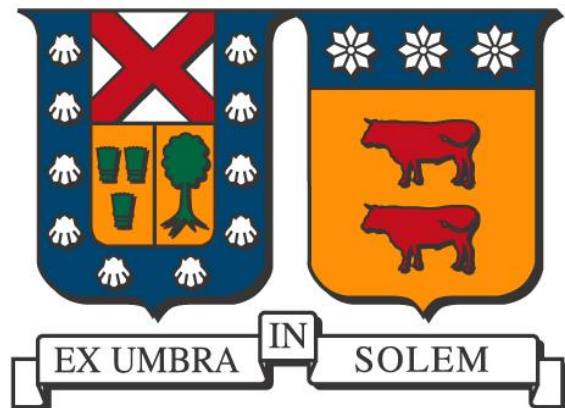


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA METALÚRGICA Y DE MATERIALES

SANTIAGO – CHILE



**ANÁLISIS GEOESTADÍSTICO DE CORRELACIÓN
DE DATOS PARA ESTIMAR LA ZONA DE
PROHIBICIÓN EN TORNO AL BORDE CRÁTER
DE SUBSIDENCIA POR CONSECUENCIA DEL
DESPLOME EN DIVISIÓN EL TENIENTE**

Presentado por:

JAVIERA DONOSO NUÑEZ

**MEMORIA DE TITULACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERA CIVIL DE MINAS**

Profesor Guía:

ING. GONZALO NELIS

Profesor Co-Referente:

ING. RODRIGO ESTAY

SEPTIEMBRE 2024



AGRADECIMIENTOS

El término de esta memoria de título representa el fin de un camino lleno de desafíos, sacrificios y aprendizajes, un viaje que comenzó hace siete años, sin ninguna expectativa o noción de cómo podría culminar. Lo cual no habría sido posible sin el apoyo y compañía de personas maravillosas que se presentaron en mi camino a lo largo de este tiempo.

En primer lugar, me gustaría agradecer a mi familia. A mi madre Patricia Nuñez, por inculcarme desde pequeña la perseverancia, que todo lo que uno sueña y quiere es posible de lograr, siempre y cuando trabajes por ello. A mi pareja Cristopher Zamorano, por apoyarme hasta la última madrugada para cumplir con mis entregas universitarias, alentándome y creyendo en mis capacidades, incluso cuando yo sentía que eran insuficientes. Además, de darme la posibilidad de formar una familia, la cual fue mi mayor motivación para finalizar esta etapa. A mis suegros Teresa Rodríguez y Claudio Zamorano, por ser mis padres los últimos años universitarios y por apoyarme y cuidarme tanto o más, como a una propia hija. Por último, quiero dedicar un agradecimiento especial a mi hija Naomi, cuya llegada a la mitad de mi carrera cambió completamente mi vida. Su sonrisa y su presencia diaria fueron el motor que me impulsó a seguir adelante hasta ver el fin, recordándome y enseñándome cada día la importancia de luchar por mis sueños. Ella ha sido mi mayor inspiración para terminar esta etapa y mi razón mas profunda para no rendirme.

A mis amigos de la universidad: A Zaira Reyes, Gonzalo Herrera y Matías Silva, por esas horas interminables de estudio, conversaciones de la vida, consejos, risas y amistad, que hicieron de este camino una experiencia mas llevadera y enriquecedora. Como se los dije muchas veces, este triunfo es de ustedes también y serán parte importante de mi vida siempre. A Aaron Puerta, por creer en mí, confiar y estar seguro de que podría llegar a este punto, siempre acompañado de un buen café con una conversación alentadora. Sin duda, me llevo los mejores amigos de esta experiencia.

Agradezco también a mis tutores de memoria, Gonzalo Nelis y Rodrigo Estay, por su orientación, paciencia, dedicación y empatía a lo largo de este proceso. Su guía fue fundamental para lograr cada desafío académico. Además, les agradezco la confianza en mi capacidad para poder realizar este proyecto, lo cual fue un pilar fundamental para llevar a cabo esta etapa.

A Leslie Pérez, por escucharme con cariño y apoyarme cada vez que tenía algún inconveniente, fuese académico o personal. Fue muchas veces una mamá y amiga.

A Jonathan Salgado por su preocupación y empatía en cada proceso de la memoria, apoyo entregado y retroalimentaciones.

A la Superintendencia de Estudios Geomecánicos y las personas que lo componen, por su buena disposición a resolver dudas y sugerencias.

Finalmente, quiero agradecer a todas aquellas personas, conocidas y desconocidas, que de una u otra forma me apoyaron en este largo camino. A quienes creyeron en mí cuando las fuerzas flaqueaban y se veía imposible el camino, a quienes me ayudaron sin esperar nada a cambio, y a quienes, con sus palabras de aliento, hicieron posible que este proyecto de vida que se veía tan complicado de cumplir hoy sea una realidad.

A todos ustedes, gracias de todo corazón. Estos siete años universitarios no los recorrí sola, cada logro fue un esfuerzo compartido con muchas personas maravillosas que me acompañaron a lo largo del camino. Aunque algunos no llegaron hasta esta etapa final, su apoyo, compañía y consejos fueron esenciales para que pudiera llegar hasta aquí. Los recuerdo con mucho cariño y gratitud.

Este logro no es solo mío, sino también de cada uno de ustedes.



ÍNDICE

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA.....	1
Resumen	6
Abstract	7
1. Introducción	8
1.1. Contexto	8
1.2. Objetivos	9
1.2.1. Objetivo General	9
1.2.2. Objetivos Específicos.....	9
1.3. Hipótesis	9
1.4. Alcances y Limitaciones del estudio	9
2. Antecedentes	10
2.1. Subsistencia	10
2.1.1. Cráter de subsistencia	10
2.1.2. Zona de Restricción de ingreso	11
2.2. Métodos para estimar la Subsistencia	12
2.3. Tecnología InSAR	15
2.4. Correlograma	17
2.4.1. Momentos.....	18
2.5. Co-correlograma	19
3. Metodología.....	20
3.1. Clasificación de los datos a considerar	23
3.2. Definición de parámetros temporales y espaciales	23
3.2.1. Tolerancias en los parámetros de cálculo	23
3.3. Escritura de código para cálculo de co-correlograma entre los datos	24
3.3.1. Lectura y procesamiento de Datos	24
3.3.2. Selección de fechas claves	24
3.3.3. Extracción y combinación de columnas seleccionadas	24
3.3.4. Cálculo de distancias y correlación cruzada	24
3.3.5. Generación de resultados	25
3.4. Resultados	25
3.5. Estimación de zona de prohibición	25
4. Resultados y discusiones	26
4.1. Definición de la distancia espacial (paso).....	26



4.2. Variación de la correlación entre los datos en el transcurso de los años y su impacto en el análisis.	27
4.3. Variación y análisis de la Correlación entre deformaciones OT e InSAR por sector, considerando criterios temporales.	30
4.4. Variación y análisis de la Correlación entre deformaciones OT e InSAR por sector, considerando criterios espaciales.	35
4.5. Estimación zona de prohibición	36
5. Conclusiones y Recomendaciones	39
6. Referencias	40

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Etapas de evolución del cráter de subsidencia y su representación gráfica.	8
Figura 2: Planta cráter de subsidencia Mina El Teniente. Dónde el área delimitada con azul corresponde a la zona de restricción de ingreso.	12
Figura 3: Gráficos Empíricos para determinar ángulos de quiebre, (Laubscher, 2000).	13
Figura 4: Gráfico Empírico para determinar ángulos de quiebre, (Karzulovic, 1999).	13
Figura 5: Curvas propuestas para evaluar el ancho de la zona de influencia em función de la profundidad del UCL y la calidad geotécnica del macizo rocoso, (Karzulovic & Diaz, 1992).	14
Figura 6: Curvas propuestas para evaluar la distancia a la zona de máxima agrietamiento en función del ángulo de desplome, (Karzulovic & Diaz, 1992).	15
Figura 7: Diferencias de fase utilizada para determinar movimientos en la superficie (Fuente: DARES).	16
Figura 8: Medición de deformaciones mediante diferencia de fases de ondas.	16
Figura 9: Geometría ascendentes y descendentes (Fuente: DARES).	17
Figura 10: Diagramas de dispersión con su coeficiente de correlación lineal correspondiente. ...	17
Figura 11: Diagrama de Metodología utilizada.	20
Figura 12: Nube de puntos correspondientes a mediciones de deformaciones InSAR alrededor del cráter de subsidencia.	21
Figura 13: Datos seleccionados bajo los criterios establecidos para ser consideradas deformaciones OT e InSAR.	22
Figura 14: Región de tolerancia $T(h)$ alrededor del vector h (caso bidimensional).	23
Figura 15: Distancias entre deformaciones OT y deformaciones InSAR en sector Este.	26
Figura 16: Distancias entre deformaciones OT y deformaciones InSAR en sector Norte.	27
Figura 17: Diagrama de dispersión correspondiente al co-correlograma generado con datos del año 2021 con distancia temporal de 1 mes entre deformaciones OT e InSAR.	28
Figura 18: Diagrama de dispersión correspondiente al co-correlograma generado con datos del año 2022 con distancia temporal de 1 mes entre deformaciones OT e InSAR.	28
Figura 19: Diagrama de dispersión correspondiente al co-correlograma generado con datos del año 2023 con distancia temporal de 1 mes entre deformaciones OT e InSAR.	29
Figura 20: Diagrama de dispersión correspondiente al co-correlograma generado con datos del año 2018 con distancia temporal de 1 mes entre deformaciones OT e InSAR.	29
Figura 21: Diagrama de dispersión correspondiente al co-correlograma generado con datos del año 2019 con distancia temporal de 1 mes entre deformaciones OT e InSAR.	30
Figura 22: Diagrama de dispersión correspondiente al co-correlograma generado con datos del año 2020 con distancia temporal de 1 mes entre deformaciones OT e InSAR.	30



Figura 23: Correlación entre deformaciones OT e InSAR con distancia temporal de un mes, sector Este.	31
Figura 24: Correlación entre deformaciones OT e InSAR con distancia temporal de tres meses, sector Este.	31
Figura 25: Correlación entre deformaciones OT e InSAR con distancia temporal de cinco meses, sector Este.	32
Figura 26: Correlación entre deformaciones OT e InSAR con distancia temporal de ocho meses, sector Este.	32
Figura 27: Relación entre deformaciones OT e InSAR en el transcurso del tiempo en sector Este.	33
Figura 28: Correlación entre deformaciones OT e InSAR con distancia temporal de tres meses, sector Norte.	34
Figura 29: Relación entre deformaciones OT e InSAR en el transcurso del tiempo en sector Norte.	35
Figura 30: Mapa de color representativo para estimación de zona de prohibición en torno al borde cráter de subsidencia, sector Este.	37
Figura 31: Mapa de color representativo para estimación de zona de prohibición en torno al borde cráter de subsidencia, sector Norte.	38

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Medidas de tendencias del factor de correlación en el transcurso del tiempo correspondientes al sector Norte.	33
Tabla 2: Medidas de tendencia por distancia obtenidas de co-correlograma con temporalidad de cinco meses, sector Este.	35
Tabla 3: Medidas de tendencias por distancia obtenidas de co-correlograma con temporalidad de tres meses, sector Norte.	36



Resumen

En la mina El Teniente, la explotación intensiva de recursos minerales condujo a un avance progresivo hacia mayores profundidades en las operaciones de minería subterránea. Este proceso, unido al método de extracción utilizado (explotación por hundimiento), resultó en una expansión continua del cráter de subsidencia en el transcurso del tiempo. Las variaciones observadas en el cráter fueron consecuencia directa de la expansión de los sectores productivos y del reacomodo de las paredes del cráter durante la actividad minera, lo que impactó notoriamente en la zona limitante del borde cráter.

Como medida preventiva ante el crecimiento del cráter de subsidencia, la Superintendencia de Estudios Geomecánicos (SEG) lleva a cabo vuelos aerofotogramétricos georreferenciados anuales sobre el cráter. Estos estudios permiten definir los límites del borde del cráter, estableciendo una zona de restricción de ingreso y proyección de la zona de seguridad. La zona de prohibición se delimita actualmente a 50 metros desde el borde del cráter, basándose en la identificación de grietas detectadas dentro y fuera de éste a través de las imágenes proporcionadas por los vuelos aerofotogramétricos. A diferencia de la zona de seguridad, que se puede estimar mediante los ángulos de fracturamiento. La correcta definición de la zona de restricción de acceso o prohibición es esencial debido al alto riesgo de desplome, siendo esta la región más crítica y cercana al cráter. La minería ha integrado la seguridad como una prioridad, tan importante como la productividad en sus operaciones. Es por lo anterior, que se busca una representación precisa de esta zona para evitar posibles accidentes fatales y garantizar la protección de operarios y equipos en el entorno minero.

En este estudio, se desarrolló y aplicó una herramienta geoestadística ajustada mediante co-correlogramas, programada en Python, para analizar la relación entre las deformaciones internas del cráter (OT), debidas a desplomes, y las deformaciones InSAR observadas en superficie, que corresponden a la aparición de grietas en los alrededores del cráter. El propósito principal fue mejorar la precisión en la delimitación de la zona de prohibición de ingreso por sectores, con el fin de reducir los riesgos de seguridad que podrían surgir debido a una estimación inexacta de estos límites. Mediante esta metodología, no solo se pretendió cumplir con los aspectos técnicos del análisis, sino también contribuir de manera concreta a la seguridad operativa, destacando la relevancia de gestionar adecuadamente los riesgos en entornos de minería subterránea intensiva.

Los resultados obtenidos demostraron una correlación directa y cuantitativa entre las deformaciones OT e InSAR, lo que confirmó la hipótesis de que la subsidencia del terreno promueve la formación de grietas. Además, se verificó que la herramienta del co-correlograma desarrollada en este estudio es efectiva para evaluar la relación espacial y temporal entre estas deformaciones, cumpliendo con el objetivo principal de la investigación al estimar la zona de prohibición.

Se observó que la distancia temporal y espacial de influencia de las deformaciones OT en la generación de grietas (deformaciones InSAR) varió según el sector del cráter. En el sector de Esmeralda (este), se estimó una alta correlación hasta una distancia máxima de 75 metros, con un efecto temporal de 5 meses desde la ocurrencia de una deformación de desplome (OT) hasta la aparición de una grieta en el cráter de subsidencia. En el sector del Reno (norte), la correlación fue alta hasta una distancia de 180 metros, con un efecto temporal de 3 meses.

Finalmente, a partir de los resultados obtenidos, se logró identificar la distancia espacial y temporal óptima en la que se alcanza mayor correlación entre las deformaciones para cada sector, lo que permitió estimar con precisión la zona límite de influencia. Esta estimación se visualizó de manera más efectiva mediante la creación de un mapa de color, lo cual validó el uso del co-correlograma como herramienta geoestadística adecuada para esta aplicación. Adicionalmente, se brindaron recomendaciones orientadas al análisis geoestadístico, así como una discusión sobre las limitaciones identificadas en el estudio.



Abstract

At the El Teniente mine, the intensive exploitation of mineral resources led to a progressive advance towards greater depths in underground mining operations. This process, coupled with the method of extraction used (mining by subsidence), resulted in a continuous expansion of the subsidence crater over time. The variations observed in the crater were a direct consequence of the expansion of the productive sectors and the rearrangement of the crater walls during mining activity, which had a significant impact on the crater boundary.

As a preventive measure against the growth of the subsidence crater, the Superintendence of Geomechanical Studies (SEG) carries out annual georeferenced aerial photogrammetric flights over the crater. These studies define the limits of the crater rim, establishing an entrance restriction zone and the projection of the safety zone. The prohibition zone is currently delimited 50 meters from the crater rim, based on the identification of cracks detected inside and outside the crater through images provided by aerial photogrammetric flights. Unlike the safety zone, which can be estimated using fracture angles. The correct definition of the access restriction or prohibition zone is essential due to the high risk of collapse, this being the most critical region close to the crater. Mining has integrated safety as a priority, as important as productivity in its operations. It is for this reason that an accurate representation of this area is sought to avoid possible fatal accidents and ensure the protection of operators and equipment in the mining environment.

In this study, a geostatistical tool co-correlograms, was developed in Python and applied to analyze the relationship between the internal deformations of the crater (OT), due to landslides, and the InSAR deformations observed on surface, which correspond to the appearance of cracks in the surroundings of the crater. The main purpose was to improve the accuracy in the delimitation of the no-entry zone by sectors, in order to reduce the safety risks that could arise due to an inaccurate estimation of these limits. This methodology was intended not only to comply with the technical aspects of the analysis, but also to contribute concretely to operational safety, highlighting the relevance of adequately managing risks in intensive subway mining environments.

The results obtained showed a direct and quantitative correlation between OT and InSAR deformations, which confirmed the hypothesis that ground subsidence promotes crack formation. In addition, it was verified that the co-correlogram tool developed in this study is effective to evaluate the spatial and temporal relationship between these deformations, fulfilling the main objective of the research by estimating the prohibition zone.

It was observed that the temporal and spatial distance of influence of OT deformations in the generation of cracks (InSAR deformations) varied according to the crater sector. In the Esmeralda sector (east), a high correlation was estimated up to a maximum distance of 75 meters, with a temporal effect of 5 months from the occurrence of an out-of-plunge (OT) deformation to the appearance of a crack in the subsidence crater. In the Reno sector (north), the correlation was high up to a distance of 180 meters, with a temporal effect of 3 months.

Finally, from the results obtained, it was possible to identify the optimal spatial and temporal distance at which the highest correlation between the deformations is reached for each sector, which allowed us to accurately estimate the limit zone of influence. This estimation was visualized more effectively through the creation of a color map, which validated the use of the co-correlogram as an appropriate geostatistical tool for this application. Additionally, recommendations for geostatistical analysis were provided, as well as a discussion of the limitations identified in the study.



1. Introducción

1.2. Contexto

La industria minera en Chile ha adquirido una importancia significativa a nivel nacional y global, especialmente con el agotamiento de los recursos minerales en la superficie. En este contexto, la ingeniería minera desempeña un papel crucial en el desarrollo de infraestructuras y la expansión de la producción. Un ejemplo claro de este crecimiento se observa en la destacada minería chilena, específicamente en la división El teniente.

La mina El teniente es una mina subterránea de cobre ubicada en la región del Libertador Bernardo O'Higgins. La subsidencia de la superficie provocada por esta división se debe principalmente a la extracción y explotación de las reservas mineras mediante el método de explotación denominado Panel Caving con hundimiento convencional, el cual es relacionado con métodos de explotación de hundimiento masivo. (CODELCO (Chile), 2022, p.6) Como consecuencia de tal proceso, se va generando un hundimiento del material sobre la zona explotada que se produce en el mediano o incluso largo plazo, dependiendo de la altura de la columna de roca a extraer, por lo que inicialmente la cavidad generada por el proceso de extracción minera no está conectada a superficie, sin embargo, el proceso continuo de extracción hace que el hundimiento progrese en altura hacia la superficie, cuya última manifestación es denominada cráter de subsidencia (**Figura 1**).

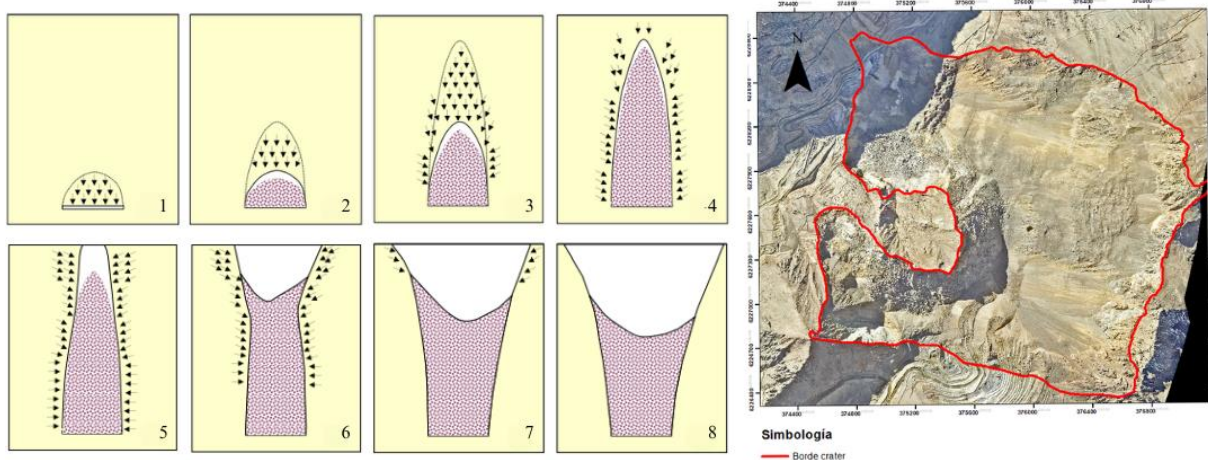


Figura 1: Etapas de evolución del cráter de subsidencia y su representación gráfica.

A lo largo del tiempo, este cráter de subsidencia ha ido evolucionando, por lo que manifiesta constantes variaciones generadas por el crecimiento de los sectores productivos y el reacomodo de las paredes del cráter que ocurren en este proceso, con impacto visible en el área limitante del borde cráter. Por tal motivo, anualmente la gerencia de sustentabilidad y asuntos externos (GSAE) realiza vuelos de reconocimiento aerofotogramétricos georreferenciados sobre el cráter de subsidencia de la División el teniente. Con esta información la superintendencia de estudios Geomecánicos (SEG), de la gerencia de recursos mineros y desarrollo (GRMD), determina los límites del borde cráter, generando en su entorno un límite para la zona de restricción de ingreso y una proyección del límite de seguridad. (CODELCO (Chile), 2022, p.6) Este estudio se centra en la zona de prohibición.



La zona de prohibición actual se delimita visualmente a 50 metros desde el borde cráter, basándose en imágenes satelitales que revelan grietas, pero carece de un análisis cuantitativo que respalde esta decisión. Dada la importancia crítica de esta área, es fundamental contar con una estimación más precisa, ya que cualquier actividad en esta zona podría ser peligrosa debido a la posibilidad de desplomarse.

En este contexto, la presente memoria de título propone realizar un estudio geoestadístico de las deformaciones topográficas del cráter utilizando el lenguaje de programación Python. La base de datos para este análisis se obtendrá de informes emitidos por la compañía DARES, que utiliza tecnología InSAR para medir deformaciones milimétricas en áreas mineras.

El propósito de lo anterior es identificar una relación espacio-temporal en las deformaciones observadas, con el objetivo de lograr una estimación más precisa de la zona de exclusión alrededor del cráter. Esta área es de gran importancia debido a los riesgos inherentes que presenta, por lo que una delimitación adecuada resulta crucial para mitigar posibles fatalidades.

1.3. Objetivos

A continuación, se presentan tanto objetivos generales como específicos de la presente memoria.

1.3.1. Objetivo General

Estimar el alcance límite de la zona de prohibición entorno al borde cráter de subsidencia de División El Teniente mediante la búsqueda de la correlación entre deformaciones Offsettracking (asociadas al desplome) y deformaciones InSAR (asociadas al fracturamiento).

1.3.2. Objetivos Específicos

Los objetivos específicos del estudio son:

- Identificar los parámetros relevantes en el proceso de expansión del cráter y generación de grietas por sector, considerando información de deformaciones obtenidas por interferometría.
- Construir herramienta geoestadística programada para hallar correlación en tiempo y espacio entre deformaciones OT e InSAR (grietas).
- Realizar una estimación de dónde y cuándo podrían formarse grietas por consecuencia del desplome en torno al borde cráter de subsidencia.

1.4. Hipótesis

La hipótesis para este trabajo de memoria propone que las deformaciones offset tracking (OT) conllevan a que se produzcan deformaciones InSar, relacionadas directamente con las grietas presentes en torno al cráter de subsidencia.



1.5. Alcances y limitaciones del estudio

El presente estudio se limitó al análisis de la información entre los años 2018 y 2020 de los sectores norte y este del entorno del cráter de subsidencia. Periodo en los cuales se tuvo registro de deformaciones tanto de desplome (OT), como InSAR. Se descartó la información entre los años 2021 y 2023 debido a incongruencias en la base de datos y calidad de estos, que podrían influir en la precisión de los resultados. Para los años de estudio, se consideró información de imágenes satelitales en los meses de verano, debido a que no se analizan en el periodo de invierno, a causa de la nieve, ya que no permite utilizar interferometría.

Estas limitaciones fueron cuidadosamente consideradas a lo largo del desarrollo de esta memoria de título, reconociendo que el presente estudio geoestadístico, por si solo, no es suficiente para una estimación definitiva del área de restricción. Existen otros parámetros relevantes, como las condiciones geomecánicas específicos del macizo rocoso y la dinámica de extracción, que podrían integrarse para lograr una aproximación mas fiel a la realidad in situ. Sin embargo, dichos criterios no fueron abordados dentro del alcance de este trabajo.

Asimismo, es importante destacar que los resultados obtenidos son específicos para la ubicación y las condiciones particulares de la mina en estudio. Sin embargo, la herramienta desarrollada ha sido programada de manera flexible, permitiendo su aplicación a cualquier base de datos que contenga información detallada sobre deformaciones, facilitando así su adaptación a otros contextos mineros con características similares.

Desde una perspectiva más amplia, este estudio estableció una base valiosa para la aplicación de herramientas geoestadísticas en la identificación de zonas de prohibición, pero también destacó la necesidad de enfoques multidisciplinarios para mejorar la precisión de las estimaciones. Se espera que futuras investigaciones puedan incorporar estos factores adicionales, permitiendo una caracterización mas holística y precisa del entorno del cráter de subsidencia. Así, la integración de datos complementarios podría optimizar la gestión del riesgo y la seguridad en operaciones mineras subterráneas.



2. Antecedentes

En esta sección se aborda el fenómeno de la subsidencia, detallando los conceptos teóricos fundamentales, tales como subsidencia, aerofotogrametría e interferometría satelital. Asimismo, se proporciona una descripción completa de la herramienta geoestadística utilizada en el desarrollo del estudio, el *co-correlograma*. Estos conceptos son esenciales para la comprensión y ejecución del análisis presentado en esta memoria.

2.1. Subsidencia

Es la proyección en superficie que corresponde al proceso directamente relacionado a la actividad minera subterránea de extracción del mineral, que tiene asociado el fracturamiento y desplazamiento del macizo rocoso adyacente y superior a un sector en explotación generando el hundimiento del terreno sobre este, manifestándose en superficie y dando como resultado la formación de un cráter de subsidencia. (CODELCO (Chile), 2022, p.9)

2.1.1. Cráter de subsidencia

Corresponde a la actividad en superficie, la cual refleja los efectos directos que produce desplome y hundimiento del macizo rocoso producto de la explotación y extracción minera subterránea. (CODELCO (Chile), 2022, p.9)

2.1.2. Zona de Restricción de Ingreso

En mina El Teniente se define en términos de la posición del límite de subsidencia. Ubicado a una distancia mínima de 50 metros medidos, o mayor, desde el borde cráter hacia el exterior de éste según observaciones de grietas que pueden ser visualizadas de acuerdo con los vuelos aerofotogramétricos en torno al cráter de subsidencia. Desde el cual, se restringe el ingreso a personas, vehículos y equipos. Por parte de la SEG (Superintendencia de Estudios Geomecánicos), se identificará de forma referencial las coordenadas de este límite cada 35 metros como mínimo en los planos borde cráter que se emitan (**Figura 2**). (CODELCO (Chile), 2022, p.9)

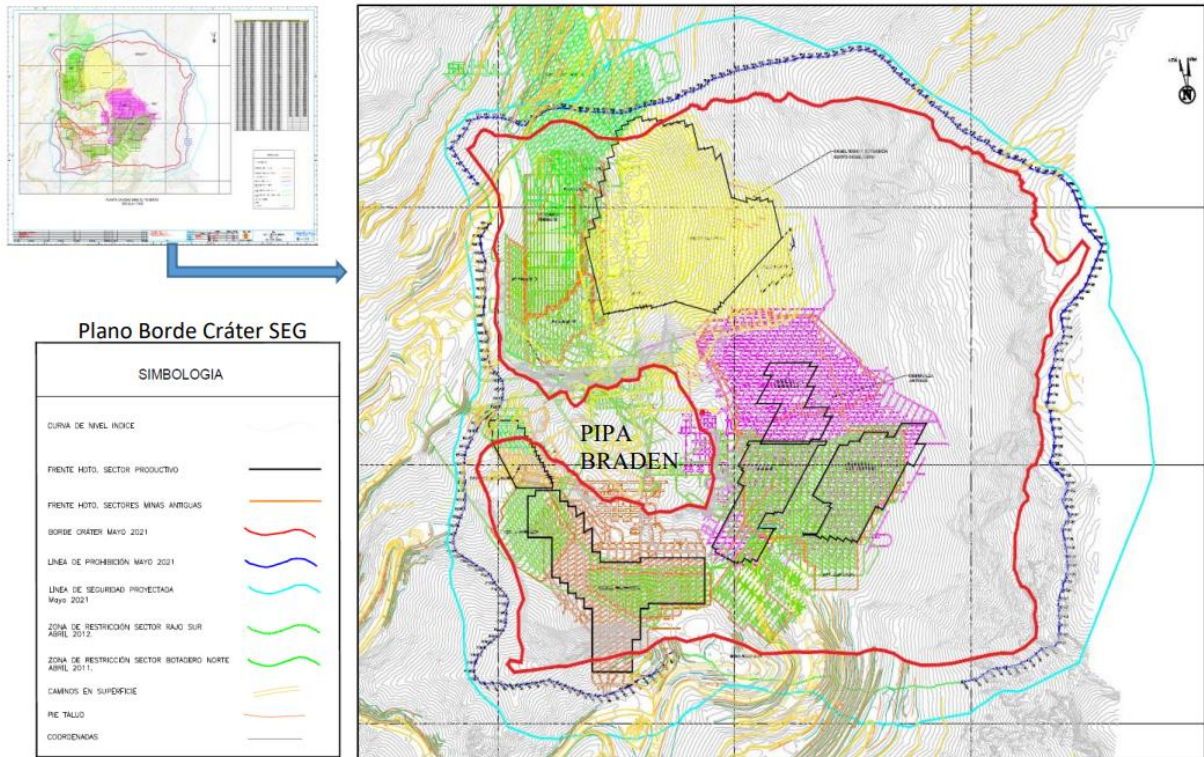
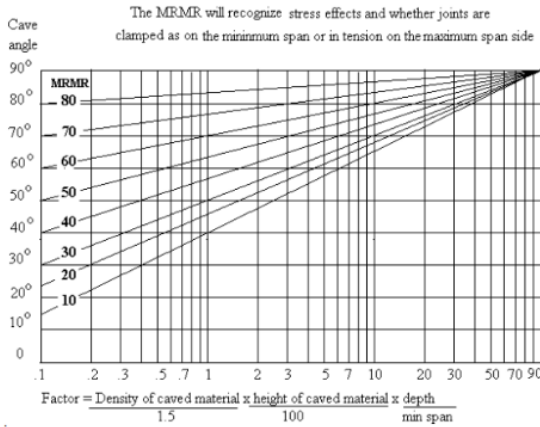


Figura 2: Planta cráter de subsidencia Mina El Teniente. Dónde el área delimitada con azul corresponde a la zona de restricción de ingreso.

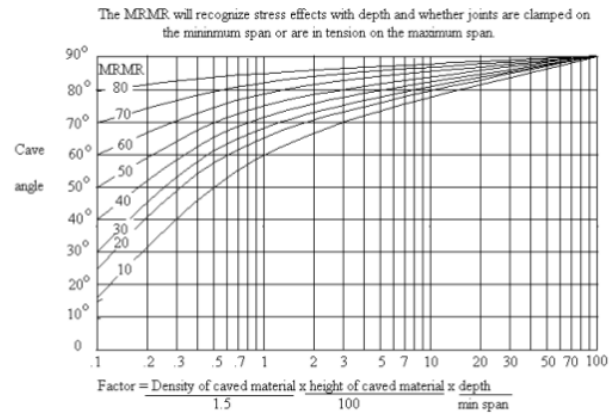
2.2. Métodos para estimar la Subsistencia y zona de influencia

A lo largo del tiempo, se han desarrollado varios métodos para estimar la subsidencia provocada por la explotación de cuerpos mineralizados. A medida que los yacimientos se encuentran a mayores profundidades, calcular la subsidencia se vuelve más complicado, lo que ha obligado a que estos métodos evolucionen, haciéndose mas precisos y complejos. Existen diferentes enfoques propuestos por diversos autores, los cuales serán presentados a continuación.

Por un lado, tenemos los métodos empíricos los cuales se basan en la experiencia de casos previos similares. Varios de estos permiten calcular el ángulo de quiebre generado por la subsidencia. Un ejemplo muy utilizado es el desarrollado por Laubscher (2000), donde los gráficos presentados en la **Figura 3** muestran como se relaciona el MRMR con la densidad del mineral movilizado, la altura de la columna movilizada, ancho de la zona caving y profundidad de la minería; a través del factor expresado en la ecuación (1), para poder obtener un ángulo de quiebre que sirva para el diseño de infraestructura (a) o para el control de tiraje (b).



(a) Conservativo



(b) Menos conservativo

Figura 3: Gráficos Empíricos para determinar ángulos de quiebre, (Laubscher, 2000).

$$\text{Factor} = \frac{\text{Densidad del Quebrado}}{1,5} \cdot \frac{\text{Altura del Quebrado}}{100} \cdot \frac{\text{Profundidad}}{\text{Ancho mínimo del Footprint}} \quad (1)$$

Otro método empírico, desarrollado para un caso mas específico, es el propuesto por Karzulovic (1999), que permite estimar el ángulo de quiebre de los diferentes sectores de la mina El Teniente, como se muestra en la **Figura 4**. Esta mina es de particular interés para el presente estudio.

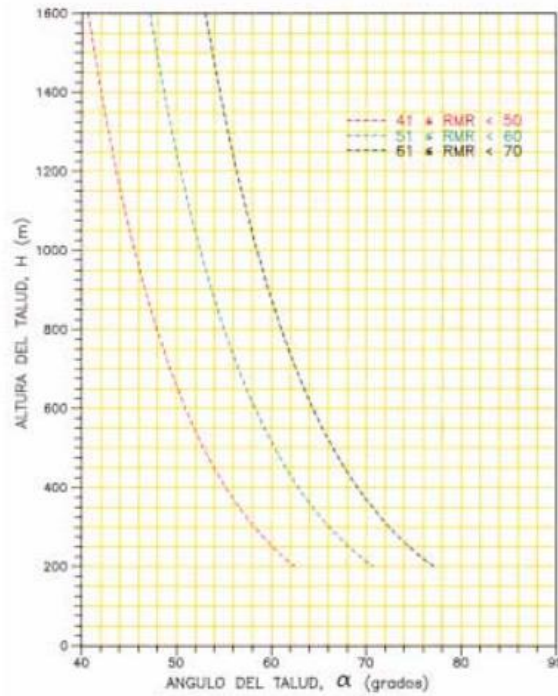


Figura 4: Gráfico Empírico para determinar ángulos de quiebre, (Karzulovic, 1999).



Además, Karzulovic & Diaz (1992) desarrollaron ábacos para evaluar el ancho de la zona de influencia en función de la profundidad del UCL y la calidad geotécnica del macizo rocoso, como se ilustra en la **Figura 5**, y la distancia a la zona agrietada, como se muestra en la **Figura 6**, sumado a una propuesta de metodología para estimar la extensión y posición de la zona de influencia del cráter.

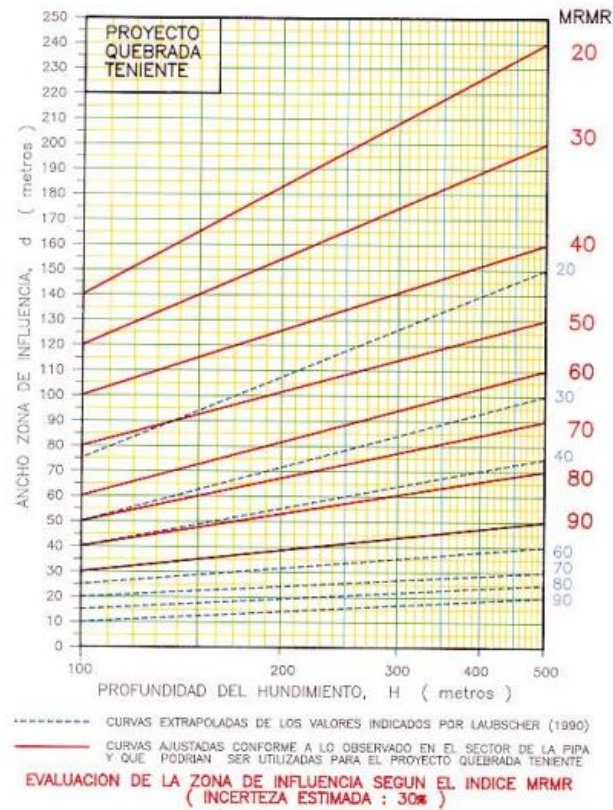


Figura 5: Curvas propuestas para evaluar el ancho de la zona de influencia en función de la profundidad del UCL y la calidad geotécnica del macizo rocoso, (Karzulovic & Diaz, 1992).

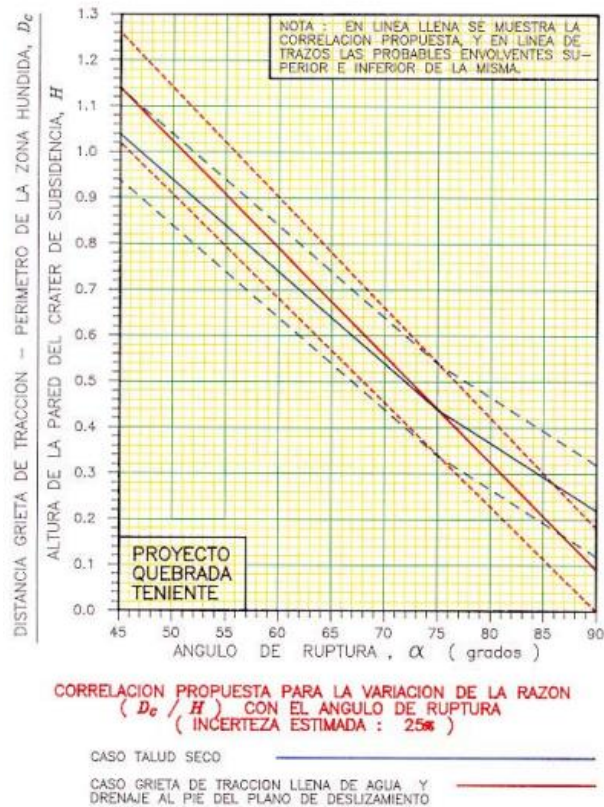


Figura 6: Curvas propuestas para evaluar la distancia a la zona de máxima agrietamiento en función del ángulo de desplome, (Karzulovic & Diaz, 1992).

Aunque las investigaciones sobre la estimación de la subsidencia y sus zonas de influencia han sido competentes, aun no se logra una estimación exacta de este fenómeno. Es precisamente este el desafío el que orienta el enfoque de este trabajo.

Dado que los datos a utilizados en esta investigación se obtuvieron mediante técnicas aerofotogramétricas, se hizo necesario profundizar en los siguientes conceptos relevantes asociados a estas técnicas.

2.3. Tecnología InSAR

La interferometría (InSAR) permite detectar y medir deformaciones en la superficie del terreno a través del tiempo. La tecnología se basa en la comparación de escenas de radas de apertura sintética (SAR), donde la diferencia en la fase de la longitud de onda de las imágenes permite crear interferogramas para cada píxel, como se puede ver en la **Figura 7**. Esta diferencia de fase corresponde a una combinación de deformación del terreno y a la distorsión atmosférica sobre la fase. Técnicas de análisis multi-temporal para el procesamiento de imágenes, tales como CPT de DARES, permite eliminar la distorsión atmosférica en la medida que suficientes imágenes pueden ser analizadas, de tal forma que en ellas se pueda encontrar pixeles coherentes en el tiempo los que se utilizan como base para eliminar errores entre escenas. De esta forma se obtiene la medida de la deformación con alta precisión, de aproximadamente un decimo de la longitud de onda del radar. (Dares Technology (Chile), 2020, p.3)

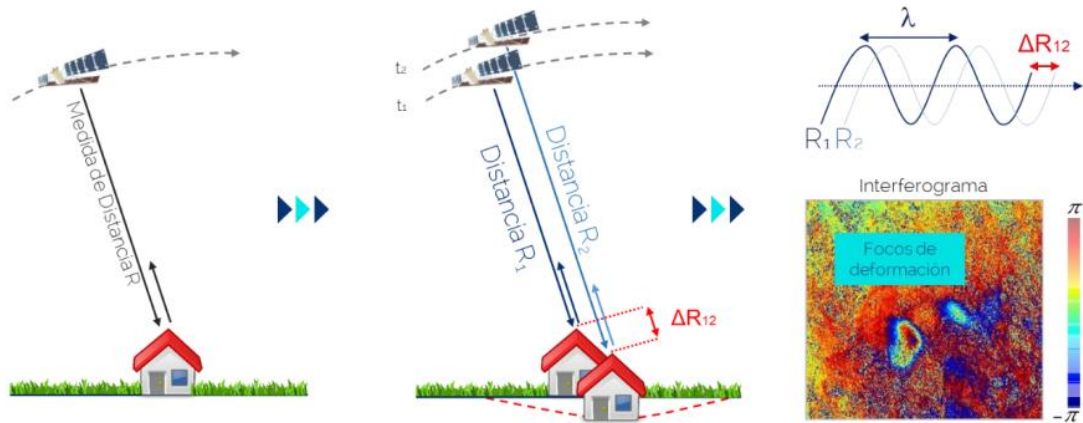


Figura 7: Diferencias de fase utilizada para determinar movimientos en la superficie (Fuente: DARES).

Por otro lado, esta tecnología basa su medición en la diferencia de fase de la onda emitida y la onda reflejada tal como se presenta en la **Figura 8**.

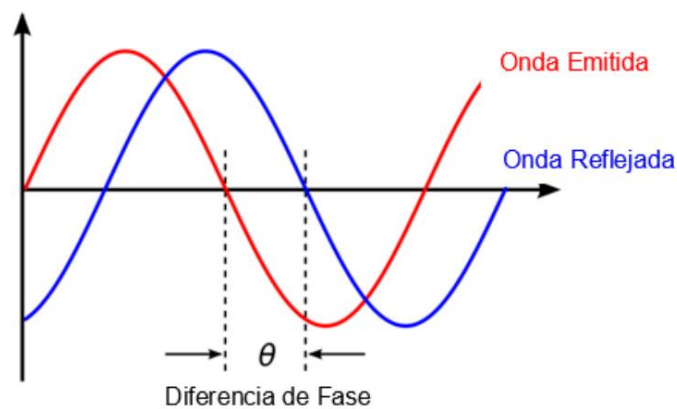


Figura 8: Medición de deformaciones mediante diferencia de fases de ondas.

De acuerdo con la diferencia de onda determinada en múltiples píxeles se genera un interferograma, como el que se puede ver en la **Figura 7**.

Esta forma de medición genera que la tecnología no sea capaz de determinar deformaciones o desplazamientos de mas de una longitud de onda para un pixel aislado, haciéndola poco sensible a desplazamientos importantes. Sin embargo, aplicando una integración entre píxeles adyacentes se puede solventar en gran medida esta limitación. (Dares Technology (Chile), 2020, p.4)

Otra limitante de la tecnología corresponde a la superficie sobre la que se produce la reflexión de la onda. Esto genera que en caso en que la superficie se encuentra húmeda, presenta vegetación o cubierta por nieve, no sea posible determinar deformaciones. (Dares Technology (Chile), 2020, p.4)

Para los fines de este estudio, se utilizó la convención cromática descrita en la **Figura 9** para representar la magnitud de las deformaciones observadas. Según esta convención, el color rojo se empleó para

indicar movimientos que se alejaban del radar, mientras que el color azul se utilizó para representar movimientos que se acercaban al radar, todo ello medido a lo largo de la línea de visión.

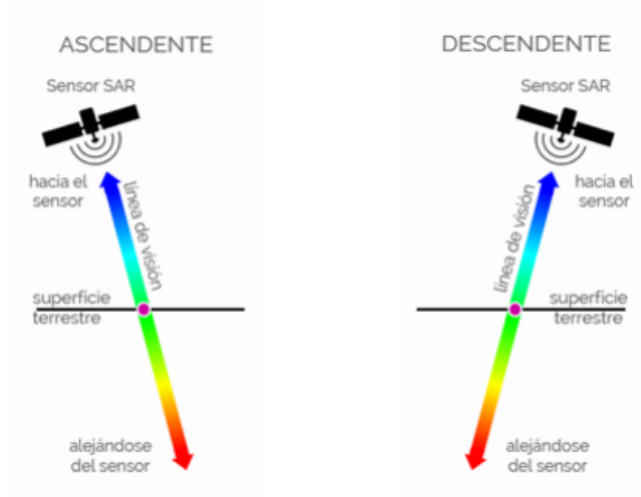


Figura 9: Geometría ascendentes y descendentes (Fuente: DARES).

Por último, se ahondará en conceptos estadísticos para comprender la herramienta geoestadística utilizada para desarrollar este proyecto.

2.4. Correlograma

La relación entre dos variables puede ser resumida a través de un coeficiente llamado *coeficiente de correlación lineal*, que mide el grado de “proporcionalidad” que existe entre ambas variables. Este coeficiente tiene un valor entre -1 y 1 (estos extremos corresponden al caso en el cual las variables son exactamente proporcionales entre sí, con un coeficiente de proporcionalidad negativo o positivo, respectivamente, como se puede observar en la **Figura 10**). (Emery, 2013, p.15)

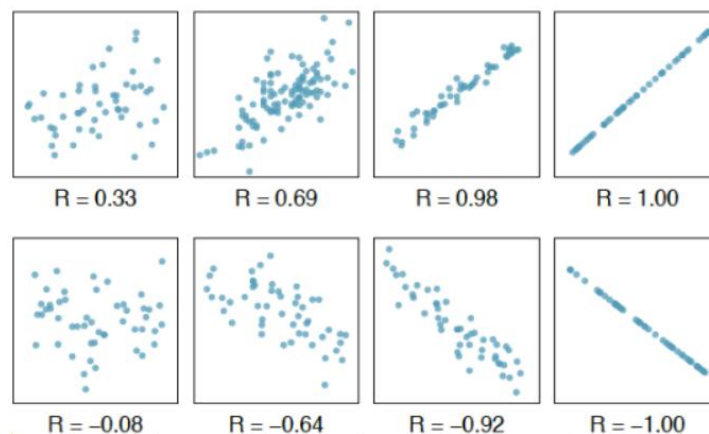


Figura 10: Diagramas de dispersión con su coeficiente de correlación lineal correspondiente.



Para comprender y aplicar adecuadamente el correlograma, es necesario dominar ciertos parámetros estadísticos descriptivos o momentos de las distribuciones univariadas y bivariadas, que “resumen” la información más relevante, los cuales se detallan a continuación.

2.4.1. Momentos

- El **valor esperado** (esperanza, o momento de primer orden):

$$m(x) = E[Z(x)] \quad (2)$$

En cada sitio x dado, $m(x)$ representa la “media” alrededor de la cual se distribuyen los valores tomados por las realizaciones de la función aleatoria. (Emery, 2013, p.25)

- La **varianza**, o varianza *a priori*, definida por:

$$\sigma^2(x) = \text{var}[Z(x)] = E\{[Z(x) - m(x)]^2\} = E[Z(x)^2] - m(x)^2 \quad (3)$$

La varianza es una cantidad positiva. Su raíz cuadrada se llama **desviación estándar**. La varianza y la desviación estándar constituyen medidas de dispersión de $Z(x)$ en torno a su valor medio $m(x)$ y cuantifican, de esta forma, su carácter “aleatorio”. (Emery, 2013, p.25)

- La **covarianza** centrada entre dos variables aleatorias $Z(x_1)$ y $Z(x_2)$:

$$C(x_1, x_2) = \text{cov}[Z(x_1), Z(x_2)] \quad (4)$$

$$C(x_1, x_2) = E\{[Z(x_1) - m(x_1)][Z(x_2) - m(x_2)]\} \quad (5)$$

$$C(x_1, x_2) = E[Z(x_1), Z(x_2)] - m(x_1)m(x_2) \quad (6)$$

La covarianza de una visión elemental del vínculo o “interacción” que existe entre $Z(x_1)$ y $Z(x_2)$. La desigualdad de Cauchy-Schwarz relaciona la covarianza entre $Z(x_1)$ y $Z(x_2)$ con las varianzas de $Z(x_1)$ y $Z(x_2)$:

$$|\text{cov}[Z(x_1), Z(x_2)]| \leq \sqrt{\text{var}[Z(x_1)]\text{var}[Z(x_2)]} \quad (7)$$

Ya establecidos los conceptos anteriores, podemos comprender y derivar la expresión matemática que define al correlograma.



- El **correlograma** (coeficiente de correlación lineal) entre dos variables aleatorias $Z(x_1)$ y $Z(x_2)$ se define como:

$$\rho(x_1, x_2) = \text{corr}[Z(x_1), Z(x_2)] \quad (8)$$

$$\rho(x_1, x_2) = \frac{\text{cov}[Z(x_1), Z(x_2)]}{\sqrt{\text{var}[Z(x_1)]\text{var}[Z(x_2)]}} \quad (9)$$

Al contrario de la covarianza, el correlograma es adimensional y toma sus valores en el intervalo $[-1, 1]$. Un coeficiente ρ nulo indica que las variables $Z(x_1)$ y $Z(x_2)$ no están correlacionadas (condición necesaria para que sean independientes), mientras que un coeficiente igual a 1 ó -1 indica que son proporcionales. (Emery, 2013, 26)

Debido a que la herramienta geoestadística “correlograma” trabaja con una única variable, y considerando que en esta investigación es necesario correlacionar datos en espacio y tiempo de dos variables provenientes de distintos conjuntos de datos, fue necesario adaptar y modificar dicha herramienta para que cumpliera con lo requerido. Este nuevo ajuste ha sido denominado como “co-correlograma”, cuya definición se presenta a continuación.

2.5. Co – Correlograma

A diferencia del correlograma, el co-correlograma analiza correlación cruzada entre dos variables diferentes, también en función de diferentes desfases temporales. Esto permite examinar cómo una variable se relaciona con otra a medida que una de ellas se desplaza en el tiempo, lo que es útil para explorar posibles interdependencias o relaciones causales entre dos series temporales distintas.

Dado que en esta investigación trabajamos con deformaciones Offset Tracking relacionadas directamente con el desplome (D) y deformaciones correspondientes a fracturas (InSAR) (f) que ocurren en la periferia del cráter, la expresión matemática para representar el co-correlograma quedara definida como:

$$\rho(h) = \frac{c(h)}{c(o)} = \frac{\frac{1}{N(h)} \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^{n(h)} (x_{j,D} - \bar{x}_D(h)) (x_{i,f} - \bar{x}_f(h))}{\sqrt{\text{var}[X_D(h)] \text{var}[X_f(h)]}} \quad (10)$$

Esta herramienta geoestadística nos permitirá analizar la correlación cruzada entre las dos variables espaciales en estudio en función de la distancia y tiempo, entregándonos un factor de correlación ρ .



3. Metodología

Para alcanzar los objetivos de esta memoria de título de manera eficaz, fue necesario realizar, en primera instancia, una recopilación exhaustiva de toda la información relacionada con las modificaciones (deformaciones) topográficas ocurridas entre los años 2018 y 2023, tanto dentro como en los alrededores del cráter de subsidencia de la Mina el Teniente.

En función de los antecedentes y objetivos propuestos, se desarrolla la siguiente metodología (**Figura 11**):

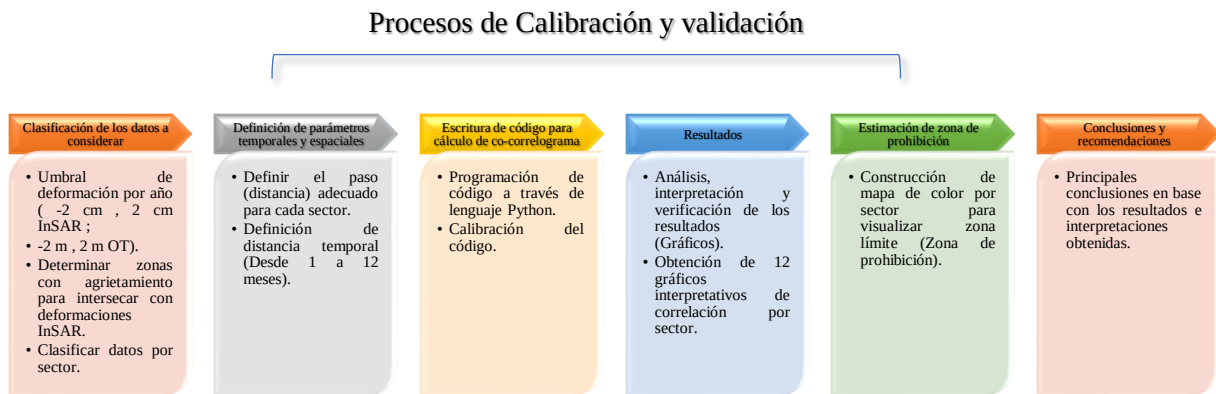
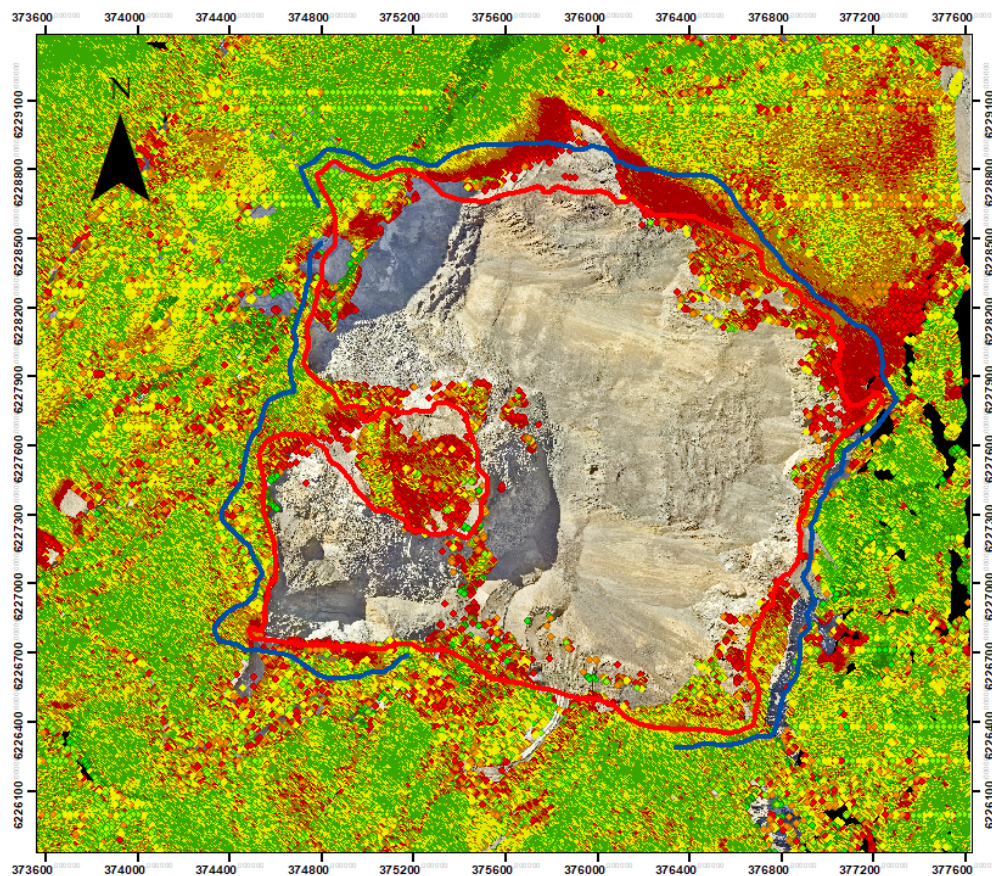


Figura 11: Diagrama de Metodología utilizada.

A continuación, se describe cada una de las etapas de la metodología aplicada:

3.1. Clasificación de los datos a considerar

El primer paso en el desarrollo de esta investigación consistió en la clasificación adecuada de los datos a utilizar. Esta etapa implicó la identificación y selección de los conjuntos de datos relevantes, asegurando que cumplieran con los criterios establecidos para su inclusión en el análisis. Para lo anterior, se cargaron los conjuntos de datos los cuales son nubes de puntos, correspondientes a las deformaciones generadas por la subsidencia a un Software compatible (ArcMap) como se puede visualizar en la **Figura 12**.



Simbología

— Línea de prohibición

— Borde crater

Deformación InSAR 2018 (cm)

- ♦ -2 - -1
- ♦ -1 - -0,5
- ♦ -0,5 - 0
- ♦ -0 - 1
- ♦ 1 - 2

Figura 12: Nube de puntos correspondientes a mediciones de deformaciones InSAR alrededor del cráter de subsidencia.

Se prosiguió a determinar el umbral de deformación por año. Para esto, se fijó un rango de valores para que sean considerados como puntos estables. Dicho rango está previamente establecido por la empresa DARES, la cual es la encargada de realizar las mediciones de la interferometría. Este rango oscila entre los valores -2 cm y 2 cm para deformaciones InSAR, y entre -200 cm y 200 cm para ser consideradas deformaciones de desplome u Offset Tracking (OT). Los valores negativos son valores relacionados al hundimiento de la topografía y los valores positivos se consideran como alzamiento del terreno. Al aplicar el criterio anterior, fue posible visualizar y trabajar con las deformaciones que realmente eran relevantes para el estudio, como puede observarse en la **Figura 13**.

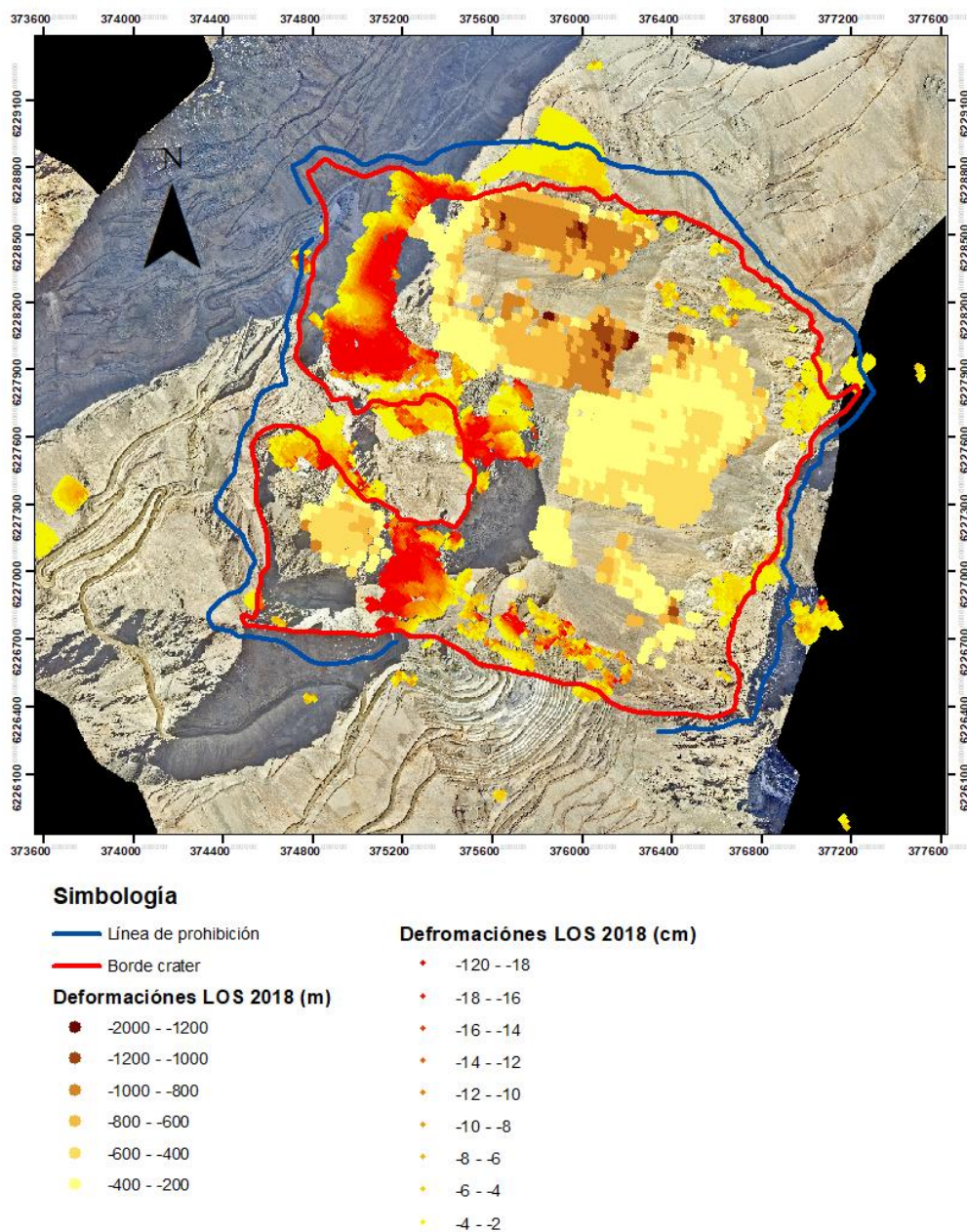


Figura 13: Datos seleccionados bajo los criterios establecidos para ser consideradas deformaciones OT e InSAR.

Para los fines de esta investigación, se identificaron y delimitaron zonas alrededor del cráter donde se habían formado grietas. Estas zonas fueron analizadas en conjunto con las deformaciones InSAR, ya que la intersección de ambos datos era crucial para estimar con precisión la zona de prohibición.



3.2. Definición de parámetros temporales y espaciales

Una vez filtrados los datos, se clasificaron por sector. Lo cual estuvo directamente relacionado con los frentes de extracción actuales, dado que no podemos asumir que la expansión del cráter y grietas se comporte de la misma forma en todos los sectores. Realizado lo anterior, se estableció la distancia adecuada del paso para el cálculo del factor de correlación para cada sector, combinado con una distancia temporal desde 1 mes hasta los 12 meses de distancia de tiempo entre que ocurre una deformación Offset Tracking (desplome) y se genera una deformación InSAR (grieta).

3.2.1. Tolerancias en los parámetros de cálculo

Con respecto a la distancia del paso, se permitió una cierta tolerancia de cálculo, dado que los datos están irregularmente distribuidos en el sector de estudio. Para lo anterior, se tuvo una región de tolerancia $T(\mathbf{h})$ alrededor de $\mathbf{h}$, de la forma $[\mathbf{h} - \Delta\mathbf{h}, \mathbf{h} + \Delta\mathbf{h}]$ en el caso unidimensional. (Emery, 2013, p.31) En el caso bi- o tridimensional, existen tolerancias tanto sobre la longitud de $\mathbf{h}$ como sobre su orientación, tal como se ilustra en la **Figura 14**.

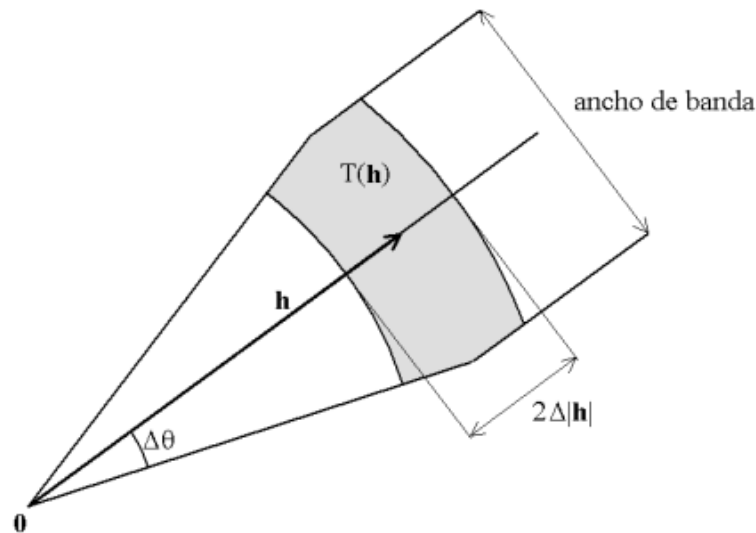


Figura 14: Región de tolerancia $T(\mathbf{h})$ alrededor del vector $\mathbf{h}$ (caso bidimensional).

El ancho de banda limita la separación del cono de tolerancia a una extensión máxima. En el espacio de tres dimensiones, se introduce dos anchos de banda: uno horizontal y otro vertical.

Para este estudio, la región $T(\mathbf{h})$ dado por la definición de nuestro $\Delta\mathbf{h}$, quedó definida con la siguiente tolerancia:

$$0.5h \leq \Delta h \leq 1.5h$$

Dónde Δh corresponde a la distancia del paso definida hasta un límite máximo de n veces establecido.



3.3. Escritura de código para cálculo de co-correlograma entre los datos.

Ya clasificados y filtrados los datos por sector, se prosiguió a programar la herramienta de co-correlograma para calcular el factor de correlación entre los datos en espacio y tiempo a través del lenguaje de programación Python, utilizando sus diversas librerías para llegar al resultado.

El proceso de escritura de esta herramienta programada se llevó a cabo en varias etapas las cuales se detallan a continuación:

3.3.1. Lectura y procesamiento de Datos

Inicialmente, los archivos en formato CSV correspondientes a las tablas de datos de deformaciones OT (Offset Tracking) e InSAR fueron integrados a Python utilizando la biblioteca “*pandas*”. Estos archivos contienen series temporales de mediciones en distintas fechas por año, las cuales debieron ser preprocesadas para seleccionar las columnas relevantes, como las coordenadas espaciales y los factores de deformaciones correspondientes.

3.3.2. Selección de fechas claves

Se implementó una función que permitió identificar y recorrer la fecha en el archivo de las deformaciones OT (desplome) más cercana dentro de los datos. A partir de esta fecha, se buscó la fecha más cercana en el archivo donde se encuentra el conjunto de datos de deformaciones InSAR (fracturas), considerando un intervalo de tiempo específico definido por el usuario. El intervalo temporal definido por el usuario puede ser entre 1 a 12, representando la cantidad de meses entre que sucede una medición y la otra. Este paso fue crucial para sincronizar temporalmente las observaciones de ambos conjuntos de datos.

3.3.3. Extracción y combinación de columnas seleccionadas

Una vez identificadas las fechas claves, se extrajeron las columnas correspondientes a estas fechas de ambos conjuntos de datos. Estas columnas contienen información espacial (coordenadas X, Y y Z) y de deformación en las fechas seleccionadas. El código combinó estas columnas en un nuevo archivo CSV, que sirvió como base para lo análisis posteriores.

3.3.4. Cálculo de distancias y correlación cruzada

Utilizando las coordenadas espaciales de los puntos seleccionados, el código calculó las distancias euclidianas entre todas las combinaciones posibles de puntos entre los dos conjuntos de datos a través de una función programada para ello. Para cada par de puntos que se encuentran dentro de un rango de distancia especificado, se registró la deformación correspondiente en ambos conjuntos de datos. Esta información fue esencial para construir el co-correlograma, que mostró la correlación cruzada de las deformaciones en función de la distancia y tiempo.



3.3.5. Generación de resultados

Finalmente, los pares de datos que cumplieron con los criterios establecidos fueron exportados a un archivo CSV, el cual contiene las deformaciones correspondientes de OT e InSAR para los puntos que se encuentran a distancias específicas. Estos resultados permitieron analizar la relación espacial y temporal entre las deformaciones observadas a través de una función programada para el cálculo matemático del co-correlograma y así obtener el factor de correlación entre los puntos a una cierta distancia y tiempo. Con la información anterior, almacenada en un archivo CSV, fue posible confeccionar los gráficos de co-correlograma en tipo BoxPlot importando la información al programa Excel.

3.4. Resultados

Una vez finalizada la etapa de programación y calibración del código, se procedió al análisis, interpretación y verificación de los resultados. Como resultado, se obtuvo 12 gráficos de co-correlograma, correspondientes a las distancias temporales desde un mes hasta los 12 meses como se definió anteriormente. Con esto, se buscó encontrar el gráfico con la mejor correlación entre los datos a través de la media, máximo y mínimo de cada medición, para cada sector del cráter.

3.5. Estimación de zona de prohibición

Tras determinar la distancia óptima para la mejor correlación entre los datos en cada sector, se procedió a la elaboración de mapas cromáticos por sector. Estos mapas permitieron una visualización más clara y detallada de la zona límite identificada mediante la herramienta aplicada, facilitando así la interpretación y la representación de los resultados obtenidos.



4. Resultados y discusiones

Por razones de conveniencia y para proporcionar información relevante a la minera, se decidió centrar el análisis solo en los sectores Este y Norte del cráter. Dado que son los sectores que tienen los frentes de extracción más activos actualmente, lo que influye directamente en la expansión del cráter en este momento.

Los resultados principales se presentan en forma de gráficos “*BoxPlot*”, los cuales ilustran la correlación entre las deformaciones OT (Offset Tracking) e InSAR en función de la distancia y tiempo. Se generaron un total de 12 gráficos correspondientes a los diferentes intervalos temporales, que van desde 1 hasta 12 meses desde que ocurre un suceso a otro. Estos gráficos permitieron observar la dispersión, la mediana y los valores extremos de la correlación entre los datos, proporcionando una visión clara de cómo varían las relaciones espaciales y temporales entre las deformaciones.

A continuación, se procede a describir y analizar los principales resultados obtenidos para cada proceso en cada sector de estudio.

4.1. Definición de la distancia espacial (paso).

En primer lugar, tal como se detalló en la metodología de este trabajo, se definió la distancia adecuada del “*paso*” Δh para cada sector, la cual corresponde a una región de tolerancia alrededor del dato a analizar. Para determinar el paso que maximizara la cantidad de datos entre una deformación y otra, se calculó la distancia entre todas las deformaciones OT e InSAR, con el fin de identificar el rango de dicha distancia. El resultado de este cálculo se representa de manera gráfica en la **Figura 15** para el sector Este, y en la **Figura 16** para el sector Norte.

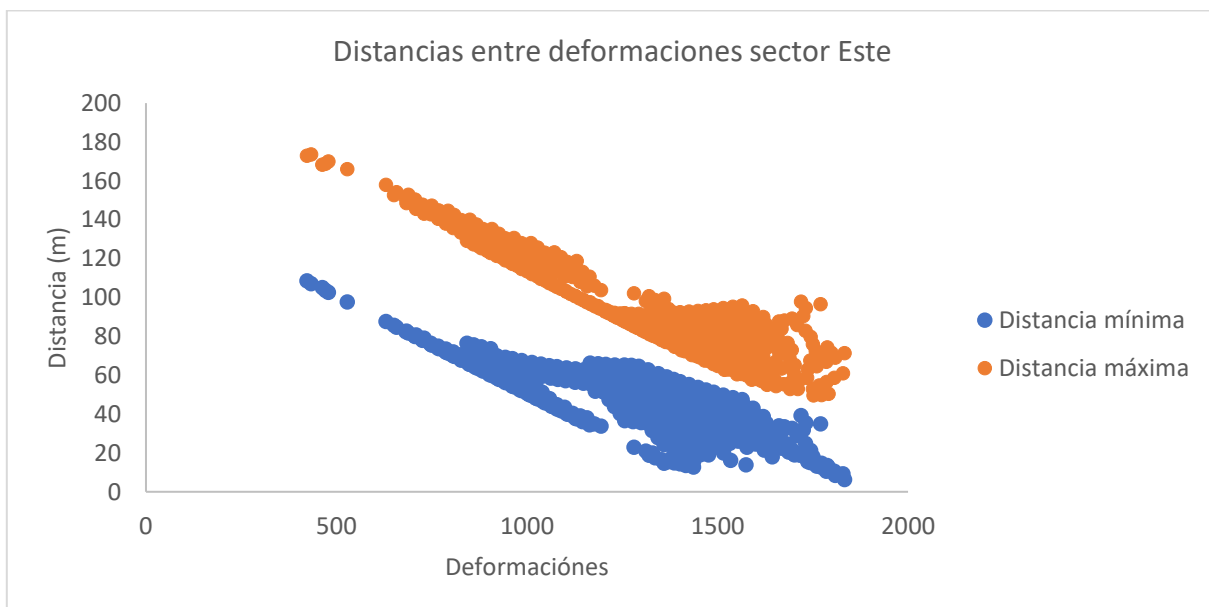


Figura 15: Distancias entre deformaciones OT y deformaciones InSAR en sector Este.

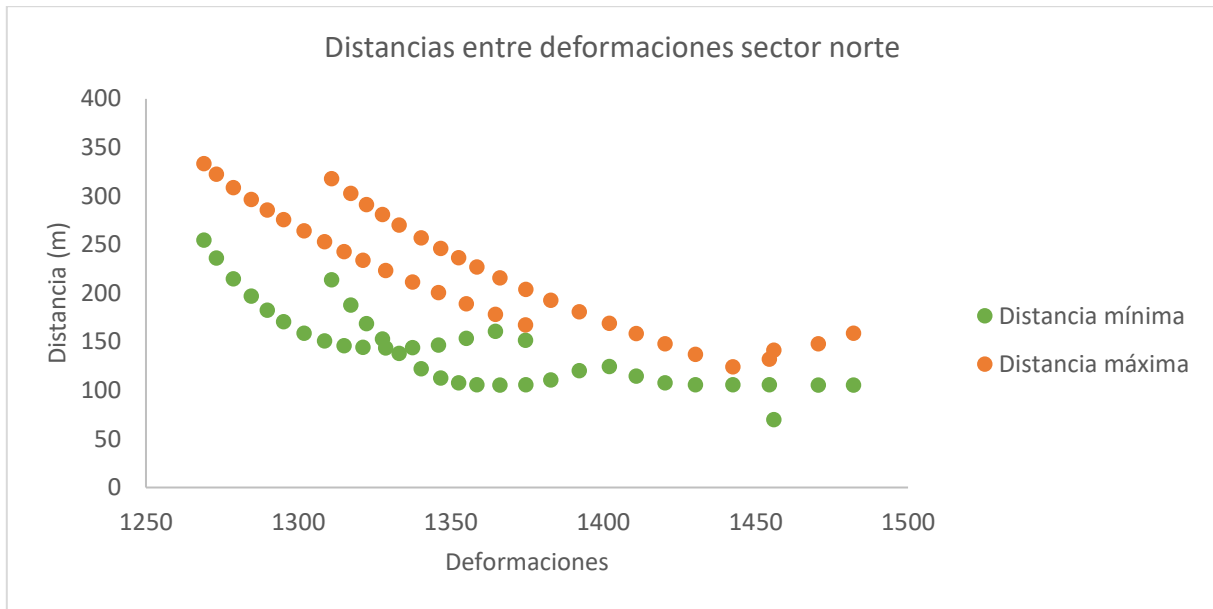


Figura 16: Distancias entre deformaciones OT y deformaciones InSAR en sector Norte.

Observando la **Figura 15**, se puede notar que el rango de distancias mínimas y máximas entre cada deformación OT y las deformaciones InSAR en el sector este varía aproximadamente entre los 20 y 200 metros. Por este motivo, se decidió establecer un paso de 25 metros, que se repetirá en n ocasiones para el análisis de este sector, hasta alcanzar una distancia máxima de 250 metros, considerando que n tomará valores enteros consecutivos desde 1 hasta 10.

Por otro lado, al analizar la **Figura 16**, se observó que las distancias mínimas y máximas entre las deformaciones OT e InSAR en el sector norte varían entre 30 y 300 metros. En función de esto, se optó por establecer un paso de análisis de 30 metros para este sector, el cual, al igual que en el sector este, se repetirá n veces hasta alcanzar una distancia máxima de 300 metros.

4.2. Variación de la correlación entre los datos en el transcurso de los años y su impacto en el análisis.

Al aplicar el código programado de co-correlograma en la base de datos y analizar la correlación entre las deformaciones OT e InSAR a lo largo de los años, se evidenció una variabilidad significativa que afectaba la consistencia de los resultados. Al examinar los gráficos de correlación anual, se observó que, en ciertos años, la concordancia entre los datos es considerablemente baja o inexistente. Este comportamiento puede atribuirse a diversos factores, como posibles errores en la toma de mediciones o condiciones inestables en el entorno de la mina durante esos periodos.

Dado que la presencia de estos datos discordantes podría afectar el análisis final y conducir a conclusiones erróneas, se decidió excluir los datos de los años que la correlación no es confiable. En la **Figura 17**, la **Figura 18** y la **Figura 19** ilustra la correlación de los años 2021, 2022 y 2023 respectivamente, los cuales son los años en los que las mediciones no alcanzaron un nivel de concordancia aceptable, justificando su exclusión del análisis global.

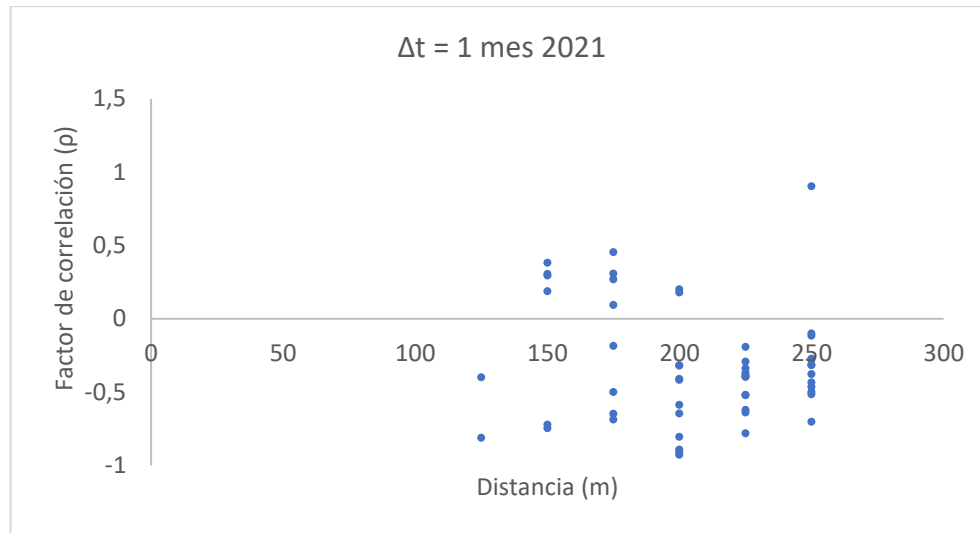


Figura 17: Diagrama de dispersión correspondiente al co-correlograma generado con datos del año 2021 con distancia temporal de 1 mes entre deformaciones OT e InSAR.

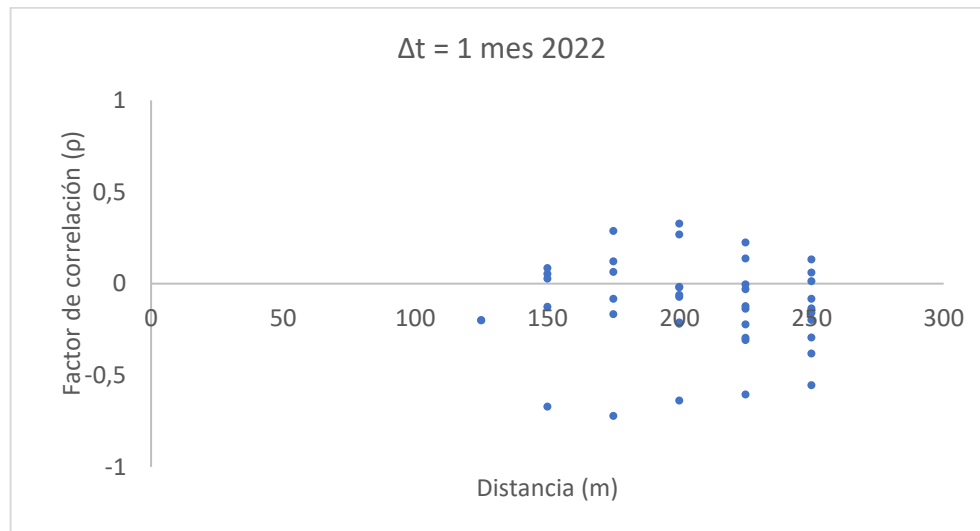


Figura 18: Diagrama de dispersión correspondiente al co-correlograma generado con datos del año 2022 con distancia temporal de 1 mes entre deformaciones OT e InSAR.

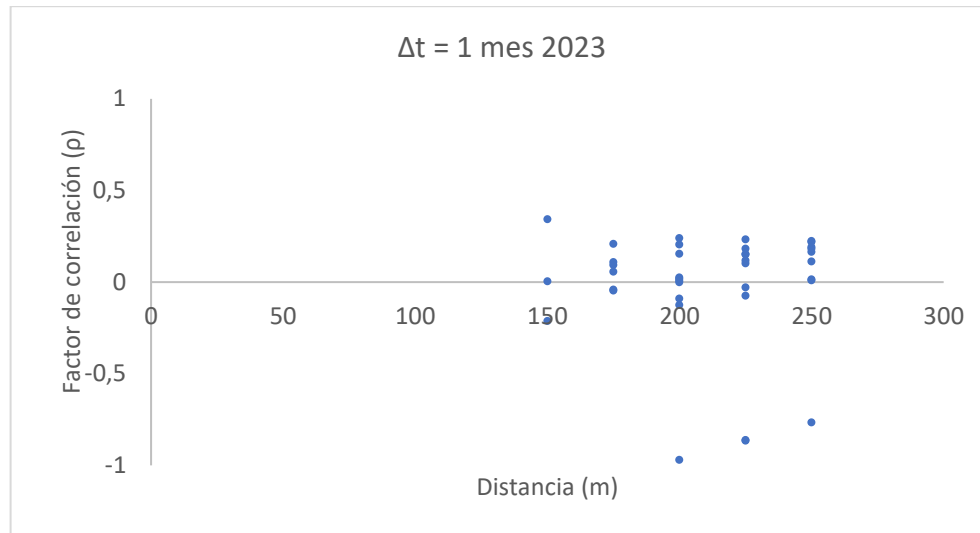


Figura 19: Diagrama de dispersión correspondiente al co-correlograma generado con datos del año 2023 con distancia temporal de 1 mes entre deformaciones OT e InSAR.

Esta decisión permitió centrar el estudio en los periodos donde la correlación es mas robusta y significativa, como puede verse ilustrada en la **Figura 20**, la **Figura 21** y la **Figura 22** correspondientes a los co-correlogramas obtenidos en los años 2018, 2019 y 2020 respectivamente. Garantizando así la precisión y relevancia de los resultados obtenidos.

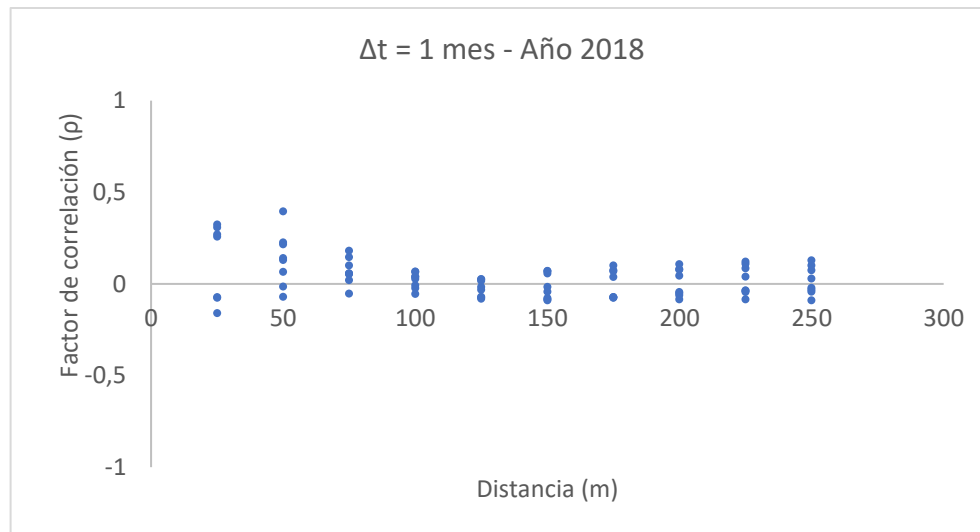


Figura 20: Diagrama de dispersión correspondiente al co-correlograma generado con datos del año 2018 con distancia temporal de 1 mes entre deformaciones OT e InSAR

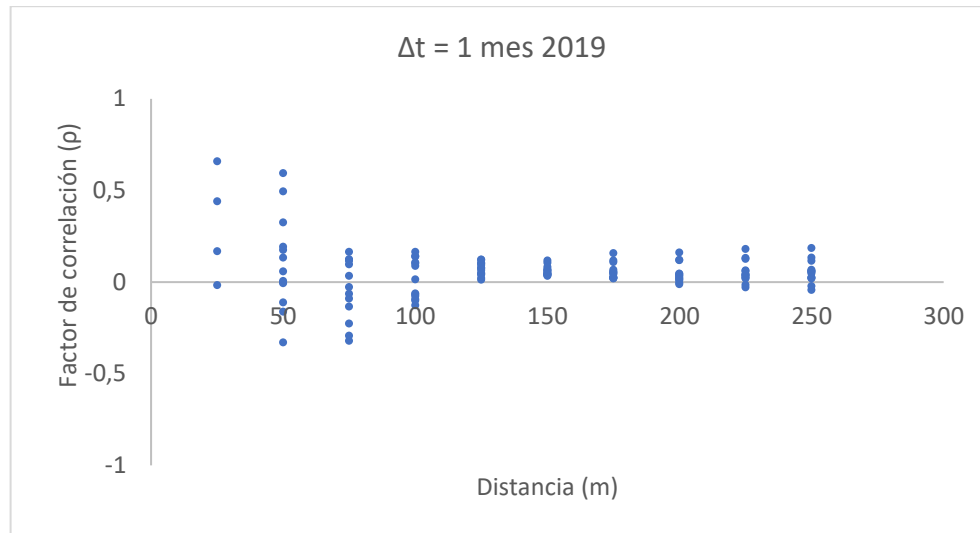


Figura 21: Diagrama de dispersión correspondiente al co-correlograma generado con datos del año 2019 con distancia temporal de 1 mes entre deformaciones OT e InSAR

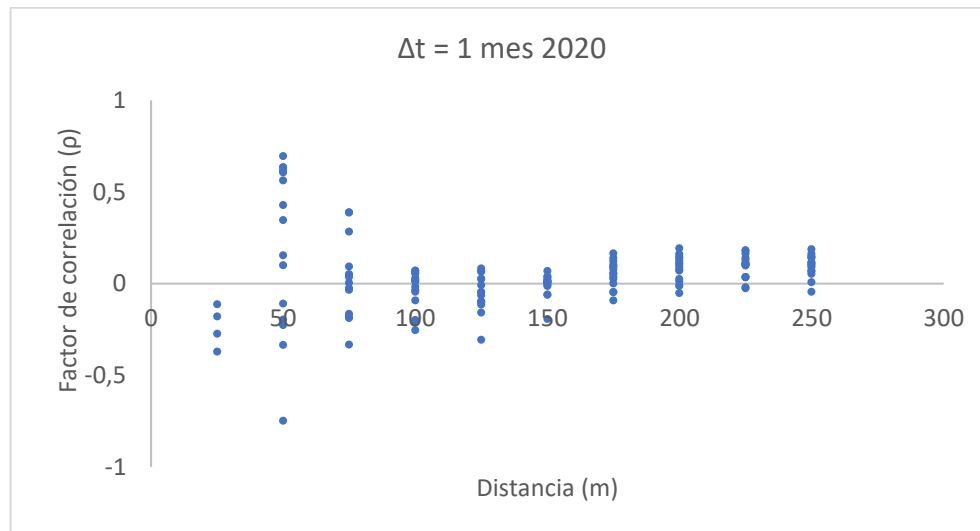


Figura 22: Diagrama de dispersión correspondiente al co-correlograma generado con datos del año 2020 con distancia temporal de 1 mes entre deformaciones OT e InSAR

4.3. Variación y análisis de la Correlación entre deformaciones OT e InSAR por sector, considerando criterios temporales.

A continuación, se pueden observar en la **Figura 23**, **Figura 24**, **Figura 25** y **Figura 26**, los co-correlogramas generados con los datos del sector Este a una distancia temporal de 1, 3, 5 y 8 meses respectivamente. Los cuales confirmaron la existencia de una relación directa y significativa entre las deformaciones OT e InSAR en este sector. Los valores positivos de los coeficientes de correlación obtenidos son consistentes con los principios de la mecánica de rocas, que predicen un aumento de la



deformación superficial (agrietamiento) en respuesta a la subsidencia del terreno (desplome). Estos resultados validaron la hipótesis de que los procesos de deformación en el cráter están estrechamente relacionados. También, pudo observarse que a medida que transcurre el tiempo, la correlación entre ambas deformaciones aumenta, alcanzando una correlación máxima hasta el intervalo de tiempo de 5 meses, sugiriendo una mayor coherencia en la detección de deformaciones durante este periodo. Luego de esta distancia temporal, la correlación entre los datos se pierde hasta obtener una relación prácticamente nula.

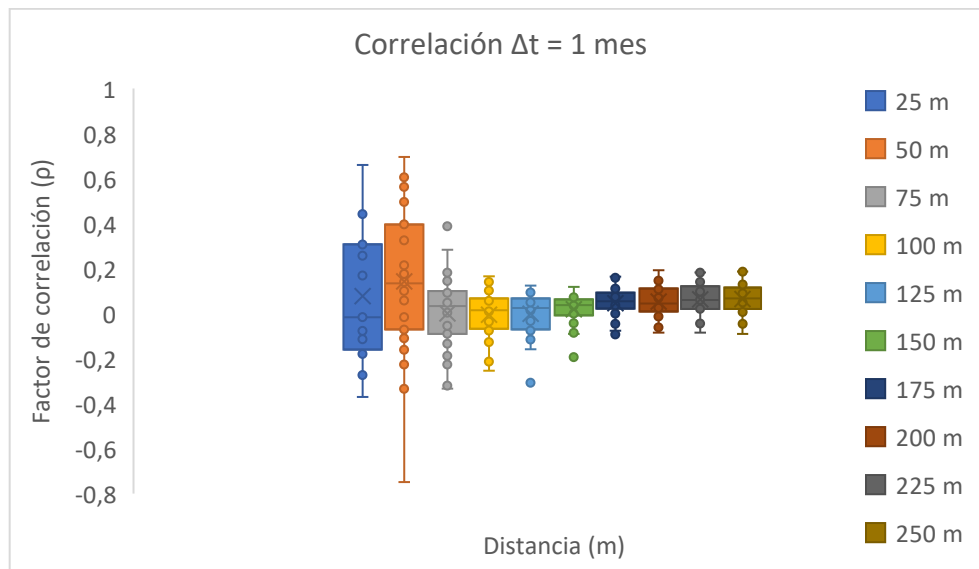


Figura 23: Correlación entre deformaciones OT e InSAR con distancia temporal de un mes, sector Este.

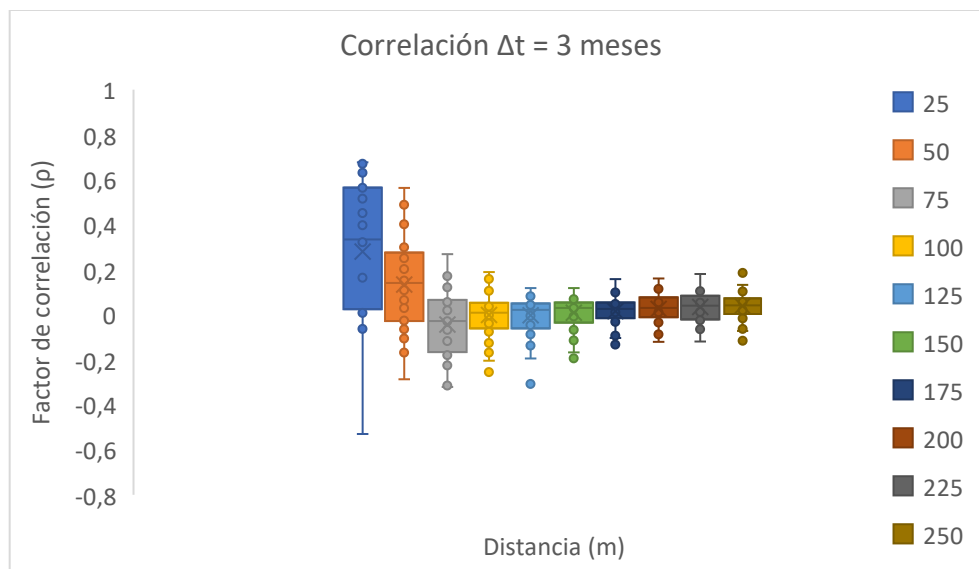


Figura 24: Correlación entre deformaciones OT e InSAR con distancia temporal de tres meses, sector Este.

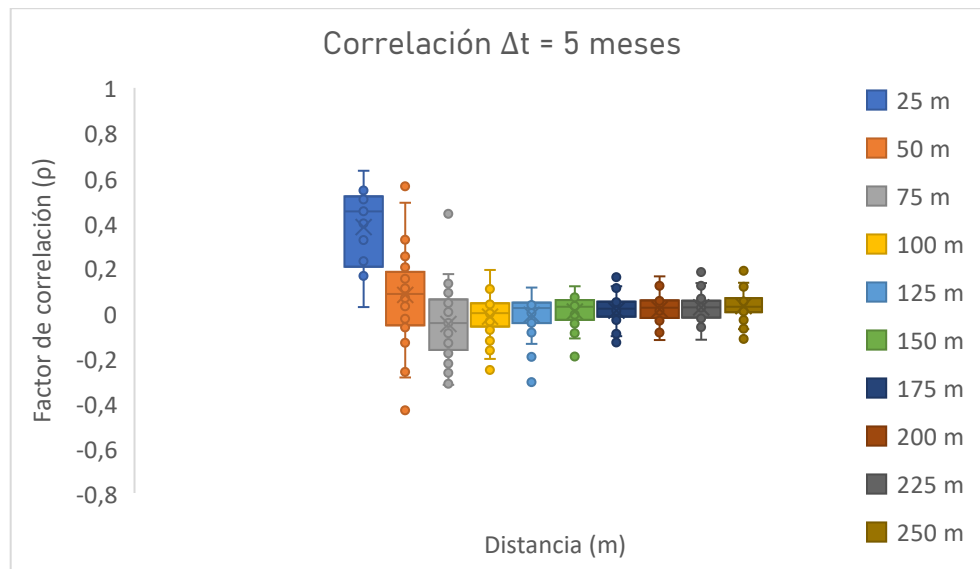


Figura 25: Correlación entre deformaciones OT e InSAR con distancia temporal de cinco meses, sector Este.

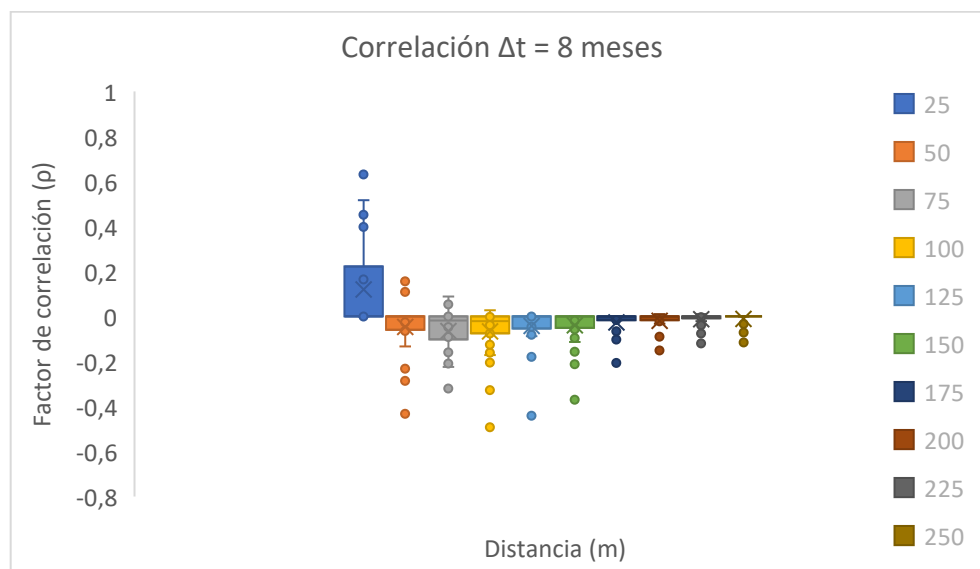


Figura 26: Correlación entre deformaciones OT e InSAR con distancia temporal de ocho meses, sector Este.

Con el fin de visualizar de manera más clara la evolución temporal de la correlación entre las deformaciones OT e InSAR, se presenta en la **Figura 27** la curva de variación del coeficiente de correlación promedio a la distancia de 25 metros, la cual fue la distancia con máxima correlación, para cada delta de tiempo. Este gráfico permitió identificar de forma precisa el instante temporal en el cual se alcanza la máxima concordancia entre ambas deformaciones en el sector Este. Llegando a un valor promedio de 0.5 en la distancia de 5 meses. Esta información podría resultar ser valiosa para la planificación y mitigación de riesgos en torno al cráter de subsidencia.

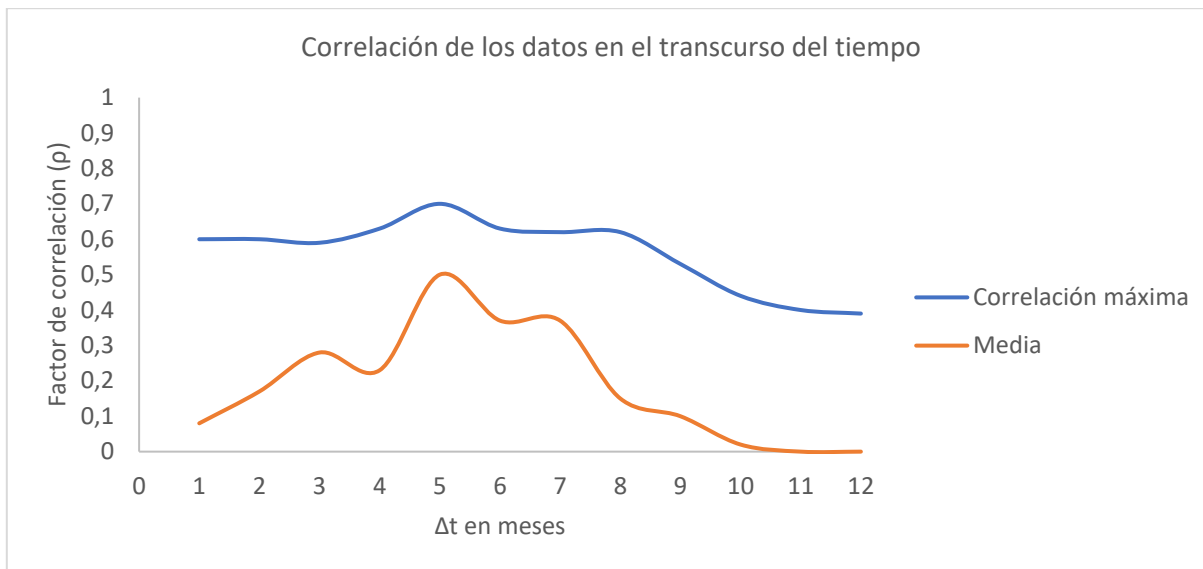


Figura 27: Relación entre deformaciones OT e InSAR en el transcurso del tiempo en sector Este.

Ahora, enfocándonos en el sector Norte del cráter, se generó, de igual forma que en el sector Este, co-correlogramas para su posterior análisis. La información obtenida se registro en la **Tabla 1** para facilitar la interpretación de los valores obtenidos en la correlación entre ambas deformaciones en el transcurso del tiempo, considerando las medidas de tendencia más significativas. A través de esta tabla se pudo observar que la correlación máxima entre ambas deformaciones en este sector se da a una distancia temporal de 3 meses. Tiempo en el cual el co-correlograma mostró una correlación más paulatina a medida que aumenta el paso entre mediciones, como puede observarse en la **Figura 28**.

Tabla 1: Medidas de tendencias del factor de correlación en el transcurso del tiempo correspondientes al sector Norte.

Δt	ρ máxima	ρ media
1	0,9	0,27
2	0,9	0,26
3	0,92	0,29
4	0,9	0,24
5	0,91	0,234
6	0,88	0,23
7	0,72	0,19
8	0,6	0,1
9	0,59	0,08
10	0,52	0,003
11	0,49	-0,01
12	0,4	-0,002

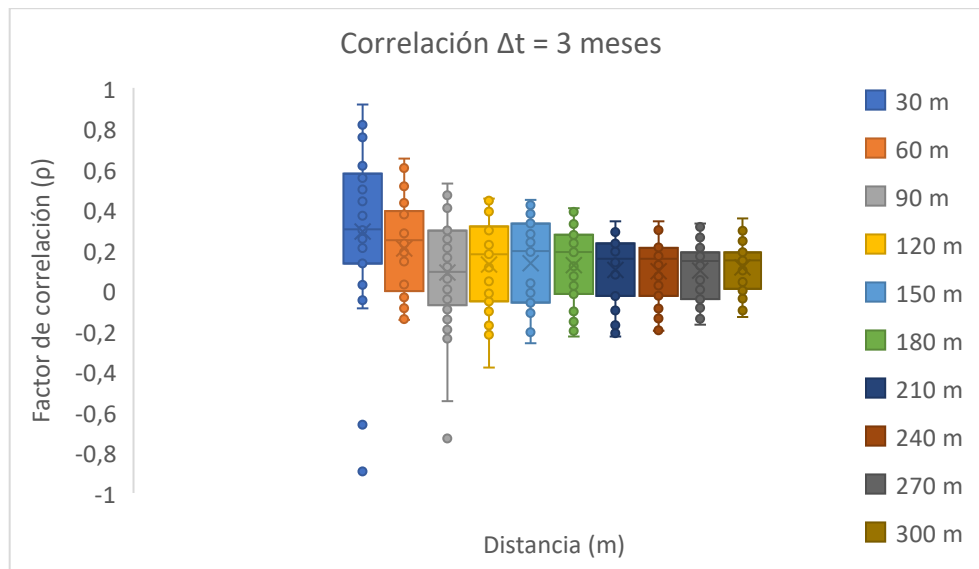


Figura 28: Correlación entre deformaciones OT e InSAR con distancia temporal de tres meses, sector Norte.

La **Figura 29** muestra la evolución temporal del coeficiente de correlación en este sector y corroboró los resultados obtenidos en el análisis previo. Al considerar tanto los valores medios como los máximos, se observó que la correlación máxima se alcanzó a los 3 meses, lo cual refuerza que este fue el intervalo óptimo para la posterior estimación de la zona de prohibición en torno al cráter.

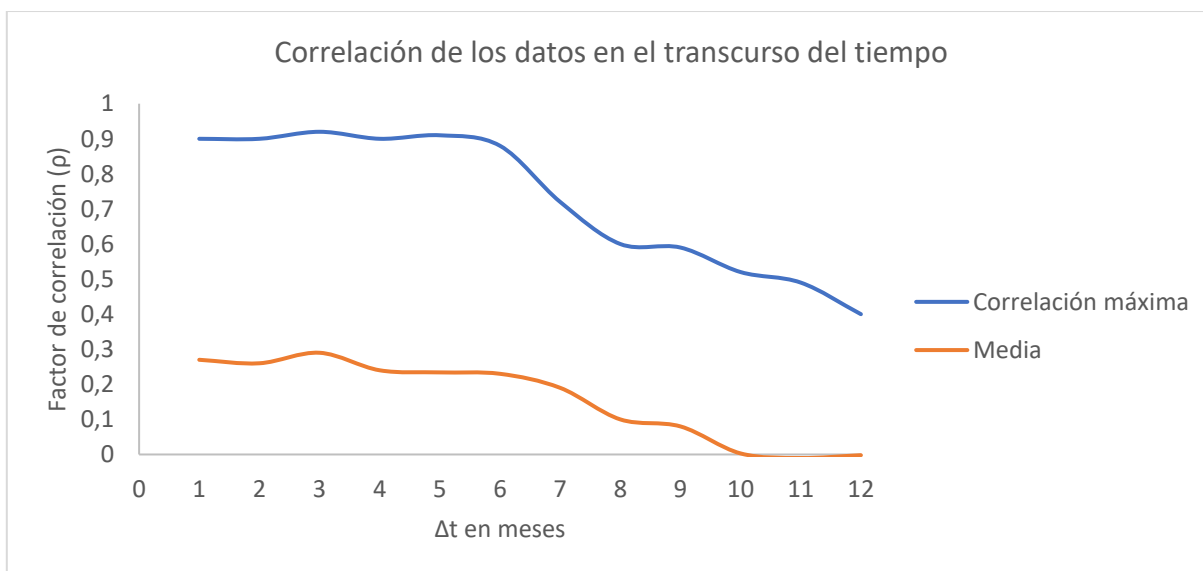


Figura 29: Relación entre deformaciones OT e InSAR en el transcurso del tiempo en sector Norte.



4.4. Variación y análisis de la Correlación entre deformaciones OT e InSAR por sector, considerando criterios espaciales.

Una vez escogida la distancia temporal con mayor correlación entre las deformaciones por sector, a través del análisis e interpretación de los co-correlogramas, se prosiguió a realizar un análisis detallado de la variación en la correlación entre los datos por sector, tomando en cuenta los criterios espaciales establecidos. Para ambos sectores, Este y Norte, se definieron distancias específicas (o “pasos”) en las cuales se observó una correlación más significativa entre los datos de deformaciones. Estas distancias fueron determinadas a partir de los gráficos de co-correlograma en el apartado anterior.

En la **Tabla 2** se resumen los valores obtenidos del factor de correlación del sector Este hasta el “paso” (distancia) dónde se evidenciaba que existía correlación entre los datos, basándonos en los resultados de la **Figura 25** del apartado 4.3, mostrando la media, el valor máximo y el valor mínimo. Los valores obtenidos indican que la correlación máxima promedio se alcanzó a una distancia de 25 metros, lo que indicó una fuerte relación entre las deformaciones OT e InSAR. A medida que aumenta la distancia, la correlación disminuye abruptamente, tendiendo a cero a partir de los 75 metros.

Tabla 2: Medidas de tendencia por distancia obtenidas de co-correlograma con temporalidad de cinco meses, sector Este.

	ρ 25 m	ρ 50 m	ρ 75 m
Media	0,5	0,1	0,0
Max	0,6	0,6	0,4
Min	0,0	-0,4	-0,3

Por otro lado, la **Tabla 3** resume los resultados del análisis de correlación espacial en el sector Norte, basándonos en los resultados de la **Figura 28** del apartado 4.3. Se observó que la máxima correlación se alcanzó a una distancia de 30 metros, lo que indicó una fuerte relación entre las deformaciones OT e InSAR. A medida que aumenta la distancia, la correlación disminuye gradualmente, tendiendo a cero a partir de los 180 metros.



Tabla 3: Medidas de tendencias por distancia obtenidas de co-correlograma con temporalidad de tres meses, sector Norte.

	ρ 30 m	ρ 60 m	ρ 90 m	ρ 120 m	ρ 150 m	ρ 180 m
Media	0,29	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1
Max	0,92	0,7	0,5	0,5	0,4	0,3
Min	-0,89	-0,1	-0,7	-0,4	-0,3	-0,2

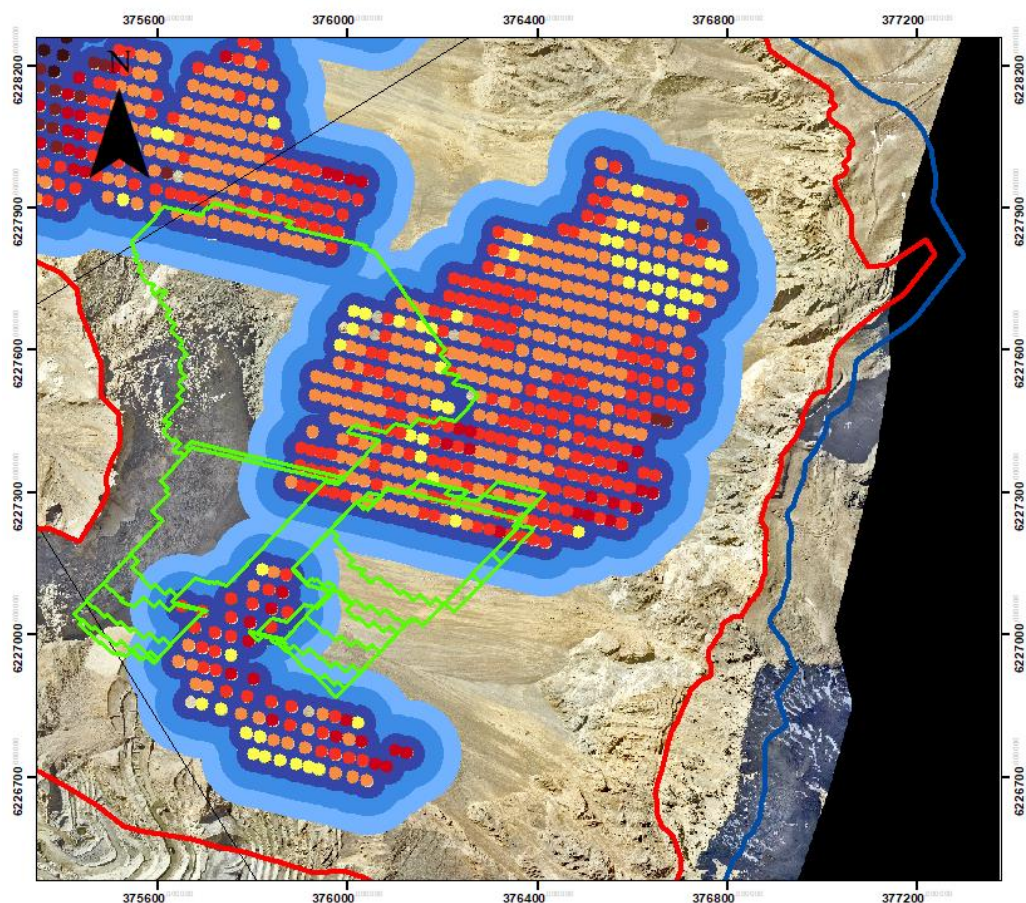
Los resultados anteriores permitieron delimitar con mayor precisión las zonas de influencia de las deformaciones e influyeron fundamentalmente para la definición de áreas de restricción en torno al cráter de subsidencia.

4.5. Estimación zona de prohibición.

A continuación, se presenta un análisis detallado de las áreas de mayor riesgo alrededor del cráter de subsidencia, con el objetivo de evaluar el alcance espacial y temporal de las deformaciones.

A partir de los co-correlogramas y resultados obtenidos en los apartados anteriores para cada sector, se procedió a delimitar las zonas de influencia, basándose en las distancias de máxima correlación identificadas. Para lo anterior, se generaron mapas de color que delimitan las áreas con mayor probabilidad de ocurrencia de grietas y fracturas.

En la **Figura 30** se muestra el mapa de color generado para el sector Este del cráter, en el cual se pudo observar las últimas mediciones de las deformaciones OT correspondientes al año 2023, localizadas dentro del cráter. Alrededor de estas deformaciones, se han delineado anillos de color que indican tanto la intensidad de donde podrían generarse posibles grietas, como la distancia en la que podrían formarse, utilizando como base los resultados obtenidos de los co-correlogramas analizados en los apartados anteriores. Este mapeo facilita la identificación precisa de las áreas con mayor riesgo de fracturamiento en este sector. Al compararlas con las estimaciones actuales proporcionadas por la minera, se evidenció una sobreestimación en la delimitación de la zona de prohibición. Este resultado es coherente con las expectativas del análisis comparativo, considerando que, en la actualidad, la expansión del cráter en este sector es relativamente limitada.



Deformaciones 2023

OT (m)

- -2000 - -1200
- -1200 - -1000
- -1000 - -800
- -800 - -600
- -600 - -400
- -400 - -200

— Línea de prohibición

— Borde crater

— Frente esmeralda

■ 25 m

■ 50 m

■ 75 m

Figura 30: Mapa de color representativo para estimación de zona de prohibición en torno al borde cráter de subsidencia, sector Este.



En la **Figura 31** se presenta el mapa de color correspondiente al sector Norte del cráter, donde se visualizan las mediciones más recientes de las deformaciones OT del año 2023 localizadas dentro del cráter. Alrededor de estas, se muestran anillos de colores en degrade que indican tanto la intensidad como la distancia a la que podrían generarse posibles grietas. En este sector, a diferencia del sector Este, se observó una subestimación en la zona de prohibición definida por la minera. Este resultado es consistente con lo esperado, ya que, como se puede apreciar en el mapa, las deformaciones OT en esta área se encuentran fuera de la zona de prohibición actualmente establecida. Además, se trata de un sector con una influencia significativa en la subsidencia, dado los frentes de extracción activos en la zona.

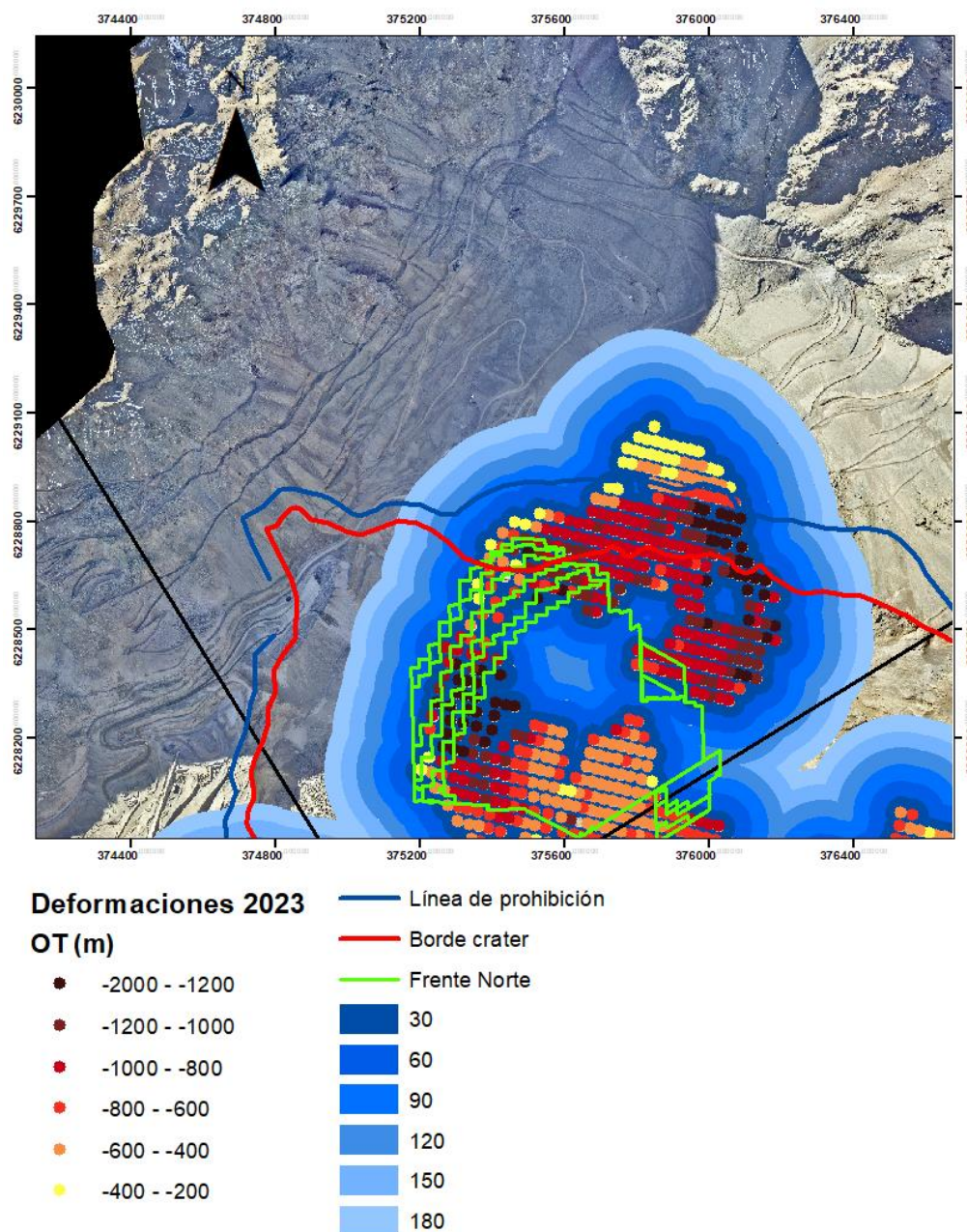


Figura 31: Mapa de color representativo para estimación de zona de prohibición en torno al borde cráter de subsidencia, sector Norte.



5. Conclusiones y Recomendaciones

El presente estudio ha demostrado que el análisis de correlación espacial y temporal a través del co-correlograma entre las deformaciones OT e InSAR es una herramienta eficaz para estimar la zona de prohibición en torno al cráter de subsidencia de la División El Teniente.

Los resultados obtenidos indicaron que existe una correlación directa y cuantitativa entre las deformaciones OT e InSAR, lo que confirmó la hipótesis de que existe una posible relación entre la subsidencia del terreno y la formación de grietas. Además, se corroboró que la herramienta del co-correlograma desarrollada en este trabajo podría ser un mecanismo efectivo para evaluar la relación espacial y temporal entre las deformaciones, y, por ende, para estimar la zona de prohibición, cumpliendo con el objetivo principal de esta investigación. Aún así, hay otros factores que influyen y no son considerados en este trabajo.

Por otro lado, la distancia temporal y espacial de influencia de las deformaciones OT sobre la generación de grietas (deformaciones InSAR) varió según el sector del cráter. Dónde se estimó, en el sector de Esmeralda (este), una alta correlación hasta una distancia máxima de 75 metros, con una temporalidad de efecto de 5 meses desde que se produce una deformación de desplome (OT) a la generación de una grieta en el cráter de subsidencia. En sector del Reno (norte) se estimó una alta correlación hasta una distancia máxima de 180 metros, con una temporalidad de efecto de 3 meses. Esto no implica que las grietas existentes no puedan causar nuevas fracturas en el futuro, mas bien, su influencia tiene un efecto temporal distinto. Sin embargo, este aspecto no se abordó dentro del alcance de la presente investigación.

Al comparar los resultados obtenidos con la zona de prohibición actualmente definida, se observó que esta subestima significativamente el área de influencia de los procesos de deformación en el sector Norte, mientras que, por el contrario, la sobreestima en el sector Este. Estos hallazgos podrían motivar una futura revisión y actualización de la zona de prohibición, tomando como base los resultados de la presente investigación.

Estos resultados tienen implicaciones significativas para la gestión de riesgos en la mina, ya que permiten una delimitación mas precisa de la zona de prohibición. Esto, a su vez, podría disminuir el riesgo de accidentes relacionados con la aparición de grietas y fracturas. Además, los hallazgos podrían contribuir a optimizar los recursos asignados al monitoreo y vigilancia del cráter de subsidencia.

La metodología aplicada se ajustó adecuadamente a los objetivos establecidos y presenta la ventaja de ser replicable, lo que permite expandir el análisis a otros sectores de la mina. Además, para investigaciones futuras, se puede considerar la integración de factores adicionales, como las condiciones geomecánicas del macizo rocoso y el tonelaje extraído, entre otros, con el fin de mejorar la precisión de las estimaciones.

En resumen, con base en los resultados obtenidos, se recomienda incorporar estas estimaciones en la actualización de los mapas que delimitan la zona de prohibición de la mina. Asimismo, se sugiere implementar un sistema de monitoreo continuo de las deformaciones, empleando la tecnología InSAR, con el propósito de detectar cambios en la dinámica de la subsidencia. Esto permitirá actualizar periódicamente la base de datos y lograr un análisis futuro más preciso y alineado con la realidad operacional.



6. Referencias

CODELCO (Chile), D. E. T. S. de E. G. (2022). *Procedimiento operacional ingreso al entorno de la cavidad y sobre vuelos de reconocimiento cráter Mina El Teniente.*

Dares Technology (Chile). (2020). *Apéndice A, Descripción de la Tecnología InSAR.*

Emery, X. (2013). *Geoestadística.*

Karzulovic, A (1992). *Proyecto Quebrada Teniente Ángulos de ruptura y zona de influencia del cráter de subsidencia.* Tech. Rep., Codelco – El Teniente.

Karzulovic, A. (1999). *Subsidencia por Efecto del Caving Mina El Teniente.* Tech.rep., Codelco . El Teniente.

LAUBSCHER, D (2000). *A Practical Manual on Block Caving.*