

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Detección de violación de CP en oscilación de neutrinos con el experimento $ESS\nu SB$

Franco Eduardo Osorio Barattini

Tesis presentada al Departamento de Física de la Universidad de Técnica
Federico Santa María para optar al grado académico de Licenciado en
Ciencias con Mención en Física

Marzo 2023
Valparaíso, Chile

Profesor guía: Dr. Claudio Dib

Comité Evaluador: Dr. Claudio Dib

Dra. Marcela González

Dr. Marat Siddikov

Agradecimientos

Primero quisiera agradecer a mi madre y a mi hermana, por el apoyo que me han brindado a lo largo de los cuatro años que he pasado en la universidad y por siempre levantar mi ánimo cuando más lo necesito.

Agradezco especialmente al profesor Claudio Dib por la confianza que me ha entregado al ser mi profesor guía. Estoy muy agradecido por su continua presencia en el desarrollo de este trabajo, y por el tiempo que ha dedicado a mi aprendizaje y formación profesional.

Por último, pero no menos importante, quisiera también agradecer a los profesores con los que me he encontrado en esta universidad. De cada uno de ellos he aprendido algo distinto, que ahora forma parte de quien soy.

Índice general

Introducción	3
1. Oscilación de neutrinos en el vacío	5
1.1. Probabilidad de oscilación	7
1.1.1. Caso de neutrinos	7
1.1.2. Caso de antineutrinos	10
1.2. Violación de CP en el vacío	10
2. Oscilación de neutrinos en la materia	12
2.1. Potenciales efectivos	12
2.1.1. Efectos promediados de la materia	13
2.2. Evolución del estado de sabor	16
3. Detalles del experimento $ESS\nu SB$	19
3.1. Detectores cercanos	20
3.2. Detectores lejanos	20
4. Optimizando $ESS\nu SB$ para la detección de violación de CP	22
4.1. Predicciones para la detección de CP	23
4.1.1. Máximos de oscilación	23
4.1.2. Sensibilidad a la violación de CP	24
4.1.3. Número de interacciones en el FarD	27
4.1.4. Error aleatorio en la medición de $\Delta\mathcal{P}_{CP}$	29
4.2. Donde medir?	31
Conclusión	34
A. Normas, estados, y operadores en teoría cuántica de campos.	37

Introducción

Cuando los neutrinos de sabor determinado viajan una cierta distancia, pueden cambiar su sabor con una probabilidad que depende de la energía de los neutrinos y la distancia a la que son medidos. Este cambio recibe el nombre de «Oscilación de neutrinos» y se puede explicar asumiendo que los estados propios de sabor de los neutrinos (electrónico, muónico y tauónico) están formados por mezclas entre tres estados propios de masa, que pueden interferir entre sí mientras el neutrino se propaga a través del espacio, provocando que los estados de sabor tengan una evolución temporal no trivial.

La idea de la oscilación de neutrinos fue propuesta por primera vez en 1957 por Bruno Pontecorvo [20][19], quien consideró transiciones entre el neutrino electrónico y un supuesto neutrino estéril. Esta idea fue más desarrollada en los años siguientes (luego del descubrimiento del neutrino muónico) por Ziro Maki, Masami Nakagawa, y Shoichi Sakata [18], quienes fueron los primeros en considerar un modelo que incluyera la mezcla entre distintos sabores de neutrino. Sin embargo, no fue sino hasta años después de la primera medición de los neutrinos electrónicos provenientes del Sol, en el experimento de Homestake, que esta teoría cobró gran importancia. El resultado de la medición entregó un flujo observado de neutrinos que era solamente un tercio del flujo predicho por el modelo estándar solar. Una posible explicación a este déficit era que los neutrinos electrónicos se transmutaban a otros tipos de neutrino antes de llegar a la tierra.

Las primeras evidencias de la oscilación de neutrinos [7] aparecieron en 1998 con el estudio de los neutrinos atmosféricos por parte del experimento Super Kamiokande (SK), corroboradas pocos años más tarde por el experimento Sudbury Neutrino Observatory (SNO). Este último logró medir el flujo total de los tres sabores de neutrino, lo cual demostró que efectivamente el flujo de neutrinos electrónicos correspondía a un tercio del total. De esta manera, la explicación basada en la oscilación de neutrinos terminó siendo la solución al problema de los neutrinos solares.

El descubrimiento de las oscilaciones de neutrinos fue un avance significativo en la física de partículas, principalmente porque demostró que los neutrinos tienen masa, la cual previamente se creía que era idénticamente cero. Desde entonces ha habido grandes esfuerzos para determinar todos los parámetros que gobiernan la oscilación de tres neutrinos [8]. Hoy en día, casi todos los parámetros han sido medidos de buena manera, con algunos problemas menores. Sin embargo, la fase δ_{CP} (íntimamente relacionada a la violación de simetría de carga-paridad) no ha sido medida con suficiente certeza. Prueba de esto es que existe un

desacuerdo entre los experimentos Tokai to Kamioka (T2K) [1] y NuMI Off-Axis ν_e Appearance (NO ν A) [2], los cuales apoyan valores de mejor ajuste muy distintos pero permitidos bajo 3σ . Por lo tanto, es necesario obtener datos más precisos para establecer correctamente el valor de δ_{CP} .

ESS ν SB es un experimento futuro de aparición de neutrinos que pretende detectar violación de CP en la oscilación de neutrinos y posteriormente medir la fase δ_{CP} con una precisión sin precedentes. Actualmente, el experimento se encuentra en una etapa de diseño en la que se han realizado varios estudios de optimización [4][6][21] que comparan las ubicaciones que permiten construir un conjunto de detectores de efecto Cherenkov buscando encontrar la distancia (entre la fuente y el detector) que más potencial tenga para la detección de violación de CP. Las minas de Zinkgruvan y Garpenberg fueron las ubicaciones disponibles que se consideraron como candidatas para la construcción, las cuales están a 360 Km y 540 Km de la fuente, respectivamente. En general, los estudios mencionados concluyeron que 360 Km representa una mejor opción para detectar violación de CP.

En este trabajo nos centraremos en estudiar este resultado, partiendo desde una derivación de las probabilidades de oscilación en el vacío, pasando por los efectos que puede inducir la materia sobre ella, y finalmente haciendo predicciones sobre las futuras mediciones del detector lejano. De esta manera, utilizando simulaciones del flujo de neutrinos-antineutrinos y simulaciones de las secciones eficaces que permiten su detección mediante efecto Cherenkov (ambas entregadas por la colaboración ESS ν SB) mostraremos cuál de las opciones consideradas nos promete un mejor rendimiento en la detección de violación de CP, y la compararemos con la opción preferida por experimentos anteriores (e.g. NO ν A y T2K).

Capítulo 1

Oscilación de neutrinos en el vacío

El modelo estándar fue formulado a finales de los años sesenta en base al conocimiento disponible en aquella época. Particularmente, se pensaba que el campo del neutrino no era masivo y era puramente izquierdo, asumiendo la no existencia de campos derechos que eran necesarios para generar términos de masa de Dirac con el mismo mecanismo de Higgs con el cual se dota de masa a las demás partículas. Sin embargo, el descubrimiento de la oscilación de neutrinos fue una prueba de que esta suposición era incorrecta y de que era necesario modificar el modelo estándar.

A la fecha de este escrito, son tres los neutrinos que se sabe que participan en las interacciones débiles (ν_e , ν_μ , ν_τ) siendo parte de los lagrangianos de las interacciones mediadas por la corriente cargada (CC) y la corriente neutra (NC)

$$\mathcal{L}_{int}^{CC} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} J_\rho^{CC} W^\rho + h.c. \quad \mathcal{L}_{int}^{NC} = -\frac{g}{2 \cos \theta_W} J_\rho^{NC} W^\rho \quad (1.1)$$

$$J_\rho^{CC} = 2\bar{\mathbf{n}}_L \gamma_\rho \boldsymbol{\ell}_L = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} 2\bar{\nu}_{\alpha L} \gamma_\rho \ell_{\alpha L} \quad J_\rho^{NC} = \bar{\mathbf{n}}_L \gamma_\rho \mathbf{n}_L = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{\nu}_{\alpha L} \gamma_\rho \nu_{\alpha L} \quad (1.2)$$

donde $\boldsymbol{\ell}_L$ y \mathbf{n}_L son matrices columna cuyos elementos corresponden a campos izquierdos de sabor definido (e , μ , τ).

$$\boldsymbol{\ell}_L = \begin{pmatrix} \ell_{eL} \\ \ell_{\mu L} \\ \ell_{\tau L} \end{pmatrix} \quad \mathbf{n}_L = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix}$$

Si deseamos agregar términos de masa de Dirac para los neutrinos, será necesario considerar los campos derechos \mathbf{n}_R . De esta manera, los términos vendrán dados de la siguiente forma

$$\mathcal{L}_D = -\bar{\mathbf{n}}_R \mathbf{M} \mathbf{n}_L + h.c. = \sum_{\beta=e,\mu,\tau} \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} -\bar{\nu}_{\alpha L} M_{\alpha\beta} \nu_{\beta L} + h.c. \quad (1.3)$$

donde \mathbf{M} puede ser una matriz compleja de dimensión 3×3 lo más general posible, puesto que no hay restricciones a la forma que esta pueda tener. Por supuesto, esto implicará que los términos de masa no serán diagonales y, por lo tanto, los campos de sabor definido no tendrán

masas bien definidas. Podemos de todos modos, realizar una transformación biunitaria [14] que vuelva diagonal a la matriz de masas

$$\mathbf{V}^\dagger \mathbf{M} \mathbf{U} = \mathcal{M} \qquad \mathcal{M}_{kj} = m_k \delta_{kj} \qquad (1.4)$$

siendo \mathbf{V} y \mathbf{U} , dos matrices unitarias de dimensión 3×3 , y donde los m_k son valores reales positivos.

Esta transformación aplicada a la ecuación (1.3), nos permitirá reescribirla de la siguiente manera

$$\mathcal{L}_D = -\bar{\nu}_R \mathcal{M} \nu_L + h.c. \qquad \nu_L = \mathbf{U}^\dagger \mathbf{n}_L \qquad \nu_R = \mathbf{V}^\dagger \mathbf{n}_R \qquad (1.5)$$

donde ν_R y ν_L tienen elementos que corresponden a campos quirales de neutrinos de masa definida (ν_1, ν_2, ν_3). Por otra parte, al reescribir las corrientes neutra y cargada, en términos de los campos leptónicos de masa definida, notamos que

$$J_\rho^{CC} = 2\bar{\nu}_L \mathbf{U}^\dagger \gamma_\rho \ell_L = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \sum_{k=1,2,3} 2U_{\alpha k}^* \bar{\nu}_{kL} \gamma_\rho \ell_{\alpha L} \qquad (1.6)$$

$$J_\rho^{NC} = \bar{\nu}_L \gamma_\rho \nu_L = \sum_{k=1,2,3} \bar{\nu}_{kL} \gamma_\rho \nu_{kL} \qquad (1.7)$$

los términos que están relacionados a la corriente cargada no quedan diagonales. Por lo tanto, la matriz \mathbf{U} mezcla los campos de masa definida con los campos de sabor definido por acción de los términos de la corriente cargada, de forma que estas bases no tienen por qué ser iguales en el caso general. Esto nos llama a denominar a la matriz \mathbf{U} como «matriz de mezcla» (o matriz PMNS) en analogía con el caso de los quarks (matriz CKM). Por último, al ser una matriz unitaria, cumple que sus componentes respetan las relaciones de unitaridad.

$$\sum_k U_{\alpha k} U_{\beta k}^* = \delta_{\alpha\beta} \qquad \sum_\alpha U_{\alpha j} U_{\alpha k}^* = \delta_{jk} \qquad (1.8)$$

Las consecuencias que puede tener la mezcla entre los campos de sabor y los campos de masa, son lo que debemos analizar ahora. Para empezar, notemos que la corriente cargada contiene operadores de creación de neutrinos de masa definida por parte de $\bar{\nu}_L$ y operadores de destrucción de leptones o creación de anti-leptones mediante ℓ_L , también de masa definida. Luego, los procesos donde un neutrino $|\nu_k\rangle$ es creado a partir de un lepton $|\ell_\alpha\rangle$ o junto a un anti-lepton $|\bar{\ell}_\alpha\rangle$, siendo ambas partículas auto-estados de masa, tendrán una amplitud de transición proporcional a $U_{\alpha k}^*$.

En la práctica, los procesos físicos por los que se lleva a cabo la creación o la detección de un neutrino poseen cierta incerteza en energía y momento. En el caso de los neutrinos, las diferencias entre sus masas son mucho más pequeñas que tales incertezas, por lo que no nos es posible determinar cuál es el estado de masa del neutrino creado. En contraste, dado que las interacciones electromagnéticas de los leptones cargados no dependen de su sabor (pues poseen igual carga eléctrica), tenemos que las grandes diferencias que existen entre los

valores de sus masas permiten que su respectivo estado de masa sea fácilmente determinable en experimentos que observen la dinámica o los decaimientos de leptones cargados [Ver 14, p.317]. Por lo tanto, los estados de sabor (o interacción) de los leptones cargados se pueden definir como sus estados de masa.

Pensemos en un proceso mediado por la corriente cargada, donde se crea un anti-leptón o se destruye un leptón. El estado del neutrino creado por medio de este proceso es una superposición de los auto-estados de masa $|\nu_k\rangle$. Dependiendo del sabor del leptón cargado (α), la superposición dependerá de la amplitud que tenga el proceso de creación de cada neutrino con masa definida, es decir, cada auto-estado de masa estará ponderado por $U_{\alpha k}^*$. Esto nos llama a definir los auto-estados de sabor $|\nu_\alpha\rangle$ (índice griego) como las mezclas de $|\nu_k\rangle$ (índice latino) que se crean en las interacciones débiles mediadas por la corriente cargada:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* |\nu_k\rangle \quad (1.9)$$

Como estos auto-estados de sabor no son auto-estados de masa, nos enfocaremos en estudiar cómo evolucionan en el tiempo los estados de sabor, cuando el neutrino se propaga en el vacío, siguiendo la deducción estándar de onda monocromática [14][11][26]. Como ya uno puede predecir, las fases correspondientes a cada auto-estado de masa oscilarán de forma periódica, lo cual provocará que el neutrino oscile entre los distintos estados de sabor. A este proceso es al cual se le da el nombre de «Oscilación de neutrinos».

1.1. Probabilidad de oscilación

1.1.1. Caso de neutrinos

Al tener un masa definida, los estados $|\nu_k\rangle$ son también estados propios del hamiltoniano libre

$$\mathcal{H} |\nu_k\rangle = E_k |\nu_k\rangle \quad E_k = \sqrt{m_k^2 + p^2} \quad (1.10)$$

de forma que su evolución temporal es

$$|\nu_k(t)\rangle = e^{-iE_k t} |\nu_k\rangle \quad (1.11)$$

La evolución de un neutrino creado en un auto-estado de sabor $|\nu_\alpha\rangle$ se obtiene al aplicar el operador evolución a la combinación lineal (1.9).

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} |\nu_k\rangle \quad (1.12)$$

Por su puesto, un tratamiento estrictamente correcto debe ser hecho con paquetes de onda que posean una distribución de energías y momentos [13][12] en vez de un tratamiento

de onda plana (energías y momentos definidos). Bajo esta idea, la evolución de los estados debe incluir la propagación de los paquetes de onda

$$|\nu_\alpha(x, t)\rangle = \sum_k U_{\alpha k} \psi_k(x, t) |\nu_k(t)\rangle \quad \psi_k(x, t) = \int \frac{dp}{\sqrt{2\pi}} \psi_k(p) e^{i(px - E_k(p)t)}$$

pues las diferencias entre las masas de los neutrinos haran que los paquetes de onda tengan distintas velocidades de grupo. Lo que provocará que con el tiempo los paquetes de onda se aparten cada vez más, resultando en un efecto de amortiguamiento en las oscilaciones (la oscilación se detiene) llamado «Decoherencia». Afortunadamente, [14] muestra que la probabilidad asociada a las oscilaciones puede estudiarse de forma separada a la dinámica del neutrino. Además, los efectos de decoherencia solo son relevantes a escalas astronómicas gracias a al comportamiento ultra-relativista de los neutrinos, que hace que todas sus velocidades sean muy cercanas a la velocidad de la luz. Por ende, podemos tranquilamente evitar entrar en más complicaciones y seguir trabajando con la formalución de onda monocromatica.

Continuando donde lo dejamos, recordemos que la matriz de mezcla es unitaria, por lo que podemos usar la relación de unitariedad para expresar los estados propios de masa en términos de los de sabor

$$|\nu_k\rangle = \sum_\beta U_{\beta k} |\nu_\beta\rangle \quad (1.13)$$

Al reemplazar esto en (1.12) podemos obtener la evolución temporal de $|\nu_\alpha(t)\rangle$ en términos de los auto-estados de sabor.

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_k \sum_\beta U_{\alpha k}^* U_{\beta k} e^{-iE_k t} |\nu_\beta\rangle \quad (1.14)$$

Podemos notar que, debido a la diferencia en las masas de los neutrinos, las fases de (1.14) varían con distintos periodos. Esto implica que el sabor inicial del neutrino (α), puede ser distinto al medido una vez transcurrido un tiempo $t > 0$.

La amplitud y probabilidad de oscilación vienen dadas respectivamente por

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\alpha \rightarrow \beta}(t) &\equiv \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* U_{\beta k} e^{-iE_k t} \\ \mathcal{P}_{\alpha \rightarrow \beta}(t) &\equiv |\mathcal{A}_{\alpha \rightarrow \beta}(t)|^2 = \sum_j \sum_k U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k} e^{-i(E_k - E_j)t} \end{aligned}$$

Debido a lo pequeñas que son las masas de los neutrinos, podemos aproximarlos como ultra-relativistas en prácticamente cualquier situación. Entonces, tomando solo términos de menor orden en m_k

$$E_k \approx p + \frac{m_k^2}{2p} \approx E + \frac{m_k^2}{2E} \quad (1.15)$$

donde E es la energía del neutrino ($E \approx p$) despreciando la masa. Por las mismas razones, podemos decir que la velocidad de los neutrinos es prácticamente c . De esta forma, $L = t$

donde L es la distancia recorrida por el neutrino desde el momento de su creación.

Aplicando ambas aproximaciones en la probabilidad de oscilación, se obtiene que

$$\mathcal{P}_{\alpha \rightarrow \beta} \equiv |\mathcal{A}_{\alpha \rightarrow \beta}|^2 = \sum_j \sum_k U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k} \exp\left(-i \frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right) \quad (1.16)$$

Por lo tanto, las únicas cantidades que determinan las probabilidades y que dependen del experimento, son la energía del neutrino E y la distancia recorrida L . Las diferencias entre las masas y los elementos de la matriz de mezcla, son constantes universales.

Como veremos con el caso de anti-neutrinos, es conveniente reescribir la probabilidad (1.16) separando los términos donde $j = k$.

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\alpha \rightarrow \beta} &= \sum_k |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 + \sum_j \sum_{k>j} 2 \operatorname{Re} \left\{ U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k} \exp\left(-i \frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right) \right\} \\ &= \sum_k |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 + \sum_j \sum_{k>j} 2 \operatorname{Re} \{ U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k} \} \cos\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right) \\ &\quad + \sum_j \sum_{k>j} 2 \operatorname{Im} \{ U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k} \} \sin\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right) \end{aligned} \quad (1.17)$$

Para reducir aun más el primer término, tomemos el valor absoluto al cuadrado de (1.8).

$$\delta_{\alpha\beta} = \left| \sum_k U_{\alpha k} U_{\beta k}^* \right|^2 = \sum_k |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 + 2 \sum_j \sum_k \operatorname{Re} \{ U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k} \} \quad (1.18)$$

Luego, reemplazando en (1.17) obtenemos la forma estándar de la probabilidad de oscilación.

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\alpha \rightarrow \beta} &= \delta_{\alpha\beta} - \sum_j \sum_{k>j} 2 \operatorname{Re} \{ U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k} \} \left[1 - \cos\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right) \right] \\ &\quad + \sum_j \sum_{k>j} 2 \operatorname{Im} \{ U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k} \} \sin\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right) \end{aligned} \quad (1.19)$$

o equivalentemente

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\alpha \rightarrow \beta} &= \delta_{\alpha\beta} - \sum_j \sum_{k>j} 4 \operatorname{Re} \{ U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k} \} \sin^2\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{4E}\right) \\ &\quad + \sum_j \sum_{k>j} 2 \operatorname{Im} \{ U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k} \} \sin\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right) \end{aligned} \quad (1.20)$$

1.1.2. Caso de antineutrinos

Notemos que el conjugado hermitiano de la corriente cargada leptónica (1.6) $J_\rho^{CC\dagger}$ contiene operadores de creación de leptones y destrucción de antileptones en la expansión de $\bar{\ell}_L$ y, en el caso de Dirac, tenemos operadores de creación de antineutrinos debido a la presencia de ν_L . Por lo tanto, de manera similar al caso de los neutrinos, los antineutrinos son creados en procesos mediados por la corriente cargada a partir de un antileptón $|\ell_\alpha^+\rangle$ o en conjunto con un leptón $|\ell_\alpha^-\rangle$.

Análogo a como fue discutido en la introducción de este capítulo, si existe una incerteza suficientemente grande en el momento y la energía de las partículas que participan en el proceso de creación o detección de un antineutrino, seremos incapaces de determinar cuál anti-neutrino auto-estado de masa fue creado. En este caso, el conjugado hermitiano de la corriente cargada crea anti-neutrinos auto-estados de sabor $|\bar{\nu}_\alpha\rangle$. Estos son combinaciones lineales de los auto-estados de masa $|\bar{\nu}_k\rangle$, cada uno ponderado por $U_{\alpha k}$ debido a la presencia de \mathbf{U} en $J_\rho^{CC\dagger}$.

$$|\bar{\nu}_\alpha\rangle = \sum_k U_{\alpha k} |\bar{\nu}_k\rangle \quad (1.21)$$

Al comparar (1.9) con la definición anterior, nos damos cuenta de que la única diferencia se resume en que los coeficientes de los neutrinos de sabor definido son el complejo conjugado de los coeficientes de los anti-neutrinos de sabor definido. Por lo tanto, si queremos obtener la probabilidad de que un anti-neutrino de sabor α oscile a un sabor β , simplemente debemos reemplazar los componentes de la matriz de mezcla por su conjugado hermitiano en la expresión para la probabilidad de oscilación de los neutrinos (1.20). Evidentemente esto solo cambiará el signo de la parte imaginaria de los productos entre componentes de la matriz de mezcla, resultando en que la expresión para la oscilación de anti-neutrinos será

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\alpha\rightarrow\beta} = & \delta_{\alpha\beta} - \sum_j \sum_{k>j} 4 \operatorname{Re}\{U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k}\} \sin^2\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{4E}\right) \\ & - \sum_j \sum_{k>j} 2 \operatorname{Im}\{U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k}\} \sin\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right) \end{aligned} \quad (1.22)$$

1.2. Violación de CP en el vacío

Una transformación de CP intercambia neutrinos con helicidad positiva y anti-neutrinos con helicidad negativa. Los efectos de una hipotética violación de CP pueden medirse en experimentos de oscilación de neutrinos al comparar las probabilidades de oscilación de neutrinos con las probabilidades de anti-neutrinos mediante la «amplitud de violación»

$$\Delta\mathcal{P}_{\alpha\rightarrow\beta} = \mathcal{P}_{\nu_\alpha\rightarrow\nu_\beta} - \mathcal{P}_{\bar{\nu}_\alpha\rightarrow\bar{\nu}_\beta} = \sum_j \sum_{k>j} 4 \operatorname{Im}\{U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k}\} \sin\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right) \quad (1.23)$$

De esta expresión, podemos notar que si elegimos $\alpha = \beta$ el producto de los cuatro componentes de la matriz de mezcla se transforma en un par de valores absolutos al cuadrado, lo

cual no tiene parte imaginaria y, por tanto, hace que la amplitud de violación (1.23) se anule. Luego, la violación de simetría CP solo puede ser medida en experimentos de transición entre distintos estados de sabor definido, comúnmente llamados «experimentos de aparición». También podemos notar que solo puede haber violación de CP si la matriz de mezcla tiene parte imaginaria. En el caso de tres neutrinos, la parametrización estándar de \mathbf{U} tiene la siguiente expresión

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta_{CP}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta_{CP}} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.24)$$

Entonces, la violación de CP ocurrirá para cualquier valor de δ_{CP} que no sea 0 o π .

Por otra parte, cabe destacar que el caso de tres neutrinos tiene la característica de que los productos entre las componentes de la matriz \mathbf{U} que aparecen en (1.23), son todos iguales salvo a lo más en un signo. Esto nos permite simplificar las expresiones a través de uso del «invariante de Jarlskog», el cual puede expresarse usando la parametrización estándar de la matriz de mezcla como:

$$\text{Im}\{U_{\alpha j}U_{\beta j}^*U_{\alpha k}^*U_{\beta k}\} = \pm J = \pm c_{12}s_{12}c_{23}s_{23}c_{13}^2s_{13} \sin \delta_{CP} \quad (1.25)$$

Como ejemplo relevante para este trabajo, tenemos la amplitud de violación para la oscilación de sabor muónico a electrónico

$$\Delta\mathcal{P}_{\mu\rightarrow e} = 4J \left[\sin \frac{\Delta m_{31}^2 L}{2E} - \sin \frac{\Delta m_{32}^2 L}{2E} - \sin \frac{\Delta m_{21}^2 L}{2E} \right] \quad (1.26)$$

Capítulo 2

Oscilación de neutrinos en la materia

Al propagarse por la materia, los neutrinos están sujetos a un potencial efectivo como resultado del coherent forward elastic scattering con las partículas del medio (electrones, protones y neutrones). Lo relevante de este efecto es ver como afecta al neutrino electrónico ν_e , ya que este es capaz de interactuar con los electrones del medio mediante la corriente cargada (CC) y la corriente neutra (NC), a diferencia de los demás sabores de neutrino que solo pueden interactuar con los electrones mediante corriente neutra. Producto de esta diferencia, los neutrinos electrónicos sentirán un potencial efectivo distinto al de los demás autoestados de sabor.

En 1978 Wolfenstein [23] demostró que los potenciales inducidos por la materia alteran la oscilación de neutrinos. Esto ocurre precisamente debido a la diferencia entre los potenciales que siente cada sabor, lo cual se traduce una fase adicional para el neutrino electrónico, que puede interpretarse como un índice de refracción. Las expresiones correspondientes a los potenciales producidos por cada tipo de partícula pueden obtenerse desde varios puntos de vista, que pueden ser distintos, pero finalmente equivalentes.

Hoy en día los experimentos que pretenden estudiar la oscilación de neutrinos utilizando aceleradores de partículas (T2K, NO ν A, y próximamente especialmente ESS ν SB) son hechos en la tierra, no en el espacio. Por esta razón, nos interesa estudiar el efecto de la materia en las oscilaciones de tres neutrinos, pues en algunos casos puede producir errores sistemáticos en experimentos de detección de violación de CP, y provocar que las mediciones sean mal interpretadas. Por lo tanto, en lo que sigue veremos como calcular los potenciales efectivos y como aplicar estos a la oscilación de neutrinos.

2.1. Potenciales efectivos

El potencial efectivo producido por la CC al que se somete un neutrino electrónico cuando viaja a través de un material homogéneo e isotropico, puede calcularse tomando el hamiltoniano efectivo para CC a bajas energías.

$$\mathcal{H}_{CC}^{eff} = \int \mathcal{H}_{CC}^{eff}(x) d^3x \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_{CC}^{eff}(x) &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{\nu}_e(x)\gamma^\rho(1-\gamma^5)e(x)] [\bar{e}(x)\gamma_\rho(1-\gamma^5)\nu_e(x)] \\
&= \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{\nu}_e(x)\gamma^\rho(1-\gamma^5)\nu_e(x)] [\bar{e}(x)\gamma_\rho(1-\gamma^5)e(x)]
\end{aligned} \tag{2.2}$$

Queremos considerar sólo el coherent forward elastic scattering, de modo que los neutrinos y electrones mantengan su estado de movimiento después de la colisión. Por supuesto, si tomamos un solo neutrino, nos será imposible predecir con total certeza su estado final, debido a la carencia de información acerca de los electrones con los que interacciona. Pero, afortunadamente, los experimentos que estudian el comportamiento de los neutrinos utilizan haces compuestos por millones de estas partículas. Esto implica que los efectos, que producen los electrones del sistema sobre uno de los neutrinos, se podrán considerar como un único efecto promediado. Tal efecto puede formularse como el promedio del hamiltoniano efectivo sobre el conjunto de todos los estados electrónicos (Las herramientas matemáticas que vamos a utilizar son definidas en el apéndice A).

2.1.1. Efectos promediados de la materia

El efecto promediado de los electrones se obtendrá integrando todos los valores esperados del hamiltoniano efectivo ponderados por el número de ocupación, correspondiente a cada estado de momento, y promediando sobre la helicidad de las partículas.

$$\begin{aligned}
\overline{\mathcal{H}_{CC}^{eff}}(x) &= \frac{V}{(2\pi)^3} \int f(E_e, T) \frac{1}{2} \sum_{h_e=\pm 1} \frac{\langle e^-(p_e, h_e) | \mathcal{H}_{CC}^{eff}(x) | e^-(p_e, h_e) \rangle}{\langle e^-(p_e, h_e) | e^-(p_e, h_e) \rangle} d^3 p_e \\
&= \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{\nu}_e(x)\gamma^\rho(1-\gamma^5)\nu_e(x)] \\
&\times \frac{V}{(2\pi)^3} \int f(E_e, T) \frac{1}{2} \sum_{h_e=\pm 1} \frac{\langle e^-(p_e, h_e) | \bar{e}(x)\gamma_\rho(1-\gamma^5)e(x) | e^-(p_e, h_e) \rangle}{\langle e^-(p_e, h_e) | e^-(p_e, h_e) \rangle} d^3 p_e
\end{aligned} \tag{2.3}$$

El elemento de matriz que aparece al interior de la integral de (2.3), puede calcularse al expandir el campo del electrón en ondas planas. De todos los términos que aparecerán, el único que contribuirá será el que contenga $a_e^{(h_e)\dagger}(p_e)a_e^{(h_e)}(p_e)$. Por lo tanto, tendremos que

$$\begin{aligned}
\frac{1}{4E_e V} \sum_{h_e=\pm 1} \langle e^-(p_e, h_e) | \bar{e}(x)\gamma_\rho(1-\gamma^5)e(x) | e^-(p_e, h_e) \rangle \\
&= \frac{1}{4E_e V} \sum_{h_e=\pm 1} \overline{u_e^{(h_e)}(p_e)} \gamma_\rho (1-\gamma^5) u_e^{(h_e)}(p_e) \\
&= \frac{1}{4E_e V} \text{Tr} \left[\left(\sum_{h_e=\pm 1} u_e^{(h_e)}(p_e) \overline{u_e^{(h_e)}(p_e)} \right) \gamma_\rho (1-\gamma^5) \right] \\
&= \frac{1}{4E_e V} \text{Tr} [(\not{p}_e + m_e)\gamma_\rho(1-\gamma^5)] = \frac{p_{e,\rho}}{E_e V}
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Aplicando el resultado anterior a la ecuación (2.3), obtenemos que

$$\overline{\mathcal{H}_{CC}^{eff}}(x) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \int f(E_e, T) \left[\overline{\nu_e}(x) \frac{\not{p}_e}{E_e} (1 - \gamma^5) \nu_e(x) \right] \frac{d^3 p_e}{(2\pi)^3} \quad (2.5)$$

La isotropía del medio nos permite simplificar notablemente este resultado. Al integrar en todas las direcciones el término proporcional a la parte espacial de \not{p}_e se anula, quedando solo la parte temporal $E_e \gamma^0$. Entonces, es posible escribir la densidad hamiltoniana promedio como

$$\begin{aligned} \overline{\mathcal{H}_{CC}^{eff}}(x) &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\overline{\nu_e}(x) \gamma^0 (1 - \gamma^5) \nu_e(x)] \int f(E_e, T) \frac{d^3 p_e}{(2\pi)^3} \\ &= \frac{G_F n_e}{\sqrt{2}} [\overline{\nu_e}(x) \gamma^0 (1 - \gamma^5) \nu_e(x)] \end{aligned} \quad (2.6)$$

Con el último paso hemos obtenido un hamiltoniano cuya dependencia en los electrones del medio a sido promediada ha un solo parámetro ($\sqrt{2} G_F n_e$). Esto nos permitirá entender el efecto de las interacciones mediadas por la CC como una energía potencial asociada únicamente a los neutrinos o anti-neutrinos de sabor electrónico, que se propagan por el gas de electrones.

Para un neutrino, la energía potencial que sentirá vendrá dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{CC} &= \frac{\langle \nu_e(p_\nu, h_\nu) | \int \overline{\mathcal{H}_{CC}^{eff}}(x) d^3 x | \nu_e(p_\nu, h_\nu) \rangle}{\langle \nu_e(p_\nu, h_\nu) | \nu_e(p_\nu, h_\nu) \rangle} \\ &= \frac{G_F n_e}{\sqrt{2}} \frac{1}{2E_\nu V} \langle \nu_e(p_\nu, h_\nu) | \int \overline{\nu_e}(x) \gamma^0 (1 - \gamma^5) \nu_e(x) d^3 x | \nu_e(p_\nu, h_\nu) \rangle \end{aligned} \quad (2.7)$$

Si el neutrino es de Dirac, elegiremos espinores en la representación quirral, tal que

$$u_\nu^{(h_\nu)}(p_\nu) = \begin{pmatrix} \sqrt{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_\nu} \xi_{(h_\nu)} \\ \sqrt{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_\nu} \xi_{(h_\nu)} \end{pmatrix} \quad v_\nu^{(h_\nu)}(p_\nu) = \begin{pmatrix} \sqrt{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_\nu} \xi_{(-h_\nu)} \\ -\sqrt{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_\nu} \xi_{(-h_\nu)} \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Luego, al igual que en (2.4), expandir en ondas planas los operadores de campo $\nu(x)$ y $\overline{\nu_e}(x)$ nos entregará un único término distinto de cero para el elemento de matriz que debemos calcular. Este último deberá contener el operador número de neutrinos electrónicos con momento p_ν y helicidad h_ν . Por lo tanto, tendremos lo siguiente

$$\langle \nu_e(p_\nu, h_\nu) | \overline{\nu_e}(x) \gamma^0 (1 - \gamma^5) \nu_e(x) | \nu_e(p_\nu, h_\nu) \rangle \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} &= \overline{u_\nu^{(h_\nu)}}(p_\nu) \gamma^0 (1 - \gamma^5) u_\nu^{(h_\nu)}(p_\nu) \\ &= 2\xi_{(h_\nu)}^\dagger \vec{\sigma} \cdot \vec{p}_\nu \xi_{(h_\nu)} \\ &= 2\xi_{(h_\nu)}^\dagger (E_\nu - \vec{\sigma} \cdot \vec{p}_\nu) \xi_{(h_\nu)} \\ &= 2(E_\nu - h_\nu |\vec{p}_\nu|) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Como ya mencionamos anteriormente, en la gran mayoría de las situaciones (y especialmente en la que nos concierne) los neutrinos tienen un comportamiento ultra-relativista. En este límite, podemos aproximar el último resultado al orden más bajo en una masa ficticia m_ν (sin mezcla)

$$E_\nu - h_\nu |\vec{p}_\nu| \approx \begin{cases} 2E_\nu & \text{si } h = -1 \\ \frac{m_\nu^2}{2E_\nu}, & \text{si } h = 1 \end{cases} \quad (2.11)$$

Reemplazando (2.9) y (2.11) en (2.7), obtendremos las expresiones finales para la energía potencial que recibe un neutrino electrónico al propagarse por la materia dependiendo de su helicidad

$$\mathcal{V}_{CC}^{(-)} = \sqrt{2}G_F n_e \quad \mathcal{V}_{CC}^{(+)} = \sqrt{2}G_F n_e \frac{m_\nu^2}{4E_\nu^2} \quad (2.12)$$

Cabe decir que el uso de una masa ficticia m_ν es solo mostrar que el potencial asociado a los neutrinos derechos está fuertemente suprimido en comparación al de los neutrinos izquierdos, siempre que el límite ultra-relativista sea válido.

En el caso de que la partícula que se propaga por el medio sea un anti-neutrino electrónico. La energía potencial que recibirá, estará dada por una expresión similar a (2.7). La diferencia estará en el elemento de matriz a calcular, puesto que al cambiar los estados de neutrinos por estados de anti-neutrinos, el único término no nulo que quedará será el que contenga el operador $b_\nu^{(h_\nu)}(p_\nu)b_\nu^{(h_\nu)\dagger}(p_\nu)$. Sin embargo, este operador no sigue el ordenamiento normal, lo cual hará que este entregue un valor divergente adicional incluso en el vacío de anti-neutrinos. Para eliminar esta última contribución y hacer que los operadores se comporten de buena manera, usaremos la propiedad de anti-conmutación de los operadores $b_\nu^{(h_\nu)}(p_\nu)$ y $b_\nu^{(h_\nu)\dagger}(p_\nu)$.

$$\{b_\nu^{(h_\nu)\dagger}(p_\nu), b_\nu^{(h_\nu)}(p_\nu)\} = 2E_\nu V \quad (2.13)$$

Entonces, ignorando el valor entregado por el conmutador, haremos el cambio

$$b_\nu^{(h_\nu)}(p_\nu)b_\nu^{(h_\nu)\dagger}(p_\nu) \quad \Rightarrow \quad -b_\nu^{(h_\nu)\dagger}(p_\nu)b_\nu^{(h_\nu)}(p_\nu) \quad (2.14)$$

con el cuál el elemento de matriz quedará de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \langle \bar{\nu}_e(p_\nu, h_\nu) | \bar{\nu}_e(x) \gamma^0 (1 - \gamma^5) \nu_e(x) | \bar{\nu}_e(p_\nu, h_\nu) \rangle & \quad (2.15) \\ &= -\overline{v_\nu^{(h_\nu)}}(p_\nu) \gamma^0 (1 - \gamma^5) v_\nu^{(h_\nu)}(p_\nu) \\ &= -2\xi_{(-h_\nu)}^\dagger \vec{\sigma} \cdot p_\nu \xi_{(-h_\nu)} \\ &= -2\xi_{(-h_\nu)}^\dagger (E_\nu - \vec{\sigma} \cdot \vec{p}_\nu) \xi_{(-h_\nu)} \\ &= -2(E_\nu + h_\nu |\vec{p}_\nu|) \end{aligned}$$

Podemos aplicar nuevamente la aproximación ultra-relativista y obtener que

$$E_\nu + h_\nu |\vec{p}_\nu| \approx \begin{cases} 2E_\nu & \text{si } h = 1 \\ \frac{m_\nu^2}{2E_\nu}, & \text{si } h = -1 \end{cases} \quad (2.16)$$

Con este cálculo hecho, las energías potenciales en el caso de la propagación de un anti-neutrino en la materia serán

$$\bar{\mathcal{V}}_{CC}^{(+)} = -\sqrt{2}G_F n_e \quad \bar{\mathcal{V}}_{CC}^{(-)} = -\sqrt{2}G_F n_e \frac{m_\nu^2}{4E_\nu^2} \quad (2.17)$$

Por último, para el valor de la densidad de electrones en la tierra, consideraremos que el oxígeno es por mucho el elemento más común, el cual tiene una masa molar de $M_O = 16$ gr/mol y número atómico $Z_O=8$. Si la densidad de la corteza terrestre es de aproximadamente $\rho = 3$ gr/cm³, la densidad de electrones será

$$n_e = \frac{\rho}{M_O} Z_O N_A \approx 9 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{cm}^3} \quad (2.18)$$

Siguiendo un procedimiento semejante, varios artículos [17][5] calculan los potenciales efectivos asociados a la NC, para cualquier sabor de neutrino o anti-neutrino. En general, todos coinciden en que el potencial producido por esta corriente es independiente del sabor. Por lo tanto, al incluir estos potenciales en la ecuación de Schrodinger, se tendrá una fase global que puede ser ignorada. De esta manera, el potencial producido por la CC será el único que forme parte de nuestro interés al estudiar cómo es afectada la oscilación de neutrinos en la materia.

2.2. Evolución del estado de sabor

Habiendo deducido la expresión para el potencial efectivo producido por la corriente cargada, podemos centrarnos en calcular la evolución temporal del estado de sabor de un neutrino o anti-neutrino propagándose por la materia. Usando las mismas simplificaciones de la deducción en el vacío, podemos añadir los efectos de materia al considerar un hamiltoniano que incluya el hamiltoniano original (en el vacío) y el potencial efectivo

$$H = H_0 + V_{eff} \quad (2.19)$$

Los estados de masa definida $|\nu_k\rangle$ con momento \vec{p} siguen siendo auto-estados de H_0

$$H_0 |\nu_k\rangle = E_k |\nu_k\rangle \quad E_k = \sqrt{m_k^2 + \vec{p}^2}$$

Mientras que los estados de sabor definido $|\nu_\alpha\rangle$ serán autoestados de V_{eff}

$$V_{eff} |\nu_\alpha\rangle = \delta_{e\alpha} \mathcal{V}_{CC} |\nu_\alpha\rangle \quad \mathcal{V}_{CC} = \sqrt{2}n_e G_F \quad (2.20)$$

donde \mathcal{V}_{CC} es el potencial efectivo sentido por un neutrino electronico izquierdo ultra-relativista, dado por (2.12).

Habiendo dejado claro lo anterior, la ecuación de Schrödinger para la evolución temporal $|\nu_\alpha(t)\rangle$ de un neutrino creado en un estado de sabor $|\nu_\alpha\rangle$, tendrá la siguiente expresión

$$i \frac{d}{dt} |\nu_\alpha(t)\rangle = (H_0 + V_{eff}) |\nu_\alpha(t)\rangle \quad |\nu_\alpha(0)\rangle = |\nu_\alpha\rangle \quad (2.21)$$

Para obtener una ecuación para las amplitudes de oscilación, vamos a proyectar esta ecuación con el estado de sabor medido $|\nu_\beta\rangle$

$$i \frac{d}{dt} \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle = \langle \nu_\beta | (H_0 + V_{eff}) | \nu_\alpha(t) \rangle = \langle \nu_\beta | H_0 | \nu_\alpha(t) \rangle + \delta_{e\beta} \mathcal{V}_{CC} \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle \quad (2.22)$$

Recordando las relaciones entre estados de sabor y estados de masa

$$|\nu_k\rangle = \sum_\alpha U_{\alpha k} |\nu_\alpha\rangle \quad |\nu_\alpha\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* |\nu_k\rangle \quad (2.23)$$

tendremos que

$$\begin{aligned} \langle \nu_\beta | H_0 | \nu_\alpha(t) \rangle &= \sum_k U_{\beta k} \langle \nu_k | H_0 | \nu_\alpha(t) \rangle \\ &= \sum_k U_{\beta k} E_k \langle \nu_k | \nu_\alpha(t) \rangle = \sum_\rho \sum_k U_{\beta k} E_k U_{\rho k}^* \langle \nu_\rho | \nu_\alpha(t) \rangle \end{aligned} \quad (2.24)$$

De esta manera, la ecuación (2.22) se podrá reescribir como

$$i \frac{d}{dt} \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle = \sum_\rho \left(\sum_k U_{\beta k} E_k U_{\rho k}^* + \delta_{e\beta} \delta_{\beta\rho} \mathcal{V}_{CC} \right) \langle \nu_\rho | \nu_\alpha(t) \rangle \quad (2.25)$$

Bajo la suposición de neutrino ultra-relativista, podemos considerar que

$$E_k \approx p + \frac{m_k^2}{2p} \quad p \approx E \quad t \approx x$$

donde x es la distancia desde la fuente.

Al aplicar estas suposiciones a la ecuación para las amplitudes, y utilizando la condición de unitariedad de la matriz de mezcla (1.8), obtendremos que

$$\begin{aligned} i \frac{d}{dx} \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle &= \sum_\rho \left(\sum_k U_{\beta k} \left(E + \frac{m_k^2}{2E} \right) U_{\rho k}^* + \delta_{e\beta} \delta_{\beta\rho} \mathcal{V}_{CC} \right) \langle \nu_\rho | \nu_\alpha(t) \rangle \\ &= \left(E + \frac{m_1^2}{2E} \right) \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle + \sum_\rho \left(\sum_k U_{\beta k} \frac{\Delta m_{k1}^2}{2E} U_{\rho k}^* + \delta_{e\beta} \delta_{\beta\rho} \mathcal{V}_{CC} \right) \langle \nu_\rho | \nu_\alpha(t) \rangle \end{aligned} \quad (2.26)$$

Ignorando la fase global producida por el termino $E + \frac{m_1^2}{2E}$, la expresión final de la ecuación para las amplitudes de oscilación de sabor, tiene la siguiente forma

$$i \frac{d}{dx} \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle = \sum_\rho \left(\sum_k U_{\beta k} \frac{\Delta m_{k1}^2}{2E} U_{\rho k}^* + \delta_{e\beta} \delta_{\beta\rho} \mathcal{V}_{CC} \right) \langle \nu_\rho | \nu_\alpha(t) \rangle \quad (2.27)$$

de la cual se puede notar que tanto en el vacío como en la materia, la oscilación solo depende de las diferencias de las masas cuadradas de los neutrinos, y no nos permite medir el valor de las masas por separado.

Esta ecuación, escrita en forma matricial, recuerda a una ecuación de Schrodinger con el hamiltoniano total escrito en la base de sabores

$$i \frac{d}{dx} \Phi_\alpha(x) = H_{flavor} \Phi_\alpha(x) = \left(\frac{1}{2E} U M^2 U^\dagger + V \right) \Phi_\alpha(x)$$

En el caso de tres neutrinos

$$\Phi_\alpha = \begin{pmatrix} \langle \nu_e | \nu_\alpha(t) \rangle \\ \langle \nu_\mu | \nu_\alpha(t) \rangle \\ \langle \nu_\tau | \nu_\alpha(t) \rangle \end{pmatrix} \quad M^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta m_{21}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta m_{31}^2 \end{pmatrix} \quad V = \begin{pmatrix} \mathcal{V}_{CC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

Para el caso de antineutrinos basta con reemplazar $U \rightarrow U^*$ (como se vio en el capítulo anterior) y $V \rightarrow -V$ (según (2.17)).

Resolver estas ecuaciones acopladas con una densidad de electrones que varía a lo largo del viaje del neutrino, es muy complicado, pues aparte de que es necesario utilizar métodos numéricos, conocer tal parámetro con exactitud a lo largo de cientos o miles de kilometros supone una gran dificultad. El caso contrario tampoco es un camino de rosas. Es claro que el hamiltoniano total no es diagonal en ninguna de las bases mencionadas, puesto que hemos sumado dos operadores (H_0 y V_{eff}) que no eran diagonales en la misma base. Por lo tanto, lo que generalmente se hace es construir una nueva matriz \mathcal{M} que contiene en su diagonal los valores propios de H_{flavor} y una matriz de mezcla \mathcal{U} cuyas componentes dependen de la densidad de electrones. Con estas matrices uno espera diagonalizar el hamiltoniano total, encontrar sus auto-estados, y obtener una parametrización del hamiltoniano similar al caso en el vacío.

$$H_{flavor} = \frac{1}{2E} U M^2 U^\dagger + V = \frac{1}{E} \mathcal{U} \mathcal{M} \mathcal{U}^\dagger \quad (2.29)$$

Esto nos permitiría ocupar las mismas ecuaciones pero con parámetros distintos.

Esta idea funciona para los casos de dos [26][11][14] y tres neutrinos [25]. Sin embargo, este ultimo caso contiene expresiones gigantescas que hacen imposible estudiar de forma analítica los efectos de masa. Por lo tanto, es más practico calcular la diagonalización el hamiltoniano y la evolución de los estados con métodos numéricos.

Capítulo 3

Detalles del experimento ESS ν SB

La European Spallation Source Neutrino Super Beam (ESS ν SB) es una colaboración experimental cuyo propósito es detectar violación de CP en el sector leptónico. Aplicando ciertas mejoras a la previamente existente European Spallation Source (ESS) ubicada en Lund, Suecia, ESS ν SB promete generar el flujo más intenso de neutrinos hasta la fecha. Este a su vez permitirá detectar y medir violación de CP con una sensibilidad sin precedentes [4]. Para lograr tal objetivo, se buscará determinar la diferencia entre las probabilidades de oscilación de neutrinos y anti-neutrinos, que son producidos en el estado de sabor muónico y luego medidos en el estado de sabor electrónico.

$$\Delta\mathcal{P}_{CP} = \mathcal{P}_{\nu_{\mu} \rightarrow \nu_e} - \mathcal{P}_{\bar{\nu}_{\mu} \rightarrow \bar{\nu}_e} \quad (3.1)$$

Los neutrinos y anti-neutrinos serán creados a partir del decaimiento de piones cargados, por lo que podemos encontrar varias razones por las que es una elección natural utilizar este canal de oscilación. Primero, el modo $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_{\mu}$ tiene una tasa de decaimiento 10^4 veces mayor que la del modo $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$. Segundo, la violación de CP solo puede observarse en experimentos de aparición, como ya se había dicho previamente. Y tercero, a bajas energías $E_{\nu} < 1$ GeV el neutrino tauonico tiene prohibido interactuar mediante corriente cargada con la materia, pues no supera el umbral de energía necesario para la creación de su correspondiente lepton cargado. De esta forma, los demás sabores tienen secciones eficaces mucho más grandes que favorecen su detección.

La medición del estado de sabor de las partículas se llevará a cabo con un dos grupos de detectores de radiación Cherenkov. El más cercano de estos grupos (NearD) estará ubicado como mínimo a 250 m de la fuente. Mientras tanto, la ubicación los detectores lejanos (FarD) tubo como candidatos a la mina de Garpenberg, a 540 km de la fuente, y a la mina de Zinkgruvan, a 360 km de la fuente. Finalmente la colaboración ESS ν SB a elegido la segunda opción. Justificar la elección de cualquiera de estas posibilidades requiere un análisis en torno a la cantidad de interacciones que podremos observar en el detector, la magnitud de la señal de violación de CP, y de como el efecto de la materia en las oscilaciones puede afectar esta medición. Tal análisis corresponde al objetivo de este trabajo y será presentado en el siguiente capítulo. Ahora nos centraremos en destacar todas la características importantes que poseen los detectores de este experimento y que debemos de tener en cuenta en el análisis posterior.

3.1. Detectores cercanos

Consistiendo en un grupo de tres detectores, de los cuales dos están orientados al seguimiento y reconstrucción de los eventos, el NearD contará con una cámara de 0.5 kt de agua con la misma tecnología que la de los detectores lejanos para evitar errores sistemáticos, y cuya misión es producir la mayor cantidad de eventos. La ubicación de estos detectores es elegida de forma que la distancia a la fuente de (anti)neutrinos sea lo suficientemente corta como para que el efecto de la oscilación sea despreciable.

Dado que los detectores lejanos también tendrán agua como blanco, y dado lo limitada que es la información sobre la sección eficaz de los (anti)neutrinos con los núcleos de la molécula de agua, para escalas de energías $E_\nu < 1$ GeV [Ver 24, Tablas 52.1 y 52.2], el NearD tendrá dos propósitos que serán necesarios para reducir los errores sistemáticos en la cantidad de interacciones que ocurran en el detector lejano. El primero será la caracterización del flujo de neutrinos, es decir, medir el flujo absoluto, su composición, y su espectro de energías. El segundo será medir la ya mencionada sección eficaz de los neutrinos y antineutrinos con el agua.

La figura 3.1 muestra los resultados de una simulación del flujo producido por las instalaciones del ESSnuSB, a 360 km de la fuente y sin considerar oscilación [16]. La información sobre el espectro y la composición del flujo, es presentada en forma de histogramas con intervalos de 20 MeV de ancho. La polaridad mencionada en los gráficos hace referencia al uso de campos magnéticos para separar piones positivos de piones negativos, y de esta manera producir un flujo que sea predominantemente de neutrinos o de antineutrinos.

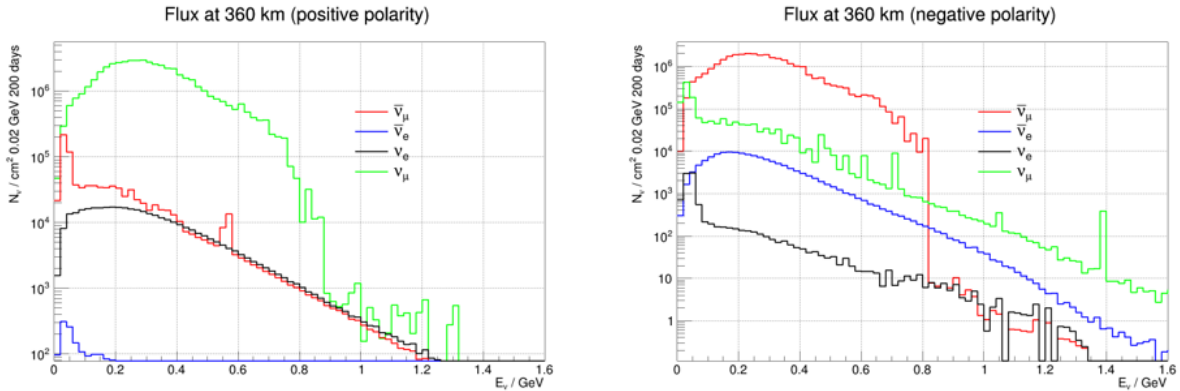


Figura 3.1: Espectro y composición de la densidad flujo no oscilado del ESSνSB a 360 km de distancia, para 200 días (un año efectivo) de funcionamiento.

3.2. Detectores lejanos

Consistiendo en dos cavernas a 1 km de la superficie, con un total de 538 kt de agua como blanco. El propósito principal del FarD será medir la aparición de (anti)neutrinos electrónicos en el canal $(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e)$ $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ de oscilación. Específicamente, se observará la radiación de Cherenkov emitida por los leptones cargados (principalmente electrones, muones, y sus

anti-partículas) provenientes de algún scattering mediado por la corriente cargada (CC). La determinación de la energía y sabor del neutrino incidente requiere la reconstrucción del momento, ángulo de scattering, y sabor del leptón cargado que fue producido; estas últimas tres cantidades son directamente medidas por los detectores lejanos [3].

Para el rango de energías más común (150-400 MeV) del flujo informado en la figura 3.1, la mayoría de las interacciones corresponderán al scattering quasi elástico (QES) de los neutrinos con el núcleo de los átomos del agua. Dado que el experimento será capaz de distinguir (positrones)electrones de (anti)muones, las interacciones que más nos interesarán observar serán aquellas que mediante un QES produzcan un electrón o un positrón, pues corresponderán a la colisión de un neutrino electrónico o un antineutrino electrónico, respectivamente. Para neutrinos más energéticos el problema se vuelve mucho más complejo, puesto que el resonant elastic scattering y el deep inelastic scattering ganan mucha más presencia.

Debido la carencia de información experimental, y a la gran dificultad del calculo analítico (por culpa de la interacción fuerte), la sección eficaz que se reporta en el diseño del ESS ν SB corresponde a una simulación computacional [3]. La figura 3.2 presenta los valores de la simulación para neutrinos y antineutrinos, dependiendo de su sabor, y en función de la energía.

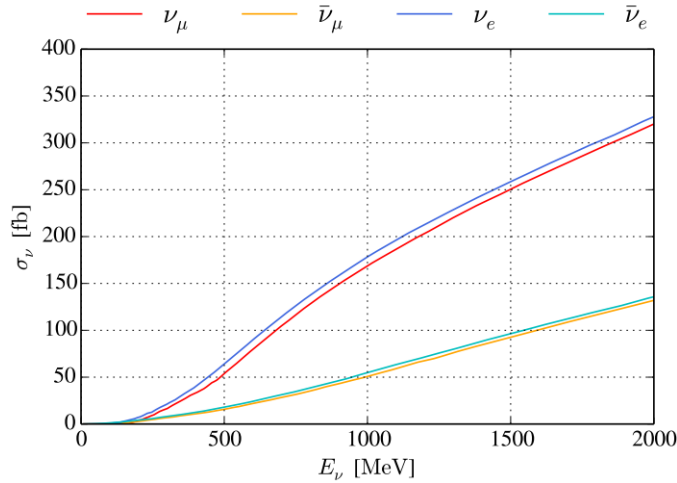


Figura 3.2: Sección eficaz total neutrino-núcleo(H_2O) en función de la energía del neutrino incidente para eventos mediados por CC.

Capítulo 4

Optimizando ESS ν SB para la detección de violación de CP

Como se ha dicho anteriormente, el principal objetivo del experimento ESS ν SB es la detección de violación de simetría CP y la posterior medición de δ_{CP} . Para maximizar la sensibilidad del experimento, la distancia óptima L (entre la fuente productora de neutrinos muónicos y el detector lejano) es un parámetro importante a determinar, y será el principal objetivo de este capítulo y trabajo. Sin embargo, primero es necesario tomar en cuenta todos los demás parámetros que influyen en las probabilidades de transición de sabor y la medición de tales probabilidades (y que no podemos modificar o cuyo cambio supone un problema mucho mayor).

Dentro del paradigma de la oscilación de tres sabores de neutrino, el descubrimiento de la oscilación ha provocado que se lleve a cabo un gran esfuerzo [8] para determinar los seis parámetros de la matriz de mezcla (PMNS). De esta forma es que hasta ahora se han medido con bastante certeza los valores de θ_{12} , θ_{13} , Δm_{21}^2 , y $|\Delta m_{32}^2|$. Sin embargo, aún existe incertidumbre en la determinación del octante del ángulo θ_{23} (que puede ser $\theta_{23} \leq \pi/4$ o $\theta_{23} \geq \pi/4$) y el signo de Δm_{32}^2 (que puede respetar el orden normal $\Delta m_{32}^2 > 0$ o el orden inverso $\Delta m_{32}^2 < 0$). Además, recién los experimentos están empezando a ser suficientemente sensibles como para medir la fase de CP δ_{CP} y acabar con la tensión entre los resultados de distintos experimentos previos (NO ν A y T2K), por lo que existe una necesidad de experimentos que brinden respuesta clara a esta falta de información.

A pesar de todo lo anterior, los nuevos análisis globales [22][10][ver 24, p.303] más los nuevos datos de neutrinos atmosféricos provenientes del experimento SK, muestran ciertas preferencias, aunque con incertezas suficientemente grandes como para no poder descartar otras opciones. En general, los análisis tienden a tener el orden normal de las masas como mejor ajuste. De forma similar, coinciden en el segundo octante $\theta_{23} > \pi/4$ como mejor ajuste para el último ángulo de mezcla, mientras que para la fase δ_{CP} los valores asociados a menores incertezas suelen estar entre π y $3\pi/2$ para la mayoría de los análisis. Por estas razones, en este trabajo tomaremos los valores de mejor ajuste de uno de los artículos más

nuevos a la fecha [10].

$$\begin{aligned} \theta_{12} &= 33,44^\circ & \theta_{13} &= 8,57^\circ & \theta_{23} &= 49,2^\circ \\ \Delta m_{21}^2 &= 7,42 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2 & \Delta m_{32}^2 &= 2,517 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2 \end{aligned} \quad (4.1)$$

Para δ_{CP} tomaremos los valores mencionados anteriormente de π y $1,5\pi$, que corresponden a los casos de violación máxima de CP y conservación de CP (que son más cercanos a los mejores ajustes), respectivamente. Estos casos son de especial importancia, pues al ser los casos extremos, no hay otros dos casos que sean más fáciles de diferenciar.

Para discernir respecto a cuál de las posibles ubicaciones del FarD es la óptima, estudiaremos la sensibilidad a la fase δ_{CP} , comparando los casos de violación máxima y conservación de CP en la materia. Mientras más grande sea la diferencia, más fácil será detectar violación de CP. Luego nos enfocaremos en analizar el proceso de medición, estimando el error aleatorio que podrían presentar las mediciones, y buscando cual es la distancia que mejor nos permite distinguir los dos valores de δ_{CP} a pesar del error.

Si bien el trabajo principal de esta tesina es analizar y comparar el desempeño del FarD en las posibles ubicaciones de Zinkgruvan y Garpenberg, en los siguientes cálculos tomaremos en cuenta una distancia adicional (ficticia) de 200 Km, para comparar ESS ν SB con otros experimentos similares de oscilación de neutrinos.

4.1. Predicciones para la detección de CP

4.1.1. Máximos de oscilación

ESS ν SB es un experimento de aparición de neutrinos, es decir, está interesado en observar transiciones de un sabor de neutrino a otro. Por esto mismo, es natural que se busquen las condiciones donde las probabilidades de oscilación sean cercanas a un máximo, pues independientemente de lo que busquemos medir, si en tal punto no podemos observar eventos de aparición, entonces no habrán datos que analizar.

Como el detector estará fijo (a cientos de kilómetros de la fuente) las fases de oscilación dependerán puramente de las energías del haz. Esto debido a que las incertezas en la distancia recorrida por cada neutrino, principalmente producidas por el largo de decaimiento del pión, serán despreciables en comparación a la distancia total y no tendrán un efecto significativo en la oscilación. En el caso de ESS ν SB, las energías con las que los piones serán creados (por protones con 2.5 GeV [Ver 3, p.95]) serán a lo máximo del orden de los GeV ($\gamma \approx 10$), lo cual implica que el largo de decaimiento ($\gamma\tau_\pi v_\pi \approx \gamma\tau_\pi c \approx 10^3$ m) es despreciable comparado con las distancias consideradas.

$$\phi_{kj} = -\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E} \quad (4.2)$$

Por otra parte, dado que las fases de oscilación son inversamente proporcionales a la energía del neutrino, los primeros máximos serán aquellos que estén relacionados a las mayores energías. Dependiendo del valor de δ_{CP} y de los efectos de la materia, los máximos de

oscilación de neutrinos y antineutrinos pueden no encontrarse en exactamente en las mismas energías. Aun así, es útil dividir el espectro de energía en rangos donde se encuentran cada uno de ellos, puesto que, para ver la oscilación a una distancia fija, debemos dotar al haz de un espectro de energías suficientemente grande como para distinguir la forma que tenga la probabilidad en cada caso. De esta manera, los experimentos pueden ser sensibles a distintos máximos, o incluso a más de uno.

4.1.2. Sensibilidad a la violación de CP

La simetría CP se refiere a la cualidad que tienen las partículas y las antipartículas de comportarse de la misma manera en diferentes situaciones. En contraparte, la violación de CP se refiere a la existencia de una asimetría intrínseca entre ellas, es decir, el comportamiento de las partículas es esencialmente distinto al de las antipartículas independientemente de las circunstancias. Sin embargo, ya sea con o sin intención, si tratamos de manera diferente las partículas y las antipartículas, estaremos generando una asimetría extrínseca (o artificial) que no debe confundirse con el caso anterior.

Como mencionamos en el capítulo 2, el efecto causado por la materia sobre la oscilación de neutrinos(antineutrinos) produce una asimetría precisamente extrínseca. Las figuras 4.1, 4.2, y 4.3, muestran este efecto para el canal de interés $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ ($\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$). De ellas, podemos ver explícitamente que incluso en el caso en el cual la simetría CP exista en el vacío,

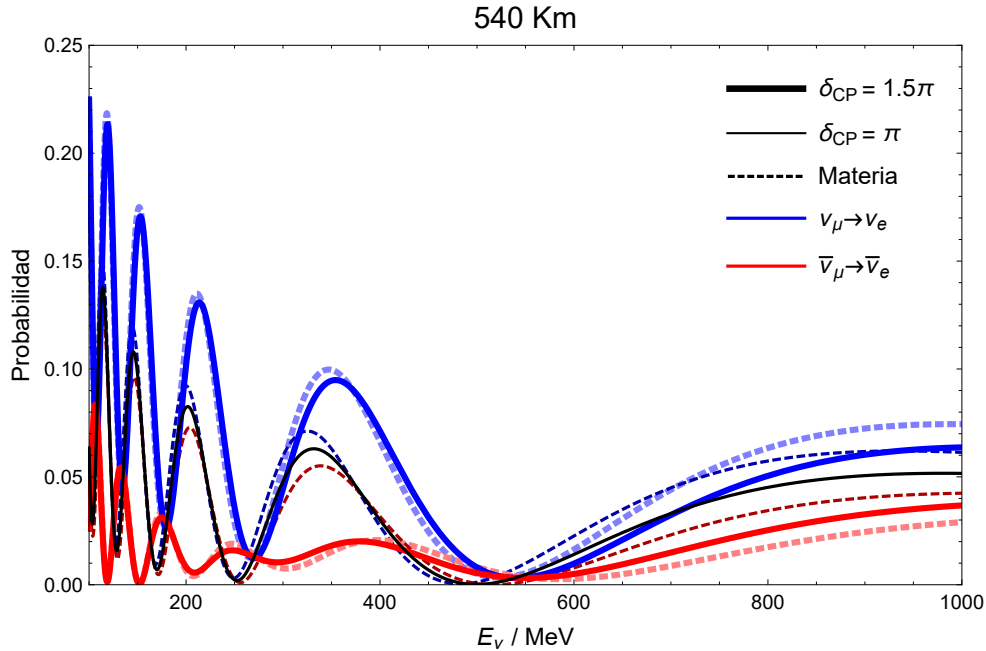


Figura 4.1: Probabilidades de oscilación en el canal $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ ($\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$) a 540Km de la fuente productora. Las curvas delgadas indican conservación de CP, mientras que las gruesas se refieren al caso de máxima violación. Las curvas azules(rojas) se refieren a neutrinos(antineutrinos), la negra se refiere a $\delta_{CP} = \pi$ en el vacío. Los efectos de la materia se muestran en las curvas discontinuas.

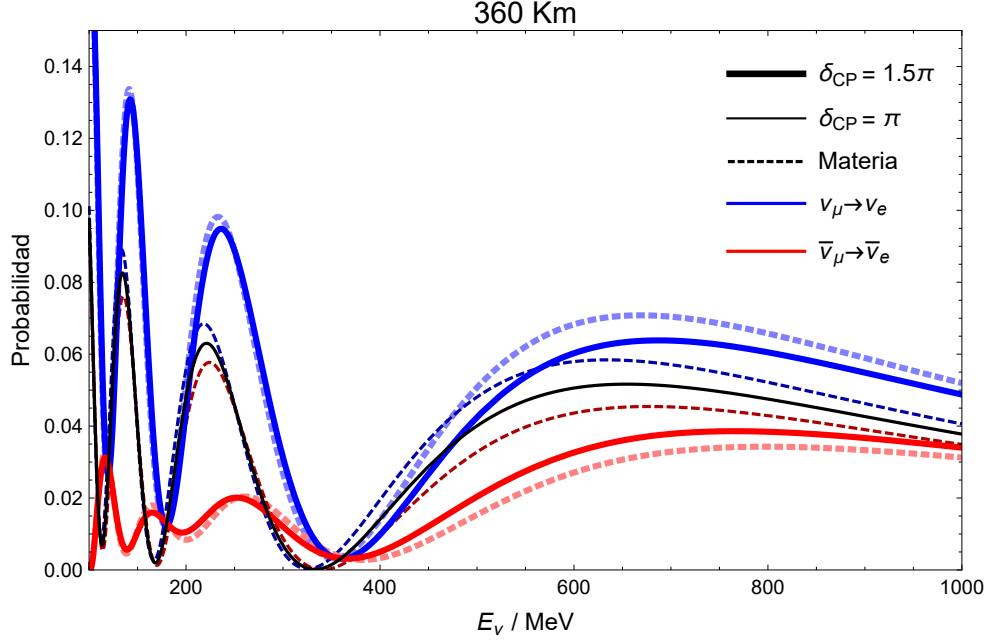


Figura 4.2: Probabilidades de oscilación en el canal $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ ($\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$) a 360Km de la fuente productora. Las curvas delgadas indican conservación de CP, mientras que las gruesas se refieren al caso de máxima violación. Las curvas azules(rojas) se refieren a neutrinos(antineutrinos), la negra se refiere a $\delta_{CP} = \pi$ en el vacío. Los efectos de la materia se muestran en las curvas discontinuas.

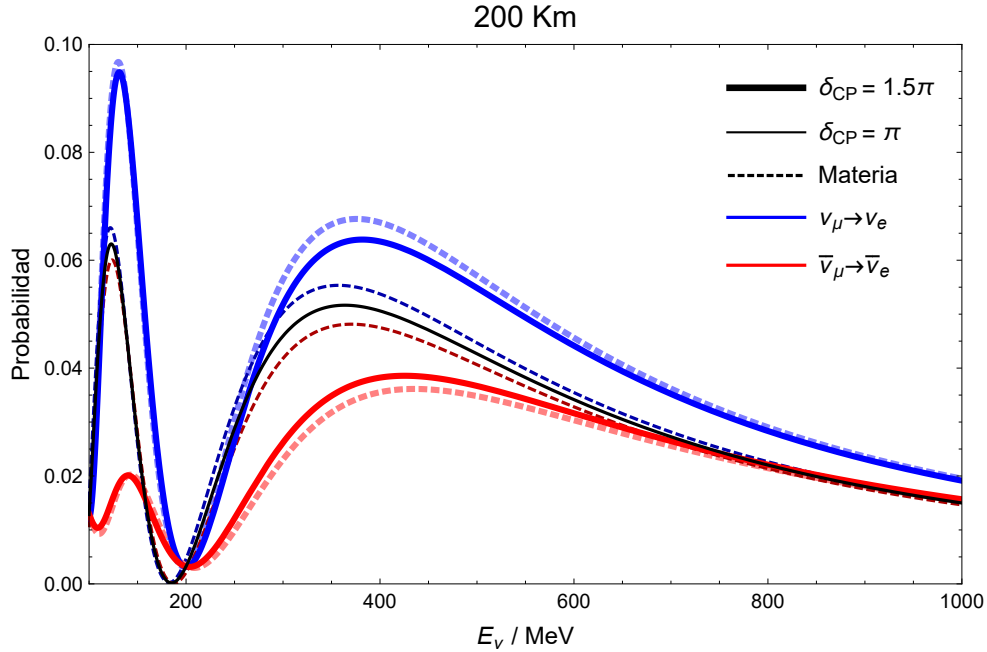


Figura 4.3: Probabilidades de oscilación en el canal $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ ($\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$) a 200Km de la fuente productora. Las curvas delgadas indican conservación de CP, mientras que las gruesas se refieren al caso de máxima violación. Las curvas azules(rojas) se refieren a neutrinos(antineutrinos), la negra se refiere a $\delta_{CP} = \pi$ en el vacío. Los efectos de la materia se muestran en las curvas discontinuas.

los efectos de la materia provocan la existencia de una asimetría entre las probabilidades $\Delta\mathcal{P}_{CP} = \mathcal{P}_{\nu_\mu \rightarrow \nu_e} - \mathcal{P}_{\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e}$ no nula. De esta manera, la oscilación inducida por la materia puede imitar el efecto de la violación de CP, estorbando en una eventual medición de la fase δ_{CP} .

Ahora, recordando que el haz de neutrinos del ESS ν SB viajará una gran distancia a través de la materia, estamos obligados a incluir sus efectos en nuestro trabajo. Aquello producirá que la asimetría entre las oscilaciones de neutrinos y antineutrinos, no implique violación de CP por si sola. Por lo tanto, si queremos ser capaces de concluir correctamente cuál de las posibles opciones es mejor para colocar el FarD, no nos bastará con ver donde la diferencia $\Delta\mathcal{P}_{CP}$ es más grande, sino que deberemos comparar el caso donde la asimetría sea puramente extrínseca (Sin violación de CP $\delta_{CP} = \pi$ con efectos de materia) con el caso en que tengamos la máxima asimetría intrínseca (Violación máxima de CP $\delta_{CP} = 1,5\pi$ con efectos de materia). La distancia optima será aquella que nos permita distinguir más fácilmente ambos casos.

La figura 4.4 muestra un gráfico de las diferencias de probabilidades $\Delta\mathcal{P}_{CP}$ entre neutrinos y antineutrinos, para los casos de interés. De esta imagen, podemos notar que las curvas con el mismo valor de δ_{CP} son muy similares en forma, aunque desplazadas una respecto a la otra, y no exactamente iguales. Esto es resultado de la dependencia de las fases de oscilación en la razón L/E y del relativamente pequeño valor que posee la densidad de electrones en la tierra, que hace que los efectos de materia (dependientes solo de L) modifiquen levemente la forma de las probabilidades de oscilación.

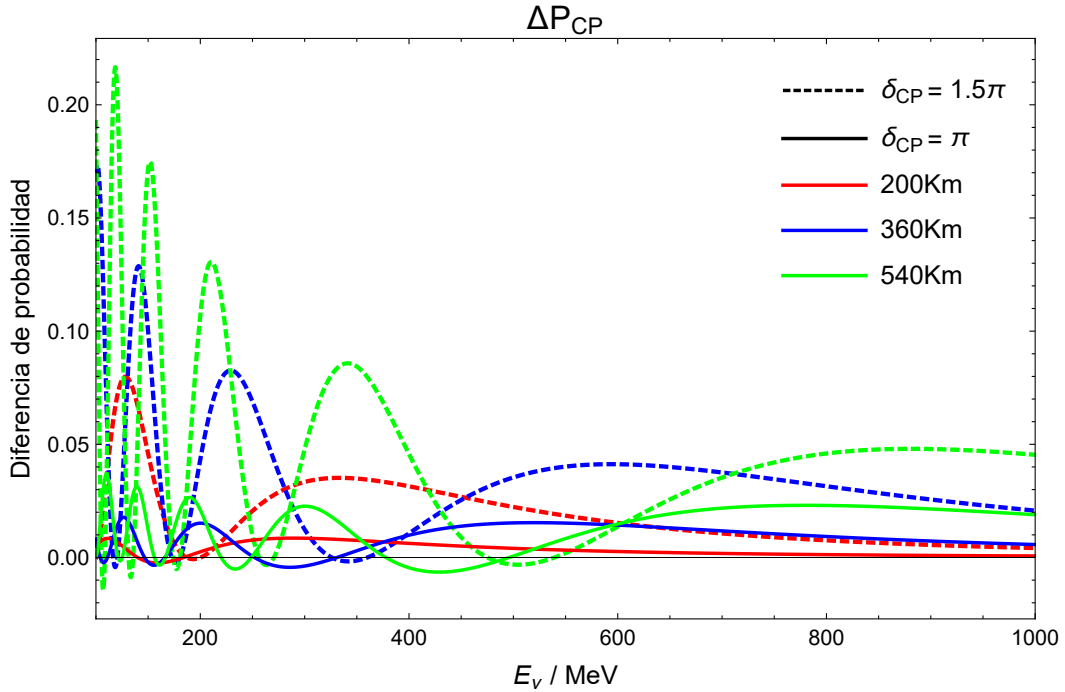


Figura 4.4: Diferencia entre las probabilidades de oscilación de los canales $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ y $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$, en la materia. Los colores distinguen entre las tres distancias consideradas. Por último, la violación de CP es considerada solo en las curvas discontinuas.

Dado que existen estas semejanzas entre las diferencias de probabilidades para distintos valores de la distancia L , en vez de pensar en la sensibilidad que nos puede entregar cada distancia, es mejor pensar en la sensibilidad que nos pueda entregar cada máximo. Puesto que elegir una distancia mayor solamente desplaza los máximos a energías mayores (siempre que no exageremos con los efectos de materia). Como ejemplo de esto, si tomamos cualquiera de las tres ubicaciones consideradas para el FarD, es interesante notar que la diferencia entre los segundos máximos de las asimetrías $\Delta\mathcal{P}_{CP}$ es aproximadamente 2.7 veces mayor que las del primer máximo. Lo cual se traduce en que, el segundo máximo es en general 2.7 veces más sensible que el primer máximo a la violación de CP. Tomando esto en consideración, la decisión de cuál de las distancias es mejor para poner el detector dependerá fuertemente de cuáles son los máximos que puede ver el detector, y eso es justamente lo que estudiaremos a continuación.

4.1.3. Número de interacciones en el FarD

Aunque mencionamos que comparar las curvas de $\Delta\mathcal{P}_{CP}$ (para los valores extremos de δ_{CP}) era la forma en que concluiríamos cual de todas las distancias es óptima, a la hora de realizar el experimento, lo realmente observado no serán las probabilidades de oscilación, sino lo será el número de interacciones de neutrinos electrónicos mediadas por CC. Estimar este número nos será de gran ayuda para estudiar la estadística que puede ofrecernos el experimento, y comprender cuales máximos son relevantes en cada caso.

El numero esperado de interacciones $N_{int}^\nu(N_{int}^{\bar{\nu}})$ corresponderá a la fracción del flujo $j_\nu(j_{\bar{\nu}})$ **3.1** (escalado a la distancia del detector) de neutrinos(antineutrinos) muónicos que oscilan a sabor electrónico en el camino entre la fuente y el detector, y que interactúan con cualquiera de los N_b blancos (moléculas de agua) del detector, produciendo un electrón(positrón) con sección eficaz $\sigma_{H_2O}^\nu(\sigma_{H_2O}^{\bar{\nu}})$ **3.2**. En función de la energía del neutrino, este número vendrá dado por

$$\frac{d^2 N_{int}^\nu}{dE dt} = N_b \cdot \sigma_{H_2O}^\nu(E) \cdot j_\nu(E) \cdot \mathcal{P}_{\nu_\mu \rightarrow \nu_e}(E) \quad (4.3)$$

donde el valor de N_b para 538 kt de agua es aproximadamente $1,8 \cdot 10^{34}$.

Ya que la dependencia del flujo simulado en la energía (informado por la colaboración ESS ν SB) está expresada en forma de un histograma con particiones de 20 MeV, promediaremos tanto la sección eficaz como la probabilidad de oscilación a lo largo de cada una de ellas. Luego, la ecuación anterior puede escribirse como una ecuación para el numero esperado de interacciones por año, por partición del rango de energías.

$$\frac{N_{int}^\nu}{20\text{MeV} \cdot \text{año}} = N_b \cdot \sigma_\nu(E) \cdot j_\nu(E) \cdot \mathcal{P}_{\nu_\mu \rightarrow \nu_e}(E) \quad (4.4)$$

Las figuras **4.5**, **4.6**, y **4.7**, muestran el número de interacciones para cada partición del espectro de energías para las tres distancias consideradas. De ellas podemos notar cuales máximos son relevantes para el detector lejano, dependiendo de la distancia a la cual lo situemos de la fuente de neutrinos. Para 540 Km el segundo máximo (300-450 MeV) es el

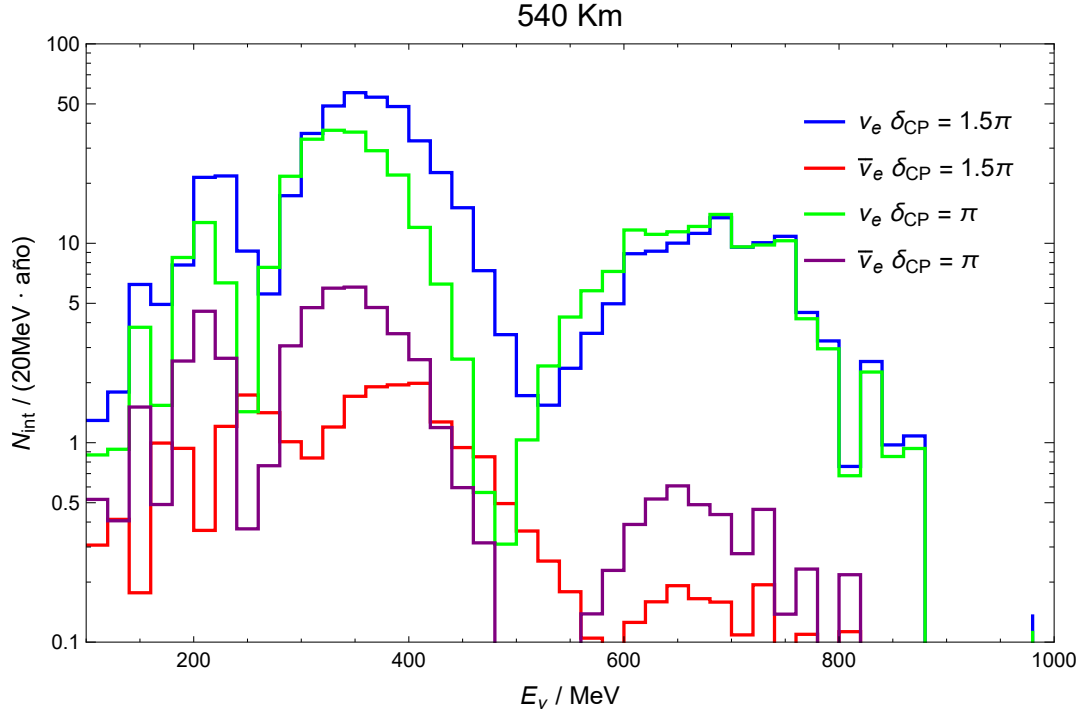


Figura 4.5: Número de interacciones en el FarD de neutrinos electrónicos con moléculas de agua, que son mediadas por la CC. A 540 Km de la fuente productora.

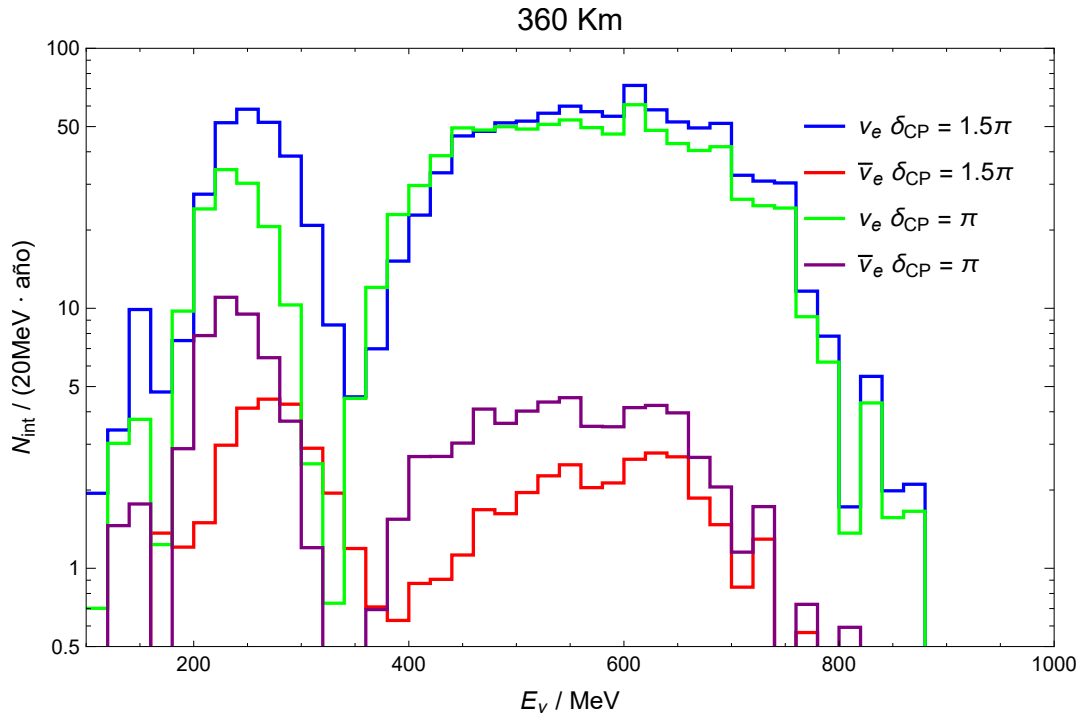


Figura 4.6: Número de interacciones en el FarD de neutrinos electrónicos con moléculas de agua, que son mediadas por la CC. A 360 Km de la fuente productora.

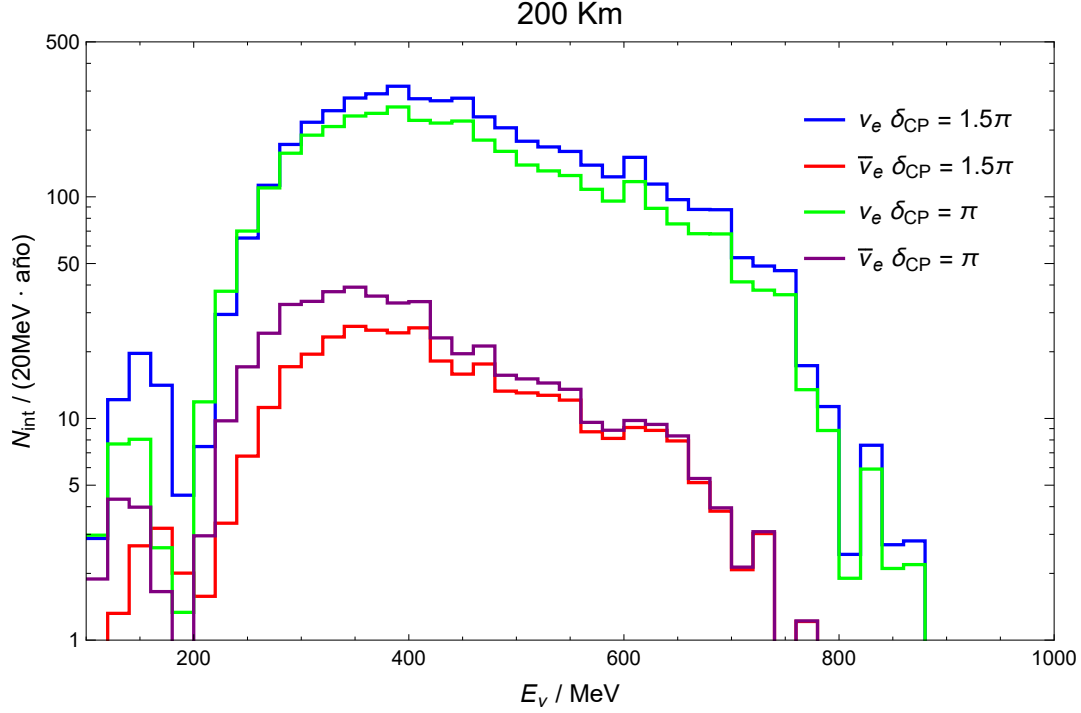


Figura 4.7: Número de interacciones en el FarD de neutrinos electrónicos con moléculas de agua, que son mediadas por la CC. A 200 Km de la fuente productora.

más favorecido. El tercer máximo es visible, pero con menos interacciones y menos resolución que el segundo. En cambio, el primer máximo (> 700 MeV) no es visible producto del pequeño flujo de partículas a tales energías. En el caso de 360 Km, tanto el primer (> 450 MeV) como el segundo máximo (200-350 MeV) son visibles y distinguibles uno del otro, pero con una cantidad de interacciones no mucho mayor que el caso anterior. Por último, la distancia de 200 Km nos ofrece una clara visión de primer máximo (250-700 MeV), con una cantidad notablemente mayor de interacciones en comparación a los otros dos casos.

4.1.4. Error aleatorio en la medición de $\Delta\mathcal{P}_{CP}$

Dado que tanto la colisión como la transición de sabor son procesos probabilístico, quienes operen el experimento no verán exactamente el número esperado de interacciones, sino que se encontrarán con que la medición puede estar sujeta a un error producido por la misma aleatoriedad de los procesos. Esto implica que al calcular las probabilidades de oscilación desde el número de interacciones medido, y luego calcular las asimetrías $\Delta\mathcal{P}_{CP}$, las curvas teóricas que representan distintos valores de la fase δ_{CP} podrían no estar lo suficientemente separadas como para asegurar que la diferencia medida no es producto de una fluctuación estadística. Por lo tanto, en lo que sigue calcularemos el error aleatorio que puede manifestarse fuertemente en procesos de medición que tengan poca estadística, como es recurrente en los experimentos con neutrinos. Posteriormente, esto nos permitirá analizar cuál distancia distingue mejor entre los dos valores de δ_{CP} considerados.

Los experimentos que se centran en medir el número de eventos que ocurren en una cierta situación y en un tiempo dado, pueden ser considerados como las observaciones de una variable aleatoria que obedece a una distribución de Poisson. Tal suposición será acertada siempre que se cumplan las condiciones del denominado «Proceso de Poisson» [9][15]. En resumidas cuentas, estas condiciones exigen que el número de eventos que ocurren en intervalos de tiempo disjuntos sean independientes entre sí y que, para un tiempo suficientemente pequeño, las probabilidades de que ocurran dos o más eventos sean mucho más pequeñas que la de que ocurra uno solo.

En el caso del experimento ESS ν SB, el número de interacciones detectadas no debería depender de las interacciones que hayan ocurrido anteriormente y, dado que la probabilidad de que un neutrino interactúe es realmente pequeña, la probabilidad de que dos neutrinos lo hagan al mismo tiempo es prácticamente cero. Por lo tanto, podemos considerar el número de interacciones por partición del rango de energía como una variable aleatoria del tipo Poisson, con valor esperado $\mu = N_{int}$, desviación estándar $\sigma_{int} = \sqrt{\mu}$, y error relativo $\sigma_{rel} = \sigma_{int}/\mu = 1/\sqrt{\mu}$.

Una vez se hayan completado varios años de trabajo experimental, el resultado será que obtendremos el número medido de interacciones de neutrinos o antineutrinos N_{med} en el detector lejano. Como en la práctica no conocemos el número esperado de interacciones (pues no conocemos el valor de δ_{CP}), el mejor estimador de N_{int} es N_{med} . Luego, la probabilidad medida se obtendrá al aplicar N_{med} a la ecuación (4.4).

$$\mathcal{P}_{med}(E) = \frac{N_{med}(E)}{20\text{MeV} \cdot \text{año} \cdot N_b \cdot \bar{\sigma}_{H_2O}(E) \cdot \bar{j}(E)}. \quad (4.5)$$

Al calcular de manera aproximada la probabilidad, la estaremos dotando de un error $\sigma_{\mathcal{P}}^{\nu}$ relacionado al error aleatorio del número de interacciones medido σ_{int} . Si suponemos que conocemos con certeza total el valor de la sección eficaz $\bar{\sigma}_{H_2O}$, el número de moléculas de agua en el detector N_b , y el flujo de neutrinos o antineutrinos de cada partición j_{ν} , el error relativo del número de interacciones será igual al error relativo de la probabilidad de oscilación medida. Por lo tanto, la desviación estándar de la probabilidad medida será

$$\sigma_{\mathcal{P}}^{\nu}(E) = \mathcal{P}_{\nu_{\mu} \rightarrow \nu_e}(E) \sigma_{rel}^{\nu}(E) = \frac{\mathcal{P}_{\nu_{\mu} \rightarrow \nu_e}(E)}{\sqrt{N_{int}^{\nu}(E)}} \quad (4.6)$$

Sin embargo, lo que queremos medir es la diferencia de probabilidades $\Delta P_{CP} = \mathcal{P}_{\nu_{\mu} \rightarrow \nu_e} - \mathcal{P}_{\bar{\nu}_{\mu} \rightarrow \bar{\nu}_e}$. Ya que la oscilación de los neutrinos no está correlacionada con la oscilación de antineutrinos, el error asociado a la probabilidad medida vendrá dado por

$$\sigma_{CP} = \sqrt{(\sigma_{\mathcal{P}}^{\nu})^2 + (\sigma_{\mathcal{P}}^{\bar{\nu}})^2} = \sqrt{\frac{\mathcal{P}_{\nu_{\mu} \rightarrow \nu_e}^2}{N_{int}^{\nu}} + \frac{\mathcal{P}_{\bar{\nu}_{\mu} \rightarrow \bar{\nu}_e}^2}{N_{int}^{\bar{\nu}}}} \quad (4.7)$$

4.2. Donde medir?

Hasta la fecha, la elección tomada por casi todos los experimentos similares a $\text{ESS}\nu\text{SB}$ (como es el caso de los presentes T2K y NOvA, o el futuro T2HK) ha sido la de medir la oscilación en el primer máximo de oscilación, pues es la opción más fácil. Podemos darnos cuenta de esto al observar la figura 4.4, pues si ya estamos en el primer máximo y queremos ir al segundo, uno debe alejarse tres veces más o tomar energías tres veces menores. Lo cual se traduce en tener un flujo nueve veces menor o tener como mínimo una sección eficaz tres veces menor (según 3.2). Esto hace que el segundo máximo sea, en comparación al primero, más difícil de medir. Sin embargo, existe una buena razón para elegir la opción más difícil, y es que en este máximo las diferencias entre las probabilidades de oscilación de neutrinos y antineutrinos, son mucho más sensibles a la violación de CP, incluso en la materia. Por lo tanto, el balance entre estas dos observaciones es crucial para determinar donde se encuentra la mejor distancia para detectar violación de CP.

Las imágenes 4.8, 4.9 y 4.10, muestran curvas para los valores teóricos de las diferencias de probabilidad $\Delta\mathcal{P}_{CP}$ en los casos de máxima violación de CP y conservación de CP. Junto a ellas están las respectivas bandas de error luego de 8 años de medición (4 años con flujo de neutrinos y 4 años con flujo de antineutrinos). De este recurso, podemos ver gráficamente que todas las distancias consideradas son muy buenas opciones, pero la distancia que mejor nos permite discernir entre un error en la medición y verdadera violación de CP es 360 Km.

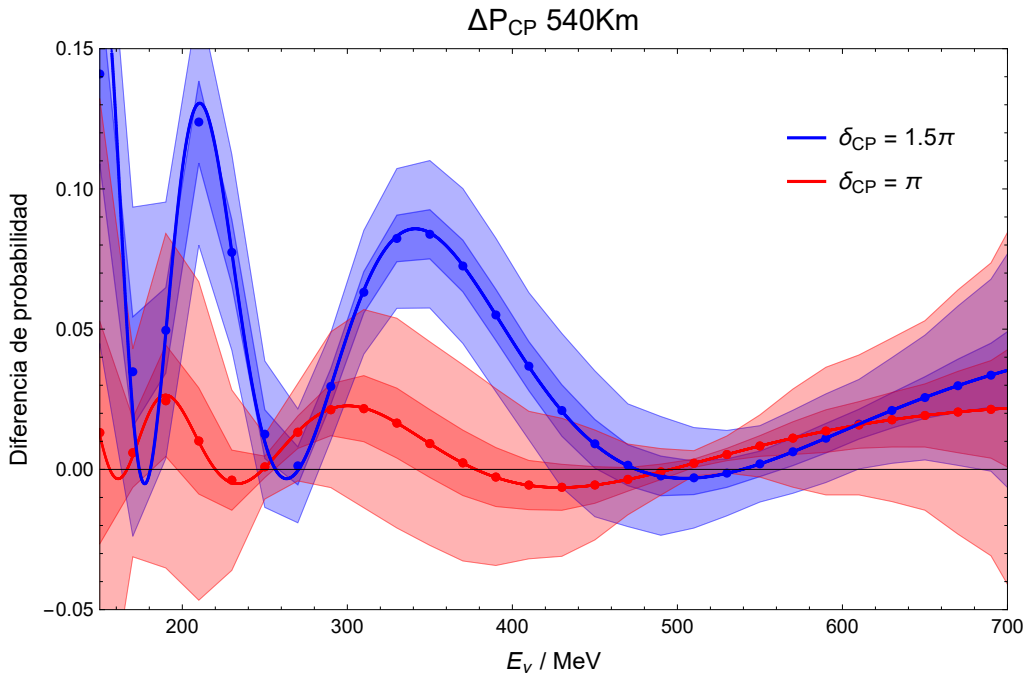


Figura 4.8: Gráficos de bandas de error para las diferencias de probabilidad $\Delta\mathcal{P}_{CP}$ a 540 Km de la fuente. Las bandas oscuras indican $1\sigma_{CP}$ de error y las más claras indican $3\sigma_{CP}$ de error. Los puntos hacen referencia al promedio de las probabilidades de la partición correspondiente.

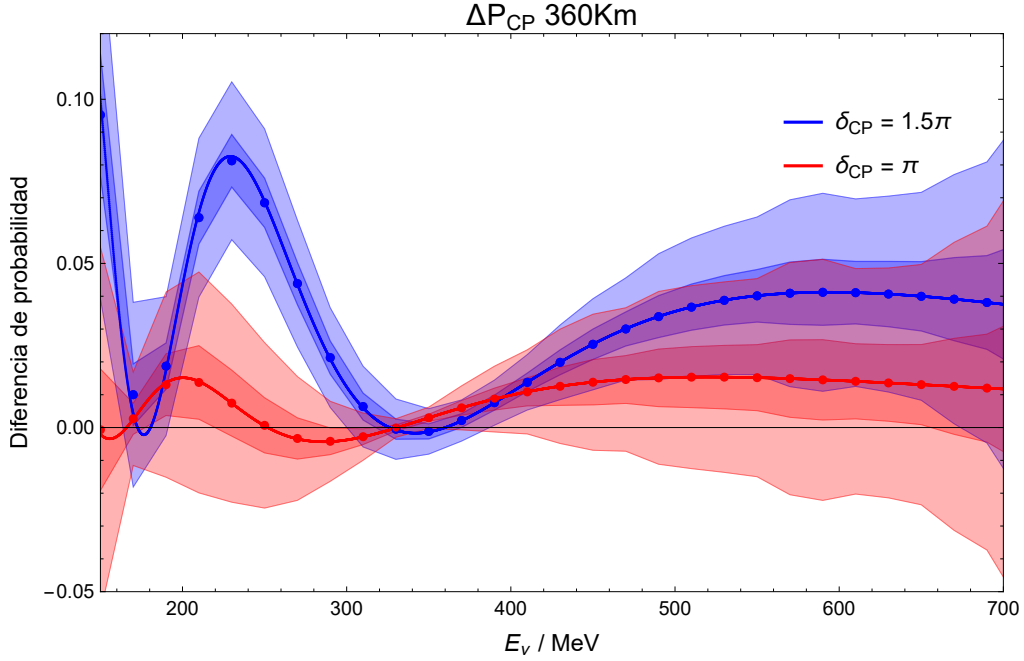


Figura 4.9: Gráficos de bandas de error para las diferencias de probabilidad ΔP_{CP} a 360 Km de la fuente. Las bandas oscuras indican $1 \sigma_{CP}$ de error y las más claras indican $3 \sigma_{CP}$ de error.

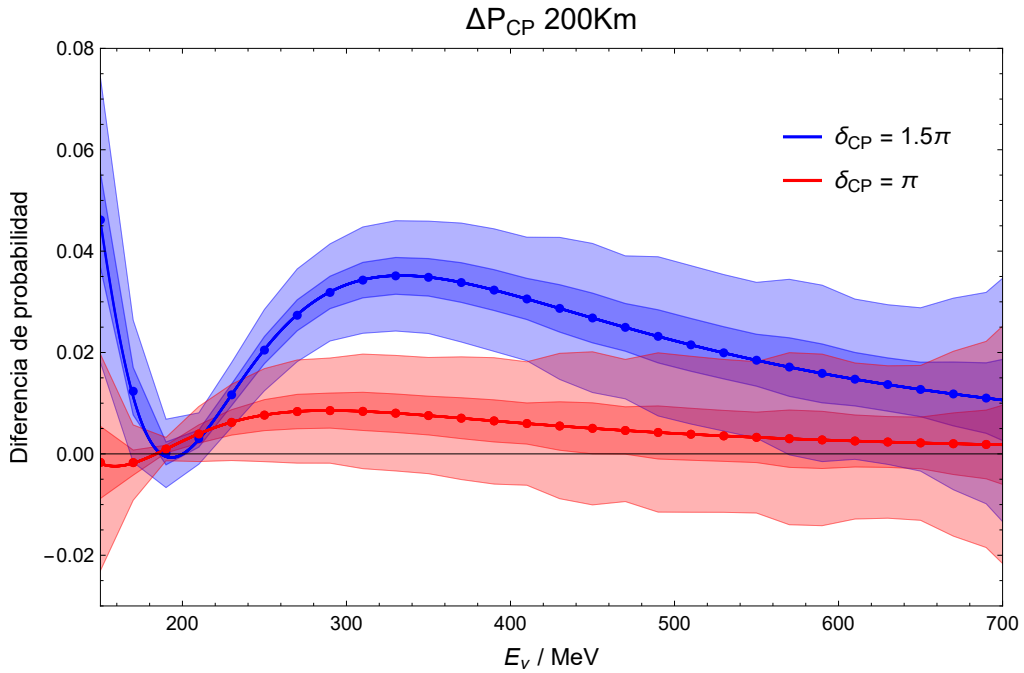


Figura 4.10: Gráficos de bandas de error para las diferencias de probabilidad ΔP_{CP} a 200 Km de la fuente. Las bandas oscuras indican $1 \sigma_{CP}$ de error y las más claras indican $3 \sigma_{CP}$ de error.

La afirmación recién mencionada puede ser más evidente si comparamos 360 Km con las demás distancias. Para ello, notemos que las curvas pueden ser distinguidas con tres σ_{CP} de error en los lugares donde las bandas de error dejan de solaparse. En el caso de 540 Km, esto ocurre en el segundo y tercer máximo, mientras que a 360 Km eso solo se cumple en el segundo máximo. Comparando los segundos máximos, tenemos que 540 Km tiene una banda de error notablemente menor que la de 360 Km para $\delta_{CP} = \pi$, mientras que para $\delta_{CP} = 1,5\pi$ son muy similares. De esta manera, el segundo máximo a 360 Km es el que mejor puede distinguir el valor de la fase de CP. En cambio, comparando el segundo máximo a 360 Km con el tercer máximo a 540 Km, podemos ver que las bandas de error son dos veces mayor en el segundo caso. Sin embargo, para $\delta_{CP} = 1,5\pi$ el tercer máximo tiene una asimetría $\Delta\mathcal{P}_{CP}$ solo 1.5 veces mayor que en el segundo máximo. Por lo tanto, 360 Km es mejor elección que 540 Km, pues las curvas están separadas por más σ_{CP} 's de error. Para 200 Km, las curvas solo se distinguen en el primer máximo. Por lo tanto, comparando con el segundo máximo de 360 Km, tendremos que la diferencia que separa ambas curvas es 2.7 veces mayor en el segundo máximo que en el primero, mientras que las bandas de error son 2 veces mayor cuando $\delta_{CP} = 1,5\pi$ y 2.5 veces mayor para el caso $\delta_{CP} = \pi$. Por lo tanto, al igual que en el caso de 540 Km, las curvas a 360 Km están separadas por más σ_{CP} 's de error que en el caso de 200 Km.

Si bien la diferencia es sutil, con el tiempo 360 Km será notablemente la mejor opción entre todas. Esto puede evidenciarse del hecho que el error σ_{CP} es inversamente proporcional a la raíz del número de interacciones N_{int} , que a su vez es proporcional al tiempo. De esta manera, los errores mantendrán las proporciones que mencionamos anteriormente, pero debido a que con el tiempo disminuirán más lentamente, la opción de 360 Km podrá en un menor tiempo distinguir valores de intermedios δ_{CP} que las demás opciones no podrán.

Conclusión

En este trabajo hemos estudiado la oscilación de neutrinos desde su origen en el vacío como producto de la diferencia entre los estados de masa y los estados de sabor, hasta las modificaciones que induce la materia sobre las probabilidades. Vimos que la violación de CP es solo observable en experimentos de aparición, y que los efectos de materia pueden ser confundidos por verdadera violación de CP.

Tomando en cuenta las simulaciones entregadas por ESS ν SB, hemos estudiado que características maximizan el potencial de detección de violación de CP en el detector lejano y demostramos que entre las dos distancias que son consideradas por la colaboración, para la construcción del detector lejano, 360 Km es la que mejor puede distinguir entre el caso más extremo de violación de CP y el caso de conservación de CP. También, comparamos estas opciones con una distancia ficticia de 200 Km, correspondiente al primer máximo de oscilación, la cual nos sirvió para comparar ESS ν SB con experimentos similares. De tal comparación pudimos ver que también 360 Km resultó ser una mejor opción, a pesar de recibir un flujo notablemente menor. Este resultado es una de las razones por las que las nuevas generaciones de experimentos de oscilación (DUNE, T2HKK, y ESS ν SB) planean medir el segundo máximo, pues éste resulta ser la mejor opción si es que hay un flujo suficientemente intenso disponible.

Bibliografía

- [1] K. Abe y col. “Constraint on the matter–antimatter symmetry-violating phase in neutrino oscillations”. En: *Nature* 580.7803 (2020). [Erratum: *Nature* 583, E16 (2020)], págs. 339-344. DOI: [10.1038/s41586-020-2177-0](https://doi.org/10.1038/s41586-020-2177-0). arXiv: [1910.03887](https://arxiv.org/abs/1910.03887) [hep-ex].
- [2] M. A. Acero y col. “First Measurement of Neutrino Oscillation Parameters using Neutrinos and Antineutrinos by NOvA”. En: *Phys. Rev. Lett.* 123.15 (2019), pág. 151803. DOI: [10.1103/PhysRevLett.123.151803](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.123.151803). arXiv: [1906.04907](https://arxiv.org/abs/1906.04907) [hep-ex].
- [3] A. Alekou y col. “The European Spallation Source neutrino super-beam conceptual design report”. En: *Eur. Phys. J. ST* 231.21 (2022), págs. 3779-3955. DOI: [10.1140/epjs/s11734-022-00664-w](https://doi.org/10.1140/epjs/s11734-022-00664-w). arXiv: [2206.01208](https://arxiv.org/abs/2206.01208) [hep-ex].
- [4] A. Alekou y col. “Updated physics performance of the ESSnuSB experiment: ESSnuSB collaboration”. En: *Eur. Phys. J. C* 81.12 (2021), pág. 1130. DOI: [10.1140/epjc/s10052-021-09845-8](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-021-09845-8). arXiv: [2107.07585](https://arxiv.org/abs/2107.07585) [hep-ex].
- [5] Samoil M. Bilenky, C. Giunti y W. Grimus. “Phenomenology of neutrino oscillations”. En: *Prog. Part. Nucl. Phys.* 43 (1999), págs. 1-86. DOI: [10.1016/S0146-6410\(99\)00092-7](https://doi.org/10.1016/S0146-6410(99)00092-7). arXiv: [hep-ph/9812360](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9812360).
- [6] M. Blennow y col. “Physics potential of the ESSνSB”. En: *Eur. Phys. J. C* 80.3 (2020), pág. 190. DOI: [10.1140/epjc/s10052-020-7761-9](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-020-7761-9). arXiv: [1912.04309](https://arxiv.org/abs/1912.04309) [hep-ph].
- [7] Alessandro De Angelis y Mario Pimenta. *Introduction to Particle and Astroparticle Physics: Multimessenger Astronomy and its Particle Physics Foundations*. Undergraduate Lecture Notes in Physics. Heidelberg: Springer Nature, 2018. ISBN: 978-3-319-78180-8, 978-3-319-78181-5.
- [8] Peter B. Denton y col. “Snowmass Neutrino Frontier: NF01 Topical Group Report on Three-Flavor Neutrino Oscillations”. En: (dic. de 2022). arXiv: [2212.00809](https://arxiv.org/abs/2212.00809) [hep-ph].
- [9] Jay L Devore. *Probability and Statistics for Engineering and the Sciences*. Cengage learning, 2011.
- [10] Ivan Esteban y col. “The fate of hints: updated global analysis of three-flavor neutrino oscillations”. En: *JHEP* 09 (2020), pág. 178. DOI: [10.1007/JHEP09\(2020\)178](https://doi.org/10.1007/JHEP09(2020)178). arXiv: [2007.14792](https://arxiv.org/abs/2007.14792) [hep-ph].
- [11] M. Fukugita y T. Yanagida. *Physics of neutrinos and applications to astrophysics*. Theoretical and Mathematical Physics. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2003. ISBN: 978-3-662-05119-1, 978-3-540-43800-7, 978-3-642-07851-4. DOI: [10.1007/978-3-662-05119-1](https://doi.org/10.1007/978-3-662-05119-1).

- [12] C. Giunti. “Coherence and wave packets in neutrino oscillations”. En: *Found. Phys. Lett.* 17 (2004), págs. 103-124. DOI: [10.1023/B:FOPL.0000019651.53280.31](https://doi.org/10.1023/B:FOPL.0000019651.53280.31). arXiv: [hep-ph/0302026](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0302026).
- [13] C. Giunti y C. W. Kim. “Coherence of neutrino oscillations in the wave packet approach”. En: *Phys. Rev. D* 58 (1998), pág. 017301. DOI: [10.1103/PhysRevD.58.017301](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.58.017301). arXiv: [hep-ph/9711363](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9711363).
- [14] Carlo Giunti y Chung W. Kim. *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*. 2007. ISBN: 978-0-19-850871-7.
- [15] V Hogg Robert, A Tanis Elliot y D Zimmerman. *Probability and statistical inference*. 2015.
- [16] Dr. Budimir Kliček. *Measuring leptonic CP violation at the second neutrino oscillation maximum with ESSnuSB*. 2022. URL: <https://indico.cern.ch/event/1145347/>.
- [17] J. Linder. “Derivation of neutrino matter potentials induced by earth”. En: (abr. de 2005). arXiv: [hep-ph/0504264](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0504264).
- [18] Ziro Maki, Masami Nakagawa y Shoichi Sakata. “Remarks on the unified model of elementary particles”. En: *Prog. Theor. Phys.* 28 (1962), págs. 870-880. DOI: [10.1143/PTP.28.870](https://doi.org/10.1143/PTP.28.870).
- [19] B. Pontecorvo. “Inverse beta processes and nonconservation of lepton charge”. En: *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 34 (1957), pág. 247.
- [20] B. Pontecorvo. “Mesonium and anti-mesonium”. En: *Sov. Phys. JETP* 6 (1957), pág. 429.
- [21] Salvador Rosauero Alcaraz y col. “Physics potential of the ESSnuSB”. En: *PoS NuFact2021* (2022), pág. 063. DOI: [10.22323/1.402.0063](https://doi.org/10.22323/1.402.0063).
- [22] P. F. de Salas y col. “2020 global reassessment of the neutrino oscillation picture”. En: *JHEP* 02 (2021), pág. 071. DOI: [10.1007/JHEP02\(2021\)071](https://doi.org/10.1007/JHEP02(2021)071). arXiv: [2006.11237 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/2006.11237).
- [23] L. Wolfenstein. “Neutrino Oscillations in Matter”. En: *Phys. Rev. D* 17 (1978), págs. 2369-2374. DOI: [10.1103/PhysRevD.17.2369](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.17.2369).
- [24] R. L. Workman y col. “Review of Particle Physics”. En: *PTEP* 2022 (2022), pág. 083C01. DOI: [10.1093/ptep/ptac097](https://doi.org/10.1093/ptep/ptac097).
- [25] H. W. Zaglauer y K. H. Schwarzer. “The Mixing Angles in Matter for Three Generations of Neutrinos and the Msw Mechanism”. En: *Z. Phys. C* 40 (1988), pág. 273. DOI: [10.1007/BF01555889](https://doi.org/10.1007/BF01555889).
- [26] Kai Zuber. *Neutrino Physics*. Boca Raton: Taylor & Francis, 2020. ISBN: 978-1-351-76458-2, 978-1-315-19561-2, 978-1-03-224220-0, 978-1-138-71889-0. DOI: [10.1201/9781315195612](https://doi.org/10.1201/9781315195612).

Apéndice A

Normas, estados, y operadores en teoría cuántica de campos.

Los operadores $e(x)$ y $\nu_e(x)$ son llamados «Operadores de Campo» y describen el campo cuántico del electrón y el neutrino, respectivamente. Corresponden a la cuantización de las soluciones de ecuación de Dirac, por lo que describen partículas y antipartículas de spin 1/2. Por último, tomando como analogía al oscilador armónico cuántico, la expansión en ondas planas de estos operadores posee la siguiente expresión

$$e(x) = \sum_{h=\pm 1} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3 2E} [a_e^{(h)}(\vec{p}) u_e^{(h)}(\vec{p}) e^{-i\vec{p}\cdot\vec{x}} + b_e^{(h)\dagger}(\vec{p}) v_e^{(h)}(\vec{p}) e^{i\vec{p}\cdot\vec{x}}] \quad (\text{A.1})$$

$$\nu_e(x) = \sum_{h=\pm 1} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3 2E} [a_\nu^{(h)}(\vec{p}) u_\nu^{(h)}(\vec{p}) e^{-i\vec{p}\cdot\vec{x}} + b_e^{(h)\dagger}(\vec{p}) v_\nu^{(h)}(\vec{p}) e^{i\vec{p}\cdot\vec{x}}] \quad (\text{A.2})$$

donde $b^{(h)\dagger}(p)$ y $a^{(h)\dagger}(p)$ son operadores fermiónicos de creación de partículas y antipartículas, mientras que $b^{(h)}(p)$ y $a^{(h)}(p)$ son los correspondientes operadores de destrucción.

Ya que describen partículas de spin 1/2, los operadores de creación y destrucción obedecen a relaciones de conmutación. Entre ellas, la única distinta de cero es

$$\{a^{(h)}(\vec{p}), a^{(h')\dagger}(\vec{p}')\} = \{b^{(h)}(\vec{p}), b^{(h')\dagger}(\vec{p}')\} = 2E_p (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p} - \vec{p}') \delta_{h,h'} \quad (\text{A.3})$$

Podemos crear estados de una partícula, caracterizados por el valor de su momento p y helicidad h , al aplicar cualquier operador de creación sobre el estado vacío $|0\rangle$. Estos estados de una partícula, en el caso de los fermiones, obedecen las siguientes reglas

$$|\phi(\vec{p}, h)\rangle = a_\phi^{h\dagger}(\vec{p}) |0\rangle \quad a_\phi^{h\dagger}(\vec{p}) |\phi(\vec{p}, h)\rangle = a_\phi^h(\vec{p}) |0\rangle = 0 \quad (\text{A.4})$$

y su norma está dada por

$$\langle\phi(\vec{p}, h)|\phi(\vec{p}', h')\rangle = \langle 0| a_\phi^h(\vec{p}) a_\phi^{h'\dagger}(\vec{p}') |0\rangle = 2E_p (2\pi)^3 \delta^3(\vec{p} - \vec{p}') \delta_{h,h'} \quad (\text{A.5})$$

Por otra parte, si fijamos una caja con un volumen de normalización V arbitrariamente grande, el número de estados contenidos en un intervalo d^3p en torno a un cierto valor de

momento \vec{p} , corresponde a

$$d^3n = V \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \quad (\text{A.6})$$

A una cierta temperatura T , el número de electrones en un estado de momento \vec{p} está representado por la función $f(\vec{p}, T)$ llamada «número de ocupación» (en este caso, de Fermi-Dirac). De esta manera, si N_e es el número total de electrones en el medio, la densidad de electrones será

$$n_e = \frac{N_e}{V} = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f(\vec{p}, T) \quad (\text{A.7})$$

Además, notemos que si usamos la transformada de Fourier de la delta de Dirac

$$\delta^3(\vec{p} - \vec{p}') = \int d^3x e^{i(\vec{p} - \vec{p}') \cdot x} \quad (\text{A.8})$$

la norma de los estados dentro de la caja de volumen V se puede escribir como

$$\langle \phi(\vec{p}, h) | \phi(\vec{p}, h) \rangle = 2E_p (2\pi)^3 \delta^3(0) = 2E_p V \quad (\text{A.9})$$