UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA
SANTIAGO – CHILE

"SIMULACIÓN A GRAN ESCALA DEL IMPACTO DE LAS OLAS EN EL BORDE COSTERO"

RENATO OSORIO CASTRO

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL MECÁNICO

PROFESOR GUÍA: DR. ING. OLIVIER SKURTYS

PROFESOR CO-REFERENTE: DR. ING. CHRISTOPHER COOPER

SANTIAGO, OCTUBRE – 2016

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mis padres María Eugenia y Sergio, gracias por su apoyo incondicional, paciencia y amor. A mis hermanos Javiera, Bastian, Martín y Beto, por acompañarme siempre.

Especial mención al profesor Olivier Skurtys, quien me ayudó mucho en este trabajo y siempre tuvo la mejor disposición a resolver mis dudas y guiarme durante todo el proceso de titulación.

Santiago. Octubre, 2016.

RESUMEN

Se realizaron simulaciones numéricas para olas de tipo spilling y plunging bajo un modelo numérico tipo LES, que separa el fluido en dos escalas: una escala grande para la cual se resuelven las ecuaciones de Navier-Stokes, y una escala pequeña para la cual se aplicó el modelo de sub-grid de Smagorisky. Se simula la superficie libre a través del método VOF ("Volume of Fluid"). Se midió la elevación de la superficie de agua, la amplitud de las olas, su velocidad promediada, energía cinética turbulenta y esfuerzos de corte en el fondo marino. Se evaluó la precisión del método comparando los resultados de la simulación con los resultados experimentales del experimento de laboratorio de Ting & Kirby (1994). Se obtuvieron resultados satisfactorios en el punto de rotura de la ola y su estructura hidrodinámica, sin embargo la simulación no logró predecir con precisión la altura de la ola al momento de su rotura ni sus niveles de turbulencia. Han sido caracterizadas las diferencias de comportamiento hidrodinámico entre una ola tipo spilling y una tipo plunging. Finalmente se intentó establecer la forma en que se modifica la morfología costera midiendo los esfuerzos de corte en el fondo marino, sin embargo, bajo las condiciones elegidas para la simulación no existe movimiento de sedimentos.

ABSTRACT

Numerical simulations were performed for spilling and plunging waves using a LES model, in which the fluid is separated into two scales: a large one in which Navier Stokes equations are solved, and a small one in which a Smagorisnky sub-grid scale model is used. The free surface is simulated with the VOF (Volume of fluid) method. The elevation of the free surface of water was measured, along with the amplitude of the waves, the mean velocity, kinetic turbulent energy and shear stresses in the sea bottom. The precision of the method was evaluated, in comparison with experimental measures of the Ting & Kirby (1994) lab experiment. Satisfactory results were obtained in the breaking point of the wave and his hydrodynamic structure, nevertheless, the simulation failed to predict either the height of the wave at the time of breaking or its turbulence levels. The difference of hydrodynamic behavior between spilling and plunging waves has been characterized. Finally, there was an attempt to establish the way in which the coastal morphology is modified, by measuring the shear stresses in the sea bottom, however, under the conditions simulated, there is no sediment movement.

TABLA DE CONTENIDO

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN 6
CAPÍTULO 2: ESTADO DEL ARTE 8
2.1. Métodos de investigación. 10
2.1.1. Experimentos de campo. 10
2.1.2. Experimentos de laboratorio. 11
2.1.3. Simulación numérica. 12
CAPÍTULO 3: MARCO TEÓRICO 15
3.1. Ecuaciones de Navier Stokes. 15
3.2. Turbulencia. 15
3.3. Large Eddy Simulation. 16
3.3.1. Filtrado. 19
3.3.2. Ecuaciones de Navier Stokes filtradas para el modelo LES. 20
3.3.3. Modelo sub-grid Smagorinsky. 21
3.4. Volume of Fluid (VOF) 23
3.5. Clasificación de Olas. 25
3.6. Modelamiento de las olas. 27
CAPÍTULO 4: METODOLOGÍA Y CONFIGURACIÓN DE LA SIMULACIÓN 28
4.1. Geometría y enmallado. 28
4.2. Condiciones de Borde. 30
4.3. Post procesamiento. 31
CAPÍTULO 5: RESULTADOS Y DISCUSIÓN 34
5.1. Simulación de olas con rotura tipo spilling. 34
5.1.1. Análisis de elevación y amplitudes 34
5.1.2. Análisis de elevación instantánea. 36
5.1.3. Análisis de velocidad promediada. 37
5.1.4. Análisis de la energía cinética turbulenta. 39
5.2. Simulación de olas con rotura tipo plunging. 42
5.2.1. Análisis de elevación y amplitudes. 42
5.2.2. Análisis de elevación instantánea. 43
5.2.3. Análisis de velocidad promediada. 44
5.2.4. Análisis de la energía cinética turbulenta. 46
CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES 49
A. ANEXO. 51
A.1. OpenFoam® 51
A.1.2. Waves2Foam. 51

A.2. MATLAB. 54
B. BIBLIOGRAFÍA. 59

TABLA DE FIGURAS

FIGURA 1: ESQUEMA DE LAS CERCANÍAS DEL BORDE COSTERO..... 9
FIGURA 2: INSTALACIÓN MONTADA EN LA PLAYA JAPONESA DE HASAKI. 10
FIGURA 3: CONFIGURACIÓN EXPERIMENTO DE TING AND KIRBY..... 11
FIGURA 4: VOLCAMIENTO Y ROTURA DE OLA TIPO "PLUNGING" SIMULADA POR LUBIN. 14
FIGURA 5: BALANCE DE ENERGÍA PARA LES. 18
FIGURA 6: CONCEPTO LARGE EDDY SIMULATION 18
FIGURA 7: DIFERENCIAS ENTRE LES Y DNS. 19
FIGURA 8: TIPOS DE FILTRO. 20
FIGURA 9: DEFINICIÓN GRÁFICA DE LAS CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES DE UNA OLA..... 25
FIGURA 10: TIPOS DE ROMPIMIENTO DE OLAS. 26
FIGURA 11: GEOMETRÍA DEL CANAL EN EL QUE SE REALIZA LA SIMULACIÓN. 28
FIGURA 12: VISTA DE LA GEOMETRÍA DEL CANAL. 29
FIGURA 13: ACERCAMIENTO SOBRE LA MALLA UTILIZADA EN LA SIMULACIÓN 29
FIGURA 14: GRÁFICO CON CURVAS DE SHIELDS, PARA $\tau +$ Y $R *$. 33
FIGURA 15: DISTRIBUCIÓN DE AMPLITUDES Y $\zeta(x)$ PARA "SPILLING BREAKERS". 35
FIGURA 16: ELEVACIÓN INSTANTÁNEA DE LA SUPERFICIE DE AGUA OLA TIPO SPILLING 37
FIGURA 17: VARIACIÓN DE LA VELOCIDAD MEDIA OLA TIPO SPILLING. 38
FIGURA 18: COMPARACIÓN DE LOS NIVELES DE TURBULENCIA OLA DE TIPO "SPILLING". ... 40
FIGURA 19: ESFUERZO DE CORTE EN EL FONDO MARINO PARA OLA TIPO SPILLING. 41
FIGURA 20: DISTRIBUCIÓN DE AMPLITUDES Y $\zeta(x)$ PARA "PLUNGING BREAKERS". 42
FIGURA 21: ELEVACIÓN INSTANTÁNEA DE LA SUPERFICIE DE AGUA OLA TIPO PLUNGING... 44
FIGURA 22: VARIACIÓN DE LA VELOCIDAD MEDIA TIPO PLUNGING..... 45
FIGURA 23: COMPARACIÓN DE LOS NIVELES DE TURBULENCIA OLA DE TIPO "PLUNGING".. 46
FIGURA 24: ESFUERZO DE CORTE EN EL FONDO MARINO PARA OLA TIPO PLUNGING. 47
FIGURA 25: RESULTADOS PARA OLA SPILLING CON DISTINTAS MALLAS. 48
FIGURA 26: RESULTADOS PARA OLA PLUNGING CON DISTINTAS MALLAS. 48
FIGURA 28: ESTRUCTURA DE OPENFOAM. 51
FIGURA 29: REPRESENTACIÓN DE LA VARIACIÓN DE XR CON αR. 52
FIGURA 30: DISPOSICIÓN DE LA "RELAXATION ZONES" 53

CAPÍTULO 1:

INTRODUCCIÓN

Las zonas costeras se definen como aquellas áreas en donde se intersectan los procesos marinos, terrestres y atmosféricos. La interacción de estos tres sistemas determina la morfología de la costa. La naturaleza dinámica de estos espacios los vuelve difíciles de predecir y modelar. En estas zonas operan procesos hidrodinámicos responsables por el desplazamiento de sedimentos desde la superficie costera hacia el océano, o también inversamente, produciéndose acumulación de sedimentos en el litoral.

Las olas generadas por acción del viento son la más importante fuente de energía para los procesos que ocurren en la costa, y constituyen la principal fuerza modificadora de la morfología litoral.

Se define una ola como una onda con desplazamiento vertical ocurriendo en una superficie de agua. Cuando las olas son generadas por la acción del viento, existe una transferencia de energía desde el viento hacia el agua superficial. Las olas generadas por efecto del viento son periódicas, y se mueven en la dirección en la que el viento sopla.

Como en muchos campos de la ingeniería, el estudio de los procesos costeros está siendo abordado de manera cada vez más frecuente a través de métodos de simulación numérica. La Dinámica de Fluidos Computacional (CFD, "Computational Fluid Dynamics") es una disciplina que utiliza la discretización de espacios y aplicación de métodos y algoritmos matemáticos para la resolver y analizar problemas de mecánica de fluidos. Esta técnica permite estudiar los fenómenos físicos involucrados en el impacto de las olas en el borde costero.

Una dificultad importante para obtener una predicción precisa en los resultados de simulaciones numéricas es el fenómeno de la turbulencia. La turbulencia es una característica del flujo para el cual el fluido presenta fuertes de presión y velocidad. La mayoría de los problemas de mecánica de fluidos, tanto los que involucran flujos naturales como aquellos producidos por la acción humana, deben necesariamente lidiar con esta condición.

Como es de suponerse, el impacto de una ola en el borde costero es un proceso que debe ser descrito considerando la turbulencia. Más concretamente, la fuerte reducción en la altura de una ola que rompe puede entenderse como una transferencia de energía: antes de romper la energía es transportada por la ola, y luego de su rompimiento esta energía se disipa a través del agua en forma de turbulencia.

Para incluir en los resultados el fenómeno de la turbulencia, es posible utilizar el modelo matemático conocido como LES (Simulación a gran escala, "Large Eddy Simulation"), el cual resuelve para ciertas escalas mayores las ecuaciones de Navier Stokes, mientras que las escalas más pequeñas son modeladas mediante modelos conocidos en inglés como "sub-grid scale", (SGS). Los modelos de "sub-grid scale" se utilizan para representar los efectos de las escalas

no resueltas e incluirlos en las ecuaciones que gobiernan el movimiento a gran escala. El principal modelo de este tipo es el modelo de Smagorinsky (1963).

El esquema LES ha permitido reducir el tiempo de cálculo, a la vez que cumplir con las exigencias en la precisión de los resultados.

El objetivo de esta memoria es estudiar el comportamiento hidrodinámico del flujo producido por las olas en su llegada a la costa, y analizar la relación entre el movimiento de los fluidos y el transporte de sedimentos en los bordes costeros. Con este fin se utiliza un modelo matemático, el cual es evaluado en su precisión comparando sus resultados con los de un estudio experimental.

Las herramientas de análisis utilizadas para el estudio del impacto de las olas en la costa son la medición de la elevación de las superficies del mar, la distribución de las amplitudes de las olas, perfiles de velocidad, índices de turbulencia, y esfuerzos de corte en el fondo marino.

Las condiciones de las simulaciones serán las utilizadas en el estudio de perfiles de velocidades y turbulencia en dos dimensiones hecho por Ting & Kirby (1994), en donde se montaron experimentalmente las características adecuadas para el estudio del efecto de las olas en el movimiento de sedimentos. Con ello se buscan validar los resultados encontrados, compararlos y concluir sobre la precisión del método numérico y de la simulación en general.

Se describe a continuación la organización y contenido de la memoria: Capítulo 1: Introducción; Capítulo 2: Estado del Arte: se realiza una revisión de la bibliografía que trata sobre el fenómeno de rompimiento de las olas y sus efectos en la costa, citándose estudios relevantes para los tres tipos de principales de investigación, experimentos de campo, experimentos de laboratorio y simulaciones numéricas; Capítulo 3: Marco teórico: se describen los conceptos y ecuaciones que permiten modelar el fenómeno en estudio. Además se detallan los modelos matemáticos utilizados en la simulación (LES y VOF); Capítulo 4: Metodología y configuración de la simulación: se indican los softwares manipulados para llevar a cabo la simulación, además de detallar las características específicas de la misma; Capítulo 5: Resultados y Análisis: se presentan los resultados de las simulaciones hechas y se comenta acerca de la precisión de ellos; Capítulo 6. Conclusiones: comentarios finales sobre precisión del método, resultados y perspectivas de trabajo futuro.

CAPÍTULO 2:

ESTADO DEL ARTE

Cualquier individuo que preste atención al fenómeno de rompimiento de las olas en el borde costero podrá notar la complejidad del fenómeno: comienza la ola siendo una perturbación suave y coherente; a medida que la ola se acerca al borde costero su amplitud y velocidad comienzan a cambiar, el movimiento se vuelve más impredecible y violento, hasta eventualmente terminar la cresta de la ola cayendo con dirección al fondo del agua.

Desde el punto de vista de la mecánica de fluidos, el fenómeno se puede describir como una transformación irreversible y completa de movimiento organizado de una ola generada por la acción del viento, a movimiento de distintas escalas, incluyendo corrientes, vórtices y turbulencia en la pequeña escala (Battjes, 1988).

La rotura o volcamiento de una ola genera la disipación de la energía con la que viene la ola y la posterior generación de turbulencia.

La zona del borde costero comprendida entre el nivel máximo y mínimo que alcanza el agua durante el ciclo de avance y retroceso de una ola se denomina "swash zone", o zona de resaca. Esta zona es muy turbulenta (en párrafos posteriores se analizará el concepto de turbulencia en profundidad) y reviste, junto con la zona donde revientan las olas, llamada "surf zone" (ver **Figura 1**) gran importancia para los fenómenos de transporte de sedimentos. Considérese que en estas áreas la concentración de partículas es varios grados de magnitud mayor que en otras zonas de la costa, gracias a esta condición se producen allí gran cantidad de fenómenos relevantes.

El alto nivel de actividad hidrodinámica, tanto en la "surf zone" como en la "swash zone", influencia gran parte de los procesos costeros, es por ello la importancia que tienen las olas en el equilibrio de las playas. En muchas ocasiones, las olas que se presentan luego de una tormenta posibilitan el transporte de arena desde lugares alejados de la costa hasta la playa misma, efectuándose de tal forma la recuperación de los sedimentos perdidos durante la tormenta. Esta característica especial de las olas tiene utilidad en el diseño ingenieril de barreras para protección de tsunamis, además de mecanismos preventivos sobre la erosión de acantilados y dunas.

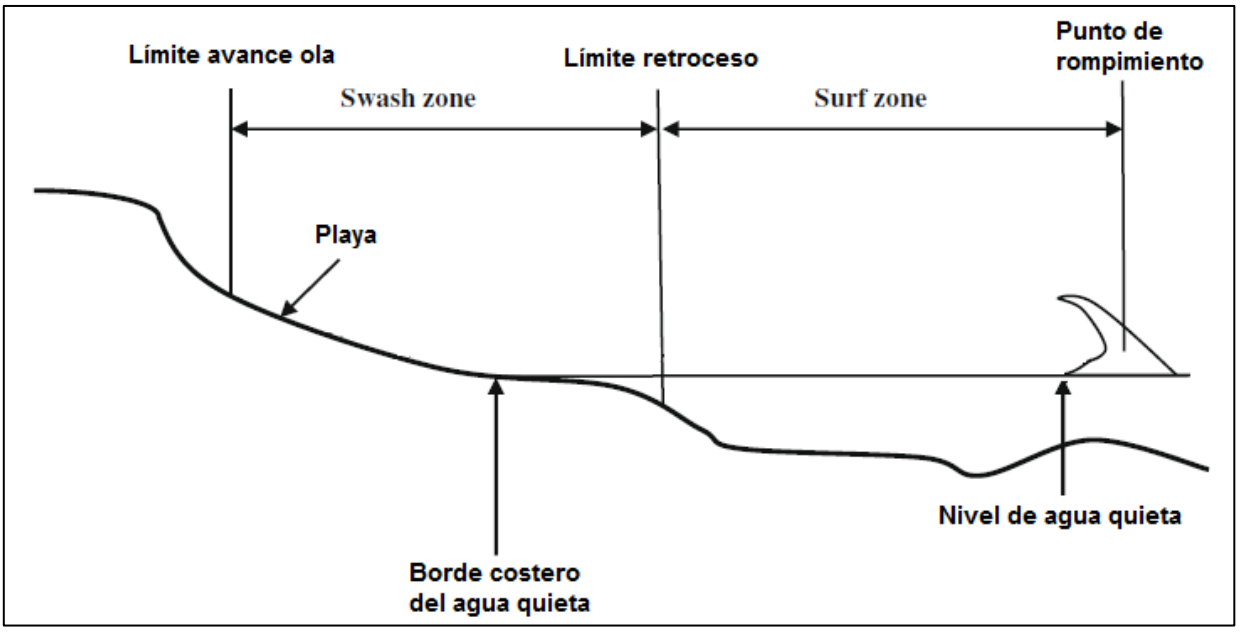


Figura 1: Esquema de las cercanías del borde costero (Fuente: Bakhtyar, Barry, Yeganeh-Bakhtiary, & Ghaheri, 2009).

Peregrine (1983) hace una revisión exhaustiva del fenómeno de rotura de las olas, tratando este evento como suceso específico en cada caso. Sin embargo, solamente considerando el lugar en donde ocurre el volcamiento de la ola ("breaking point") es posible notar que existe una gran variación entre dos olas consecutivas, existiendo más bien un rango espacial en el que ocurre la rotura y no un punto único. Lo mismo se puede decir sobre la respuesta que manifiesta la surf zone, la cual responde de distinta forma a olas sucesivas, introduciendo distintas condiciones en profundidades y corrientes.

La razón que explica este enfoque es que la mayoría de las olas que sufren volcamiento cuando sus características no difieren demasiado de una ola solitaria o solitón[1]. De esta forma, el autor plantea que un entendimiento mayor desde el punto de vista analítico, numérico y experimental puede ser logrado mediante el estudio de este tipo de olas para diferentes pendientes.

Respecto de las olas incidentes, Battjes (1988) indica que éstas entregan su energía a la hidrodinámica presente en la surf zone, y para predecir adecuadamente estos movimiento, es necesario un modelo que disipe correctamente la energía

Battjes enfoca su estudio en la hidrodinámica en la surf zone. Revisando investigaciones anteriores, expone resultados y plantea los puntos principales en los que los futuros estudios deberían enfocarse.

Battjes concluye que el movimiento que se genera en la zona posterior al volcamiento de la ola es vagamente entendido; aun cuando se sabe que existe presencia de vórtices, esta explicación es sólo cualitativa y no cuantitativa.

[1] La ola solitaria fue observada y descrita por John Scott Russell. Son olas estables no disipativas que pueden viajar grandes distancias a velocidad constante y sin modificar ostensiblemente su forma.

2.1. Métodos de investigación.

Durante las últimas tres décadas se han hecho importantes avances en la comprensión del fenómeno global de incidencia de olas en la costa.

Diferentes formas de estudio se han utilizado para la comprensión de los fenómenos ya descritos, siendo posible separarlas en tres tipos distinguibles, aunque varias investigaciones usan más de una:

2.1.1. Experimentos de campo.

"Swash-zone sediment transport and foreshore evolution field experiments and mathematical modeling" (Larson et al, 2004).

Se monta un sitio de mediciones en una zona costera que tenga las características requeridas por la investigación. En general resulta muy costoso, debido al precio del equipamiento empleado. También resulta difícil sortear los cambios en las condiciones atmosféricas (temperatura, presión, humedad), haciendo difícil la obtención robusta de datos.

Figura 2: Instalación montada en la playa japonesa de Hasaki para registrar la hidrodinámica costera y el trasporte de sedimentos. Fuente: Larson et al, 2004.

Un estudio de estas características es el que desarrolló Larson et al. (2004), en esta investigación se obtuvieron datos de campo tomados en dos playas del Pacífico en Japón, a partir de ellos se analizó el transporte neto de sedimentos y la respuesta morfológica de la playa. Con la ayuda de un bulldozer se modificó la pendiente de la costa, haciéndola ya sea más empinada o más suave. Luego de esto se procedió a medir el proceso de re-equilibrio morfológico de la costa mediante la acción de olas incidentes.

Posteriormente se desarrolló, a partir de base teórica, la siguiente fórmula:

$$q_{net} = K_c\, 2\sqrt{2g}\, R^{\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{z}{R}\right)^2 * \frac{\tan\phi_m}{\tan^2\phi_m - \left({dh}/{dx}\right)^2} \left(\frac{dh}{dx} - \tan\beta_c\right) \qquad (1)$$

Siendo q_{net} la tasa de transporte de sedimentos desde el fondo marino, ϕ_m el ángulo de fricción para un grano en movimiento, K_c coeficiente numérico, dh/dx corresponde a la pendiente local de la playa, z es la elevación medida desde z=0 justo en el fondo marino en tanto que R es la elevación máxima a la que llega el agua y β_c es el ángulo de inclinación para el cual q_{net}= 0.

La fórmula permite predecir el transporte neto de sedimentos, produciendo resultados satisfactorios comparados con la información registrada durante el funcionamiento de la instalación de medición. De todas formas, se declara la necesaria profundización y perfeccionamiento de este modelo matemático, que solamente está referido a la modificación de la morfología costera más exterior del sistema (swash zone) y no del transporte al interior de la surf zone.

2.1.2. Experimentos de laboratorio.

"Observation of undertow and turbulence in a laboratory surf zone" (Ting and Kirby, 1994).

Se instala un banco de mediciones en un laboratorio, lo cual permite estabilizar y manejar las condiciones ambientales del experimento. Se fijan variables muy específicas a medir, lo que tiene efectos positivos y negativos: por un lado, se obtienen datos muy robustos de una configuración específica, y por el otro, la configuración elegida es en sí limitante, dado que existen muchas otras alternativas de experimento que no pueden ser reproducidas.

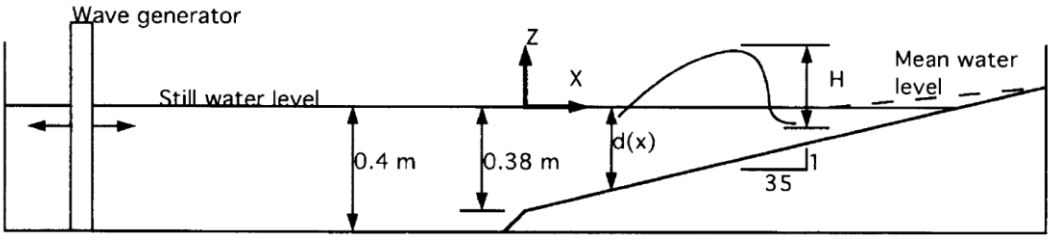


Figura 3: Configuración experimento de Ting and Kirby, 1994.

Ting & Kirby (1994) estudiaron corrientes de restitución ("undertow") y niveles de energía turbulenta en un canal artificial con pendiente constante para un flujo producido por dos tipos de olas ("spilling" y "plunging"). Se midieron velocidades utilizando un método no invasivo gracias al uso de un anemómetro láser Doppler. Se compararon resultados entre los dos tipos de olas registrados. Las mediciones se realizaron por debajo del nivel de depresión de la ola y por sobre la capa límite del fondo del canal.

Dean (1973) demostró gracias a un modelo heurístico que olas de gran altura y periodos cortos provocan transporte de sedimentos hacia mar adentro y erosión de la costa, mientras que olas de altura moderada y periodos más largos desplazan sedimentación hacia los bordes costeros, con el consecuente acrecentamiento de las playas.

Para estudiar la correlación anterior, y establecer qué mecanismo hidrodinámico produce el movimiento de sedimentos, Ting & Kirby (1994) calcularon la correlación entre velocidad media del flujo y su tasa de turbulencia, intentando explicar relación existente entre estas variables –que son determinadas por las olas incidentes- y el transporte de sedimentos.

La principal conclusión del estudio de Ting & Kirby (1994) es que el transporte de sedimentos desde y hacia la costa está determinado principalmente por la correlación entre el flujo medio generado por las olas y la intensidad de la turbulencia en surf y swash zones. Es por esto que modelos futuros que pretendan predecir correctamente los procesos costeros (además del transporte de sedimentos) deben lograr modelar con precisión la distribución espacial y temporal de la turbulencia, además de su relación con el flujo medio.

2.1.3. Simulación numérica.

Se utilizan métodos numéricos y algoritmos para simular las condiciones de la costa. Actualmente este tipo de investigación conduce los avances en el entendimiento de los procesos hidrodinámicos costeros, en gran medida gracias a la mejora del hardware computacional, lo que hace posibles cálculos más robustos. Sus costos pueden ser menores en relación a las otras dos alternativas, y permite complementarse con los restantes métodos de investigación, mediante el testeo de los modelos numéricos, comparándose sus resultados con datos extraídos desde laboratorios y campo de mediciones. A continuación se presentan tres trabajos de este tipo.

a) "Large eddy simulation on spilling and plunging breakers" (Christensen, 2006).

Christensen (2006) estudió mediante soluciones computacionales de las ecuaciones de Navier Stokes, en conjunto con modelación de la superficie libre (VOF), el volcamiento de olas, además de sus corrientes de restitución e intensidad de turbulencia. Las escalas turbulentas más grandes que el tamaño de la malla son resueltas mientras que aquellas más pequeñas son modeladas mediante dos modelaciones, a saber: modelo de Smagorinsky y "k-equation model".

La simulación consiste en hacer incidir dos tipos de ola (spilling y plunging) al borde costero para 20 y 16 periodos, luego comparar con resultados empíricos.

Los resultados resultaros ser satisfactorios para la forma de la ola en la parte interior de la surf zone, pero el punto de volcamiento y los niveles de turbulencia no respondieron con la precisión esperada. Una de las causas que explicarían la falta de precisión es que la malla no fue lo suficientemente fina, tanto en la cresta de la ola como en las zonas aledañas a ésta. Dado los altos requerimiento de procesamiento que exigen están simulaciones se privilegió una malla más fina en zonas más profundas con tal de mejorar la precisión en resultados estos lugares.

b) "Numerical simulation of surf–swash zone motions and turbulent flow" (R. Bakhtyar et al, 2009).

Se utilizaron las soluciones numéricas para las ecuaciones RANS ("Reynolds-Averaged Navier–Stokes") en conjunto con dos ecuaciones adicionales (modelo k-ε) para representar las propiedades turbulentas del flujo. Además, para el seguimiento de la superficie libre se empleó el método VOF ("Volume of fluid").

En una primera parte se compararon los resultados del modelo con valores experimentales para dos tipos de ola (nuevamente "spilling" y "plunging"). Campo de velocidades, evolución de la forma de la ola, además de la turbulencia y otros parámetros fueron cotejados para probar la eficacia del método.

En la segunda parte del trabajo diferentes dos parámetros de olas se simularon en la "swash zone" y se compararon con datos experimentales. Se utilizaron como parámetros de estudio la elevación de la superficie, la altura de la ola y su "undertow".

El trabajo de Bakhtyar (2009) permitió establecer la precisión del método RANS k-ε para simular adecuadamente la hidrodinámica de las olas en la "swash" y "surf zones". Concluyó que el modelo logra buenos resultados para la mayor parte de los parámetros analizados, exceptuando la turbulencia, en donde se sugiere seguir en la búsqueda de métodos que tomen en cuenta el atrapamiento del aire y se explore la alternativa de modelos en tres dimensiones.

c) "Three-dimensional Large Eddy Simulation of air entrainment under plunging breaking waves" (Lubin et al, 2006).

En este trabajo se hace uso de un modelo 3-D con modelación de turbulencia sub-grid LES, además se introduce una nueva herramienta con el fin de incluir el atrapamiento del aire (ver **Figura 4**) durante el proceso de rompimiento de una ola tipo "plunging" y calcular la interface aire-agua: el modelo "Total Variation Decreasing Lax-Wendroff".

La primera parte del artículo muestra la validación del método utilizando tres diferentes experimentos: la propagación de una ola en un fondo plano, la subida de una burbuja esférica de aire en un estanque de agua estática y el rompimiento de una represa de agua en un fondo con agua.

Los resultados de las validaciones fueron satisfactorios, habiéndose probado conservación de masa y energía, además de una concordancia entre resultados numéricos y experimentales.

En la segunda parte se fijan las condiciones iniciales para lograr describir un flujo de olas sinusoidales inestables en un amplio rango de tipo de ola. Partiendo de una "plunging" débil y llegando a una "collapsing". En distintas secciones se analiza el proceso de volcamiento, "splash-up" (rotura de la ola), vórtices y atrapamiento de aire.

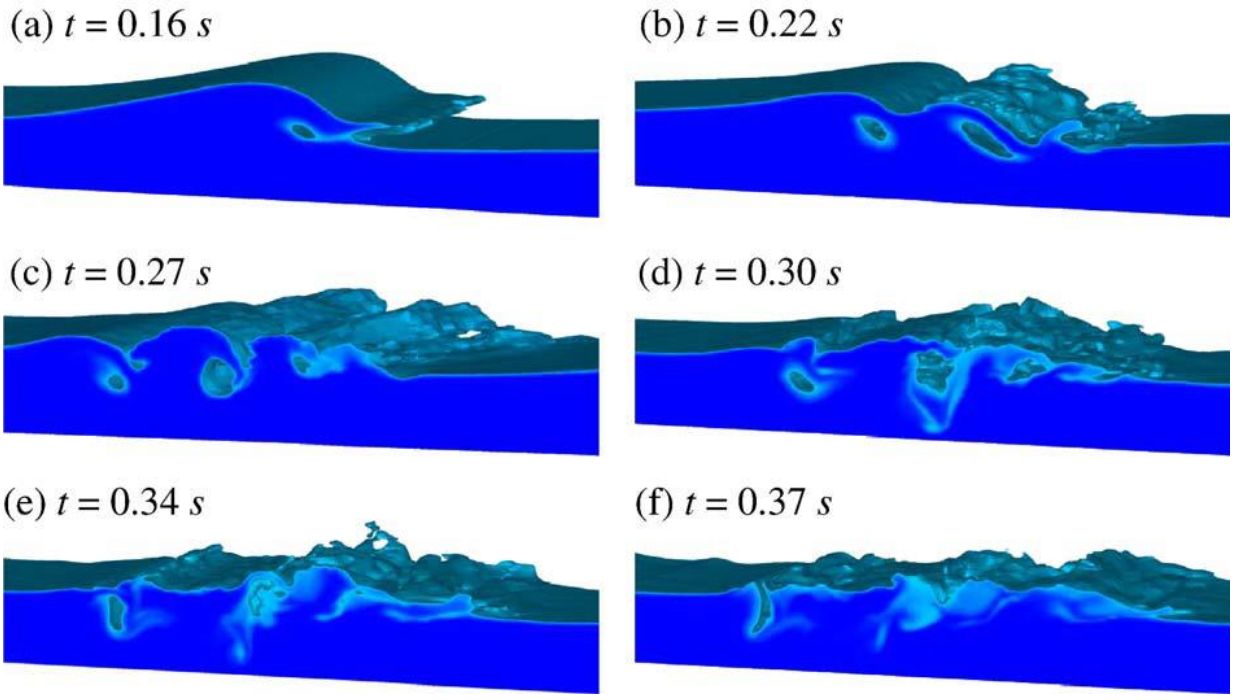


Figura 4: Volcamiento y rotura de ola tipo "plunging" simulada por Lubin. Fuente: Lubin et al, 2006.

El estudio prueba la capacidad del método planteado para lidiar con flujos de dos fases en aplicaciones costeras. Esto constituye un avance en la confiabilidad en la descripción de superficies libre, vórtices y el efecto del atrapamiento del aire.

CAPÍTULO 3:

MARCO TEÓRICO

3.1. Ecuaciones de Navier Stokes.

El fenómeno tratado es modelado utilizando las ecuaciones de Navier Stokes para flujo incompresible. Este consiste en dos ecuaciones: conservación de la masa y momento en hidrodinámica respectivamente:

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \tag{2}$$

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{v} + \rho \vec{f_m} \tag{3}$$

Donde $\vec{v}$ representa las 3 componentes de la velocidad (x, y, z), ρ la densidad del fluido, p es la presión, μ es la viscosidad dinámica, $\vec{f_m}$ las fuerzas volumétricas, mientras que t es la tiempo y $\frac{D}{Dt}$ es la derivada material.

3.2. Turbulencia.

Como ya se ha dicho, el volcamiento de una ola genera gran disipación de energía, generando turbulencia, y la energía que no logra ser disipada es reflejada por la playa.

La turbulencia concita gran interés dentro del área de la mecánica de fluidos. En ingeniería, la característica de mayor importancia para flujos turbulentos consiste en el aumento de la transferencia de momento y calor (en realidad de cualquier propiedad intensiva), o lo que puede ser dicho de forma más simple, que a mayor nivel de turbulencia el fluido se mezcla más. La turbulencia además produce mayores pérdidas en el fluido debido a la fricción por el contacto con paredes sólidas.

Las características que definen un flujo turbulento son la presencia de movimiento en múltiples escalas, gran inestabilidad y la imposibilidad de determinar exactamente qué efectos puede tener una pequeña perturbación inicial en el régimen posterior (Lesieur, 2012).

Ha sido verificado que flujos turbulentos presentan estructuras coherentes, y si bien puede ser posible establecer determinísticamente qué eventos son los responsables de la mayor parte de los fenómenos de la turbulencia, su naturaleza altamente aleatoria de hace que estas estructuras difieran en tamaño, fuerza y tiempo de ocurrencia, con lo que su estudio se vuelve extremadamente complejo.

Al estudiar un campo de velocidades turbulento se aprecia que para todo flujo turbulento existen vórtices. Al interior de estos vórtices existen fluctuaciones para los valores de velocidad y temperatura, las cuales existen a distintas escalas. En la gran escala se presentan vórtices que extraen energía del movimiento del flujo medio y por ende ambos son de orden de magnitud simular en cuanto a tamaño, siendo las fluctuaciones de estos remolinos de muy baja frecuencia (Rodi, Constantinescu, & Stoesser, 2013). Estos vórtices se rompen y crean nuevos vórtices de menor tamaño, pero estos últimos fluctúan a una mayor frecuencia (ver **Figura 5**).

El proceso se repite hasta que las fuerzas viscosas disipan la energía presente en los vórtices, es ésta la llamada pequeña escala. En esta escala la energía cinética del fluido es transformada irreversiblemente en energía térmica, debido al efecto de las fuerzas viscosas.

Al producirse el "wave breaking" la energía presente en la onda es traspasada en gran proporción al flujo de la surf zone, el cual adquiere características turbulentas. Comúnmente se considera a la energía turbulenta responsable por la suspensión de sedimentos, lo que deja a estas partículas disponibles para el transporte mediante el flujo medio.

Es así como se vuelve razonable asumir que el transporte de la energía turbulenta puede ser utilizado como símil para predecir el transporte de sedimentos. Más aún, al entender la relación entre el transporte de la energía turbulenta por el flujo medio, se pueden llegar a establecer probables modificaciones del perfil del borde costero.

Finalmente, el modelo que se intenta construir debe necesariamente retratar de forma correcta las variaciones espaciales y temporales de la turbulencia, para hacer una predicción correcta de las tasas y direcciones de transporte de sedimentos.

3.3. Large Eddy Simulation.

Antes de definir el método numérico LES ("Large Eddy Simulation", Simulación a gran escala) es necesario presentar la simulación numérica directa ("Direct Numerical Simulation", DNS). Este método numérico simula todo el espectro de escalas de movimiento a través de la resolución de las ecuaciones de Navier Stokes y una malla lo suficientemente fina como para tomar en cuenta en los resultados la disipación viscosa (la llamada escala de Kolmogorov, η). Para la mayoría de los casos reales el costo computacional de esta clase de simulaciones excede con creces la capacidad actual de procesamiento, y difícilmente en el futuro cercano exista el hardware que consiga lidiar con esa carga numérica (Ferzinger & Peric, 2002).

Los resultados que se obtienen para casos muy simples en los que es posible usar DNS (a bajos números de Reynolds) son de gran precisión, y permiten entender los mecanismos de producción de la turbulencia, sin embargo el interés ingenieril no necesita ese grado de detalle.

Es necesaria entonces la utilización de un método para el cual el costo de procesamiento sea inferior a DNS, lo que permita su uso con propósitos prácticos.

El esquema LES o de simulación a gran escala tiene como idea inicial el separar la turbulencia en dos grandes grupos: el movimiento en gran escala, que se simulará directamente, y el movimiento en escala menor, que será modelado (Pope, 2000).

La razón por la cual es posible dar un tratamiento distinto a estas dos escalas de movimiento es que ambas se originan mediante mecanismos distintos. En la gran escala los vórtices se provocan debido a la hidrodinámica del flujo medio además de las condiciones de borde y geometrías circundantes (para una simulación estas características deben ser descritas de forma determinística), esto origina un movimiento ordenado y que perdura en el tiempo. En cambio, el movimiento en la pequeña escala, el cual es producido por el "break-up" de los vórtices en la gran escala, posee una fisonomía aleatoria, aunque homogénea e isotrópica localmente, motivo por el cual puede ser descrito estadísticamente.

En el caso del rompimiento de una ola en el borde costero se produce una transición coherente de la energía, partiendo desde la ola inicial, y continuando hasta su rotura, la que es responsable por la creación de la turbulencia, primero a gran escala, y de ésta hacia la turbulencia en escala pequeña en la que se disipa la energía. En general, al resolver las ecuaciones de Navier Stokes, entre un 80-90% de la energía de la ola inicial se resuelve e incluye en los resultados de la gran escala.

La separación entre lo que se llama movimiento en gran escala y movimiento en la pequeña escala está definida idealmente en aquel intervalo donde no se produzca un ingreso demasiado grande de energía desde el flujo medio y tampoco exista disipación, vale decir, para este tamaño de vórtice la tasa de energía se trasmite desde la gran escala a la pequeña (este traspaso de energía es llamado "cascada de energía", ver **Figura 6**).

En la Figura 6 se muestra el espectro de energía en relación a la frecuencia de oscilación $k_{cut-off}$. Aquí se ve que es en la gran escala en donde se concentra la mayor cantidad de energía cinética (a baja frecuencia) y el método LES la representa fielmente, en cambio para la pequeña escala, la cual es modelada, se aprecia que LES no alcanza la misma precisión que DNS, pero a cambio de esta simplificación reduce su costo de procesamiento (ver **Figura 7**).

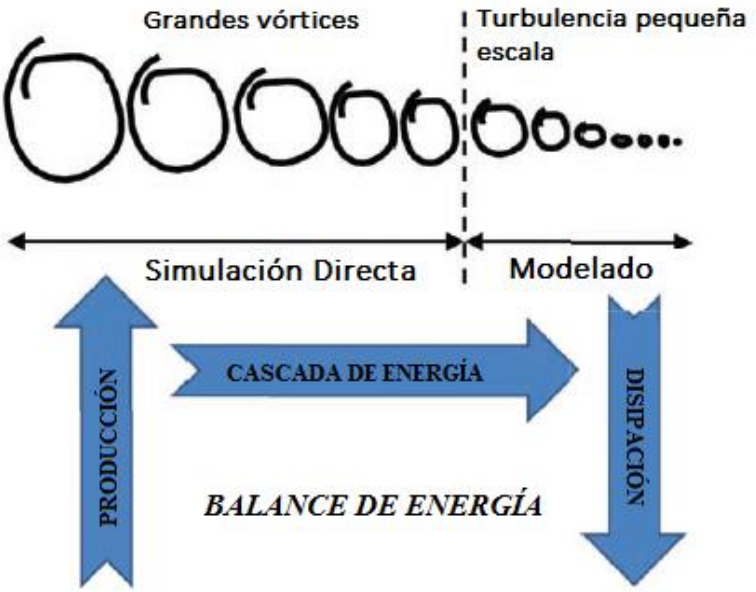


Figura 5: Balance de energía para LES. Fuente: Rodi, Constantinescu, & Stoesser, 2013.

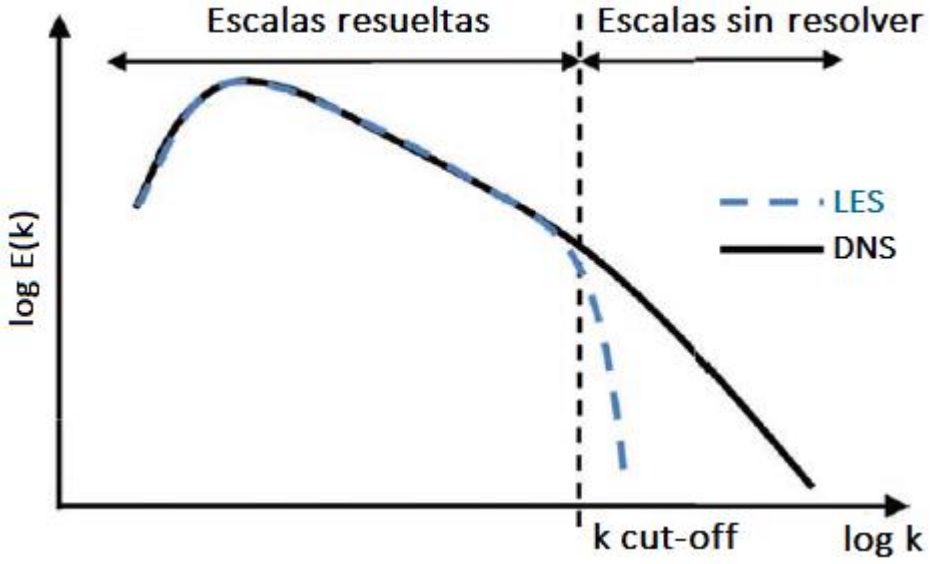


Figura 6: Concepto Large Eddy Simulation en relación al flujo y espectro de energía. Fuente: Rodi, Constantinescu, & Stoesser, 2013.

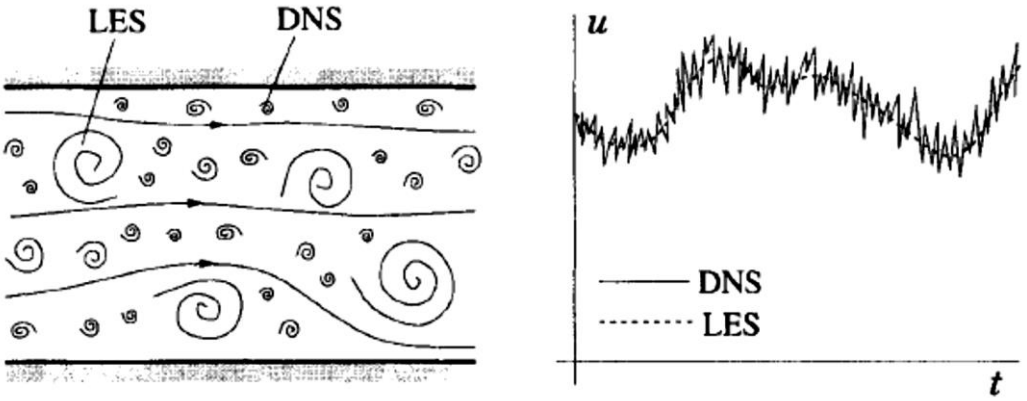


Figura 7: Diferencias entre LES y DNS. Mientras LES opera con promedios locales, DNS resuelve todas las escalas pudiéndose notar la diferencia de precisión entre los métodos. Fuente: J. H. Ferzinger, 2002.

3.3.1. Filtrado.

Para utilizar el método LES es necesario remover la escala pequeña de las soluciones de las ecuaciones de Navier-Stokes. Para conseguir aquello se realiza un tipo de descomposición similar a la descomposición de Reynolds[2] (Rodi, Constantinescu, & Stoesser, 2013) con la diferencia que este filtrado es espacial, en tanto que el de Reynolds es temporal, representado en la siguiente ecuación:

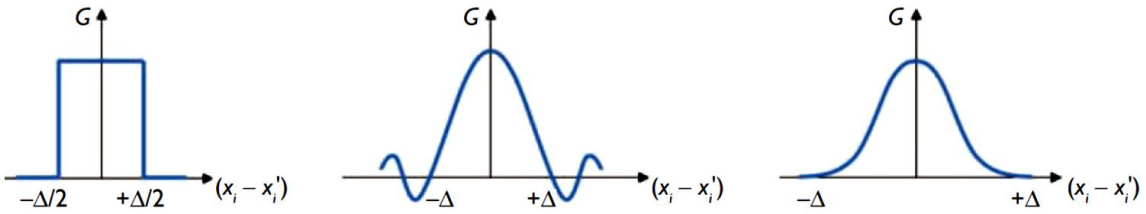
$$u(x,y,z,t) = \overline{u(x,y,z,t)} + u'(x,y,z,t) \tag{4}$$

Aquí $\bar{u}$ es el valor resuelto (el que será simulado), mientras que u' es su desviación. Leonard (1974) propuso un método de filtrado que permite, a partir del campo de velocidades, obtener los valores resueltos mediante la obtención de promedios locales. Se usará notación en una dimensión, pero el método es válido en tres dimensiones siguiendo la misma metodología.

$$\bar{u}(x_i,t) = \int_D G(x_i, x_i', t)\, u(x_i', t) dx_i' \tag{5}$$

Aquí D es el dominio completo del campo de velocidades y es $G(x_i, x_i', t)$ es el kernel de filtrado, el cual puede ser Gaussiano, Cut-off o de caja. Cada filtro tiene asociado un tamaño de escala Δ (ver **Figura 8**). A groso modo se puede indicar que los vórtices de tamaño mayor que Δ estarán en la gran escala, en tanto los de tamaño menor estarán en la escala pequeña y serán modelados.

[2] La descomposición de Reynolds permite, al aplicarse a las ecuaciones de Navier Stokes, obtener las "Reynolds averaged Navier-Stokes equations" (RANS).



(a) **(b)** **(c)**

Figura 8: Tipos de filtro. (a) Filtro de caja, (b) Filtro Cut-Off y (c) Gaussiano. Fuente: Rodi, Constantinescu, & Stoesser, 2013.

Matemáticamente estos filtros están descritos de la siguiente manera:

- Filtro de Caja:

$$G(x-r) = \begin{cases} -\dfrac{1}{\Delta}, & si\ |x-r| < \dfrac{\Delta}{2} \\ 0, & para\ el\ resto \end{cases} \qquad (6)$$

- Filtro Cut-off:

$$G(x-r) = \frac{sen\ (\pi\ (x-r)/\Delta)}{\pi(x-r)} \qquad (7)$$

- Filtro Gaussiano:

$$G(x-r) = \left(\frac{6}{\pi\Delta^2}\right)\exp\left(-\frac{6(x-r)^2}{\Delta^2}\right) \qquad (8)$$

3.3.2. Ecuaciones de Navier Stokes filtradas para el modelo LES.

Al aplicar el filtrado a las ecuaciones de Navier-Stokes, se obtiene para la conservación de la masa filtrada:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \qquad (9)$$

La anterior es la primera de la ecuaciones del método LES. De igual forma, aplicando el filtro a la conservación del momentum:

$$\rho\ \overline{\frac{\partial u_i}{\partial t}} + \rho\,\overline{\frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j}} = -\overline{\frac{\partial p}{\partial x_i}} + \mu\,\overline{\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}} \qquad (10)$$

Como la diferenciación y filtrado son operaciones conmutativas:

$$\rho\ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \rho\,\overline{\frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j}} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \mu\ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \qquad (11)$$

El modelo recrea el cambio en el tiempo para la velocidad filtrada $\overline{u_\iota}$, sin embargo siguen siendo valores desconocidos $\overline{u_\iota\, u_\jmath}$ pero puede la siguiente la sustitución auxiliar:

$$\rho\ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial \bar{u}_i\ \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \ \mu\ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \rho \left(\frac{\overline{\partial u_\iota u_\jmath}}{\partial x_\jmath} + \frac{\partial \bar{u}_i\ \bar{u}_j}{\partial x_j} \right) \qquad (12)$$

Finalmente, se obtiene la segunda ecuación del método LES:

$$\rho \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial \bar{u}_i\ \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\mu\ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial \tau_{ij}^{SGS}}{\partial x_j} \qquad (13)$$

Estas ecuaciones gobiernan los valores resueltos (aquellos que se obtuvieron luego de aplicar el filtro). El término τ_{ij}^{SGS} es llamado “subgrid-scale stresses”, aunque el nombre “stress” (esfuerzo) se usa por su naturaleza matemática y no por su significado físico. Representa en realidad el flujo de momento en la gran escala debido a la acción de la turbulencia en la pequeña escala.

$$\tau_{ij}^{SGS} = -\ \rho\left(\overline{u_\iota\, u_\jmath} - \overline{u_\iota}\overline{u_\jmath} \right) \qquad (14)$$

Este último valor es el que ha de ser modelado mediante un modelo “sub-grid”. Este modelo tiene como principal tarea disipar la cantidad correcta de energía desde la simulación en la gran escala, de manera tal que los procesos que se recrean en ésta sean realistas.

3.3.3. Modelo sub-grid Smagorinsky.

El primer modelo sub-grid, además del más comúnmente usado es el propuesto por Smagorinsky (1963) y utiliza el concepto conocido como “eddy viscosity”, lo que en español puede se entiende como “viscosidad turbulenta” (Rodi, Constantinescu, & Stoesser, 2013).

$$\tau_{ij}^{SGS} - \frac{1}{3}\tau_{kk}^{SGS}\ \delta_{ij} = \ 2\ \mu_t\ \bar{S}_{ij} \qquad (15)$$

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \qquad (16)$$

En donde μ_t es la viscosidad turbulenta y $\bar{S}_{ij}$ es la tasa media de deformación. Además:

$$\mu_t = \ \rho\ (C_s\ \Delta)^2 |\bar{S}| \qquad (17)$$

En donde Δ es el tamaño del filtro, C_s es la constante de Smagorinsky, cuyo valor se obtiene empíricamente al testear el modelo, y $|\bar{S}| = \left(\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}\right)^{\frac{1}{2}}$. Si bien C_s no tiene un valor constante, ya que es función de parámetros no dimensionales como el número de Reynolds, aunque para la mayoría de los casos con turbulencia isotrópica se asume $C_s \approx 0{,}2$.

Cerca de paredes el valor de la viscosidad turbulenta μ_t debe ser amortiguado, para ello se utiliza la función de Van Driest (1956):

$$C_s = C_{s0}\left(1 - e^{-y^+/A^+}\right)^2 \qquad \textbf{(18)}$$

En donde C_{s0} es el valor inicial de C_s, y^+ es la distancia desde la pared adimensional ($y^+ = y\, u_t/\nu$), con $u_t = \sqrt{\tau_w/\rho}$, en donde τ_w es el esfuerzo de corte en la pared basado sobre la velocidad promedio. A^+ es una constante, generalmente igual a 25.

3.4. Volume of Fluid (VOF)

El problema ya descrito involucra la creación aproximada de un límite entre agua y aire, llamado superficie libre. La superficie libre se define como la zona límite en donde se presentan discontinuidades en algunas de las variables de estudio, y para el problema aquí tratado esta superficie está sometida a grandes deformaciones. La manera en que ha de ser abordada convenientemente la modelación de la superficie es a través del método numérico conocido como VOF -Volumen of Fluid (Hirt, 1981)-.

Para Hirt (1981), el problema de la superficie libre se puede dividir en tres partes: su representación discreta, calcular su evolución en el tiempo y la forma en que se aplican las condiciones de borde a la superficie libre.

Se define una función ***F*** (fracción de volumen) cuyo valor es ***1*** para todo punto ubicado en una zona donde haya agua y ***0*** en caso de estar en el aire. Aquellos puntos que tengan valor entre ***1*** y ***0*** están ubicados entonces en la superficie libre. Se sustrae de lo anterior que la dirección normal a la superficie libre es aquella en la cual el valor de F cambia con mayor rapidez. Al definir de manera correcta la derivada luego es posible trazar una línea que represente la interface agua-aire.

En el tiempo, el valor de F se calcula de la siguiente manera:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u\,\frac{\partial F}{\partial x} + v\,\frac{\partial F}{\partial y} + w\,\frac{\partial F}{\partial z} = 0 \qquad (19)$$

La ecuación representa que F se mueve con el fluido. Es así como el método VOF permite seguir, de forma simple y económica, la interface agua-aire.

Para resolver más fácilmente el comportamiento de la superficie libre, se pueden tratar ambos fluidos como un solo fluido cuyas propiedades varían en el espacio de acuerdo con la fracción de volumen de cada fase. Esto es que las propiedades locales del fluido son un peso ponderado de las propiedades físicas de ambos fluidos. Esto es:

$$\rho = F * \rho_a + (1 - F) * \rho_b \qquad (20)$$

$$\mu = F * \mu_a + (1 - F) * \mu_b \qquad (21)$$

Donde los subíndices a y b denotan los dos fluidos. Cuando se resuelve la superficie de esta forma, o sea cuando la interface no es tratada como una frontera, no es necesario prescribirle condiciones de contorno. La interface es simplemente la ubicación donde las propiedades del fluido cambian abruptamente.

Debido a que la conservación de la fracción de fase es esencial y como la **ecuación 19** no es lo suficientemente estable, muchos investigadores propusieron alternativas para solucionar el problema, siendo la mejor alternativa la propuesta por Weller (2002), donde se introduce un término extra en la función de fracción de fase, el cual corresponde a un término de compresión artificial. De esta forma se evitan efectos adversos de difusión de la fracción de fase que resulta en la perdida de la nitidez de la interface, ya que la compresión artificial ejerce presión en la interface para evitar su dispersión. El término extra se puede expresar como:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \nabla \cdot (F\bar{u}) + \nabla \cdot [\mathrm{U}_r\, F\,(1 - F)] = 0 \qquad \textbf{(22)}$$

En donde $U_r = U_a - U_b$ es el vector de velocidades relativas entre los dos fluidos, llamado también velocidad de compresión. Por otro lado, $\bar{u}$ es la velocidad media de la velocidad entre los dos fluidos, definida como:

$$\bar{u} = F\, U_a + (1 - F)\, U_b \qquad \textbf{(23)}$$

3.5. Clasificación de Olas.

La nomenclatura asociada a la descripción de una ola se presenta en la **Figura 9** y **Tabla 1**:

Símbolo	Nombre	Descripción
	Cresta	Parte más alta de la ola
	Valle	Parte más baja de la ola
swl	Nivel de agua quieta "still water level"	Superficie de agua en ausencia de olas
H	Altura	Distancia entre la cresta y el valle
a	Amplitud	Distancia desde la cresta o valle al swl
L	Largo	Distancia entre dos crestas sucesivas
T	Periodo	Tiempo entre dos crestas sucesivas
f	Frecuencia	1/T
σ	Frecuencia angular	$2\pi/T$
c	Celeridad	Velocidad de una única ola
k	Número de onda	$2\pi/L$
ζ	Elevación del nivel del agua, "Water Surface Elevation"	Elevación del agua definida según distancia (x) y tiempo (t)
d	Profundidad	Distancia desde el swl hasta el fondo marino
z	Distancia bajo el swl	z=-h en el fondo marino
h	Profundidad local	$h(x) = \zeta(x) + d(x)$

Tabla 1: Definición y notación de una ola.

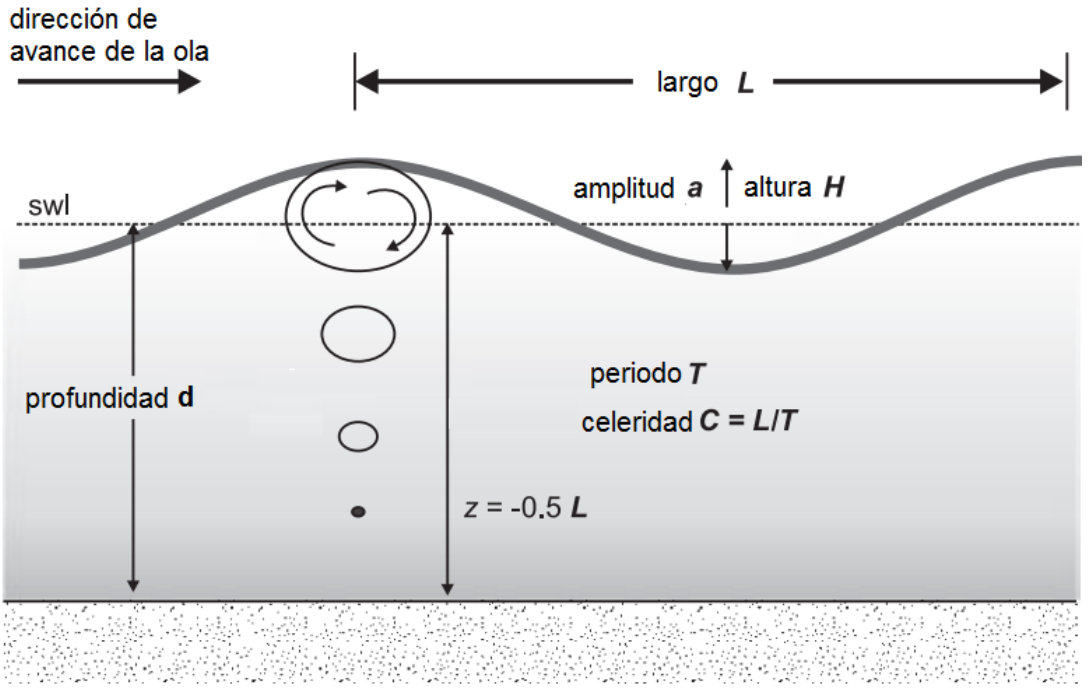


Figura 9: Definición gráfica de las características principales de una ola. (Fuente: Davidson-Arnott, 2010)

En general, la forma más típica simular la hidrodinámica de una ola en la costa ha sido crear un fondo marino rígido, impermeable y plano. Acompañado a esto, se aproxima una ola sobre agua de profundidad constante.

Para definir el tipo de ola a simular se necesitarán las siguientes características: la inclinación del fondo α, la altura de la onda incidente H y su periodo T, además de la viscosidad y la densidad del agua, junto con la aceleración de gravedad g.

Se ha definido un parámetro llamado "surf similarity" (Battjes, Surf Similarity, 1974) –aunque fue introducido por Iribarren (1949)-, el cual permite describir el tipo de rompimiento de las olas en función de las características mencionadas en el párrafo anterior.

El parámetro se define como:

$$\xi = \frac{\tan \alpha}{\sqrt{H/L_0}} \tag{24}$$

Siendo $L_0 = \frac{g}{2\pi} T^2$

A partir de ξ se pueden definir los distintos tipos de rompimientos de ola, siendo éstos:

- *Spilling* ($\xi < 0.5$)*:* Aparece en agua blanca en la cresta de la ola y se derrama en la parte delantera de su cara, a veces precedida por la proyección de un pequeño chorro.

- *Plunging* ($0.5 < \xi < 2.5$)*:* La mayor parte de la ola se vuelca en la cara frontal de la onda y un jet prominente cae cerca de la base de la ola, causando un gran chapoteo.

- *Collapsing* ($2.5 < \xi < 3.5$)*:* Solo una baja porción de la ola se vuelca, comportándose como una plunging truncada.

- *Surging* ($\xi < 3.5$)*:* No existe perturbación significativa del suave perfil de la onda, excepto cerca de la costa.

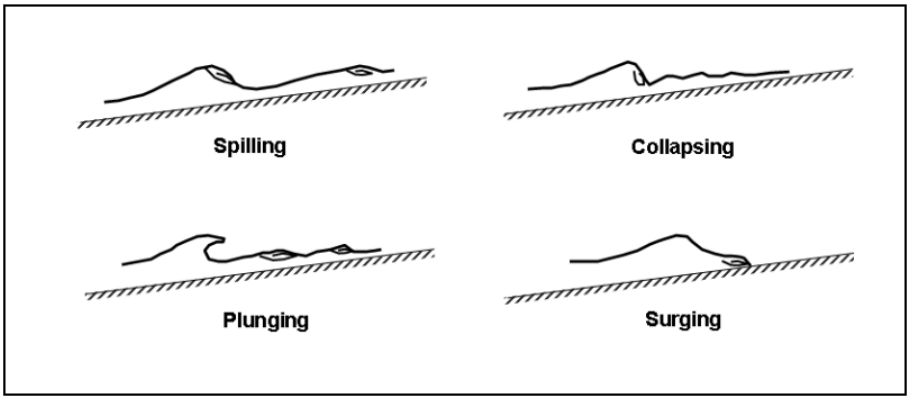


Figura 10: Tipos de rompimiento de olas. Fuente: Douglas & Krolak, 2008.

3.6. Modelamiento de las olas.

Además de las ecuaciones de Navier Stokes, se utilizaron soluciones a la ecuación de Korteweg & Vries (1895), las cuales simulan la forma de las olas cerca de áreas costeras:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \sqrt{gh}\,\frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{3}{2}\sqrt{\frac{g}{h}}\,\zeta\,\frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{1}{6}\,h^2\sqrt{gh}\,\frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^3} = 0 \qquad (25)$$

La solución a la anterior ecuación es una onda periódica conocida como "cnoidal wave" y está descrita en términos de una de las funciones elípticas de Jacobi. Estas soluciones se usan para describir olas en donde la longitud de onda es ostensiblemente mayor que la profundidad del agua, situación presente en olas cercanas al punto de rompimiento. La elevación vertical de la ola ζ, en función de la posición vertical x y el tiempo t es:

$$\zeta(x,t) = \zeta_2 + H\,cn^2\left(2\,K(m)\frac{x - c\,t}{\Delta}\,\middle|\,m\right) \qquad (26)$$ [3]

En donde H es la altura de la ola (la diferencia de elevación entre la cresta y el valle) ζ_2 es la elevación del valle de la ola, m es el parámetro elíptico, c la velocidad de fase y cn es la función elíptica de Jacobi. Además se tiene que:

$$\zeta_2 = \frac{H}{m}\left(1 - m - \frac{E(m)}{K(m)}\right) \qquad (27)$$

$$\Delta = \frac{\lambda}{2K(m)} = h\sqrt{\frac{4}{3}\frac{mh}{H}} \qquad (28)$$

Con K(m) y E(m) siendo las integrales elípticas de primer y segundo tipo, respectivamente. Además la longitud de onda λ, la velocidad de la onda c y el período τ se definen como:

$$\lambda = h\sqrt{\frac{16}{3}\,\frac{m\,h}{H}}\,K(m) \qquad (29)$$

$$c = \sqrt{gh}\left[1 + \frac{H}{m\,h}\left(1 + \frac{1}{2}\,m - \frac{3}{2}\,\frac{E(m)}{K(m)}\right)\right] \qquad (30)$$

$$\tau = \frac{\lambda}{c} \qquad (31)$$

[3] Ha de mencionarse que en la expresión cn^2 (x | m) el separador | indica una dependencia de x sobre el término m, siendo m el parámetro elíptico.

CAPÍTULO 4:

METODOLOGÍA Y CONFIGURACIÓN DE LA SIMULACIÓN

El programa sobre el cual se corrieron las simulaciones fue OpenFoam®, software de código abierto ampliamente difundido y usado en CFD[4]. Más específicamente se hizo uso del solver *interFoam* que resuelve ecuaciones de Navier Stokes para dos fluidos. Además del software mencionado, se instaló una librería adicional llamada *waves2foam* que funciona en complemento con *interFoam* (la librería se puede descargar desde el sitio web *http://svn.code.sf.net/p/openfoam-extend/svn/trunk/Breeder_1.6/other/waves2Foam*), la cual es de especial utilidad en simulaciones relacionadas con fenómenos costeros.

4.1. Geometría y enmallado.

La geometría del problema busca representar el experimento de laboratorio Ting & Kirby (1994). Se utiliza un canal que inicia con 2,7 [m] de fondo horizontal plano, luego sigue una pendiente de 1: 35, a lo largo de 17,5 [m] en la dirección horizontal. La profundidad del agua es de 0,4 [m], lo que se suma a 0,2 [m] de aire sobre el nivel del agua estancada, por último, la anchura del canal es de 0,3 [m] (ver **Figura 11 y 12**).

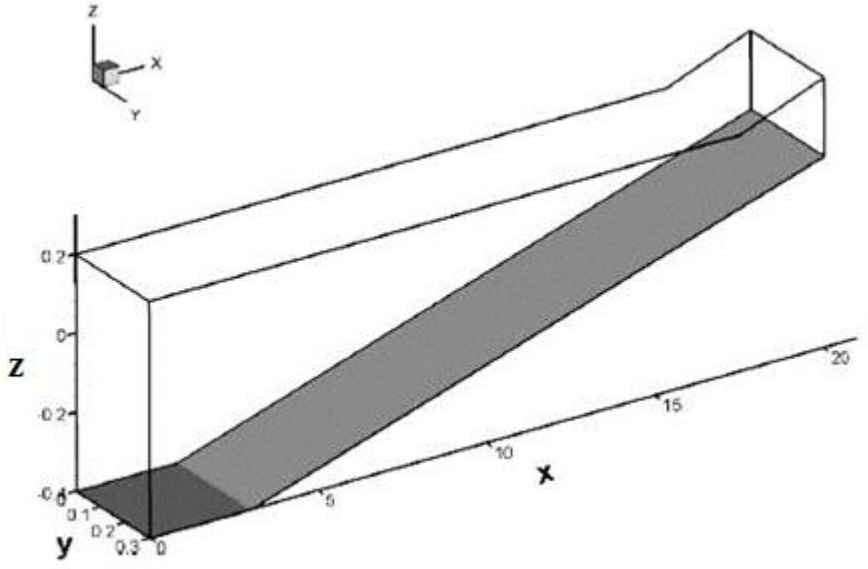


Figura 11: Geometría del canal en el que se realiza la simulación. Fuente: Christensen, 2006.

[4] Para más detalles ver Anexo.

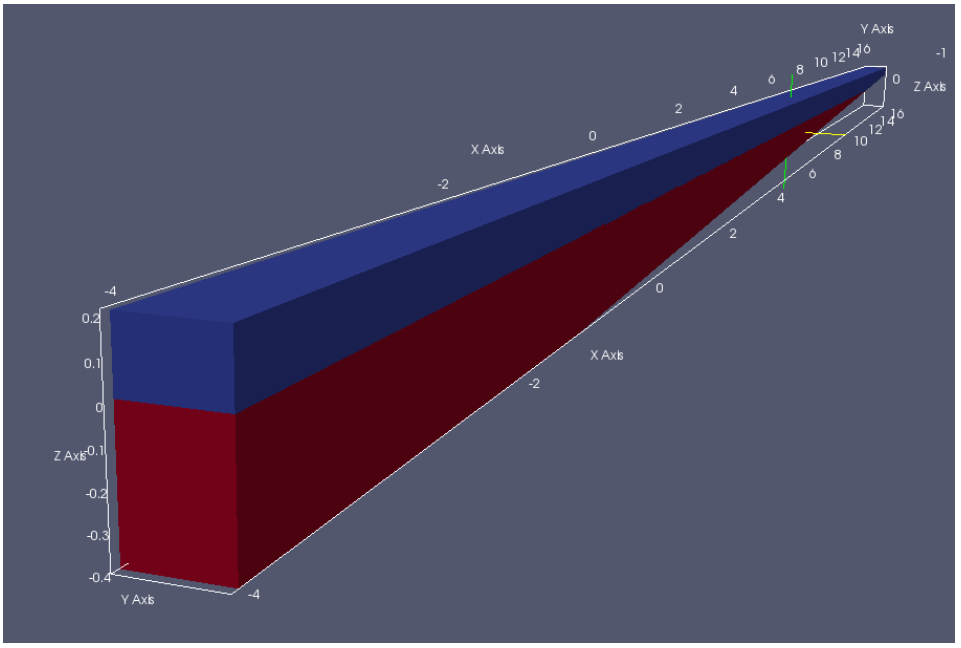


Figura 12: Vista de la geometría del canal. La sección roja corresponde a agua y la azul a aire.

La malla sobre la cual se simulará el experimento es estructurada y ortogonal, consta de 1188 celdas en la dirección horizontal, 36 en la dirección vertical y 18 en la dirección transversal (ver **Figura 13**).

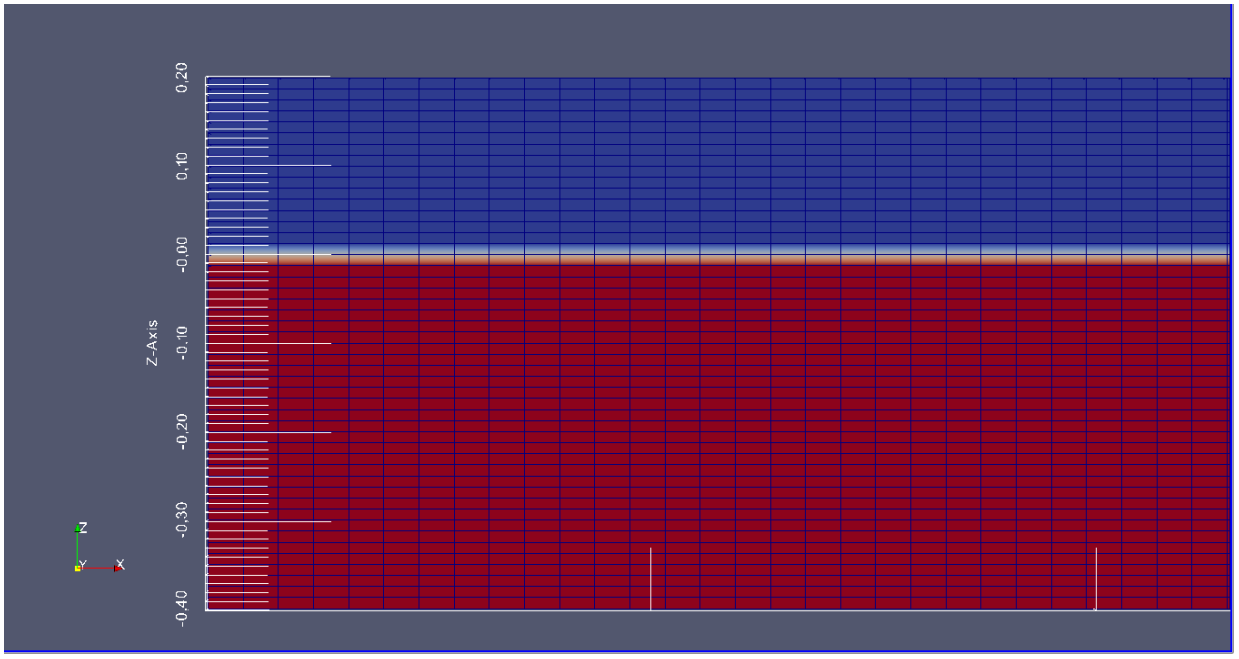


Figura 13: Acercamiento sobre la malla utilizada en la simulación, la vista sólo muestra el plano x-z (imagen obtenida desde ParaView).

4.2. Condiciones de Borde.

La geometría de la simulación, la cual recrea un canal en donde se generan las olas, consta de seis caras a las cuales se les debe asignar una condición de frontera para velocidad, presión y fracción de volumen (F). Las seis caras corresponden a una cara de entrada en donde se generan las olas (llamada "inlet"), dos laterales (lateral-izq y lateral-der), la cara correspondiente al fondo marino (abajo) y la que da hacia la atmósfera (arriba), finalmente la cara de salida que da hacia la costa ("outlet").

Para cada una de las caras se debe asignar una condición de borde. Las condiciones utilizadas durante la simulación se definen a continuación:

- fixedValue: Esta condición de borde suministra una restricción de valor fijo, y es la base de otras condiciones de contorno.

- zeroGradient: Esta condición de frontera aplica una condición de gradiente cero del valor de la variable sobre la cara con este borde.

- InletOutlet: Esta condición de contorno proporciona una condición de salida genérica, con la entrada especificada para el caso de flujo de retorno.

- waveVelocity y WaveAlpha: Esta condición de contorno proporciona una condición de onda según se haya especificado.

-pressureInletOutletvelocity: Esta condición de frontera de frontera se aplica a los límites de presión donde ésta se encuentra especificada. Una condición de gradiente cero se aplica para flujo de salida (definido según el flujo); para la entrada, la velocidad se obtiene a partir de la cara normal del valor interno de la celda.

- totalPressure: Esta condición de contorno proporciona una condición de presión estática.

Las condiciones utilizadas en la simulación se muestran a continuación:

Cara / Variable	**VELOCIDAD**	**PRESIÓN**	**FRACCIÓN DE VOLUMEN F**
INLET	waveVelocity	zeroGradient	waveAlpha
LATERAL	fixedValue	zeroGradient	zeroGradient
ABAJO	fixedValue	zeroGradient	zeroGradient
ARRIBA	pressureInletOutletVelocity	totalPressure	inletOutlet
OUTLET	fixedValue	zeroGradient	zeroGradient

Tabla 2: Condiciones de contorno de la simulación.

4.3. Post procesamiento.

Para analizar y validar los resultados antes debe hacerse un tratamiento de los mismos. Para este fin se hace uso de scripts disponibles dentro del mismo paquete de OpenFoam®, además del software ParaView y también de MATLAB.

Uno de los productos de la simulación es el valor de la elevación de la superficie de agua $\boldsymbol{\zeta}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{t})$. Para la comparación con resultados experimentales se estudian los valores promedios de esta variable a lo largo de todo el canal modelado -$\bar{\boldsymbol{\zeta}}(\boldsymbol{x})$-. Mediante la creación de un script en MATLAB se promedió la elevación de la superficie de agua, incluyéndose todo el intervalo de tiempo simulado. A través del análisis de la misma variable es también posible encontrar la amplitud en la cresta y el valle de la ola. Todo este procedimiento es realizado por medio del programa **meansurface**[5]**.**

Un segundo análisis que se le realizó al valor de $\boldsymbol{\zeta}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{t})$ fue la comparación de sus valores instantáneos para distintas posiciones en el eje x con los resultados experimentales de Ting & Kirby. El programa **meansurface** también lleva a cabo esa tarea.

Otro resultado de la simulación se obtiene el campo de velocidades, el cual es descompuesto en dos variables:

$$\vec{V} = (u, v, w) = (\bar{u} + u', \bar{v} + v', \bar{w} + w') \qquad (32)$$

De esta forma $\bar{u}$, $\bar{v}$ y $\bar{w}$ representan a la velocidad media variable en el tiempo, en tanto que u', v' y w' corresponden a las fluctuaciones turbulentas de la velocidad.

Para el caso de $\bar{u}$ (que representa el comportamiento del flujo medio en el tiempo) se busca calcular el valor promediado durante todo tiempo de simulación, para ciertas posiciones posteriores al rompimiento de la ola. Con esta finalidad se creó el programa **processUMean**[5] el cual recoge el valor de la velocidad media para todos los tiempos y calcula un promedio sobre toda la simulación en las posiciones que se le indiquen.

También se calculan los valores de la energía cinética turbulenta y se compara con los valores obtenidos en el experimento de laboratorio de Ting & Kirby. La energía cinética turbulenta está definida como:

$$k = \frac{1}{2}\sqrt{u'^2 + v'^2 + w'^2} \qquad (33)$$

El programa **processUPrime2Mean** calcula un promedio sobre todo el tiempo de simulación para varias posiciones en el eje x y sobre toda la profundidad bajo el nivel de superficie de agua, y luego grafica comparando con resultados de laboratorio.

[5] Ver Anexo A.2. para más detalle.

Para el transporte de sedimentos se buscó determinar si los esfuerzos de corte a los que está sometido el fondo marino tienen una intensidad como para superar el umbral de desprendimiento.

A través del análisis dimensional se ha llegado a dos parámetros que permiten describir el eventual transporte de sedimentos, éstos son:

$$\tau^{+} = \frac{\rho\, {u_\tau}^2}{(\rho_s - \rho) g d} \qquad (34)$$

τ^{+} es el esfuerzo cortante adimensional. En donde se considera ρ_s y d como la masa específica y diámetro del sedimento, mientras que ρ es la masa específica del agua, g la aceleración de gravedad y u_τ es la velocidad de fricción en el fondo.

El segundo parámetro adimensional es:

$$Re_* = \frac{u_\tau\, d}{\nu} \qquad (35)$$

Donde Re_* es el número de Reynolds para la partícula y ν es la viscosidad cinemática del agua.

Para llegar a calcular estos parámetros adimensionales se debe conocer el valor de u_τ, el cual debe ser calculado a partir del campo de velocidades obtenido como resultado de las simulaciones.

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \qquad (36)$$

$$\tau_w = \mu\, \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \qquad (37)$$

Con τ_w siendo el esfuerzo cortante en el fondo μ la viscosidad dinámica y $\bar{u}$ la velocidad media en la dirección horizontal.

Finalmente, con ambos parámetros adimensionales se recurre a la **Curva de Shields.** En esta curva se grafican los valores característicos de τ^{+} y Re_* sobre los cuales se produce movimiento de sedimentos.

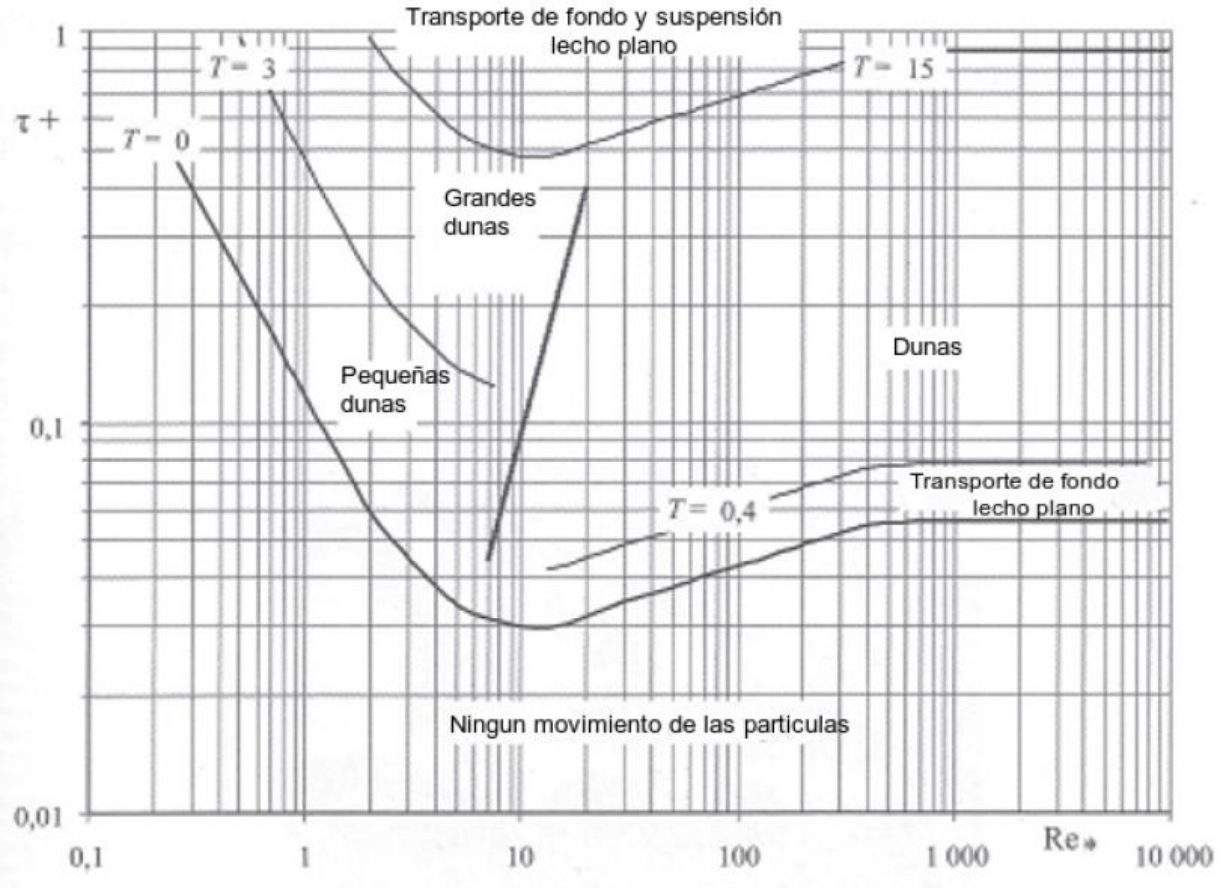


Figura 14: Gráfico con curvas de Shields, para τ^+ y $\boldsymbol{Re_*}$.

CAPÍTULO 5:

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

A continuación se presentan los resultados de las simulación hechas para olas con dos tipos de rompimiento: “spilling” y “plunging”. En **Tabla 2** se muestran las condiciones características que determinan cada tipo de ola. La distribución de los niveles de la superficie de agua $\boldsymbol{\zeta(x)}$ producidos como consecuencia de la incidencia de las olas (niveles máximos, mínimos, promediados e instantáneos), además de las estructuras verticales de velocidades medias y turbulencia son materia de estudio. Se realizan comparaciones con los resultados de **Ting y Kirby (1994).**

Tipo de ola	H_0 *(m)*	*H (m)*	*T (s)*	H_0/L_0	x_b *(m)*	d_b *(m)*	ξ
Spilling	0.127	0.125	2.0	0.02	6.4	0.196	0.283
Plunging	0.089	0.128	5.0	0.0023	7.795	0.156	0.699

Tabla 2: Parámetros de simulación de las olas a modelar, siendo H altura de la ola, T su período, L_0 longitud de onda, x_b coordenada x de su rompimiento y d_b profundidad en la zona del rompimiento. ξ es el parámetro de Iribarren que caracteriza el tipo de ola. Los subíndices 0 y b indican aguas profundas y “breaking point”.

El tiempo de simulación total correspondió a 5 ciclos de la ola más un tiempo de estabilización de la simulación. El tiempo total de simulación para la ola tipo spilling es fue de 50 [s], el cual fue dividido en dos intervalos: un intervalo de tiempo de 40 segundos para alcanzar un estado estacionario en el comportamientos de las olas, seguido de 10 segundos captura de datos, con intervalos de 0,01 [s] en la escritura de datos. Mientras que para la ola tipo plunging el tiempo de simulación de 60 segundos, 35 segundos para la estabilización del fenómeno, seguido de 25 segundos de captura con un intervalo de escritura 0.025 [s].

Para los análisis de resultados de velocidades y turbulencia no se toman las mismas posiciones en la dirección horizontal en los dos tipos de ola, estos se debe a que se ha priorizado estudiar qué ocurre después de la rotura de la ola, sabiendo que ambas revientan en posiciones distintas del eje x.

5.1. Simulación de olas con rotura tipo spilling.

5.1.1. Análisis de elevación y amplitudes.

En la **Figura 15** se muestra en la curva superior la amplitud máxima de ola medida desde el “mean water level”; la curva ubicada en el centro corresponde al nivel de elevación promediado $\boldsymbol{\bar{\zeta}(x)}$; la línea de tendencia dibujada en el extremo inferior representa la amplitud mínima. Todas estas curvas están comparadas con los resultados de Ting y Kirby (1994). El eje x indica la distancia medida desde el inicio de la pendiente en el canal, y su dirección positiva resulta del movimiento hacia costa. El eje y muestra el nivel del agua, en donde el valor 0 indica el nivel del agua cuando se encuentra libre de perturbaciones.

Al observar la **Figura 15** se aprecia que la altura de la ola calculada por la simulación es de 0,065[m] al momento de romper (x=6,4 [m]). Mientras la ola durante el experimento de Ting y Kirby desarrolla un avance más inestable, subiendo y bajando sus niveles de amplitud y

reduciendo abruptamente la amplitud máxima luego de la rotura, la simulación muestra olas que desarrollan un avance con altura casi constante y una reducción rápida pero gradual de amplitud después del "breaking point".

El nivel promediado del agua de la simulación presenta un comportamiento cualitativo que se ajusta al experimento de laboratorio, manteniéndose muy cercano al cero antes del punto de rotura, y luego de éste ascendiendo hasta encontrarse con la curva de amplitud máxima cerca del punto x=12 [m]. No obstante aquello, y al igual que para la amplitud máxima, los valores numéricos de $\bar{\zeta}(x)$ son subestimados.

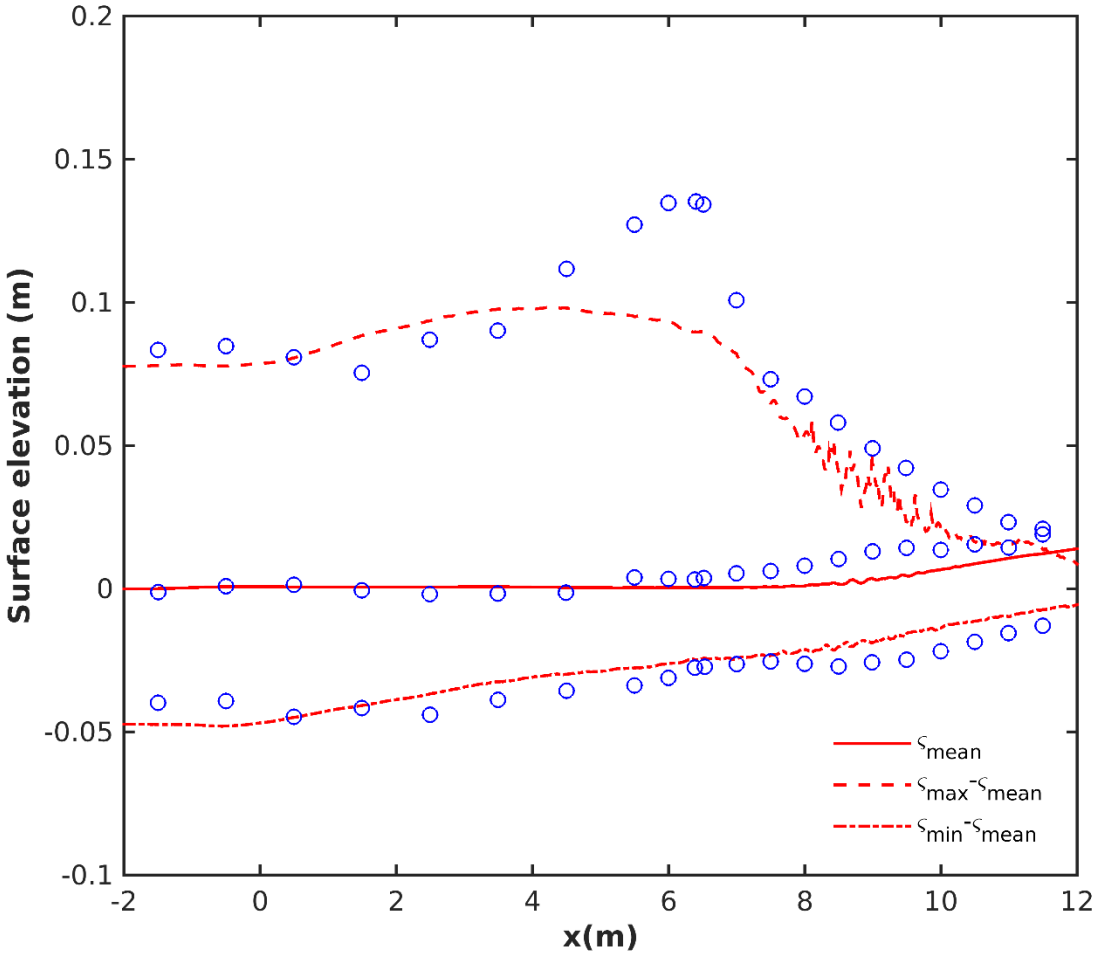


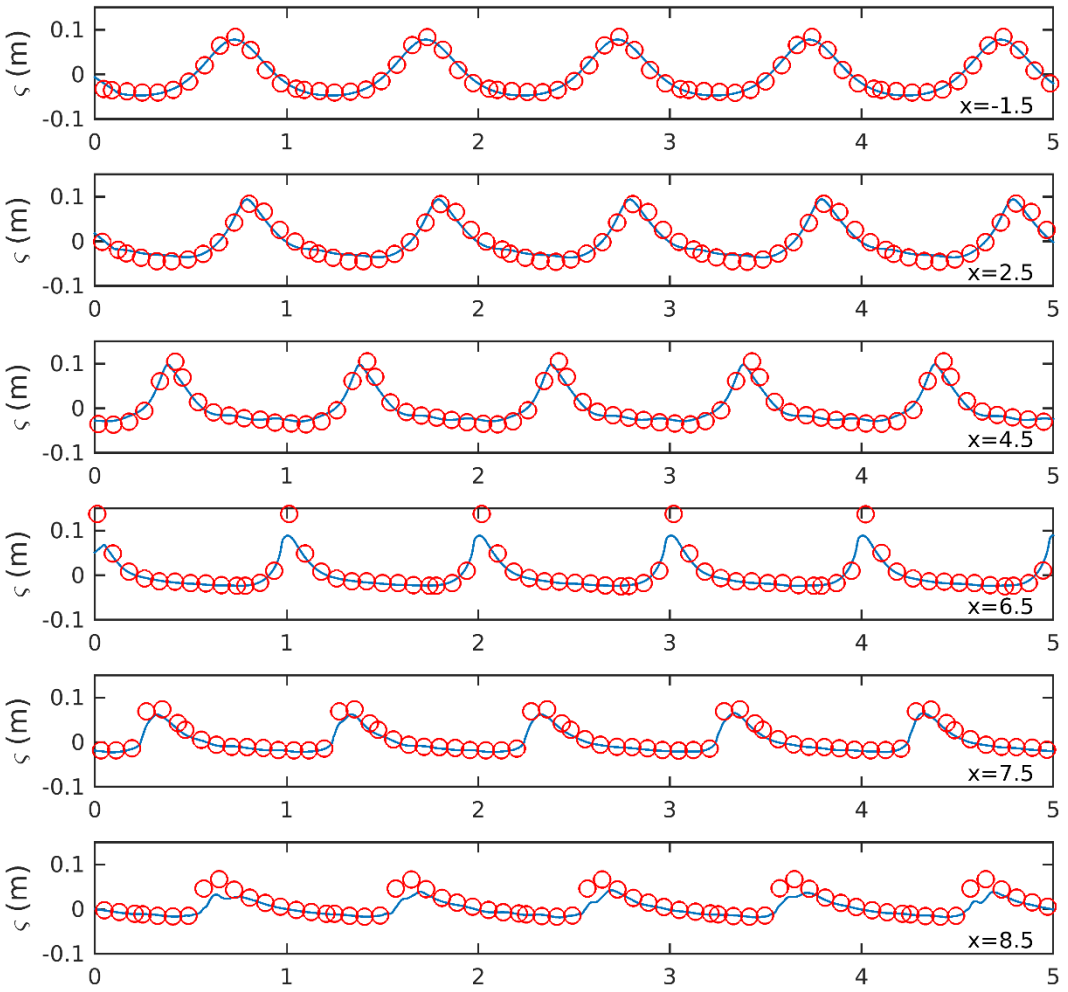
Figura 15: Distribución de amplitudes y $\bar{\zeta}(x)$ para "spilling breakers". Línea segmentada roja: resultados simulación; círculos azules: resultados experimentales de Ting y Kirby.

El nivel mínimo del agua nuevamente está bien representado a grandes rasgos; en tanto se avanza en dirección de la costa, el nivel mínimo está ubicado más cerca del cero. Nuevamente la amplitud –entendida como distancia desde el $\bar{\zeta}(x)$- es subestimada.

5.1.2. Análisis de elevación instantánea.

La **Figura 16** muestra los niveles instantáneos de la elevación del agua para los últimos 5 períodos en 8 ubicaciones transversales. A medida que la ola se acerca al punto de rotura se vuelve más empinada y asimétrica (desde x=-1,5 hasta 4,5 [m]). Después de reventar, la ola disminuye ostensiblemente su altura, y lo continúa haciendo a medida que sigue avanzando (x= 6,5 hasta x=10,5 [m]). Además, se puede apreciar nuevamente que la altura de la ola es subestimada por la simulación, sin embargo los patrones de comportamiento descritos anteriormente muestran concordancia en el comportamiento de la ola según el estudio experimental de Ting y Kirby y la simulación.

Los dos gráficos analizados hasta aquí muestran que la ola simulada no tiene una rotura brusca y una transición abrupta de energía. La evidencia empírica muestra que la ola previo a romper eleva de forma importante su altura, mientras que la simulación no lo hace, a la vez que luego de la rotura cae en su amplitud de forma importante, en tanto que en la simulación se va reduciendo la altura de la ola de forma más paulatina, pero constante.



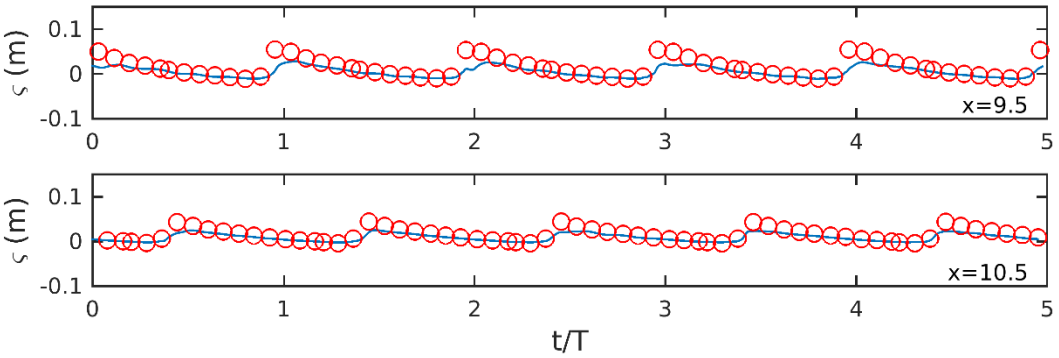


Figura 16: Comparación de la elevación instantánea de la superficie de agua para ola tipo spilling, con los resultados empíricos para los últimos 5 períodos. Línea azul: resultados simulación; círculos rojos: resultados experimentales de Ting y Kirby.

5.1.3. Análisis de velocidad promediada.

Para que la incidencia de las olas en el borde costero cumpla con la conservación de la masa necesariamente debe producirse una corriente de restitución. A su llegada, la ola transporta masa de agua con dirección hacia la costa (en la simulación en la dirección x positiva) principalmente en su cresta y cercanías. Por ley de continuidad debe entonces existir un flujo de retorno que equilibre el movimiento ya descrito, este movimiento es una corriente de restitución, la cual se ubica bajo el nivel medio de la superficie. A este fenómeno se le conoce en inglés como "undertow".

La forma de caracterizar el flujo de reposición de agua es mediante el promedio de las velocidades en dirección x: $\bar{\boldsymbol{u}}$. En el gráfico de la **Figura 17** se observa la comparación entre los resultados de la simulación y los obtenidos por Ting y Kirby (1994) de forma experimental para la velocidad promediada en la dirección x, calculada tomando las velocidades medias en los últimos 5 períodos.

La posición de cada medición es indicada sobre el gráfico y la velocidad promediada se escribe bajo la forma adimensional dividiéndose por la velocidad de onda $\boldsymbol{c} = \sqrt{\boldsymbol{gh}}$. También se adimensionaliza la profundidad del agua dividiendo su valor por la profundidad local $\boldsymbol{h}$.

Analizando la **Figura 17**, las regiones más alejadas del borde costero (x = 6,665 [m]) tanto para resultados de la simulación como para los empíricos, se visualiza que la intensidad de corriente de restitución (presente en zonas más profundas) como el desplazamiento de agua en la superficie hacia la costa (en zonas más altas) es de baja intensidad. A medida que se va midiendo más cerca de la costa se hace más pronunciada la transición desde un flujo en dirección x positiva cerca de la superficie hasta una corriente con dirección negativa en las capas más profundas, donde aumenta la velocidad media en dirección al mar (eje x negativa). Ya muy próxima al fondo marino, la velocidad media se aproxima al cero.

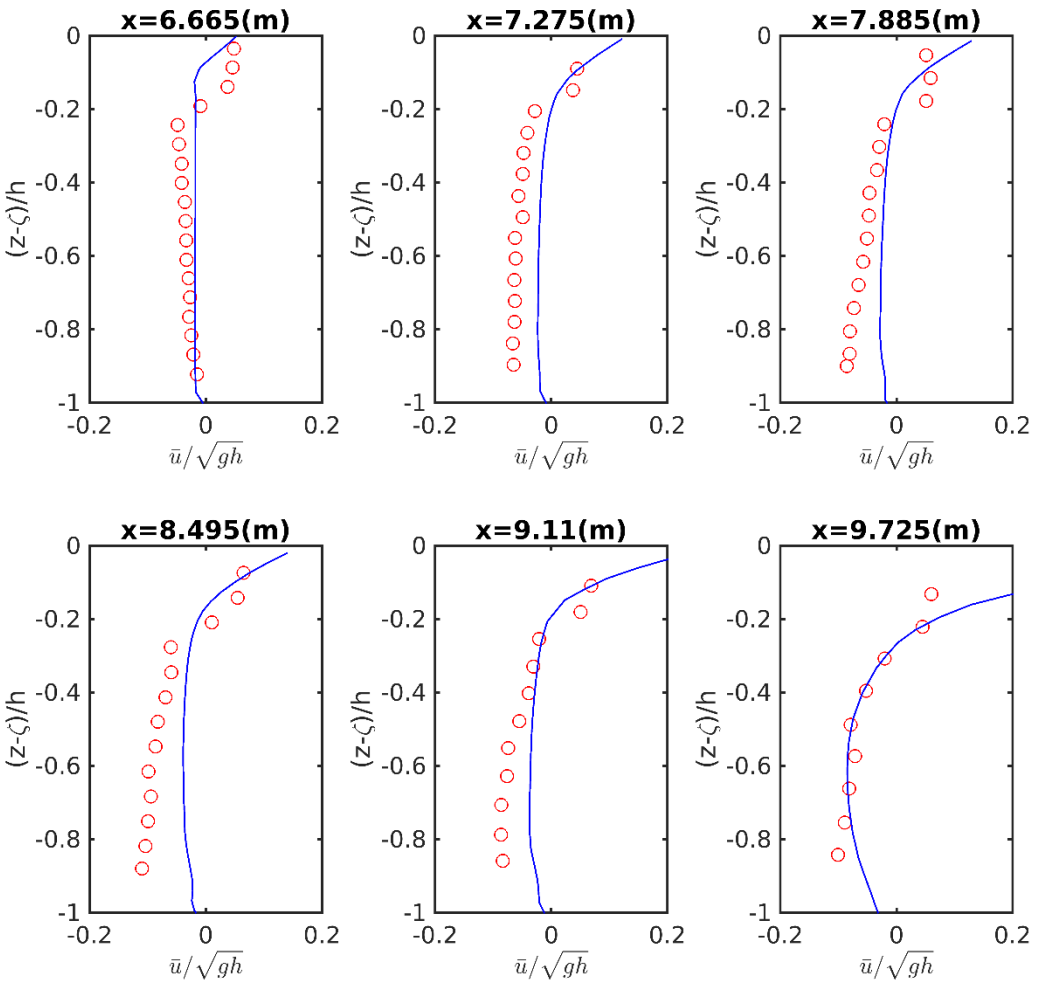


Figura 17: Variación de la velocidad promediada adimensional con respecto de la profundidad adimensionada en distintas posiciones en el eje x para ola con rotura tipo spilling. Líneas azules: resultados simulación; círculos rojos: resultados experimentales de Ting y Kirby.

Sobre la precisión de los resultados de la simulación, cabe señalar inicialmente que los valores obtenidos son del mismo orden de magnitud que los conseguidos por Ting y Kirby (1994). La medición hecha en la posición x= 6,665 [m] muestra un resultado idéntico al esperado. Entre x= 7,275 [m] y x = 9,11 [m] la simulación subestimó la intensidad del flujo de retorno de agua, a la vez que sobreestimó el movimiento de agua hacia la costa cerca de la superficie. En las últimas dos mediciones se puede ver alta concordancia en la estimación de la corriente de restitución aunque igualmente se mantienen presentes las mismas diferencias en zonas de menor profundidad.

Una característica importante para observar la **Figura 17** de velocidad promediada adimensionalizada es la profundidad a la cual se produce el cambio de dirección del flujo. En los 6 puntos de medición se puede afirmar que la simulación ha reproducido con fidelidad el lugar en donde esta transición ha ocurrido.

Otro aspecto de relevancia a observar en la **Figura 17** es el gradiente de velocidad promediada adimensionalizada con relación a la profundidad adimensional. Si a medida que se recorre la profundidad del agua la velocidad media manifiesta fuertes cambios en su valor, entonces el gradiente de velocidad es alto y es signo de poca mezcla entre las capas del fluido. A la inversa, si el agua muestra velocidad media sin grandes cambios en su valor para distintas profundidades, entonces se puede presumir que existe mucha mezcla entre las distintas capas del agua.

Como se mencionó en el comentario de las anteriores figuras, la ola simulada no rompió de forma violenta. Una rotura más pronunciada conlleva necesariamente mayor mezcla entre las capas del fluido, mayor homogeneidad en el mismo y finalmente menor gradiente de velocidad media $\bar{u}$. Es coherente entonces aseverar que el gradiente más alto presente en la simulación en comparación con los resultados de laboratorio puede ser explicado como consecuencia de la suave transición antes y después del rompimiento de la ola. Al haber menos mezcla, existe mayor estratificación y diferenciación entre las velocidades medias de la superficie y de los niveles a mayor profundidad.

5.1.4. Análisis de la energía cinética turbulenta.

Del análisis de la **Figura 18** se puede indicar que los niveles de energía turbulenta (se muestra adimensionalizada) disminuyen ligeramente a medida que se evalúan a mayor profundidad. Esta condición se observa tanto para la simulación numérica como para el trabajo experimental de Ting & Kirby (el experimento de laboratorio no logró por dificultades técnicas medir en la posición x=6,665[m]).

La razón de este fenómeno es atribuible a que la principal fuente de turbulencia reside en la rotura misma de la ola, y no en los efectos del flujo organizado, es así como la turbulencia se concentra en las zonas más cercanas a la superficie y se disipa hacia las capas inferiores a medida que la ola avanza.

La simulación muestra que la turbulencia comienza teniendo valores reducidos y homogéneos a lo largo de su profundidad cuando la ola está en proceso de rotura (x= 6,665 [m]). A medida que se produce el avance de la ola hacia sectores más cercanos a la costa, los niveles de turbulencia aumentan sobre todo en las capas superiores del flujo (x=7,275 hasta x=9,725 [m]). Este incremento va lentamente propagándose hacia las partes inferiores de la simulación.

Si bien existe una sobreestimación de la intensidad de la turbulencia, los valores de la energía cinética turbulenta durante la simulación están en el mismo orden de magnitud de las mediciones empíricas. Además de ello, su comportamiento cualitativo es concordante con la teoría. Se puede establecer que el modelo responde de forma razonable en lo que concierne al modelado de la energía cinética turbulencia.

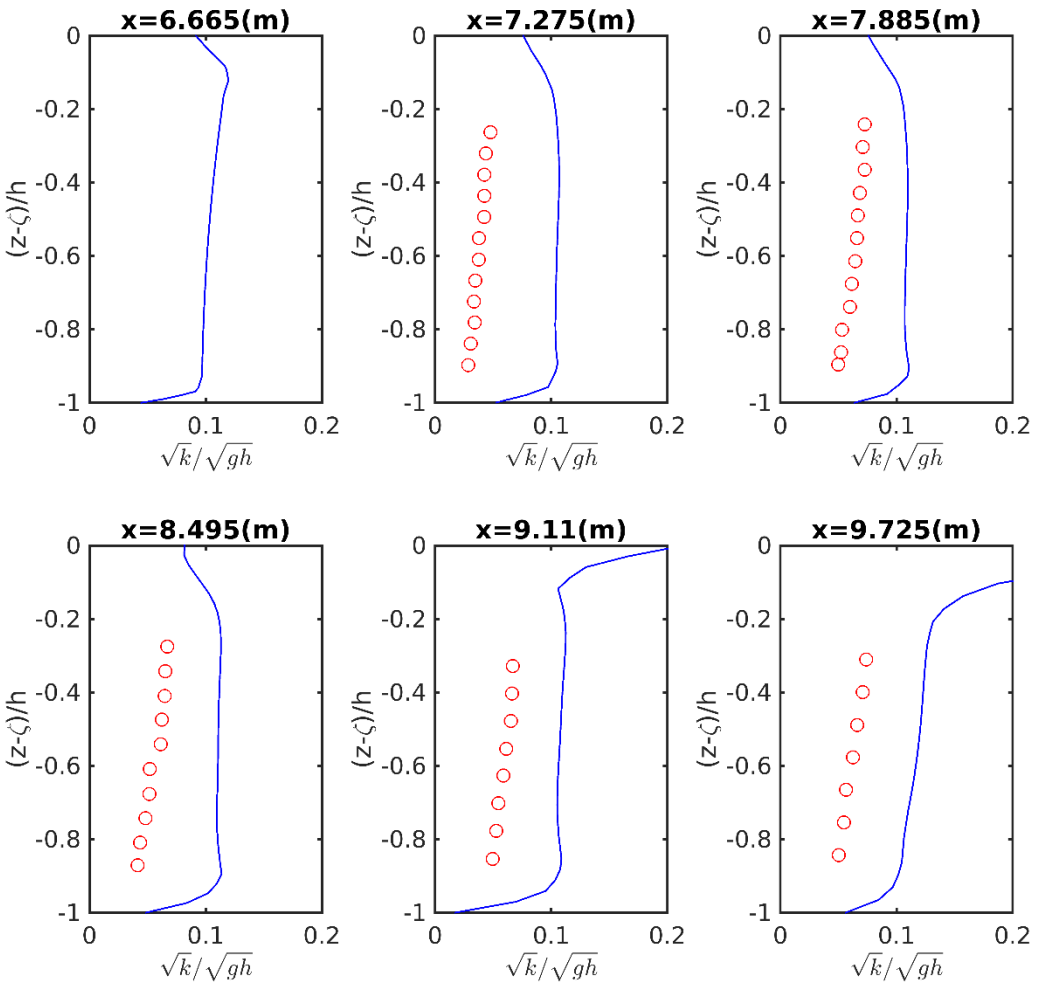


Figura 18: Comparación de los niveles de turbulencia promediados durante los últimos 5 ciclos para ola de tipo "spilling" en distintas posiciones en el eje x. Líneas azules: resultados simulación; círculos rojos: resultados experimentales de Ting y Kirby.

5.1.5. Análisis de esfuerzo de corte en el fondo marino.

En la **Figura 19** se muestra el esfuerzo de corte en el fondo marino, desde x=2 hasta x=12[m]. A través de este gráfico es posible visualizar que donde más socavación existe de a base de sedimentos en luego de que la ola ha reventado y ya cuanto los efectos de ésta se han esparcido hacia áreas más profundas del agua.

Tomándose como valor de referencia para el esfuerzo de corte $\tau_w = 7x10^{-3}$.

Si se utilizan como referencia las siguientes propiedades para una arena fina:

$$\rho_s = 1850 \left[\frac{kg}{m^3}\right]$$
$$d = 0{,}125\ [mm]$$

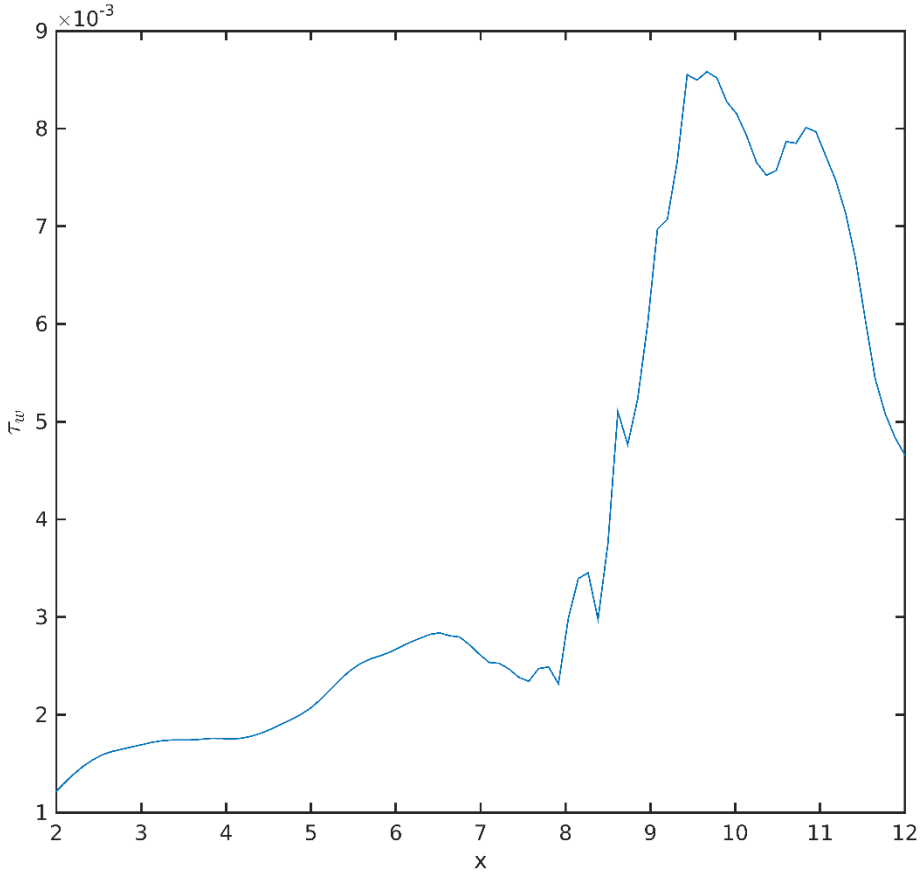


Figura 19: Esfuerzo de corte en el fondo marino para ola tipo spilling.

Utilizando las fórmulas de los parámetros adimensionales de las ecuaciones **34** y **35** se obtiene que:

$$u_t = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \sqrt{\frac{7x10^{-3}}{1x10^3}} = 2{,}65x10^{-3}$$

$$\tau^+ = \frac{\rho\, {u_\tau}^2}{(\rho_s - \rho)gd} = \frac{1x10^3 * (2{,}65x10^{-3})^2}{(1850 - 1000) * 9{,}81 * 0{,}125x10^{-3}} = 6{,}7x10^{-3}$$

$$Re_* = \frac{u_\tau\, d}{\nu} = \frac{2{,}65x10^{-3} * 0{,}125x10^{-3}}{1x10^{-6}} = 0{,}33$$

Con los valores calculados de los parámetros adimensionales τ^+ y Re_* se entra a la Curva de Shields (ver **Figura 14).** Para los valores calculados en la simulación no se produce suspensión de sedimentos.

5.2. Simulación de olas con rotura tipo plunging.

5.2.1. Análisis de elevación y amplitudes.

En la **Figura 20** se muestra la distribución de amplitudes y "mean water level". La altura de la ola al momento de romper es de 0,11 [m], y cabe notar que el breaking point sucede antes de lo que los resultados experimentales indicaron. Ha de mencionarse que la altura de la ola plunging es claramente mayor que la ola tipo spilling.

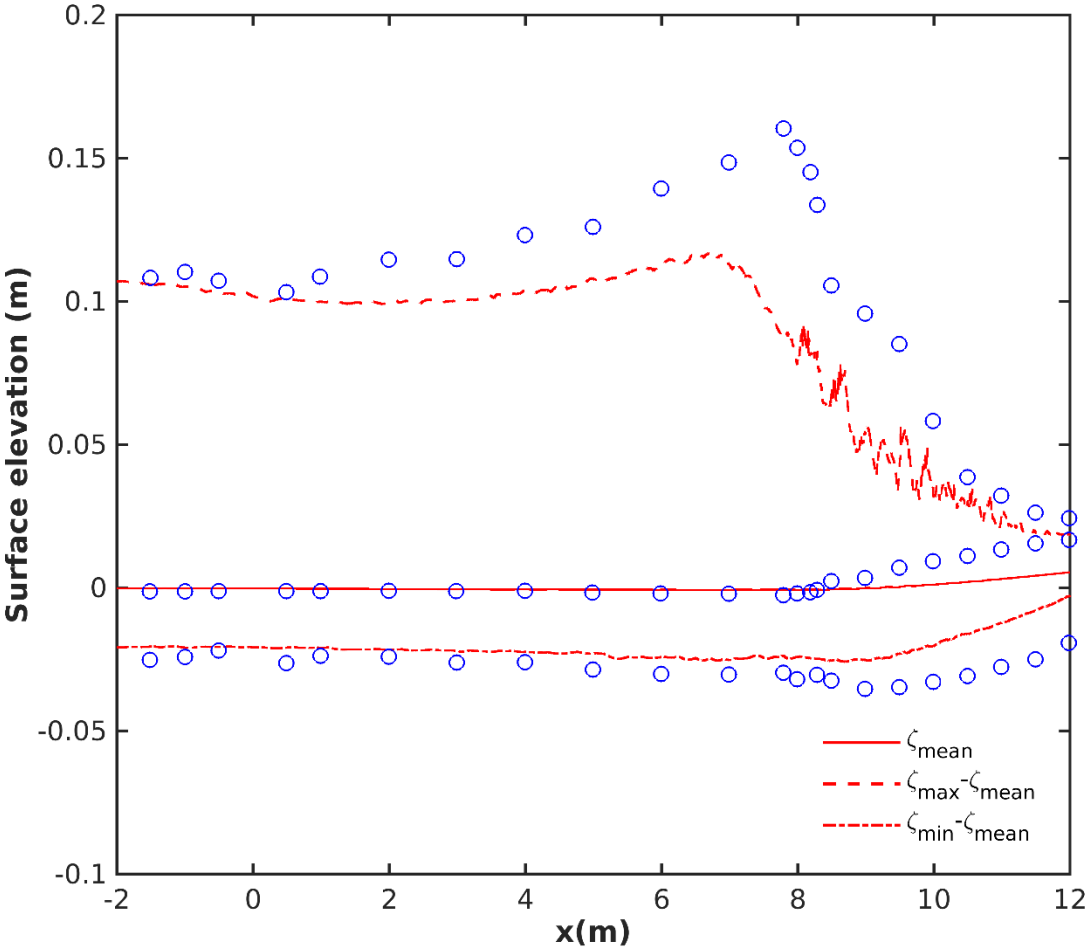


Figura 20: Distribución de amplitudes y $\bar{\zeta}(x)$ para "plunging breakers". Líneas segmentada rojas: resultados simulación; círculos azules: resultados experimentales de Ting y Kirby.

Nuevamente la altura de la ola es inferior a la que se ve en los resultados experimentales y esta subestimación podría tener relación con la densidad de puntos de la malla, lo que impide una correcta simulación del fenómeno.

El nivel medio de elevación del agua –curva ubicada en el centro del gráfico- es correctamente calculado mediante la simulación, excepto para los puntos posteriores al breaking point, en donde la simulación tiene valores menores. No obstante esta discrepancia, existe coherencia entre resultados de la simulación y experimentales en esta curva.

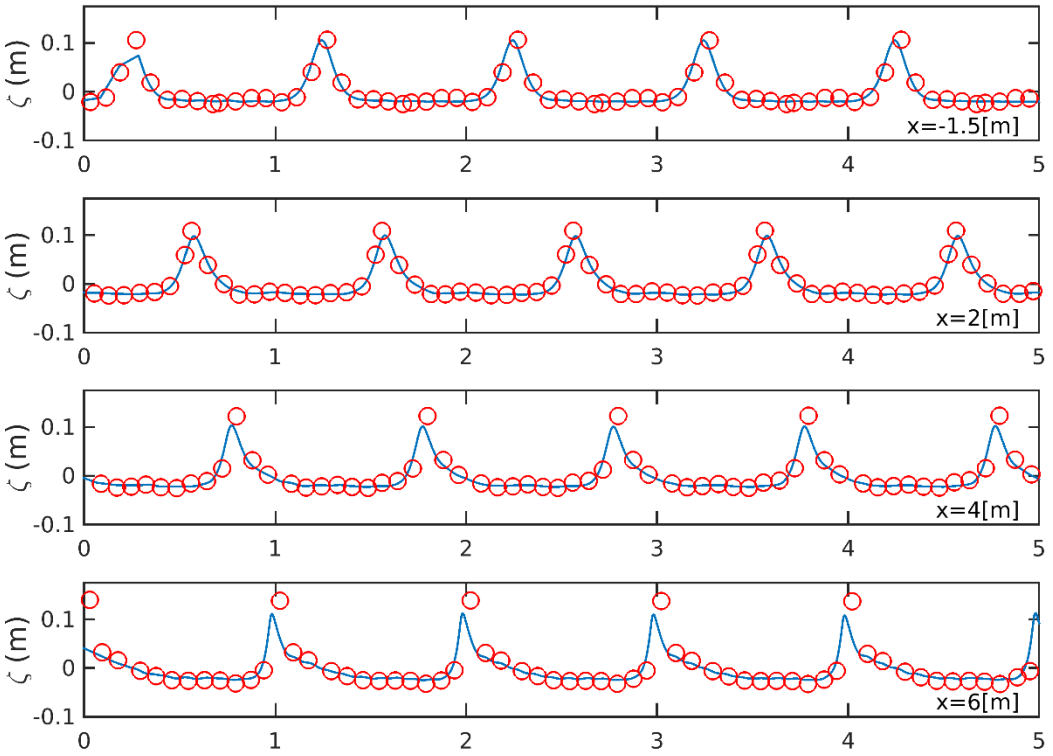
En último término, la amplitud mínima de la ola es subestimada por la simulación, mostrando valores más cercanos al cero de los que muestran los resultados experimentales.

5.2.2. Análisis de elevación instantánea.

Del estudio de la **Figura 21**, que muestra resultados de elevación instantáneos para 5 períodos, se observan para ubicaciones dispuestas en la surf zone interior (x=-1,5 y x=2[m]) una altura de ola muy similar entre simulación y los resultados experimentales.

A medida que la ola se aproxima hacia la costa, ésta aumenta considerablemente su altura según se muestra en los resultados experimentales para las posiciones x=4[m], x=6[m] y x=8[m], aunque esto no acontece de igual forma en la simulación, la que manifiesta una altura similar para estas tres mediciones. Es de notar también que la ola presenta una modificación en su comportamiento en ambos resultados: esto es, a medida que avanza en dirección x positiva, su estructura se vuelve asimétrica y la altura máxima es alcanzada con una pendiente mucho mayor.

Para las últimas mediciones (x=10[m] y x=11[m]) es evidente la reducción de la altura de la ola como resultado de su rompimiento. La estructura de la ola tanto para la simulación como para resultados experimentales de Ting & Kirby es similar, aunque en este último caso la altura de la ola sigue siendo mayor.



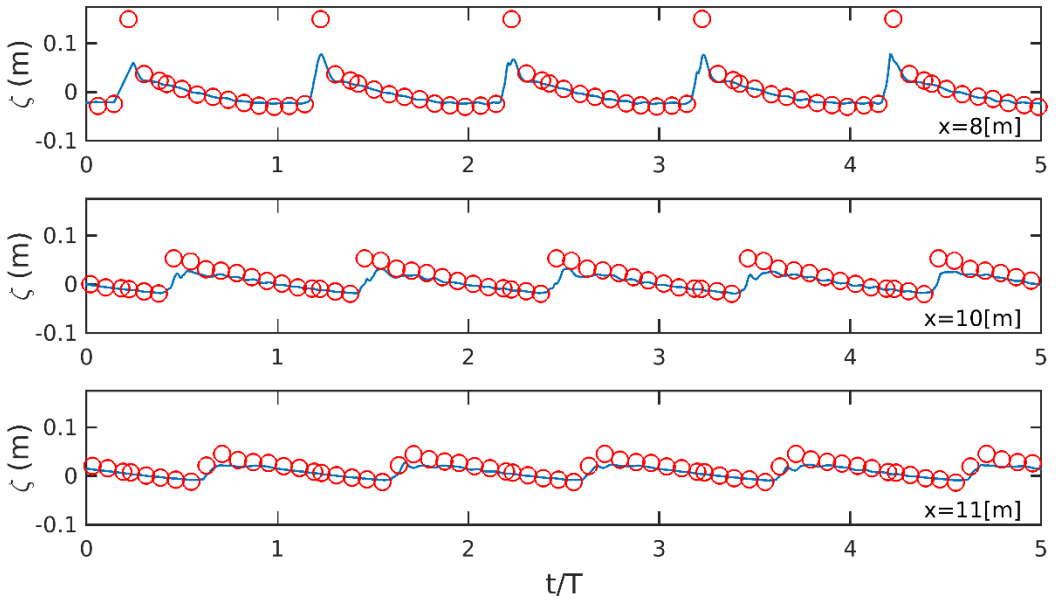


Figura 21: Comparación de la elevación instantánea de la superficie de agua para ola tipo plunging, con los resultados empíricos para los últimos 5 períodos. Líneas azules: resultados simulación; círculos rojos: resultados experimentales de Ting y Kirby.

5.2.3. Análisis de velocidad promediada.

La **Figura 22** compara los resultados computacionales y experimentales para velocidad media horizontal, promediada en los últimos 5 períodos. Se aprecia que las mediciones ubicadas más cerca del punto de rompimiento de la ola (x=7,795[m] y x=8,345[m]) presentan un comportamiento similar entre la simulación numérica y el experimento de Ting & Kirby a lo largo de toda la profundidad del agua.

A medida que la ola se va desarrollando, luego de que ha reventado, las diferencias entre el experimento de laboratorio y el ejercicio numérico comienzan a aparecer. La simulación muestra que la cresta de la ola tiene una velocidad horizontal con valor creciente y ostensiblemente superior que las magnitudes que se presentan a mayores niveles de profundidad (ver **Figura 22**).

Comparado con los datos experimentales, es claro que la velocidad media para el caso del modelo aquí estudiado tiene un valor mucho mayor en zonas a bajos niveles de profundidad. Sin embargo, como se indica en Ting & Kirby (1994), el experimento de laboratorio subvalora la velocidad cerca de la superficie, dado que cuando su sensor de velocidades está a muy poca profundidad los resultados arrojan datos menores que los esperados, lo que puede explicar la diferencia anteriormente expuesta.

De igual forma, más cercana al fondo la velocidad también manifiesta valores superiores a los esperados cuando se compara el modelo numérico y los resultados de laboratorio. De todas formas es remarcable que los órdenes de magnitud de la corriente de restitución concuerdan entre ambos casos y el error es bajo.

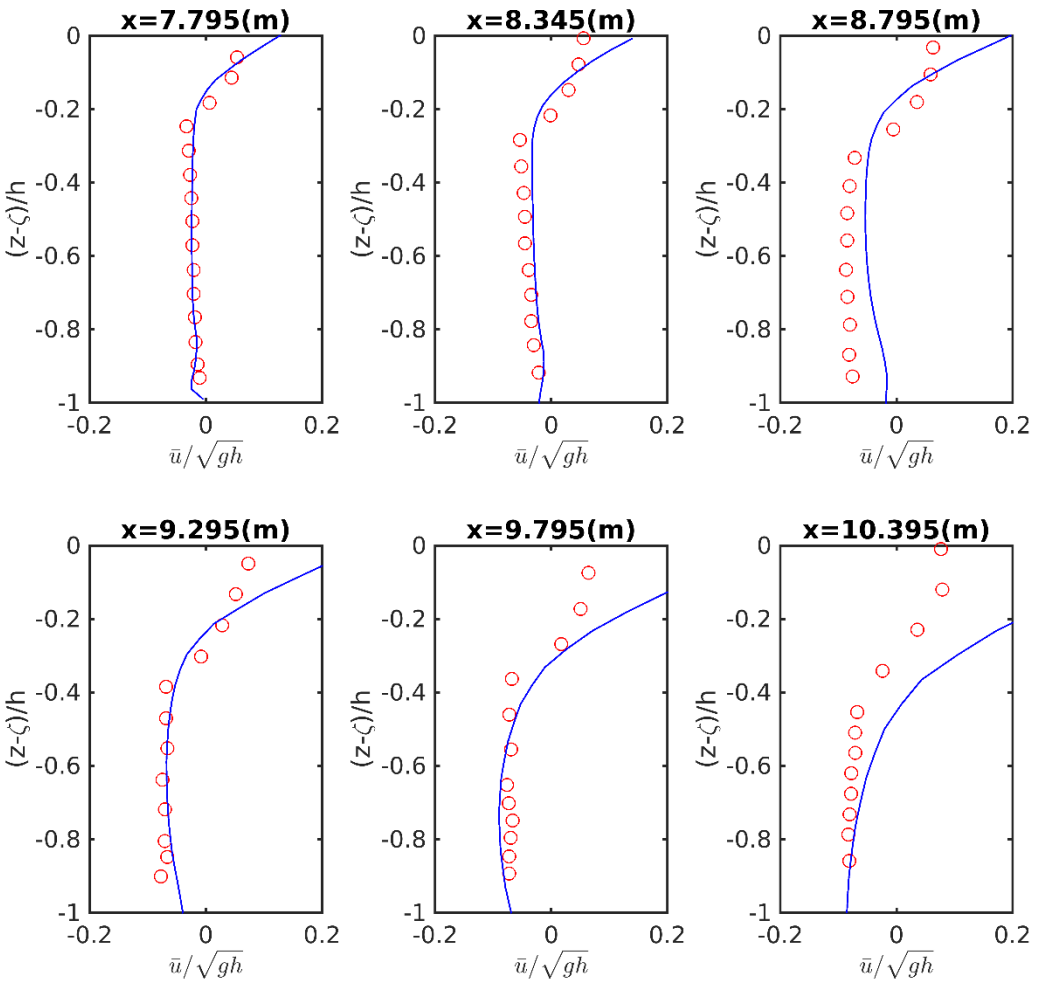


Figura 22: Variación de la velocidad promediada adimensionalizada con respecto de la profundidad adimensional en distintas posiciones en el eje x en ola con rotura tipo plunging. Líneas azules: resultados simulación; círculos rojos: resultados experimentales de Ting y Kirby.

Otra observación relevante es que la transición entre desde una velocidad media horizontal con dirección hacia la costa (en el eje x positivo) y con dirección hacia el mar adentro se produce a la misma profundidad, comparando los resultados computacionales y los numéricos.

5.2.4. Análisis de la energía cinética turbulenta.

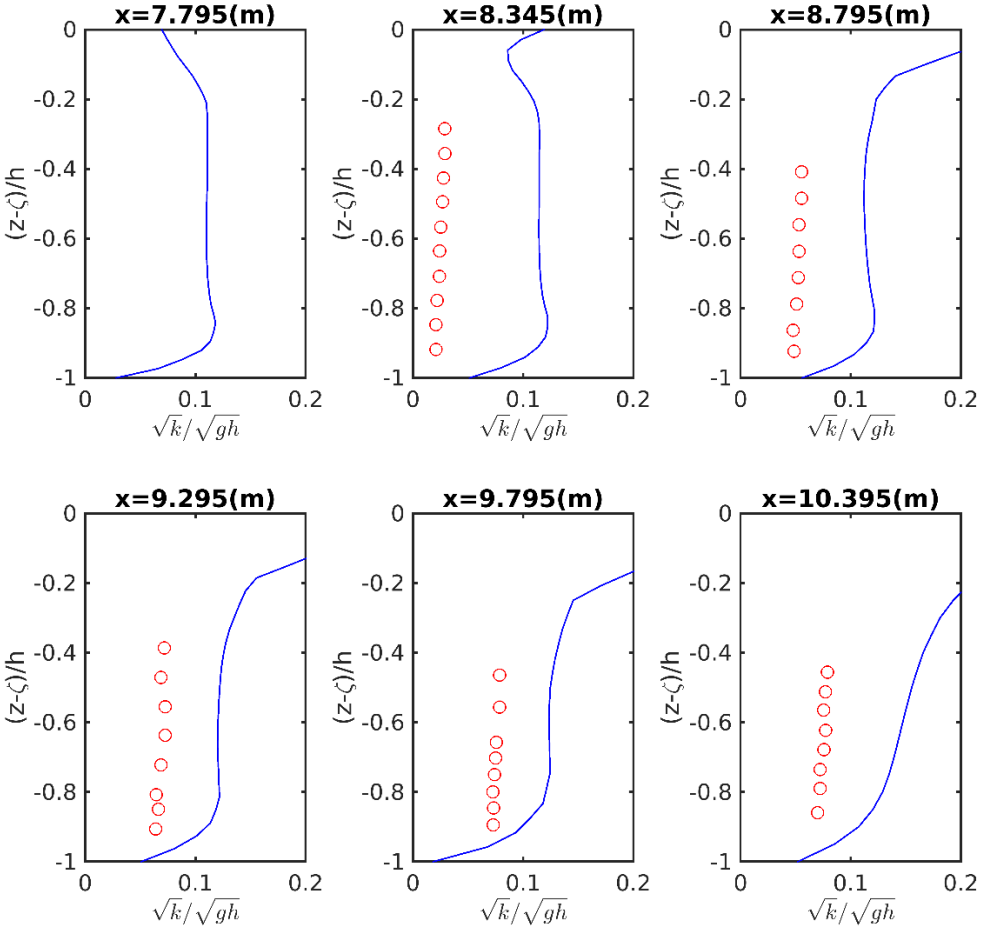


Figura 23: Comparación de la energía cinética turbulenta promediada durante los últimos 5 ciclos para ola de tipo "plunging" en distintas posiciones en el eje x. Líneas azules: resultados simulación; círculos rojos: resultados experimentales de Ting y Kirby.

La **Figura 23** muestra la energía cinética turbulenta promediada versus la profundidad tanto para los resultados de la simulación numérica como para el experimento realizado por Ting & Kirby (el experimento de laboratorio no logró por motivos técnicos medir en la posición x=7,695[m]). Es claro que el modelo sobreestima la energía cinética turbulenta, sobre todo para las zonas de poca profundidad.

El comportamiento de la turbulencia coincide con lo esperado; a medida que se acerca la ola a la costa, y habiendo ya reventado entonces los niveles de turbulencia aumentan, yendo desde la cresta de la ola hacia su base. La ola plunging tiene como característica distintiva que la rotura es violenta y el chorro de agua de la cresta es dispersado tanto hacia adelante como hacia abajo de la cresta, lo que causa mayor turbulencia.

5.2.5. Análisis de movimiento del esfuerzo de corte en el fondo marino.

Un análisis de los esfuerzos de corte en el fondo marino se realizó también para la ola tipo "plunging".

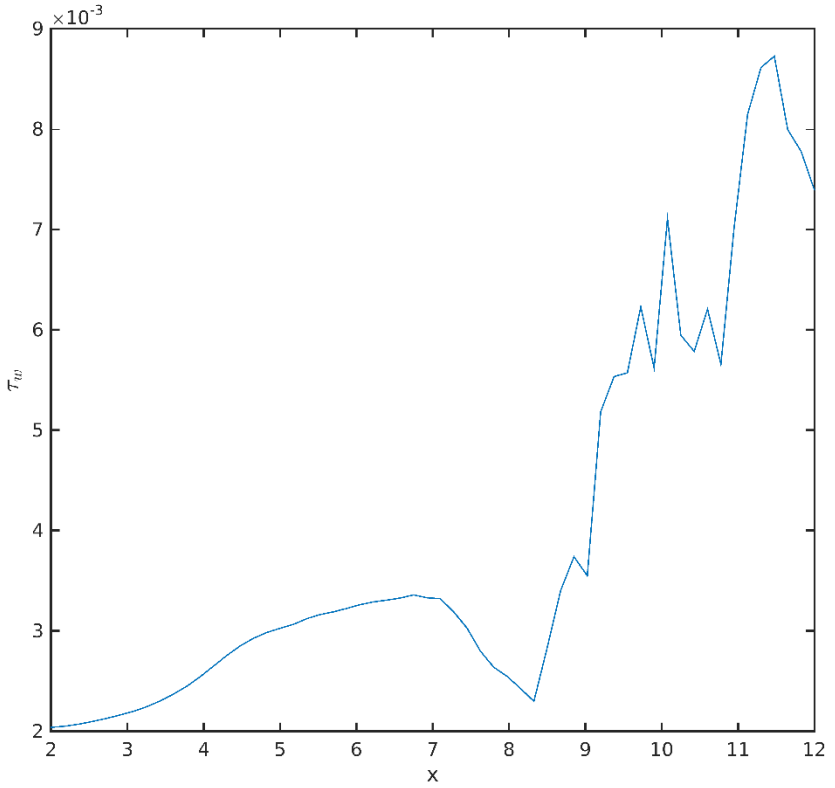


Figura 24: Esfuerzo de corte en el fondo marino para ola tipo plunging.

Tomándose nuevamente como valor de referencia para el esfuerzo de corte $\tau_w = 7x10^{-3}$, se obtiene que:

$$u_t = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \sqrt{\frac{7x10^{-3}}{1x10^3}} = 2{,}65x10^{-3}$$

$$\tau^+ = \frac{\rho\, {u_\tau}^2}{(\rho_s - \rho)gd} = \frac{1x10^3 * (2{,}65x10^{-3})^2}{(1850 - 1000) * 9{,}81 * 0{,}125x10^{-3}} = 6{,}7x10^{-3}$$

$$Re_* = \frac{u_\tau\, d}{\nu} = \frac{2{,}65x10^{-3} * 0{,}125x10^{-3}}{1x10^{-6}} = 0{,}33$$

Y entonces no existe movimiento de sedimentos en el fondo.

5.3. Sensibilidad de los resultados al tamaño de malla.

Para comprobar que la configuración de la malla que se ha elegido es correcta se hicieron correr simulaciones con otras resoluciones de puntos.

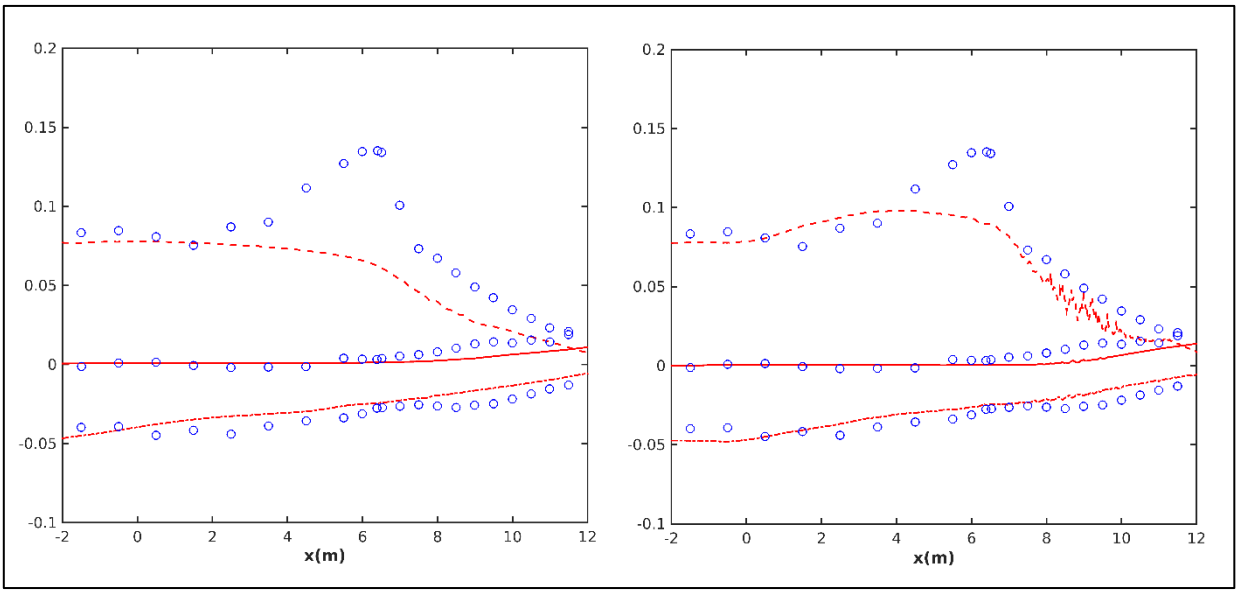


Figura 25: Comparación de resultados para ola tipo spilling con distintas mallas. A la izquierda con malla Δx=0,025[m]>Δy=0,08. A la derecha Δx=Δy=0,016[m].

Es posible apreciar que existe una rotura prematura de la ola para el caso de un tamaño de celda mayor en el eje x. Además de ellos, la altura de la ola es menor, por tanto sus resultados se alejan más allá todavía en comparación a los que se obtuvieron con tamaño de celdas iguales en ambos ejes. Un comportamiento similar es observado para la ola tipo plunging, en donde nuevamente si se elige un tamaño de celda mayor en el eje x que el en el eje y (Δx>Δy) esto provoca un rompimiento anterior a lo esperado.

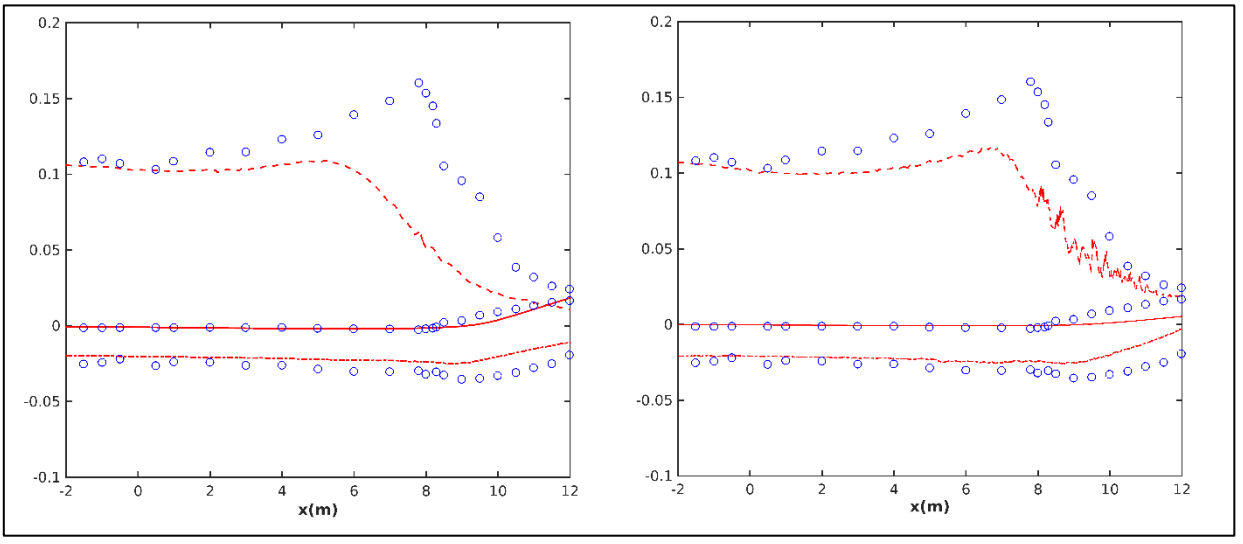


Figura 26: Comparación de resultados para ola tipo plunging con distintas mallas. A la izquierda con malla Δx=0,025[m]>Δy=0,08. A la derecha Δx=Δy=0,016[m].

CAPÍTULO 6:

CONCLUSIONES

Se han ejecutado simulaciones de olas impactando en zonas cercanas al borde costero, con una inclinación del fondo marino constante para dos tipos de olas, “spilling” y “plunging”. Junto a ello se han medido la elevación de la superficie de agua, velocidad media, turbulencia y esfuerzos de corte.

El modelo numérico utilizado consiste en un esquema LES, que separa el fluido en dos escalas, resolviendo directamente las ecuaciones de Navier-Stokes para la escala grande, y aplicando un modelo en la escala pequeña conocido como modelo de sub-grid de Smagorinsky. Además de ello se aplica simula la superficie libre con el modelo VOF (“Volume of Fluid”) Los resultados de las simulaciones numéricas han sido comparados con los resultados del estudio experimental de Ting & Kirby (1994) para verificar la precisión del método.

De los resultados obtenidos y del análisis de éstos, se concluye que:

1. Tanto para la ola tipo spilling, como para la ola tipo plunging la simulación ha logrado reproducir con precisión el lugar en donde ha de ocurrir la rotura de la ola. No obstante aquello, los resultados de la simulación no logran determinar adecuadamente la altura de la ola al momento de su rotura, ya que la ola simulada muestra menor altura que la medida en el experimento de laboratorio de Ting & Kirby (1994).

2. Las simulaciones numéricas, tanto para la ola tipo spilling como para la ola tipo plunging simulan con precisión la velocidad media en la dirección horizontal. El fenómeno conocido como “undertow” el cual consiste en la corriente presente cerca del fondo marino con dirección contraria a la costa se encuentra reproducido fielmente para ambos tipos de ola.

3. Si bien ha sido bien simulado la velocidad media en prácticamente todas las profundidades, cerca de la superficie la ola simulada manifiesta mayor velocidad que la ola medida en laboratorio.

4. El modelo numérico utilizado recrea niveles de turbulencia ostensiblemente superiores a los medidos en el experimento de laboratorio, para todas las profundidades y en ambos tipos de ola.

5. Se pueden relacionar la baja altura de la ola en relación al experimento de laboratorio y la sobre-velocidad debido a la conservación de la masa: debido a que la ola no tiene la altura medida en el laboratorio el total de su energía está repartido en menos altura y entonces por continuidad se produce una mayor velocidad, sobre todo en la cresta de la ola. Esta misma explicación puede ser plausible para explicar los altos niveles de turbulencia, sin embargo por sí sola no basta, dado que en toda la profundidad del agua los niveles de turbulencia medidos en la simulación están sobre lo esperado.

6. Al comparar la estructura de la velocidad media versus la profundidad entre los dos tipos de olas es de notar que en tanto la ola tipo spilling tiene un “undertow” con valores pequeños y concentrados en los sectores medidos más cercanos a la costa. Por otra parte la ola tipo

plunging muestra una corriente de restitución más fuerte y presente desde zonas más alejadas a la costa.

7. Si se comparan los valores de turbulencia entre los dos tipos de ola se ha de notar que la ola tipo plunging presenta índices de turbulencia mucho más altos, no tan solo en su cresta sino que a lo largo de toda su profundidad. Si se refiere a los tipos de rompimientos se puede apoyar esta observación; característico del tipo plunging es que a su ocurrencia un chorro de agua proveniente de la cresta incide hacia delante de la onda, impactando tanto sectores aledaños de superficie de agua como hacia la propia base de la ola. En tanto la ola spilling al momento de reventar solo golpea su propia base, por ende necesariamente la ola plunging ha de mostrar mayores niveles de turbulencia descrita ya su condición de rotura más violenta.

8. Para ambos tipos de ola se ha medido en valor de sus esfuerzos de corte adimensional y número de Reynolds adimensional. Al cotejar con la curva de Shields se ha verificado que no existiría movimiento de sedimentos en ninguno de los dos casos en las condiciones en las que se creó la simulación.

9. Como desafío futuro se puede recomienda elaborar una simulación que tenga integrada en dentro de sus condiciones la presencia de sedimentos en el fondo marino. La idea es visualizar directamente tanto la suspensión como el movimiento de los sedimentos para distintos tipos de ola, analizando el fenómeno con evidencia numérica.

A. ANEXO.

A.1. OpenFoam®

OpenFoam® es el software usado para simular y modelar el problema. OpenFoam® ("Open source Field Operation And Manipulation") es una plataforma que permite el desarrollo personalizado de solvers para problemas en mecánica de fluidos y otros relacionados.

OpenFoam® usa el método del volumen finito para mallas no estructuradas consistente en el uso de poliedros arbitrarios. El acoplamiento de presión y velocidad es resuelto usando un algoritmo llamado PISO, además la discretización del tiempo es realizada mediante el método implícito de Euler.

OpenFoam® incorpora además herramientas de pre y post procesado. Con las herramientas de pre procesado se permite describir el problema en su conjunto, geometría, condiciones de iniciales y de contorno, generación de malla y elección de esquema numérico.

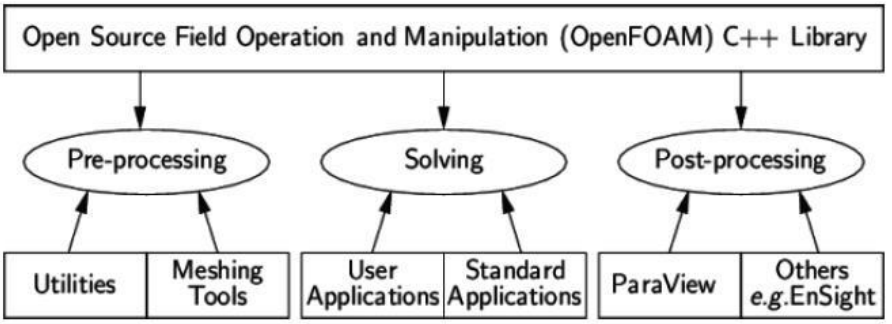


Figura 27: Estructura de OpenFoam. Fuente CFD Direct.

Para el análisis posterior a la ejecución del solver, se utiliza un lector de datos llamado ParaView, el cual permite visualizar gráficamente los resultados, seleccionar la información más relevante, etc.

A.1.2. Waves2Foam.

Una aplicación adicional y complementaria a OpenFoam®, llamada Waves2Foam ha sido utilizada en el desarrollo de la simulación y post procesamiento de datos.

La librería waves2Foam puede descargarse desde el sitio: http://openfoamwiki.net/index.php/Contrib/waves2Foam. El sitio es mantenido periódicamente y allí se incluyen los últimos desarrollos sobre la aplicación.

Las funciones de esta librería se pueden dividir en:

- Imponer condiciones en la frontera, tanto perfil de velocidad como de movimiento de la superficie libre según las distintas teorías de olas (para esta simulación se usaron olas cnoidales).

- Generación de zonas de absorción de olas reflejadas, zonas de relajación: Las “relaxation zones” se usan para evitar reflexión de las olas desde las fronteras a la salida de la geometría (esto causa eventuales discontinuidades en la elevación de la superficie y soluciones divergentes al problema), además también permiten evitar la reflexión interna de las olas lo que interferiría con la frontera en donde se producen las olas a la entrada, contaminándose los resultados.

La técnica de relajación consiste en el siguiente par de ecuaciones:

$$\alpha_R(X_R) = 1 - \frac{\exp\left(X_R^{3,5}\right) - 1}{\exp(1) - 1} \qquad (38)$$

Para $X_R \in [0; 1]$

Y se aplica en la zona de relajación de la siguiente forma:

$$\phi = \alpha_R\, \phi_{calculado} + (1 - \alpha_R)\, \phi_{objetivo} \qquad (39)$$

En donde ϕ puede ser la velocidad **u** o la fracción de volumen **F,** ambos variables, tanto la velocidad como la fracción de volumen son relajados hacia valores ya prescritos (los valores objetivos). La definición de X_R es tal que α_R debe ser siempre 1 en la frontera entre la zona de relajación y donde no hay relajación.

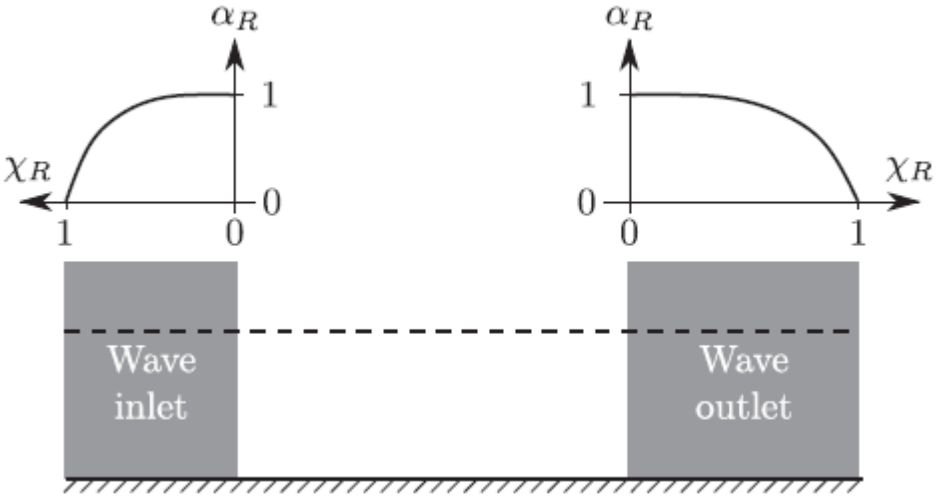


Figura 28: Representación de la variación de X_R con α_R. Fuente: Jacobsen, 2012.

En la **ecuación 39** el valor objetico para $\mathbf{F_{objetivo}}$ es 0 para una celda totalmente seca y 1 si está completamente sumergida en el agua. Si la celda está en la interface, entonces se calcula el valor objetivo mediante la separación de la celda en dos volúmenes distintos, el que está sobre la línea de la interface y por debajo de ésta. La división entre la parte inferior a la interface y el volumen total proporciona como resultado la fracción de volumen objetivo. En el centro de la parte por debajo del nivel de la interface se evalúa el valor de $\mathbf{u_{objetivo}}$ y se asigna a la celda completa. Finalmente para las celdas ubicadas en la frontera de salida $\mathbf{u_{objetivo}}$ es igual a cero.

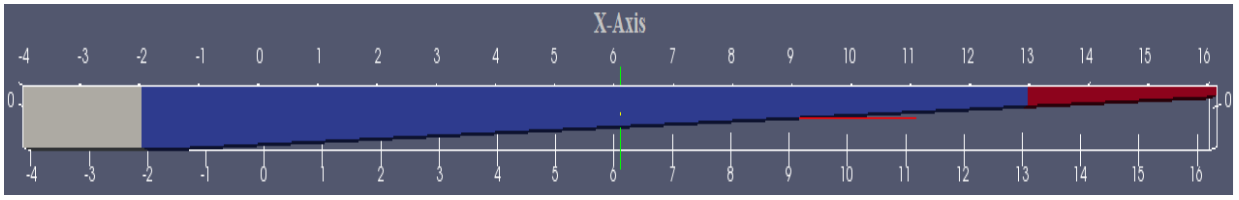


Figura 29: En gris y rojo la disposición de la "relaxation zones". A la entrada desde x= -4 a -2 [m]. En la salida desde x=13 a 16,2 [m] (imagen obtenida a través de Paraview).

- Extracción de ubicación de la superficie libre: a partir uso del script *surfaceElevation* se extrae la posición de la superficie libre para cada instante de tiempo.

A.2. MATLAB.

Para realizar el análisis y gráfico de las simulaciones se ha utilizado el software MATLAB. A continuación se presentan las aplicaciones creadas para estos fines.

- meansurface.m:

```
%% Esta aplicación se encarga de calcular, a partir de los resultados
obtenidos desde la simulación, la superficie promedio, máximos y mínimos,
graficar y guardar una imagen de alta calidad.

close all, clear all, clc

homeDir = pwd;

%% A continuación se cargan los datos de la simulación numérica desde la
carpeta surfaceElevation.

cd ../surfaceElevation/
dir('0*');
h = dir('0*');
cd ..
% El comando readSurfaceElevation lee el archivo que guarda las
elevaciones instantáneas y guarda el valor del tiempo (time), coordenadas
(x, y, z) y elevación (eta).

[time, x, y, z, eta] = readSurfaceElevation( h(1).name );

%Para todos los cálculos se utilizan solo los resultados obtenidos entre
40 y 50 segundos.
t0=40;
tf=50;
xt0=find(time==t0);
xtf=find(time==tf);
cd ( homeDir );

%% Se calcula la superficie media de elevación.
etasv=zeros(length(x),4);
eta1=eta(xt0:xtf,:);
etasv(:,1)=x;                        % Se guarda posición x de las muestras.
etasv(:,2)=sum(eta1)/length(eta1); % Superficie Media
etasv(:,3)=max(eta1);               % Elevación máxima
etasv(:,4)=min(eta1);               % Elevación mínima
```

```
hold on

figure(1);

%Propiedades de la figura.
xlabel('x(m)','FontSize',12,'FontWeight','bold');
ylabel('Surface elevation (m)','FontSize',12,'FontWeight','bold');

%Se grafican los resultados de la simulación.
plot(etasv(:,1),etasv(:,2),'-r','LineWidth',lw,'MarkerSize',msz);
plot(etasv(:,1),etasv(:,3)-etasv(:,2),'--
r','LineWidth',lw,'MarkerSize',msz);
plot(etasv(:,1),etasv(:,4)-etasv(:,2),'-
.r','LineWidth',lw,'MarkerSize',msz);

dat='/home/renato/Documentos/data'; % En la carpeta data se encuentran
los resultados de Ting & Kirby.
cd(dat);

W1=csvread('wsemax.csv');
W2=csvread('wsemean.csv');
W3=csvread('wsemin.csv');

%Se grafican los resultados de Ting & Kirby.
plot(W1(:,1),W1(:,2),'ob','LineWidth',lw);
plot(W2(:,1),W2(:,2),'ob','LineWidth',lw);
plot(W3(:,1),W3(:,2),'ob','LineWidth',lw);

legend({'\zeta_{mean}', '\zeta_{max}-\zeta_{mean}', ...
        '\zeta_{min}-\zeta_{mean}', ...
        },'FontSize',10 , 'Location', 'SouthEast');
legend('boxoff')

hold off

% Se guarda la imagen en formato PNG.
cd('/home/renato/Documentos/data')
print('meansurfacespilling2','-dpng','-r600');
cd(homeDir);

%% Esta aplicación continúa guardando, graficando y comparando las
elevaciones instantáneas de agua para compararlas luego con los
resultados de Ting & Kirby.

%gauges son las posiciones en el eje x en donde se mide la elevación.
%xgauges es la posición dentro del archivo x.
gauges=[-1.5;2.5;4.5;6.5;7.5;8.5;9.5;10.5];
xgauge=find(x==gauges);
```

```
%El for recorre las posiciones que indican los gauges y grafica cada una
individualmente.
for r=1:long
    subplot(long,1,r);
    hold on

    %Formato de los ejes.
    set(gca, 'XTick', 0:5, 'YTick', -0.1:0.1:0.125, 'FontSize', 8)
    set(gca,'fontname','times','xlim',[0 5],'ylim',[-0.12 0.12]);
    ylabel('\zeta (m)', 'FontSize', 10);

    if r==long
        xlabel('t/T', 'FontSize', 10);
    end

    % Se grafica la simulación para cada posición.
    plot((time(xt0:xtf,1)-40)/2,eta(xt0:xtf,xgauge(r)));
    strn=(['x=',num2str(x(xgauge(r))) ' [m]']);
    text(4.9, -0.07, strn, 'HorizontalAlignment', 'right','FontSize', 8)
    %Se grafican los resultados de Ting & Kirby.
    data='/home/renato/Documentos/data/tingkirby/Fig2';
    cd(data);
    filename=['x=' num2str(gauges(r))];
    W1=csvread(filename);
    plot(W1(:,1),W1(:,2),'or','LineWidth', 1);
    hold off
end

% Se guarda la imagen en alta calidad.
cd('/home/renato/Documentos/data')
print('swlspilling2','-dpng','-r600');
cd(homeDir);
```

- processUMean.m:

```
%% Esta función se encarga de calcular los valores promediados de UMean
para los últimos 5 ciclos. Toma los resultados de la función sample,
%% que extrae los valores de UMean para cada tiempo, los promedio para
luego escribirlos en un archivo de texto.
function processData( toolpath )

close all, clear all, clc

homeDir = pwd;

t0=40; % Tiempo inicial y final de promediado.
tf=50;
dt=0.01;
ngauges=6; % Número de posiciones a medir.
nt=(tf-t0)/dt;% Número total de tiempo para los cuales se mide.
gauges= [6.665; 7.275; 7.885; 8.495; 9.11; 9.725]; % Posiciones en el eje
x a medir.

%% Cálculo del promedio de UMean.

for k=0:ngauges-1  %Este for recorre cada una de las posiciones.
    cd ../postProcessing/sets/
    filename=['gauge_' num2str(k) '_UMean.xy'];
    U1=0;
    UMean=0;
    for j=0:(nt-1) %Este for recorre los tiempos de los cuales se extrae
el valor de UMean.

        time=t0+j*dt;
        cd(num2str(time))
        UMean= importdata(filename); %Lectura de los datos se guarda en
variable UMean.

        U1= U1+UMean(:,4); %Se suman los datos anteriores, acumulándose
el total del intervalo de tiempo comprendido.
        cd ..
    end

    U1=U1*(1/nt)*(1/(hgs(1+k)*9.81)^0.5) %Se divide por el total de
mediciones, nt, obteniendo el promedio. Además se normaliza por la
velocidad de onda.

    U1(:,2)=UMean(:,3)  %Se guardan posiciones en el eje z para cada
valor promedio.

    cd('/home/renato/Documentos/spilling/matlab')
    filename=[filename '.txt']

    dlmwrite(filename,U1,'delimiter','\t','precision',10); %Se escriben
en archivo de texto los resultados
end
cd ( homeDir );
```

- processUPrime2Mean.m:

```
%% Esta función se encarga de calcular los valores promediados de
UPrime2Mean (Uxx, Uyy, Uzz) para los últimos 5 ciclos. Toma los
resultados de la función sample,
%% que extrae los valores de UPrime2Mean para cada tiempo, los pimedio
para luego escribirlos en un archivo de texto.
function processData( toolpath )

close all, clear all, clc

homeDir = pwd;
t0=40; % Tiempo inicial
tf=50; % Tiempo final
dt=0.01; % Intervalo de tiempo
ngauges=6;
nt=(tf-t0)/dt;
gauges= [6.665; 7.275; 7.885; 8.495; 9.11; 9.725]; % Posiciones en el eje
x a medir.
hgs= [0.17091820; 0.15537837; 0.13987977; 0.1203387674;
0.10527748;0.0848485];  % Profundidades en cada posición.

%% Cálculo del promedio de UPrime2Mean.

for k=0:ngauges-1 %Este for recorre cada una de las posiciones.
    cd ../postProcessing/sets/
    filename=['gauge_' num2str(k) '_UPrime2Mean.xy'];
    U1=0;
    UPrime2Mean=0;
    for j=0:(nt-1) %Este for recorre los tiempos de los cuales se extrae
el valor de UPrime2Mean.
        time=t0+j*dt;
        cd(num2str(time))
        UPrime2Mean= importdata(filename); %Lectura de los datos se
guarda en variable UPrime2Mean.
        U1= U1+UPrime2Mean(:,4:6); %Se suman los valores de Uxx, Uyy y
Uzz.
        cd ..
    end

    K(:,1)=0.5*(U1(:,1)+U1(:,2)+U1(:,3))*(1/nt); %Se calcula el promedio.
    K(:,1)=sqrt(K(:,1))*(1/(hgs(1+k)*9.81)^0.5);  % Se utiliza la fórmula
de turbulencia normalizada por la velocidad de onda.
    K(:,2)=UPrime2Mean(:,3);
    filename=[filename '.txt']
    cd(homeDir)
    dlmwrite(filename,K,'delimiter','\t','precision',10)
    clear K;
end
cd ( homeDir );
```

B. BIBLIOGRAFÍA.

1. Bakhtyar, R., Barry, D., Yeganeh-Bakhtiary, A., & Ghaheri, A. (2009). Numerical simulation of surf-swash zone motions and turbulent flow. *Advances in Water Resources 32*, 250-263.
2. Battjes, J. A. (1974). Surf Similarity. *Coastal Engineering Proceeding*, 466-480.
3. Battjes, J. A. (1988). Surf-Zone Dynamics. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 57-93.
4. Christensen, E. D. (2006). Large eddy simulation of spilling and plunging breakers. *Coastal Engineering 53*, 463-485.
5. Davidson-Arnott. (2010). *Introduction to coastal processes and geomorfology.* Cambridge University Press.
6. Dean, R. G. (1973). Heuristic models of sand transport in the surf zone. *Coastal Processes with Engineering Applications.*, 208-214.
7. Douglas, S., & Krolak, J. (2008). Highway in the Coastal Enviroment . *Hydraulic Engineering Circular 25*, 33-54.
8. Driest, E. R. (1956). On turbulent flow near a wall. *J. Aero. Sci.*, 1007.
9. Ferzinger, J. H., & Peric, M. (2002). *Computational Methods for Fluids Dynamics.* Springer.
10. Hirt, C. W. (1981). Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries. *Journal of Computational Physics 39*, 201-225.
11. Iribarren, R. C. (1949). Protection des ports, Section II. *Comm 4, XVIIth Int. Nav. Congress, Lisbon*, 31-81.
12. Jacobsen, N. G. (2012). A wave generation toolbox for the open-source CFD library: OpenFoam. *INTERNATIONAL JOURNAL OF NUMERICAL METHODS IN FLUIDS 70.*, 1073-1088.
13. Korteweg, J., & Vries, G. d. (1895). On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves. *Philosophical Magazine Series 5*, Volume 39.
14. Leonard, A. (1974). Energy cascade in large eddy simulations of turbulent flows. *Adv. Geophys*, 237.
15. Lesieur, M. (2012). Turbulence in Fluids (Vol. 40). *Springer Science & Business Media.*
16. Magnus Larson, S. K. (2004). Swash-zone sediment transport and foreshore evolution: fields experiments and mathematical modelling. *Marine Geology*, 61-79.
17. P. Lubin, V. A. (2006). Three-dimensional Large Eddy Simulation of air entrainment under plunging breaking waves. *Coastal Engineering 53*, 631-655.
18. Peregrine, D. H. (1983). Breaking Waves on Beaches. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 149-78.
19. Pope, S. B. (2000). *Turbulent Flow.* Cambridge University Press.
20. Rodi, W., Constantinescu, G., & Stoesser, T. (2013). *Large-Eddy Simulations in Hydraulics.* London, UK: Taylor and Francis Group.
21. Smagorinsky, J. (1963). General circulation experiments with the primitive equations. I. The basic experiment. *Monthly Weather Review, 91*, 99-164.

22. Ting, F., & Kirby, J. (1994). Observation of undertow and turbulence in a laboratory surf zone,. *Coastal Engineering 24 (1-2)*, 51-80.
23. Ting, F., & Kirby, J. (1995). Dynamics on surf zone turbulence in a strong plunging breaker. *Coastal Engineering 24*, 177-204.
24. Weller, H. G. (2002). Derivation, modelling and solution of the conditionally averaged two-phase. *Nabla Ltd, No Technical Report TR/HGW/02*.
25. Xie, Z. (2013). Two-phase flow modelling of spilling and plunging breaking waves. *Applied Mathematical Modelling 37*, 3698–3713.