UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA
VALPARAÍSO - CHILE

“ALGORITMO PARA EL APOYO DE TOMA DE DECISIONES EN LA CREACIÓN DE HORARIOS DE CLASES EN ESTABLECIMIENTOS EDUCACIONALES”

SONNY ESTEBAN MUÑOZ GALAZ

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL EN INFORMÁTICA

Profesor Guía: María Cristina Riff Rojas
Profesor Correferente: Elizabeth Montero Ureta

Noviembre - 2021

DEDICATORIA

Dedico esta memoria a todos los docentes que me guiaron y ayudaron a lo largo de mi vida. Gracias al conocimiento inculcado que me ayudó a salir adelante y a las enseñanzas de vida que me permiten ser hasta el día de hoy una buena persona.

AGRADECIMIENTOS

Esta memoria representa la culminación de largos años de estudios, en los que recibí el apoyo de maravillosas personas. Me gustaría agradecer primero que todo, a mi profesora guía María Cristina Riff, ya que sin su ayuda no hubiera podido realizar todo esto, desde que tuve el placer de asistir a sus clases siempre estuvo dispuesta a resolver todas mis dudas y mostrarme un enfoque diferente de las cosas cuando yo no encontraba solución a algo.

A mis padres, por el sacrificio que han hecho a lo largo de sus vidas para brindarme las mejores oportunidades que han podido, todo para que pueda convertirme en una mejor versión de mí. A mis hermanos y seres queridos, por siempre creer en mí y darme alegrías a lo largo de este camino, y a mi pareja por siempre estar presente y dispuesto a apoyarme cuando lo necesité.

A mi grupo de estudio a lo largo de la carrera, que ha sido mi pilar fundamental cuando realmente pensaba que no podría pasar algún ramo, más específicamente a Andrés Navarro, Kevin Lagos, Javier Moreno, Barbarita Uribe, Matías Valenzuela, Javiera Laing, Sebastian Muñoz y Gonzalo Oberreuter. También me gustaría hacer una mención a Allisson Monsalve y Daniela Aliaga, con quienes compartí en primer año de universidad cuando realmente todo parecía un mundo nuevo y aterrador.

A todos los gatitos que acaricié en los diferentes lugares de la universidad, ya que siempre me dieron una bienvenida amena, y a mi perrito Mochi, que desde que llegó a mi vida no me ha brindado más que felicidad, como alguien una vez dijo que haría.

RESUMEN

Resumen— Cada año los establecimientos educacionales en Chile se enfrentan al proceso de la creación del horario académico que cumpla con ciertos requerimientos y la disponibilidad de cada docente involucrado.

Si bien existen herramientas que pueden facilitar la tarea, estas no se adaptan completamente a la realidad de los establecimientos, o su uso implica el pago de licencias. Por ello, se suele optar por llevar a cabo esta tarea de manera manual, lo que implica una gran carga de trabajo.

Debido a esto, en este documento se propone un algoritmo acoplado a una herramienta que ayuda en la toma de decisiones y en la realización de esta tarea. Para este estudio la herramienta desarrollada en Python, con el uso del *solver* CBC será utilizada por el establecimiento educacional "Colegio Hispano" de Villa Alemana.

Palabras Clave— Establecimiento educacional, Algoritmo, Horario

ABSTRACT

Abstract— Every year educational institutions in Chile face the creation of an academic timetable that satisfies certain requirements and the availability of each teacher involved.

Although there's tools to facilite the task, these don't fully comply to the reality of the institution, or their use imply costs related to licenses. Thus, institutions usually complete the task manually, which implies a huge workload.

For this reason, this document proposes an algorithm attached to a tool that helps in the decision-making and the completion of this task. For this study the developed tool in Python, with the use of a solver (CBC), will the used by the educational institution "Colegio Hispano" from Villa Alemana.

Keywords— Educational institution, Algorithm, Timetable

GLOSARIO

ALGOL: *Algorithmic Language*.
CBC: *COIN-OR Branch and Cut*.
CLP: *COIN-OR Linear Programming Solver*.
CPLEX: *IBM ILOG CPLEX Optimization Studio*.
FO: Función objetivo.
GA: Algoritmo genético.
HC: *Hill Climbing*.
HSTP: *High School Timetabling Problem*.
ITC: *International Timetabling Competition*.
KHE: *Kingston High School Timetabling Engine*.
LAHC: *Late Acceptance Hill Climbing*.
MINEDUC: Ministerio de Educación.
MIP: *Mixed-Integer Programming*.
MPS: *Mathematical Programming System*.
RAM: Memoria de acceso aleatorio.
RFC: *Reheating as function of cost*.
SA: *Simulated Annealing*.
SA-ILS: *Simulated Annealing and Iterated Local Search*.
SA-LAHC: *Simulated Annealing with Late Acceptance Hill Climbing*.
SA-SF-LAHC: *Simulated Annealing and Stagnation Free with Late Acceptance Hill Climbing*.
SF-LAHC: *Stagnation Free with Late Aceeptance Hill Climbing*.
TS: *Tabu Search*.
TSDS: *Tabu Search with Diversification Strategy* (basada en tasa de frecuencia de transiciones).
TSDSTL: *Tabu Search with Diversification Strategy* (basada en la carga de trabajo de profesores).
TTP: *Timetabling Problem*.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

RESUMEN IV

ABSTRACT IV

GLOSARIO V

ÍNDICE DE FIGURAS VIII

ÍNDICE DE TABLAS IX

INTRODUCCIÓN 1

CAPÍTULO 1: IDENTIFICACIÓN Y DEFINICIÓN DEL PROBLEMA 3
1.1 Situación actual 3
1.2 Dificultades del problema 3
1.3 Soluciones existentes 5
1.4 Objetivos 6
1.4.1 Objetivo General 6
1.4.2 Objetivos Específicos 6

CAPÍTULO 2: ESTADO DEL ARTE 7
2.1 Naturaleza del problema 7
2.2 Técnicas de resolución 8
2.2.1 Modelo de programación lineal 8
2.2.2 Algoritmo genético (GA) 10
2.2.3 *Simulated Annealing* (SA) 12
2.2.4 *Tabu search* (TS) 15
2.2.5 *Hill Climbing* (HC) 16
2.2.6 Modelo de programación lineal con restricciones deseables 19
2.3 Resumen 21

CAPÍTULO 3: PROPUESTA DE SOLUCIÓN 22
3.1 Contexto de la solución 22
3.1.1 Historia del establecimiento 22
3.1.2 Visión del establecimiento 23
3.1.3 Misión del establecimiento 23
3.1.4 Organigrama del establecimiento 23
3.2 Modelo del problema 24
3.2.1 Variables 26
3.2.2 Restricciones 26
3.2.3 Función objetivo 28
3.3 Descripción del algoritmo 28

3.4 Elección de herramientas . . . 29
3.4.1 Elección de *solver* . . . 29
3.4.2 Elección de lenguaje . . . 30
3.5 Información para la resolución . . . 30
3.6 Herramienta de creación de horarios . . . 33
3.6.1 Búsqueda de horarios . . . 33
3.6.2 Edición de horarios . . . 35
3.6.3 Visualización de resultados . . . 36
3.7 Conclusiones . . . 36

CAPÍTULO 4: VALIDACIÓN DE LA SOLUCIÓN . . . 38
4.1 Caso Horarios 2019 . . . 38
4.1.1 Información del caso . . . 38
4.1.2 Resultados . . . 41
4.2 Escalabilidad de la solución . . . 45
4.2.1 Características de las configuraciones . . . 46
4.2.2 Tiempos de ejecución . . . 47
4.2.3 Comparación con método convencional . . . 48
4.3 Análisis de sensibilidad ante cambios en solución . . . 50
4.4 Conclusiones . . . 54

CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES . . . 56
5.1 Análisis del desarrollo del modelo . . . 56
5.2 Análisis del desarrollo de la herramienta . . . 57
5.3 Impacto en la situación actual . . . 58
5.4 Trabajo a futuro . . . 59

6 ANEXOS . . . 60
6.1 Técnica *branch and cut* . . . 60
6.2 Creación de interfaz . . . 60
6.3 Método convencional de creación de horarios . . . 66
6.4 Horarios por curso (Caso Horarios 2019) . . . 68

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS . . . 78

ÍNDICE DE FIGURAS

1 Ficha de currículum de primer año para una escuela de 1060 estudiantes. . . . 9

2 Resultados del modelo bajo el parámetro q 9

3 Ejemplificación de tuplas usadas en la representación 10

4 Mapeo de tuplas a períodos. 11

5 *Crossover* de un período entre dos individuos. 11

6 Resultados de los 6 esquemas de enfriamiento ante 9 escenarios ficticios. . . . 14

7 Fragmento de la representación de un horario. 15

8 Instancias utilizadas para la heurística basada en TS. 16

9 Resultados de 4 algoritmos basados en TS. 16

10 Resultados del algoritmo LAHC considerando diferentes valores para el parámetro l 18

11 Resultados de los diferentes algoritmos para importantes instancias internacionales. 19

12 Resultados de ambas formulaciones para importantes instancias internacionales con ejecución de 1 hora límite. 21

13 Estructura organizacional del Colegio Hispano. 24

14 Gráfico de tiempo de resolución con respecto al número de restricciones para cada *solver*. 29

15 Gráfico de tiempo de resolución con respecto al número de variables para cada *solver*. 30

16 Hoja de Cursos de la plantilla. 31

17 Hoja de Docentes de la plantilla. 31

18 Hoja de Clases de la plantilla. 32

19 Hoja de disponibilidad de Docentes de la plantilla. 32

20 Hoja de disponibilidad de Cursos de la plantilla. 33

21 Hoja de Capacidades de la plantilla. 33

22 Hoja de Horario de una solución. 34

23 Hoja de Vista General de una solución. 34

24 Hoja de Cambios del archivo solución. 36

25 Gráfico de cantidad de variables versus cantidad de cursos. 46

26 Gráfico de cantidad de restricciones versus cantidad de cursos. 47

27 Gráfico de tiempo de ejecución versus cantidad de cursos. 48

28 Gráfico de porcentaje de retención versus cantidad de clases a cambiar. 53

29 Gráfico de tiempo de ejecución versus cantidad de clases a cambiar. 53

30 Gráfico de caja de porcentaje de retención versus cantidad de clases a cambiar. 54

31 Diagrama de flujo del uso de la herramienta. 61

32 Pantalla de inicio de la herramienta. 61

33 Pantalla de subida de configuración en la herramienta. 62

34 Pantalla de carga de horario en la herramienta. 62

35 Pantalla de carga de horario y configuración para edición de horario en la herramienta. 63

36 Pantalla de búsqueda con resultados en la herramienta. 63

37 Pantalla con búsqueda sin resultados en la herramienta. 64

38 Selección de curso/docente para ver horario en la herramienta. 64

39 Ventana con horario del curso 4°MA. 65

40 Ventana con error sobre la existencia de archivo. 65

41 Ventana con error sobre columnas faltantes en la hoja Clases de la configuración. 65

42 Tablero con horario en construcción. 66

43 Tablero con horario con choque de docente. 67

ÍNDICE DE TABLAS

1 Algunas herramientas para la planificación de horarios de clases. 5

2 Carga académica acorde al plan de estudios año 2019 del Colegio Hispano para algunos niveles de la enseñanza básica (quinto a octavo básico). 38

3 Carga académica acorde al plan de estudios año 2019 del Colegio Hispano para algunos niveles de la enseñanza media (primero y segundo medio). 39

4 Carga académica acorde al plan de estudios año 2019 del Colegio Hispano para algunos niveles de la enseñanza media (tercero y cuarto medio). 39

5 Carga académica de asignaturas electivas del Colegio Hispano para algunos niveles de la enseñanza media (tercero y cuarto medio). 40

6 Días de la semana disponibles de docentes del Colegio Hispano (2019) que no poseen disponibilidad completa. 40

7 Capacidades del establecimiento ingresadas en la configuración. 41

8 Tiempos de ejecución y valores de función objetivo para pruebas con 20 cursos. 41

9 Horario de Maritza Mondaca como resultado de la Prueba 1. 42

10 Horario de Jessica Soto como resultado de la Prueba 1. 43

11 Horario de Cynthia Villa como resultado de la Prueba 1. 43

12 Horario de Rodolfo Cautivo como resultado de la Prueba 1. 44

13 Horario de Pablo Zúñiga como resultado de la Prueba 1. 44

14 Horario de María J. Álvarez como resultado de la Prueba 1. 45

15 Tabla informativa de las configuraciones usadas según cursos que contiene. . . 45

16 Tabla de cantidad de variables y restricciones en las configuraciones usadas según cantidad de cursos. 46

17 Tabla de tiempos según configuraciones en base a cantidad de cursos. 47

18 Tabla comparativa de esfuerzo humano (medido en horas de trabajo) para crear un horario. 49

19 Tabla comparativa de duración de la tarea de crear un horario. 50

20 Tabla con clases que formaron parte del análisis de Cynthia Villa. 51

21 Tabla con clases que formaron parte del análisis de Jessica Soto. 51

22 Tabla de resultados para pruebas de cambios en clases de Cynthia Villa. 52

23 Tabla de resultados para pruebas de cambios en clases de Jessica Soto. 52

24 Horario del quinto básico A como resultado de la Prueba 1. 68

25 Horario del quinto básico B como resultado de la Prueba 1. 68

26 Horario del sexto básico A como resultado de la Prueba 1. 69

27 Horario del sexto básico B como resultado de la Prueba 1. 69

28 Horario del séptimo básico A como resultado de la Prueba 1. 70

29 Horario del séptimo básico B como resultado de la Prueba 1. 70

30 Horario del octavo básico A como resultado de la Prueba 1. 71

31 Horario del octavo básico B como resultado de la Prueba 1. 71

32 Horario del primero medio A como resultado de la Prueba 1. 72

33 Horario del primero medio B como resultado de la Prueba 1. 72

34 Horario del primero medio C como resultado de la Prueba 1. 73

35 Horario del segundo medio A como resultado de la Prueba 1. 73

36 Horario del segundo medio B como resultado de la Prueba 1. 74

37 Horario del segundo medio C como resultado de la Prueba 1. 74

38 Horario del tercero medio A como resultado de la Prueba 1. 75

39 Horario del tercero medio B como resultado de la Prueba 1. 75

40 Horario del tercero medio C como resultado de la Prueba 1. 76

41 Horario del cuarto medio A como resultado de la Prueba 1. 76

42 Horario del cuarto medio B como resultado de la Prueba 1. 77

43 Horario del cuarto medio C como resultado de la Prueba 1. 77

INTRODUCCIÓN

Cada año en Chile, los establecimientos de educación básica y media se enfrentan a diferentes procesos tediosos de llevar a cabo, uno de estos procesos corresponde a la creación de un horario académico que cumpla con los diferentes requisitos del establecimiento.

La tarea de crear un horario académico consiste en asignar los diferentes docentes a bloques de tiempo a lo largo de la semana, asignando un curso y una asignatura a impartir, cuidando que se cumplan los requisitos del establecimiento y las disponibilidades de los docentes. Para esto los establecimientos actualmente tienen la opción de llevar a cabo esta tarea de manera manual, lo cual demanda una gran carga de trabajo por la complejidad de la tarea (debido a las numerosas combinaciones posibles por la naturaleza del problema), o bien, optar por el uso de una herramienta, esto último implica un gasto monetario no menor que no garantiza un horario de calidad puesto que las herramientas que existen actualmente en el mercado no logran adaptarse a la realidad de los establecimientos en Chile.

A lo largo de los años, este problema ha sido abordado desde diferentes perspectivas y realidades, utilizando diferentes heurísticas y técnicas, debido a esto y a lo ya planteado, nace la motivación de desarrollar un algoritmo acoplado a una herramienta que permita la creación, visualización y edición de horarios académicos para establecimientos de educación básica y media en Chile, de manera simple para el usuario, pero por sobre todo de forma gratuita.

El contenido presente en la memoria se divide en diferentes capítulos que se detallan a continuación:

- En el capítulo 1 se identifica y define el problema que conlleva la creación del horario de clases para un establecimiento de educación básica y media, además de describir algunas soluciones actuales al problema.
- En el capítulo 2 se detalla el estado del arte del problema a lo largo de los años, mediante diferentes técnicas aplicadas a casos en establecimientos alrededor del mundo.
- En el capítulo 3 se presenta el modelo y algoritmo que utiliza la herramienta desarrollada (bajo el contexto del establecimiento en estudio, que también se detalla en el capítulo). Además, se describen las funcionalidades de la herramienta desarrollada y el fundamento de la elección de ciertos recursos para su desarrollo.
- En el capítulo 4 se presenta el caso del establecimiento Colegio Hispano simulando su situación en el año 2019 en la herramienta desarrollada. También se analiza la escalabilidad de la herramienta, una comparación con el método convencional utilizado por el establecimiento para crear horarios y un análisis de sensibilidad en base a cambios en un horario encontrado.
- En el capítulo 5 se plantean las conclusiones basadas en el trabajo realizado, además

se mencionan aspectos de la herramienta que pueden ser interesantes como futuro trabajo.

CAPÍTULO 1
IDENTIFICACIÓN Y DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

1.1. Situación actual

En Chile, existen colegios que imparten la educación básica [1], que corresponde al segundo nivel de educación formal que consiste en 8 cursos, donde se forma de manera integral a los estudiantes. También existen colegios que imparten la educación media [2], que consta de 4 cursos, donde estudiantes expanden y profundizan su conocimiento general. Los colegios que imparten la educación básica y/o media corresponden a establecimientos educacionales.

Para que el sistema educativo en cada colegio pueda funcionar, se necesita de un gran esfuerzo por parte de sus funcionarios, quienes realizan varios procesos durante todo el año escolar como la inscripción de estudiantes nuevos o la programación del año académico para cada asignatura.

Un proceso de gran complejidad consiste en asignar docentes a los distintos horarios escolares de los cursos, en pocas palabras, la creación de los horarios de clases. Esto corresponde a una tarea de alta complejidad por la numerosa cantidad de combinaciones posibles, determinada por la cantidad de cursos y profesores que existen en el colegio, además de la cantidad de asignaturas que se imparten. Sin embargo, esto último no es lo único que le aporta dificultad a la tarea, si no que las preferencias o inconvenientes de los docentes también afectan, por ejemplo, un docente de tiempo parcial que trabaja en más de un establecimiento prefiere asistir a dar clases solo algunos días de la semana, esto es solo una situación de las múltiples que pueden complicar el llevar a cabo la creación de los horarios.

1.2. Dificultades del problema

Según el CEM [3] (Centro de estudios Mineduc) a finales del año 2018 en el país existían **90.529** docentes de educación básica, **68.472** docentes de educación media y **11.574** establecimientos educacionales. Por lo que, la creación de horarios no es un problema aislado, se presenta de manera anual en cada establecimiento, donde se suele abordar de manera manual, es decir, se designa un equipo encargado de realizar esta tarea, dedicando días e inclusi-

[1] Sitio web Mineduc, sección Educación Básica, https://escolar.mineduc.cl/basica/, visitado el 11 de Noviembre de 2020

[2] Sitio web Mineduc, sección Educación Media, https://escolar.mineduc.cl/media/, visitado el 11 de Noviembre de 2020

[3] "Estadísticas de la educación 2018", publicación 2019, documento publicado por CEM (Centro de estudios Mineduc)

ve semanas iterando entre combinaciones para encontrar una solución que cumpla con los requerimientos del establecimiento. Entre los requerimientos del establecimiento y preferencias de docentes podemos encontrar que:

- Se debe cumplir con las horas pedagógicas de cada asignatura.
- Se debe respetar los horarios de cada curso, teniendo en cuenta su hora de entrada y salida.
- Se debe cumplir con la carga de trabajo de cada docente, teniendo en cuenta horas de clases y horas administrativas.
- Se debe tratar de tener en cuenta las preferencias de docentes:
    1. Contar con algún bloque libre en la semana, o hasta contar con días libres.
    2. No tener más de cierta cantidad de bloques libres entre bloques con clases.

Pero eso no es todo, debido que, al intentar resolver este problema, se presentan las siguientes situaciones:

- Un docente no puede realizar clases a dos cursos en un mismo bloque (día y hora).
- Un curso no puede quedar sin asignatura asignada en algún bloque (antes de su hora de salida y después de su hora de entrada).

Es así como se dificulta llevar a cabo la tarea de crear dichos horarios (teniendo en cuenta que solo se hizo mención a un par de requerimientos), por lo que realizarlo de manera manual se traduce en un esfuerzo no menor, que aumenta aún más acorde al número de cursos, docentes y asignaturas, esto último debido a la explosión combinatorial de la naturaleza del problema.

Por lo que desarrollar una solución que automatice dicha tarea, podría generar un impacto no menor en la carga de trabajo de las personas encargadas. El simple hecho de que esto no se lleve a cabo de manera manual, libera a un par de personas de un trabajo que toma días o hasta semanas, si bien implica menos trabajo, no quiere decir que sea inexistente, ya que de igual manera se debería reunir las preferencias de los docentes y establecer horarios de salida, entre otras cosas.

Sin embargo, la implementación de una solución en un establecimiento no se traduce en la solución para todos los establecimientos, debido a que la implementación puede variar bastante debido a que la solución está fuertemente ligada a la cultura del establecimiento.

1.3. Soluciones existentes

Si bien existen soluciones, como ya se mencionó, no se adaptan del todo a la situación de cada colegio por ser demasiado genéricas o bien demasiado específicas para algún país, además en la mayoría de los casos cuentan con licencias pagadas con un alto valor monetario (ver Tabla 1).

Tabla 1: Algunas herramientas para la planificación de horarios de clases.
Fuente: Elaboración Propia.

Nombre	Análisis
aSc Horarios	Posee múltiples funcionalidades para ingresar requerimientos, lo que lo hace un programa muy completo pero para acceder a una versión que brinde real utilidad a un establecimiento se debe pagar una licencia de al menos 99 dólares.
Plannig FET	Es simplista y no requiere de pago para su uso, pero el hecho de que no esté desarrollado para algún tipo de establecimiento en específico hace que existan términos que dificulten su uso como *Activities*.
SGHorarios	Si bien contiene múltiples funcionalidades, posee asignaturas y requerimientos predefinidos para España por lo que su uso es limitado en Chile, además, para su uso completo se debe pagar una licencia anual de 140 dólares.
PEÑALARA-GHC	Al igual que SGHorarios es un software de España desarrollado para establecimientos de dicho país por lo cual resulta tedioso adaptarlo a la realidad de un colegio en Chile, si bien destaca porque cuenta con una búsqueda continua para mejorar horarios, para su uso se debe pagar una licencia anual de 78 dólares.
Aula1	Plataforma de España que cuenta con un generador de horarios que necesita de una suscripción pagada, para contar con dicha funcionalidad se necesita de la suscripción a toda la plataforma que incluye más servicios y no solo el que busca solución al problema de los horarios.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo General

Analizar cómo el uso de un algoritmo basado en inteligencia artificial puede optimizar el proceso de creación de horarios en un establecimiento educacional.

1.4.2. Objetivos Específicos

- Establecer un algoritmo que involucre las preferencias de profesores y la cultura del establecimiento en la creación de horarios de clases.
- Comparar el método manual de realizar el proceso de asignación a horarios con el método desarrollado que utiliza inteligencia artificial.
- Examinar cambios a la solución encontrada (horarios de clases creados) mediante un análisis de sensibilidad.

CAPÍTULO 2
ESTADO DEL ARTE

2.1. Naturaleza del problema

La planificación de horarios de clases para un establecimiento educacional consiste en una instancia del *timetabling problem* (TTP) un tipo de problema de complejidad alta (NP-completo), donde se debe asignar un conjunto de recursos y actividades a bloques de tiempo tomando en cuenta ciertas restricciones. La naturaleza del problema identificado está específicamente ligada al área de *Educational Timetabling*, [Kristiansen y Stidsen, 2013] indicó que existen 4 grandes tipos de problemas en dicha área, donde varía el contexto en los que se identifica, junto con otros factores como las restricciones o parámetros:

- ***University Course Timetabling***, donde se divide las asignaturas en secciones (a modo de paralelos). Se debe asignar bloques de tiempos a paralelos y salas de clases. Claramente posee mucha similitud con el problema de la creación de horarios, solo que este tipo de problema está ligado a un contexto universitario más que un establecimiento de educación básica y/o media, donde un paralelo puede tener clases en más de una sala en la solución final.
- ***High School Timetabling***, donde se debe asignar clases a bloques con profesores y salas de clases satisfaciendo restricciones (este es el tipo de problema que importa, debido a que básicamente corresponde directamente al problema identificado).
- ***Examination Timetabling***, donde se debe calendarizar exámenes para estudiantes cumpliendo restricciones, como no sobrecargar a los estudiantes con un número no menor de exámenes en un corto período de tiempo, o que no se solapen exámenes en un mismo día y horario.
- ***Student Sectioning***, donde se debe asignar estudiantes a secciones (paralelos) de asignaturas respetando los requerimientos de cada estudiante, como el hecho de que no se solapen clases correspondientes a paralelos a los que se inscribió provocando choques o topes.

Abordar el problema de la creación de horarios escolares ya mencionado está fuertemente ligado a resolver el *school timetabling problem*, en [Abramson y Abela, 1992] se indicó que el problema como tal consiste en asignar clases (conjunto de estudiantes), profesores y salas a un número fijo de períodos, cuidando de que las entidades sean utilizadas como máximo una vez por período.

Las tuplas (combinaciones de clase, profesor y sala) son formadas para cumplir con los requerimientos de las clases y los profesores, siendo regidos por la disponibilidad de las salas.

El conjunto de tuplas forman una solución que es medida por medio de una función objetivo que suele penalizar los choques en los horarios de la solución.

El problema posee una alta complejidad debido a la inmensa cantidad de combinaciones que se producen entre salas, profesores, clases y períodos. Esto último explica la razón de que el problema explote combinatorialmente cuando se aumente el tamaño de la instancia a abordar.

2.2. Técnicas de resolución

A continuación se presentan algunos enfoques para abordar la resolución del *school timetabling problem*, problema que comienza a ser conocido por los alrededores del 1960:

2.2.1. Modelo de programación lineal

En [Lawrie, 1969] se afirmó que en años anteriores (al 1969), se abordó el problema de forma manual y con algunos modelos.

Por lo que el autor planteó un modelo basado en programación lineal, dando a conocer que el trabajo previo ayudó a entender que datos de entrada eran necesarios para resolver el modelo.

Los datos de entrada ya mencionados corresponden a:

- Fichas de currículum para cada año escolar en el establecimiento, ya que juntando todas las fichas se lograba obtener la cantidad máxima necesaria de profesores por departamento para dar a basto con los cursos. Las fichas (ver Figura 1) incluyen filas donde se indican períodos con la cantidad de semanas de duración, junto a los requerimientos de dichos períodos, según esto, los alumnos de primer año según la columna **A** deben cumplir con 5 horas de Inglés a la semana, durante 6 semanas a lo largo del año escolar.
- La cantidad de profesores con la que se cuenta en cada departamento, para comprobar las restricciones acerca de si el establecimiento cuenta con la cantidad necesaria de docentes para algún período.

1st year layout (150 pupils)

Column:	A	B	C	D	E
Periods:	*6*	*6*	*6*	*2*	*20*
Sets:	5E	5M	4Sc	1H	5Y
			2H	1T	
			2T	4Sc	
				2Lt	

Figura 1: Ficha de currículum de primer año para una escuela de 1060 estudiantes.
Fuente: Figura presente en [Lawrie, 1969].

El modelo distribuye los requerimientos a lo largo de 40 semanas de manera arbitraria, y se arman arreglos (se toma 1 columna del currículum de cada año), estos son válidos solo si las columnas seleccionadas no dejan un déficit de docentes en algún departamento. La asignación de variables (columnas) en el modelo va determinada por la cantidad de ocurrencias de las mismas en los arreglos, mientras que su función objetivo solo busca soluciones factibles en el modelo escrito en el lenguaje de programación ALGOL.

En los resultados (ver Figura 2) se evidencia el uso de un parámetro q, este indica el número mínimo de arreglos a encontrar antes de fijar la siguiente variable. Las pruebas que se muestran eran superadas si se encontraban 10 soluciones factibles antes de terminar el tiempo, notar que casi la mitad de las pruebas terminó con éxito antes de los 10 segundos.

Se destaca el hecho de que si bien hay diferencias con el contexto del problema en Chile, debido a que los cursos no poseen períodos de semanas donde sus materias van rotando sino que son estáticas, este modelo es uno de los primeros, y se muestra como un gran avance a los años anteriores donde se resolvía mediante técnicas desarrolladas a mano.

RUNNING TIME (t)	$t \leqslant 10$ SECS	$10 < t \leqslant 20$ SECS	$t > 20$ SECS	UNKNOWN
NO OF CASES	22	9	7	4
$q = 3$	3*	1	–	–
4	4	5*	–	1
5	6	–	3	–
6	5	1	2	2
7	4	2	1	1
8	–	–	1	–

* One run in each of these categories gave rise to no solutions.

Figura 2: Resultados del modelo bajo el parámetro q
Fuente: Figura presente en [Lawrie, 1969].

2.2.2. Algoritmo genético (GA)

El algoritmo genético, según se indicó en [Abramson y Abela, 1992] es un tipo de algoritmo que se caracteriza por imitar el proceso de la selección natural, con el uso de potenciales soluciones óptimas a algún problema complejo (con un espacio de búsqueda amplio), una de sus desventajas sin embargo, es que son algoritmos bastante lentos.

Como se mencionó anteriormente, el algoritmo mantiene un conjunto de individuos (soluciones), de donde se seleccionan algunos (padres) para ser cruzados, formando un nuevo individuo, el cual está formado por diferentes atributos de los padres, heredando propiedades de los mismos. El individuo hijo que se introduce a la población puede sufrir mutaciones (que modifican sus atributos, alterando cromosomas y dando nuevas propiedades al individuo que quizás los padres no poseían) para introducir diversidad a la misma. Lo que decide si este nuevo individuo vive o no, va determinado netamente por la manera en que se adapta, según la combinación de sus atributos, al ambiente en comparación al resto de la población. Así los atributos deseables continuarán perpetuando durante las generaciones, y los que no, perecerán a lo largo de estas.

En el trabajo realizado en [Abramson y Abela, 1992], se abordó el *school timetabling problem* mediante una implementación basada en un algoritmo genético ejecutado de manera paralela. Para esto se usó una representación en base a tuplas, donde una tupla se compone de un número de clase, un número de profesor y un número de sala.

Un horario corresponde entonces a un conjunto de tuplas (ver Figura 3) identificadas por una etiqueta o *label*.

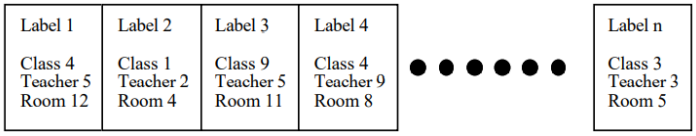

Figura 3: Ejemplificación de tuplas usadas en la representación
Fuente: Figura presente en [Abramson y Abela, 1992].

Las tuplas posteriormente se agrupan en períodos como muestra la Figura 4 , formando así horarios.

La función costo del horario está determinada por la cantidad de choques producidos al interior de los períodos, mientras que la calidad de los atributos se identifica por la agrupación de las tuplas dentro de un período, finalmente cada período viene a representar a un cromosoma.

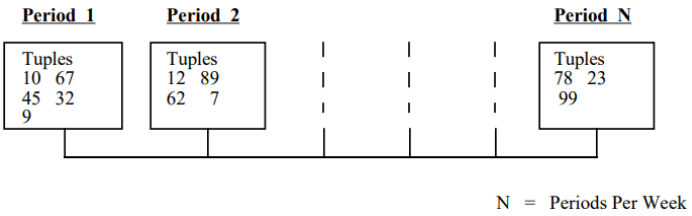

Figura 4: Mapeo de tuplas a períodos.
Fuente: Figura presente en [Abramson y Abela, 1992].

Para el cruce entre individuos o *crossover*, en la implementación estudiada, se eligen de manera arbitraria genes de ambos padres, para esto por cada período se elige un punto de corte para luego seleccionar una parte de uno de los padres y el resto del otro padre (ver Figura 5). Además el individuo hijo luego de la selección de genes puede pasar por una mutación, que corresponde en pocas palabras a quitar alguna tupla de algún período y posicionarla en otro.

Finalmente, el proceso de creación de individuos hijos se realiza de manera paralela para aumentar la eficiencia.

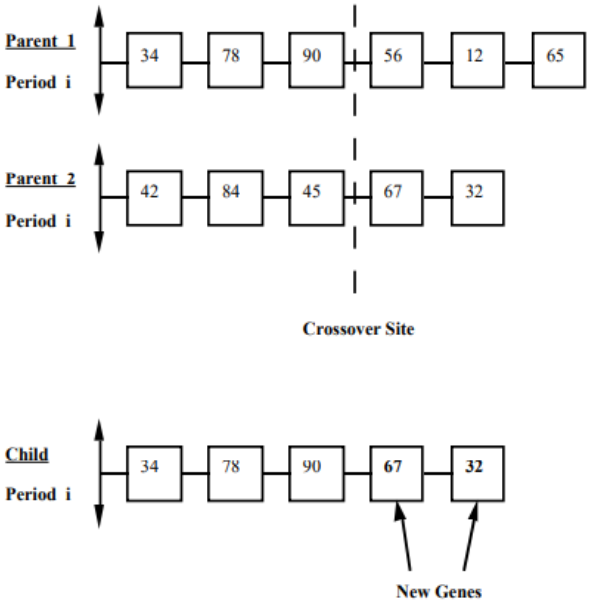

Figura 5: *Crossover* de un período entre dos individuos.
Fuente: Figura presente en [Abramson y Abela, 1992].

Se realizaron pruebas con 9 *datasets* con semanas de 30 períodos, con un tamaño de 100 individuos como población, donde se llegó a encontrar el mínimo global en todas las pruebas. Por lo que se concluyó que GA es una técnica poderosa para abordar el problema, sin

embargo estas pruebas no incluyen restricciones mayores que se pueden presentar en una escuela real.

2.2.3. *Simulated Annealing* (SA)

SA es una técnica de búsqueda local basada en el decrecimiento de un parámetro de temperatura. En [Abramson, 1991] y [Abramson y Dang, 1993] se aplicó dicha técnica al problema, se utilizó la representación basada en tuplas que se ubican en períodos de la semana, donde se busca minimizar el costo asociado a choques de recursos a lo largo de los diferentes períodos.

La idea de la técnica es generar un vecindario de soluciones mediante un movimiento, dicho movimiento para esta instancia fue mover tuplas de un período a otro. Se selecciona una solución del vecindario si esta posee un menor costo asociado que la solución original, pero además se elige una solución con un mayor costo asociado, dependiendo del parámetro de temperatura, este parámetro posee una probabilidad asociada a recibir dicho tipo de soluciones dependiendo de su valor. La temperatura cambia debido a que se cuenta con un método de enfriamiento o *cooling schedule* para el parámetro (basado en la ecuación de Boltzmann) y un recalentamiento o *re-heating* del mismo.

En esta implementación se optimizó el cálculo de la función objetivo mediante contadores para cada período. Para esto se contó las ocurrencias de cada tupla en un período, y si esta aparecía más de 2 veces, se le asociaba un costo de penalización, en caso contrario, se le asociaba un costo 0. Por lo que, cuando ocurría un movimiento de tuplas de un período a otro para generar un vecindario, los contadores decrecían en el período de origen y aumentaban en el período de destino, esto último reemplazó el re-cálculo de la función objetivo por cada vez que se quería verificar una nueva solución.

Esta representación fue puesta a prueba con escenarios tanto ficticios como reales con resultados razonablemente buenos. Sin embargo, para lograr dichos resultados solo se utilizó un enfriamiento de tipo *simple geometric*, el cual tiene como desventaja no poder escapar de mínimos locales cuando la temperatura está muy baja, por lo que en [Abramson *et al.*, 1997] se hizo un análisis entre 6 tipos de enfriamiento:

1. ***Geometric cooling schedule***, el método más usado en la literatura, la temperatura desciende siguiendo la fórmula que se muestra a continuación, notar que depende de un factor que suele variar entre $0{,}9$ a $0{,}99$:

$$T_{k+1} = \alpha \cdot T_k$$

2. ***Multiple cooling rates***, la manera en que este método disminuye la temperatura depende de la fase en la que se encuentre la solución, notar que la fase depende de la cantidad de detalles de la solución que ya estén resueltos. Esto permite al algoritmo,

pasar menos tiempo en una fase con alta temperatura, y por consecuencia, mayor tiempo con baja temperatura.

La temperatura finalmente desciende a dos tasas diferentes dependiendo si se encuentra por encima o debajo de la temperatura donde el calor específico es máximo, quedando de la forma:

$$T_{k+1} = \alpha \cdot T_k \text{ si } T_k > T_{msp}$$
$$T_{k+1} = \beta \cdot T_k \text{ si } T_k \leq T_{msp}$$

donde, T_{msp} es la temperatura donde el calor específico llega a su máximo;

$$\alpha \text{ y } \beta \text{ son constantes } < 1, \text{ con } \alpha < \beta.$$

El valor que se suele utilizar para α es $0{,}5$ (para un decaimiento rápido al inicio) y para β están entre $0{,}9$ y $0{,}99$.

3. ***Geometric reheating***, este método permite aumentar la temperatura a modo de *reheating* para alcanzar el mínimo global, esto debido a que independiente de la velocidad con la que la temperatura disminuye, los métodos anteriores solo logran alcanzar mínimos locales.

   La temperatura se aumenta cuando se llega a un mínimo local (se sabe cuando se llega a uno de estos cuando hay continuas disminuciones de temperatura sin que el costo de la solución vea una mejora) y deja de aumentar cuando el costo de la solución ha variado, independiente de si para bien o para mal.

   Cooling: $T_{k+l} = \alpha \cdot T_k$
   Heating: $T_{k+1} = T_k/\beta$
   donde, α y β son constantes menores a 1.

   Ambas constantes tienen el mismo valor, que suele ir entre $0{,}9$ a $0{,}99$.

4. ***Enhanced geometric reheating***, básicamente funciona igual que el método anterior, solo que la constante β varía su valor, debido a que al aumentar demasiado la temperatura aumenta excesivamente el tiempo de resolución, mientras que no aumentarla demasiado se traduce en un ciclo dentro del mínimo local. Por lo que se comienza con un β cercano a 1, que al encontrarse con un mínimo local se ajusta lentamente disminuyendo su valor.

5. ***Non-monotonic cooling schedule***, este método restablece la temperatura al valor máximo entre la temperatura a la cual la mejor solución fue encontrada y la mitad de la temperatura alcanzada en el último restablecimiento. Con esto último se evitan los ciclos no productivos, donde no ocurren cambios significativos en la solución mientras la temperatura va aumentando.

6. ***Reheating as a function of cost***, este método es similar al anterior solo que compara entre el valor de la temperatura donde se alcanzó la mejor configuración de la solución

con la temperatura donde se produce el máximo calor específico (debido que aquí se produce el mayor cambio a la super-estructura de la solución, para dar paso a la resolución de los sub-problemas).

Para probar los diferentes esquemas de enfriamiento se generaron 9 instancias ficticias de asignaciones, con 30 períodos en la semana cada una. A medida que el número de la prueba aumenta, las tuplas del escenario también lo hacen de 150 hasta llegar a 390. Así mismo, la cantidad de clases, profesores y salones (cursos) pasando de 5 en un inicio a 13 en la situación 9. Los resultados obtenidos por las diferentes implementaciones se pueden evidenciar en la Figura 6, donde se destaca lo siguiente:

- Poseer múltiples tasas de enfriamiento de la temperatura produce soluciones con un costo menor o similar que el método *geometric cooling* en un menor tiempo.
- Los esquemas que poseen un recalentamiento o *re-heating* de la temperatura resolvieron más instancias que las que solo disminuyen la temperatura. Y en aquellas en donde no resolvieron el problema, lograron un mejor desempeño con respecto a las técnicas que solo poseen enfriamiento.
- El esquema RFC es el que logró resolver más instancias (solo falló en la última con un costo bajo). Debido a esto, se afirmó que dicho método permitía llegar al mínimo global de manera más confiable que los otros cinco, sin embargo, le tomaba un tiempo bastante mayor.

	Cooling Schemes				Reheating Schemes							
	Geometric Cooling(GC)		Multiple Cooling Rate (MCR)		Geometric Re-heating (GR)		Enhanced Re-heating (ER)		Non-monotonic Reheating (NMR)		Reheating as function of cost (RFC)	
Test	Ave. Cost	Time (Secs)	Ave. Cost	Time (Secs)	Ave. Cost	Time (Secs)	Ave. Cost	Time (Secs)	Ave. Cost	Time (Secs)	Ave. Cost	Time (Secs)
1	0.67	72.45	0	97.2	0	35.2	0	68	.67	1371	0	9
2	2.5	80.22	1.8	52	0	151.5	0	141	2.7	145	0	32
3	2.5	6635	2.17	46.9	0	205	0	250	2.2	1460	0	63
4	3.8	7859	3.33	1043	0.33	423	1.6	782	3.5	1491	0	112
5	4.5	19167	4.5	111	1	580	1.8	806	5	1662	0	271
6	7.17	1647	5.67	2046	2.17	1603	2.3	1522	4	3739	0	2398
7	7.17	1922	6.83	1191	3.8	1611	4.8	1601	7.7	3196	0	7555
8	9.5	2075	8.8	1342	4	1604	5.17	1602	8	3266	0	18375
9	11	2320	8.67	279	7.3	1604	6.6	1603	11.1	3389	2.8	21224

Figura 6: Resultados de los 6 esquemas de enfriamiento ante 9 escenarios ficticios. Fuente: Figura presente en [Abramson *et al.*, 1997].

2.2.4. *Tabu search* (TS)

TS es otra técnica de búsqueda local, la cual según [Cirila, 2005] hace uso de información dada por el historial de búsqueda para guiar la mejoría de la heurística utilizada en su implementación. El diseño para la implementación de este tipo de técnica necesita de un procedimiento de construcción para obtener una solución inicial, el tipo de movimiento que será aplicado en el proceso de búsqueda y el tipo de estructura de memoria que será utilizado.

En [Santos *et al.*, 2004], se utilizó un movimiento basado en el intercambio de 2 valores en el horario asignado a un profesor, para mayor claridad de la representación ver la Figura 7. En cada iteración se elige la mejor solución del vecindario creado, aunque esta no mejore la mejor solución encontrada hasta el momento.

Teacher \ Period	1	2	3	4	5	$\cdots d \times h$
1	1	0	0	2	2	$\cdots$
2	0	X	X	0	1	$\cdots$
3	X	X	1	0	3	$\cdots$
4	0	1	0	1	0	$\cdots$
5	0	0	2	3	X	$\cdots$

Figura 7: Fragmento de la representación de un horario.
Fuente: Figura presente en [Santos *et al.*, 2004].

Para evitar ciclos, la memoria se actualiza, incluyendo el último movimiento inverso, para así no volver a visitar soluciones pasadas, este permanecerá en la lista tabú un número aleatorio de iteraciones. Así, el algoritmo elegirá el mejor movimiento en la iteración que además no aparezca en la lista tabú, con el fin de no perder buenas soluciones. Si el movimiento mejora enormemente a la solución actual, se ignora bajo un criterio el hecho de que se encuentre en la lista tabú.

Lo anteriormente mencionado corresponde a la memoria a corto plazo del algoritmo. Además, para evitar que el algoritmo se estanque en ciertas regiones del espacio de búsqueda también se cuenta con memoria a largo plazo, la cual considera la frecuencia con la que una clase y un profesor han sido involucrados en movimientos hechos (las cuales son restablecidas a 0 una vez que se encuentra una nueva mejor solución).

La implementación poseía una estrategia de diversificación para influenciar al algoritmo a hacer movimientos a modo de exploración, esto se lograba penalizando los costos asociados a la solución destino de un movimiento, basándose en la carga de trabajo del profesor asociado al movimiento. La estrategia se aplicaba luego de que en un cierto número de iteraciones no se encontrara una nueva mejor solución.

También se desarrolló una estrategia de diversificación basada en las tasas de frecuencia de las transiciones (obtenida gracias a la frecuencia ya mencionada).

Las características de las instancias utilizadas (algunas de estas correspondían a estableci-

mientos ubicados en Brasil) para probar la heurística se detallan en la Figura 8. Notar que el *Sparseness Ratio* corresponde a la tasa que indica que tan restrictiva era la instancia basándose en la disponibilidad de los profesores, un valor bajo de este indicador significaba un problema con más restricciones y por ende, una resolución más dificultosa.

Instance	Teachers	Classes	Total Lessons	Double Lessons	Sparseness Ratio (sr)
1	8	3	75	21	0.43
2	14	6	150	29	0.50
3	16	8	200	4	0.30
4	23	12	300	66	0.18
5	31	13	325	71	0.58
6	30	14	350	63	0.52
7	33	20	500	84	0.39

Figura 8: Instancias utilizadas para la heurística basada en TS.
Fuente: Figura presente en [Santos *et al.*, 2004].

En los resultados (Figura 9) se adjunta el costo asociado a la mejor solución encontrada por el método dado un tiempo límite. GTS-II corresponde a un algoritmo desarrollado anteriormente en la literatura, mientras que TSDS corresponde al algoritmo con la estrategia de diversificación basada en las tasas de frecuencia de las transiciones y TSDSTL corresponde al algoritmo con estrategia de diversificación la carga de trabajo de los profesores.

Instance	GTS-II	TSDSTL	TSDS	TS
1	204.80	203.42	**203.37**	207.05
2	350.10	**344.84**	345.36	349.26
3	455.70	439.94	**439.05**	455.58
4	686.30	**669.69**	672.15	670.92
5	796.30	782.74	**780.74**	782.84
6	799.10	783.38	**781.77**	787.85
7	1,076.20	1,060.84	**1,059.05**	1,071.21

Figura 9: Resultados de 4 algoritmos basados en TS.
Fuente: Figura presente en [Santos *et al.*, 2004].

Se puede ver que hay diferencias levemente significativas entre ambos algoritmos que hacen uso de una estrategia de diversificación, sin embargo, existe una mejora notoria frente al resto de algoritmos. Se destaca además en esta implementación la existencia de clases de dos períodos de duración y diferentes restricciones que se asemejan a la realidad de la problemática en Chile.

2.2.5. *Hill Climbing* (HC)

HC corresponde a una técnica de búsqueda local bastante renombrada en el ámbito del problema, debido a que el algoritmo ganador de la tercera edición de la ITC, que se llevó a cabo

en el año 2011, corresponde a una variante de SA (al igual que los algoritmos ganadores de las dos ediciones anteriores a la mencionada) y el trabajo posterior a esta edición se basó en mejorar los resultados obtenidos por dicha técnica, lo cual se consiguió con el uso de variantes de HC.

Se destaca la existencia de este tipo de instancias (ITC), debido a que motivan el descubrimiento de métodos para resolver instancias difíciles y reales de HSTP. También otorga referencias con las cuales comparar los tiempos de procesamiento de diferentes técnicas y una manera más formal de validar soluciones.

En [Fonseca *et al.*, 2016], se desarrollaron 2 variantes basadas en LAHC que fueron comparadas con el algoritmo ganador de la ITC.

LAHC funciona con un vector p de tamaño l con los costos asociados a soluciones de iteraciones anteriores. En un principio se guarda el costo de la solución inicial, luego, en cada iteración i se genera una solución candidata $s^{'}$, esta es aceptada si su costo es menor o igual al costo guardado en la posición i mod l del vector p. Si la solución es mejor que la mejor encontrada hasta el momento (s^*), se actualiza como la mejor, luego la posición i mod l del vector p también es actualizada, así este proceso se repite hasta que se cumple con una condición de parada.

Como ya se mencionó, se desarrollaron 2 variantes al algoritmo, que se describen a continuación:

- *Stagnation Free LAHC*, en las últimas etapas del algoritmo LAHC se hace difícil mejorar la solución actual, debido a que el algoritmo posee el vector p ocupado con los mismos valores en las distintas l posiciones, lo que hace imposible escapar de mínimos locales, debido a que peores soluciones no son aceptadas. Mediante esta variante, el algoritmo recalienta el sistema cuando se cumple una condición de estancamiento (el sistema se encontrará estancado si luego de n iteraciones no ocurre una mejora).

  Para recalentar el sistema se lleva al vector p a los valores que poseía cuando ocurrió la última mejora, luego de esta actualización varios movimientos que generan soluciones peores estarán permitidos.

- *Simulated Annealing LAHC*, es un algoritmo híbrido que comienza por usar SA en la solución inicial generada (se parte con esta técnica ya que la aptitud de la solución inicial no afecta de manera notable al desempeño de SA), luego de terminada la técnica se obtiene una solución s^*, que es pulida mediante el uso de LAHC, de donde se produce una nueva solución s^{**}, la cual corresponde a la solución final de este método.

Con respecto al desempeño del algoritmo basado en LAHC, se observaron malos resultados con $l = 1$, debido a que correspondía al método *Hill Climbing*. Pero, en general fue posible detectar 2 comportamientos a partir de la Figura 10 (donde se presentan los resultados de la forma $costo/tiempo$):

- Para instancias pequeñas, valores altos de l lograban un buen desempeño, debido al aumento de la capacidad del algoritmo para escapar de mínimos locales.
- Para instancias más grandes, el desempeño aumentaba junto con el valor de l, pero luego de cierto punto, comenzaba a decrecer, debido a que no lograba converger luego del límite de tiempo.

Size of l	Brazil Instance2	Italy Instance4	Kosova Instance1	Netherlands Kottenpark09	Spain School1
$l = 1$	1 / 67	0 / 391	1 / 114	27 / 5740	0 / 981
$l = 10$	1 / 67	0 / 388	0 / 98	28 / 7735	0 / 561
$l = 100$	1 / 46	0 / 587	0 / 40	28 / 4745	0 / 601
$l = 500$	0 / 74	0 / 82	0 / 66	28 / 4745	0 / 681
$l = 1{,}000$	0 / 149	0 / 154	0 / 54	23 / 9050	0 /1001
$l = 5{,}000$	0 / 61	0 / 63	0 / 1430	26 / 13955	0 / 460
$l = 10{,}000$	0 / 78	0 / 85	162 / 12365	22 / 7165	0 / 686
$l = 20{,}000$	0 / 58	0 / 109	429 / 22335	25 / 10375	0 / 487
$l = 50{,}000$	0 / 75	0 / 133	811 / 27396	24 / 52570	0 / 557

Figura 10: Resultados del algoritmo LAHC considerando diferentes valores para el parámetro l

Fuente: Figura presente en [Fonseca *et al.*, 2016].

Se comparó el desempeño de diferentes algoritmos, entre ellos:

- KHE, que corresponde a la solución inicial utilizada por LAHC y sus variantes.
- SA-ILS, que corresponde a una variante de SA, además de ser el algoritmo ganador de la tercera edición del ITC.
- SA, que corresponde a un algoritmo basado en el método *Simulated Annealing*.
- LAHC, que corresponde a *Late Acceptance Hill Climbing*.
- sf-LAHC, que corresponde a la primera variante de LAHC.
- SA-LAHC, que corresponde a la segunda variante de LAHC.
- SA-sf-LAHC, que corresponde a la mezcla de ambas variantes en un mismo algoritmo.

Los resultados se encuentran en la Figura 11, donde se pudo evidenciar que el algoritmo LAHC obtuvo buenos resultados, mostrando un mejor desempeño que el algoritmo ganador SA-ILS. Las variantes de LAHC también mostraron un desempeño prometedor, sobretodo la variante sf-LAHC que logró sobrepasar el desempeño de su versión original. Sin embargo, la mezcla de las 2 variantes fue el algoritmo con los mejores resultados al problema, esto último le dió mayor fiabilidad a la técnica LAHC como punto de partida para abordar el problema con diferentes restricciones y escenarios, desde instancias pequeñas hasta más grandes.

Instance	KHE	SA-ILS	SA	LAHC	sf-LAHC	SA-LAHC	SA-sf-LAHC
BrazilInstance2	4 / 90	1.0 / 63.9	0.0 / 107.6	0.0 / 78.6	**0.0 / 52.8**	0.0 / 102.4	0.0 / 78.0
BrazilInstance3	3 / 240	**0.0 / 127.8**	0.0 / 170.6	0.0 / 145.6	0.0 / 137.0	0.0 / 174.0	0.0 / 160.2
BrazilInstance4	39 / 144	17.2 / 99.6	**2.0 / 167.4**	8.2 / 121.4	6.0 / 112.8	2.4 / 165.6	2.4 / 164.2
BrazilInstance6	11 / 291	4.0 / 223.5	0.0 / 332.2	1.4 / 204.8	0.6 / 166.4	0.0 / 252.6	**0.0 / 221.0**
FinlandElementarySchool	9 /30	0.0 / 4.0	0.0 / 10.0	0.0 / 3.8	**0.0 / 3.6**	0.0 / 3.8	0.0 / 3.8
FinlandSecondarySchool2	2 / 1821	0.0 / 0.4	0.0 / 1036.4	0.0 / 0.4	**0.0 / 0.2**	**0.0 / 0.2**	0.0 / 0.4
Aigio1stHighSchool10-11	14 / 757	**0.0 / 15.3**	0.0 / 397.4	0.8 / 11.4	0.8 / 11.4	0.0 / 17.8	0.0 / 20.8
Italy_Instance4	39 / 21238	0.0 / 658.4	0.0 / 13979.0	0.0 / 224.8	**0.0 / 199.4**	0.0 / 366.4	0.0 / 302.2
KosovaInstance1	1333 / 566	14.0 / 6934.4	3.0 / 5837.8	14.2 / 1504.8	**0.0 / 137.0**	4.6 / 5238.6	6.3 / 6383.8
Kottenpark2003	3 / 78440	0.6 / 90195.8	0.4 / 90052.4	1.6 / 9711.0	1.6 / 9136.8	**0.0 / 69608.2**	0.4 / 89132.2
Kottenpark2005A	35 / 23677	33.9 / 27480.4	30.0 / 33967.0	33.0 / 18671.0	32.8 / 18891.8	30.2 / 33310.4	**30.2 / 33169.6**
Kottenpark2008	63 / 140083	25.7 / 31403.7	**10.0 / 138993.8**	15.2 / 23855.0	14.4 / 23067.2	10.8 / 57476.6	10.8 / 59939.2
Kottenpark2009	55 / 211095	36.6 / 154998.5	**24.6 / 432784.0**	28.0 / 9192.0	28.8 / 8363.0	25.4 / 112948.0	25.8 / 112335.0
Woodlands2009	19 / 0	2.0 / 15.8	2.0 / 223.8	2.0 / 13.2	**2.0 / 12.0**	2.0 / 12.4	**2.0 / 12.0**
Spanish school	1 / 4103	0.0 / 865.2	0.0 / 7077.6	**0.0 / 846.0**	0.0 / 920.4	0.0 / 998.2	0.0 / 856.8
WesternGreeceUniversity3	0 / 30	0.0 / 5.6	0.0 / 28.4	**0.0 / 5.0**	**0.0 / 5.0**	0.0 / 5.4	0.0 / 5.2
WesternGreeceUniversity4	0 / 41	0.0 / 7.4	0.0 / 39.4	0.0 / 9.2	0.0 / 6.8	0.0 / 7.6	**0.0 / 6.6**
WesternGreeceUniversity5	17 / 44	**0.0 / 0.0**	0.0 / 56.0	**0.0 / 0.0**	**0.0 / 0.0**	**0.0 / 0.0**	**0.0 / 0.0**
Average ranking	-	4.50	4.11	4.00	2.83	3.03	**2.53**

Figura 11: Resultados de los diferentes algoritmos para importantes instancias internacionales.

Fuente: Figura presente en [Fonseca *et al.*, 2016].

2.2.6. Modelo de programación lineal con restricciones deseables

En [Fonseca *et al.*, 2017], se desarrolló un modelo basado en programación lineal entera, que incluyó tanto restricciones duras como suaves. Para esto, se utilizó la formulación del problema que indica que existen diversos eventos ($e \in \mathcal{E}$) que se deben cumplir en el horario.

Cada evento poseía una duración $D_e \in \mathbb{N}$ y demandaban un conjunto de recursos (recursos de evento er como profesores, alumnos y salas). Además, cada recurso de evento poseía a su vez un tipo ($type_{er}$), con el que se ligaba a ciertas restricciones. Los recursos (r) podían ser pre-asignados para cumplir con la demanda deseada.

Para la resolución, por cada evento se contaba con todos los posibles sub-eventos (se) de duración $D_{es} < D_e$ que podían ser asignados al horario. Por ejemplo, para un evento de duración 4 los posibles sub-eventos a partir de dicho evento tendrían las siguientes duraciones $1, 1, 1, 1, 2, 2, 3$ y 4. Notar que los recursos de cada sub-evento serían los mismos del evento.

Por lo que, la duración total de los sub-eventos asignados de un evento e en una solución debía ser D_e.

También existía el conjunto de tiempos $\mathcal{T}$ ordenados de manera cronológica, donde se contaba con diferentes períodos que forman el horario de clase ($t \in \mathcal{T}$).

El modelo también contaba con la inclusión de grupos de tiempos y grupos de eventos, para facilitar la verificación de ciertas restricciones.

La variable principal que se utilizó es una de tipo binaria que se presenta a continuación:

$$x_{se,t,er,r} = \begin{cases} 1 & \text{si el sub-evento } se \text{ es asignado para empezar en el tiempo } t \text{ y} \\ & \text{el recurso } r \text{ es asignado al conjunto de recursos } er \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Mientras que las restricciones duras en este modelo se encargaban de penalizar, por ejemplo, a eventos sin recursos asignados o a la falta de asignaciones de sub-eventos para cumplir con la duración total del evento fuente. Las restricciones blandas se encargaban, por ejemplo, de limitar la cantidad de ocurrencias de un recursos en los eventos de un mismo grupo de períodos y hasta priorizar orden en ciertos grupos de eventos o unir un grupo de eventos para que estos se asignen al mismo período de tiempo.

El modelo era resuelto en 2 pasos, se buscaba minimizar el costo asociado a las penalizaciones producto del incumplimiento de restricciones, para esto en el primer paso se resolvía el problema solo con las restricciones duras, para luego tomar la solución encontrada como punto de partida en el paso 2, donde se incluían las restricciones suaves al modelo.

En las implementaciones también se presentó una formulación diferente, donde en vez de generar todos los posibles sub-eventos de cada evento solo se generaban los factibles para la solución. Por ejemplo, para un evento de duración 4 con clases impartidas en bloques de tamaño 2, se tenía las siguientes duraciones de sub-eventos $1, 1, 1, 1, 2, 2, 3$ y 4. En la reformulación, sin embargo, solo se contaba con 2 y 2, lo cual generaría un espacio de búsqueda notablemente más pequeño para la resolución del problema.

Se puso a prueba ambas formulaciones mediante diferentes instancias conocidas en el *solver* Gurobi versión 6.5.1 cuyos resultados se pueden apreciar en la Figura 12.

Se puede notar que la formulación alternativa logró un mejor desempeño, debido a que logró encontrar el óptimo *lower bound* para 8 instancias, mientras que la primera formulación solo logró encontrar 5 de estos.

Sin embargo, ninguna de las 2 formulaciones logró encontrar mejores límites que los ya existentes, esto debido a la dificultad de trabajar con métodos exactos en instancias algo grandes del problema.

	$\mathscr{F}_1$			$\mathscr{F}_2$		
Instance	$\mathcal{LB}$	$\mathcal{UB}$	Gap	$\mathcal{LB}$	$\mathcal{UB}$	Gap
BrazilInstance2	4.5	10	0.55	**5.0***	**5***	**0.00**
BrazilInstance3	21.3	24	0.11	**24.0***	**24***	**0.00**
BrazilInstance4	49.7	138	0.64	**51.0***	**51***	**0.00**
BrazilInstance6	17.5	224	0.92	**35.0***	**217**	**0.84**
FinlandElementarySchool	**3.0***	**3**	**0.00**	2.7	4	0.33
Aigio1stHighSchool10-11	0.0*	0*	0.00	0.0*	0*	0.00
ItalyInstance4	27.0*	**11,244**	1.00	27.0*	15,348	1.00
WesternGreeceUniversity3	5.0*	9	0.44	5.0*	**6**	**0.17**
WesternGreeceUniversity4	0.0	24	1.00	**2.0**	**8**	**0.75**
WesternGreeceUniversity5	0.0*	0*	0.00	0.0*	0*	0.00

Figura 12: Resultados de ambas formulaciones para importantes instancias internacionales con ejecución de 1 hora límite.

Fuente: Figura presente en [Fonseca *et al.*, 2017].

2.3. Resumen

El problema identificado como *school timetabling problem* o *high school timetabling problem*, pertenece a una familia de problemas que involucran asignaciones limitadas por recursos en el ámbito educacional denominada *Educational Timetabling*.

Dicho problema comienza a ser abordado alrededor del año 1960, debido a que usualmente la creación de horarios se llevaba a cabo de manera manual, lo que denotaba una carga significativa de trabajo para los encargados. De ahí en adelante se desarrollaron modelos basados en programación lineal entera para encontrar soluciones óptimas a algunas instancias ficticias y reales.

Con el pasar de los años, se comenzó a abordar el problema con métodos que no fueran exactos, utilizando heurísticas basadas en métodos de búsqueda local, por ejemplo, algoritmos genéticos, búsqueda tabú, *simulated annealing* o *hill climbling*. Los métodos incompletos lograron un desempeño similar a métodos exactos en instancias pequeñas del problema, sin embargo, para instancias más grandes del problema, técnicas de búsqueda local mostraron un mejor desempeño.

Otro hecho notable con los años fue la inclusión de un número mayor de restricciones en la implementación de soluciones al problema, esto debido a que se intentaba resolver el problema con instancias más realistas.

La búsqueda de la solución al problema con algún método que no sea el manual, se tradujo en una disminución de la carga de trabajo que implica el crear los horarios de clases.

CAPÍTULO 3
PROPUESTA DE SOLUCIÓN

3.1. Contexto de la solución

La solución como tal debe estar ligada a las preferencias de un establecimiento y sus docentes, por lo que se colaboró con el Colegio Hispano de Villa Alemana, que brindó la información necesaria para confeccionar un algoritmo que se adapte a sus necesidades.

3.1.1. Historia del establecimiento

El Colegio Hispano fue fundado en el año 1994, con 330 alumnos matriculados, repartidos en los niveles de Educación Prebásica y Básica General Completa, desde entonces ha tenido un crecimiento sostenido no solo en matrículas sino también en estructura inmobiliaria, la más destacada en el año 1996, con la apertura de la Educación Media Humanístico Científica [4].

Con el paso de los años el colegio se consolida en el ámbito de la educación, transcurrido el año 1997 se le atribuye la Excelencia Académica (para los años 1998-1999) por parte del Ministerio de Educación. En el año 2002, se adquieren casas del sector las cuales sirvieron de modernas oficinas administrativas y el colegio se adjudica el proyecto de Aporte de Capital del MINEDUC, con lo que se construye el edificio destinado al Segundo Ciclo de Educación Básica y Ciclo de Educación Media [5]. Durante estos años la dirección académica es asumida por los profesores don Oscar Concha Osses y don Cristian Jara Santana quienes junto a la profesora Sra. Pamela Palomino Rodríguez, logran posicionar al Colegio dentro de los mejores establecimientos educacionales de la comuna.

En la actualidad el Colegio Hispano, es dirigido por la profesora Sra. Pamela Palomino Rodríguez, cuenta con más de 1.400 alumnos y sorprende a la comunidad por su crecimiento y aporte. La Gestión Académica se direcciona en dos grandes áreas: Sede Pre-básica – Básica que imparte educación desde los primeros años pre escolares al primer ciclo básico y la Sede Media, que imparte educación desde el segundo ciclo básico hasta cuarto año de enseñanza media.

[4] Sitio web del establecimiento “Colegio Hispano”, sección “Nuestro Colegio”, https://colegiohispano.cl/nuestro-colegio/, visitado el 15 de Abril de 2021

[5] Sitio web destinado a “Semana de la Educación Artística”, sección “Colegio Hispano”, https://semanaeducacionartistica.cultura.gob.cl/author/colegio-hispano/, visitado el 15 de Abril de 2021

3.1.2. Visión del establecimiento

Ser una Institución Educacional líder, al servicio de la comunidad, comprometida en la formación de sus educandos, preparándolos exitosamente, desde los primeros niveles de Enseñanza Básica hasta el Ciclo de Educación Media, para que alcancen su realización personal y también para que logren su ingreso a la Educación Superior [6].

3.1.3. Misión del establecimiento

Desarrollar bases educacionales sólidas que den al alumno(a) formación valórica, académica, conductual y deportiva, a través de los Ciclos de Enseñanza Pre Básica, Básica, Media y de las Actividades de Libre Elección. Herramientas que posibilitarán el desarrollo de las capacidades valóricas e intelectuales necesarias para un óptimo desarrollo personal del alumno(a) y para su ingreso exitoso a la Educación Superior [7].

3.1.4. Organigrama del establecimiento

A continuación en la Figura 13 se puede observar el organigrama que muestra la organización interna del Colegio Hispano de Villa Alemana.

[6] Sitio web destinado a "Semana de la Educación Artística", sección "Colegio Hispano", https://semanaeducacionartistica.cultura.gob.cl/author/colegio-hispano/, visitado el 15 de Abril de 2021

[7] Sitio web destinado a "Semana de la Educación Artística", sección "Colegio Hispano", https://semanaeducacionartistica.cultura.gob.cl/author/colegio-hispano/, visitado el 15 de Abril de 2021

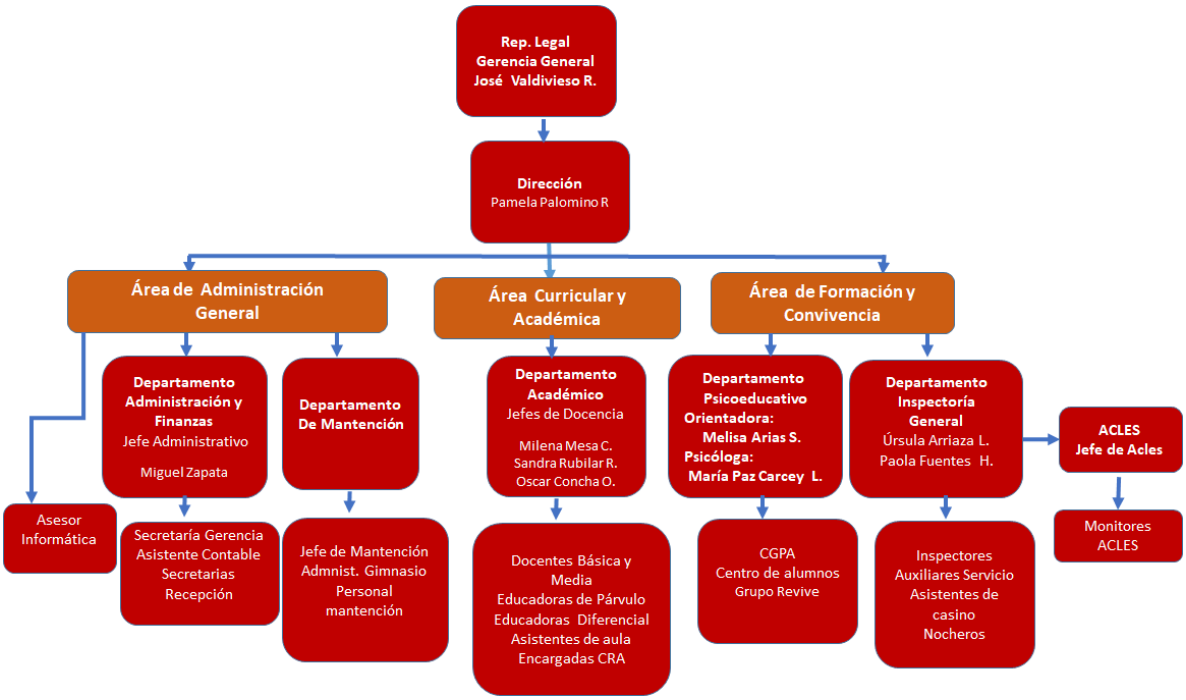

Figura 13: Estructura organizacional del Colegio Hispano.
Fuente: Figura presente en la sitio web del establecimiento https://colegiohispano.cl/estructura-organizacional/.

3.2. Modelo del problema

Para la modelación del problema se tomó como base el modelo de programación lineal con restricciones deseables visto en [Fonseca *et al.*, 2017], el cual se simplificó con el fin de adaptarlo al contexto del colegio.

Una asignación $a \in \mathcal{A}$, se compone de 3 subconjuntos de recursos preasignados del conjunto $\mathcal{R}$ importantes para el problema. Los subconjuntos contienen docentes, asignaturas y por último cursos, como el ejemplo que se muestra a continuación, donde se indica que la docente Bárbara enseñará Lenguaje a los alumnos del sexto básico A:

$$a = \{\{\text{Bárbara Uribe Cataldo}\}, \{\text{Lenguaje}\}, \{6°A\}\}$$

Otro ejemplo de asignación más complejo corresponde al que se muestra a continuación donde se visualiza una asignatura de tipo electivo que se imparte al tercer nivel de enseñanza media por 3 docentes diferentes:

$a = \{\{$Mario Navarro, Andrea Zuñiga, Felipe Soto$\}, \{$Electivo 1$\}, \{3°MA, 3°MB, 3°MC\}\}$

A la asignación a en cuestión se le asocia una duración D_a que viene dada por el plan de estudios de cada nivel.

Para la resolución se cuenta con el conjunto de docentes $\mathcal{DO}$, cursos $\mathcal{CU}$ y asignaturas $\mathcal{AS}$ (también se cuenta con $\mathcal{AS}_{cu}$ que corresponden a las asignaturas que deben ser impartidas al curso cu), notar que como los recursos están preasignados el espacio de búsqueda no incluye todas las combinaciones posibles entre los conjuntos. La unión de los conjuntos ya mencionados corresponde al conjunto $\mathcal{R}$, donde se diferencian los recursos en base al rol que cumplen en la asignación.

Una clase c se define como un fragmento de una asignación en específico ($a \in \mathcal{A}$), cada clase de la asignación posee una duración D_c, que cumple la condición $D_c \leq D_a$ y que hereda todos los recursos de la asignación.

Para el modelo se define $\mathcal{C}$ como el conjunto de todas las posibles clases generadas por las asignaciones, por lo que $c \in \mathcal{C}_a$ corresponde al conjunto de clases generadas por a. Notar que la suma de las duraciones de las clases de una asignación a en una solución debe ser D_a. El conjunto es generado a partir de las preferencias del establecimiento, por ejemplo, para una asignación de duración 8 se requiere que las clases sean de duración 2 o 3, por lo que se generan 2 clases con diferentes duraciones (2 y 3), las cuales estarán presentes en la solución para llegar a cumplir las 8 horas de la asignación.

Para el modelo también se cuenta con el conjunto $\mathcal{T}$ que incluye a los bloques del horario ordenados de manera cronológica, de manera que p_t corresponde al índice del bloque t en el conjunto $\mathcal{T}$. También se cuenta con los grupos de tiempo $\mathcal{TG}$ (que serán usados para representar los 5 días de la semana con clases), de modo que los tiempos que pertenecen a un grupo de tiempo tg serán representados de la manera $t \in \mathcal{T}_{tg}$, donde $p_{tg,i}$ denota la posición en el arreglo de bloques de tiempo donde empieza el grupo de tiempo y $p_{tg,f}$ denota la posición del final.

Para saber sobre la disponibilidad de cada docente se cuenta con un arreglo con los bloques de tiempo en los que no estarán disponibles, que se denota de la forma Ind_{do} (indisponibilidad del docente do), notar que corresponde a otro tipo de conjunto de bloques de tiempo como los ya mencionados, lo mismo ocurre con los cursos donde Ind_{cu} denota la indisponibilidad del curso cu.

3.2.1. Variables

$$x_{c,a,t} = \begin{cases} 1 & \text{si la clase } c \text{ que hereda los recursos de la asignación } a \text{ es asignada para} \\ & \text{empezar en el bloque de tiempo } t \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Esta variable es de tipo binario, si su valor es 1 denota que la clase c se encuentra activa desde el tiempo t (y se mantiene activa hasta el tiempo $t + D_c - 1$).

$$y_{r,t} = \begin{cases} n & \text{que corresponde a la cantidad de veces que está siendo utilizado el recurso } r \\ & \text{en el bloque de tiempo } t \end{cases}$$

Esta variable es de tipo numérica discreta, donde n puede tener el valor de $0, 1, 2, ...$

3.2.2. Restricciones

- Relación entre variables x e y:

$$\sum_{a \in \mathcal{A}} \sum_{c \in \mathcal{C}_a} \sum_{t' \in \mathcal{T}_{c,t}^{start}} (x_{c,a,t'} / r \in a_{role}) = y_{r,t} \qquad \begin{matrix} \forall r \in \mathcal{R} \\ \forall t \in \mathcal{T} \end{matrix} \tag{R1}$$

con $\mathcal{T}_{c,t}^{start} = \{t' \in \mathcal{T} : p_t - D_c + 1 \leq p_{t'} \leq p_t\}$

- Una clase no puede empezar en un bloque de modo que su duración le impida terminar antes del final del día, por lo que para cada día se aplica la siguiente restricción:

$$x_{c,a,s} = 0 \qquad \begin{matrix} \forall a \in \mathcal{A} \\ \forall c \in \mathcal{C}_a \\ \forall s \in \mathcal{S} \end{matrix} \tag{R2}$$

con $\mathcal{S} = \{t \in \mathcal{T}_{tg} : p_t + D_c - 1 > p_{tg,f} \wedge p_t \geq p_{tg,i} \wedge p_t \leq p_{tg,f}, \forall tg \in \mathcal{TG}\}$

- Cada curso debe cumplir con las horas asignadas a cada asignatura según el plan de estudios (aplica para cada asignatura de cada curso):

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{a \in \mathcal{A}} \sum_{c \in \mathcal{C}_a} (x_{c,a,t} / \alpha \in a_{asign} \wedge \gamma \in a_{curso}) \cdot D_c = D_a \qquad \begin{matrix} \forall \gamma \in \mathcal{CU} \\ \forall \alpha \in \mathcal{AS}_\gamma \end{matrix} \tag{R3}$$

- Los cursos no pueden quedar sin clases en ningún bloque:

$$y_{\gamma,t} = 1 \qquad \begin{matrix} \forall \gamma \in \mathcal{CU} \\ \forall t \in \mathcal{T} - Ind_\gamma \end{matrix} \tag{R4}$$

- Los docentes solo pueden atender 1 clase a la vez:

$$y_{\beta,t} \leq 1 \qquad \begin{array}{l} \forall \beta \in \mathcal{DO} \\ \forall t \in \mathcal{T} \end{array} \tag{R5}$$

- Cursos no deben tener clases en bloques de tiempo no disponibles:

$$y_{\gamma,t} = 0 \qquad \begin{array}{l} \forall \gamma \in \mathcal{CU} \\ \forall t \in Ind_{\gamma} \end{array} \tag{R6}$$

  Un ejemplo de esto puede ser el hecho de que los niveles más bajos no deben tener clases en los últimos bloques de cada día debido a una menor cantidad de clases.

- Docentes no deben tener asignadas clases en bloques de tiempo no disponibles:

$$y_{\beta,t} = 0 \qquad \begin{array}{l} \forall \beta \in \mathcal{DO} \\ \forall t \in Ind_{\beta} \end{array} \tag{R7}$$

- Una asignatura puede ser impartida a un curso solo una vez (como máximo) por día:

$$\sum_{t \in \mathcal{T}_{tg}} \sum_{c \in \mathcal{C}_a} (x_{c,a,t} / \gamma \in a_{curso} \wedge \alpha \in a_{asign}) \leq 1 \qquad \begin{array}{l} \forall a \in \mathcal{A} \\ \forall \alpha \in \mathcal{AS}_{\gamma} \\ \forall \gamma \in \mathcal{CU} \\ \forall tg \in \mathcal{TG} \end{array} \tag{R8}$$

- No pueden haber clases de duración 2 empezando en ciertos bloques de la semana:

$$(x_{c,a,t} / D_c = 2 \wedge t \in S) = 0 \qquad \begin{array}{l} \forall a \in \mathcal{A} \\ \forall c \in \mathcal{C}_a \\ \forall t \in \mathcal{S} \end{array} \tag{R9}$$

  con $\mathcal{S} = \{t \in \mathcal{T} : t \in \{2, 4, 6, 11, 13, 15, 20, 22, 24, 29, 31, 33, 38, 40, 42\}\}$

  Los elementos del conjunto $\mathcal{S}$ corresponden a las horas del día que se encuentran anteriores a un recreo, por lo que si una clase empieza en dicho bloque terminará en la hora siguiente al recreo, lo que no se quiere en la solución.

- Se debe respetar la cantidad máxima de clases que pueden estar ocurriendo simultáneamente de alguna asignatura:

  - Por cada asignatura (α) que tenga capacidad máxima:

$$y_{\alpha,t} \leq cant_{\alpha} \qquad \forall t \in \mathcal{T} \tag{R10}$$

  con $cant_{\alpha} =$ cantidad de veces que la asignatura α puede estar ocurriendo simultáneamente.

Para una solución factible se busca cumplir todas las restricciones mencionadas.

3.2.3. Función objetivo

$$Min \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{a \in \mathcal{A}} \sum_{c \in \mathcal{C}_a} x_{c,a,t}$$

La función objetivo busca minimizar la activación de las clases del establecimiento, o en otras palabras, busca minimizar la cantidad de clases en la semana, lo cual le otorga calidad a la solución encontrada, ya que es preferible tener una clase de duración 2 que 2 clases de duración 1 a lo largo de la semana.

3.3. Descripción del algoritmo

El algoritmo utilizado para resolver el modelo ya planteado se basa en la utilización de un *solver* de programación lineal, la forma del algoritmo se evidencia en el siguiente pseudo-código (notar que cada vez que se hace referencia a una solución corresponde a encontrar un horario que satisface las restricciones):

```
School Timetabling Problem (requisitosEstablecimiento)

    Se limpian los datos de entrada "requisitosEstablecimiento"
    asignaciones,disponibilidad,capacidades = resultado de limpieza
    Se reordenan de manera aleatoria las "asignaciones"
    Se crea el modelo vacío
    Se crean las variables "x" e "y" en base a las "asignaciones"
    agregarRestricciones(asignaciones, disponibilidad, capacidades)
    El solver es utilizado para encontrar una solución
    if (Se encuentra solución)
        Se crea archivo .xlsx con la solución
    else
        Se indica que no es posible encontrar solución con los requisitos
    end if
```

El reordenamiento aleatorio de las asignaciones existe para no priorizar en la resolución el orden con el que se ingresan las mismas.

3.4. Elección de herramientas

3.4.1. Elección de *solver*

La elección de un *solver* que permita facilitar la búsqueda de horarios de clases es fundamental, para esto se toma en cuenta opciones que sean de tipo fuente abierta. En [Gearhart *et al.*, 2013] se realizó una comparación a diferentes *solvers open-source* de programación lineal, para eso se realizaron pruebas con conjuntos de problemas en forma de archivos MPS que diferían en su complejidad.

De los resultados obtenidos se resaltó el gran desempeño de CPLEX por sobre los otros *solvers* presentes en la comparación, tanto en la Figura 14 como en la Figura 15 podemos notar que CPLEX manejó un menor tiempo de resolución para los problemas. Sin embargo, el uso de CPLEX se limita a una capa gratuita de 1.000 variables y 1.000 restricciones, que por la naturaleza del problema no es viable.

Debido al desempeño de CLP en términos de capacidad y rendimiento con respecto a CPLEX, además de ser completamente gratuito, se eligió trabajar con CBC como *solver* para el desarrollo del modelo, este corresponde a una variante de CLP que posee un funcionamiento similar pero incorpora la técnica *branch and cut*, para más información acerca de dicha técnica se recomienda visitar el Anexo 6.1.

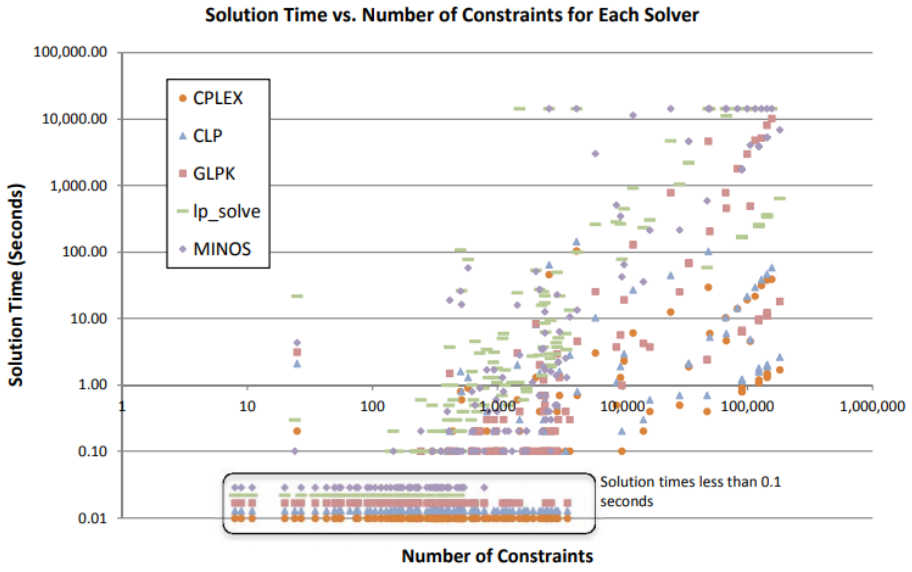

Figura 14: Gráfico de tiempo de resolución con respecto al número de restricciones para cada *solver*.

Fuente: Figura presente en [Gearhart *et al.*, 2013].

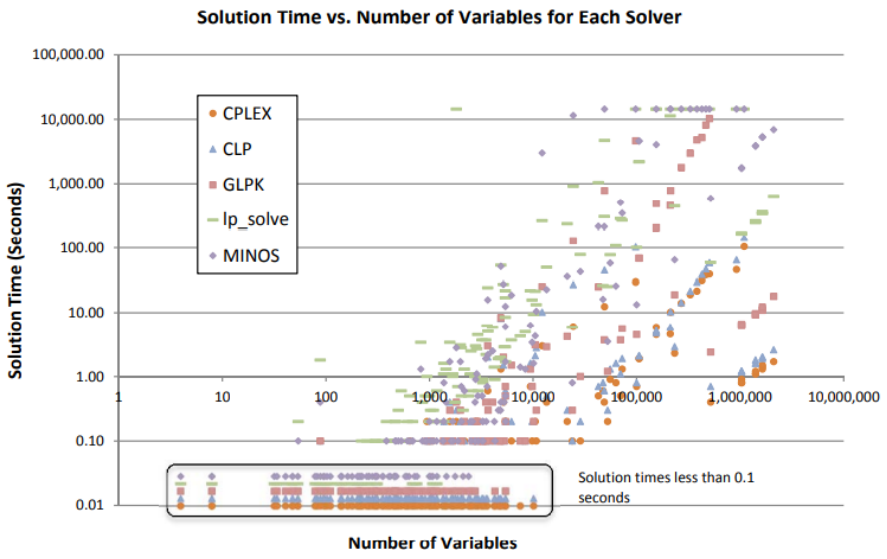

Figura 15: Gráfico de tiempo de resolución con respecto al número de variables para cada *solver*.

Fuente: Figura presente en [Gearhart *et al.*, 2013].

3.4.2. Elección de lenguaje

Se elige *Python* como lenguaje de programación para la herramienta debido a la facilidad con la que se pueden manipular los datos. La creación las variables y restricciones del modelo, es una tarea ardua que puede ser simplificada gracias a la existencia de estructuras de datos como diccionarios, listas, conjuntos y tuplas.

Más allá de la buena capacidad para procesar información, también es fundamental recalcar que el lenguaje cuenta con una librería que permite el uso del *solver* CBC, dicha librería corresponde a *Python-MIP*. El lenguaje además permite la creación de una interfaz gracias a otra librería llamada *tkinter*, su uso para el desarrollo de la interfaz se detalla en el Anexo 6.2.

3.5. Información para la resolución

Para la resolución del problema se utilizan datos ingresados en una plantilla de formato *Microsoft Excel*, debido a que el establecimiento ya utiliza archivos de este formato para labores internas y se encuentran familiarizados con estos.

La plantilla mencionada corresponde a la configuración del horario deseado y cuenta con 6 hojas que el establecimiento debe llenar, estas se detallan a continuación:

- Cursos, en esta hoja se deben listar los diferentes cursos y combinaciones de cursos separados por ",". Las combinaciones son utilizadas para identificar las clases electivas de cursos superiores que deben realizarse en conjunto para todo un nivel, como es el caso de la combinación del tercer nivel de educación media que se visualiza en la Figura 16).

	A	B	C
1	**Cursos**		
2	5°A		
3	5°B		
4	6°A		
5	6°B		
6	3°MA		
7	3°MB		
8	3°MC		
9	3°MA,3°MB,3°MC		

Figura 16: Hoja de Cursos de la plantilla.
Fuente: Elaboración propia.

- Docentes, en esta hoja al igual que en la de Cursos, se debe ingresar el nombre de los docentes (o combinaciones de docentes que se utilizan para asignar profesores a clases de tipo electivo, como es el caso de la Figura 17 donde hay 2 combinaciones de 2 docentes cada una, la primera se utiliza para Artes Musicales y Artes Visuales mientras que la segunda es usada para Educación Física, donde se divide al curso en damas y varones).

	A
1	**Profesores**
2	Gabriela Aguilar
3	María José Antúnez
4	Pablo Pérez
5	Patricia González
6	G. Miranda
7	Cynthia Villa
8	Maureen Goecke,Gloria Díaz
9	Alex Santander,Geraldine Aguilera

Figura 17: Hoja de Docentes de la plantilla.
Fuente: Elaboración propia.

- Clases, en esta hoja se debe definir las asignaciones según el plan de estudios, para esto primero se elige el curso y docentes involucrados en la asignación, existe una columna "Asignatura" donde se ingresa el nombre de la asignatura como "Inglés" por ejemplo. Luego de definir las entidades de la asignación, se procede a definir la columna "Duración total" que corresponde a la cantidad de horas de clases presentes

en un horario válido de la respectiva asignación. Finalmente, se tiene la columna "Duración clases" donde se encuentran las posibles duraciones de las clases asociadas a la asignación separadas por un guión, en el caso de "Inglés" para el 3°MA, sus clases deben ser duración 1 o 2.

	A	B	C	D	E
1	Curso	Asignatura	Docente	Duración total	Duración clases
2	3°MA	Lengua Castellana y Comunicación	Gabriela Aguilar	7	2-3
3	3°MA	Inglés	María José Antúnez	3	1-2
4	3°MA	Matemática	Pablo Pérez	6	2-3
5	3°MA	Historia, Geografía y Ciencias Sociales	Patricia González	4	2
6	3°MA	Ciencias Naturales, Biología	G. Miranda	2	2
7	3°MA	Química	Cynthia Villa	2	2
8	3°MA	Artes Visuales-Artes Musicales	Maureen Goecke,Gloria Díaz	2	2
9	3°MA	Educación Física	Alex Santander,Geraldine Aguilera	2	2
10	3°MA	Consejo de Curso	María J. Álvarez/C. Villegas	1	1
11	3°MA	Filosofía y Psicología	María J. Álvarez/C. Villegas	3	1-2
12	3°MB	Lengua Castellana y Comunicación	María Paz Sanchez	5	2-3
13	3°MB	Inglés	Marcela Cancino	3	1-2
14	3°MB	Matemática	Karol Larrondo	6	2-3
15	3°MB	Historia, Geografía y Ciencias Sociales	Fernando Zurita	4	2
16	3°MB	Ciencias Naturales, Biología	G. Miranda	3	1-2
17	3°MB	Física	Rodolfo Cautivo	2	2

Figura 18: Hoja de Clases de la plantilla.
Fuente: Elaboración propia.

- Disponibilidad de Profesores, en esta hoja se ingresan los nombres de los docentes, luego se ingresa "1" en las columnas de bloques en donde los docentes no pueden realizar clases, lo que se aprecia en la Figura 19. Existe una columna informativa al final donde se visualiza la cantidad de horas disponibles de cada docente ingresado. Si un docente no se ingresa en esta hoja, se asume que tiene disponibilidad en la totalidad de sus horas.

	A	B	C	D		AQ	AR	AS	AT	AU
1	Docente	Lunes-1	Lunes-2	Lunes-3	...	Viernes-6	Viernes-7	Viernes-8	Viernes-9	Horas disponibles
2	Maritza Mondaca	1	1	1						42
3	G. Miranda									45
4	NN Música									45
5	María José Antúnez	1	1							43
6	Gabriela Rojas									45
7	Sandra Aris									45
8	Jessica Soto				...					45
9	Mabel Leiva									45
10	Gloria Díaz									45
11	Roberto Fernández	1	1	1						27
12	Claudia Zumaeta									45
13	Carolina Aravena									45
14	Gabriela Aguilar									45
15	Pablo Pérez									45
16	Patricia González									45

Figura 19: Hoja de disponibilidad de Docentes de la plantilla.
Fuente: Elaboración propia.

- Disponibilidad de Cursos, en esta hoja se ingresan los diferentes cursos y luego se marcan con un "1" los bloques de tiempo donde el curso no debe tener clases, como se

visualiza en la Figura 20. La cantidad de horas disponibles debe ser igual al total de horas asignadas en la hoja de Clases.

	A	B	C	D	AQ	AR	AS	AT	AU
1	Curso	Lunes-1	Lunes-2	Lunes-3	... Viernes-6	Viernes-7	Viernes-8	Viernes-9	Total de horas
2	3°MA				1	1	1	1	40
3	3°MB				1	1	1	1	41
4	3°MC				1	1	1	1	41
5	5°A				...	1	1	1	40
6	5°B					1	1	1	40
7	6°A					1	1	1	40

Figura 20: Hoja de disponibilidad de Cursos de la plantilla.
Fuente: Elaboración propia.

- Capacidades, en esta hoja se ingresan las capacidades del establecimiento con respecto a la cantidad de veces que una asignatura se puede impartir simultáneamente, por ejemplo, como se ve en la Figura 21, se puede estar impartiendo “Educación Física” 2 veces como máxima a la vez.

	A	B
1	Asignatura	Capacidad de espacio
2	Educación Física	2
3	Artes Visuales-Artes Musicales	2
4		

Figura 21: Hoja de Capacidades de la plantilla.
Fuente: Elaboración propia.

3.6. Herramienta de creación de horarios

La herramienta que se construyó en base al algoritmo tiene como funcionalidad buscar, visualizar y editar horarios. El funcionamiento de la herramienta se detalla a continuación, sin embargo, si se desea tener conocimiento acerca del aspecto y diseño de esta es preferible visitar el Anexo 6.2.

3.6.1. Búsqueda de horarios

Para la búsqueda de horarios se necesita de una configuración como la descrita en la Sección 3.5. Una vez la ejecución de la búsqueda termina exitosamente (con una solución factible), se genera un archivo (formato *Microsoft Excel*) con 2 hojas importantes:

- Horario, en dicha hoja se detalla la actividad que está realizando cada curso en cada bloque de tiempo como se puede apreciar en la Figura 22, esta hoja se utiliza para visualizar los horarios en la herramienta.

	A	B	C	D	E
1	Curso	Asignatura	Docentes	Bloque	Duración
2	1°MA	Inglés	Gabriela Rojas	1	2
3	1°MA	Inglés	Gabriela Rojas	2	0
4	1°MA	Lengua Castellana y Comunicación	María Paz Sanchez	3	2
5	1°MA	Lengua Castellana y Comunicación	María Paz Sanchez	4	0
813	8°B	Matemática	María Luisa Bernal	37	2
814	8°B	Matemática	María Luisa Bernal	38	0
815	8°B	Educación Física	Roberto Fernández-Geraldine Aguilera	39	2
816	8°B	Educación Física	Roberto Fernández-Geraldine Aguilera	40	0
817	8°B	Ciencias Naturales, Biología	Edith Ortega	41	2
818	8°B	Ciencias Naturales, Biología	Edith Ortega	42	0

Figura 22: Hoja de Horario de una solución.
Fuente: Elaboración propia a partir de la herramienta.

- Vista General, esta hoja que se muestra en la Figura 23 no posee funcionalidad para la herramienta, sin embargo, se incluyó para tener una mejor perspectiva del horario desde una mirada general, cabe destacar que surgió como una petición del mismo establecimiento. En la hoja se detalla la asignatura y docente asignado a cada bloque de tiempo y curso.

	A	B	C	AP	AQ
1	Curso/Bloque	1	2	41	42
2	1°MA	Inglés Gabriela Rojas	Inglés Gabriela Rojas	Lengua Castellana y Comunicación María Paz Sanchez	Lengua Castellana y Comunicación María Paz Sanchez
3	1°MB	Lengua Castellana y Comunicación María Paz Sanchez	Lengua Castellana y Comunicación María Paz Sanchez	Inglés María José Antúnez	Inglés María José Antúnez
4	1°MC	Ciencias Naturales, Biología G. Miranda	Ciencias Naturales, Biología G. Miranda	Historia, Geografía y Ciencias Sociales Fernanda Aravena	Química Cynthia Villa
5	2°MA	Lengua Castellana y Comunicación María Lorena Rosas	Lengua Castellana y Comunicación María Lorena Rosas	Química Ítalo Golsio	Química Ítalo Golsio
6	2°MB	Matemática María Luisa Bernal	Matemática María Luisa Bernal	Ciencias Naturales, Biología G. Miranda	Ciencias Naturales, Biología G. Miranda
7	2°MC	Lengua Castellana y Comunicación Camila Barraza	Lengua Castellana y Comunicación Camila Barraza	Lengua Castellana y Comunicación Camila Barraza	Lengua Castellana y Comunicación Camila Barraza
8	3°MA	Matemática Pablo Pérez	Matemática Pablo Pérez		
9	3°MB	Filosofía y Psicología María J. Álvarez/C. Villegas	Filosofía y Psicología María J. Álvarez/C. Villegas	Inglés Marcela Cancino	

Figura 23: Hoja de Vista General de una solución.
Fuente: Elaboración propia a partir de la herramienta.

3.6.2. Edición de horarios

Para realizar cambios a un horario ya creado, se toma en cuenta la principal razón de llevar a cabo dichos cambios que corresponde a nuevas disponibilidades de docentes. Esto último se pudo saber gracias al establecimiento con el que se colaboró ya que las entidades pertinentes afirman que luego de crear los horarios, durante el primer mes de clases ocurren choques de clases con docentes que trabajan en otras sedes o incluso otros establecimientos.

En la configuración del horario se podrá realizar cambios en la hoja de disponibilidad de docentes que se muestra en la Figura 19, agregando nuevos bloques sin disponibilidad. Con dichos cambios la búsqueda se hace a partir de una nueva configuración y un horario ya encontrado.

La búsqueda de un nuevo horario es básicamente la misma ya que se utiliza el mismo *solver* y modelo, excepto por algunos cambios que se detallan a continuación:

- Nueva función objetivo, tomando en cuenta que se tiene el conjunto $\mathcal{X}_{hor}$ que contiene a todas las variables $x_{c,a,t}$ con valor 1 de la solución, o en otras palabras, todas las clases pertenecientes al horario antiguo, se define la siguiente función objetivo:

  $$Max \sum_{x \in \mathcal{X}_{hor}} x_{c,a,t}$$

  La nueva función objetivo pretende mantener la mayor cantidad de clases del horario antiguo en el nuevo, para así minimizar los cambios hechos (lo cual es algo valorado por el establecimiento).

- Nuevo punto de partida, se parte la nueva búsqueda con las variables que pertenecen al conjunto $\mathcal{X}_{hor}$ con valor 1 en el modelo, en otras palabras, se parte buscando un nuevo horario tomando el antiguo como punto de partida.

- Nueva hoja en archivo solución, dicha hoja sirve para mejorar el entendimiento del nuevo horario, en ella se visualizan los cambios entre ambos horarios, esto se muestra en la Figura 24.

	A	B	C	D
1	HORARIO ANTERIOR			
2	Curso	Asignatura	Docentes	Bloque
3	1°MA	Orientación	Geraldine Aguilera	12
4	1°MA	Orientación	Geraldine Aguilera	13
5	1°MA	Historia, Geografía y Ciencias Sociales	Fernanda Aravena	23
6	1°MA	Historia, Geografía y Ciencias Sociales	Fernanda Aravena	24
7	HORARIO ACTUAL			
8	Curso	Asignatura	Docentes	Bloque
9	1°MA	Historia, Geografía y Ciencias Sociales	Fernanda Aravena	12
10	1°MA	Historia, Geografía y Ciencias Sociales	Fernanda Aravena	13
11	1°MA	Orientación	Geraldine Aguilera	23
12	1°MA	Orientación	Geraldine Aguilera	24

Figura 24: Hoja de Cambios del archivo solución.
Fuente: Elaboración propia a partir de la herramienta.

3.6.3. Visualización de resultados

Para la visualización de los horarios se necesita de un archivo solución generado a partir de una búsqueda exitosa, en dicho archivo se encuentra la hoja de Vista General como se muestra en la Figura 23. Además, la herramienta desarrollada posee una sección para visualizar los horarios de cada curso y docente, se puede encontrar mayor información al respecto en el Anexo 6.2 (Figura 38 y 39).

3.7. Conclusiones

El establecimiento Colegio Hispano de Villa Alemana posee una trayectoria y crecimiento destacable a lo largo de los años, por lo que su visión y contexto del problema, son de gran ayuda para abordar y buscar solución al mismo.

La creación del modelo debe tener en cuenta a las distintas asignaciones de docentes a cursos durante el año escolar (a lo largo de los distintos bloques de tiempo), además de la disponibilidad de docentes, cursos y limitantes con respecto al final de la jornada escolar de cada día. Para limitar los espacios y recursos utilizados por las distintas clases, el modelo debe contar con variables para contabilizar la cantidad de veces que se utilizan los diferentes recursos en cada bloque de tiempo, donde un recurso puede corresponder a un curso, un docente o una asignatura. El modelo, además, debe tener como objetivo minimizar la cantidad de clases que posee un horario de clases, lo que le aporta la calidad a la solución factible que el modelo busca.

Es necesaria cierta información para la resolución del problema, se debe contar con los diferentes cursos, docentes, junto con sus respectivas disponibilidades a lo largo de la semana. Además, se debe contar con las diferentes asignaciones que poseen los docentes (especificando la asignatura que imparten), una duración total y las duraciones posibles de las clases.

También se debe contar con la cantidad de veces que algunas asignaturas pueden estar ocurriendo al mismo tiempo.

Para llevar a cabo la tarea de una forma que no resulte tediosa es necesario contar con una herramienta que sea capaz de cubrir tres grandes ámbitos que el establecimiento requiere, que corresponden a buscar, visualizar y editar horarios de clases.

Al momento de elegir recursos para el desarrollo de una herramienta de este estilo, es importante buscar sustento en la literatura sobre el desempeño de estos, además de preferir los de uso gratuito, ya que parte de la motivación del trabajo nace a partir de la existencia de herramientas con pagos no menores por su uso.

CAPÍTULO 4
VALIDACIÓN DE LA SOLUCIÓN

4.1. Caso Horarios 2019

4.1.1. Información del caso

Para validar la herramienta, se probó con información del Colegio Hispano correspondiente al año 2019, en las Tablas 2, 3 y 4 se muestra la carga académica asociada a los niveles que anualmente están a cargo de la Sede Media. Notar que el total de horas no hace referencia a la suma literal de todas las filas debido a la existencia de asignaturas que dividen al curso en grupos, como “Educación Física” o “Artes Visuales/Artes Musicales”.

Tabla 2: Carga académica acorde al plan de estudios año 2019 del Colegio Hispano para algunos niveles de la enseñanza básica (quinto a octavo básico).
Fuente: Elaboración propia.

	5ºA	**5ºB**	**6ºA**	**6ºB**	**7º A**	**7º B**	**8º A**	**8º B**
Lengua Castellana y Comunicación	8	8	8	8	8	8	8	8
Inglés	4	4	4	4	4	4	4	4
Matemática	8	8	8	8	8	8	8	8
Historia, Geografía y Ciencias Sociales	5	5	5	5	5	5	5	5
Ciencias Naturales, Biología	5	5	5	5	3	3	3	3
Física					2	2	2	2
Química					2	2	2	2
Artes Visuales	2	2	2	2	2	2	2	2
Artes Musicales	2	2	2	2	1	1	1	1
Educación Física Varones	3	3	3	3	2	2	2	2
Educación Física Damas	3	3	3	3	2	2	2	2
Educación Tecnológica	1	1	1	1	1	1	1	1
Orientación	2	2	2	2	2	2	2	2
Total horas	**40**	**40**	**40**	**40**	**40**	**40**	**40**	**40**

Tabla 3: Carga académica acorde al plan de estudios año 2019 del Colegio Hispano para algunos niveles de la enseñanza media (primero y segundo medio).
Fuente: Elaboración propia.

	1°MA	**1°MB**	**1°MC**	**2°MA**	**2°MB**	**2°MC**
Lengua Castellana y Comunicación	7	7	7	7	7	7
Inglés	4	4	4	4	4	4
Matemática	8	8	8	8	8	8
Historia, Geografía y Ciencias Sociales	5	5	5	5	5	5
Ciencias Naturales, Biología	4	4	4	4	4	4
Física	3	3	3	3	3	3
Química	3	3	3	3	3	3
Artes Visuales	2	2	2	2	2	2
Artes Musicales	2	2	2	2	2	2
Educación Física Varones	2	2	2	2	2	2
Educación Física Damas	2	2	2	2	2	2
Educación Tecnológica	2	2	2	2	2	2
Orientación	2	2	2	2	2	2
Total horas	**42**	**42**	**42**	**42**	**42**	**42**

Tabla 4: Carga académica acorde al plan de estudios año 2019 del Colegio Hispano para algunos niveles de la enseñanza media (tercero y cuarto medio).
Fuente: Elaboración propia.

	3°MA	**3°MB**	**3°MC**	**4°MA**	**4°MB**	**4°MC**
Lengua Castellana y Comunicación	7	5	5	7	5	5
Inglés	3	3	3	3	3	3
Matemática	6	6	6	6	6	6
Historia, Geografía y Ciencias Sociales	4	4	4	4	4	4
Ciencias Naturales, Biología	2	3	2	2	3	2
Física		2	3		2	3
Química	2	2	2	2	2	2
Artes Visuales	2	2	2	2	2	2
Artes Musicales	2	2	2	2	2	2
Educación Física Varones	2	2	2	2	2	2
Educación Física Damas	2	2	2	2	2	2
Consejo de Curso	1	1	1	1	1	1
Filosofía y Psicología	3	3	3	3	3	3
Total horas	**32**	**33**	**33**	**32**	**33**	**33**

Debido a que en el año 2019 no existían electivos como los presentes en la actualidad (si no que existían asignaturas que no se realizaban en conjunto con los demás cursos pertene-

cientes al mismo nivel) se optó por elaborar electivos ficticios (con docentes ficticios) para la creación de los horarios.

Los electivos ficticios se detallan en la Tabla 5, estos deben llevarse a cabo en conjunto con los cursos del nivel correspondiente, esto ayuda a simular un escenario actual con datos del año 2019, ya que la idea es medir la capacidad de la herramienta para generar un horario de calidad en un escenario actual.

Tabla 5: Carga académica de asignaturas electivas del Colegio Hispano para algunos niveles de la enseñanza media (tercero y cuarto medio).
Fuente: Elaboración propia.

	3°MA	**3°MB**	**3°MC**	**4°MA**	**4°MB**	**4°MC**
Electivo 1 (3M)	4	4	4			
Electivo 2 (3M)	4	4	4			
Electivo 1 (4M)				4	4	4
Electivo 2 (4M)				4	4	4
Total horas	**8**	**8**	**8**	**8**	**8**	**8**

Con respecto a la disponibilidad de los docentes, se preguntó al establecimiento por aquellos docentes que tendrían problemas para asistir ciertos días de la semana. Si bien en la Tabla 6 se detalla la disponibilidad en días, esta también se puede detallar por cada bloque de tiempo de la semana en la configuración de la herramienta.

Tabla 6: Días de la semana disponibles de docentes del Colegio Hispano (2019) que no poseen disponibilidad completa.
Fuente: Elaboración propia.

	Lunes	**Martes**	**Miércoles**	**Jueves**	**Viernes**
Maritza Mondaca		Disponible	Disponible	Disponible	Disponible
Jessica Soto			Disponible		Disponible
Cynthia Villa		Disponible	Disponible	Disponible	Disponible
Rodolfo Cautivo		Disponible		Disponible	Disponible
Pablo Zúñiga	Disponible	Disponible			
María J. Álvarez	Disponible	Disponible		Disponible	Disponible

Con respecto a las capacidades del establecimiento, se ingresó la información presente en la Tabla 7 a la configuración de la herramienta, se incluyeron estas asignaturas netamente por el uso de canchas o talleres.

Tabla 7: Capacidades del establecimiento ingresadas en la configuración.

Fuente: Elaboración propia.

Asignatura	Capacidad de espacio
Educación Física	2
Artes Visuales-Artes Musicales	2

4.1.2. Resultados

Toda prueba fue realizada en un computador portátil con procesador *Intel(R) Core(TM) i5-8300H* (2.30GHz) y 8 GB (7,88 GB utilizables) de memoria RAM.

La herramienta fue probada con 20 cursos presentes en el plan de estudios ya planteado (tomando en cuenta las disponibilidades de los docentes), emulando el escenario del año 2019 para la sede del establecimiento.

En la Tabla 8 se ve que el horario o solución factible se obtiene en 4 minutos aproximadamente, además, en todas las pruebas se llegó a una solución con 377 clases en la semana, esto puede deberse a la naturaleza del modelo que tiene una función objetivo con valores enteros que está fuertemente ligada a las restricciones del mismo.

Tabla 8: Tiempos de ejecución y valores de función objetivo para pruebas con 20 cursos.

Fuente: Elaboración propia.

	Tiempo de ejecución	Valor función objetivo
Prueba 1	264.98 [seg]	377 clases
Prueba 2	221.33 [seg]	377 clases
Prueba 3	214.15 [seg]	377 clases
Prueba 4	215.25 [seg]	377 clases

Los resultados detallados para cada curso se pueden ver en el Anexo 6.4, allí se puede apreciar que el resultado cumple las restricciones del modelo. Por otro lado, los horarios de los docentes que no poseen una disponibilidad completa (presentes en la Tabla 6) se pueden evidenciar a continuación:

- En la Tabla 9 se puede ver que la docente no posee clases el día lunes que corresponde a lo que se indicó en la configuración.
- En la Tabla 10 se puede ver que la docente no imparte clases los días lunes, martes y jueves como se indicó en la configuración.

- En la Tabla 11 se puede ver que la docente no imparte clases el día lunes como se indicó en la configuración.
- En la Tabla 12 se puede ver que el docente no imparte clases los días lunes y miércoles como se indicó en la configuración.
- En la Tabla 13 se puede ver que el docente no imparte clases los días miércoles, jueves y viernes como se indicó en la configuración.
- En la Tabla 14 se puede ver que la docente no imparte clases los días martes y miércoles como se indicó en la configuración.

Por lo que se confirma que los horarios creados en la Prueba 1 cumplen con las diferentes disponibilidades de los docentes en su totalidad.

Tabla 9: Horario de Maritza Mondaca como resultado de la Prueba 1.

Fuente: Elaboración propia.

	Lunes	**Martes**	**Miércoles**	**Jueves**	**Viernes**
1		Lenguaje 5°A			Lenguaje 6°B
2		Lenguaje 5°A			Lenguaje 6°B
3		Lenguaje 5°A			Lenguaje 6°B
4					
5			Lenguaje 6°B	Lenguaje 5°A	Lenguaje 5°A
6			Lenguaje 6°B	Lenguaje 5°A	Lenguaje 5°A
7			Lenguaje 6°B	Lenguaje 5°A	
8				Lenguaje 6°B	
9				Lenguaje 6°B	

Tabla 10: Horario de Jessica Soto como resultado de la Prueba 1.

Fuente: Elaboración propia.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1					Biología 5°B
2					Biología 5°B
3					Biología 8°A
4			Biología 8°A		Biología 8°A
5			Biología 5°B		
6			Biología 5°B		
7			Biología 5°B		
8					
9					

Tabla 11: Horario de Cynthia Villa como resultado de la Prueba 1.

Fuente: Elaboración propia.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1		Química 7°A		Química 8°A	
2		Química 7°A		Química 8°A	
3		Química 1°MC	Química 8°B		Orientación 7°B
4		Química 1°MC	Química 8°B		Orientación 7°B
5		Química 3°MC		Química 7°B	
6		Química 3°MC		Química 7°B	Química 1°MC
7				Química 3°MA	
8			Química 2°MC	Química 3°MA	
9		Química 2°MC	Química 2°MC		

Tabla 12: Horario de Rodolfo Cautivo como resultado de la Prueba 1.

Fuente: Elaboración propia.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1					
2					
3		Física 1°MA		Física 8°B	Física 3°MB
4		Física 1°MA		Física 8°B	Física 3°MB
5				Física 1°MB	
6				Física 1°MB	
7		Física 1°MB		Física 1°MA	
8					
9					

Tabla 13: Horario de Pablo Zúñiga como resultado de la Prueba 1.

Fuente: Elaboración propia.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1		Física 1°MC			
2		Física 1°MC			
3	Física 8°A				
4	Física 8°A				
5		Física 7°A			
6		Física 7°A			
7	Física 1°MC				
8	Física 7°B				
9	Física 7°B				

Tabla 14: Horario de María J. Álvarez como resultado de la Prueba 1.

Fuente: Elaboración propia.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1	Filosofía 3°MB			Filosofía 3°MA	Filosofía 3°MC
2	Filosofía 3°MB			Filosofía 3°MA	Filosofía 3°MC
3	Filosofía 4°MA			Filosofía 4°MB	
4	Filosofía 3°MA			Filosofía 3°MB	
5	Filosofía 4°MB			Filosofía 4°MC	Filosofía 4°MA
6	Filosofía 4°MB			Filosofía 4°MC	Filosofía 4°MA
7	Filosofía 3°MC				
8					
9	Filosofía 4°MC			Filosofía 3°MA	

4.2. Escalabilidad de la solución

Con el fin de analizar la escalabilidad de la solución se elaboraron configuraciones con diferentes cantidades de cursos a partir de la configuración usada en las pruebas de la Sección 4.1 que se distribuyen de la forma que se muestra en la Tabla 15.

Tabla 15: Tabla informativa de las configuraciones usadas según cursos que contiene.
Fuente: Elaboración propia.

Cantidad de cursos	Cursos
1	5°A
2	5°A - 5°B
4	5°A - 5°B - 6°A - 6°B
8	5°A - 5°B - 6°A - 6°B - 7°A - 7°B - 8°A - 8°B
11	5°A - 5°B - 6°A - 6°B - 7°A - 7°B - 8°A - 8°B 1°MA - 1°MB - 1°MC
14	5°A - 5°B - 6°A - 6°B - 7°A - 7°B - 8°A - 8°B 1°MA - 1°MB - 1°MC - 2°MA - 2°MB - 2°MC
17	5°A - 5°B - 6°A - 6°B - 7°A - 7°B - 8°A - 8°B 1°MA - 1°MB - 1°MC - 2°MA - 2°MB - 2°MC 3°MA - 3°MB - 3°MC
20	5°A - 5°B - 6°A - 6°B - 7°A - 7°B - 8°A - 8°B 1°MA - 1°MB - 1°MC - 2°MA - 2°MB - 2°MC 3°MA - 3°MB - 3°MC - 4°MA - 4°MB - 4°MC

4.2.1. Características de las configuraciones

Las configuraciones creadas poseen las características presentes en la Tabla 16, donde el símbolo $*$ representa cantidades luego de la primera fase de *presolve* (la con mayor impacto en las variables y restricciones). Se destaca bastante el impacto de una fase de *presolve* en la cantidad de variables y restricciones puesto que disminuye el espacio de búsqueda y con esto la complejidad del problema, esto último se comprueba en la Figura 25 y 26 , donde se reconoce una relación de crecimiento lineal de ambas entidades (variables y restricciones) con respecto a la cantidad de cursos, sin embargo, se observa una menor pendiente ante la presencia de una fase de *presolve*.

Tabla 16: Tabla de cantidad de variables y restricciones en las configuraciones usadas según cantidad de cursos.
Fuente: Elaboración propia.

Cantidad de cursos	Variables	Variables*	Restricciones	Restricciones*
1	1575	377	1684	291
2	2475	734	2441	491
4	4140	1500	3631	929
8	7875	3070	6513	1799
11	10485	4262	8361	2360
14	12870	5547	9759	2732
17	15795	6790	12026	3119
20	18360	8109	13564	3484

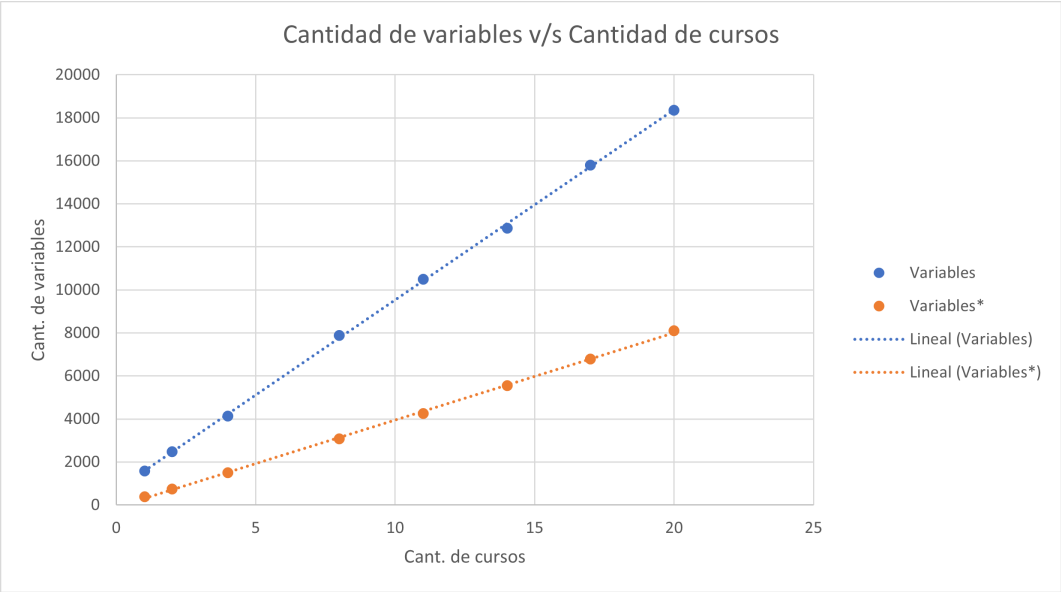

Figura 25: Gráfico de cantidad de variables versus cantidad de cursos.
Fuente: Elaboración propia.

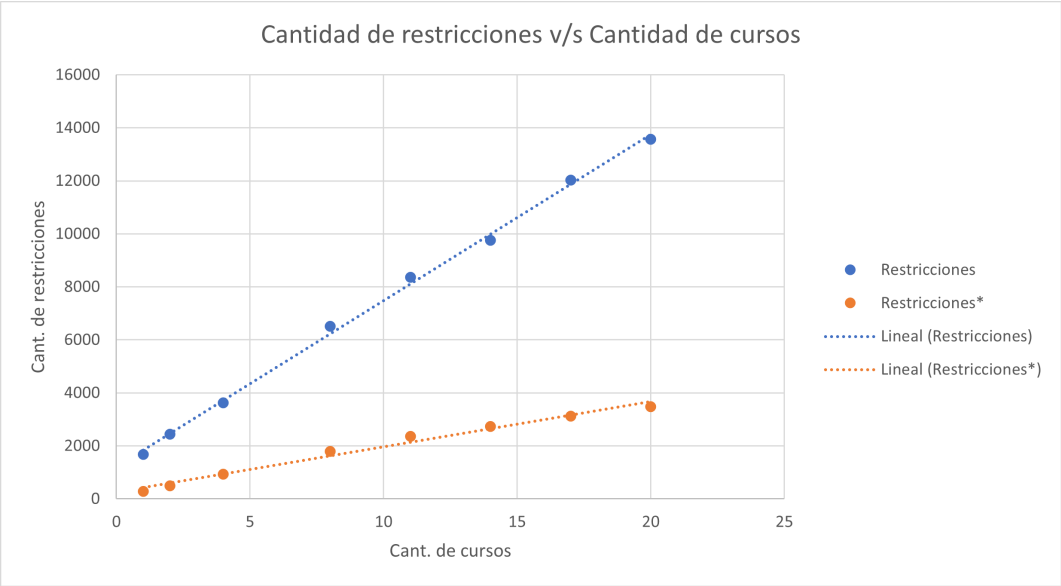

Figura 26: Gráfico de cantidad de restricciones versus cantidad de cursos.
Fuente: Elaboración propia.

4.2.2. Tiempos de ejecución

Con cada configuración se procedió a registrar 3 tiempos de ejecución que se detallan en la Tabla 17, no corresponden a tiempos extremadamente altos debido a que la búsqueda se enfoca en obtener una solución factible y no un óptimo global. Por otro lado, con respecto a la relación de dichos tiempos se comportan de manera exponencial, esto se puede comprobar en la Figura 27, donde se llevó a cabo una regresión a un conjunto de tiempos de ejecución (Tiempo 1).

Tabla 17: Tabla de tiempos según configuraciones en base a cantidad de cursos.
Fuente: Elaboración propia.

Cantidad de cursos	Tiempo 1 [seg]	Tiempo 2 [seg]	Tiempo 3 [seg]
1	0.37	0.38	0.36
2	0.74	0.76	0.76
4	4.07	3.76	1.86
8	11.18	11.61	9.46
11	17.65	16.13	20.09
14	32.13	41.63	34.34
17	74.20	89.65	69.14
20	240.52	214.33	210.51

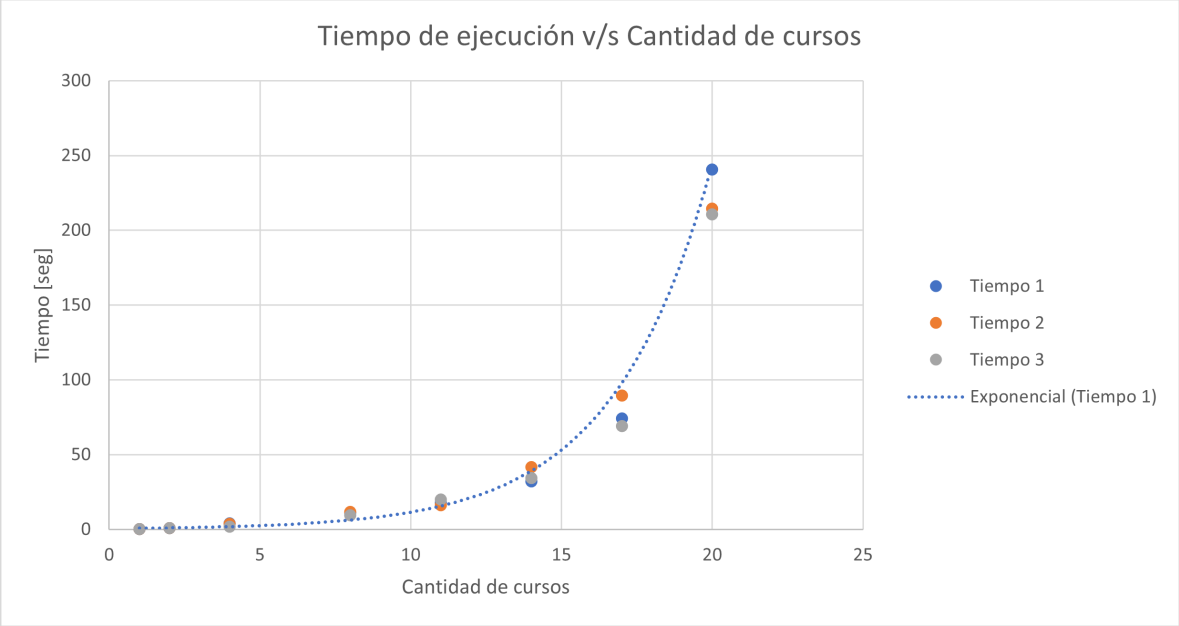

Figura 27: Gráfico de tiempo de ejecución versus cantidad de cursos.
Fuente: Elaboración propia.

La relación exponencial presente en la Figura 27 sigue la siguiente ecuación:

$$y = 0,5449 \cdot e^{0,3053 \cdot x}$$

En un caso hipotético donde el establecimiento quisiera crear un horario con 30 cursos, la búsqueda de una solución factible demoraría aproximadamente 86 minutos, esto último deja en evidencia la naturaleza del problema y su explosión combinatorial, sin embargo, el tiempo mencionado no es extremadamente alto para llevar a cabo la tarea.

4.2.3. Comparación con método convencional

El método convencional utilizado por el Colegio Hispano es el descrito en el Anexo 6.3, dicho método demora en crear un horario (con las preferencias deseadas) aproximadamente 10 días hábiles, tomando en cuenta 8 horas diarias de trabajo. En dicha tarea suele trabajar una persona, pero en momentos pueden trabajar dos o incluso tres personas (que corresponden a los jefes de docencia de las distintas sedes).

Si cada persona del equipo trabaja exhaustivamente durante la realización de la tarea, se está suponiendo que destina 80 horas (8[hora/día] $\cdot$ 10[día]) a la misma. Suponiendo un caso muy optimista en donde solo se requiere de una persona para crear el horario, se necesitaría de 80 horas de trabajo, mientras que en un caso pesimista donde se requiere a las tres personas trabajando para crear el horario se necesitaría de 240 horas de trabajo.

Ahora bien, se sabe que la herramienta desarrollada necesita de aproximadamente 4 minutos para encontrar un horario con 20 cursos, esto se puede comprobar fácilmente en la Figura 8, sin embargo, dicho tiempo solo contempla la búsqueda de un horario y no el uso de la herramienta como tal, para esto se toman en cuenta dos factores:

- Aprender sobre el uso de la herramienta, ya que si bien se cuenta con una interfaz minimalista y con funcionalidades claras, según lo descrito en el Anexo 6.2, de igual manera se requiere tiempo para aprender sobre la misma. Uno de los jefes de docencia pudo aprender sobre el uso de la interfaz en solo una reunión que tuvo duración de 1 hora aproximadamente, teniendo en cuenta que esto puede variar dependiendo del usuario, se destinarán 2 horas de aprendizaje para los cálculos.
- Elaborar una configuración, ya que si bien se cuenta con una plantilla y un manual que indica la manera correcta de ingresar información a la configuración, no es una tarea trivial, por lo que de manera fácil puede llegar a tomar dos o tres días laborales, dependiendo de si el usuario cuenta o no con conocimiento acerca de la estructura de la configuración.

Finalmente, al comparar el esfuerzo humano (el cual no incluye la ejecución de código para buscar la solución factible) empleado en la tarea, que se nos muestra en la Tabla 18, se puede notar que hay una diferencia bastante notoria entre el método convencional y el uso de la herramienta, independiente de si se encuentra en un escenario optimista o pesimista (con respecto al método convencional).

Al comparar las cifras obtenidas se afirma que con el uso de la herramienta el esfuerzo humano necesario para crear un horario disminuye entre un $67,5$ % a un 80 % en un escenario optimista con respecto a la carga de trabajo, mientras que disminuye entre un $89,2$ % a un $93,3$ % en un escenario pesimista con respecto a la carga de trabajo.

Tabla 18: Tabla comparativa de esfuerzo humano (medido en horas de trabajo) para crear un horario.

Fuente: Elaboración propia.

Método	**Cálculo**	**Cant. de personas requeridas**	**Tiempo invertido (esfuerzo humano)**
Convencional (optimista)	10 [día] · 8 [hora/día]	1 [persona]	80 [hora]
Convencional (pesimista)	10 [día] · 8 [hora/día]	3 [persona]	240 [hora]
Herramienta (usuario nuevo)	2 [hora] + 3 [día] · 8 [hora/día]	1 [persona]	26 [hora]
Herramienta (usuario con exp.)	2 [día] · 8 [hora/día]	1 [persona]	16 [hora]

Ahora bien, para comparar el tiempo que lleva a cabo terminar la tarea o en otras palabras, la duración de esta, se aprecia en la Tabla 19 que también existe una diferencia notoria en favor del uso de la herramienta. Al comparar las cifras obtenidas, podemos afirmar que al usar la herramienta en vez del método convencional podemos crear un horario entre $3,07$ a $4,98$ veces más rápido, dependiendo de la experiencia del usuario.

Tabla 19: Tabla comparativa de duración de la tarea de crear un horario.
Fuente: Elaboración propia.

Método	Cálculo	Duración de la tarea
Convencional	10 [día] · 8 [hora/día]	80 [hora]
Herramienta (usuario nuevo)	2 [hora] + 3 [día] · 8 [hora/día] + 0.07 [hora]	26.07 [hora]
Herramienta (usuario con exp.)	2 [hora] + 2 [día] · 8 [hora/día] + 0.07 [hora]	16.07 [hora]

Sin embargo, para los cálculos de ambos indicadores se trabajó bajo el supuesto de que el usuario debía elaborar una configuración desde una plantilla vacía, pero entre un año y otro no hay gran cantidad de cambios con respecto al plan de estudios, por lo que se podría comenzar a reutilizar gran parte de la configuración con el pasar de los años, haciendo las debidas modificaciones. Esto daría como resultado cifras aún más alentadoras en favor del uso de la herramienta, tanto para la duración de la tarea como para el esfuerzo humano requerido para llevarla a cabo.

4.3. Análisis de sensibilidad ante cambios en solución

Con el propósito de estudiar los efectos que provocan en el horario ciertos cambios hechos a la configuración o información inicial, se procede a realizar un análisis de sensibilidad a una solución ya encontrada. Para este estudio se trabajará con el horario encontrado en la Prueba 1 de la Sección 4.1.2 (que posee un valor de función objetivo igual a 377), cuyo resultado con mayor detalle se puede ver en el Anexo 6.4.

Debido a que los cambios válidos corresponden solo a cambios de disponibilidad en docentes según el establecimiento y lo desarrollado en la herramienta, se tomó en cuenta cambios para 2 docentes, Cynthia Villa y Jessica Soto, quienes poseen 16 y 10 horas libres respectivamente en la semana según el horario creado.

Para el análisis se seleccionaron 4 clases impartidas por cada docente (las que se pueden revisar con detalle en las Tablas 20 y 21), luego se intentó cambiar una de sus clases, y se prosiguió con más pruebas aumentando el número de clases cambiadas hasta llegar a las 4 clases seleccionadas (por cada escenario se realizaron 3 pruebas).

Tabla 20: Tabla con clases que formaron parte del análisis de Cynthia Villa.

Fuente: Elaboración propia.

Día	Bloques	Asignatura	Curso
Martes	1-2	Química	7°A
Martes	3-4	Química	1°MC
Martes	5-6	Química	3°MC
Martes	9	Química	2°MC

Tabla 21: Tabla con clases que formaron parte del análisis de Jessica Soto.

Fuente: Elaboración propia.

Día	Bloques	Asignatura	Curso
Miércoles	4	Biología	8°A
Miércoles	5-6-7	Biología	5°B
Viernes	1-2	Biología	5°B
Viernes	3-4	Biología	8°A

Los resultados de las pruebas se aprecian separados por docente en las Tablas 22 y 23. Notar que solo en una de las pruebas (de un total de 12) de Cynthia Villa hubo una perturbación a la función objetivo original (FO*), que corresponde a la cantidad de clases del horario.

Con respecto a las pruebas de la docente Jessica Soto, 6 de estas muestran una disminución de calidad en la solución, debido a una perturbación en el valor de la función objetivo original (FO*), además que otras 3 no lograron encontrar un horario con los cambios, esto último ocurrió al intentar cambiar las 4 clases seleccionadas de la docente.

Tabla 22: Tabla de resultados para pruebas de cambios en clases de Cynthia Villa. Fuente: Elaboración propia.

Cantidad de clases a cambiar	Nº clases eliminadas	Nº clases agregadas	Tiempo de ejecución	% de retención	FO	FO*
1	4	4	3.93 [seg]	98,9 %	373	377
1	4	4	11.54 [seg]	98,9 %	373	377
1	4	4	3.96 [seg]	98,9 %	373	377
2	6	6	3.6 [seg]	98,4 %	371	377
2	6	6	3.68 [seg]	98,4 %	371	377
2	6	6	3.65 [seg]	98,4 %	371	377
3	14	15	83.79 [seg]	96,3 %	363	378
3	11	11	59.82 [seg]	97,1 %	366	377
3	11	11	42.64 [seg]	97,1 %	366	377
4	14	14	66.58 [seg]	96,3 %	363	377
4	14	14	56.78 [seg]	96,3 %	363	377
4	14	14	59.99 [seg]	96,3 %	363	377

Tabla 23: Tabla de resultados para pruebas de cambios en clases de Jessica Soto. Fuente: Elaboración propia.

Cantidad de clases a cambiar	Nº clases eliminadas	Nº clases agregadas	Tiempo de ejecución	% de retención	FO	FO*
1	16	16	71.19 [seg]	95,8 %	361	377
1	16	16	85.58 [seg]	95,8 %	361	377
1	16	16	102.81 [seg]	95,8 %	361	377
2	44	49	153.08 [seg]	88,3 %	333	382
2	46	49	165.31 [seg]	87,8 %	331	380
2	42	44	132.04 [seg]	88,9 %	335	379
3	31	33	69.45 [seg]	91,2 %	346	379
3	36	38	89.66 [seg]	90,4 %	341	379
3	59	67	248.45 [seg]	84,3 %	318	385
4	-	-	-	-	-	-
4	-	-	-	-	-	-
4	-	-	-	-	-	-

Ahora bien, el porcentaje de retención, que corresponde al porcentaje del horario antiguo que se mantiene en el horario nuevo, se aprecia en la Figura 28, donde si bien no se identifica una relación clara, existe una tendencia a disminuir el porcentaje con respecto al aumento de la cantidad de clases que se desean cambiar. También se destaca un mejor rendimiento de la docente Cynthia Villa con respecto a la docente Jessica Soto, esto puede ser a causa de la cantidad de horas libres en la semana, ya que la docente Cynthia Villa posee más horas libres, sin embargo, los efectos producto de los cambios en la configuración, pueden ser causados

por más condiciones como la combinación de las clases que se desean cambiar y la duración de estas, por lo mismo no se logra definir una relación clara regida por alguna regresión.

Con respecto a los tiempos de ejecución (Figura 29), se repite la situación del porcentaje de retención, las pruebas de la docente Cynthia Villa poseen tiempos menores, lo cual puede deberse a la disponibilidad u otro factor como ya se mencionó.

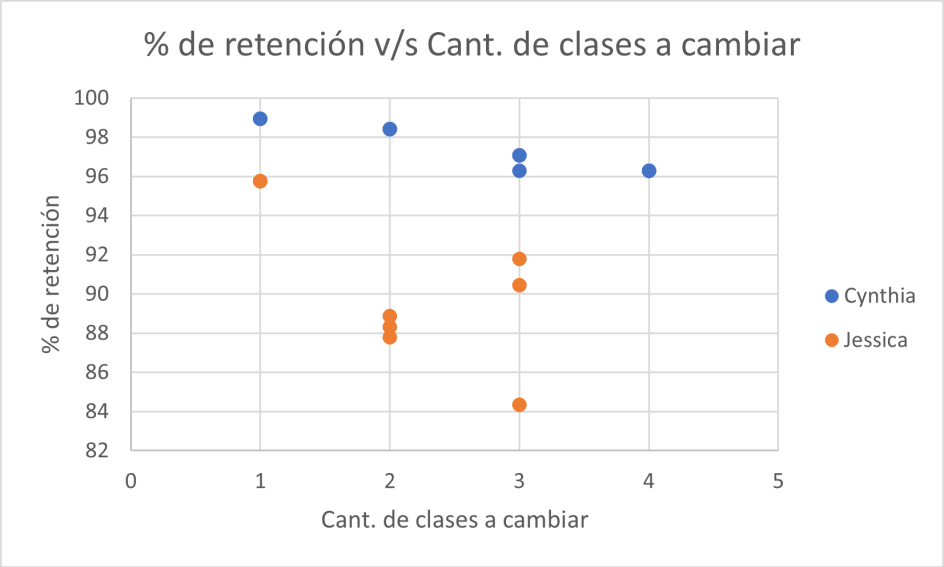

Figura 28: Gráfico de porcentaje de retención versus cantidad de clases a cambiar.
Fuente: Elaboración propia.

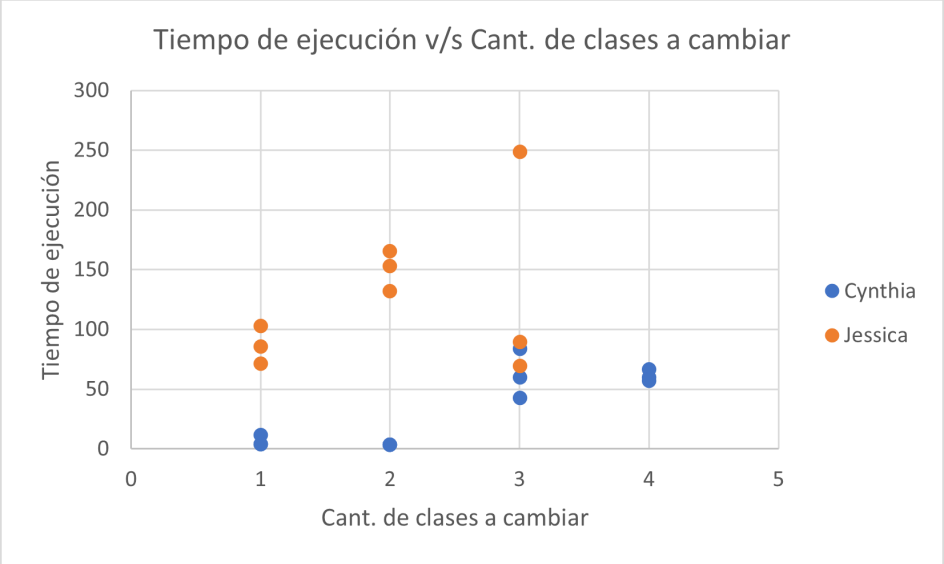

Figura 29: Gráfico de tiempo de ejecución versus cantidad de clases a cambiar.
Fuente: Elaboración propia.

Se destaca que la calidad del horario ante cambios en disponibilidades de docentes no suele disminuir mientras se opte por cambiar un número bajo de clases (1 o 2 clases, dependiendo de su duración). Por otro lado, los efectos de dichos cambios en la nueva solución no son menores, puesto que si bien la calidad no disminuye, la cantidad de clases eliminadas y agregadas se eleva bastante (lo que se traduce en una baja del porcentaje de retención) como pasó con las pruebas de la docente Jessica Soto, lo cual es contrario a lo que se desea lograr (minimizar los cambios hechos al horario original).

Para verificar la dispersión de los datos se realiza otro estudio con las clases de la docente Cynthia Villa presentes en la Tabla 20, para esto se intentó encontrar 10 veces un horario nuevo por cada número de clases a cambiar (hasta llegar a 4). Gracias a los resultados del estudio presentes en la Figura 30, se reconoce la presencia de $outliers$ y una dispersión significativa del porcentaje al ir aumentando la cantidad de clases a cambiar, sin embargo, no se puede identificar una relación lineal entre la dispersión y la cantidad de clases a cambiar, ya que como se ha mencionado, el porcentaje depende de la combinación de clases a cambiar y de las características de estas. Más allá de esto, se puede comprobar que la herramienta es consistente (teniendo en cuenta la calidad de la solución obtenida) con la búsqueda de un nuevo horario con respecto a un número menor de clases a cambiar, no así al ir aumentando el número.

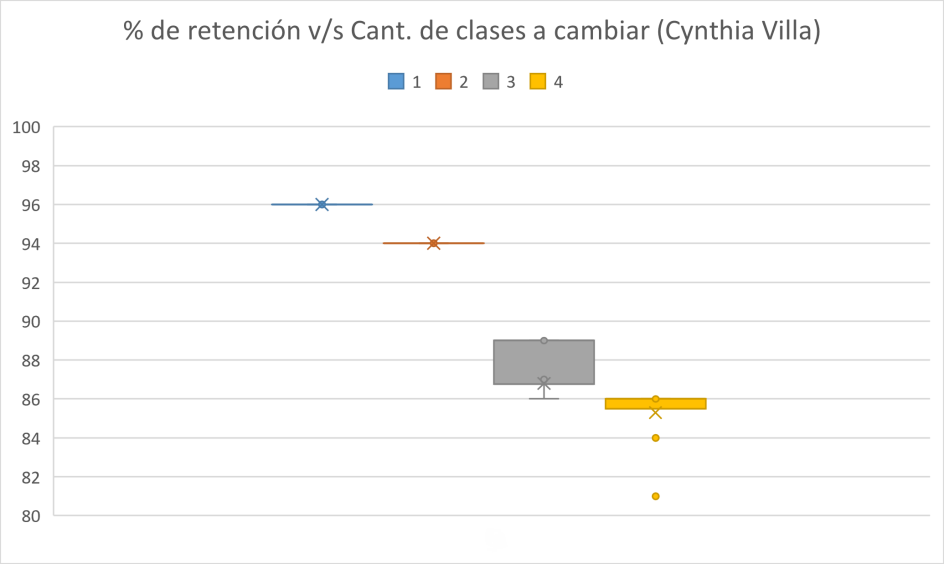

Figura 30: Gráfico de caja de porcentaje de retención versus cantidad de clases a cambiar. Fuente: Elaboración propia.

4.4. Conclusiones

Para la validación de la solución es importante simular un escenario real por lo que utilizar la situación del establecimiento (Colegio Hispano) en el año 2019 fue un gran acierto, para

esto se utilizó información como la carga académica, las asignaciones hechas de docentes a los diferentes cursos y las disponibilidades de docentes que no pueden asistir todos los días al establecimiento.

Las diferentes pruebas realizadas muestran que es posible obtener un horario de clases para un escenario realista en un aproximado de 4 minutos con un total de 377 clases en la semana cumpliendo en su totalidad los requerimientos.

Con respecto a la escalabilidad del algoritmo (que depende del modelo), se identificó una relación lineal entre la cantidad de restricciones y variables con respecto a la cantidad de cursos presentes en la configuración. Ahora bien, el tiempo de ejecución crece de manera exponencial con respecto a la cantidad de cursos, pero se mantiene en un estimado razonable (teniendo en cuenta hasta 20 cursos).

El uso de la herramienta en la creación de un horario se traduce en una disminución muy marcada del esfuerzo humano necesario para completar la tarea manualmente. El escenario es el mismo para la duración (tiempo que demora en llevarse a cabo la tarea) de la creación del horario.

Los efectos del uso de la herramienta para llevar a cabo cambios en el horario (con respecto a nuevas disponibilidades de docentes) dependen de las horas libres que tenga el docente y también de la combinación de clases que no podrá impartir. Teniendo esto en cuenta, se puede afirmar que es más probable que un docente con más disponibilidad en la semana se encuentre en un mejor escenario al momento de querer cambiar clases que uno con menor disponibilidad.

El resultado de la búsqueda de un nuevo horario según pruebas hechas no denotó una pérdida relevante de calidad en la solución mientras la cantidad de clases a cambiar no fuera elevada (1 o 2 clases), el mismo escenario ocurrió con el porcentaje de retención que se mostró elevado mientras las clases a cambiar no fueran demasiadas, sin embargo, la herramienta mostró dispersión en los resultados cuando el número de clases a cambiar no era menor, pero se recalca que además de la cantidad también influye la combinación de las clases.

CAPÍTULO 5
CONCLUSIONES

La existencia de una herramienta que permite optimizar el proceso de creación de un horario de clases en un establecimiento educacional de Chile resultó ser bastante beneficioso, ya que simplificó una tarea tan tediosa que requería de bastante esfuerzo y tiempo. Para el desarrollo de una herramienta con tal funcionalidad se sugiere siempre tener en cuenta la cultura y requerimientos del establecimiento que hará uso de la misma, puesto que de esto depende la calidad del horario a crear.

5.1. Análisis del desarrollo del modelo

En primeras instancias de búsquedas de un horario, se trabajó con un modelo diferente al detallado, dicho modelo que incluía otra variable y un número no menor de restricciones adicionales resultó ser más complejo y mostró un peor desempeño que el actual. Por lo mismo, es importante en este tipo de situaciones siempre tratar de mantener simple y claro el modelo, e ir probando si todo lo presente en él es de utilidad.

El modelo presentado es el resultado de diferentes iteraciones de requerimientos brindados por el establecimiento que en primera instancia no se habían tomado en cuenta, ejemplos claros de esto fueron:

- La inclusión de clases electivas, lo que en una primera iteración se manejó utilizando una nueva variable z que resultó afectar negativamente al modelo, para posteriormente ser manejada por la variable y limitando el uso de recursos de manera general, lo que resultó ser mucho más sencillo.
- La necesidad de no tener clases divididas entre recreos, lo que se manejó agregando una restricción al modelo, limitando las posibles clases del horario que tenían 2 bloques de duración a empezar en ciertos bloques de la semana.
- La inclusión de la limitación del uso de espacios para realizar ciertas clases, que se manejó agregando una restricción que hace uso de la variable y para limitar que asignaturas ocurran más de un número permitido de veces simultáneamente.

El modelo, sin embargo, no fue algo estático frente a las funcionalidades que se buscaban en la herramienta desarrollada, puesto que para la edición de un horario, el modelo se adaptó para una nueva búsqueda donde se intentaba minimizar los cambios de clases, en vez de solo minimizar la cantidad de clases presentes en el horario, para esto fueron necesarios dos grandes cambios:

- Una nueva función objetivo que sirvió para minimizar los cambios hechos al horario original.
- Un punto de partida para la búsqueda que correspondía al horario original.

El modelo logró ser un recurso consistente ante cambios deseados en la solución (edición de disponibilidad de docentes), ya que este obtuvo resultados que no perjudicaron la calidad de la solución original, en escenarios donde la cantidad de cambios no fuera elevada.

Por lo ya planteado, se puede afirmar que para el desarrollo de este tipo de modelos, es fundamental tener periódicamente contacto con entidades del establecimiento que aporten su conocimiento y puedan validar la utilidad de la solución encontrada. Además, se debe tener en cuenta que la creación de un modelo de este tipo es una tarea que se completa mediante iteraciones y el resultado final puede seguir variando, dependiendo de las distintas funcionalidades donde este sea utilizado.

El modelo desarrollado permitió la búsqueda de horarios de manera eficaz ante las necesidades del Colegio Hispano, sin embargo, esto no significa que será de utilidad para todos los establecimientos a nivel nacional, ya que en dichos escenarios se contará con diferentes contextos, requerimientos y culturas.

5.2. Análisis del desarrollo de la herramienta

Se logró identificar que una herramienta que facilita la toma de decisiones con respecto a la creación de horarios no solo debía ser capaz de cumplir con la búsqueda de horarios, si no que además debía ser capaz de brindar la visualización y edición de los mismos.

Con respecto a la búsqueda de horarios, esto se logró a cabalidad gracias al uso de un *solver* gratuito y el modelo desarrollado. Por otro lado, con respecto a la visualización, se cometió algunos errores puesto que se dispuso de una visualización de cada horario (curso o docente) por separado en la herramienta. Esto último, si bien ayuda al establecimiento a visualizar resultados, no bastó, por lo mismo posteriormente se tuvo que implementar una nueva hoja en el archivo solución donde se pudo visualizar de manera generalizada el horario.

Ahora bien, la edición de un horario fue un ámbito que fue consultado detalladamente al establecimiento, ya que se debía identificar los cambios válidos dentro de un horario ya creado, que finalmente correspondían a cambios en la disponibilidad de docentes.

Por lo ya planteado, se recalca que la comunicación con entidades del establecimiento no solo es fundamental para la creación del modelo, sino que también para el correcto desarrollo de una herramienta que se adecue a sus necesidades.

Por otro lado, con respecto a la elección del *solver* para implementar el modelo, es importante asegurarse que este sea de acceso gratuito y posea un buen desempeño. Un gran contra-

tiempo en el desarrollo fue debido a que en una primera instancia el modelo fue implementado en CPLEX que no es un *solver* gratuito y se pudo utilizar solo con una licencia académica. Lo ideal es que el establecimiento pueda hacer uso de la herramienta de creación de horarios sin necesidad de pagar una licencia, por lo que se volvió a implementar el modelo en CBC, que si era de uso gratuito y mostraba un buen desempeño sustentado en la literatura.

5.3. Impacto en la situación actual

Contar con una herramienta que ayude en la toma de decisiones al momento de crear un horario de clases para un establecimiento educacional resultó ser muy beneficioso debido a lo tedioso que resultaba ser la tarea si se realizaba de manera manual. Además de facilitar la creación del horario académico, la herramienta se convirtió en un recurso provisional ante situaciones inesperadas o imprevistos a lo largo del año escolar, ya que en dichos escenarios se cuenta con la capacidad de adaptar el horario ya creado por uno que permita cumplir nuevas disponibilidades de docentes, lo que no denotará una pérdida de calidad relevante al horario siempre y cuando no se produzcan cantidades no menores de cambios.

Luego de realizar diferentes pruebas con una simulación del escenario del Colegio Hispano en el año 2019, se logró obtener horarios que cumplen los requerimientos del establecimiento en aproximadamente 4 minutos (para el caso con 20 cursos), un tiempo bastante razonable para una tarea que manualmente toma alrededor de 10 días hábiles a un equipo de trabajo, que además necesita de pausas de descanso por lo agobiante que puede ser.

Los 4 minutos aproximados (para 20 cursos) corresponden solo al tiempo que demora la herramienta en encontrar un horario e ignoran el tiempo que implica crear la configuración y aprender sobre el correcto uso de la herramienta. Teniendo en cuenta los tiempos mencionados, se pudo determinar que el uso de la herramienta en la tarea permite que esta se lleve a cabo entre 3 a 5 veces más rápido aproximadamente, dependiendo de si el usuario posee o no experiencia en la herramienta.

Más allá de la duración de la tarea en sí, el esfuerzo humano que implica llevarla a cabo, vale decir la suma de la cantidad de horas que cada persona le dedica a la tarea, también se redujo favorablemente ante el uso de la herramienta, independiente de la cantidad de personas que hayan trabajado en la creación del horario para el establecimiento en el año 2019.

Si bien las afirmaciones se hacen en base a resultados de pruebas con un caso de 20 cursos en su mayoría, también se analizó la escalabilidad de la herramienta con respecto a tiempos de ejecución con diferentes casos (variando el número de cursos), de allí se puede afirmar que el tiempo de búsqueda crece exponencialmente a medida que aumenta la cantidad de cursos (debido a la naturaleza del problema), mientras que las variables y restricciones del modelo crecen de manera lineal.

5.4. Trabajo a futuro

La herramienta carece de una interfaz donde se puedan personalizar los requerimientos del establecimiento, por lo que no logra adaptarse a las necesidades de todos los establecimientos en Chile, sino que se adapta a los establecimientos que comparten las necesidades del Colegio Hispano y se encuentran en un contexto similar. Si la herramienta contara con dicho aspecto, no sería necesario modificarla por cada establecimiento que quiera hacer uso de la misma.

ANEXOS

6.1. Técnica *branch and cut*

Los métodos que utilizan *branch and cut* combinan dos diferentes técnicas que corresponden a *branch and bound* y planos cortantes (*cutting planes*).

En [Karamanov, 2006] se indica que en los algoritmos que utilizan la técnica de planos cortantes, se cuenta con inecuaciones válidas (restricciones) que cortan la solución actual de la relajación del problema de programación lineal entera, estas son usadas para restringir cada vez más la formulación del problema hasta que una solución factible sea encontrada.

Por otro lado, se indica que los algoritmos que utilizan la técnica *branch and bound*, son algoritmos que buscan dividir y conquistar, de forma que buscan conjuntos de soluciones factibles que son producto de relajaciones al problema de programación lineal entera. Esto último, implícitamente enumera las soluciones factibles en una misión por encontrar solución óptima.

En el caso de *branch and cut*, se realiza una enumeración de las soluciones como en la técnica *brand and bound*, de modo que se genera un árbol de búsqueda con nodos representando las diferentes soluciones, en estos nodos se generan planos cortantes, lo que da como resultado una técnica eficiente con respecto a tiempos de búsqueda y habilidad para resolver problemas, gracias a la interacción de las dos técnicas ya mencionadas.

6.2. Creación de interfaz

Debido al uso del lenguaje *Python* para la búsqueda de horarios mediante el uso de un *solver*, se optó por elegir una librería del mismo lenguaje para la creación de una interfaz. Se utilizó *tkinter* como herramienta para crear la interfaz debido a su capacidad de generar interfaces gráficas de usuario simples de manera intuitiva.

Para esto se diseñó un diagrama de flujo que enseña los posibles escenarios del usuario frente a la herramienta, esto se puede evidenciar en la Figura 31, donde se diferencian las 3 características de la herramienta, la búsqueda de horarios, la visualización y la edición de los mismos, además de una sección de ayuda.

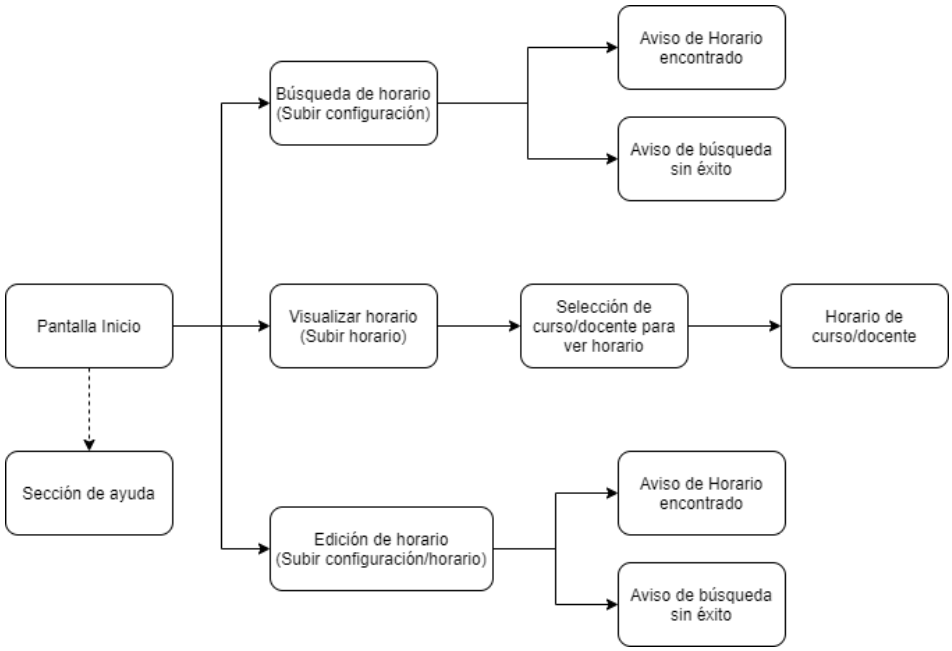

Figura 31: Diagrama de flujo del uso de la herramienta.
Fuente: Elaboración propia.

Para el estilo de las distintas ventanas se decidió optar por una alternativa acorde al establecimiento, utilizando su logo, ícono y colores distintivos. Lo que se puede evidenciar desde la pantalla de inicio que se muestra en la Figura 32.

Figura 32: Pantalla de inicio de la herramienta.
Fuente: Elaboración propia.

Para la subida de archivos se restringió solo a archivos de tipo .xlsx debido a que con esos tra-

baja la herramienta. Existen 3 vistas donde se pueden subir archivos, al momento de cargar la configuración, un horario o ambos (si se desea editar un horario), las vistas son bastante similares, se muestran en las Figuras 33, 34 y 35 respectivamente, al momento de subir el archivo, se desbloquea el botón para iniciar sus respectivos procesos.

Figura 33: Pantalla de subida de configuración en la herramienta.
Fuente: Elaboración propia.

Figura 34: Pantalla de carga de horario en la herramienta.
Fuente: Elaboración propia.

Figura 35: Pantalla de carga de horario y configuración para edición de horario en la herramienta.
Fuente: Elaboración propia.

Al llevar a cabo la búsqueda de horarios (tanto en la creación como en la edición), se cuenta con dos posibles resultados, por un lado el que se muestra en la Figura 36, donde se informa la existencia de un horario, que se guarda con la fecha y hora actual en su nombre. Por otro lado, dada la configuración ingresada, si esta no permite obtener un horario se llega al escenario mostrado en la Figura 37.

Figura 36: Pantalla de búsqueda con resultados en la herramienta.
Fuente: Elaboración propia.

Figura 37: Pantalla con búsqueda sin resultados en la herramienta.
Fuente: Elaboración propia.

Con respecto al proceso de visualización de horarios, al momento de cargar un horario, se procede a la vista donde se selecciona una entidad que puede ser tanto un curso o un docente para visualizar su horario, lo que se refleja en la Figura 38, finalmente al oprimir el botón para visualizar alguna entidad se despliega una ventana con el horario correspondiente lo cual se visualiza en la Figura 39.

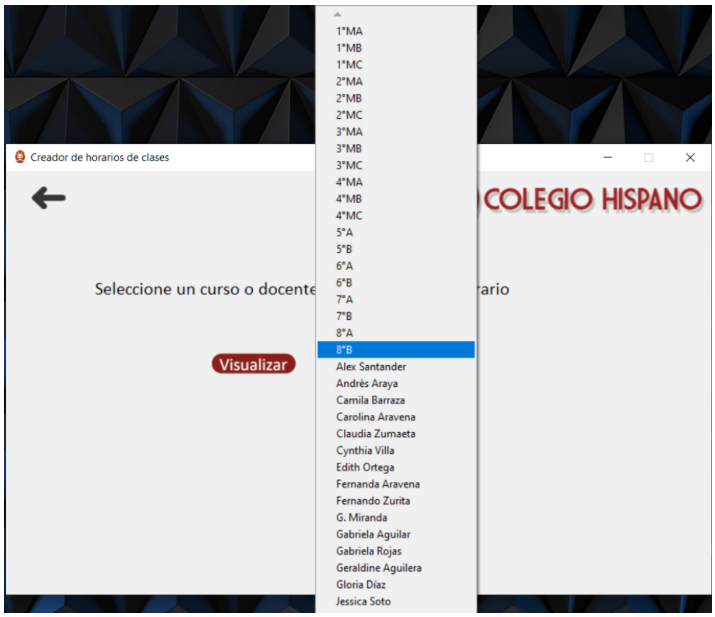

Figura 38: Selección de curso/docente para ver horario en la herramienta.
Fuente: Elaboración propia.

Horario de 4°MA

Bloque/Día	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1	Filosofía y Psicología María J. Álvarez/C. Villegas	Artes Visuales-Artes Musicales Maureen Goecke-Gloria Díaz	Electivo 2 (4M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Inglés Marcela Cancino	Matemática Pablo Pérez
2	Filosofía y Psicología María J. Álvarez/C. Villegas	Artes Visuales-Artes Musicales Maureen Goecke-Gloria Díaz	Electivo 2 (4M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Inglés Marcela Cancino	Matemática Pablo Pérez
3	Ciencias Naturales, Biología G. Miranda	Electivo 1 (4M) Prof 1-Prof 2-Prof 3	Lengua Castellana y Comunicación Camila Barraza	Historia, Geografía y Ciencias Sociales Patricia González	Matemática Pablo Pérez
4	Ciencias Naturales, Biología G. Miranda	Electivo 1 (4M) Prof 1-Prof 2-Prof 3	Lengua Castellana y Comunicación Camila Barraza	Historia, Geografía y Ciencias Sociales Patricia González	Consejo de Curso Patricia González
5	Electivo 2 (4M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Historia, Geografía y Ciencias Sociales Patricia González	Electivo 1 (4M) Prof 1-Prof 2-Prof 3	Química Ítalo Golsio	Educación Física Alex Santander-Geraldine Aguilera
6	Electivo 2 (4M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Historia, Geografía y Ciencias Sociales Patricia González	Electivo 1 (4M) Prof 1-Prof 2-Prof 3	Química Ítalo Golsio	Educación Física Alex Santander-Geraldine Aguilera
7	Inglés Marcela Cancino	Lengua Castellana y Comunicación Camila Barraza	Matemática Pablo Pérez	Filosofía y Psicología María J. Álvarez/C. Villegas	
8	Lengua Castellana y Comunicación Camila Barraza	Lengua Castellana y Comunicación Camila Barraza	Matemática Pablo Pérez		
9	Lengua Castellana y Comunicación Camila Barraza	Lengua Castellana y Comunicación Camila Barraza	Matemática Pablo Pérez		

Figura 39: Ventana con horario del curso 4°MA.
Fuente: Elaboración propia.

El manejo de errores en la herramienta se lleva a cabo mediante el uso de ventanas emergentes indicando el error, las causas de una ventana emergente pueden ser una ruta de archivo que ya no sea válida (que el archivo no exista) como se puede visualizar en la Figura 40 o columnas faltantes en alguna de las hojas de la configuración como se puede ver en la Figura 41.

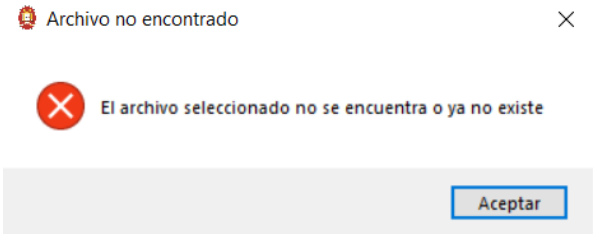

Figura 40: Ventana con error sobre la existencia de archivo.
Fuente: Elaboración propia.

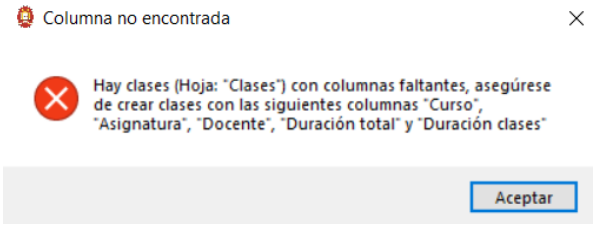

Figura 41: Ventana con error sobre columnas faltantes en la hoja Clases de la configuración.
Fuente: Elaboración propia.

6.3. Método convencional de creación de horarios

El método utilizado en las sedes del Colegio Hispano de Villa Alemana incluye el uso de hojas de papel adhesivas de colores, donde cada color corresponde a un docente diferente. En dichas hojas se detalla la asignatura que debe ser impartida por el docente. Estas hojas se ubican en un tablero cuyas filas corresponden a bloques de tiempo y sus columnas corresponden a los diferentes cursos, el tablero se puede visualizar en la Figura 42, las clases se van asignando de manera horizontal avanzando en los bloques de tiempo en la dirección de la flecha.

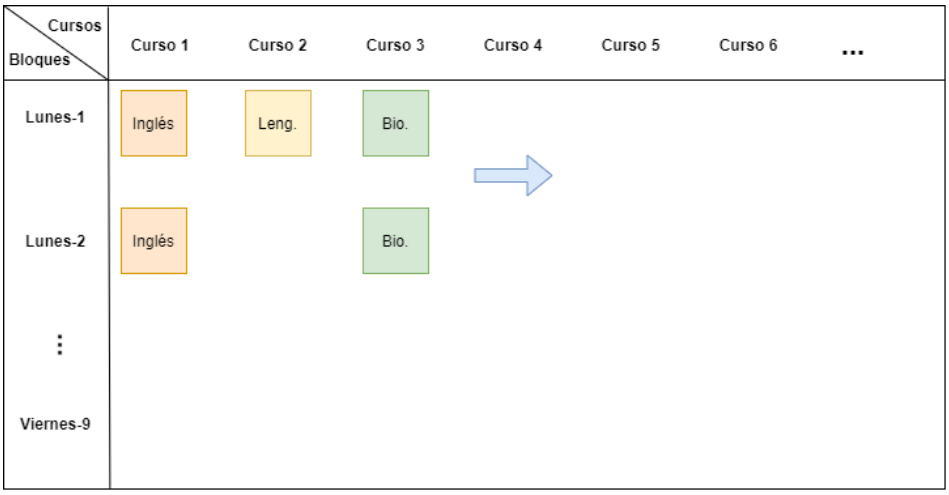

Figura 42: Tablero con horario en construcción.
Fuente: Elaboración propia.

En un principio no hay presencia de choques (docente impartiendo más de una clase, como se visualiza en la Figura 43 con el docente con el color amarillo que debe impartir 2 clases en el bloque Jueves-7) y si es que llega a haber alguno se soluciona cambiando por otra asignatura disponible. El problema de este método aparece al ir progresando en los bloques de tiempo, al aparecer un choque se dificulta el encontrar opciones viables para cambiar la asignatura y en casos extremos se debe empezar a desarmar bloques anteriores para lograr arreglar dicho choque, lo que puede tardar un tiempo no menor.

La creación de horarios es llevada a cabo normalmente por 2 jefes de docencia o hasta 3 en algunos casos, ya que se debe unir la información entre docentes que comparten clases en distintas sedes del establecimiento. Completar dicha tarea por lo general toma en promedio 10 días hábiles, con descansos intermediarios debido a la dificultad de la misma.

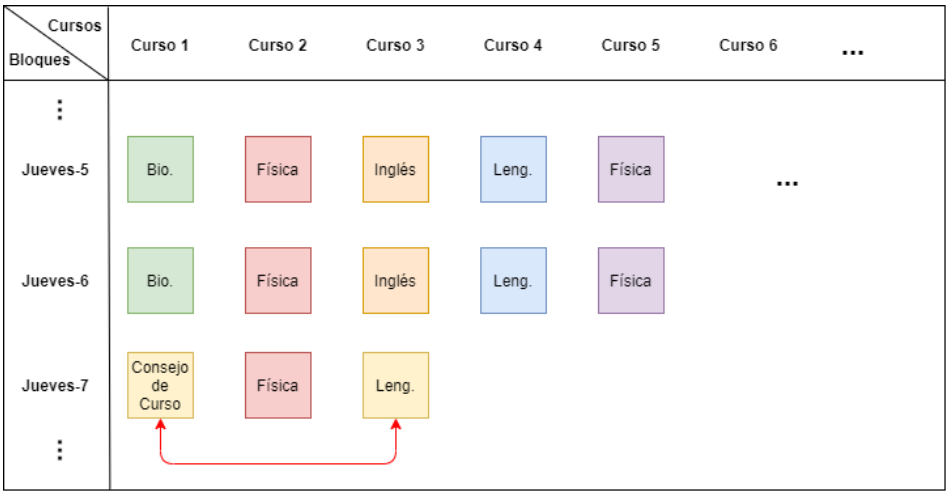

Figura 43: Tablero con horario con choque de docente.
Fuente: Elaboración propia.

6.4. Horarios por curso (Caso Horarios 2019)

A continuación se presentan los horarios de cada curso en la Prueba 1, notar que el nombre de algunas asignaturas fue abreviado para facilitar la visualización de los horarios.

Tabla 24: Horario del quinto básico A como resultado de la Prueba 1. Fuente: Elaboración propia.

	Lunes	**Martes**	**Miércoles**	**Jueves**	**Viernes**
1	Historia Mabel Leiva	Lenguaje Maritza Mondaca	Orientación G. Miranda	Biología G. Miranda	Ed. Física Roberto Fernández Claudia Zumaeta
2	Historia Mabel Leiva	Lenguaje Maritza Mondaca	Orientación G. Miranda	Biología G. Miranda	Ed. Física Roberto Fernández Claudia Zumaeta
3	Historia Mabel Leiva	Lenguaje Maritza Mondaca	Matemática Sandra Aris	Artes Visuales Mabel Leiva	Historia Mabel Leiva
4	Matemática Sandra Aris	Matemática Sandra Aris	Matemática Sandra Aris	Artes Visuales Mabel Leiva	Historia Mabel Leiva
5	Matemática Sandra Aris	Matemática Sandra Aris	Biología G. Miranda	Lenguaje Maritza Mondaca	Lenguaje Maritza Mondaca
6	Matemática Sandra Aris	Matemática Sandra Aris	Biología G. Miranda	Lenguaje Maritza Mondaca	Lenguaje Maritza Mondaca
7	Artes Musicales NN Música	Inglés María J. Antúnez	Biología G. Miranda	Lenguaje Maritza Mondaca	
8	Artes Musicales NN Música	Inglés María J. Antúnez	Inglés María J. Antúnez		
9	Ed. Tecnológica Carolina Aravena	Ed. Física Roberto Fernández Claudia Zumaeta	Inglés María J. Antúnez		

Tabla 25: Horario del quinto básico B como resultado de la Prueba 1. Fuente: Elaboración propia.

	Lunes	**Martes**	**Miércoles**	**Jueves**	**Viernes**
1	Artes Musicales Gloria Díaz	Matemática Sandra Aris	Matemática Sandra Aris	Ed. Física Roberto Fernández Claudia Zumaeta	Biología Jessica Soto
2	Artes Musicales Gloria Díaz	Matemática Sandra Aris	Matemática Sandra Aris	Matemática Sandra Aris	Biología Jessica Soto
3	Ed. Física Roberto Fernández Claudia Zumaeta	Matemática Sandra Aris	Historia Mabel Leiva	Matemática Sandra Aris	Lenguaje Gabriela Aguilar
4	Ed. Física Roberto Fernández Claudia Zumaeta	Lenguaje Gabriela Aguilar	Historia Mabel Leiva	Matemática Sandra Aris	Lenguaje Gabriela Aguilar
5	Inglés Gabriela Rojas	Lenguaje Gabriela Aguilar	Biología Jessica Soto	Inglés Gabriela Rojas	Orientación Gabriela Aguilar
6	Inglés Gabriela Rojas	Lenguaje Gabriela Aguilar	Biología Jessica Soto	Inglés Gabriela Rojas	Orientación Gabriela Aguilar
7	Lenguaje Gabriela Aguilar	Historia Mabel Leiva	Biología Jessica Soto	Ed. Tecnológica Carolina Aravena	
8	Lenguaje Gabriela Aguilar	Historia Mabel Leiva	Artes Visuales Mabel Leiva		
9	Lenguaje Gabriela Aguilar	Historia Mabel Leiva	Artes Visuales Mabel Leiva		

Tabla 26: Horario del sexto básico A como resultado de la Prueba 1. Fuente: Elaboración propia.

	Lunes	**Martes**	**Miércoles**	**Jueves**	**Viernes**
1	Matemática Sandra Aris	Historia Mabel Leiva	Lenguaje Gabriela Aguilar	Lenguaje Gabriela Aguilar	Biología G. Miranda
2	Matemática Sandra Aris	Historia Mabel Leiva	Lenguaje Gabriela Aguilar	Lenguaje Gabriela Aguilar	Biología G. Miranda
3	Matemática Sandra Aris	Artes Musicales Gloria Díaz	Inglés Gabriela Rojas	Lenguaje Gabriela Aguilar	Matemática Sandra Aris
4	Ed. Física Alex Santander Geraldine Aguilera	Artes Musicales Gloria Díaz	Inglés Gabriela Rojas	Ed. Tecnológica Carolina Aravena	Matemática Sandra Aris
5	Artes Visuales Maureen Goecke	Inglés Gabriela Rojas	Historia Mabel Leiva	Orientación Sandra Aris	Ed. Física Alex Santander Geraldine Aguilera
6	Artes Visuales Maureen Goecke	Inglés Gabriela Rojas	Historia Mabel Leiva	Orientación Sandra Aris	Ed. Física Alex Santander Geraldine Aguilera
7	Biología G. Miranda	Lenguaje Gabriela Aguilar	Historia Mabel Leiva	Matemática Sandra Aris	
8	Biología G. Miranda	Lenguaje Gabriela Aguilar		Matemática Sandra Aris	
9	Biología G. Miranda	Lenguaje Gabriela Aguilar		Matemática Sandra Aris	

Tabla 27: Horario del sexto básico B como resultado de la Prueba 1. Fuente: Elaboración propia.

	Lunes	**Martes**	**Miércoles**	**Jueves**	**Viernes**
1	Artes Visuales Maureen Goecke	Artes Musicales Gloria Díaz	Orientación Mabel Leiva	Matemática Martín Barrios	Lenguaje Maritza Mondaca
2	Artes Visuales Maureen Goecke	Artes Musicales Gloria Díaz	Orientación Mabel Leiva	Matemática Martín Barrios	Lenguaje Maritza Mondaca
3	Inglés Gabriela Rojas	Ed. Física Alex Santander Geraldine Aguilera	Biología Edith Ortega	Inglés Gabriela Rojas	Lenguaje Maritza Mondaca
4	Inglés Gabriela Rojas	Ed. Tecnológica Carolina Aravena	Biología Edith Ortega	Inglés Gabriela Rojas	Matemática Martín Barrios
5	Ed. Física Alex Santander Geraldine Aguilera	Historia Mabel Leiva	Lenguaje Maritza Mondaca	Historia Mabel Leiva	Matemática Martín Barrios
6	Ed. Física Alex Santander Geraldine Aguilera	Historia Mabel Leiva	Lenguaje Maritza Mondaca	Historia Mabel Leiva	Matemática Martín Barrios
7	Biología Edith Ortega	Matemática Martín Barrios	Lenguaje Maritza Mondaca	Historia Mabel Leiva	
8	Biología Edith Ortega	Matemática Martín Barrios		Lenguaje Maritza Mondaca	
9	Biología Edith Ortega	Matemática Martín Barrios		Lenguaje Maritza Mondaca	

Tabla 28: Horario del séptimo básico A como resultado de la Prueba 1. Fuente: Elaboración propia.

	Lunes	**Martes**	**Miércoles**	**Jueves**	**Viernes**
1	Matemática Karol Larrondo	Química Cynthia Villa	Lenguaje María L. Rosas	Historia Mabel Leiva	Matemática Karol Larrondo
2	Matemática Karol Larrondo	Química Cynthia Villa	Lenguaje María L. Rosas	Historia Mabel Leiva	Matemática Karol Larrondo
3	Matemática Karol Larrondo	Artes Visuales Maureen Goecke	Lenguaje María L. Rosas	Lenguaje María L. Rosas	Biología G. Miranda
4	Lenguaje María L. Rosas	Artes Visuales Maureen Goecke	Matemática Karol Larrondo	Lenguaje María L. Rosas	Biología G. Miranda
5	Lenguaje María L. Rosas	Física Pablo Zúñiga	Matemática Karol Larrondo	Inglés Marcela Cancino	Orientación Karol Larrondo
6	Lenguaje María L. Rosas	Física Pablo Zúñiga	Matemática Karol Larrondo	Inglés Marcela Cancino	Orientación Karol Larrondo
7	Historia Mabel Leiva	Ed. Tecnológica Carolina Aravena	Artes Musicales Gloria Díaz	Biología G. Miranda	
8	Historia Mabel Leiva		Inglés Marcela Cancino	Ed. Física Roberto Fernández Claudia Zumaeta	
9	Historia Mabel Leiva		Inglés Marcela Cancino	Ed. Física Roberto Fernández Claudia Zumaeta	

Tabla 29: Horario del séptimo básico B como resultado de la Prueba 1. Fuente: Elaboración propia.

	Lunes	**Martes**	**Miércoles**	**Jueves**	**Viernes**
1	Biología Edith Ortega	Matemática Martín Barrios	Inglés Gabriela Rojas	Historia Fernanda Aravena	Inglés Gabriela Rojas
2	Biología Edith Ortega	Matemática Martín Barrios	Inglés Gabriela Rojas	Historia Fernanda Aravena	Inglés Gabriela Rojas
3	Lenguaje Gabriela Aguilar	Matemática Martín Barrios	Lenguaje Gabriela Aguilar	Matemática Martín Barrios	Orientación Cynthia Villa
4	Lenguaje Gabriela Aguilar	Historia Fernanda Aravena	Lenguaje Gabriela Aguilar	Matemática Martín Barrios	Orientación Cynthia Villa
5	Matemática Martín Barrios	Historia Fernanda Aravena	Lenguaje Gabriela Aguilar	Química Cynthia Villa	Ed. Física Roberto Fernández Claudia Zumaeta
6	Matemática Martín Barrios	Historia Fernanda Aravena	Ed. Tecnológica Carolina Aravena	Química Cynthia Villa	Ed. Física Roberto Fernández Claudia Zumaeta
7	Matemática Martín Barrios	Artes Musicales Gloria Díaz	Artes Visuales Maureen Goecke	Lenguaje Gabriela Aguilar	
8	Física Pablo Zúñiga		Artes Visuales Maureen Goecke	Lenguaje Gabriela Aguilar	
9	Física Pablo Zúñiga		Biología Edith Ortega	Lenguaje Gabriela Aguilar	

Tabla 30: Horario del octavo básico A como resultado de la Prueba 1. Fuente: Elaboración propia.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1	Ed. Física Roberto Fernández Geraldine Aguilera	Historia Patricia González	Lenguaje Camila Barraza	Química Cynthia Villa	Inglés Marcela Cancino
2	Ed. Física Roberto Fernández Geraldine Aguilera	Historia Patricia González	Lenguaje Camila Barraza	Química Cynthia Villa	Inglés Marcela Cancino
3	Física Pablo Zúñiga	Historia Patricia González	Lenguaje Camila Barraza	Inglés Marcela Cancino	Biología Jessica Soto
4	Física Pablo Zúñiga	Lenguaje Camila Barraza	Biología Jessica Soto	Inglés Marcela Cancino	Biología Jessica Soto
5	Orientación Camila Barraza	Lenguaje Camila Barraza	Artes Visuales Maureen Goecke	Lenguaje Camila Barraza	Matemática Sandra Aris
6	Orientación Camila Barraza	Lenguaje Camila Barraza	Artes Visuales Maureen Goecke	Lenguaje Camila Barraza	Matemática Sandra Aris
7	Ed. Tecnológica Carolina Aravena	Matemática Sandra Aris	Matemática Sandra Aris	Artes Musicales Gloria Díaz	
8	Historia Patricia González	Matemática Sandra Aris	Matemática Sandra Aris		
9	Historia Patricia González	Matemática Sandra Aris	Matemática Sandra Aris		

Tabla 31: Horario del octavo básico B como resultado de la Prueba 1. Fuente: Elaboración propia.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1	Historia Fernando Zurita	Orientación Gabriela Rojas	Historia Fernando Zurita	Inglés Gabriela Rojas	Matemática María L. Bernal
2	Historia Fernando Zurita	Orientación Gabriela Rojas	Historia Fernando Zurita	Inglés Gabriela Rojas	Matemática María L. Bernal
3	Historia Fernando Zurita	Ed. Tecnológica Carolina Aravena	Química Cynthia Villa	Física Rodolfo Cautivo	Ed. Física Roberto Fernández Geraldine Aguilera
4	Matemática María L. Bernal	Lenguaje María L. Rosas	Química Cynthia Villa	Física Rodolfo Cautivo	Ed. Física Roberto Fernández Geraldine Aguilera
5	Matemática María L. Bernal	Lenguaje María L. Rosas	Matemática María L. Bernal	Lenguaje María L. Rosas	Biología Edith Ortega
6	Matemática María L. Bernal	Lenguaje María L. Rosas	Matemática María L. Bernal	Lenguaje María L. Rosas	Biología Edith Ortega
7	Artes Musicales Gloria Díaz	Inglés Gabriela Rojas	Matemática María L. Bernal	Lenguaje María L. Rosas	
8	Artes Visuales Maureen Goecke	Inglés Gabriela Rojas	Lenguaje María L. Rosas		
9	Artes Visuales Maureen Goecke	Biología Edith Ortega	Lenguaje María L. Rosas		

Tabla 32: Horario del primero medio A como resultado de la Prueba 1. Fuente: Elaboración propia.

	Lunes	**Martes**	**Miércoles**	**Jueves**	**Viernes**
1	Inglés Gabriela Rojas	Lenguaje María P. Sanchez	Matemática Pablo Pérez	Artes Vis./Mus. Maureen Goecke Gloria Díaz	Matemática Pablo Pérez
2	Inglés Gabriela Rojas	Lenguaje María P. Sanchez	Matemática Pablo Pérez	Artes Vis./Mus. Maureen Goecke Gloria Díaz	Matemática Pablo Pérez
3	Lenguaje María P. Sanchez	Física Rodolfo Cautivo	Ed. Tecnológica Carolina Aravena	Biología Edith Ortega	Matemática Pablo Pérez
4	Lenguaje María P. Sanchez	Física Rodolfo Cautivo	Ed. Tecnológica Carolina Aravena	Biología Edith Ortega	Lenguaje María P. Sanchez
5	Biología Edith Ortega	Ed. Física Roberto Fernández Geraldine Aguilera	Inglés Gabriela Rojas	Química Ítalo Golsio	Lenguaje María P. Sanchez
6	Biología Edith Ortega	Ed. Física Roberto Fernández Geraldine Aguilera	Inglés Gabriela Rojas	Química Ítalo Golsio	Lenguaje María P. Sanchez
7	Matemática Pablo Pérez	Química Ítalo Golsio	Historia Fernanda Aravena	Física Rodolfo Cautivo	
8	Matemática Pablo Pérez	Historia Fernanda Aravena	Historia Fernanda Aravena	Orientación Geraldine Aguilera	
9	Matemática Pablo Pérez	Historia Fernanda Aravena	Historia Fernanda Aravena	Orientación Geraldine Aguilera	

Tabla 33: Horario del primero medio B como resultado de la Prueba 1. Fuente: Elaboración propia.

	Lunes	**Martes**	**Miércoles**	**Jueves**	**Viernes**
1	Lenguaje María P. Sanchez	Matemática Karol Larrondo	Artes Vis./Mus. Maureen Goecke Gloria Díaz	Ed. Tecnológica Carolina Aravena	Lenguaje María P. Sanchez
2	Lenguaje María P. Sanchez	Matemática Karol Larrondo	Artes Vis./Mus. Maureen Goecke Gloria Díaz	Ed. Tecnológica Carolina Aravena	Lenguaje María P. Sanchez
3	Orientación María J. Antúnez	Matemática Karol Larrondo	Ed. Física Roberto Fernández Geraldine Aguilera	Matemática Karol Larrondo	Historia Fernando Zurita
4	Orientación María J. Antúnez	Lenguaje María P. Sanchez	Ed. Física Roberto Fernández Geraldine Aguilera	Matemática Karol Larrondo	Historia Fernando Zurita
5	Química Ítalo Golsio	Lenguaje María P. Sanchez	Historia Fernando Zurita	Física Rodolfo Cautivo	Inglés María J. Antúnez
6	Química Ítalo Golsio	Lenguaje María P. Sanchez	Historia Fernando Zurita	Física Rodolfo Cautivo	Inglés María J. Antúnez
7	Matemática Karol Larrondo	Física Rodolfo Cautivo	Historia Fernando Zurita	Inglés María J. Antúnez	
8	Matemática Karol Larrondo	Biología G. Miranda	Biología G. Miranda	Inglés María J. Antúnez	
9	Matemática Karol Larrondo	Biología G. Miranda	Biología G. Miranda	Química Ítalo Golsio	

Tabla 34: Horario del primero medio C como resultado de la Prueba 1. Fuente: Elaboración propia.

	Lunes	**Martes**	**Miércoles**	**Jueves**	**Viernes**
1	Biología G. Miranda	Física Pablo Zúñiga	Inglés Marcela Cancino	Lenguaje Camila Barraza	Lenguaje Camila Barraza
2	Biología G. Miranda	Física Pablo Zúñiga	Inglés Marcela Cancino	Lenguaje Camila Barraza	Lenguaje Camila Barraza
3	Ed. Tecnológica Carolina Aravena	Química Cynthia Villa	Artes Vis./Mus. Maureen Goecke Gloria Díaz	Ed. Física Roberto Fernández Geraldine Aguilera	Historia Fernanda Aravena
4	Ed. Tecnológica Carolina Aravena	Química Cynthia Villa	Artes Vis./Mus. Maureen Goecke Gloria Díaz	Ed. Física Roberto Fernández Geraldine Aguilera	Historia Fernanda Aravena
5	Historia Fernanda Aravena	Matemática Martín Barrios	Orientación Martín Barrios	Matemática Martín Barrios	Historia Fernanda Aravena
6	Historia Fernanda Aravena	Matemática Martín Barrios	Orientación Martín Barrios	Matemática Martín Barrios	Química Cynthia Villa
7	Física Pablo Zúñiga	Lenguaje Camila Barraza	Matemática Martín Barrios	Matemática Martín Barrios	
8	Inglés Marcela Cancino	Lenguaje Camila Barraza	Matemática Martín Barrios	Biología G. Miranda	
9	Inglés Marcela Cancino	Lenguaje Camila Barraza	Matemática Martín Barrios	Biología G. Miranda	

Tabla 35: Horario del segundo medio A como resultado de la Prueba 1. Fuente: Elaboración propia.

	Lunes	**Martes**	**Miércoles**	**Jueves**	**Viernes**
1	Lenguaje María L. Rosas	Lenguaje María L. Rosas	Ed. Tecnológica Carolina Aravena	Orientación María L. Rosas	Lenguaje María L. Rosas
2	Lenguaje María L. Rosas	Lenguaje María L. Rosas	Ed. Tecnológica Carolina Aravena	Orientación María L. Rosas	Lenguaje María L. Rosas
3	Lenguaje María L. Rosas	Ed. Física Roberto Fernández Claudia Zumaeta	Inglés Marcela Cancino	Artes Vis./Mus. Maureen Goecke Gloria Díaz	Inglés Marcela Cancino
4	Matemática Karol Larrondo	Ed. Física Roberto Fernández Claudia Zumaeta	Inglés Marcela Cancino	Artes Vis./Mus. Maureen Goecke Gloria Díaz	Inglés Marcela Cancino
5	Matemática Karol Larrondo	Biología Edith Ortega	Biología Edith Ortega	Matemática Karol Larrondo	Química Ítalo Golsio
6	Matemática Karol Larrondo	Biología Edith Ortega	Biología Edith Ortega	Matemática Karol Larrondo	Química Ítalo Golsio
7	Química Ítalo Golsio	Matemática Karol Larrondo	Física Andrès Araya	Historia Patricia González	
8	Física Andrès Araya	Matemática Karol Larrondo	Historia Patricia González	Historia Patricia González	
9	Física Andrès Araya	Matemática Karol Larrondo	Historia Patricia González	Historia Patricia González	

Tabla 36: Horario del segundo medio B como resultado de la Prueba 1. Fuente: Elaboración propia.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1	Matemática María L. Bernal	Ed. Tecnológica Carolina Aravena	Matemática María L. Bernal	Historia Fernando Zurita	Química Ítalo Golsio
2	Matemática María L. Bernal	Ed. Tecnológica Carolina Aravena	Matemática María L. Bernal	Historia Fernando Zurita	Química Ítalo Golsio
3	Matemática María L. Bernal	Orientación Fernando Zurita	Lenguaje María P. Sanchez	Ed. Física Roberto Fernández Claudia Zumaeta	Inglés Gabriela Rojas
4	Física Andrès Araya	Orientación Fernando Zurita	Lenguaje María P. Sanchez	Ed. Física Roberto Fernández Claudia Zumaeta	Inglés Gabriela Rojas
5	Biología G. Miranda	Matemática María L. Bernal	Física Andrès Araya	Lenguaje María P. Sanchez	Biología G. Miranda
6	Biología G. Miranda	Matemática María L. Bernal	Física Andrès Araya	Lenguaje María P. Sanchez	Biología G. Miranda
7	Historia Fernando Zurita	Matemática María L. Bernal	Química Ítalo Golsio	Lenguaje María P. Sanchez	
8	Historia Fernando Zurita	Lenguaje María P. Sanchez	Inglés Gabriela Rojas	Artes Vis./Mus. Maureen Goecke Gloria Díaz	
9	Historia Fernando Zurita	Lenguaje María P. Sanchez	Inglés Gabriela Rojas	Artes Vis./Mus. Maureen Goecke Gloria Díaz	

Tabla 37: Horario del segundo medio C como resultado de la Prueba 1. Fuente: Elaboración propia.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1	Lenguaje Camila Barraza	Matemática Pablo Pérez	Ed. Física Alex Santander Geraldine Aguilera	Matemática Pablo Pérez	Artes Vis./Mus. Maureen Goecke Gloria Díaz
2	Lenguaje Camila Barraza	Matemática Pablo Pérez	Ed. Física Alex Santander Geraldine Aguilera	Matemática Pablo Pérez	Artes Vis./Mus. Maureen Goecke Gloria Díaz
3	Biología Edith Ortega	Inglés Gabriela Rojas	Orientación Alex Santander	Matemática Pablo Pérez	Biología Edith Ortega
4	Biología Edith Ortega	Inglés Gabriela Rojas	Orientación Alex Santander	Historia Patricia González	Biología Edith Ortega
5	Ed. Tecnológica Carolina Aravena	Física Andrès Araya	Matemática Pablo Pérez	Historia Patricia González	Lenguaje Camila Barraza
6	Ed. Tecnológica Carolina Aravena	Física Andrès Araya	Matemática Pablo Pérez	Historia Patricia González	Lenguaje Camila Barraza
7	Física Andrès Araya	Historia Patricia González	Matemática Pablo Pérez	Lenguaje Camila Barraza	
8	Inglés Gabriela Rojas	Historia Patricia González	Química Cynthia Villa	Lenguaje Camila Barraza	
9	Inglés Gabriela Rojas	Química Cynthia Villa	Química Cynthia Villa	Lenguaje Camila Barraza	

Tabla 38: Horario del tercero medio A como resultado de la Prueba 1. Fuente: Elaboración propia.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1	Matemática Pablo Pérez	Lenguaje Gabriela Aguilar	Electivo 1 (3M) Prof 1-Prof 2-Prof 3	Filosofía María J. Álvarez	Ed. Física Alex Santander Geraldine Aguilera
2	Matemática Pablo Pérez	Lenguaje Gabriela Aguilar	Electivo 1 (3M) Prof 1-Prof 2-Prof 3	Filosofía María J. Álvarez	Ed. Física Alex Santander Geraldine Aguilera
3	Matemática Pablo Pérez	Electivo 2 (3M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Biología G. Miranda	Inglés María J. Antúnez	Historia Patricia González
4	Filosofía María J. Álvarez	Electivo 2 (3M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Biología G. Miranda	Inglés María J. Antúnez	Historia Patricia González
5	Historia Patricia González	Matemática Pablo Pérez	Electivo 2 (3M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Lenguaje Gabriela Aguilar	
6	Historia Patricia González	Matemática Pablo Pérez	Electivo 2 (3M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Lenguaje Gabriela Aguilar	
7	Inglés María J. Antúnez	Matemática Pablo Pérez	Lenguaje Gabriela Aguilar	Química Cynthia Villa	
8	Electivo 1 (3M) Prof 1-Prof 2-Prof 3	Artes Vis./Mus. Maureen Goecke Gloria Díaz	Lenguaje Gabriela Aguilar	Química Cynthia Villa	
9	Electivo 1 (3M) Prof 1-Prof 2-Prof 3	Artes Vis./Mus. Maureen Goecke Gloria Díaz	Lenguaje Gabriela Aguilar	Consejo de Curso María J. Álvarez	

Tabla 39: Horario del tercero medio B como resultado de la Prueba 1. Fuente: Elaboración propia.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1	Filosofía María J. Álvarez	Biología G. Miranda	Electivo 1 (3M) Prof 1-Prof 2-Prof 3	Lenguaje María P. Sanchez	Historia Fernando Zurita
2	Filosofía María J. Álvarez	Biología G. Miranda	Electivo 1 (3M) Prof 1-Prof 2-Prof 3	Lenguaje María P. Sanchez	Historia Fernando Zurita
3	Artes Vis./Mus. Maureen Goecke Gloria Díaz	Electivo 2 (3M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Química Ítalo Golsio	Biología G. Miranda	Física Rodolfo Cautivo
4	Artes Vis./Mus. Maureen Goecke Gloria Díaz	Electivo 2 (3M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Química Ítalo Golsio	Filosofía María J. Álvarez	Física Rodolfo Cautivo
5	Lenguaje María P. Sanchez	Inglés Marcela Cancino	Electivo 2 (3M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Ed. Física Alex Santander Geraldine Aguilera	Inglés Marcela Cancino
6	Lenguaje María P. Sanchez	Inglés Marcela Cancino	Electivo 2 (3M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Ed. Física Alex Santander Geraldine Aguilera	
7	Lenguaje María P. Sanchez	Consejo de Curso Marcela Cancino	Matemática Karol Larrondo	Matemática Karol Larrondo	
8	Electivo 1 (3M) Prof 1-Prof 2-Prof 3	Historia Fernando Zurita	Matemática Karol Larrondo	Matemática Karol Larrondo	
9	Electivo 1 (3M) Prof 1-Prof 2-Prof 3	Historia Fernando Zurita	Matemática Karol Larrondo	Matemática Karol Larrondo	

Tabla 40: Horario del tercero medio C como resultado de la Prueba 1. Fuente: Elaboración propia.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1	Inglés Marcela Cancino	Biología Edith Ortega	Electivo 1 (3M) Prof 1-Prof 2-Prof 3	Matemática María L. Bernal	Filosofía María J. Álvarez
2	Inglés Marcela Cancino	Biología Edith Ortega	Electivo 1 (3M) Prof 1-Prof 2-Prof 3	Matemática María L. Bernal	Filosofía María J. Álvarez
3	Historia Patricia González	Electivo 2 (3M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Historia Patricia González	Matemática María L. Bernal	Matemática María L. Bernal
4	Historia Patricia González	Electivo 2 (3M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Historia Patricia González	Física Andrès Araya	Matemática María L. Bernal
5	Física Andrès Araya	Química Cynthia Villa	Electivo 2 (3M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Artes Vis./Mus. Maureen Goecke Gloria Díaz	Matemática María L. Bernal
6	Física Andrès Araya	Química Cynthia Villa	Electivo 2 (3M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Artes Vis./Mus. Maureen Goecke Gloria Díaz	
7	Filosofía María J. Álvarez	Lenguaje María L. Rosas	Ed. Física Alex Santander Geraldine Aguilera	Inglés Marcela Cancino	
8	Electivo 1 (3M) Prof 1-Prof 2-Prof 3	Lenguaje María L. Rosas	Ed. Física Alex Santander Geraldine Aguilera	Lenguaje María L. Rosas	
9	Electivo 1 (3M) Prof 1-Prof 2-Prof 3	Lenguaje María L. Rosas	Consejo de Curso María L. Bernal	Lenguaje María L. Rosas	

Tabla 41: Horario del cuarto medio A como resultado de la Prueba 1. Fuente: Elaboración propia.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1	Historia Patricia González	Inglés Marcela Cancino	Electivo 2 (3M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Ed. Física Alex Santander Geraldine Aguilera	Electivo 1 (3M) Prof 1-Prof 2-Prof 3
2	Historia Patricia González	Inglés Marcela Cancino	Electivo 2 (3M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Ed. Física Alex Santander Geraldine Aguilera	Electivo 1 (3M) Prof 1-Prof 2-Prof 3
3	Filosofía María J. Álvarez	Biología G. Miranda	Electivo 1 (3M) Prof 1-Prof 2-Prof 3	Lenguaje Camila Barraza	Lenguaje Camila Barraza
4	Matemática Pablo Pérez	Biología G. Miranda	Electivo 1 (3M) Prof 1-Prof 2-Prof 3	Lenguaje Camila Barraza	Lenguaje Camila Barraza
5	Matemática Pablo Pérez	Artes Vis./Mus. Maureen Goecke Gloria Díaz	Historia Patricia González	Matemática Pablo Pérez	Filosofía María J. Álvarez
6	Matemática Pablo Pérez	Artes Vis./Mus. Maureen Goecke Gloria Díaz	Historia Patricia González	Matemática Pablo Pérez	Filosofía María J. Álvarez
7	Lenguaje Camila Barraza	Electivo 2 (3M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Inglés Marcela Cancino	Matemática Pablo Pérez	
8	Lenguaje Camila Barraza	Electivo 2 (3M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Química Ítalo Golsio		
9	Lenguaje Camila Barraza	Consejo de Curso Patricia González	Química Ítalo Golsio		

Tabla 42: Horario del cuarto medio B como resultado de la Prueba 1. Fuente: Elaboración propia.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1	Física Andrès Araya	Lenguaje Camila Barraza	Electivo 2 (3M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Inglés Marcela Cancino	Electivo 1 (3M) Prof 1-Prof 2-Prof 3
2	Física Andrès Araya	Lenguaje Camila Barraza	Electivo 2 (3M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Inglés Marcela Cancino	Electivo 1 (3M) Prof 1-Prof 2-Prof 3
3	Química Ítalo Golsio	Consejo de Curso Edith Ortega	Electivo 1 (3M) Prof 1-Prof 2-Prof 3	Filosofía María J. Álvarez	Artes Vis./Mus. Maureen Goecke Gloria Díaz
4	Química Ítalo Golsio	Biología Edith Ortega	Electivo 1 (3M) Prof 1-Prof 2-Prof 3	Matemática María L. Bernal	Artes Vis./Mus. Maureen Goecke Gloria Díaz
5	Filosofía María J. Álvarez	Historia Patricia González	Ed. Física Alex Santander Geraldine Aguilera	Matemática María L. Bernal	Historia Patricia González
6	Filosofía María J. Álvarez	Historia Patricia González	Ed. Física Alex Santander Geraldine Aguilera	Matemática María L. Bernal	Historia Patricia González
7	Matemática María L. Bernal	Electivo 2 (3M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Lenguaje Camila Barraza	Biología Edith Ortega	
8	Matemática María L. Bernal	Electivo 2 (3M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Lenguaje Camila Barraza	Biología Edith Ortega	
9	Matemática María L. Bernal	Inglés Marcela Cancino	Lenguaje Camila Barraza		

Tabla 43: Horario del cuarto medio C como resultado de la Prueba 1. Fuente: Elaboración propia.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
1	Química Ítalo Golsio	Matemática María L. Bernal	Electivo 2 (3M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Física Andrès Araya	Electivo 1 (3M) Prof 1-Prof 2-Prof 3
2	Química Ítalo Golsio	Matemática María L. Bernal	Electivo 2 (3M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Física Andrès Araya	Electivo 1 (3M) Prof 1-Prof 2-Prof 3
3	Física Andrès Araya	Matemática María L. Bernal	Electivo 1 (3M) Prof 1-Prof 2-Prof 3	Historia Fernando Zurita	Lenguaje María L. Rosas
4	Biología G. Miranda	Inglés Marcela Cancino	Electivo 1 (3M) Prof 1-Prof 2-Prof 3	Historia Fernando Zurita	Lenguaje María L. Rosas
5	Inglés Marcela Cancino	Biología G. Miranda	Lenguaje María L. Rosas	Filosofía María J. Álvarez	Artes Vis./Mus. Maureen Goecke Gloria Díaz
6	Inglés Marcela Cancino	Biología G. Miranda	Lenguaje María L. Rosas	Filosofía María J. Álvarez	Artes Vis./Mus. Maureen Goecke Gloria Díaz
7	Ed. Física Alex Santander Geraldine Aguilera	Electivo 2 (3M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Lenguaje María L. Rosas	Matemática María L. Bernal	
8	Ed. Física Alex Santander Geraldine Aguilera	Electivo 2 (3M) Prof 4-Prof 5-Prof 6	Historia Fernando Zurita	Matemática María L. Bernal	
9	Filosofía María J. Álvarez	Consejo de Curso Ítalo Golsio	Historia Fernando Zurita	Matemática María L. Bernal	

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[Abramson, 1991] Abramson, D. (1991). Constructing school timetables using simulated annealing: Sequential and parallel algorithms. *Management Science*, pp. 98–113.

[Abramson y Abela, 1992] Abramson, D. y Abela, J. (1992). A parallel genetic algorithm for solving the school timetabling problem. pp. 1–11.

[Abramson y Dang, 1993] Abramson, D. y Dang, H. (1993). School timetables: A case study in simulated annealing. *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems: Applied Simulated Annealing*, pp. 103–124.

[Abramson *et al.*, 1997] Abramson, D., Krishnamoorthy, M., y Dang, H. (1997). Simulated annealing cooling schedules for the school timetabling problem. pp. 4–17.

[Cirila, 2005] Cirila, A. (2005). *Conceptos, algoritmo y aplicación al problema de las N–reinas*. Universidad Nacional Mayor De San Marcos.

[Fonseca *et al.*, 2016] Fonseca, G., Santos, H., y Carrano, E. (2016). Late acceptance hill-climbing for high school timetabling. *Journal of Scheduling*, 16:453–.

[Fonseca *et al.*, 2017] Fonseca, G., Santos, H., Carrano, E., y Stidsen, T. (2017). Integer programming techniques for educational timetabling. *European Journal of Operational Research*.

[Gearhart *et al.*, 2013] Gearhart, J. L., Adair, K. L., Durfee, J. D., Jones, K. A., Martin, N., y Detry, R. J. (2013). Comparison of open-source linear programming solvers.

[Karamanov, 2006] Karamanov, M. (2006). *Branch and cut: an empirical study*. Tesis doctoral, Carnegie Mellon University.

[Kristiansen y Stidsen, 2013] Kristiansen, S. y Stidsen, T. R. (2013). A comprehensive study of educational timetabling - a survey. *Report 8.2013 DTU Management Engineering*, pp. 2–8.

[Lawrie, 1969] Lawrie, N. L. (1969). An integer linear problem model of a school timetabling problem. pp. 1–10.

[Santos *et al.*, 2004] Santos, H. G., Ochi, L. S., y Souza, M. J. (2004). An efficient tabu search heuristic for the school timetabling problem. pp. 3–15.