidad del método: Morris y Cleary.

Formulación de Morris

La formulación de Morris es adecuada para flujos laminar y lentos. El término viscoso se aproxima utilizando el trabajo realizado por Morris et al. (1997) [24], como se muestra en la ecuación (68).

$$\mathbf{a}_v = \sum_b m_b \left(\frac{(\mu_a + \mu_b)(\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b) \cdot \nabla_a W_{ab}}{\rho_a \rho_b (\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b)^2} \right) (\mathbf{v}_a - \mathbf{v}_b) \quad (68)$$

Donde:

- μ_a y μ_b son la viscosidad dinámica del fluido correspondiente a las posiciones $\mathbf{r}_a$ y $\mathbf{r}_b$.
- $\nabla_a W_{ab}$ es el gradiente de $W(r_a - r_b, h)$ evaluado con respecto a la posición $\mathbf{r}_a$.

Formulación de Cleary:

La formulación de Cleary es adecuada para flujos turbulentos rápidos. El término viscoso se basa en el trabajo de Cleary y Ha (2011) [27], como se muestra en la ecuación (69):

$$\mathbf{a}_v = \sum_b \alpha m_b \left(\frac{4 \mu_a \mu_b (\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b) \cdot \nabla a W_{ab}}{\rho_a \rho_b (\mu_a + \mu_b) ((\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b)^2 + \eta^2)} \right) (\mathbf{v}_a - \mathbf{v}_b) \quad (69)$$

Donde:

- μ_b es la viscosidad dinámica del elemento SPH b.
- α es un factor dado por *Cleary Visc. Factor*, que es un parámetro del método con un valor predeterminado igual a 4,96333.
- η es un valor pequeño que evita la división por cero, que se calcula como:

$$h = f_{min} d_{ini} \quad (70)$$

Donde:

- f_{min} está dado por *Min. Dist. Factor*, que es un parámetro del método con un valor predeterminado de 0,01.
- d_{ini} es el espaciado inicial de los elementos SPH.

3.3.5.3.4 Fuerza por dispersión turbulenta

3.3.5.3.4.1 Modelado de turbulencia

Para la modelización de la turbulencia, el método SPH ofrece dos opciones para el tipo de turbulencia: Laminar y LES (*Large Eddy Simulation*).

Modelo laminar

El modelo de viscosidad laminar propuesto por Morris et al.(1997) [\[26\]](#) es adecuado para flujos con numero de Reynolds bajos.

Modelo de simulación de grandes remolinos

Si bien el modelo de viscosidad laminar es preciso para flujos de números de Reynolds bajos, no captura las características principales del flujo.

Cuando se involucran términos turbulentos, el modelo de viscosidad laminar no captura las características principales del flujo. Utilizando los conceptos de la Simulación de Grandes Remolinos (*Large Eddy Simulation*, LES), el modelo propuesto por Violeau e Issa (2007)

[29] calcula la viscosidad efectiva utilizada en los términos de aceleración viscosa como la suma de las viscosidades laminar y de sub-rejilla.

$$\mu_a = \mu_{l,a} + \mu_{t,a} \quad (71)$$

Donde $\mu_{l,a}$ y $\mu_{t,a}$ son las viscosidades dinámicas laminar y turbulenta respectivamente, para el elemento a.

El término de viscosidad turbulenta, $\mu_{t,a}$, se calcula como se muestra en la ecuación (72):

$$\mu_{t,a} = (c_s l)^2 \rho_a \sqrt{2S_a^2} \quad (72)$$

Donde c_s es la constante de Smagorinsky, dada por *LES Smag. Const.*, que es un parámetro del método con un valor predeterminado de 0,2; y l es la longitud característica equivalente al tamaño de la cuadrícula, calculada como:

$$l = f_{LES} d_{ini} \quad (73)$$

Donde f_{LES} es dado por *LES Dist. Fact.*, que es un parámetro del método con un valor predeterminado de 2, y d_{ini} es el espaciado inicial de los elementos SPH. En la ecuación (72), S_a es el tensor de tasa de deformación para el elemento a, y se calcula como:

$$S_a^2 = -\frac{1}{2} \sum_b m_b \frac{\rho_a + \rho_b (v_a - v_b)^2}{\rho_a \rho_b (\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b)^2} (\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b) \nabla W \left(\frac{|\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b|}{h} \right) \quad (74)$$

3.3.5.4 Corrección de la densidad

En el enfoque de SPH débilmente compresible (WCSPH), el cálculo del campo de densidad es crítico, ya que la presión está directamente acoplada a la densidad mediante la ecuación de estado artificial [10]. Se utiliza un algoritmo de corrección de densidad para evitar las oscilaciones excesivas de presión en las formulaciones estándar de SPH, que pueden hacer que la solución sea inestable. La inclusión del algoritmo de corrección de densidad mejora notablemente las distribuciones de presión, especialmente cuando los elementos SPH están cerca de límites sólidos [27].

En el método SPH, la corrección de densidad sigue la conocida interpolación "Shepard" en la literatura de SPH [28], como se muestra en la ecuación (75):

$$\rho_a^{\text{new}} = \frac{W_{ab}}{\sum_b \frac{W_{ab}}{\rho_b}} \quad (75)$$

Donde W_{ab} es la función de ponderación $W_{ab} = W(r_a - r_b, h)$

La densidad corregida ρ_a^{new} proporcionada por el filtro de Shepard es una corrección rápida y simple al campo de densidad aplicada cada N_c pasos de tiempo, definidos por la opción *Density Corr. Nsteps* del método con un valor predeterminado de $N_c = 20$. Esta corrección de densidad no debe usarse junto con el término de inestabilidad por tracción de Monaghan, ya que esta combinación conduce a simulaciones inestables.

Se realiza una verificación adicional para limitar los valores de densidad a un rango esperado. Dos parámetros adicionales, $f_{\rho, \min}$ definido por el parámetro *Density Dev. Minus* del método, y $f_{\rho, \max}$ definido por el parámetro *Density Dev. Plus* del método, proporcionan las desviaciones negativas y positivas máximas de los valores de densidad iniciales permitidas después de la corrección de densidad. Por lo tanto, estos dos parámetros definen los valores límite para la densidad de los elementos de SPH de acuerdo con las ecuaciones (76) y (77):

$$\rho_a^{\min} = \max(\rho_a^{\text{new}}, (1 - f_{\rho, \min}) \rho_0) \quad (76)$$

$$\rho_a^{\max} = \max(\rho_a^{\text{new}}, (1 + f_{\rho, \max}) \rho_0) \quad (77)$$

Donde ρ_0 es la densidad inicial del fluido, definida por el parámetro *Density* del método.

No se espera que la densidad alcance estos límites si se utiliza el método SPH para modelar problemas de fluidos dentro del rango aceptado de número de Mach. Aumentar los límites predeterminados, que son 0,01 y 0,03 para la desviación negativa y positiva respectivamente, puede llevar a resultados irreales.

3.3.5.5 Cálculo del paso de tiempo

El método SPH utiliza un esquema de integración de primer orden para avanzar en el tiempo. El paso de tiempo del solucionador SPH, Δt_{SPH} se calcula de acuerdo con la ecuación (78)

$$\Delta t_{\text{SPH}} = C_{ts} \frac{h}{c_0} \quad (78)$$

Donde:

- C_{ts} es un coeficiente definido por el Factor de Paso de Tiempo, que es un parámetro del método con un valor predeterminado de 0,25.
- c_0 es la velocidad del sonido del material definida por la Velocidad del Sonido, que es un parámetro del método.
- h es la longitud de suavizado para el kernel de suavizado seleccionado.

Para problemas acoplados de SPH-DEM, tanto el solucionador SPH como el solucionador DEM avanzan en el tiempo utilizando el mismo paso de tiempo, que se calcula como:

$$\Delta t = \min (\Delta t_{SPH}, \Delta t_{DEM}) \quad (79)$$

Donde Δt_{DEM} es el paso de tiempo calculado por el solucionador DEM.

3.3.5.6 Condiciones de contorno de pared

En la literatura se encuentran disponibles tres enfoques diferentes para tener en cuenta la existencia de los límites y, por lo tanto, calcular la transferencia de fuerzas desde estos límites sólidos hacia los elementos SPH que modelan la fase fluida. Uno de los enfoques más conocidos implica la colocación de elementos SPH "fantasma" dentro de las paredes, que siguen el movimiento del límite y pueden interactuar con los elementos SPH regulares utilizando las ecuaciones regulares de partículas [\[30\]](#). El principal inconveniente es la dificultad de modelar geometrías complejas utilizando estos elementos fantasma, especialmente para bordes afilados y superficies arbitrariamente curvas.

Otro enfoque muy común es el propuesto por Monaghan (2000), que coloca elementos altamente repulsivos en las superficies de los límites. Existen varias formulaciones disponibles para las fuerzas repulsivas que estos elementos fronterizos ejercen sobre los elementos SPH. El principal inconveniente es que calcular las componentes normales y tangenciales del elemento con respecto a la superficie del límite no es una tarea fácil con geometrías complejas [\[31\]](#).

El método SPH utiliza interacciones de estilo DEM con los límites. Al interactuar con un límite, el elemento SPH experimenta fuerzas normales y tangenciales. Las partículas que están más cerca de la pared que el radio del kernel tienen fuerzas repulsivas aplicadas para

evitar la penetración en la pared. Esta fuerza repulsiva normal para el contacto SPH-límite se calcula utilizando el modelo de resorte-amortiguador lineal, como se muestra en la ecuación (80):

$$F_n = \begin{cases} K_n(0,5h - d) + K_d v_n, & d \leq 0,5h \\ 0, & d > 0,5h \end{cases} \quad (80)$$

Donde:

- d es la distancia entre el elemento SPH y la pared.
- h es el valor de soporte del kernel.
- v_n es la velocidad normal con respecto a la pared.
- K_n es el coeficiente elástico
- K_d es el coeficiente de amortiguamiento viscoso definido por el *Factor de Disipación de Contorno*, que es un parámetro del método con un valor predeterminado de 0,0 (es decir, por defecto no se utiliza amortiguamiento al calcular la fuerza normal debida a las interacciones entre los elementos SPH y las paredes).

El coeficiente elástico K_n se calcula como:

$$K_n = C_n \rho_a c_0^2 d_{ini} \quad (81)$$

Donde:

- c_0 es la velocidad del sonido del material definida por *Sound Speed*, que es un parámetro del método.
- ρ_a es la densidad del elemento SPH.
- d_{ini} es el espaciado inicial de los elementos SPH.
- C_n es el Factor de Rigidez de Contorno, que es un parámetro del método con un valor predeterminado de 0,5.

La fuerza tangencial aplicada a los elementos SPH es cero si se selecciona *Free Slip* como el tipo de límite, o se calculan fuerzas viscosas laminar basadas en la velocidad tangencial

relativa entre la pared y el elemento SPH si se selecciona *No Slip* como el tipo de límite, como se muestra en la ecuación (82):

$$F_t = \begin{cases} \mu_l d_{ini}^2 \mathbf{v}_t / d_{wall} & d_{wall} \leq h \\ 0, & d_{wall} > h \end{cases} \quad (82)$$

Donde:

- d_{wall} es la distancia entre el elemento SPH y la pared.
- $\mathbf{v}_t$ es la diferencia de la velocidad tangencial del límite y la velocidad del elemento SPH en la dirección tangencial.
- d_{ini} es el espaciado inicial de los elementos SPH.
- μ_l es la viscosidad dinámica laminar de la fase fluida.

3.3.5.7 Acoplamiento DEM-SPH

La principal característica del método SPH es su capacidad para manejar flujos sólido-fluido combinando los métodos SPH y DEM. El acoplamiento de estos dos modelos se logra a través de condiciones de no deslizamiento sólido-fluido, como se describe por Potapov y Campbell (2011) [30].

Suponiendo que las partículas DEM son mucho más grandes que el espaciado medio entre partículas de los elementos SPH, la interacción sólido-fluido se logra colocando elementos SPH en el interior de las partículas DEM, como se muestra en la figura 3-7. Estos elementos SPH interiores tienen asociada una masa, densidad y velocidad artificial, y se utilizan para satisfacer la condición de no deslizamiento en la superficie de la partícula.

Los elementos SPH interiores se mueven y rotan junto con la partícula sólida DEM y se inicializan con la misma densidad inicial utilizada para los elementos SPH que representan la fase fluida, evolucionando en el tiempo de la misma manera que los elementos SPH fluidos.

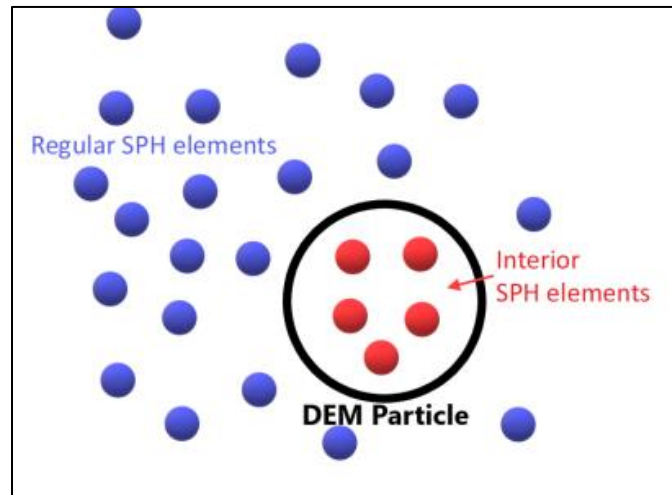


Figura 3-7: Interacción DEM-SPH.

Como se muestra en la figura 3-8, considerando un elemento fluido SPH (mostrado como a) que está lo suficientemente cerca del elemento SPH interior (mostrado como b) para que residan dentro de los kernels de cada uno, con el fin de asegurar la condición de no deslizamiento, la velocidad del fluido en el punto O, que intersecta la línea que conecta los elementos a y b, debería ser igual a la velocidad del sólido en este punto.

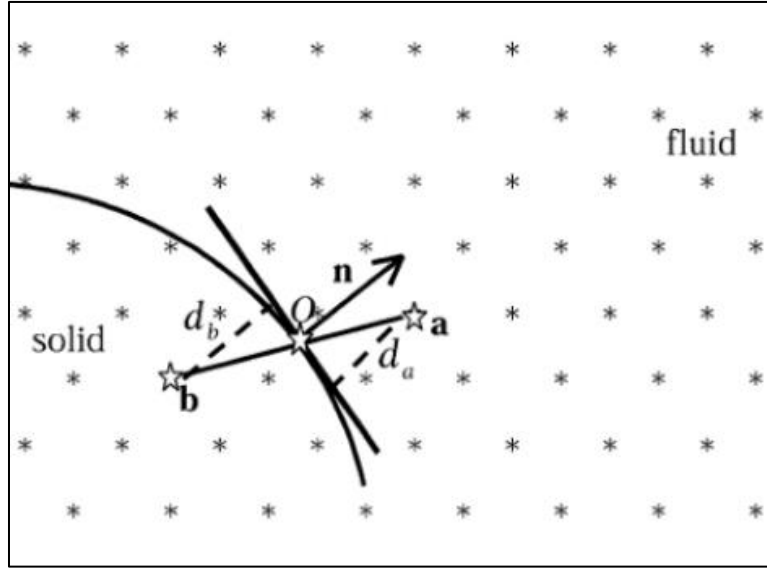


Figura 3-8: Detalles de la condición de no deslizamiento de partículas DEM con elementos SPH, extraído de A. V. Potapov and Campbell (2001)

Para cumplir con esta condición con una precisión de segundo orden, Potapov y Campbell (2011) [14] propusieron que la velocidad artificial del elemento SPH interior b, $\mathbf{v}_{\text{bart}}$, se calcula en función del gradiente de velocidad entre los puntos a y O de la siguiente manera:

$$\mathbf{v}_{\text{bart}} = \mathbf{v}_O + (\mathbf{v}_O - \mathbf{v}_a) \left(\frac{d_a}{d_b} \right) \quad (83)$$

Donde:

- $\mathbf{v}_O$ es la velocidad del punto O.
- $\mathbf{v}_a$ es la velocidad del elemento fluido SPH a.
- d_a y d_b son las distancias desde los elementos a y b hasta la línea tangente a la interfaz fluido-sólido que pasa por el punto O.

La velocidad $\mathbf{v}_{\text{bart}}$ es usada para calcular la interacción sólido-fluido en vez de la velocidad real a la que se está moviendo el elemento SPH. Esta fuerza de interacción es añadida con signo opuesto a la ecuación que gobierna el movimiento de las partículas DEM.

4. Configuración de la simulación

La configuración de la simulación es la definición de todos los inputs de la simulación, es decir los valores de parámetros geométricos y físicos tanto del molino como tal como de las partículas DEM y los elementos SPH.

En esta simulación la definición de estos parámetros estuvo fuertemente influenciada por los tiempos de cálculo y la precisión de los resultados obtenidos.

A continuación, se explicará la interfaz de ANSYS ROCKY y se mostraran los parámetros utilizados en la configuración de la simulación.

4.1 Interfaz de ANSYS ROCKY y Parámetros utilizados

4.1.1 Menú principal

Al iniciar el programa por primera vez y crear un nuevo proyecto, se presenta el menú principal (con casillas dispuestas horizontalmente en la parte superior) y el árbol de funciones (con casillas dispuestas verticalmente en el lado izquierdo). Cada función está representada por un ícono y una descripción conceptual. En la figura 4-1 se muestra una vista del menú principal del software ANSYS Rocky.

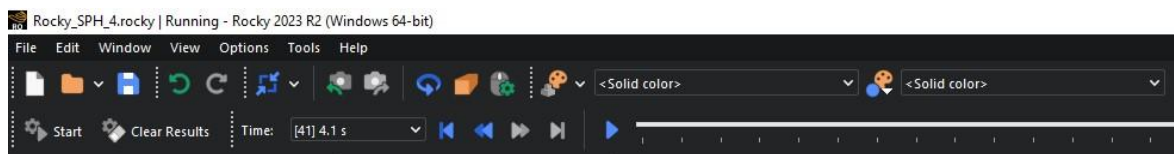


Figura 4-1: Vista del Menú principal del software ANSYS Rocky

4.1.2 Documento

La opción documento es un menú que proporciona las herramientas básicas necesarias para la gestión de proyectos. Estas herramientas permiten al usuario crear, abrir, guardar y administrar proyectos de manera eficiente. En la figura 4-2 se aprecian las opciones disponibles en el menú File. A continuación, se detallan las opciones disponibles en este menú:

- **Nuevo proyecto:** Crea un proyecto en blanco. Esta opción es esencial para iniciar cualquier simulación nueva, proporcionando una plantilla limpia sobre la cual trabajar.
- **Abrir proyecto:** Abre un proyecto existente desde el sistema de archivos. Permite retomar trabajos previos, facilitando la continuidad en el desarrollo de simulaciones.
- **Recientes:** Muestra una lista de los proyectos abiertos recientemente, ofreciendo un acceso rápido a trabajos en progreso sin necesidad de buscarlos manualmente.
- **Cerrar proyecto:** Cierra el proyecto actualmente abierto. Es útil para liberar recursos del sistema o cambiar de proyecto sin cerrar el software.
- **Guardar proyecto (Ctrl+S):** Guarda el proyecto actual, asegurando que todos los cambios recientes se almacenen en el disco.
- **Guardar proyecto como....:** Permite guardar el proyecto actual con un nuevo nombre o en una nueva ubicación. Esto es útil para crear copias de respaldo o versiones diferentes del mismo proyecto.
- **Archivar proyecto:** Archiva el proyecto actual, comprimiéndolo para facilitar su almacenamiento y transferencia. Es útil para proyectos que necesitan ser almacenados o enviados a otros usuarios.
- **Restaurar proyecto archivado:** Restaura un proyecto previamente archivado, descomprimiéndolo y haciéndolo accesible nuevamente para su edición y uso.
- **Exportar contexto del proyecto:** Exporta el contexto del proyecto, incluyendo configuraciones y datos relevantes. Esto permite compartir configuraciones específicas con otros usuarios o para utilizarlas en otros proyectos.
- **Importar contexto del proyecto:** Importa un contexto de proyecto previamente exportado, aplicando las configuraciones y datos a un proyecto actual. Facilita la reutilización de configuraciones exitosas o estándar.
- **Salir:** Cierra el programa ANSYS ROCKY.

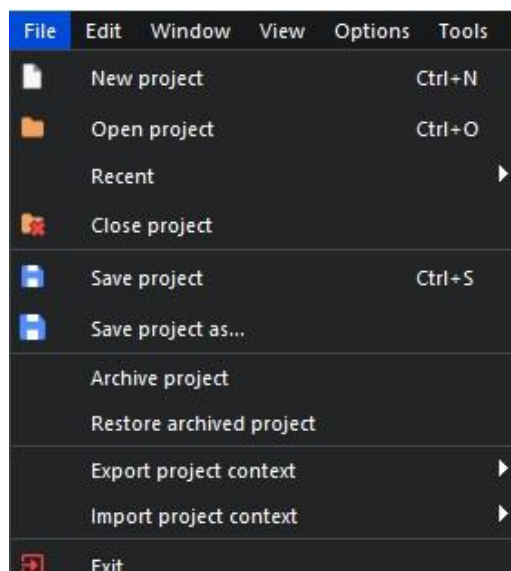


Figura 4-2: Opciones disponibles en el menú Documento del software ANSYS Rocky

4.1.3 Datos

Al iniciar un nuevo proyecto en ANSYS ROCKY, el menú principal presenta una sección clave denominada Datos. Esta sección organiza y facilita el acceso a todas las configuraciones y parámetros necesarios para configurar y ejecutar una simulación. En la figura 4-3 se aprecia una vista del árbol de funciones en la sección Datos.

A continuación, se detallan los componentes principales del árbol de funciones dentro de Datos:

- **Física:** Configuración de las propiedades físicas generales que afectan a todo el modelo.
- **Módulos:** Permite la adición y configuración de módulos específicos que amplían las capacidades de la simulación.
- **Geometrías:** Gestión y definición de las geometrías involucradas en la simulación, como el molino SAG y cualquier otra estructura relevante.
- **Regiones de interés:** Define áreas específicas dentro del modelo que requieren un análisis más detallado.
- **Marcos de movimiento:** Configuración de marcos de referencia para objetos móviles dentro de la simulación.

- **Materiales:** Gestión de los materiales utilizados, incluyendo sus propiedades físicas y mecánicas.
- **Interacción de materiales:** Define cómo interactúan los distintos materiales entre sí durante la simulación.
- **Partículas:** Configuración de los parámetros de las partículas utilizadas en la simulación basada en el método DEM.
- **Método SPH:** Parámetros específicos para el método de partículas suavizadas (SPH), que modela el comportamiento del fluido dentro del molino.
- **Nubes de puntos:** Importación y gestión de nubes de puntos, en caso de utilizar datos de escaneo 3D.
- **Entradas y salidas:** Definición de zonas por donde ingresan o salen partículas y fluidos en el sistema.
- **Contactos:** Configuración de las interacciones de contacto entre partículas y superficies.
- **Uniones:** Gestión de juntas y conexiones mecánicas dentro del modelo.
- **Acoplamiento CFD:** Configuración del acoplamiento con simulaciones de dinámica de fluidos computacional (CFD), si se requiere.
- **Configuración del dominio:** Ajustes del dominio de simulación, incluyendo sus dimensiones y condiciones de frontera.
- **Solucionador:** Parámetros y configuraciones del motor de cálculo utilizado para ejecutar la simulación.
- **Cálculos:** Definición de cálculos adicionales o personalizados que se deben realizar durante la simulación.
- **Procesos definidos por el usuario:** Gestión de tareas o análisis automatizados personalizados por el usuario.
- **Escalas de color:** Configuración de escalas de colores para la visualización efectiva de los resultados.

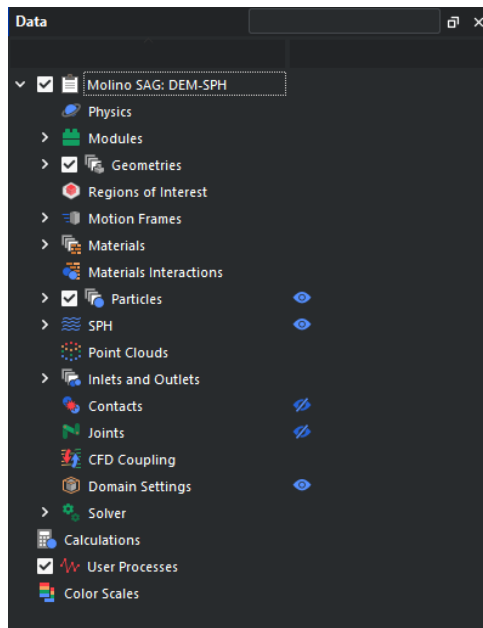


Figura 4-3: Vista del árbol de funciones en la sección Datos del entorno de simulación en ANSYS Rocky

4.1.3.1 Física:

Física es fundamental para definir y gestionar las propiedades físicas que influirán en la simulación. Este ítem permite configurar parámetros esenciales como la gravedad, el momento, las propiedades térmicas y el proceso de granularidad gruesa. En la figura 4-4 se muestra los parámetros configurables de la subsección física.

A continuación, se detallan los componentes y opciones principales disponibles en esta sección y los parámetros utilizados:

- **Gravedad:** Configuración de los parámetros de gravedad que afectan a la simulación.
 - Dirección X: Magnitud de la aceleración de la gravedad en la dirección X (valor por defecto: 0 [m/s²]).
 - Dirección Y: Magnitud de la aceleración de la gravedad en la dirección Y (valor por defecto: -9,81 [m/s²]).

- Dirección Z: Magnitud de la aceleración de la gravedad en la dirección Z (valor por defecto: 0 [m/s²]).
 - Tiempo de inicio de la gravedad: Momento en que comienza a aplicarse la gravedad dentro de la simulación.
 - Tiempo de término de la gravedad: Momento en que finaliza la aplicación de la gravedad en la simulación.
- Momento: Configuración de parámetros relacionados con el momento de las partículas y cuerpos en la simulación. Permite ajustar cómo se calcula y aplica el momento a lo largo de la simulación, impactando directamente en el comportamiento dinámico de las partículas.
- Térmico: Propiedades térmicas y parámetros de transferencia de calor. En esta sección se configuran las propiedades térmicas de los materiales y la forma en que se transfiere el calor entre ellos durante la simulación, aspecto esencial en estudios que consideran efectos térmicos.
- Granularidad gruesa (Coarse-Graining): Permite ajustar los parámetros de granularidad, afectando la representación de las partículas a distintas escalas dentro de la simulación. Esto puede tener un impacto tanto en la precisión de los resultados como en el tiempo de cómputo requerido.

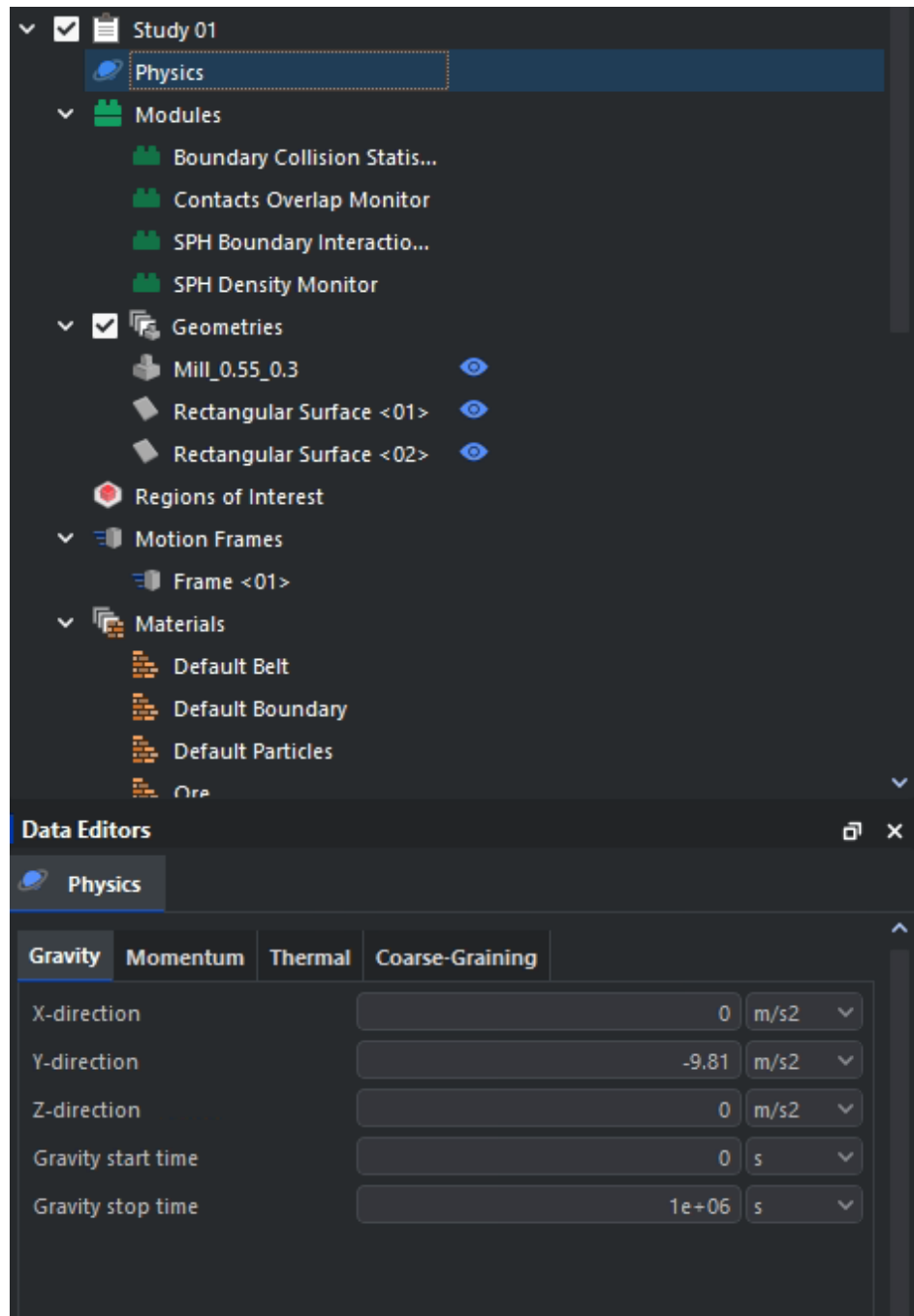


Figura 4-4: Parámetros configurables de la subsección Física en ANSYS Rocky

4.1.3.2 Módulos:

Módulos una subsección es esencial para añadir y configurar diversos módulos que extienden las capacidades del software, permitiendo un análisis detallado y específico de diferentes

aspectos de la simulación. Estos módulos incluyen monitores de colisiones, estadísticas de partículas, energía y más.

Es importante recordar que el objetivo de la simulación es calcular las presiones en las caras de los lifters interiores del molino, por lo cual se eligieron los módulos que se activarían durante la simulación en función de este objetivo, se debió ser muy cuidadoso al elegir los módulos que se activaron en la simulación ya que estos pueden no ser necesarios para el objetivo que estamos buscando y generar cálculos innecesarios que terminan repercutiendo en grandes tiempos de simulación.

A continuación, se detallan los módulos principales disponibles:

4.1.3.2.1 Módulos Disponibles

- *Estadísticas de colisiones de contorno:* Monitorea y registra las estadísticas de las colisiones que ocurren en los límites del dominio de simulación. Este módulo es fundamental para comprender cómo interactúan las partículas con las paredes del molino y otros límites definidos.
- *Estadísticas de acoplamiento partículas-CFD:* Proporciona información sobre el acoplamiento entre las partículas y la dinámica de fluidos computacional (CFD). Es esencial para simulaciones que combinan DEM con CFD, permitiendo analizar cómo las partículas afectan y son afectadas por el flujo del fluido.
- *Espectro energético de contactos:* Registra el espectro energético asociado a los contactos entre partículas. Este análisis es útil para estudiar cómo se distribuye la energía durante las colisiones, lo que permite evaluar la eficiencia del proceso de molienda.
- *Monitoreo de solapamiento de contactos:* Monitorea y registra los solapamientos entre partículas durante los contactos. Resulta útil para detectar zonas con alta compresión o posibles problemas numéricos en la simulación.
- *Estadísticas de colisiones entre grupos:* Proporciona datos sobre colisiones entre distintos grupos de partículas. Permite un análisis detallado del comportamiento de mezclas heterogéneas dentro del molino.

- *Estadísticas de colisiones entre partículas:* Registra información sobre las colisiones entre partículas individuales. Es clave para conocer la frecuencia y la energía de los impactos, variables fundamentales para evaluar la eficiencia del molino SAG.
- *Estadísticas de juntas mecánicas:* Monitorea el comportamiento de juntas o conexiones mecánicas presentes en el modelo. Es crucial para evaluar la integridad estructural y el funcionamiento de componentes acoplados.
- *Energía instantánea de partículas:* Registra los niveles de energía instantánea de cada partícula durante la simulación. Esta información es útil para detectar fluctuaciones y optimizar el proceso de conminución.
- *Espectro energético de partículas:* Entrega un análisis espectral de la energía de las partículas. Permite estudiar la distribución de energía en distintas frecuencias, ayudando a identificar patrones o comportamientos anómalos.
- *Estadísticas de colisiones de contorno para elementos SPH:* Monitorea cómo interactúan los elementos de fluido modelados con SPH (Hidrodinámica de Partículas Suavizadas) con los límites sólidos del molino. Es fundamental para evaluar el comportamiento del fluido en las paredes del equipo.
- *Monitoreo de densidad SPH:* Registra la evolución de la densidad de los elementos SPH a lo largo de la simulación. Asegura que las propiedades del fluido estén bien representadas en el modelo.
- *Flujo máximo SPH:* Monitorea el caudal máximo alcanzado por el fluido modelado con SPH. Es útil para evaluar la capacidad hidráulica del sistema y optimizar el diseño operativo del molino.

Para este caso se activó el módulo *Estadísticas de colisiones de contorno* para hacerle seguimiento a las estadísticas de las interacciones de las partículas DEM con el molino, por la misma razón se activó el módulo *Estadísticas de interacción límite-SPH* para hacerle seguimiento a la estadística de las interacciones que tienen los elementos SPH con el molino, con estas estadísticas de impactos se pueden determinar las presiones efectuadas tanto por partículas DEM y elementos SPH en el lifter analizado. Por otro lado, se activaron *Monitoreo de solapamiento de contactos* y *Monitoreo de densidad SPH*, el primer parámetro sirve principalmente para identificar posibles problemas en la simulación analizando el grado de

solapamiento entre partículas y el segundo para asegurar que las propiedades del fluido sean representadas con precisión.

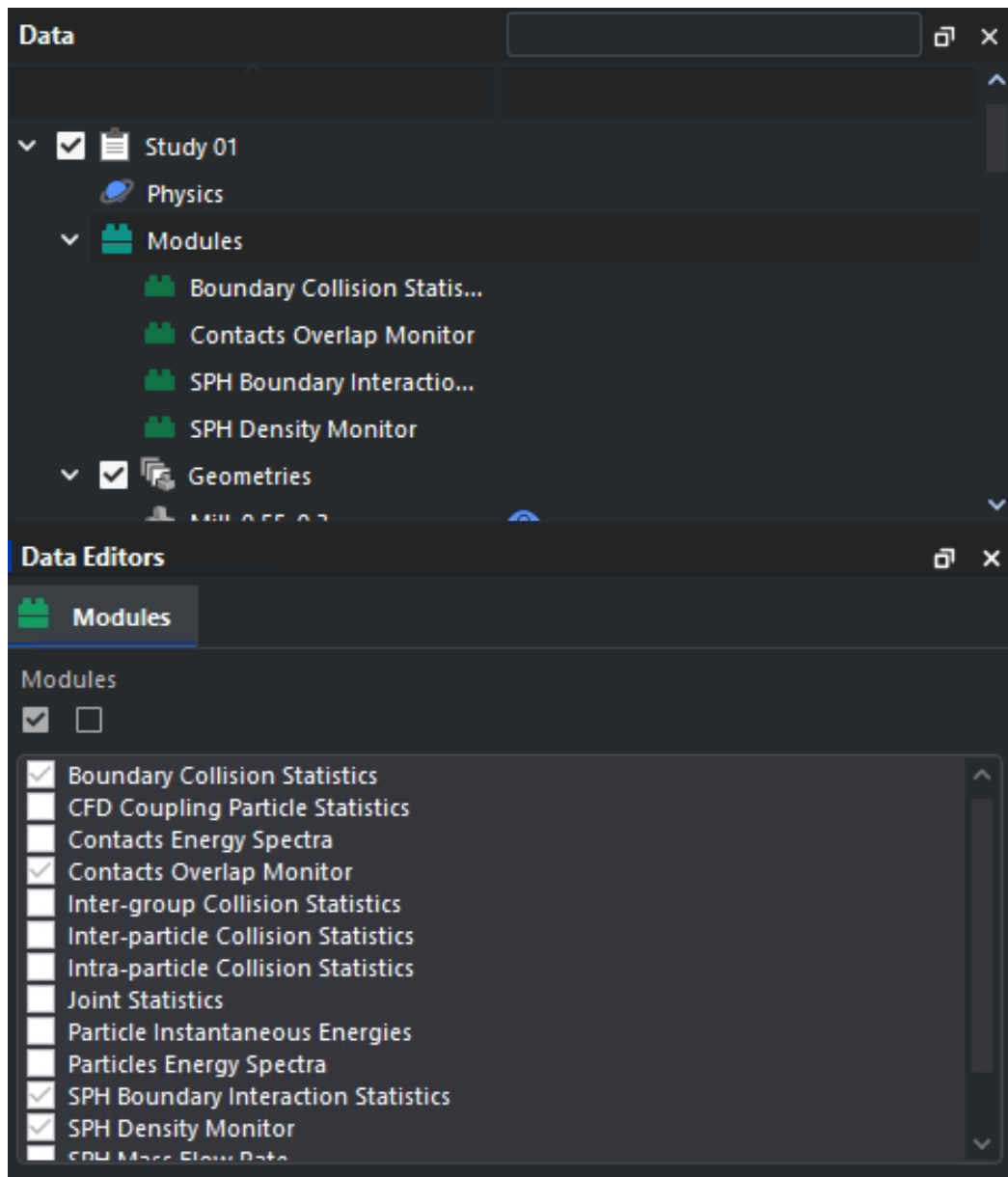


Figura 4-5: Módulos activados en la subsección *Módulos* de ANSYS Rocky

4.1.3.2.2. Estadísticas de colisiones de contorno

El módulo *Estadísticas de colisiones de contorno* es esencial para monitorear y registrar estadísticas detalladas de las colisiones que ocurren en los límites del dominio de simulación. Este módulo proporciona una serie de opciones configurables que permiten un análisis exhaustivo de cómo interactúan las partículas con las paredes y otras fronteras definidas en el modelo. A continuación, se detallan las opciones disponibles:

- *Duración:* Permite monitorear la duración de las colisiones. Esta opción es útil para entender cuánto tiempo duran las interacciones entre las partículas y los límites del dominio, lo cual puede influir en el desgaste de los materiales y la eficiencia del proceso.
- *Frecuencia:* Registra la frecuencia de las colisiones. Esta métrica ayuda a cuantificar cuántas veces las partículas impactan los límites durante la simulación, proporcionando información sobre la intensidad de la interacción.
- *Velocidad de impacto normal:* Monitorea la velocidad de impacto normal en las colisiones. Esta información es crucial para evaluar la fuerza con la que las partículas impactan las paredes y cómo esto puede afectar la integridad estructural del molino.
- *Velocidad de impacto tangencial:* Registra la velocidad de impacto tangencial durante las colisiones. Este parámetro es importante para entender las fuerzas de fricción y cómo estas pueden influir en el movimiento y desgaste de las partículas y las paredes del molino.
- *Distancia de deslizamiento:* Mide la distancia de deslizamiento de las partículas sobre las superficies. Esta métrica ayuda a identificar áreas donde puede ocurrir un mayor desgaste debido al movimiento continuo de las partículas.
- *Intensidades:* Monitorea las intensidades de las colisiones. Este parámetro proporciona una medida de la energía involucrada en las colisiones, lo cual es vital para evaluar la eficiencia del proceso de molienda y el potencial de daño a los materiales.
- *Tensiones:* Registra las tensiones generadas durante las colisiones. Evaluar las tensiones ayuda a entender los puntos críticos donde las fuerzas pueden causar fallas en los materiales, permitiendo una mejor planificación y diseño para mitigar estos efectos.
- *Fuerzas para análisis por elementos finitos:* Recopila fuerzas para análisis mediante el método de elementos finitos (FEM). Esta opción es útil para transferir datos de fuerzas a

un software de análisis FEM, permitiendo una evaluación más detallada de la integridad estructural bajo las condiciones simuladas.

Considerando el objetivo de la simulación y eliminar caculos innecesarios que aumentan los tiempos de simulación, se activaron únicamente *Intensidades*, *Tensiones* y *Fuerzas para análisis por elementos finitos*.

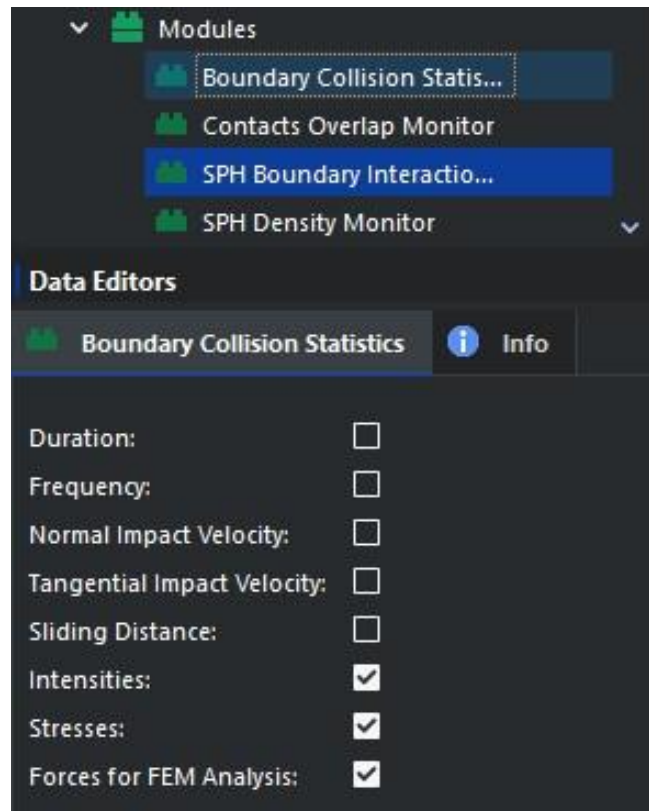


Figura 4-6: Configuración del módulo *Estadísticas de colisiones de contorno* en ANSYS Rocky

4.1.3.2.3 *Estadísticas de colisiones de contorno para elementos SPH*

Estadísticas de colisiones de contorno para elementos SPH es un módulo esencial para monitorear y registrar las interacciones entre el fluido modelado mediante SPH (*Smoothed Particle Hydrodynamics*) y los límites del dominio de simulación. Este módulo ofrece varias opciones configurables que permiten un análisis detallado de las propiedades y curvas en los límites, proporcionando información crucial para entender cómo el fluido interactúa con las superficies confinantes. A continuación, se detallan las opciones disponibles:

Propiedades de contorno:

- *Fuerzas nodales*: Permite monitorear las fuerzas nodales en los límites. Este parámetro es vital para entender las fuerzas ejercidas por el fluido en los puntos de los límites, lo cual puede afectar la integridad estructural de las paredes del molino.
- *Tensiones*: Registra las tensiones en la geometría.
- *Tasa de transferencia de calor*: Monitorea la tasa de transferencia de calor en la geometría.
- *Parámetros de humectación*: Registra los parámetros de humectación en la geometría. Estos parámetros son importantes para entender cómo el fluido moja las superficies, lo cual puede influir en la dinámica del fluido y la interacción con los materiales.

Curvas de contorno:

- *Fuerza*: Permite generar curvas de fuerza en la geometría. Estas curvas proporcionan una representación visual de cómo las fuerzas varían a lo largo de la geometría durante la simulación, facilitando el análisis de los puntos de mayor impacto.
- *Torque*: Registra las curvas de torque en la geometría. Este parámetro es importante para entender los momentos de fuerza ejercidos por el fluido, lo cual puede afectar la estabilidad y funcionamiento del molino.
- *Potencia*: Monitorea las curvas de potencia en la geometría. Evaluar la potencia es esencial para comprender la energía total transferida y cómo se distribuye en la geometría durante la simulación.

Para este módulo solo se activaron *Fuerzas nodales* como propiedad de contorno y *Fuerza* como curva de contorno.

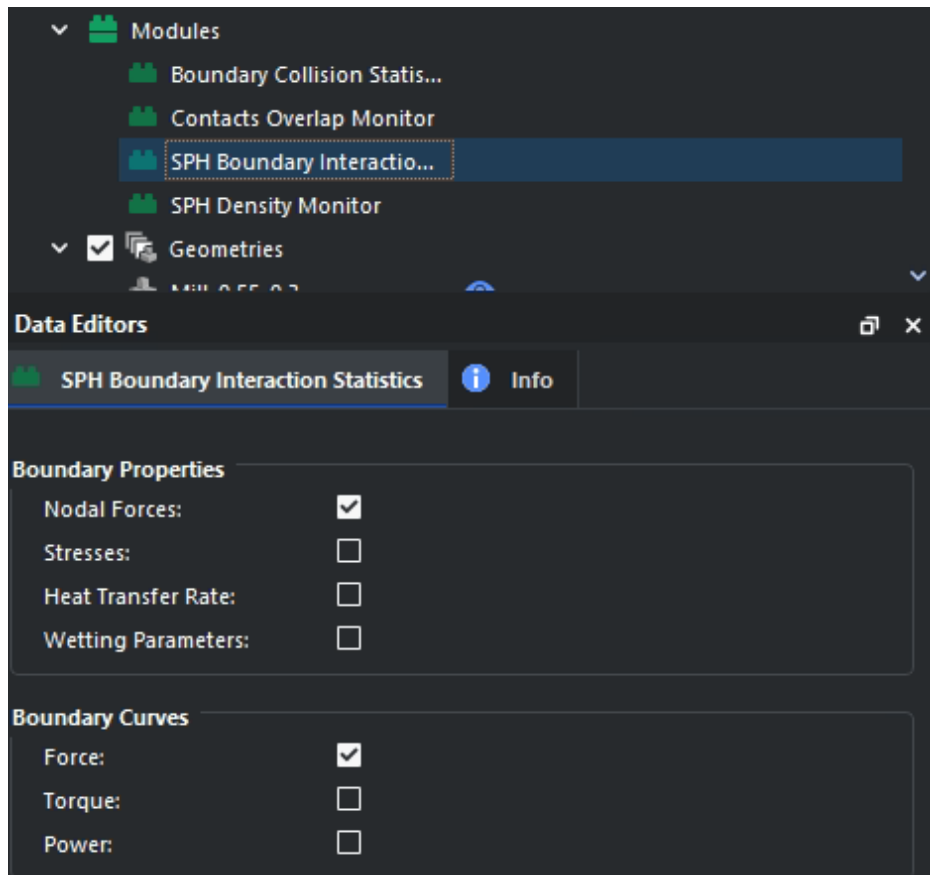


Figura 4-7: Configuración del módulo *Estadísticas de colisiones de contorno para elementos SPH* en ANSYS Rocky

4.1.3.3 Geometría

Geometría, es crucial para gestionar y configurar las geometrías involucradas en la simulación. Este ítem permite la definición detallada de estructuras y componentes que forman parte del modelo de la simulación, incluyendo su posicionamiento, orientación, y propiedades físicas. A continuación se detallan las opciones disponibles:

- *Nombre*: Nombre de la geometría. Este nombre identifica de manera única la geometría dentro del proyecto.
- *Cargar archivo*: Permite cargar un archivo de geometría desde el sistema de archivos. Esto es útil para importar modelos CAD o archivos de geometría previamente definidos.
- *Cuadros de movimiento*: Define el marco de referencia para la geometría, lo que permite que la geometría se mueva de acuerdo con un marco de referencia específico.

- *Material*: Asigna el material a la geometría, que define las propiedades del material utilizado para esta geometría.
- *Tiempo de activación*: Tiempo en el cual la geometría se habilita en la simulación (0 [s] por defecto).
- *Tiempo de desactivación*: Tiempo en el cual la geometría se deshabilita en la simulación (1e+06 [s] por defecto).

4.1.3.3.1 Transformaciones y Propiedades

- *Punto de pivote*: Punto de pivote de la geometría, definido en coordenadas (x, y, z).
- *Traslación*: Valores de traslación de la geometría en las direcciones x, y, y z. Actualmente configurado en 0[m] para todas las direcciones.
- *Orientación*: Método y parámetros para la orientación de la geometría.
- *Tamaño del triángulo*: Tamaño del triángulo para la discretización de la geometría

4.1.3.3.2 Pestañas Adicionales

- *Transformar*: Configura las transformaciones de la geometría, incluyendo rotaciones y traslaciones.

Para realizar las simulaciones en este trabajo se importaron dos geometrías, la primera corresponde al lifter que fue analizado como tal, y para el cual se determinó las presiones ejercidas en su cara superior y lateral, esta geometría se visualiza en la figura 4-10, en segundo lugar, el resto del molino el cual no se considera dentro del análisis. En la figura 4-9 se visualiza ambas geometrías integradas.

Tamaño del triángulo: Configura el tamaño de los triángulos que formaran la malla de la geometría. Este es un factor crítico ya que de él depende mucho la precisión de los resultados de la simulación y también afecta directamente a los tiempos de cálculo. En esta simulación corresponde a 0,061[m] para la malla del lifter analizado, mientras que para el resto del molino es de 2 [m] como se muestra en las figuras 4-8(a) y 4-8(b), esto ya que no se necesita

información de esa zona se utilizó una malla muy grande de manera de reducir los tiempos de cálculo de la simulación.

- *Masa*: Define las propiedades de masa de la geometría.
- *Desgaste*: Configura las propiedades de desgaste para evaluar la durabilidad de los materiales bajo condiciones de uso.
- *Replicación*: Parámetros de replicación de la geometría para simulaciones que requieren múltiples instancias.
- *Propiedades térmicas*: Propiedades térmicas de la geometría para estudios que involucran transferencia de calor.

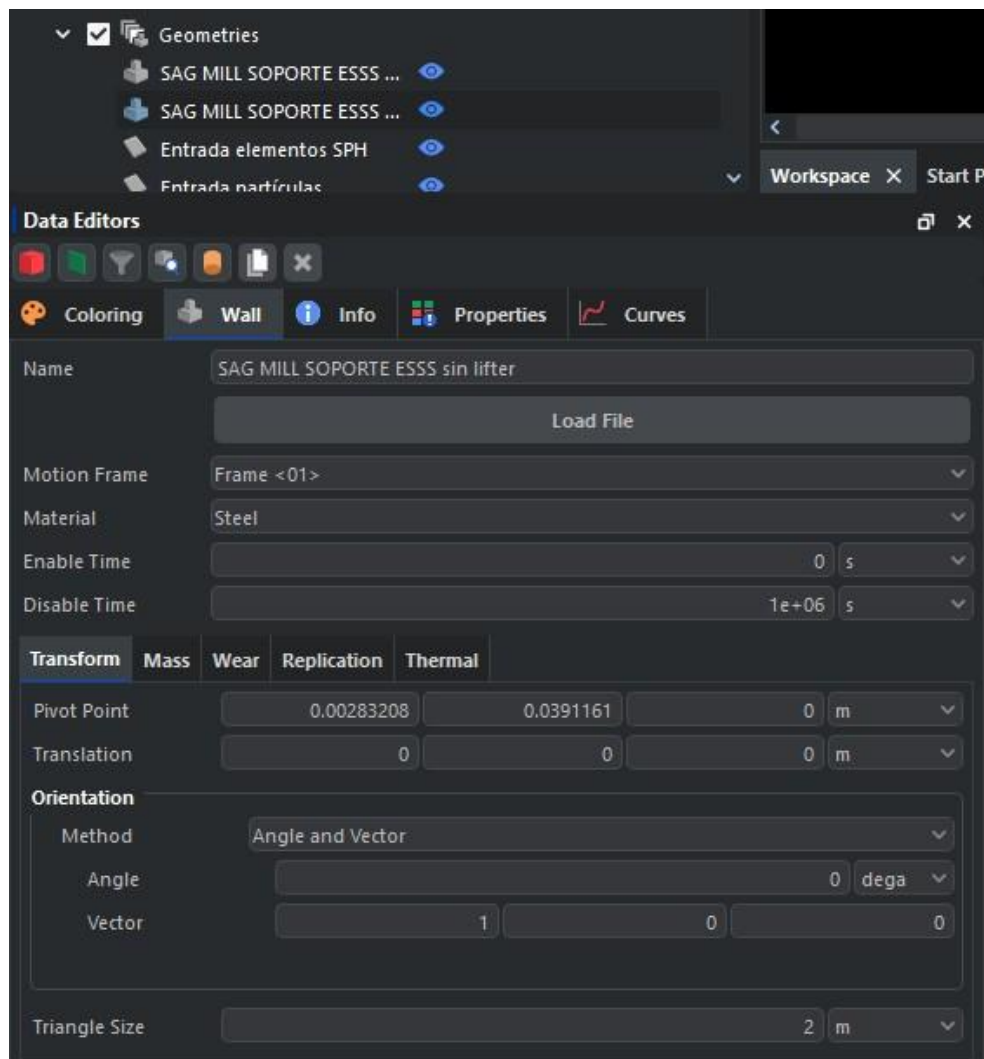


Figura 4-8 (a): Configuración geométrica del molino con lifter

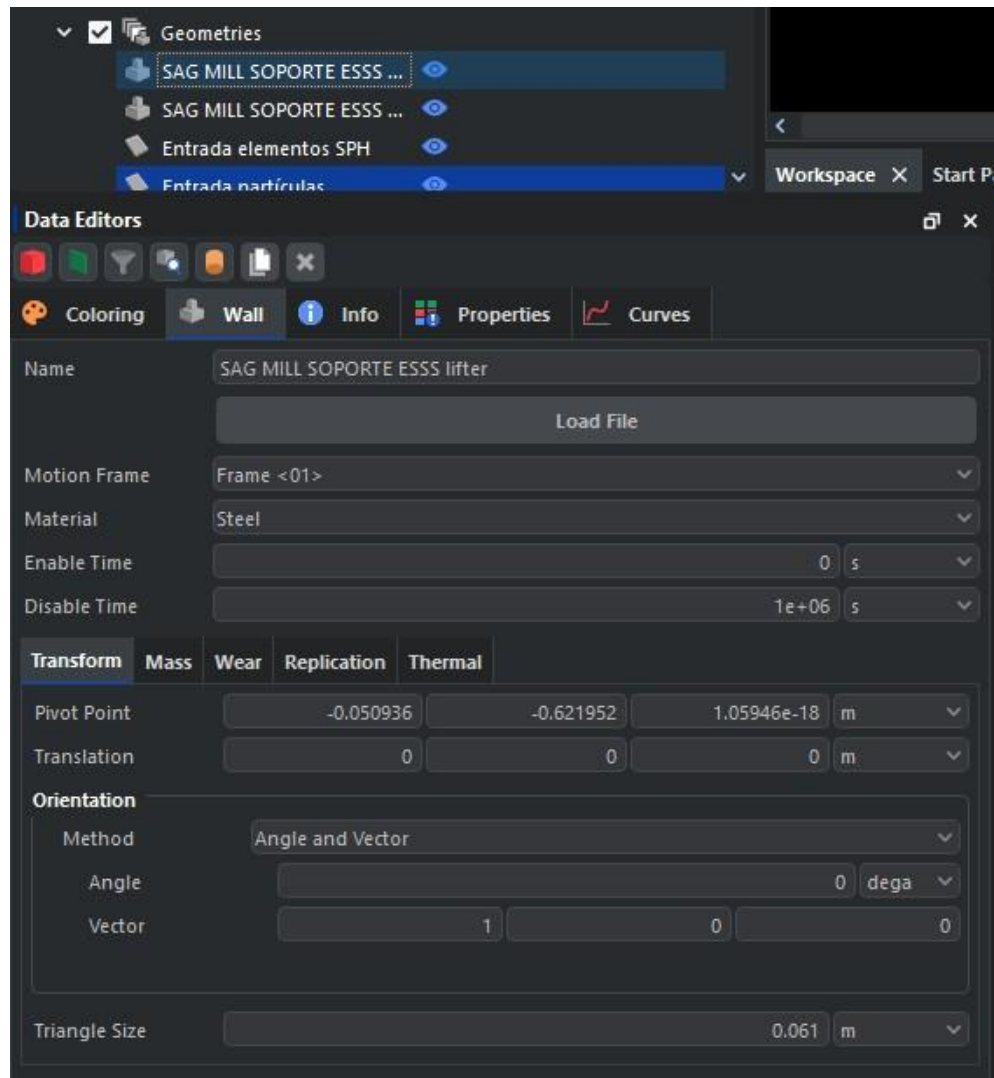


Figura 4-8 (b): Configuración geométrica del molino sin lifter

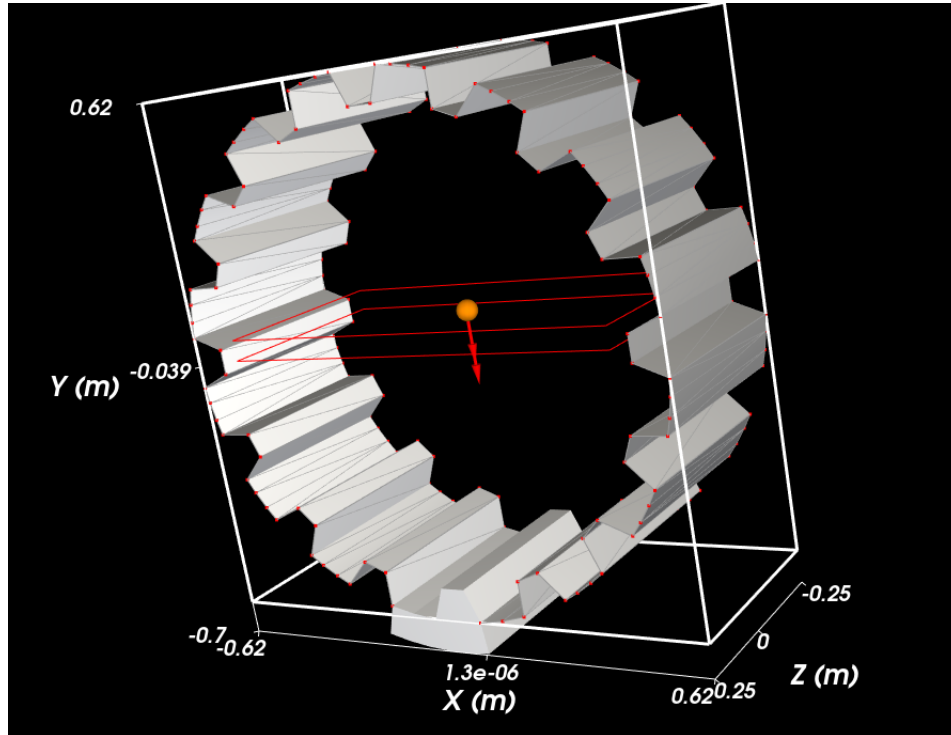


Figura 4-10: Geometría del lifter analizado, se aprecian ejes y nodos de la malla

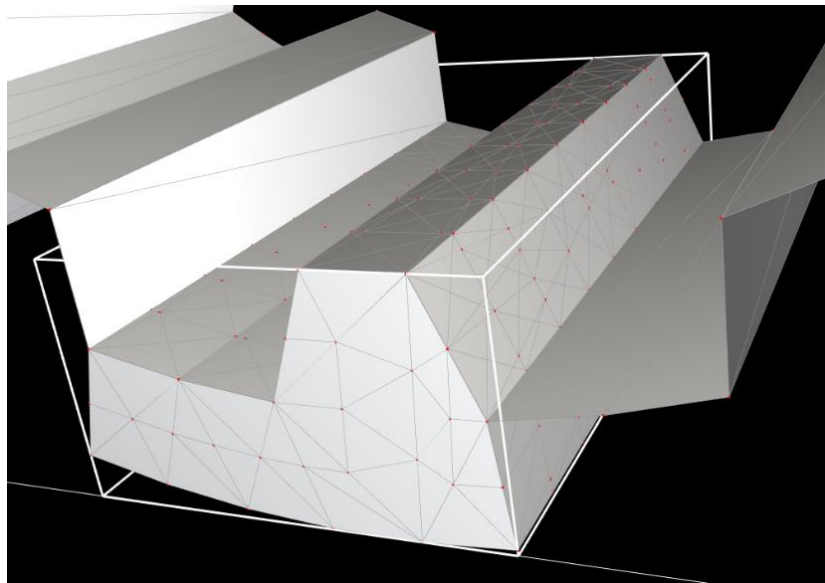


Figura 4-9: Geometría del molino con ejes coordenados, se aprecian ejes y nodos de la malla

Sumado a las geometrías ya mencionadas también se debieron generar dos superficies rectangulares que cumplen la función de entrada de las partículas DEM y de los elementos SPH a la simulación respectivamente, en las figuras 4-11(a) y 4-11(b) se visualiza su configuración para cada caso y en la figura 4-12 se visualizan las superficies rectangulares posicionadas al interior del molino.

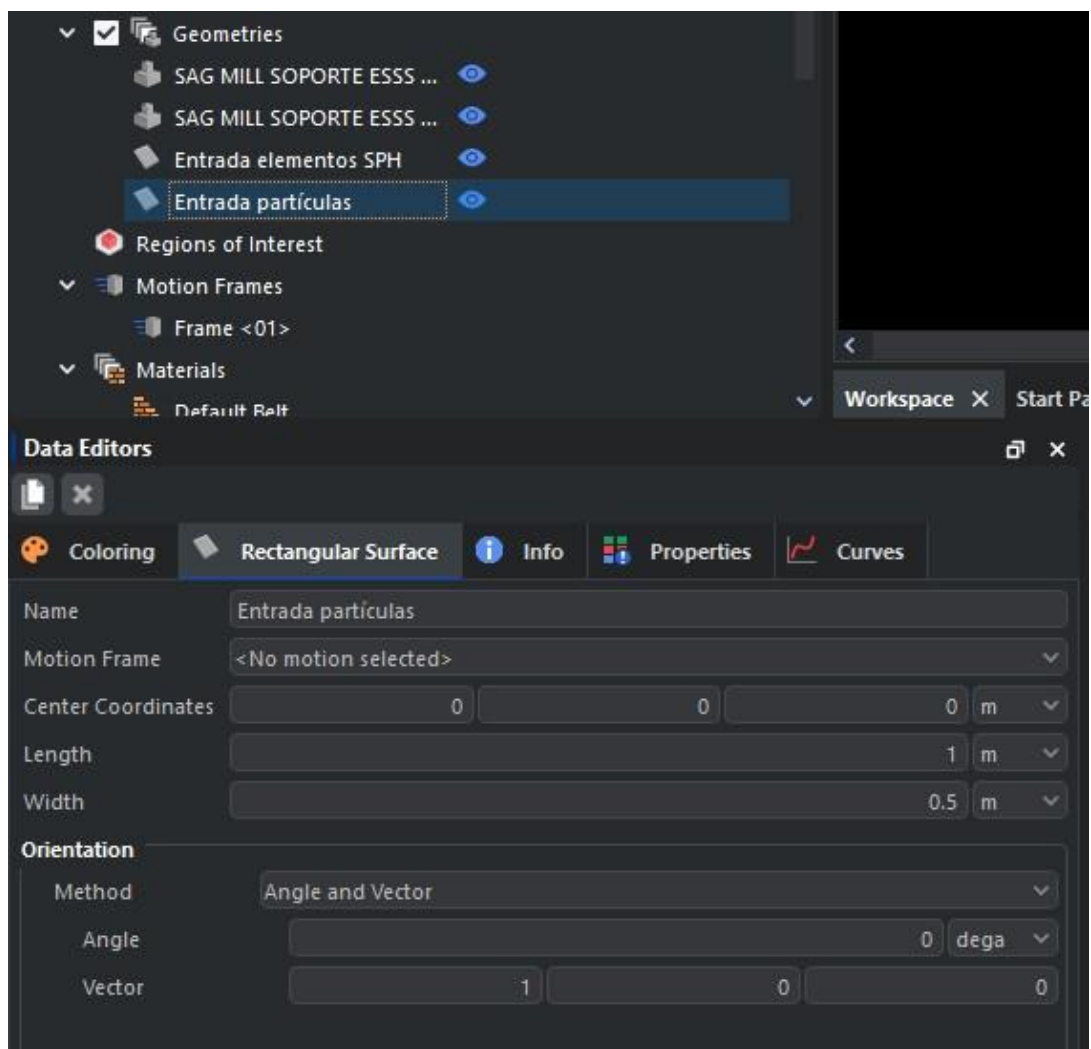


Figura 4-11(a): Configuración de superficies rectangulares utilizadas como entrada de partículas DEM

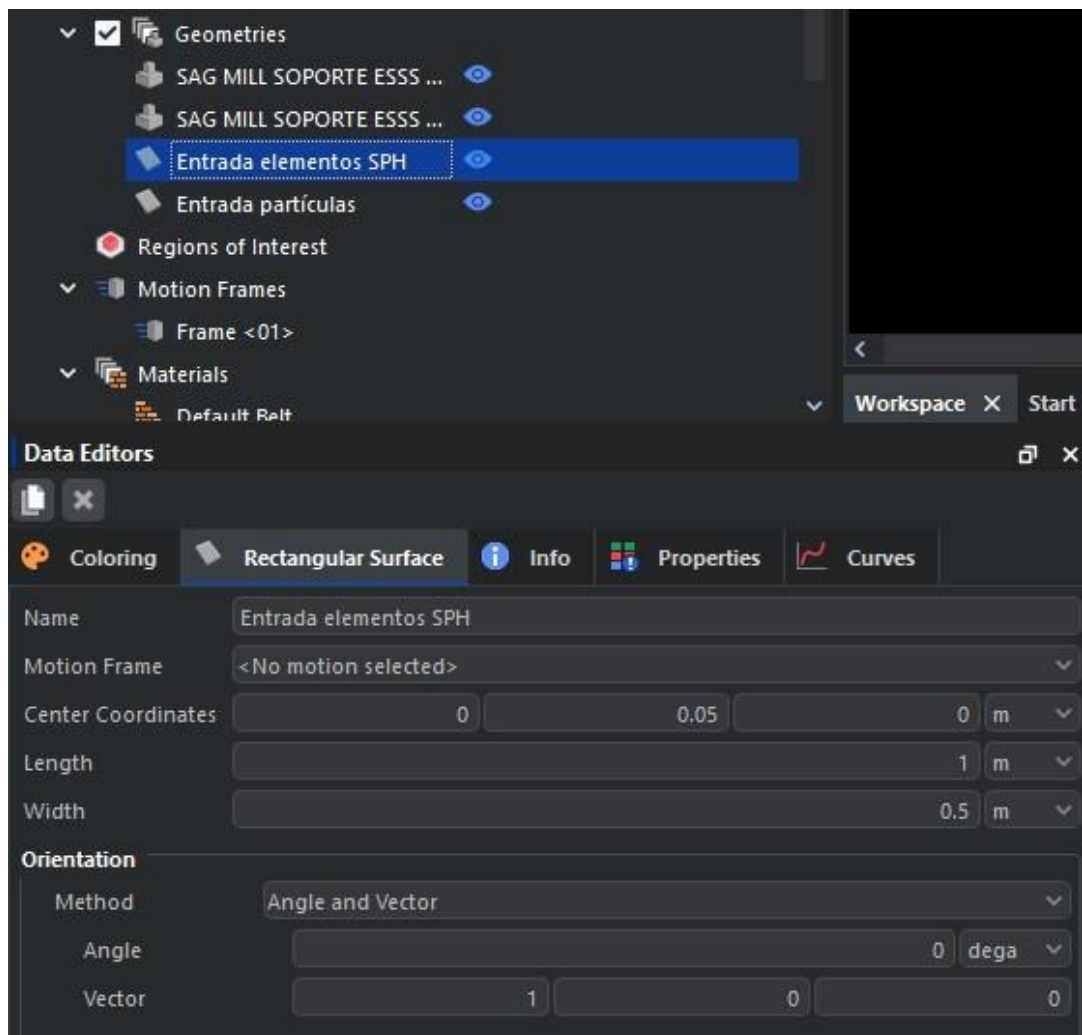


Figura 4-11(b): Configuración de superficies rectangulares utilizadas como entrada de elementos SPH en la simulación

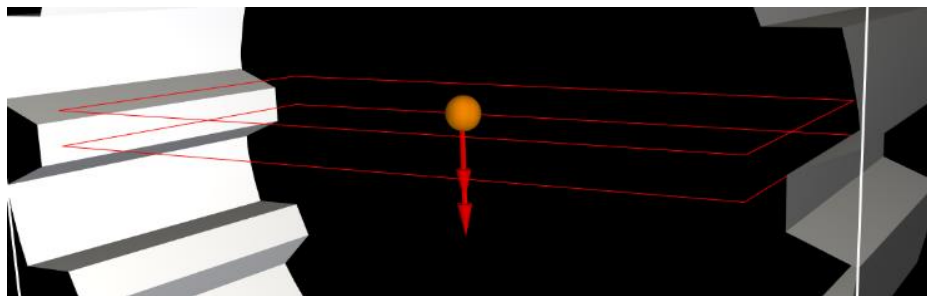


Figura 4-12: Superficies rectangulares definidas como zonas de ingreso para partículas DEM y elementos SPH

4.1.3.4. Cuadros de movimiento

Cuadros de movimiento es fundamental para definir y controlar el movimiento de los objetos dentro de la simulación. Este ítem permite configurar marcos de referencia que especifican cómo se mueven las geometrías a lo largo del tiempo, lo cual es crucial para simular correctamente el comportamiento dinámico de los componentes en un molino SAG. A continuación, se detallan las configuraciones y opciones disponibles en este ítem.

4.1.3.4.1 Configuraciones Generales

- *Nombre*: Nombre del marco de referencia. Este nombre identifica de manera única el marco de referencia dentro del proyecto.
- *Posición relativa*: Define la posición relativa del marco en coordenadas (x, y, z). En este ejemplo, está configurado en (0, 0, 0) metros.
- *Orientación relativa*: Método y parámetros para la orientación del marco de referencia.
 - *Método*: En este ejemplo, ángulo y vector.
 - *Ángulo*: Ángulo de rotación (0° en este ejemplo).
 - *Vector*: Vector de orientación (1, 0, 0).
- *Mantener en posición*: Configuración para mantener el marco en su posición actual. En este caso, está deshabilitado.
- *Habilitar movimiento periódico*: Permite habilitar un movimiento periódico para el marco de referencia.

4.1.3.4.2 Configuración de Movimientos

- *Movimientos*: Lista y configuración de los movimientos aplicados al marco de referencia.
 - *Editar movimiento*: Permite editar los movimientos existentes. En este caso, hay dos movimientos definidos:
 - [0–5] segundos – rotación: Movimiento de rotación desde 0 a 5 segundos.
 - [5–100] segundos – rotación: Movimiento de rotación desde 5 a 100 segundos.
- *Tiempo de inicio*: Tiempo en que comienza el movimiento.
- *Tiempo de finalización*: Tiempo en que finaliza el movimiento.
- *Tipo*: Tipo de movimiento. En este caso, rotación.
- *Velocidad angular inicial*: Velocidad angular al inicio del movimiento.
- *Aceleración angular*: Aceleración angular del movimiento.

En la Tabla 4-1, se pueden apreciar los parámetros del cuadro de movimiento utilizados en la simulación, mientras que en las figuras 4-13(a) y 4-13(b) se visualizan dentro de la interfaz de ANSYS Rocky.

[0 5] s - Rotación		
<i>Tiempo de inicio</i>	0	s
<i>Tiempo de detención</i>	5	s
<i>Tipo:</i>	<i>Rotación</i>	-
<i>Velocidad Angular Inicial</i>	0	rad/s
<i>Aceleración Inicial</i>	0,00367217	rad/s ²
[5 100] s - Rotación		
<i>Tiempo de inicio</i>	5	s
<i>Tiempo de detención</i>	100	s
<i>Tipo:</i>	<i>Rotación</i>	-
<i>Initial Angular Velocity</i>	1,10165	rad/s
<i>Angular Acceleration</i>	0	rad/s ²

Tabla 4-1: Parámetros definidos en la subsección *Cuadro de movimiento* para el movimiento rotacional del molino

Data

▼ **Motion Frames**

Frame <01>

Data Editors

Frame Curves

Name: Frame <01>

Relative Position: 0 0 0 m

Relative Orientation

Method: Angle and Vector

Angle: 0 dega

Vector: 1 0 0

Keep in Place: Disabled

▲ ☐ Enable Periodic Motion

Motions

▲ ☐ Free Body Linear Limits

▲ ☐ Free Body Angular Limits

+

×

Edit Motion: [0 5] s - Rotation [5 100] s - Rotation

Start Time: 0 s

Stop Time: 5 s

Type: Rotation

Initial Angular Velocity: 0 0 0 rad/s

Angular Acceleration: 0 0 0.00367217 rad/s²

Figura 4-13(b): Parámetros de movimiento definidos en la sección *Cuadro de movimiento*.
Aceleración angular

4.1.3.5. Partículas

El ítem *Partículas* es crucial para definir y gestionar las propiedades y comportamientos de las partículas utilizadas en la simulación. Este ítem permite especificar las características físicas, la forma, el material y el movimiento de las partículas, lo cual es esencial para obtener resultados precisos y realistas en las simulaciones de molinos SAG utilizando el método DEM-SPH. A continuación, se detallan las configuraciones y opciones disponibles en este ítem, utilizando como ejemplo las partículas de mineral (*Ore particles*):

4.1.3.5.1 Configuraciones Generales

Para la simulación se definieron dos tipos de partículas DEM. El primer tipo corresponde a las partículas que representan las rocas presentes en el interior del molino, generadas con tres tamaños distintos. El segundo tipo corresponde a las partículas que representan las bolas de acero, utilizadas como medio de molienda, las cuales se definieron con una única dimensión. En las figuras 4-14(a) y 4-14(b) se visualizan dentro de la interfaz de ANSYS Rocky las definiciones de las partículas DEM utilizadas en este análisis y que se detallan a continuación.

- *Nombre*: Nombre de las partículas. En este caso, *Ore particles*. Este nombre identifica de manera única el conjunto de partículas dentro del proyecto.
- *Forma*: Forma de las partículas. En este ejemplo, las partículas tienen forma de esfera (*Sphere*).
- *Material*: Material de las partículas. En este caso, es *Ore* (mineral).
- *Porosidad*: Porosidad de las partículas. En este ejemplo, está configurada en 0.

4.1.3.5.2 Configuraciones de Tamaño

- *Tipo de tamaño*: Tipo de tamaño utilizado para definir las partículas. En este análisis, se utilizó el *Sieve Size* (tamaño de tamiz).
- *Distribución de tamaños*: Distribución de tamaños de las partículas.
 - 0,052 [m]: 100% del tamaño acumulado.
 - 0,0325 [m]: 70% del tamaño acumulado.
 - 0,026 [m]: 10% del tamaño acumulado.

En la figura 4-15 se visualizan ambos tipos de partículas con sus respectivas dimensiones dentro de la interfaz de ANSYS Rocky. En tanto, la figura 4-16 permite apreciar con mayor claridad las diferencias de tamaño entre las partículas presentes en el molino, gracias a una escala de color aplicada según su diámetro.

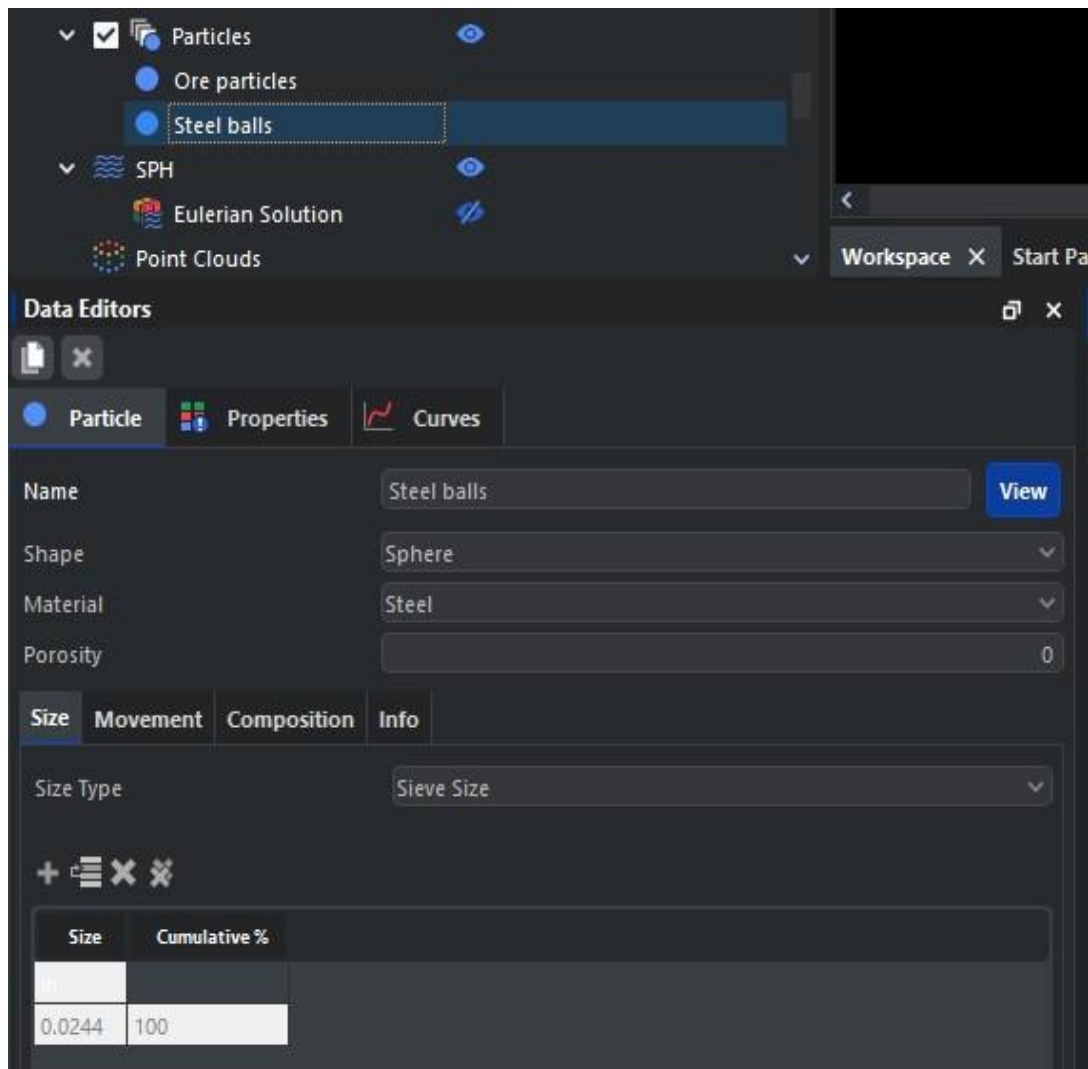


Figura 4-14(a): Definición de bolas de acero como partículas DEM en ANSYS Rocky

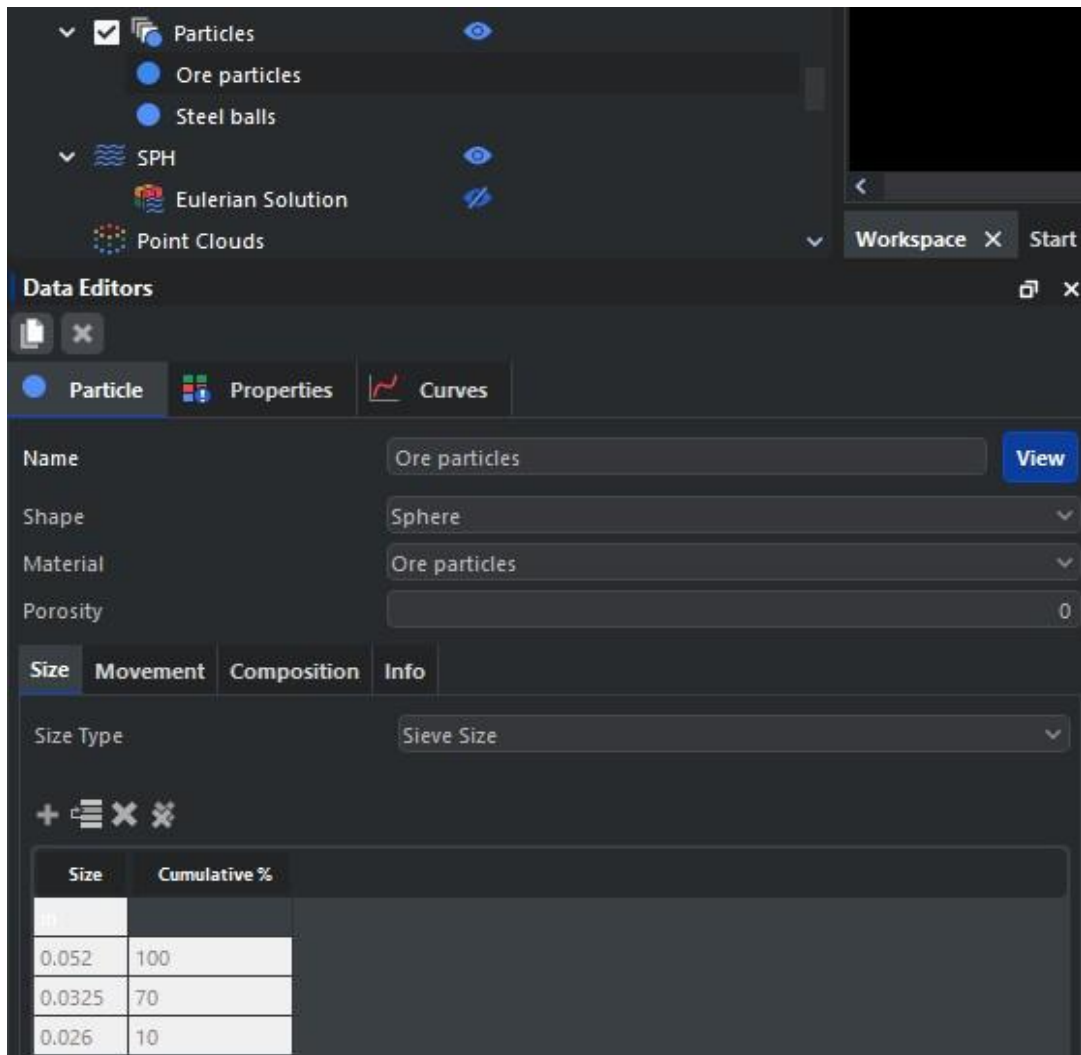


Figura 4-14(b): Definición de rocas de mineral como partículas DEM en ANSYS Rocky

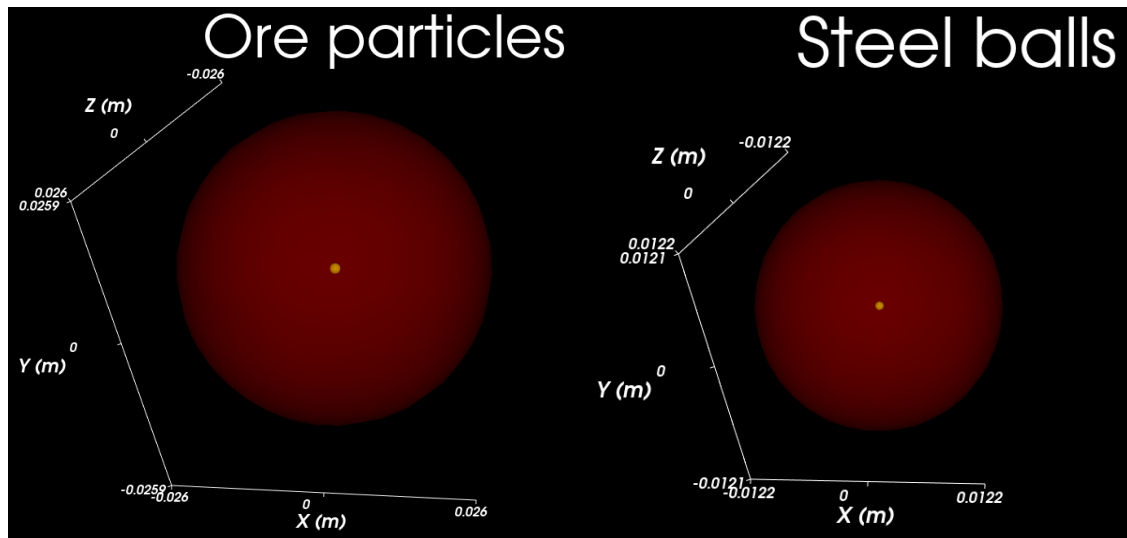


Figura 4-15: Geometría de partículas de mineral (*Ore particle*) y bolas de acero (*Steel Balls*)

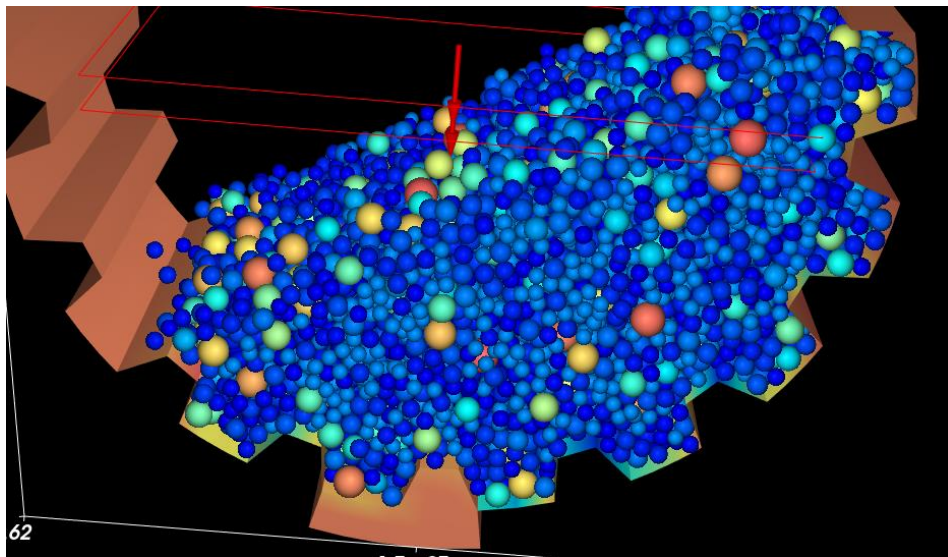


Figura 4-16: Visualización de partículas DEM con escala de color según tamaño, tras el ingreso completo de la carga

4.1.3.6. SPH:

El ítem SPH (*Smoothed Particle Hydrodynamics*) es crucial para definir y gestionar las propiedades y parámetros del fluido en simulaciones que utilizan este método. Este ítem permite especificar características dinámicas del fluido, condiciones de contorno y parámetros del kernel, entre otros, para obtener resultados precisos y realistas. A continuación, se detallan las configuraciones y opciones disponibles en este ítem:

4.1.3.6.1 Configuraciones Generales

- *Material del fluido:* Material del fluido utilizado en la simulación. En este caso, fluido por defecto.
- *Tipo de turbulencia:* Tipo de turbulencia modelada. En este ejemplo, está configurado como Grandes Vórtices (LES, por sus siglas en inglés).
- *Tipo de viscosidad:* Tipo de viscosidad utilizada. En este caso, Cleary.
- *Tipo de tensión superficial:* Tipo de tensión superficial aplicada. Configurado como Ninguna en este ejemplo.
- *Coeficiente de tensión superficial:* Coeficiente de tensión superficial del fluido. En este ejemplo, es 0,072 [N/m].
- *Ángulo de contorno de la tensión superficial:* Ángulo definido para la interacción del fluido con las paredes. Configurado en 90°.

4.1.3.6.2 Condiciones de contorno en pared

- *Tipo de contorno:* Tipo de condición de contorno en las paredes. En este ejemplo, No deslizante laminar.

4.1.3.6.3 Parámetros del núcleo (Kernel)

- *Tamaño del elemento:* Tamaño del elemento del núcleo. Configurado en 0,008133 [m] en este ejemplo.
- *Tipo de núcleo:* Tipo de kernel utilizado. En este caso, Wendland.
- *Factor de distancia del núcleo:* Factor que define el alcance de influencia del núcleo. Configurado en 1,25.

4.1.3.6.4 Corrección de posiciones

- *Tipo de corrección de posiciones:* Tipo de corrección de posiciones aplicada. En este ejemplo, configurado como Ninguna.

4.1.3.6.5 Pestañas adicionales

- *Parámetros del modelo:* Configuración de parámetros generales del modelo SPH, incluyendo la dinámica del fluido y las condiciones de contorno.
- *Avanzado:* Configuraciones avanzadas para ajustes más detallados del modelo SPH.
- *Coloreado:* Opciones para visualizar con diferentes colores las propiedades del fluido.
- *Información:* Información adicional y metadatos sobre las configuraciones del modelo SPH.
- *Propiedades:* Propiedades físicas y adicionales del fluido.
- *Curvas:* Visualización y edición de curvas relacionadas con las propiedades del fluido y su comportamiento durante la simulación

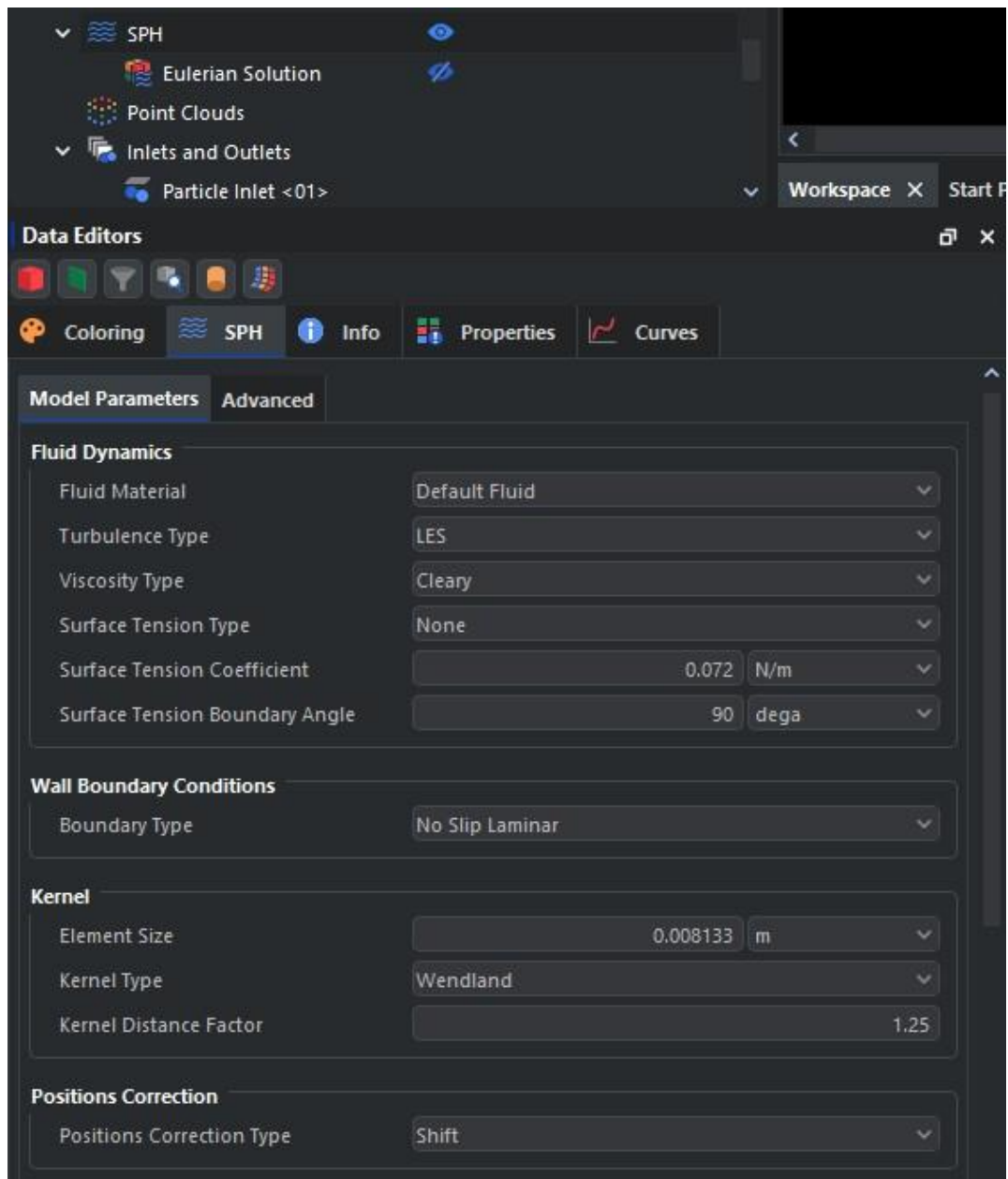


Figura 4-17: Parámetros configurables en la subsección SPH de ANSYS Rocky

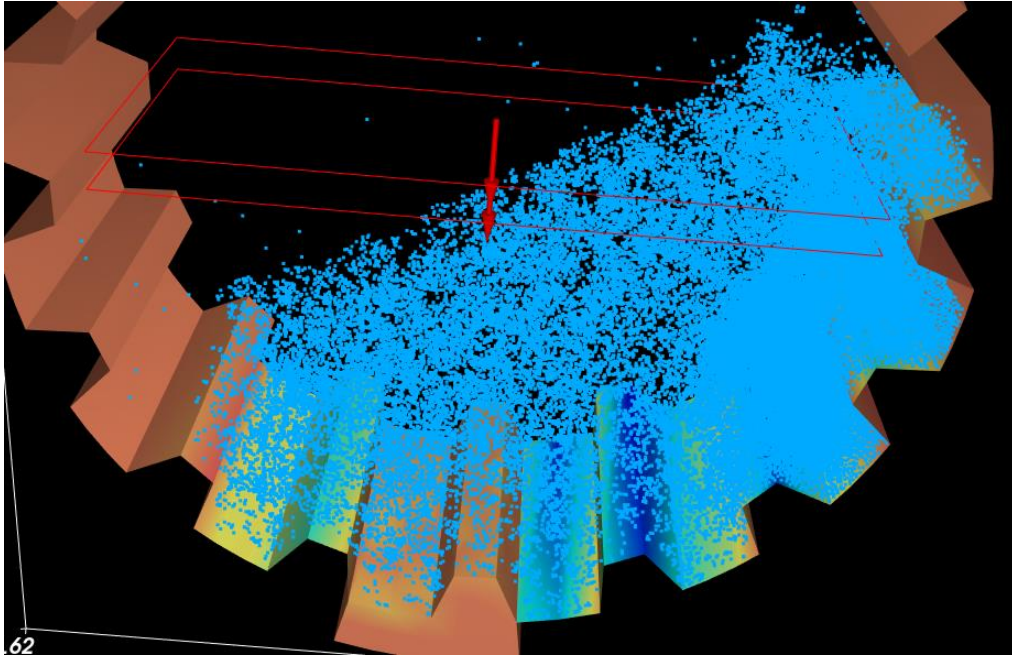


Figura 4-18: Visualización de elementos SPH dentro del molino durante la simulación

4.1.3.7 Solución Euleriana:

Solución Euleriana es fundamental para habilitar y gestionar el post-procesamiento basado en este enfoque dentro de la simulación. Este subítem permite configurar el análisis de los datos obtenidos mediante el método euleriano, complementando así las simulaciones realizadas con SPH.

A continuación, se detallan las configuraciones y opciones disponibles en este subítem:

4.1.3.7.1 Configuraciones generales

- *Habilitar solución euleriana:* Activa el uso de la solución euleriana para el post-procesamiento. Esta opción es clave para analizar y visualizar los resultados de la simulación desde una perspectiva euleriana, la cual es especialmente útil en estudios de comportamiento de fluidos, permitiendo el seguimiento continuo del campo de flujo.

En la Figura 4-19 se visualiza la activación de este parámetro dentro de la configuración del modelo SPH.

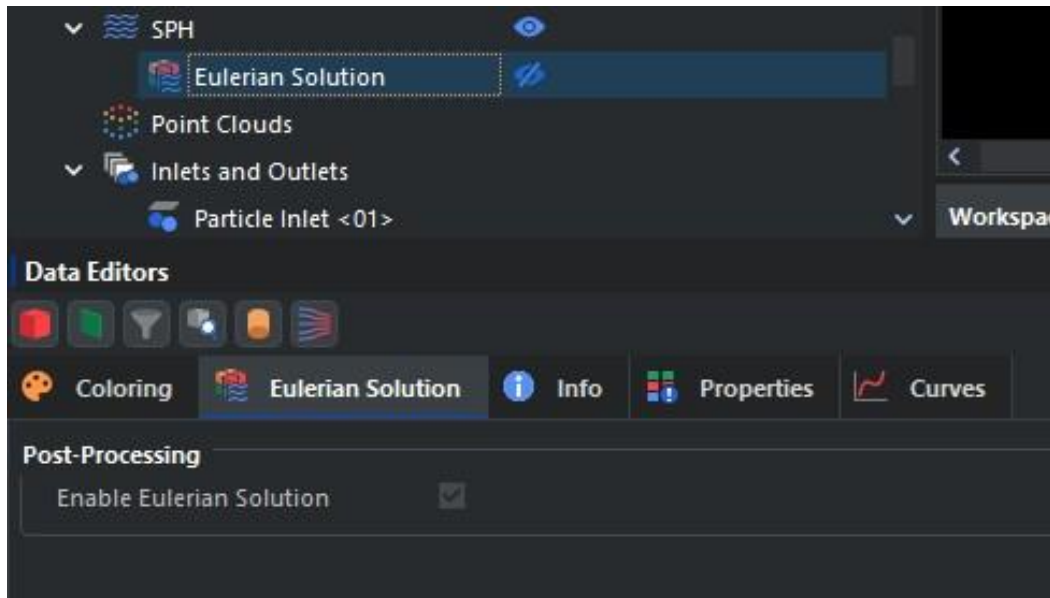


Figura 4-19: Activación del parámetro *Solución Euleriana* en la configuración SPH

4.1.3.8 Entradas y salidas:

Entradas y salidas es esencial para definir y gestionar los puntos de entrada y salida de partículas y fluidos en la simulación. Este ítem permite configurar las condiciones bajo las cuales las partículas y los fluidos entran y salen del dominio de simulación, lo cual es crucial para modelar correctamente el comportamiento de un molino SAG. A continuación, se detallan las configuraciones y opciones disponibles en este ítem.

4.1.3.8.1 Configuraciones Generales

- *Nombre*: Nombre de la entrada de partículas. Este nombre identifica de manera única la entrada dentro del proyecto.
- *Punto de entrada*: Punto de entrada para las partículas. En este ejemplo, es “Entrada partículas”.

4.1.3.8.2 Configuraciones de Partículas

- *Partículas*: Configuración de los tipos de partículas que ingresan por esta entrada.

- *Ore particle – (Partículas de roca):*
 - *Tasa de flujo másico:* Tasa de flujo másico de las partículas de mineral. En este ejemplo, 197 [Ton/h].
- *Steel balls – (Bolas de acero):*
 - *Tasa de flujo másico:* Tasa de flujo másico de las bolas de acero. En este ejemplo, 197 [Ton/h].

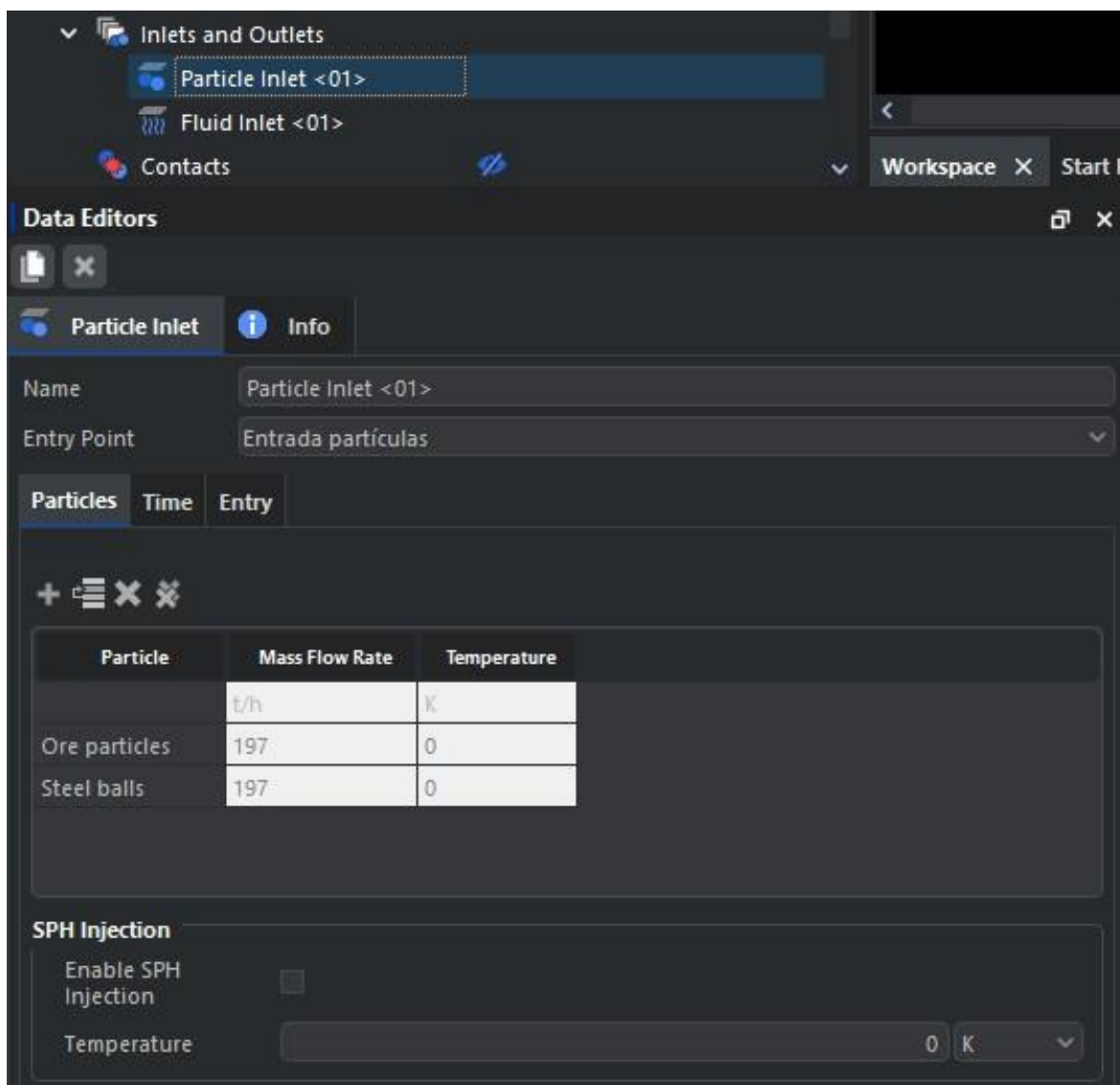


Figura 4-20: Tasa de flujo másico para bolas de acero y partículas de roca definida en la subsección *Entradas y salidas*

Fluid0: Configuración de los tipos de fluidos que ingresan por esta entrada.

- *SPH Elements – (Elementos SPH):*
 - *Tasa de flujo másico:* Tasa de flujo másico del fluido. En este ejemplo, 23,875 [Ton/h]. En la figura 4-21 se visualiza la configuración de este parámetro en ANSYS Rocky.

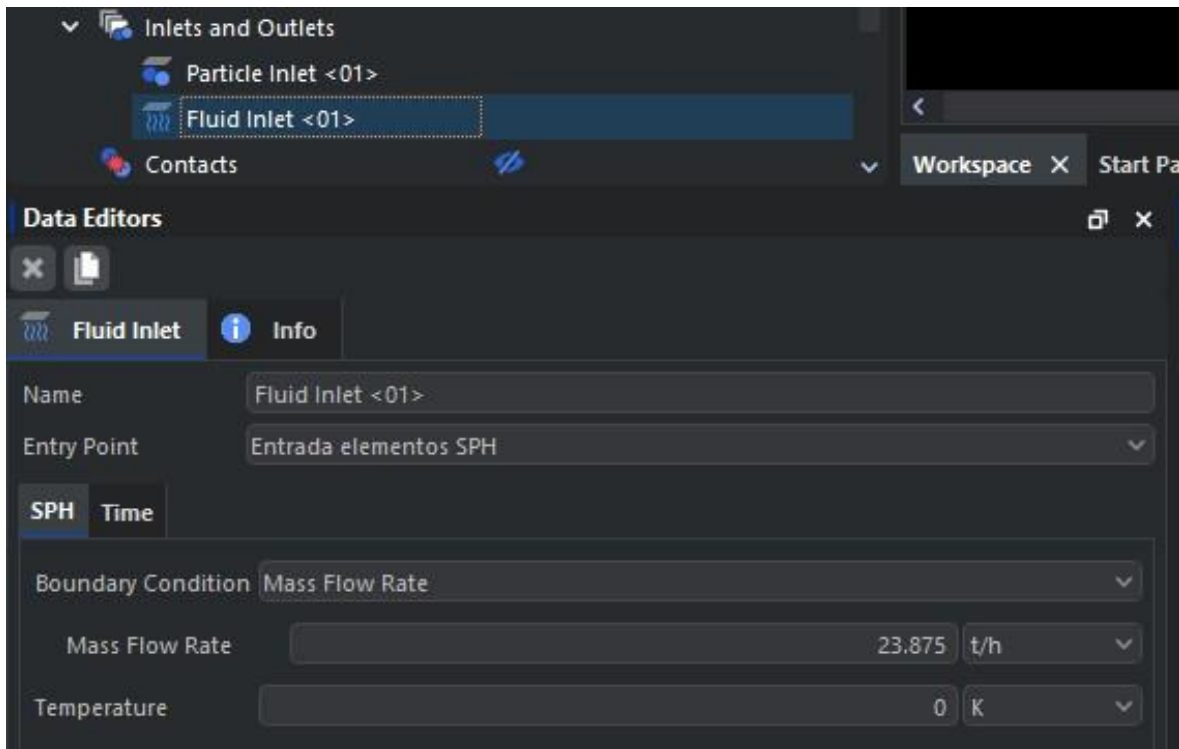


Figura 4-21: Tasa de flujo másico (Mass Flow Rate) definida para los elementos SPH

4.1.3.8.3 Inyección SPH

- *Activación de inyección de SPH:* Permite habilitar la inyección de SPH (*Smoothed Particle Hydrodynamics*). Esta opción es crucial para modelar la entrada de fluidos utilizando el método SPH.

4.1.3.8.4 Pestañas Adicionales

- *Entrada de partículas*: Configuración específica de la entrada de partículas, incluyendo el punto de entrada y los tipos de partículas.
- *Información*: Información adicional y metadatos sobre la entrada de partículas.
- *Partículas*: Configuración de las partículas que ingresan, incluyendo tasa de flujo y temperatura.
- *Tiempo*: Configuración de los tiempos de entrada de las partículas o de elementos SPH. Se visualiza en Figura 4-22 y 4-23 que las partículas DEM y elementos SPH se configuraron para ingresar al dominio desde el instante $t = 0$ [s] hasta el instante $t = 5$ [s].

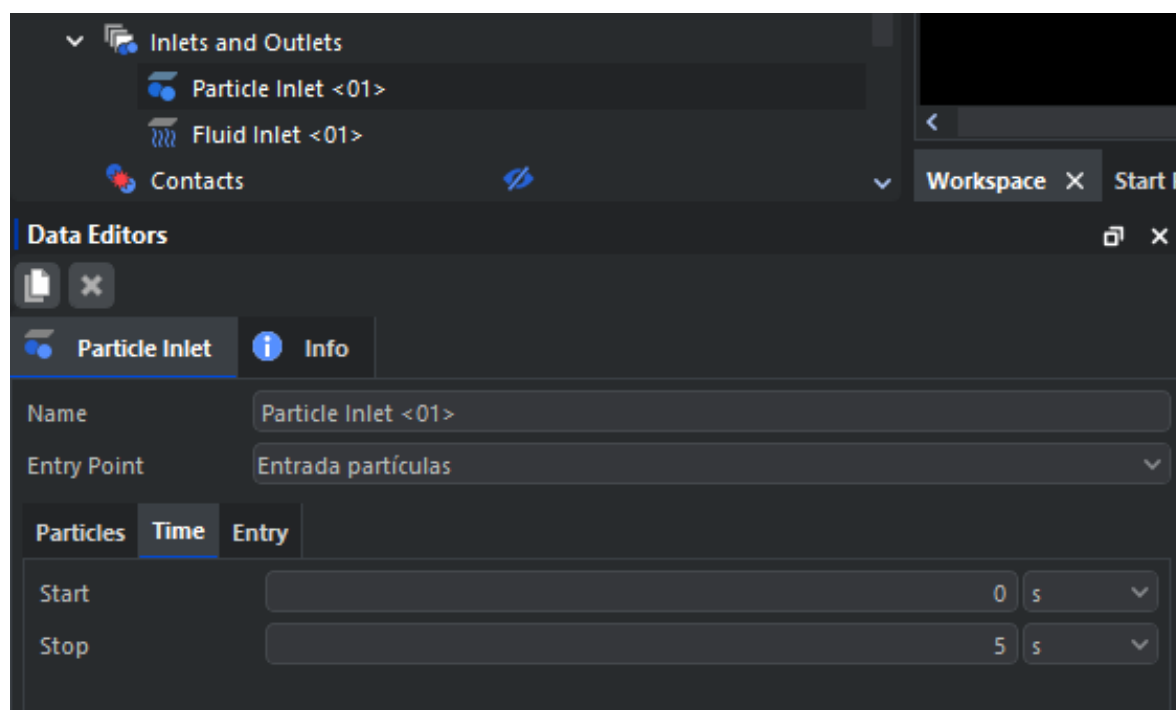


Figura 4-22: Configuración de tiempos de ingreso de partículas en la pestaña Time de la subsección *Entradas y salidas*

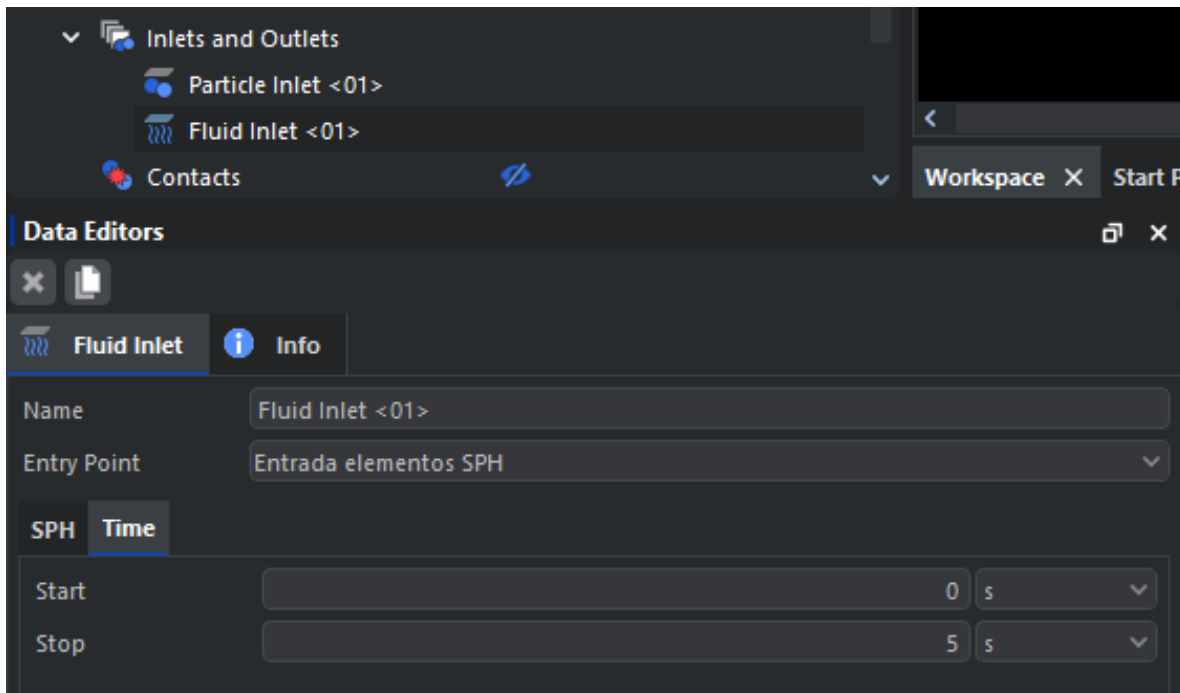


Figura 4-23: Configuración de tiempos de entrada de elementos SPH en la pestaña *Tiempo* de la subsección *Entradas y salidas*

En las Figura 4-24 y la Figura 4-25 se observa el proceso de ingreso de las partículas DEM (rocas y bolas de acero) y de los elementos SPH (agua) al dominio del molino, a través de las dos superficies rectangulares de entrada previamente definidas. Esta captura permite analizar el estado cinemático de la carga al momento de su incorporación a la simulación, lo cual es fundamental para validar el comportamiento dinámico inicial del sistema.

Las partículas DEM se encuentran coloreadas en función de su velocidad traslacional, gracias a una herramienta de visualización integrada en ANSYS Rocky. La escala de colores asigna tonos cálidos (rojo, naranja, amarillo) a velocidades más altas y tonos fríos (azul oscuro a celeste) a velocidades más bajas. Esta codificación facilita la identificación de zonas de mayor actividad dinámica y de aquellas donde predomina el reposo.

Se puede apreciar que las partículas ubicadas en el fondo del molino presentan predominantemente colores fríos, lo que indica que se encuentran en un estado de reposo o movimiento muy reducido, coherente con su permanencia prolongada dentro del dominio. En contraste, las partículas que se están incorporando recién al sistema, a través de la

superficie rectangular de entrada, también exhiben velocidades cercanas a cero, dado que su velocidad inicial de inyección ha sido definida como nula. Este comportamiento inicial es coherente con los valores de entrada configurados y permite una evaluación clara de la evolución cinemática posterior.

Un aspecto interesante que se evidencia en la imagen es la distribución de velocidades durante la caída libre de las partículas. Aquellas que han descendido durante más tiempo bajo la acción de la gravedad presentan colores más intensos (rojos y naranjas), lo que refleja su aceleración progresiva, mientras que las que se encuentran en niveles superiores del molino (en amarillo o celeste) aún no alcanzan su máxima velocidad terminal. Este gradiente de colores no solo valida la correcta aplicación del campo gravitacional en el modelo, sino que también confirma que el programa está resolviendo adecuadamente la cinemática inicial de la carga sólida.

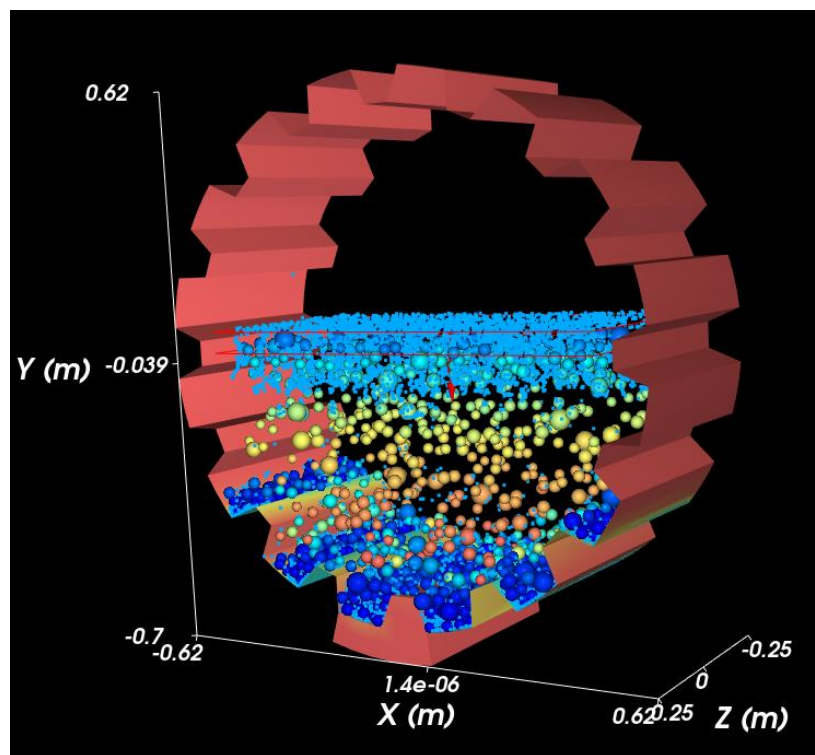


Figura 4-24: Visualización del ingreso inicial de partículas DEM y elementos SPH al molino durante la simulación

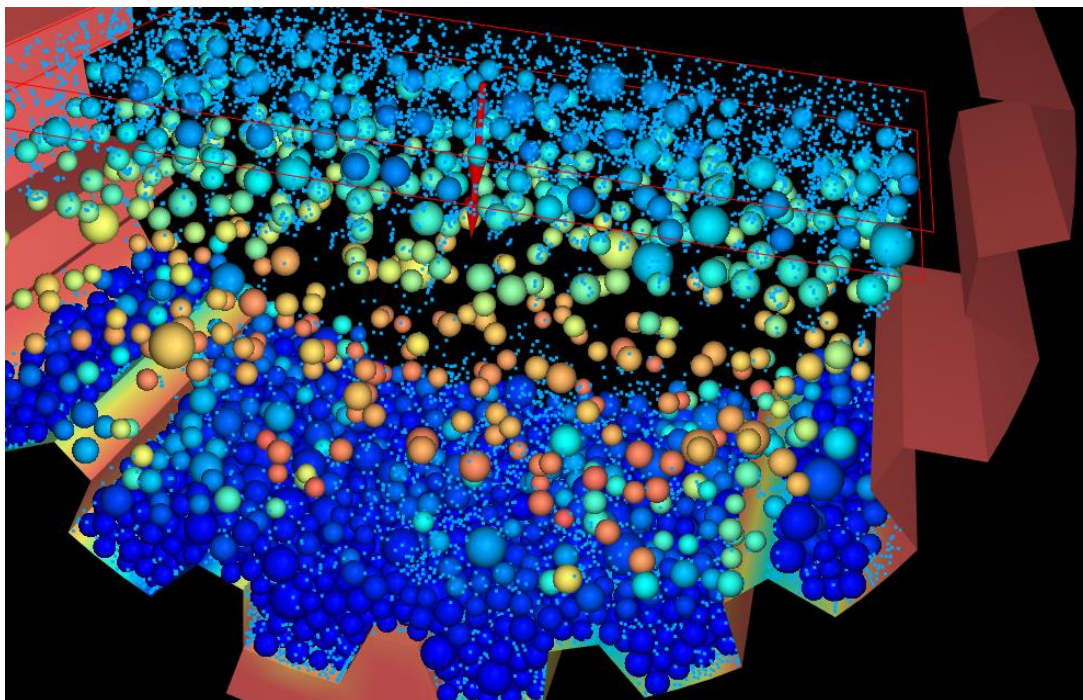


Figura 4-25: Vista ampliada del ingreso inicial de partículas DEM y elementos SPH al molino durante la simulación

4.1.3.9 Configuración de dominio

Configuración de dominio: es crucial para definir y gestionar los límites y propiedades del dominio de simulación. Este ítem permite especificar las dimensiones y condiciones del dominio, asegurando que la simulación se ejecute dentro de los parámetros establecidos. A continuación, se detallan las configuraciones y opciones disponibles en este ítem:

4.1.3.9.1 Límites de Coordenadas

- *Usar límites de contorno:* Habilita el uso de límites específicos para el dominio de simulación.
- *Valores mínimos:* Define los valores mínimos de las coordenadas (x, y, z) del dominio. En este ejemplo, se configuran en (-10, -10, -10) [m].
- *Valores máximos:* Define los valores máximos de las coordenadas (x, y, z) del dominio. En este ejemplo, se configuran en (10, 30, 10) [m].

4.1.3.9.2 Dominio Periódico

- *Tipo de dominio periódico:* Indica el tipo de dominio periódico seleccionado. En este caso, Cartesiano.
- *Dirección periódica:* Direcciones en las que se aplica la condición de periodicidad.
 - X: Periodicidad aplicada en la dirección X (habilitada).
 - Y: Periodicidad aplicada en la dirección Y (deshabilitada).
 - Z: Periodicidad aplicada en la dirección Z (habilitada).
- *Periodicidad en los límites de la geometría:* Habilita que la condición periódica se aplique directamente en los límites definidos de la geometría.
- *Coordenada mínima:* Coordenadas mínimas del dominio periódico. En este ejemplo, se configuran en (-1, -1, -1) [m].
- *Coordenada máxima:* Coordenadas máximas del dominio periódico. En este ejemplo, se configuran en (1, 1, 1) [m].

En la Figura 4-26 se visualizan los parámetros utilizados en esta sección dentro de la interfaz de ANSYS Rocky.

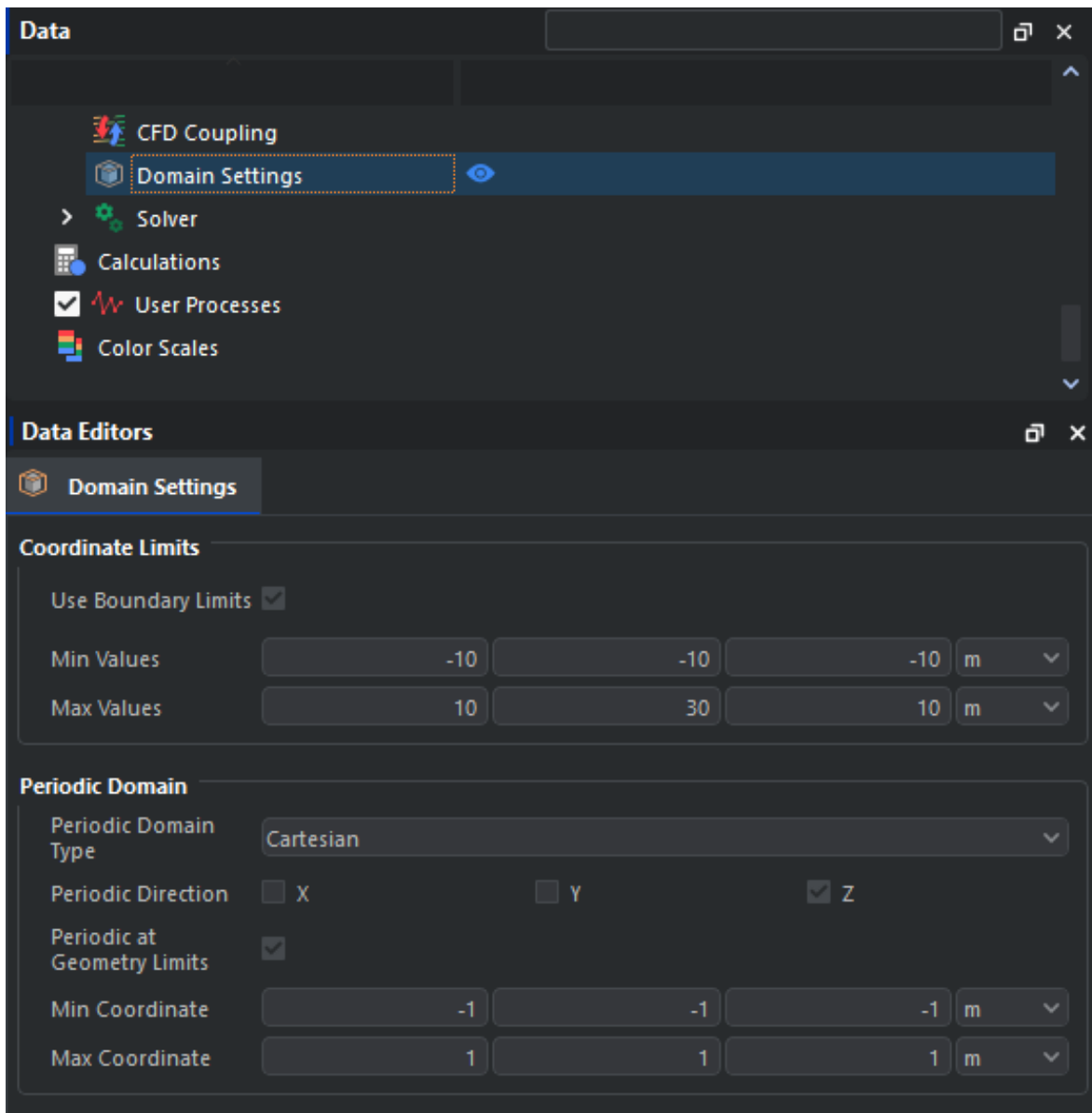


Figura 4-26: Configuración de límites de coordenadas y condiciones periódicas en la sección Configuración de dominio del software

4.1.3.10 Solucionador (Solver):

Solucionador es esencial para definir y gestionar los parámetros del solucionador de la simulación. Este ítem permite especificar la duración de la simulación, las frecuencias de salida, y otros parámetros clave que afectan cómo se resuelve el modelo de simulación. A continuación, se detallan las configuraciones y opciones disponibles en este ítem:

4.1.3.10.1 Tiempo:

- *Duración de la simulación:* Duración total de la simulación. En este ejemplo, configurada en 35 [s].

Frecuencias de salida

- *Simulación:* Frecuencia con la que se guardan los resultados de la simulación. En este ejemplo, está configurada en 0,1 [s].
- *Curvas del solucionador:* Frecuencia con la que se registran las curvas asociadas al solucionador numérico. En este caso, se establece en 1 [s].

Rotura (Breakage)

- *Inicio:* Tiempo en el que comienza el análisis de rotura. En este ejemplo, está configurado en 50 [s].
- *Retraso después de la liberación:* Tiempo de espera luego de la liberación de partículas antes de iniciar el análisis de rotura. En este caso, se configuró en 2 [s].

Desgaste (Wear)

- *Inicio:* Tiempo en el que comienza el análisis de desgaste. En esta simulación se configura en 50 [s] para evitar su análisis, dado que el objetivo principal es determinar las presiones.
- *Frecuencia de actualización de geometría:* Intervalo con el que se actualiza la geometría como resultado del desgaste. Se configura en 0,005 [s].

Pestañas adicionales

- *Curvas:* Permite visualizar y editar las curvas asociadas al comportamiento de la simulación a lo largo del tiempo.
- *Resumen:* Presenta un resumen de los parámetros y configuraciones del solucionador.

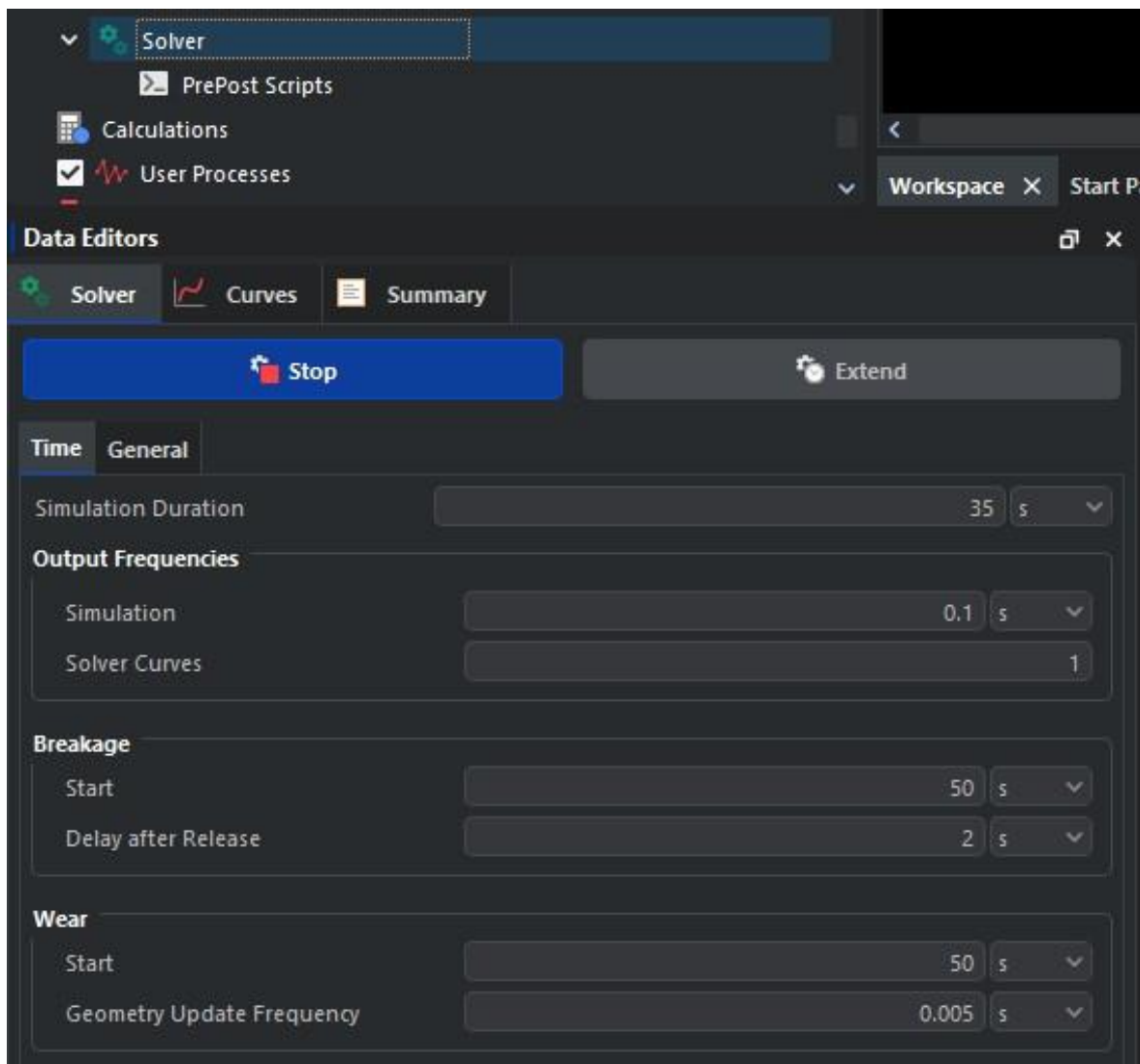


Figura 4-27: Configuración de tiempo de simulación, frecuencias de salida y desgaste en la sección Solucionador (*Solver*)

4.1.3.10.2 General:

General dentro del ítem *Solucionador* en ANSYS ROCKY es fundamental para configurar parámetros generales del solucionador, incluyendo la gestión de la ejecución de la simulación y las configuraciones de retraso de superposición de partículas. A continuación, se detallan las configuraciones y opciones disponibles en este subítem:

Configuraciones de retraso por superposición

- *Liberar partículas sin verificación de superposición:* Permite liberar partículas sin verificar superposiciones. Esta opción puede ser útil para agilizar el proceso de simulación en ciertas circunstancias, aunque puede comprometer la precisión.
- *Retraso de partículas superpuestas:* Configura el retraso en la liberación de partículas para evitar superposiciones. En este ejemplo, está configurado en 0,025 [s].

Ejecución

- *Objetivo de simulación:* Define el objetivo de la simulación, indicando si debe ejecutarse en la CPU o en otra unidad de procesamiento. En este caso, se probó con todas las opciones disponibles, en inicio con CPU y 14 procesadores, luego con una GPU NVIDIA Quadro P4000 y finalmente con dos de estas GPU.
- *Número de procesadores:* Especifica el número de procesadores utilizados para la simulación. Esta configuración es crucial para aprovechar al máximo los recursos computacionales y optimizar el tiempo de simulación.

En la figura 4-28 se visualiza en la interfaz de ANSYS Rocky los parámetros configurados en esta sección.

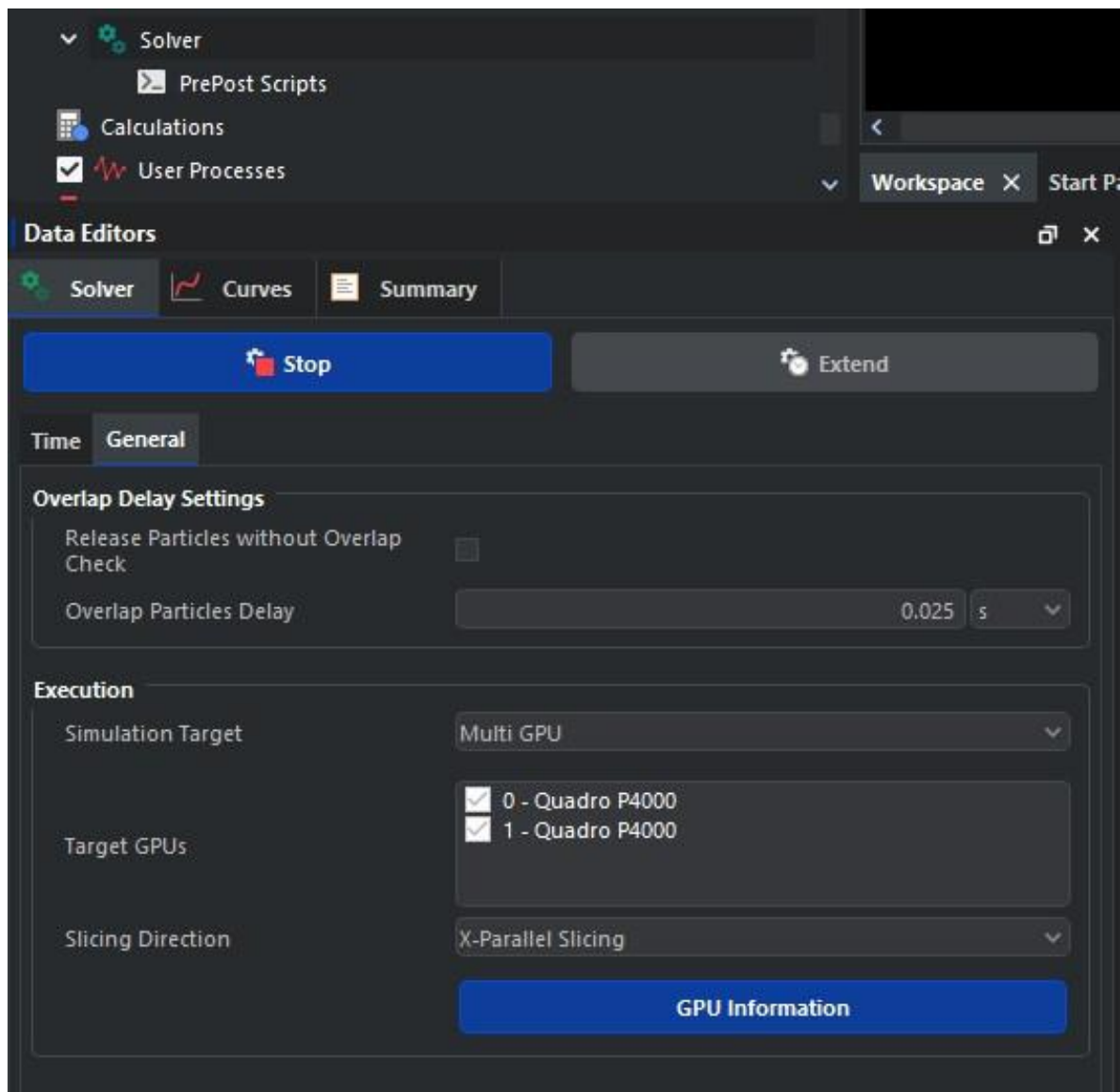


Figura 4-28: Configuración de ejecución con GPU y parámetros de superposición en la sección Solver

5. Optimización computacional y desafíos en la simulación DEM-SPH

La simulación computacional de un molino SAG utilizando el acoplamiento DEM-SPH en ANSYS Rocky presenta altos requerimientos computacionales, especialmente al incorporar el método SPH, el cual simula de forma detallada el comportamiento del fluido mediante partículas. Las primeras ejecuciones con el método SPH activado arrojaron tiempos de simulación estimados (ETA) superiores a los 350 días, evidenciando la necesidad urgente de optimizar el modelo para que su ejecución fuese viable en plazos razonables.

Ante este escenario, se adoptaron dos líneas principales de mejora:

1. Optimización del entorno de cómputo (hardware)
2. Simplificación y refinamiento de la geometría del modelo

Cada una de estas estrategias se detalla a continuación.

5.1. Optimización del entorno de hardware

El solver de Rocky permite ejecutar simulaciones con acoplamiento DEM-SPH tanto en CPU como en GPU, pero su arquitectura está especialmente optimizada para beneficiarse del paralelismo masivo de las GPUs. Mientras que las CPUs cuentan con decenas de núcleos, las GPUs modernas ofrecen miles de unidades de cómputo, lo que se traduce en una aceleración significativa del cálculo de interacciones partícula-partícula y fluido-partícula.

5.1.1 Licenciamiento y requisitos técnicos

Según lo especificado en la ANSYS Rocky GPU Buying Guide [\[35\]](#), una única licencia de solver permite operar múltiples GPUs, siempre que la suma de sus Streaming Multiprocessors (SMs) no exceda los 112 SMs. Además, se establecen los siguientes requisitos mínimos:

- Arquitectura CUDA 6.0 o superior.

- Soporte para cómputo en doble precisión.
- Al menos 4 GB de memoria de video.

5.1.2 Hardware utilizado

Las simulaciones se realizaron en el servidor LMC-2, del Laboratorio de Mecánica Computacional de la Universidad, con una CPU de 28 núcleos y una GPU NVIDIA Quadro P4000. Esta GPU, si bien cuenta con 8 GB GDDR5 y 1792 núcleos CUDA, está pensada para visualización profesional, por lo que su rendimiento en cómputo intensivo es moderado. Sus características principales son:

- Memoria: 8 GB GDDR5
- Ancho de banda: ~243 GB/s
- Cómputo FP32: ~5.3 TFLOPS
- Cómputo FP64: limitado

Inicialmente, las simulaciones sin la utilización de elementos SPH fueron ejecutadas usando únicamente la CPU del servidor. Sin embargo, al activar el modelo de fluido, los tiempos se volvieron inviables. Tras validar las recomendaciones de ANSYS, se optó por usar la GPU Quadro P4000, observando mejoras modestas en la duración de la simulación.

Para obtener mayores beneficios, se recurrió a una solución temporal: utilizar en paralelo la GPU idéntica del servidor LMC-1, permitiendo distribuir la carga entre ambas unidades. Esta estrategia redujo significativamente el tiempo total de simulación.

Aun así, para investigaciones futuras con modelos más complejos, se recomienda el uso de GPUs de alto rendimiento como la NVIDIA RTX 3090 o la RTX A6000, que entregan mayor memoria, mejor ancho de banda y rendimiento FP32, lo que se traduce en tiempos de simulación considerablemente menores.

5.2. Optimización geométrica del modelo

En la etapa inicial del trabajo, se propuso reutilizar la geometría empleada en la tesis de Gonzalo Quintana [\[36\]](#), la cual modelaba un molino SAG de 10 [m] de diámetro y 1 [m] de

ancho como se muestra en la figura 5-1. Sin embargo, al incorporar elementos SPH, esta escala resultó computacionalmente inviable.

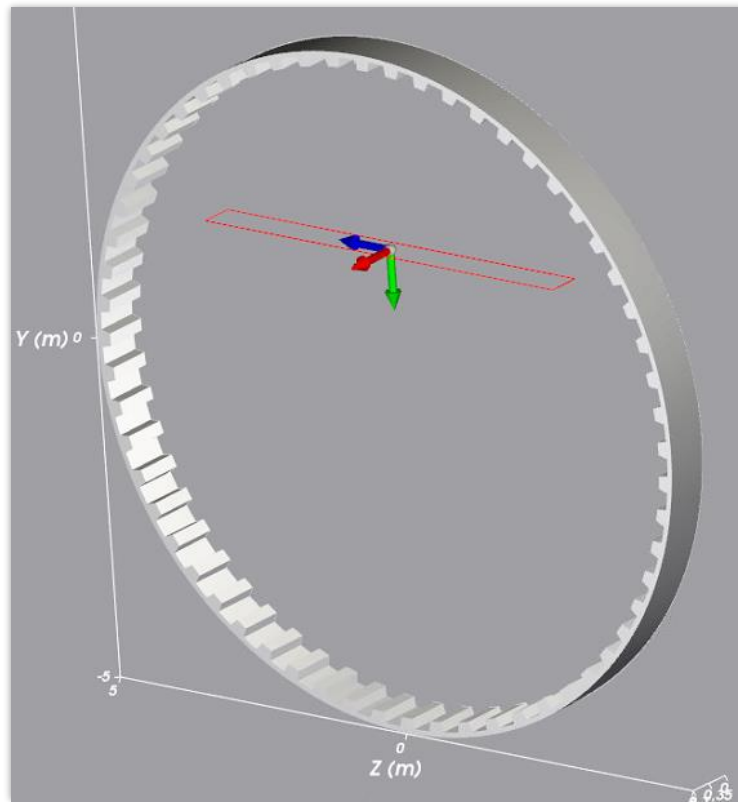


Figura 5-1: Geometría tridimensional del molino utilizada en las simulaciones del trabajo de título de Gonzalo Quintana [\[36\]](#)

5.2.1 Reducción de escala

Como primera medida, se generó una versión reducida de la geometría en ANSYS Discovery, con las siguientes dimensiones:

- Diámetro interior: 0,55 [m]
- Ancho: 0,1 [m]

En la figura 5-2 se observa el molino con las dimensiones indicadas.

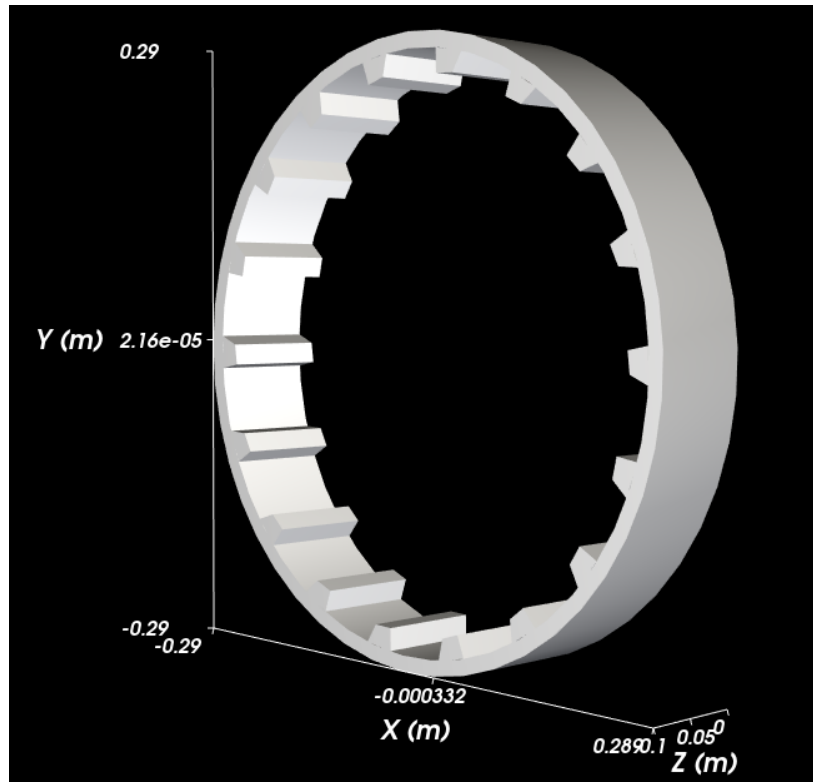


Figura 5-2: Geometría del molino con escala reducida utilizada para optimización computacional

Esta reducción resultó efectiva en disminuir el número de partículas involucradas y los nodos en la malla, lo que redujo los tiempos de simulación. Sin embargo, incluso con este escalamiento, los tiempos seguían siendo excesivos al incluir SPH.

5.2.2 Mallado selectivo por zonas de interés

Para optimizar aún más, se diseñó una estrategia basada en mallado diferencial. Considerando que el análisis de presión se enfoca en un solo lifter, y que la simetría del molino permite extrapolar su comportamiento, se generó una nueva geometría compuesta por:

1. Lifter principal

- Representado con volumen completo
- Malla fina con *Tamaño de triángulo* de 61 [mm]
- Permite capturar las presiones locales con mayor fidelidad

En la figura 5-3 se muestra la geometría del lifter analizado junto a una porción del molino. Es posible apreciar la malla utilizada en ambos casos, donde se evidencia una malla más fina aplicada sobre el lifter, en contraste con una malla más gruesa asignada al resto de la superficie del molino.

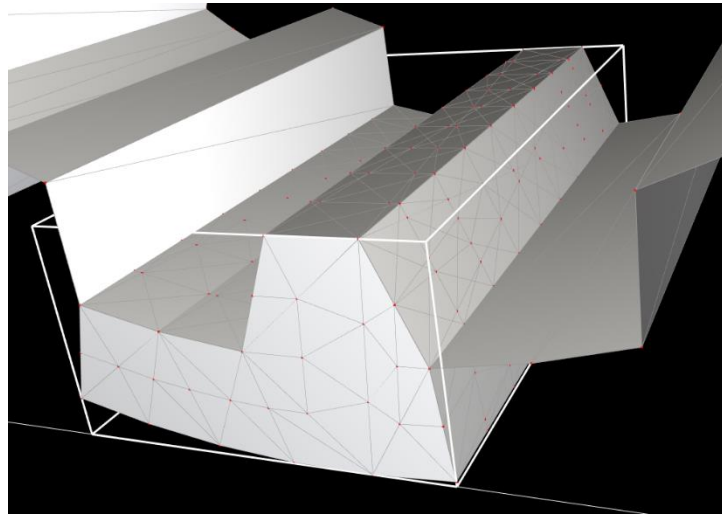


Figura 5-3: Geometría del lifter utilizado en la simulación con visualización de la malla aplicada

2. Resto del molino

- Solo superficie interna (sin volumen)
- Malla gruesa con *Tamaño de triángulo* de 2 [m] (máximo permitido)
- Reduce drásticamente los nodos sin afectar el área de estudio

En la figura 5-4 se observa la superposición completa entre la geometría del molino y el lifter analizado, permitiendo visualizar su integración en el dominio simulado.

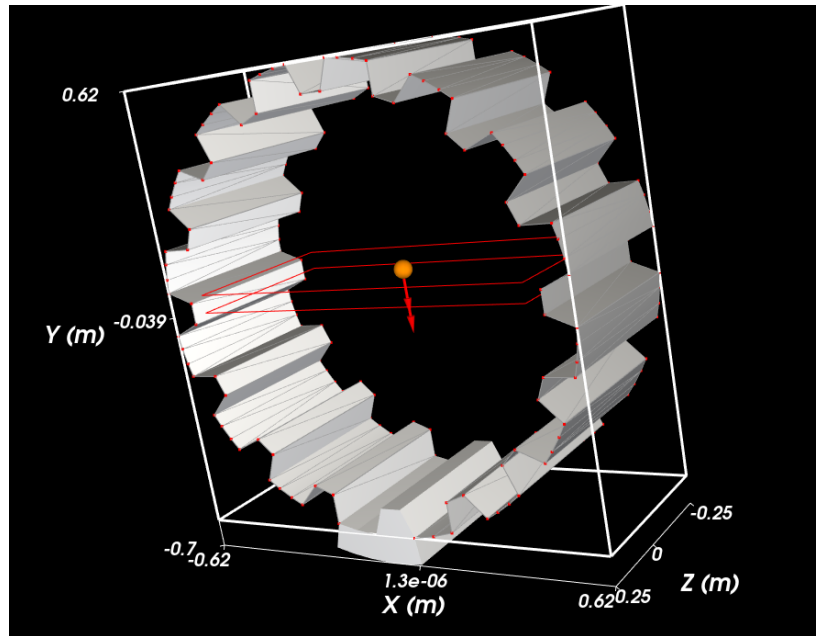


Figura 5-4: Vista general del molino utilizado en la simulación, donde se destaca el volumen del lifter analizado junto con la superficie interior del equipo

Esta configuración híbrida redujo la cantidad total de partículas DEM y elementos SPH involucrados, y eliminó regiones no críticas del dominio computacional, generando una mejora significativa en el tiempo estimado de simulación.

El uso del método SPH dentro del entorno DEM de ANSYS Rocky introduce un alto costo computacional, tanto por el número de partículas involucradas como por la complejidad de las interacciones físicas. No obstante, mediante la aplicación de estrategias bien fundamentadas, es posible controlar y reducir la carga de cómputo sin comprometer la calidad técnica del análisis.

Entre las principales conclusiones destacan:

- El uso de GPU es esencial para viabilizar simulaciones con acoplamiento DEM-SPH de alta fidelidad.
- La elección del hardware debe ser coherente con la escala y complejidad del modelo.
- La reducción geométrica y el mallado por zonas permiten focalizar recursos computacionales en las regiones críticas.

- El análisis de simetrías físicas del sistema puede ser aprovechado para limitar el dominio sin perder validez científica.

6. Post procesamiento de la información

En este capítulo se describe detalladamente el proceso llevado a cabo para extraer información desde el software ANSYS Rocky, con el objetivo de analizar y obtener datos precisos relacionados con las presiones ejercidas sobre los lifters del molino SAG en función del tiempo. Este procedimiento es crucial para interpretar los resultados y cumplir con los objetivos específicos del estudio.

ANSYS Rocky ofrece una amplia variedad de herramientas para analizar y visualizar los resultados de las simulaciones. Entre estas, se incluyen representaciones visuales que utilizan escalas de colores para mostrar magnitudes como los esfuerzos normales en cada nodo de la geometría, gráficos personalizados y animaciones dinámicas que ilustran el comportamiento del sistema simulado. Estas funcionalidades permiten una comprensión intuitiva y efectiva de los fenómenos modelados.

Sin embargo, los análisis requeridos para este trabajo no se alinean completamente con las opciones predeterminadas del software. Esto se debe a que las áreas de interés son específicas, como las presiones ejercidas en las caras superior y lateral de los lifters, así como los desgastes en estas regiones. Dado que estas evaluaciones demandan un enfoque más personalizado, es necesario extraer la información cruda generada por el software y procesarla externamente para cumplir con los objetivos planteados.

El siguiente capítulo detalla las herramientas, scripts y metodologías empleadas para extraer, organizar y analizar los datos relevantes desde ANSYS Rocky, permitiendo un procesamiento estructurado y eficiente que facilita la obtención de resultados fiables y específicos para las áreas de interés.

6.1 Extracción de datos

ANSYS Rocky permite la integración de scripts en Python, lo que facilita la automatización de procesos y la operación del programa mediante código, eliminando la dependencia de la

interfaz gráfica. Esta funcionalidad también permite la adición de macros para personalizar los análisis y mejorar la eficiencia en la extracción de datos.

Basándose en los manuales de ANSYS Rocky y en la metodología presentada por Gonzalo Quintana en su trabajo de título “Modelación numérica de la variación de la presión sobre los lifters de un molino SAG en función de las horas de operación y su influencia en el desgaste” [36], se logró estructurar el proceso de extracción de datos siguiendo los pasos descritos a continuación.

Al finalizar la simulación, se ejecuta una macro específica desarrollada de acuerdo con el manual API de Rocky [35], la cual se muestra en la sección Anexos. Esta macro extrae y organiza la información necesaria en un archivo de texto estructurado.

El archivo generado es de formato CSV (valores separados por comas), lo que permite una manipulación sencilla para su lectura, análisis y reescritura. Este formato organiza los datos en una estructura tabular con nombres de columna, como se muestra en la tabla 6-1, lo que facilita un análisis más eficiente al disponer cada variable de interés en columnas específicas.

Id Node	Px	Py	Pz	Magnitud Fn DEM	Magnitud FnP DEM	Magnitud Fn SPH	Magnitud FnP SPH	Magnitud Fn Total	Magnitud FnP Total	Area	Angle	Radio	Tiempo
200	-0,181	-0,598	-0,194	3,310	0,689	0,298	0,101	3,608	0,789	0,004	253,21	0,625	5
201	-0,062	-0,622	-0,194	0,156	0,277	0,086	0,041	0,242	0,318	0,002	264,35	0,625	5
202	-0,068	-0,621	-0,194	2,886	1,264	0,444	0,185	3,329	1,449	0,003	263,73	0,625	5
203	-0,062	-0,622	-0,139	0,269	0,138	0,215	0,048	0,485	0,187	0,002	264,35	0,625	5
204	-0,075	-0,620	-0,139	3,315	1,280	0,477	0,194	3,792	1,474	0,003	263,11	0,624	5
205	-0,062	-0,622	-0,083	1,046	0,247	0,123	0,033	1,169	0,280	0,003	264,35	0,625	5
206	-0,082	-0,619	-0,083	2,495	0,865	0,235	0,093	2,730	0,958	0,003	262,49	0,624	5
207	-0,062	-0,622	-0,028	1,489	0,136	0,263	0,022	1,752	0,158	0,004	264,35	0,625	5
208	-0,088	-0,618	-0,028	2,029	0,688	0,274	0,106	2,303	0,794	0,003	261,87	0,624	5
209	-0,062	-0,622	0,028	1,745	0,239	0,299	0,031	2,044	0,270	0,004	264,35	0,625	5
210	-0,095	-0,617	0,028	2,458	0,943	0,252	0,095	2,710	1,038	0,003	261,25	0,624	5

Tabla 6-1: Formato de datos que se extraen desde ANSYS Rocky

- IdNode: Identificación única para cada nodo en la malla.
- Px, Py, Pz: Posiciones relativas al centro de la geometría en los ejes X, Y, y Z, respectivamente, expresadas en metros.

- Magnitud Fn DEM: Valor de la componente radial de la fuerza aplicada en el nodo por partículas DEM.
- Magnitud FnP DEM: Fuerza en dirección tangencial aplicada por partículas DEM, ajustada en 22.5° en sentido antihorario desde la componente radial.
- Área: Área asociada a cada nodo, medida en metros cuadrados.
- Ángulo: Ángulo en el plano XY entre la ubicación del nodo y la horizontal.
- Radio: Distancia entre el nodo y el centro de la geometría en el plano XY, medida en metros.
- Tiempo: Paso de tiempo de la simulación.

Los valores de posición, área y tiempo de cada nodo son extraídos directamente del software Rocky. Para calcular la magnitud de la fuerza normal se lleva a cabo el siguiente procedimiento, representado esquemáticamente en la Figura 6-1.

1- Extracción de Fuerzas: Las fuerzas en cada nodo se obtienen en las direcciones X, Y y Z, representadas en la figura 6-1 con los colores azul, celeste y verde, respectivamente. Estas tres componentes se combinan para formar un vector fuerza resultante, ilustrado en amarillo.

2- Determinación del Vector Posición: Se calcula el vector posición de cada nodo con respecto al centro de la geometría. Este vector se utiliza como una aproximación al vector normal, indicado en color rojo en la Figura 6-1.

3- Proyección de la Fuerza sobre el Vector Posición: El vector fuerza resultante se proyecta sobre el vector posición unitario, generando el componente de la fuerza normal. Este componente se muestra azul en la parte inferior de la Figura 6-1.

La proyección de la fuerza sobre el vector posición se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{P_{Proy} V_{fuerza}}{V_{posición}} = \frac{\vec{V}_f * \vec{V}_p}{|\vec{V}_p|^2} \vec{V}_p \quad (83)$$

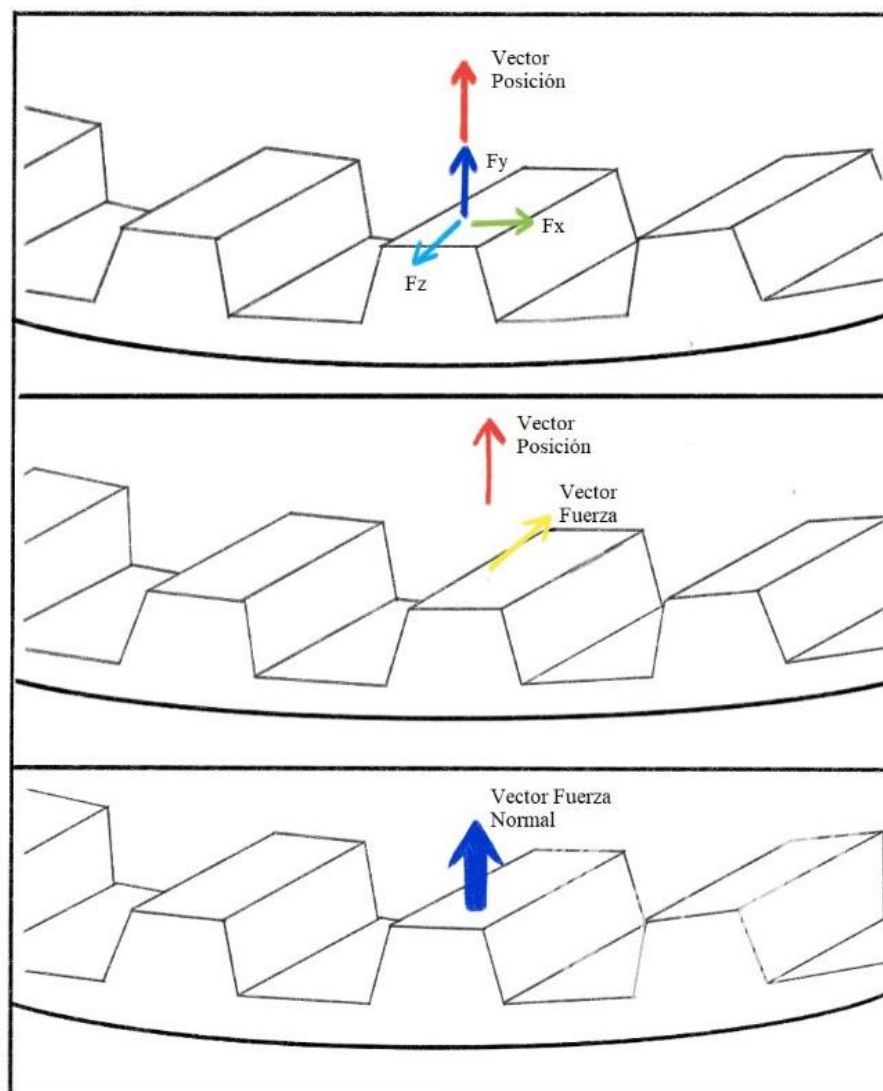


Figura 6-1: Diagrama obtención de fuerza normal

Por otro lado, para calcular la fuerza en la cara lateral del lifter, se siguen los siguientes pasos graficados en la figura 6-2.

Se calcula el vector posición que conecta el centro de la geometría con la cara lateral del lifter. Este vector está representado en color rojo en la parte superior de la figura 6-2.

1- Cálculo del Vector Normal: A partir del vector posición, se genera un vector normal a la pared del lifter, que es perpendicular al vector posición mencionado anteriormente. Este vector define la dirección principal para el cálculo de la fuerza normal.

2- Rotación del Vector Normal: Se realiza una rotación de 22.5° en sentido contrario a las agujas del reloj sobre el vector normal. Esta rotación ajusta el vector para que coincida con la inclinación real de la cara lateral del lifter, tal como se muestra en color rojo en la parte central de la figura 6-2.

3- Proyección de la Fuerza: Finalmente, el vector fuerza, representado en color amarillo, se proyecta sobre el vector normal unitario, obteniendo así la componente de la fuerza normal en la cara lateral del lifter. Este componente se ilustra en azul en la figura 6-2, destacando la contribución específica de las fuerzas en esta área de interés.

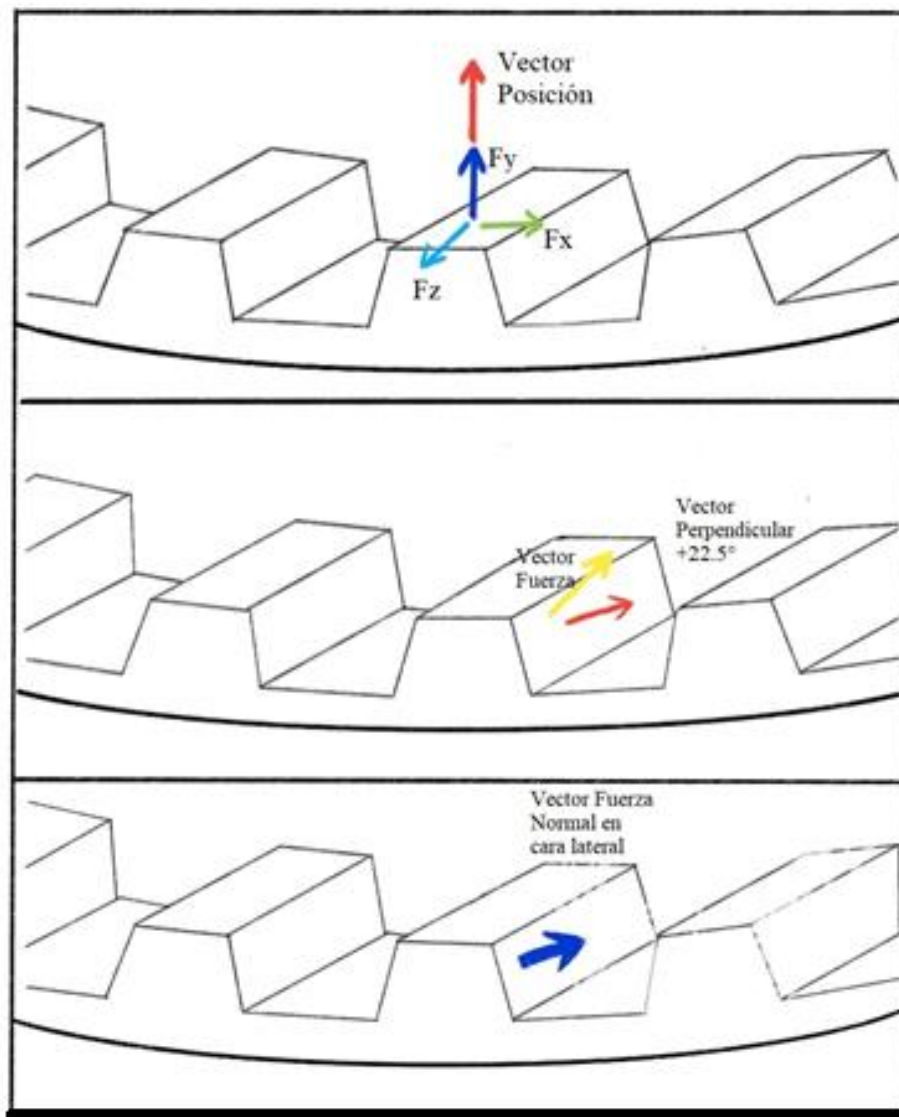


Figura 6-2: Diagrama obtención de fuerza normal en la cara lateral de los lifter

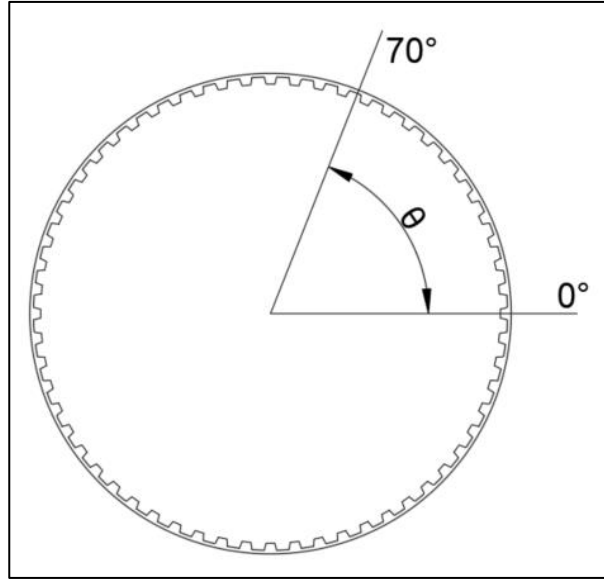


Figura 6-3: Referencia de la ubicación de los nodos medido en grados respecto a la horizontal

$$Radio = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (84)$$

Esta información es recolectada en cada paso de tiempo, en todos los nodos del mallado, desde el comienzo hasta el final de la simulación, al finalizar de escribir estos datos, el archivo se cierra.

6.1.1 Obtención de la Presión en la Cara Superior del Lifter

El uso del formato CSV para almacenar información ofrece la ventaja de simplificar su procesamiento y manipulación. En este caso, se crea un archivo nuevo destinado a registrar datos específicos sobre la presión en la cara superior del lifter, estructurado de la manera mostrada en la tabla 6-2. A continuación, se detalla el procedimiento seguido para obtener esta información.

IdNode	Tiempo	Presión Fn
180	299	-
181	299	0,000
182	299	0,000
183	299	0,271
184	299	0,352
185	299	0,367

Tabla 6-2: Presión en la cara superior del lifter

La presión se calcula como la relación entre la fuerza aplicada y el área correspondiente, según la fórmula:

$$Presión = \frac{Fuerza}{Área}$$

6.1.1.1 Identificación de nodos en la Cara superior

Para determinar los nodos pertenecientes a la cara superior del lifter dentro de la zona de estudio, se define un rango específico:

1- Extensión Angular: La zona de interés corresponde a la parte inferior del molino, abarcando un ángulo de 6.3°, tal como se ilustra en la figura 6-4. Este rango permite analizar únicamente un lifter a la vez, tratándolo como un volumen de control para enfocar el análisis conforme el molino rota.

2- Determinación de Límites Radiales:

- El nodo más cercano al centro de la geometría (0,0) se toma como el límite mínimo del radio admisible.
- El límite máximo se establece a una distancia de 8 [mm] por encima del límite mínimo.
- Solo los nodos cuya posición radial se encuentre dentro de este rango son considerados parte de la cara superior del lifter, como se ilustra en la figura 6-5.

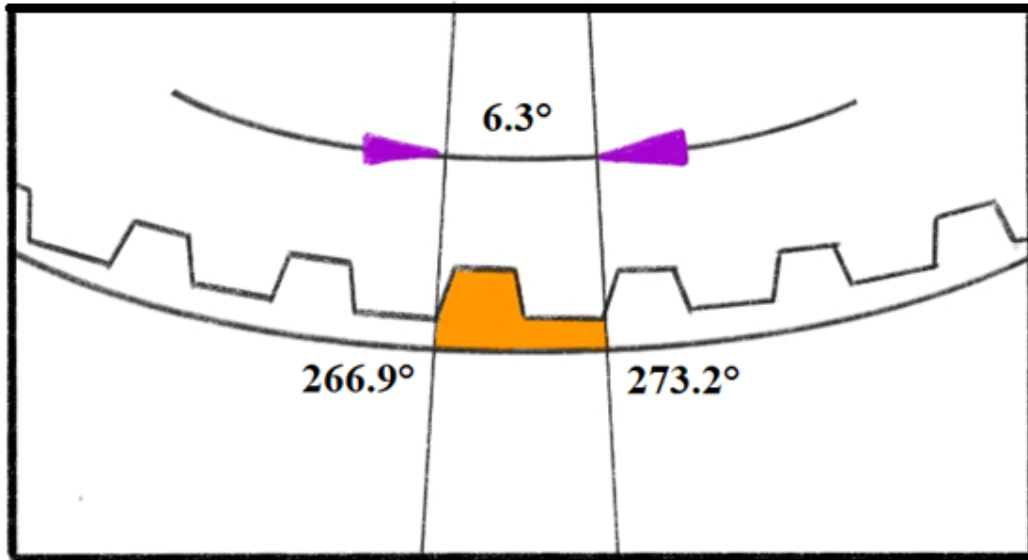


Figura 6-4: Rango de análisis del lifter

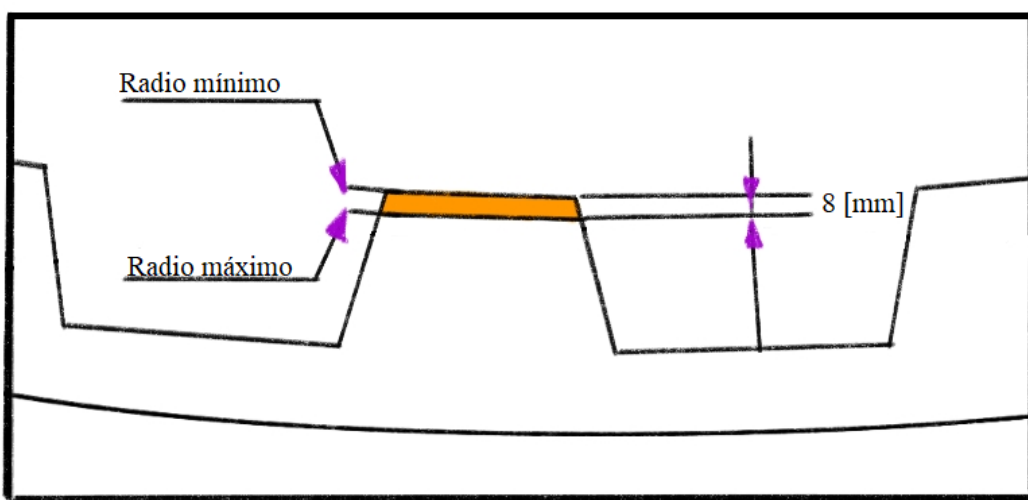


Figura 6-5: Se muestra la zona de estudio del molino

6.1.1.2 Cálculo de Presión

1- Una vez identificados los nodos dentro del rango definido:

- Se suma la fuerza normal aplicada sobre todos los nodos de la cara superior.

- Se calcula la suma total de las áreas correspondientes a estos nodos.
- 2- Con estos valores, se utiliza la ecuación de presión mencionada anteriormente, dividiendo el resultado por 1.000 para convertir las unidades a kilopascales.
- 3- Los resultados se registran en el archivo CSV, completando los campos como se muestra en la tabla 6-2. Este archivo proporciona un registro claro y estructurado de la presión en función del tiempo, permitiendo un análisis más detallado de las fuerzas que actúan en la cara superior del lifter durante la operación del molino.

6.2 Obtención de la presión en la cara lateral del lifter

Para calcular las presiones en la cara lateral de lifter, utilizando la planilla de Excel generada con los datos extraídos de la simulación, se sigue el siguiente procedimiento:

6.2.1 Identificación del Nodo P_{xr}

- En cada paso de tiempo, se identifica la posición de un nodo en el eje X (P_{xr}) que pertenezca a la cara lateral del lifter.
- Este nodo debe cumplir la condición de encontrarse dentro de la franja definida en la figura 6-6. La franja está delimitada por un rango de radios específicos y es representativa de la cara lateral.
- Para determinar este nodo, se busca el primer P_x asociado a una fuerza $F_n P$ no nula $F_n P \neq 0$. Este proceso se repite para cada paso de tiempo.

6.2.2 Ampliación del Rango de Análisis

Una vez identificado el nodo P_{xr} representativo de la cara lateral, se amplía el rango considerado para incluir más nodos en el análisis:

- Para el eje X, se extraen los datos de presión para nodos cuyas posiciones estén en el intervalo:

$$P_{xr} - 22,33[\text{mm}] < P_x < P_{xr} + 22,33[\text{mm}] \quad (85)$$

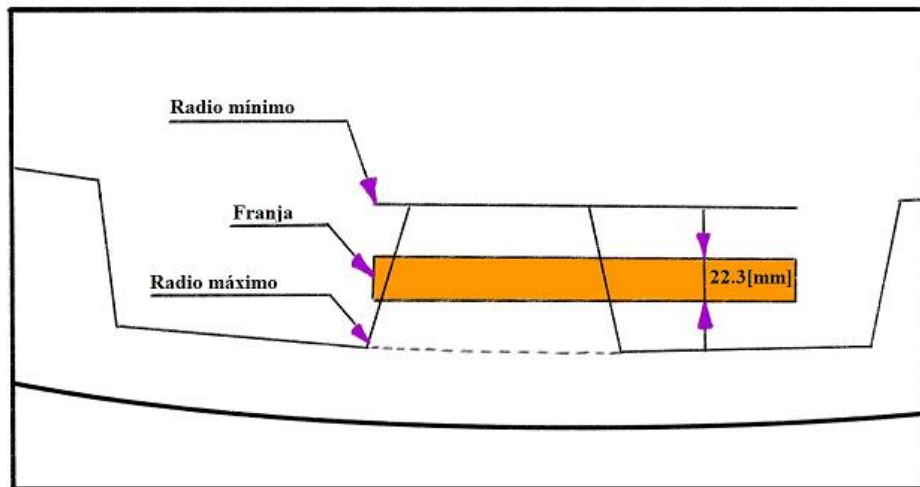


Figura 6-6: Franja definida

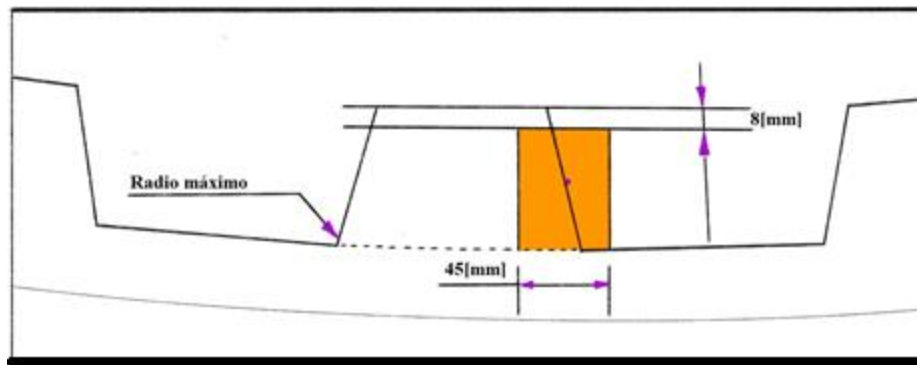


Figura 6-7: Extensión de la zona de donde se extrae información para obtener la presión normal a la cara lateral

7. Resultados

La comparación entre los acoplamientos DEM y DEM-SPH es significativa porque permite evaluar cómo la incorporación de la fase fluida influye en la dinámica del sistema y en la generación de presiones en los componentes críticos del molino SAG. Esto es especialmente relevante para entender el impacto del fluido en el diseño y la operación de estos equipos, así como para optimizar la predicción del desgaste y la eficiencia del proceso de molienda.

En este capítulo se presentan los resultados de las presiones en la cara superior y lateral del lifter obtenidas de las simulaciones realizadas utilizando los métodos DEM y el acoplamiento DEM-SPH. Además, se incluyen comparaciones entre las simulaciones que incorporan la fase fluida (DEM-SPH) y las que no la consideran (DEM), destacando las diferencias en magnitud y distribución de las presiones.

7.1 Resultados de presión en la Cara superior del lifter

En esta sección se analizan los resultados obtenidos para la presión ejercida sobre la cara superior del lifter, comparando dos configuraciones distintas de simulación, una que incorpora el fluido mediante el método DEM-SPH, y otra que emplea exclusivamente DEM (sin modelado de fluido).

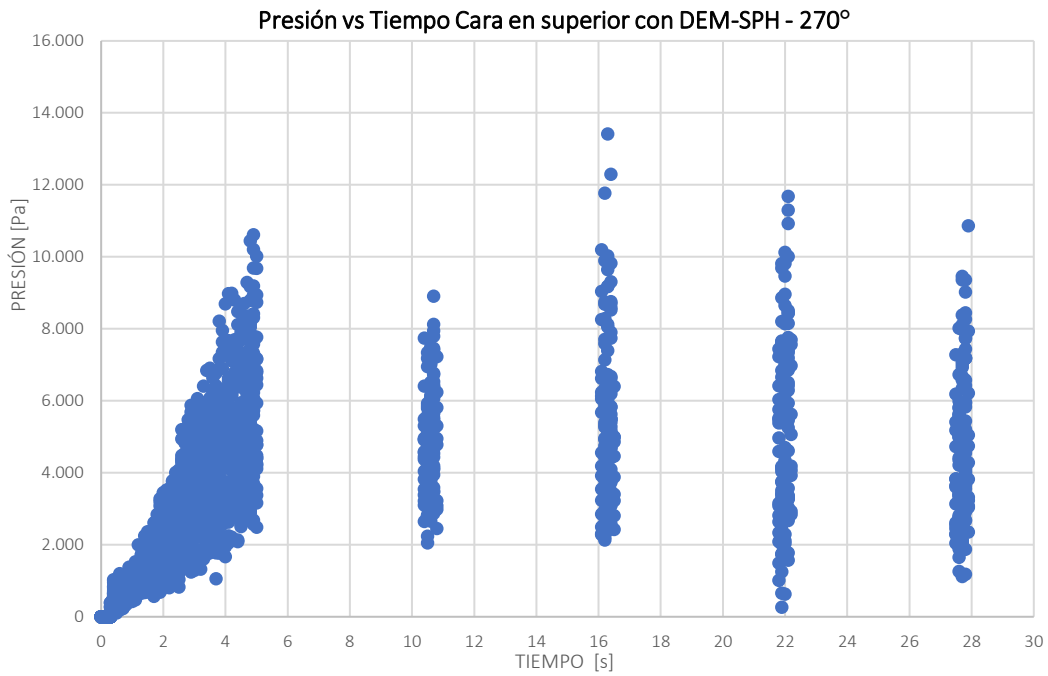


Figura 7-1: Evolución de la presión nodal sobre la cara superior del lifter en una simulación con el método DEM-SPH

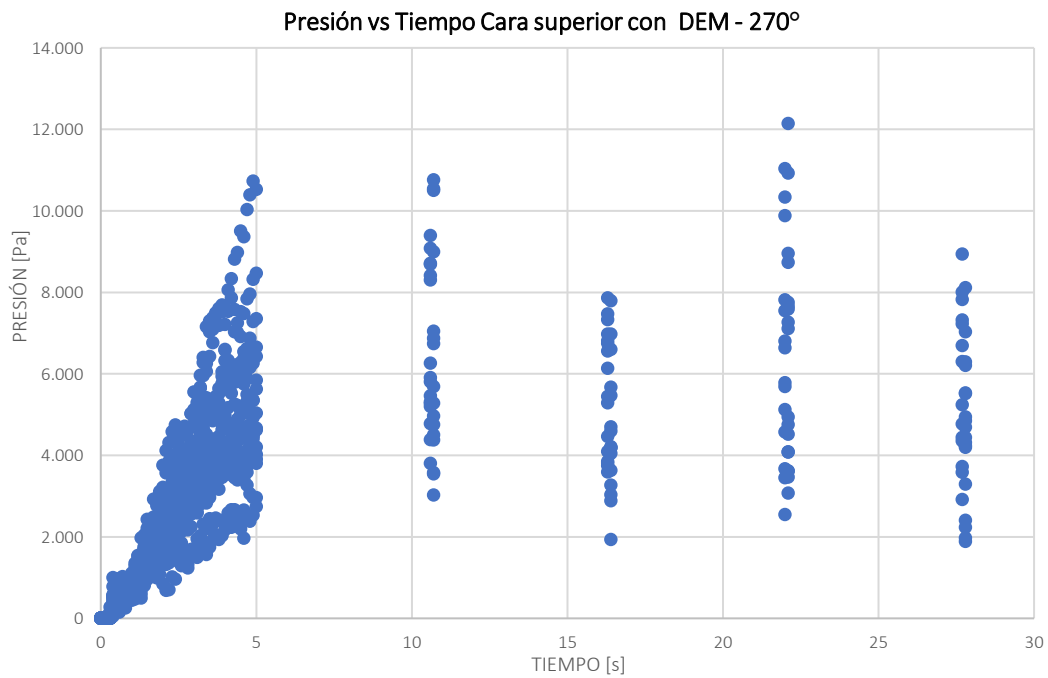


Figura 7-2: Evolución de la presión nodal sobre la cara superior del lifter en una simulación con el método DEM

Tanto en el caso de la figura 7-1 como en la figura 7-2, el lifter analizado se encuentra ubicado en una posición angular promedio de 270° , es decir, en la zona más baja dentro del molino. Esta ubicación resulta crítica, ya que es donde se concentra la carga debido a la gravedad y se producen las mayores interacciones entre la carga y el lifter.

La velocidad angular del molino utilizada en la simulación es de 10,52 [RPM], lo que implica que una revolución completa se produce aproximadamente cada 5,7 [s]. Este dato es consistente con los ciclos de carga observados en ambos gráficos, donde se puede identificar la periodicidad de la distribución de presiones nodales.

Adicionalmente, entre los tiempos 1 [s] y 5 [s], se observa un incremento progresivo en los valores de presión, lo cual es coherente con el momento de ingreso de partículas DEM y elementos SPH al dominio de simulación.

Una diferencia relevante entre ambos gráficos es la densidad de datos y la distribución de presiones.

En el caso del método DEM-SPH que se muestra en la figura 7-1, se aprecia una mayor cantidad de puntos de presión nodal registrados, lo que indica que una mayor cantidad de nodos de la superficie del lifter están siendo alcanzados por la carga.

En contraste, la figura 7-2 correspondiente al método DEM presenta una menor cantidad de puntos y valores de presión más localizados.

Este comportamiento puede explicarse desde la perspectiva de la física del sistema: al incorporar el fluido mediante SPH, el agua actúa como un medio distribuidor, facilitando el relleno homogéneo de la superficie del lifter. Gracias a su fluidez, el fluido interacciona tanto con las partículas sólidas (mineral y bolas de acero) como con la geometría del lifter, lo que genera una distribución más uniforme del conjunto de carga sobre la superficie. Esta mayor interacción con nodos incrementa las lecturas de presión y genera una visualización más completa del campo de cargas.

7.2 Comparación de la presión nodal promedio en el lifter según su posición angular

Con el objetivo de evaluar el efecto de la incorporación de la fase fluida en la presión ejercida sobre los lifters, se analizaron los resultados de presión nodal promedio sobre la cara superior de un lifter específico, considerando distintas posiciones angulares de este dentro del molino. En la figura 7-3 se ilustran las tres posiciones seleccionadas para el análisis, junto con los ángulos que definen los extremos del lifter en cada caso los cuales se visualizan en color azul y su ángulo medio característico para cada posición visualizado de color rojo. Estas posiciones corresponden a valores angulares medios de $230,05^\circ$, $270,05^\circ$ y $315,05^\circ$.

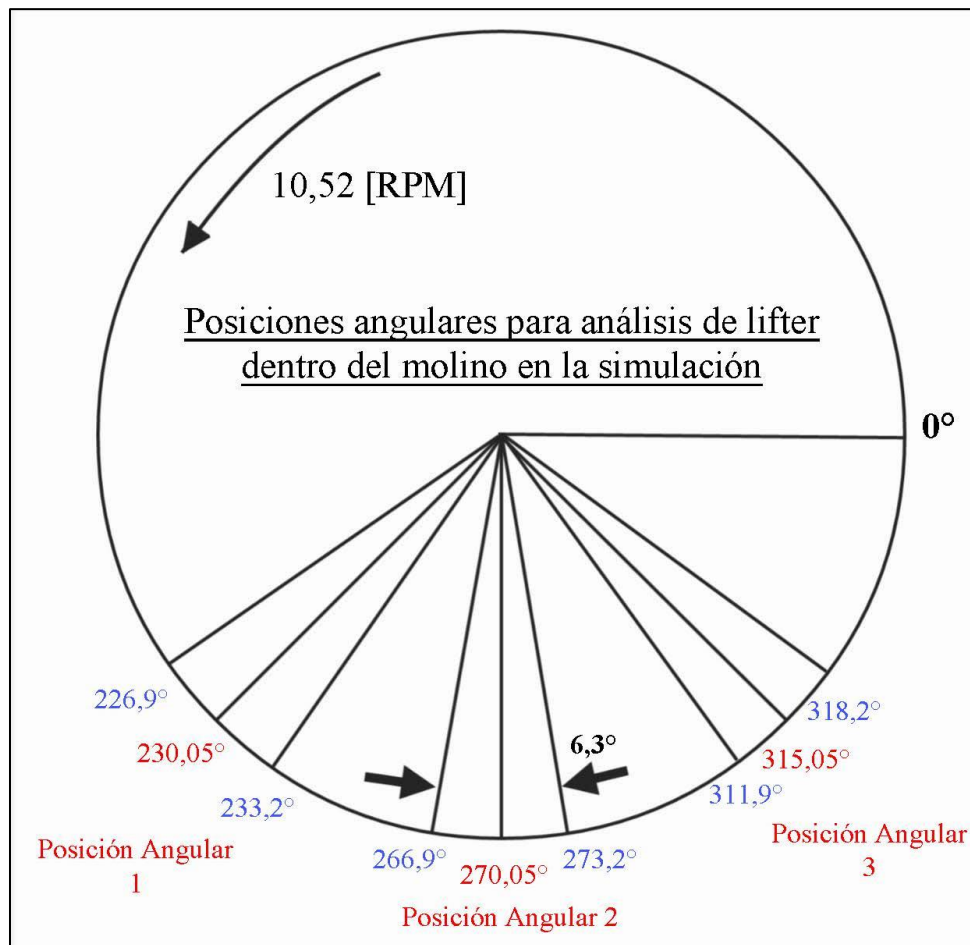


Figura 7-3: Esquema con las posiciones angulares en las que se analiza el lifter

Los ángulos medios mostrados para efectos prácticos de referencia a lo largo del documento serán redondeados a 230°, 270° y 315°, respectivamente.

El análisis comparativo se realizó considerando dos configuraciones de simulación, un considerando el fluido (Acoplamiento DEM-SPH) y otra sin considerarlo (DEM).

Los resultados se revisan a continuación, diferenciando cada posición angular y analizando los cambios de presión en función del número de ciclos de carga. Se revisarán primeramente los resultados obtenidos para la posición angular 2 ya que se consideró la más relevante ya que al ser la posición más baja del molino presenta mayor acumulación de carga debido al efecto de la gravedad lo que lo vuelve más crítico.

7.2.1 Análisis posición angular 2 - 270°

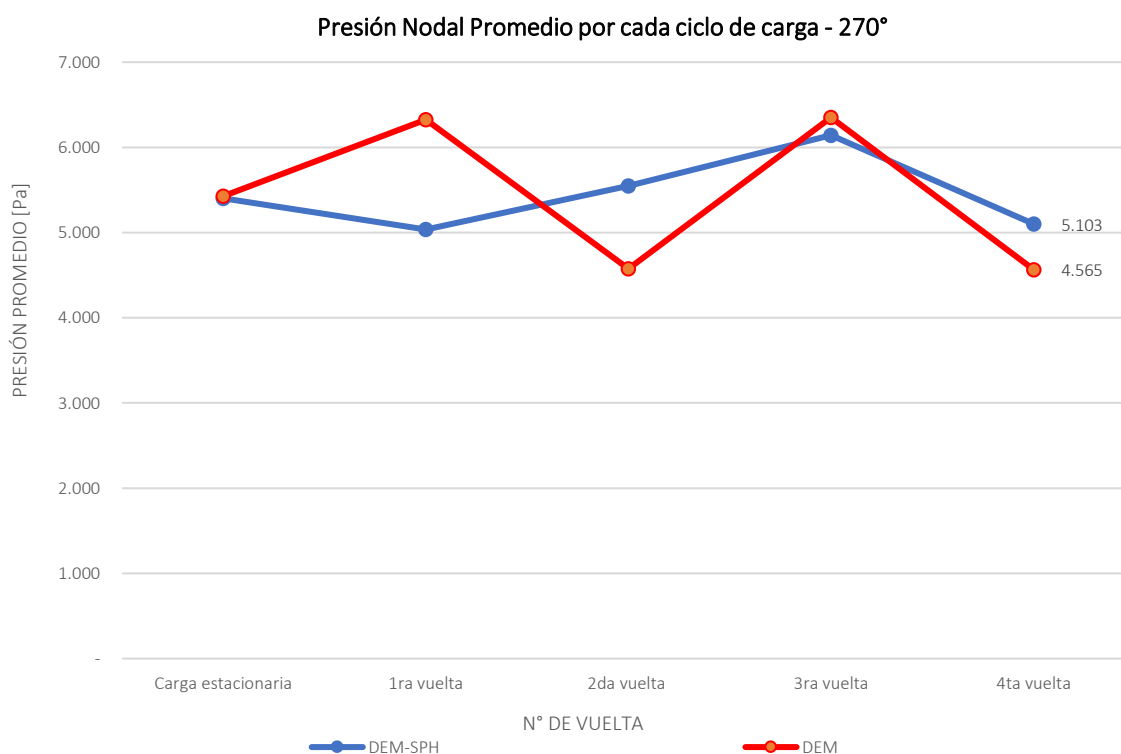


Figura 7-4: Presión nodal promedio en la cara superior del lifter por ciclo de carga, para un ángulo medio de 270°. Comparación entre simulaciones con DEM y acoplamiento DEM-SPH

Este ángulo representa la posición más baja del molino, donde se espera la mayor acumulación de carga por efecto de la gravedad.

En la figura 7-4 se observa que, en condiciones de régimen estacionario ($t \geq 5$ [s]), la presión nodal promedio alcanza valores similares en ambas simulaciones. Sin embargo, la curva del modelo DEM (curva roja) presenta mayor variabilidad entre ciclos, indicando un comportamiento más inestable de las partículas sólidas en ausencia del fluido.

El modelo DEM-SPH (curva azul) muestra una curva más suave, lo que sugiere una distribución más homogénea de la carga gracias a la presencia del fluido.

No se identifica una diferencia significativa en la magnitud de las presiones promedio, pero sí en la estabilidad y distribución temporal, lo cual es relevante al evaluar fenómenos como fatiga o desgaste en condiciones operativas reales.

7.2.2 Análisis para posición angular 1 - 230°

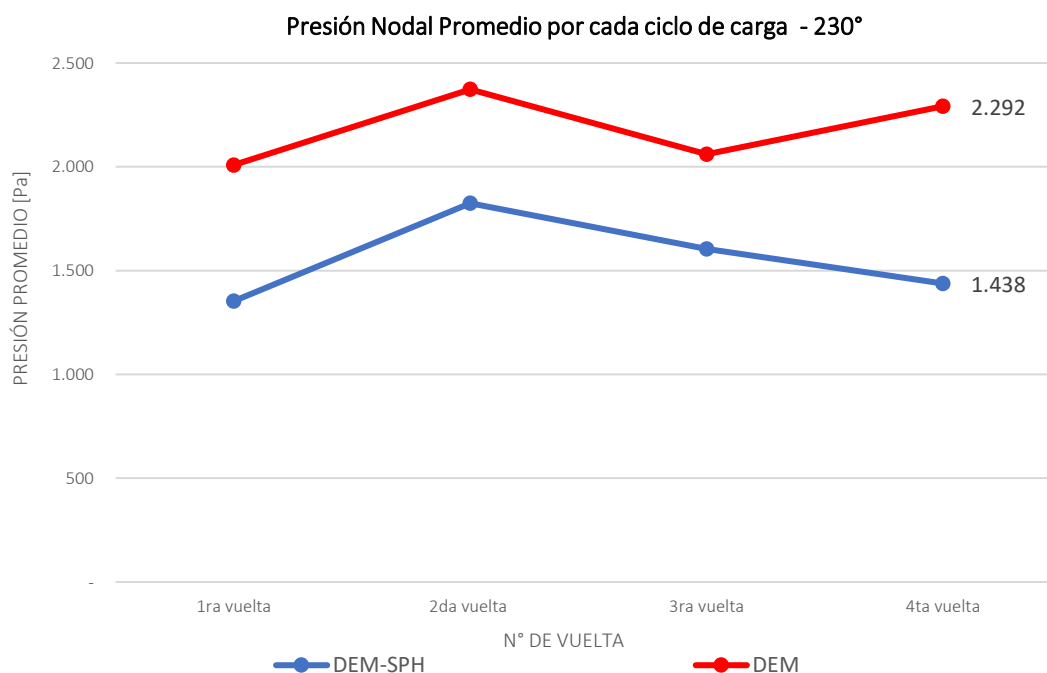


Figura 7-5: Presión nodal promedio en la cara superior del lifter por ciclo de carga, para un ángulo medio de 230°. Comparación entre simulaciones con DEM y acoplamiento DEM-SPH

En esta posición, más elevada dentro del giro del molino, se aprecia en la figura 7-5 una diferencia clara entre ambos modelos, en todos los ciclos de carga, la presión nodal promedio es mayor en el modelo DEM, la presencia del fluido provoca una reducción sostenida de la presión ejercida sobre el lifter.

Esta disminución puede explicarse por dos efectos físicos el primero es el arrastre gravitacional del fluido, que tiende a llevar la carga hacia la parte inferior del molino y el segundo es el efecto lubricante, que reduce la fricción entre las partículas y las superficies del lifter y facilita el deslizamiento de la carga a una zona más baja del molino.

Este resultado confirma que el fluido modifica no solo la magnitud sino también la distribución vertical de la carga dentro del molino.

7.2.3 Análisis para posición angular 3 - 315°

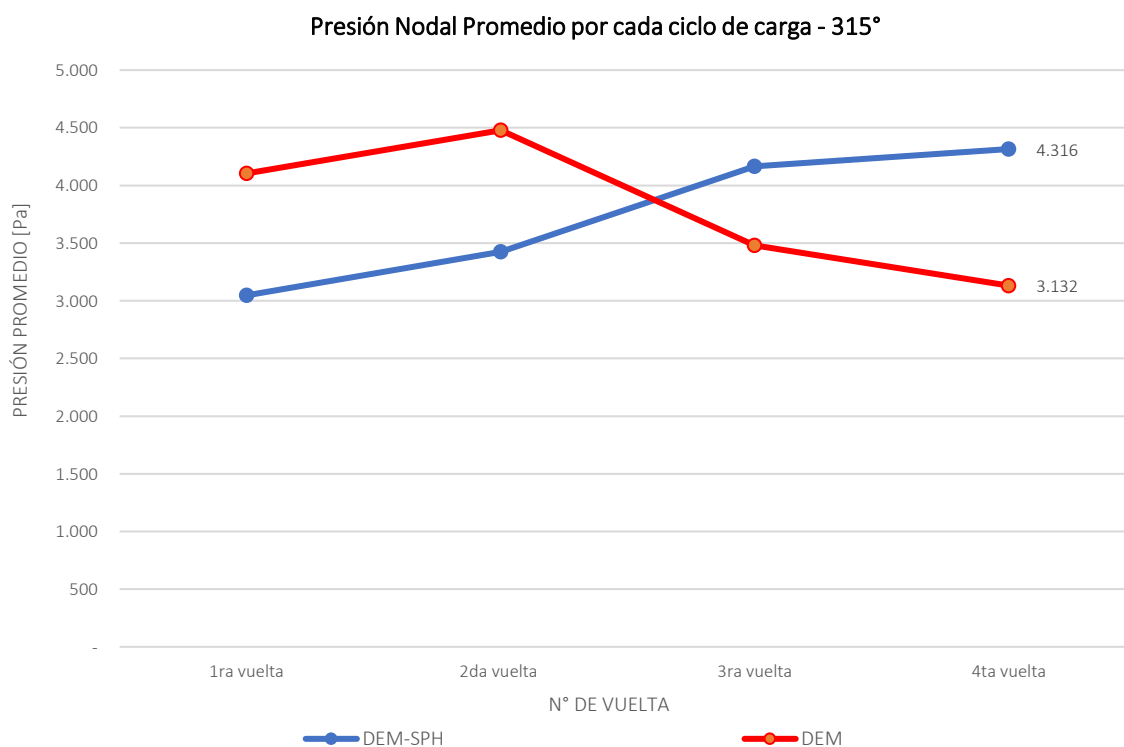


Figura 7-6: Presión nodal promedio en la cara superior del lifter por ciclo de carga, para un ángulo medio de 315°. Comparación entre simulaciones con DEM y con acoplamiento DEM-SPH

Esta posición representa un punto posterior en la dirección de rotación. En la figura 7-6 se observa que, durante las primeras dos vueltas el modelo DEM presenta presiones significativamente mayores y a partir de la tercera vuelta, esta tendencia se revierte siendo las presiones mayores en el acoplamiento DEM-SPH.

Particularmente en la cuarta vuelta, considerada representativa del régimen estable de operación, se observa que el acoplamiento DEM-SPH registra una presión promedio aproximadamente 1 [kPa] mayor.

Esto puede explicarse considerando en primer lugar la acumulación de fluido en la zona inferior del molino debido a la acción conjunta de la gravedad y la rotación y por otro lado el desplazamiento tangencial del fluido hacia zonas angulares posteriores (por inercia), generando una mayor masa efectiva sobre el lifter en esta posición.

Estos resultados son coherentes con el comportamiento esperado del medio fluido-particulado y refuerzan la importancia de incorporar el método SPH para capturar con mayor realismo la dinámica interna del molino.

7.2.4 Comparación global entre posiciones angulares

A continuación, en la figura 7-7 se presentan los resultados comparativos de presión nodal promedio en la cara superior del lifter para cada una de las posiciones angulares analizadas, considerando ambos modelos de simulación: DEM y acoplamiento DEM-SPH. Para esta comparación se utilizaron los valores correspondientes a la cuarta rotación del molino, dado que en esta etapa la dinámica interna del sistema ya se encuentra más desarrollada y estabilizada temporalmente, lo que permite una representación más fidedigna del comportamiento transitorio de la carga dentro del molino.

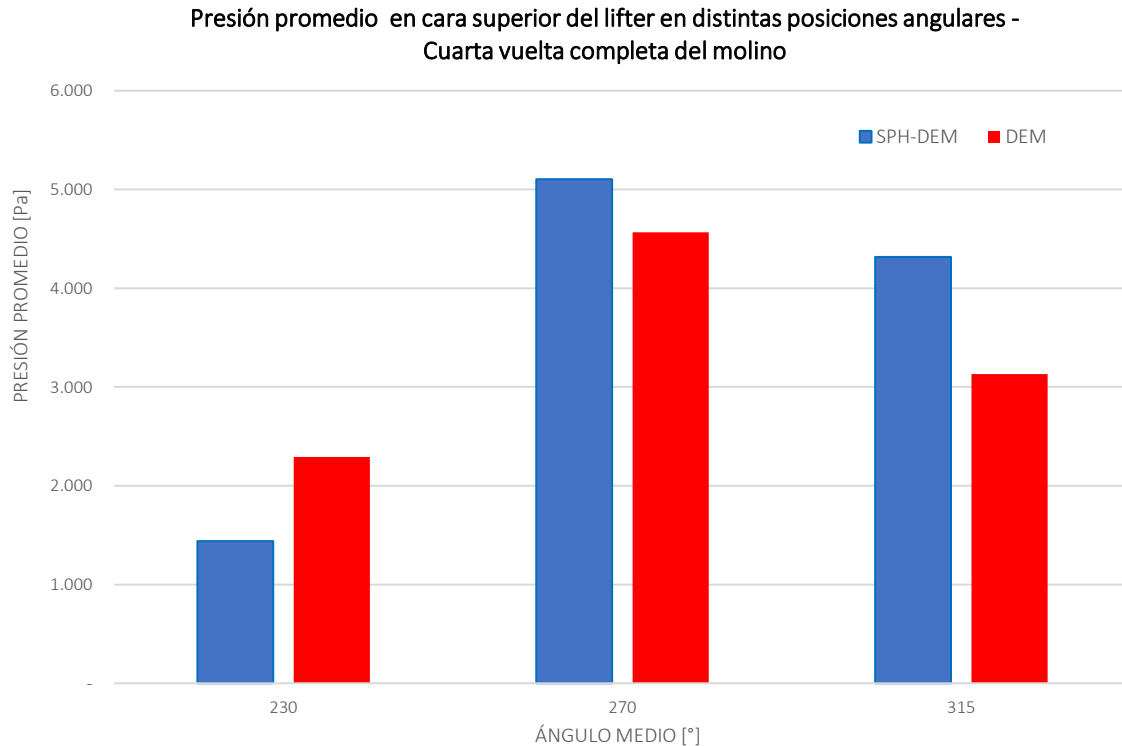


Figura 7-7: Presión nodal promedio en cara superior del lifter para cada posición angular

De la figura 7-7 se puede observar que en los ángulos 270° y 315°, las presiones promedio son mayores en el acoplamiento DEM-SPH, lo que se alinea con la acumulación gravitacional de fluido y carga en la parte inferior del molino.

Mientras que, en el ángulo 230°, más elevado, ocurre lo contrario: la presión es mayor en la simulación sin fluido, lo cual es consistente con el descenso de la carga hacia zonas más bajas cuando se incluye el medio fluido.

Esta comparación permite concluir que la presión ejercida sobre el lifter depende no solo de la geometría y el contenido del molino, sino también de la interacción fluido-partícula, la cual modifica significativamente la distribución angular de la carga.

7.2 Resultados de Presión en la Cara Lateral del lifter

Tanto en la figura 7-8 como en la figura 7-9 se observa que los patrones de presión vs. tiempo también son cíclicos, pero con magnitudes más bajas en comparación con la cara superior. Las simulaciones con acoplamiento DEM-SPH presentan picos de presión más elevados y una distribución de la presión más homogénea, resultando similar al comportamiento en la cara superior del lifter. En contraste, las simulaciones DEM muestran presiones laterales más puntuales y menos distribuidas.

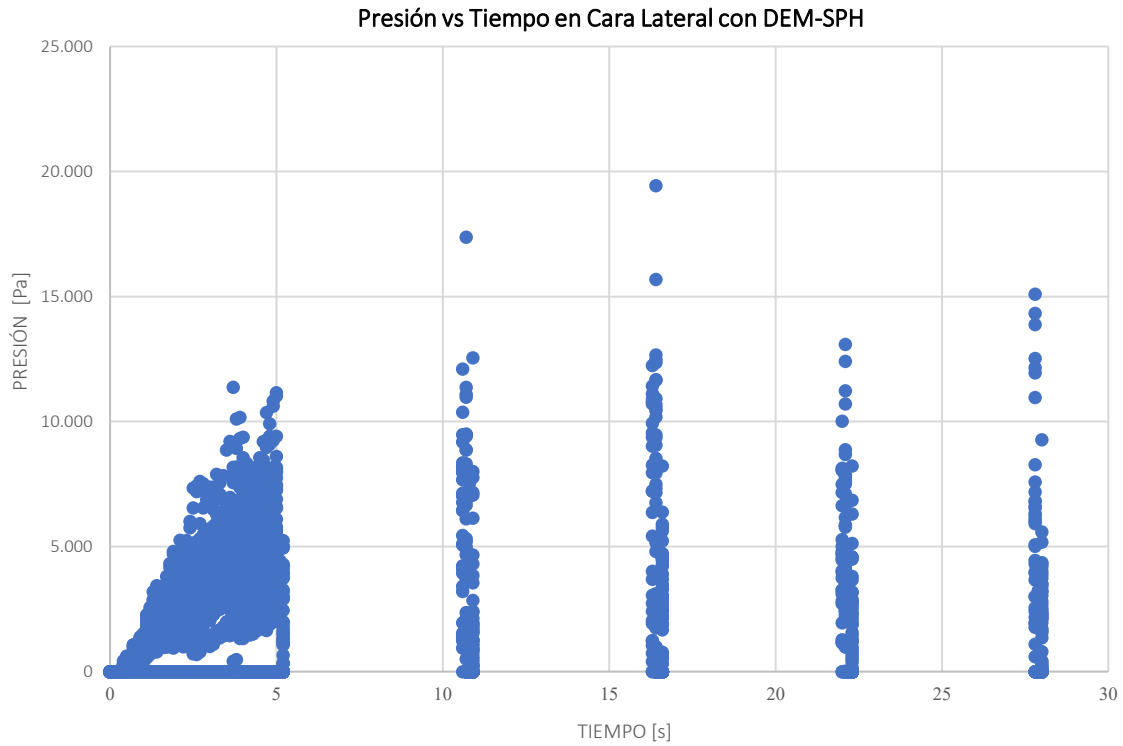


Figura 7-8: Evolución de la presión nodal sobre la cara lateral del lifter en una simulación con acoplamiento DEM-SPH

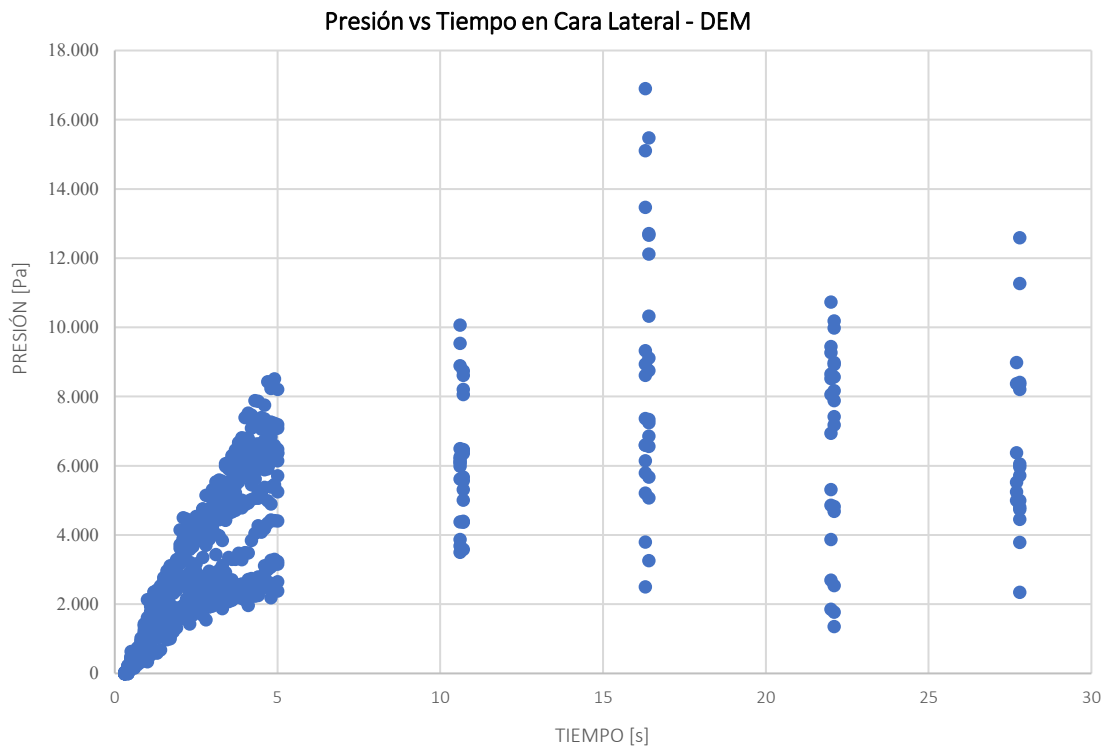


Figura 7-9: Evolución temporal de la presión sobre la cara lateral del lifter utilizando el método DEM

7.3 Presión en la cara superior del lifter a lo largo del eje Z

A continuación, se presentan los resultados de presión nodal sobre la cara superior del lifter, distribuidos a lo largo del eje Z. En la figura 7-20 se puede apreciar el sistema de coordenadas empleado para el análisis de presión desarrollado, el eje recorre longitudinalmente la cara del lifter, desde un extremo al otro. Para este análisis se consideraron únicamente los resultados obtenidos durante la cuarta vuelta completa del molino debido a que se considera que el movimiento de la carga se encuentra más desarrollado y por tanto es más realista en relación con los parámetros de un molino SAG en funcionamiento.

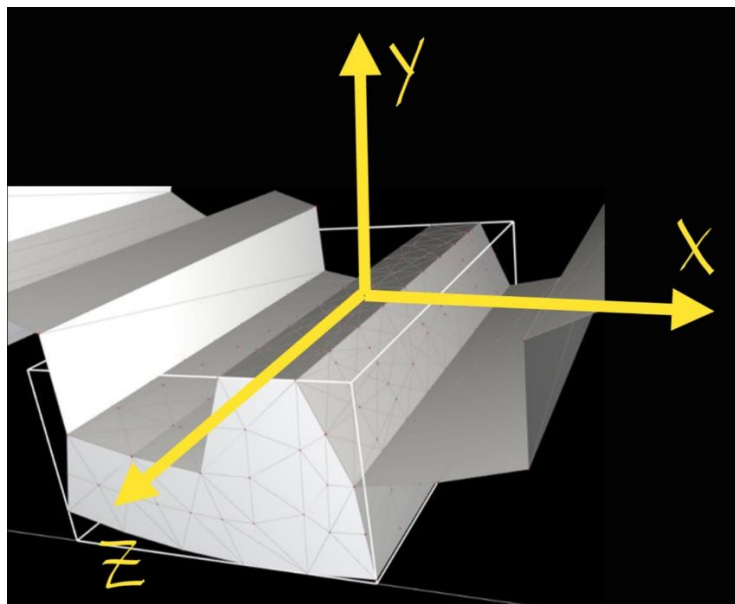


Figura 7-10: Representación del sistema de coordenadas empleado para el análisis de presión en función de la posición sobre la cara superior del lifter

Se analizaron tres posiciones angulares distintas del molino Posición angular 1, Posición angular 2 y Posición angular 3 las cuales se visualizan en la figura 7-3, comparando en cada una la distribución de presión nodal obtenida en dos escenarios con fluido incorporado mediante elementos SPH (acoplamiento DEM-SPH) y sin fluido (método DEM).

7.3.2 Posición angular 2 – 270°

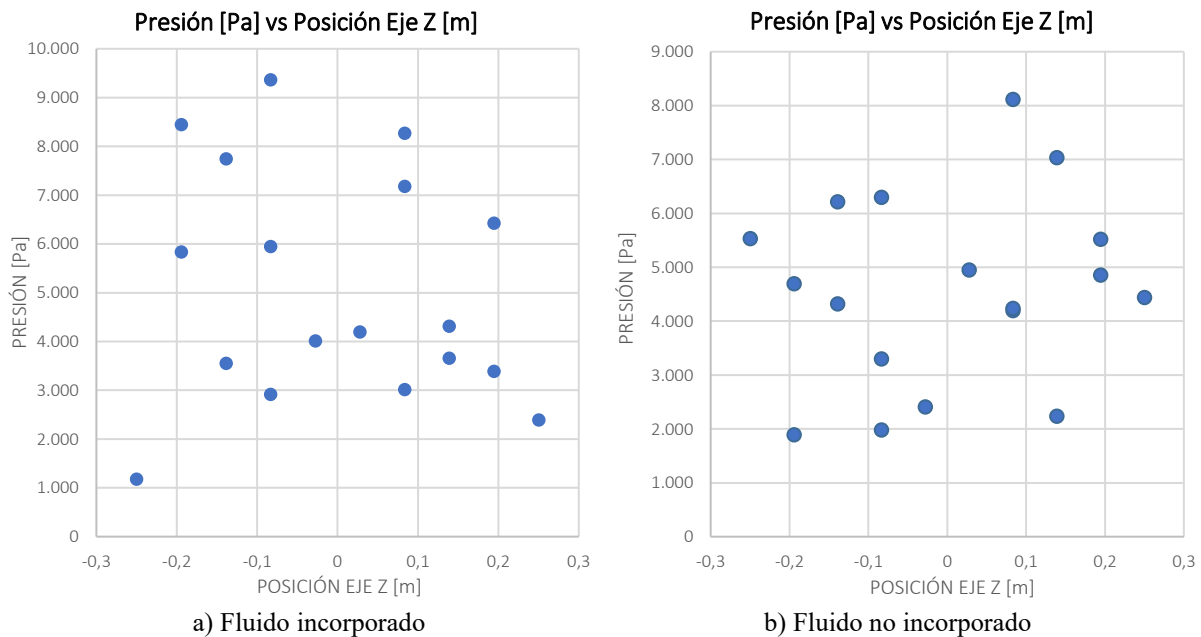


Figura 7-11: Distribución de presión nodal a lo largo del eje Z del lifter en la posición angular de 270°. Se comparan los resultados de simulaciones con y sin fluido incorporado

Del análisis de la figura 7-12 se observa que la distribución de presión a lo largo del eje Z presenta una forma similar en ambos casos. Sin embargo, se evidencian diferencias importantes en los valores máximos, mínimos y promedio, según se detalla a continuación:

- Presión promedio:
 - Con fluido: 5.103 [Pa]
 - Sin fluido: 4.565 [Pa]

Confirma el patrón observado en secciones anteriores: el fluido incrementa la carga efectiva sobre la cara del lifter.

- Presión máxima:
 - Con fluido: 9.367 [Pa], ubicada en $P_z = -0,083$ [m]
 - Sin fluido: 8.112 [Pa], en $P_z = 0,083$ [m]

En ambos casos, la presión máxima se localiza cerca del centro del lifter, pero en posiciones opuestas del eje Z.

- Presión mínima:
 - Con fluido: 1.180 [Pa] ($P_z = -0,25$ [m])
 - Sin fluido: 1.889 [Pa] ($P_z = -0,194$ [m])

Ambas se sitúan alejadas del centro, en zonas extremas del lifter, y en ambos casos son menores cuando se incorpora el fluido.

Este análisis sugiere que la presencia del fluido aumenta la intensidad del contacto en la zona central del lifter, mientras que también reduce la presión en los extremos, posiblemente debido a la redistribución de la carga.

7.3.1 Posición angular 1 – 230°

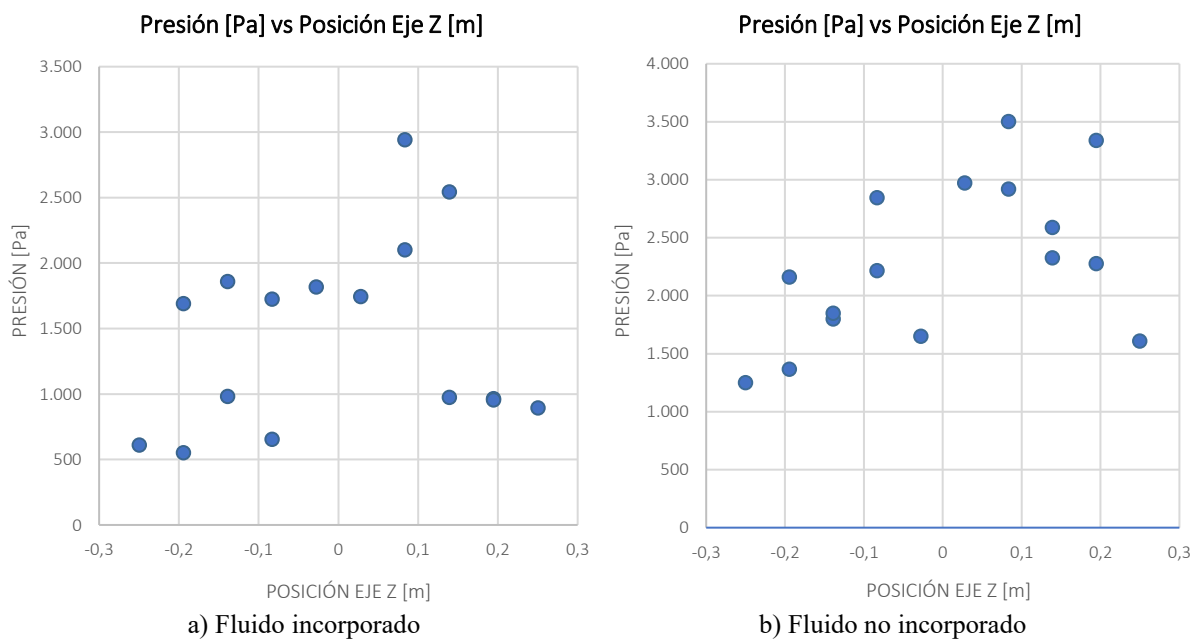


Figura 7-12: Distribución de presión nodal a lo largo del eje Z del lifter en la posición angular de 230°. Comparación entre simulaciones con y sin fluido incorporado

En esta posición, la tendencia observada se invierte respecto a la posición angular 2:

- Presión promedio:

- Con fluido: 1.438 [Pa]
- Sin fluido: 2.292 [Pa]

La presión es mayor en la simulación sin fluido, lo que concuerda con el comportamiento analizado en la sección 7.2.

- Presión máxima:
 - Con fluido: 2.942 [Pa]
 - Sin fluido: 3.502 [Pa]

Ambas presiones máximas se ubican en $P_z = 0,083$ [m], cercano al centro del lifter.

- Presión mínima:
 - Con fluido: 551 [Pa] ($P_z = -0,194$ [m])
 - Sin fluido: 1.250 [Pa] ($P_z = -0,25$ [m])

En esta zona, la acción del fluido genera un efecto de alivio de presión sobre el lifter, lo cual puede deberse a que, por su ubicación angular, una mayor porción del fluido y la carga se ha desplazado hacia zonas más bajas del molino.

7.3.3 Posición angular 3 – 315°

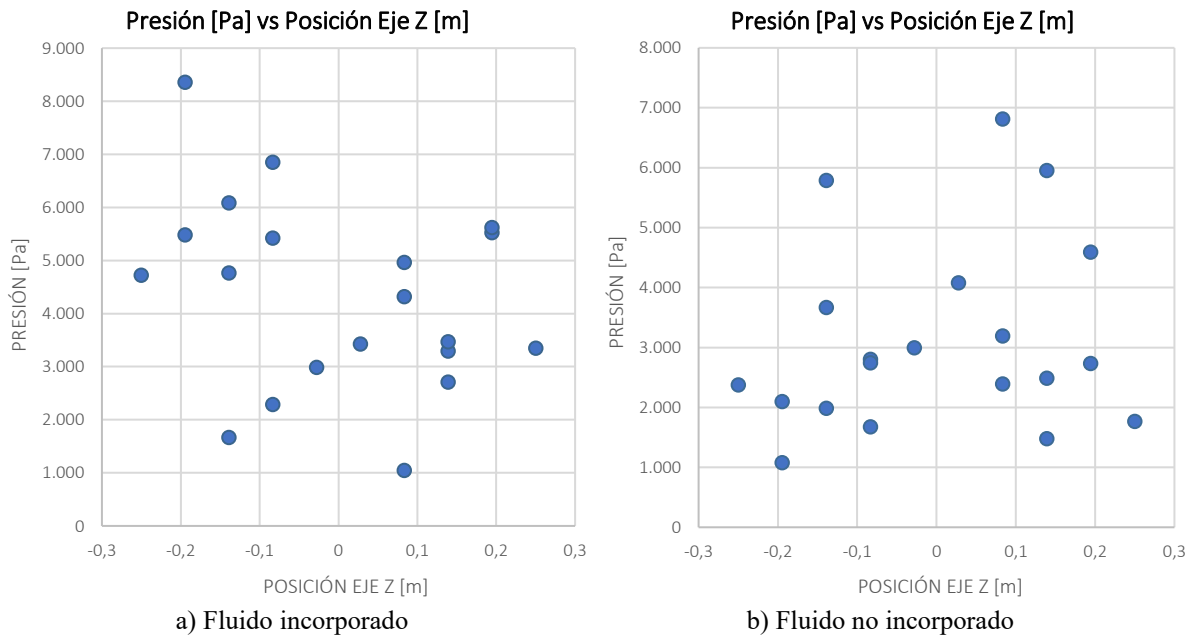


Figura 7-13: Distribución de presión nodal a lo largo del eje Z del lifter en la posición angular de 315°. Comparación entre simulaciones con y sin fluido incorporado

En esta tercera zona, correspondiente a una posición posterior en la dirección de rotación del molino, se retoma la tendencia observada en la posición angular 1:

- Presión promedio:
 - Con fluido: 4.316 [Pa]
 - Sin fluido: 3.132 [Pa]
- Presión máxima:
 - Con fluido: 8.354 [Pa] ($P_z = -0,194$ [m])
 - Sin fluido: 6.811 [Pa] ($P_z = 0,083$ [m])

La simulación con acoplamiento DEM-SPH presenta presiones consistentemente mayores, tanto en promedio como en el máximo puntual, reafirmando que en zonas posteriores

(ángulos mayores) la acumulación del fluido y la carga tiende a ejercer una fuerza adicional sobre los lifters.

7.4 Comparación general entre métodos: DEM vs Acoplamiento DEM-SPH

Con el propósito de evaluar el impacto de incorporar la fase fluida en la simulación de un molino SAG, se ha realizado una comparación global entre los resultados obtenidos mediante el modelo DEM (sin fluido) y el acoplamiento DEM-SPH (con fluido incorporado mediante partículas SPH). Esta comparación abarca tanto la magnitud como la distribución de presiones ejercidas sobre la cara superior de los lifters, considerando múltiples posiciones angulares y su evolución a lo largo de distintos ciclos.

7.4.1 Similitudes observadas entre ambos modelos

- Ubicación de presiones máximas: En ambos métodos, las presiones más elevadas tienden a concentrarse hacia el centro del lifter ($P_z \approx \pm 0,083$ [m]), lo cual es consistente con la zona de mayor impacto entre la carga y la superficie del lifter.
- Comportamiento cíclico del sistema: Ambos modelos reflejan una respuesta periódica en los picos de presión, asociada a la rotación del molino ($\approx 5,7$ [s] por vuelta), lo que valida que ambas metodologías capturan adecuadamente el ritmo operacional del equipo.
- Dependencia angular de las presiones: Se confirma en ambos casos que la presión nodal promedio varía según la posición angular del lifter, siendo más alta en zonas bajas (270°) y menor en zonas elevadas (230°), acorde al comportamiento gravitacional esperado de la carga interna.

7.4.2 Diferencias clave identificadas

a) Magnitud de las presiones

- En posiciones bajas y posteriores del giro del molino, el acoplamiento DEM-SPH registra presiones promedio y máximas mayores, producto de la acumulación del fluido y la consiguiente aumentada masa efectiva actuando sobre el lifter.

- En posiciones elevadas, el modelo DEM presenta presiones mayores, ya que el fluido tiende a redistribuir la carga hacia zonas inferiores, reduciendo la presión en sectores altos.

b) Estabilidad temporal

- Las curvas de presión obtenidas mediante DEM presentan mayores oscilaciones entre ciclos, reflejando un comportamiento más errático de la carga sólida en ausencia de un medio amortiguador.
- Por el contrario, el acoplamiento DEM-SPH muestra curvas más estables y suaves, gracias al efecto disipativo del fluido, que permite una distribución de cargas más continua.

c) Distribución espacial de la presión

- El acoplamiento DEM-SPH activa una mayor cantidad de nodos en la cara del lifter, mostrando una cobertura más amplia y homogénea.
- El modelo DEM concentra la presión en una zona más reducida, lo que puede llevar a una subestimación de las áreas afectadas por esfuerzos cíclicos.

d) Comportamiento longitudinal sobre el lifter

- El análisis de presión a lo largo del eje Z del lifter mostró que, en zonas bajas y posteriores, el acoplamiento DEM-SPH genera presiones promedio y máximas más altas.
- En zonas elevadas, el modelo DEM genera presiones más elevadas, mientras que el acoplamiento DEM-SPH atenúa los esfuerzos, distribuyendo la carga con mayor suavidad.

La inclusión del fluido mediante el modelo SPH modifica sustancialmente la distribución angular y longitudinal de las presiones sobre los lifters. El fluido no solo aumenta la masa efectiva en zonas específicas, sino que también suaviza los impactos, estabiliza la dinámica de carga y distribuye los esfuerzos de forma más uniforme.

Por su parte, el modelo DEM, si bien resulta menos exigente desde el punto de vista computacional, presenta limitaciones al subestimar zonas de presión crítica o sobreestimar la variabilidad cíclica.

Una de las capacidades más destacadas del método SPH implementado en ANSYS Rocky es su habilidad para representar de manera precisa fenómenos asociados a fluidos con gran deformación y superficie libre, los cuales son difíciles de capturar utilizando métodos tradicionales basados en malla, como los de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD). En la figura 7-14 se muestra una vista del molino, donde se observa la interacción entre el fluido y la carga sólida en movimiento, destacando la formación de chorros de fluido (jets) que emergen desde la superficie libre como consecuencia del impacto y desplazamiento de las partículas sólidas.

Estos jets constituyen un fenómeno físico altamente representativo del comportamiento real de la carga interior en molinos SAG, especialmente durante la fase de levantamiento y caída del material. La capacidad del método SPH para modelar estos efectos se debe a su naturaleza lagrangiana sin malla, lo que permite seguir el movimiento individual de las partículas fluidas incluso en condiciones de alta deformación, fragmentación y fragmentación de volumen. Esta representación cobra particular importancia al evaluar condiciones de operación extremas, donde el control del régimen de la pulpa es clave para evitar problemas de sobrecarga, desgaste acelerado o ineficiencia energética.

La inclusión de la figura 7-14 en los resultados no solo valida la correcta implementación del acoplamiento DEM-SPH, sino que también demuestra visualmente el valor agregado que este enfoque ofrece frente a metodologías tradicionales que no logran representar con igual fidelidad el comportamiento dinámico del fluido. En términos de ingeniería aplicada, contar con simulaciones capaces de evidenciar este tipo de fenómenos aporta insumos clave para el rediseño de lifters, la evaluación del transporte de pulpa y la mejora de estrategias operacionales en plantas de conminución.

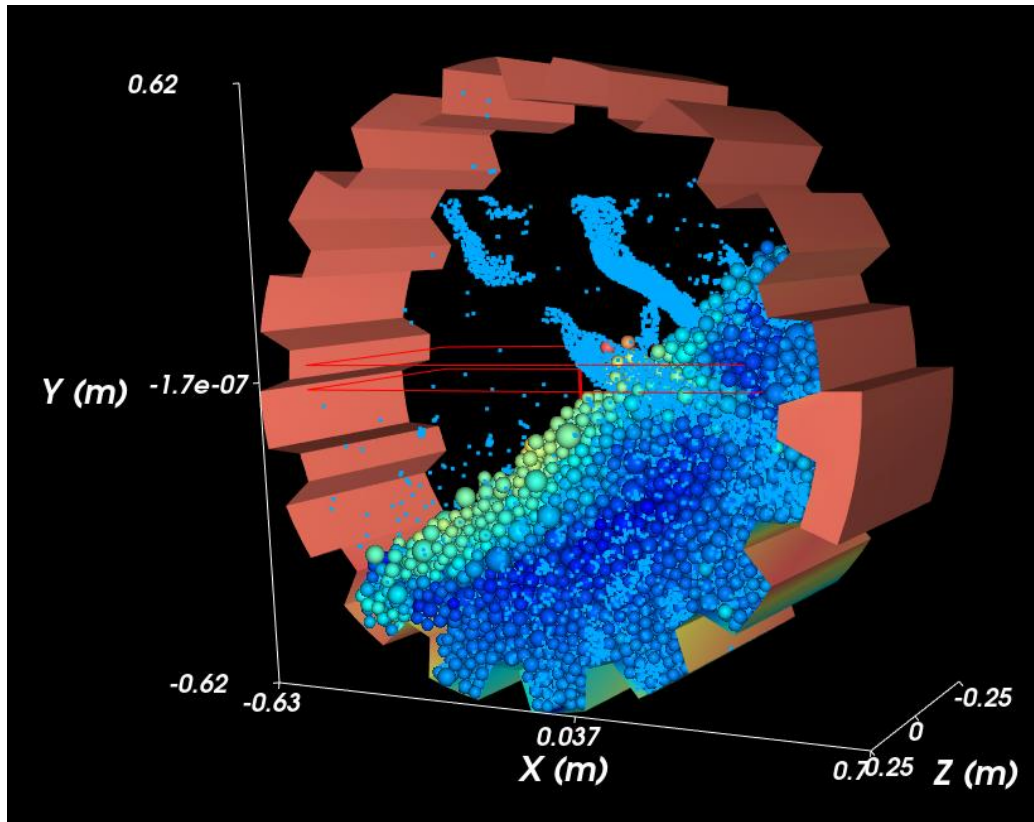


Figura 7-14: Formación de jets de agua en el interior del molino durante una simulación con acoplamiento DEM-SPH

8. Conclusiones

El desarrollo de este trabajo permitió cumplir satisfactoriamente con los objetivos propuestos, tanto a nivel general como específico. A través de la implementación de modelaciones numéricas avanzadas en el software ANSYS Rocky, se logró determinar las presiones generadas en las caras de los lifters, incorporando explícitamente el efecto del fluido mediante el acoplamiento de los métodos *Discrete Element Method* (DEM) y *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH), adicionalmente estos resultados fueron comparados con los obtenidos modelando el mismo molino en condiciones de operación secas (sin fluido).

La comparación entre ambos modelos permitió analizar con mayor profundidad cómo influye el medio líquido en la distribución de esfuerzos sobre los componentes internos del molino, particularmente sobre los lifters, los cuales cumplen un rol fundamental en la eficiencia operativa y en la transmisión de energía al material a moler.

La implementación del acoplamiento DEM-SPH supuso un desafío computacional considerable, por lo que fue necesario llevar a cabo optimizaciones tanto en la geometría como en el hardware utilizado. Aun así, se logró ejecutar simulaciones representativas y comparar sus resultados con aquellos obtenidos mediante el modelo DEM. Esta comparación arrojó diferencias en términos de magnitud de presiones, estabilidad temporal y distribución espacial de las fuerzas. En posiciones angulares bajas del molino, correspondientes a sectores donde la carga sólida y el fluido tienden a acumularse por acción de la gravedad, se registraron presiones promedio y máximas más altas al incorporar el fluido. Esto se debe a que el medio líquido aporta masa adicional y redistribuye la carga de forma más continua, generando una mayor fuerza normal sobre los lifters. Por el contrario, en posiciones angulares más elevadas, el modelo DEM arrojó presiones más altas, probablemente porque en esas zonas el fluido ya no está presente en igual proporción y el peso recae exclusivamente sobre las partículas sólidas.

Otro aspecto relevante es que el acoplamiento DEM-SPH permitió obtener una distribución más homogénea y suave de las presiones sobre la superficie del lifter. A diferencia del DEM,

donde las fuerzas se concentran en un número menor de nodos y muestran una variabilidad más brusca entre ciclos de rotación, el modelo acoplado genera resultados más estables en el tiempo. Esto se evidenció claramente en los gráficos de presión nodal promedio, donde la fluctuación entre vueltas fue menor con fluido incorporado.

Desde el punto de vista práctico, la utilización del acoplamiento DEM-SPH representa una herramienta de gran valor para la industria minera, ya que permite simular condiciones operativas más cercanas a la realidad y obtener datos más confiables para el diseño, la evaluación de desgaste y la optimización de equipos. Aunque su implementación requiere una mayor capacidad de procesamiento, los beneficios en términos de precisión y representatividad justifican ampliamente su uso en estudios de ingeniería aplicada. En particular, la metodología desarrollada en este trabajo puede ser utilizada como base para futuras investigaciones orientadas a la mejora del diseño geométrico de lifters, la estimación de vida útil de lifters, y la reducción del consumo energético en sistemas de conminución.

Por último, cabe señalar que el presente estudio logró demostrar que, incluso con limitaciones de hardware y utilizando una geometría reducida, es posible obtener conclusiones sobre el impacto del fluido en la dinámica interna de un molino SAG. Las estrategias de optimización implementadas, como la malla selectiva en zonas críticas y el uso de recursos compartidos entre servidores, fueron clave para viabilizar la ejecución de las simulaciones y sientan un precedente importante para trabajos futuros bajo condiciones similares. Sin embargo, es importante tener presente que el hardware con el que actualmente se cuenta en el LMC del DIMEC de la Universidad no es capaz de llevar a cabo este tipo de simulaciones en tiempos que hagan viable un estudio de estas características ya que incluso con todas las optimizaciones realizadas los tiempos de cálculo fueron extremadamente altos.

En síntesis, el acoplamiento DEM-SPH se posiciona como una herramienta robusta, versátil y de alta utilidad para el análisis multifísico de equipos de molienda en la minería, y su uso debiera considerarse cada vez más dentro de los procesos de diseño, validación y mejora continua de equipos de diversas industrias.

8.1 Recomendaciones para futuras investigaciones

A continuación, se mencionan las principales recomendaciones que se pueden aplicar en futuras investigaciones relacionadas con simulación computación con el acoplamiento DEM-SPH:

- Aumentar la capacidad computacional disponible, en relación con lo que se detalla en el capítulo 5, con el fin de trabajar con geometrías a escala real, mallas más finas y simulaciones más largas que permitan activar todos los módulos disponibles del software.
- Incorporar partículas de forma irregular (poliedros o no esféricas), para aumentar la precisión en la estimación de presiones y trayectorias internas.
- Validar los resultados mediante datos experimentales controlados, especialmente con sensores de presión aplicados sobre prototipos físicos o bancos de prueba a escala reducida.
- Explorar nuevas variables de estudio, como tasas de desgaste, materiales de revestimiento, proporciones de agua, velocidades de rotación o ángulos de ataque de los lifters.
- Expandir la aplicación del acoplamiento DEM-SPH a otros equipos mineros multifásicos, como traspasos, chutes, trommels o cajones de traspaso.

9. Referencias

- [1] Hodouin, D., Jamsa-Jounela, S.L., Carvalho, M.T., & Bergh, L. (2001). State of the art and challenges in mineral processing control. Control Engineering Practice.
- [2] Archard, J. F. (1980). Wear theory and mechanisms. In Wear control handbook. American Society of Mechanical Engineers
- [3] Qiu, X., Potapov, A., Song, M., and Nordell, L. (2001). Prediction of wear of mill lifters using discrete element method. In 2001 SAG Conference Proceedings
- [4] Qiu, X., Potapov, A., Song, M., and Nordell, L. (2001). Prediction of wear of mill lifters using discrete element method. In 2001 SAG Conference Proceeding
- [5] Walton, O. R. and Braun, R. L. (1986). Viscosity, granular-temperature, and stress calculations for shearing assemblies of inelastic, frictional disks. Journal of Rheology, 30:948–980
- [6] Johnson, K. L. (1985). Contact mechanics. Cambridge University Press.
- [7] Lewin, D. (1993). Mathematical modeling of two-phase flow. Annual Review of Fluid Mechanics, 15:261–291
- [8] Pritchard, P. J. (2011). Fox and McDonald's Introduction to Fluid Mechanics. John Wiley & Sons, 8th edition
- [9] Ishii, M.; Mishima, K. (1984). Twofluid model and hydrodynamic constitutive relations. Nuclear Engineering and Design, 82:107–126
- [10] Paladino, E. E. (2005). Estudo do escoamento multifásico em medidores de vazão do tipo pressão diferencial. PhD thesis, Universidade Federal de Santa Catarina, SC
- [11] Lewis, D. A. and Davidson, J. F. (1985). Pressure drop for bubbly gas-liquid flow through orifice plates and nozzles. Chem. Eng. Res. Des., 63:149–156
- [12] Dennis, S., Singh, S., and Ingham, D. (1980). The steady flow due to a rotating sphere at low and moderate Reynolds numbers. Journal of Fluid Mechanics, 101:257–279

- [13] Gosman, A. D. and Ioannides, E. (1983). Aspects of computer simulation of liquid-fueled combustors. *Energy Journal*, 7:482–490
- [14] (2019b). Ansys® Fluent, Release 2019 R3, Help System, Theory Guide. Ansys, Inc
- [15] Vargas, W. L. and McCarthy, J. J. (2002). Stress effects on the conductivity of particulate beds. *Chemical Engineering Science*, 57:3119–3131
- [16] Zabrodsky, S. S. (1966). *Hydrodynamics and Heat Transfer in Fluidized Beds*. MIT Press, Cambridge, MA
- [17] Batchelor, G. K. and O’Brien, R. W. (1977). Thermal or electrical conduction through a granular material. *Proceedings of the Royal Society of London*, 355:313–333
- [18] Molerus, O. (1997). Heat transfer in moving beds with a stagnant interstitial gas. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 40:4151–4159
- [19] Bergman, T., Incropera, F., DeWitt, D., and Lavine, A. (2011). *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. Wiley 8
- [20] E, M. (2006). *Particles, Bubbles And Drops: Their Motion, Heat And Mass Transfer*. World Scientific Publishing Compan
- [21] Bejan, A. (2013). *Convection Heat Transfer*. Wiley
- [22] Gunn, D. (1978). Transfer of heat or mass to particles in fixed and fluidised beds. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 21:467– 476
- [23] Monaghan, J. (2000). Sph without a tensile instability. *Journal of Computational Physics*, 159(2):290–311
- [24] J.P. Morris, J.P. Fox, Y. Z. (1997). Modelling low reynolds number incompressible flows using sph. *Journal of Computational Physics*, 136:214–22
- [25] Cleary, P. W. and Ha, J. (2011). Modelling the high pressure die casting process using sph. *CSIRO Mathematical and Information Sciences*, 136:214–226

- [26] .P. Morris, J.P. Fox, Y. Z. (1997). Modelling low reynolds number incompressible flows using sph. *Journal of Computational Physics*, 136:214–226
- [27] Ozbulut, M., Yildiz, M., and Goren, O. (2014). A numerical investigation into the correction algorithms for sph method in modeling violent free surface flows. *International Journal of Mechanical Sciences*, 79:56–65
- [28] Colagrossi, A. and Landrini, M. (2003). Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics. *Journal of Computational Physics*, 191(2):448–475
- [29] Violeau, D. and Issa, R. (2007). Numerical modelling of complex turbulent free-surface flows with the sph method: an overview. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 53:277 – 304
- [30] A. V. Potapov, M. L. H. and Campbell, C. S. (2001). Liquid–solid flows using smoothed article hydrodynamics and the discrete element method. *Powder Technology*, 116:204 – 213
- [31] Gomez-Gesteira, M., Rogers, B. D., Dalrymple, R. A., and Crespo, A. J. (2010). State-of-the-art of classical sph for free-surface flows. *Journal of Hydraulic Research*
- [32] S. ESSS Rocky, Manual de usuario Rocky – Manual técnico de DEM
- [33] S. ESSS Rocky, Manual de usuario Rocky – Manual técnico de DEM - CFD
- [34] S. ESSS Rocky, Manual de usuario Rocky – Manual técnico de DEM – SPH
- [35] ANSYS Rocky, GPU Buying Guide.
- [36] Quintana, G. (2023) Modelación numérica de la variación de la presión sobre los lifters de un molino SAG en función de las horas de operación y su influencia en el desgaste [Tesis de pregrado, Universidad Técnica Federico Santa María] Repositorio USM.
- [37] Comisión Chilena del Cobre (COCHILCO). (2023). *Anuario de estadísticas del cobre y otros minerales 2022*. Santiago, Chile. Disponible en: <https://www.cochilco.cl>

- [38] Consejo Minero. (2023). *Cifras actualizadas de la minería chilena – Octubre 2023*. Santiago, Chile. Disponible en: <https://consejominero.cl/wp-content/uploads/2023/11/Cifras-Actualizadas-de-la-Mineria-2023-Octubre.pdf>
- [39] United States Geological Survey (USGS). (2024). *Mineral Commodity Summaries: Lithium*. U.S. Department of the Interior. Disponible en: <https://pubs.usgs.gov/periodicals/mcs2024/mcs2024-lithium.pdf>
- [40] Our World in Data. (2025). *The world's lithium is mined in just a handful of countries*. Disponible en: <https://ourworldindata.org/data-insights/the-worlds-lithium-is-mined-in-just-a-handful-of-countries>
- [41] Visual Capitalist. (2024). *The World's Largest Lithium Producers in 2023*. Disponible en: <https://elements.visualcapitalist.com/ranked-the-worlds-largest-lithium-producers-in-2023>
- [42] Biblioteca del Congreso Nacional de Chile (BCN). (2023). *El litio en Chile: reservas, gobernanza y proyecciones*. Disponible en: https://obtienearchivo.bcn.cl/obtienearchivo?id=repositorio/10221/34034/1/Litio_al_2023_FINAL.pdf
- [43] Mining Technology. (2024). *Lithium production in Chile and major projects*. Disponible en: <https://www.mining-technology.com/data-insights/lithium-in-chile>
- [44] Global Business Reports (GBR). (2023). *Chile Mining 2023 – Pre-release report*. Disponible en: https://www.gbreports.com/files/pdf/_2023/CHILE-Mining-2023-PRE-RELEASE-final.pdf
- [45] Mayank, M., Jonsén, P., & Brandt, D. (2015). *Coupled DEM-CFD model to predict the tumbling mill dynamics*. Procedia IUTAM, 18, 202–211.
- [46] Mittal, R., Kumar, D., & Mangadoddy, N. (2024). *A coupled CFD–DEM model for tumbling mill dynamics: Effect of lifter profile*. Powder Technology.
- [47] He, Y., Liu, J., & Zhao, X. (2022). *An extended unresolved CFD–DEM coupling method for simulation of fluid and non-spherical particles*. Advanced Powder Technology.

- [48] Bnà, C., et al. (2024). *4-way coupling CFD–DEM simulation of particle breakage in fluidized beds*. Powder Technology.
- [49] Kryszak, D., Kowalczyk, M., & Wójcik, T. (2020). Modeling of Transport of Loose Products with the Use of Rocky DEM. *Processes*, 8(11), 1489.
- [50] Lvov, V., Koshelev, A., Meshcheryakov, V., & Sysoev, N. (2021). Semi-Autogenous Wet Grinding Modeling with CFD–DEM. *Minerals*, 11(5), 485.
- [51] El-Emam, M. A., Foda, M. A., & Attia, H. A. (2019). CFD–DEM simulation and optimization of gas–cyclone systems. *Powder Technology*, 357, 629–641.
- [52] Zhang, Y., Sun, Y., & Liu, H. (2024). Introduction and implementation of fluid forces in a DEM code for particle settling in fluids. *Powder Technology*, 436, 118913.
- [53] ANSYS Inc. (2025). *Ansys Rocky – Particle Dynamics Simulation Software*. Disponible en: <https://www.ansys.com/products/fluids/ansys-rocky>
- [54] Cifuentes Gutiérrez, E. (2019). *Simulación hidrodinámica de partículas suavizadas (SPH) para el comportamiento de fluidos con superficie libre* [Tesis de magíster, Universidad Técnica Federico Santa María]. UTFSM Repositorio Académico.

10. Anexos

10.1 Obtención de datos de presión con acoplamiento DEM-SPH

```
# coding: utf-8

import os

import math

import numpy as np

file = open(r"C:/Users/usuario/Documents/Rocky/DATOS ROCKY/RockyData1.csv", "w")

file.write("IdNode,Px,Py,Pz,Magnitud   Fn   DEM,Magnitud   FnP   DEM,Magnitud   Fn
SPH,Magnitud FnP SPH,Area,Angle,Radio,tiempo\n")

project = app.GetProject()

study = project.GetStudy()

geometries = study.GetGeometryCollection()

molino = geometries.GetGeometry("SAG MILL SOPORTE ESSS lifter")

time_set = molino.GetTimeSet()

for j in range(1500):
```

```
Cantidad_Nodos = molino.GetNumberOfNodes(time_step=time_set[j])
```

```
# Extracción de Fuerzas Nodales Directas DEM
```

```
Arreglo_Fx_DEM = molino.GetGridFunction("Force : Nodal : X").GetArray(unit='N',  
time_step=time_set[j])
```

```
Arreglo_Fy_DEM = molino.GetGridFunction("Force : Nodal : Y").GetArray(unit='N',  
time_step=time_set[j])
```

```
Arreglo_Fz_DEM = molino.GetGridFunction("Force : Nodal : Z").GetArray(unit='N',  
time_step=time_set[j])
```

```
# Extracción de Fuerzas Nodales Directas SPH
```

```
Arreglo_Fx_SPH = molino.GetGridFunction("SPH : Force : Nodal : X").GetArray(unit='N',  
time_step=time_set[j])
```

```
Arreglo_Fy_SPH = molino.GetGridFunction("SPH : Force : Nodal : Y").GetArray(unit='N',  
time_step=time_set[j])
```

```
Arreglo_Fz_SPH = molino.GetGridFunction("SPH : Force : Nodal : Z").GetArray(unit='N',  
time_step=time_set[j])
```

```
# Extracción de Áreas Nodales
```

```
Arreglo_Area = molino.GetGridFunction("Area : Nodal").GetArray(unit='m2',  
time_step=time_set[j])
```

```
# Posición del Nodo
```

```
Arreglo_Px = molino.GetGridFunction("Coordinate : Nodal : X").GetArray(unit='m',  
time_step=time_set[j])
```

```
Arreglo_Py = molino.GetGridFunction("Coordinate : Nodal : Y").GetArray(unit='m',  
time_step=time_set[j])
```

```
Arreglo_Pz = molino.GetGridFunction("Coordinate : Nodal : Z").GetArray(unit='m',  
time_step=time_set[j])
```

```
for i in range(Cantidad_Nodos):
```

```
    IdNode = i + 1
```

```
    tiempo = j
```

```
    Fx_DEM = Arreglo_Fx_DEM[i]
```

```
    Fy_DEM = Arreglo_Fy_DEM[i]
```

```
    Fz_DEM = Arreglo_Fz_DEM[i]
```

```
    Fx_SPH = Arreglo_Fx_SPH[i]
```

```
    Fy_SPH = Arreglo_Fy_SPH[i]
```

```
    Fz_SPH = Arreglo_Fz_SPH[i]
```

```
    Px = Arreglo_Px[i]
```

```
    Py = Arreglo_Py[i]
```

```
Pz = Arreglo_Pz[i]
```

```
Area = Arreglo_Area[i]
```

```
# Cálculo del Radio del Punto
```

```
Radio = math.sqrt(Py * Py + Px * Px)
```

```
# Cálculo del Ángulo del Punto
```

```
x = Px
```

```
y = Py
```

```
pi = np.pi
```

```
if y == 0 and x > 0:
```

```
    Angulo = 0
```

```
elif y == 0 and x < 0:
```

```
    Angulo = 180
```

```
elif x == 0 and y > 0:
```

```
    Angulo = 90
```

```
elif x == 0 and y < 0:
```

```
    Angulo = 270
```

```
elif x < 0 and y != 0:
```

```
Angulo = 180 + math.atan(y / x) * 180 / pi
```

```
elif x > 0 and y < 0:
```

```
Angulo = 360 + math.atan(y / x) * 180 / pi
```

```
else:
```

```
Angulo = math.atan(y / x) * 180 / pi
```

```
# Vectores de Posición y Normalización
```

```
Vector_Posicion = np.array([Px, Py, Pz - Pz])
```

```
Normalizado_Vector_Posicion = Vector_Posicion / np.linalg.norm(Vector_Posicion)
```

```
# Vector Normal a la Pared
```

```
Vector_Normal_Pared = np.array([-Py, Px, Pz - Pz])
```

```
Vector_Normalizado_Pared = Vector_Normal_Pared /  
np.linalg.norm(Vector_Normal_Pared)
```

```
# Rotación del Vector Normal para Inclinación de 15°
```

```
oldX = Vector_Normalizado_Pared[0]
```

```
oldY = Vector_Normalizado_Pared[1]
```

```
Rotar = 0.261799 # 15 grados en radianes
```

```
newX = oldX * np.cos(Rotar) - oldY * np.sin(Rotar)
```

```
newY = oldX * np.sin(Rotar) + oldY * np.cos(Rotar)
```

```

Vector_Normalizado_Pared15 = np.array([newX, newY, 0])

# Cálculo de Magnitudes de Fuerza para DEM

Vector_Fuerza_DEM = np.array([Fx_DEM, Fy_DEM, Fz_DEM])

Fuerza_Normal_DEM = (np.dot(Vector_Fuerza_DEM, Normalizado_Vector_Posicion) /
np.dot(Normalizado_Vector_Posicion, Normalizado_Vector_Posicion)) *
Normalizado_Vector_Posicion

Fuerza_Normal_Pared15_DEM = (np.dot(Vector_Fuerza_DEM,
Vector_Normalizado_Pared15) / np.dot(Vector_Normalizado_Pared15,
Vector_Normalizado_Pared15)) * Vector_Normalizado_Pared15

Magnitud_Fn_DEM = np.linalg.norm(Fuerza_Normal_DEM)

Magnitud_FnP_DEM = np.linalg.norm(Fuerza_Normal_Pared15_DEM)

# Cálculo de Magnitudes de Fuerza para SPH

Vector_Fuerza_SPH = np.array([Fx_SPH, Fy_SPH, Fz_SPH])

Fuerza_Normal_SPH = (np.dot(Vector_Fuerza_SPH, Normalizado_Vector_Posicion) /
np.dot(Normalizado_Vector_Posicion, Normalizado_Vector_Posicion)) *
Normalizado_Vector_Posicion

Fuerza_Normal_Pared15_SPH = (np.dot(Vector_Fuerza_SPH,
Vector_Normalizado_Pared15) / np.dot(Vector_Normalizado_Pared15,
Vector_Normalizado_Pared15)) * Vector_Normalizado_Pared15

Magnitud_Fn_SPH = np.linalg.norm(Fuerza_Normal_SPH)

Magnitud_FnP_SPH = np.linalg.norm(Fuerza_Normal_Pared15_SPH)

```

```
# Escritura de los datos en el archivo

file.write("{}{}{}{}{}{}{}{}{}{}{}{}\n".format(IdNode, Px, Py, Pz, Magnitud_Fn_DEM,
Magnitud_FnP_DEM, Magnitud_Fn_SPH, Magnitud_FnP_SPH, Area, Angulo, Radio, tiempo))
```