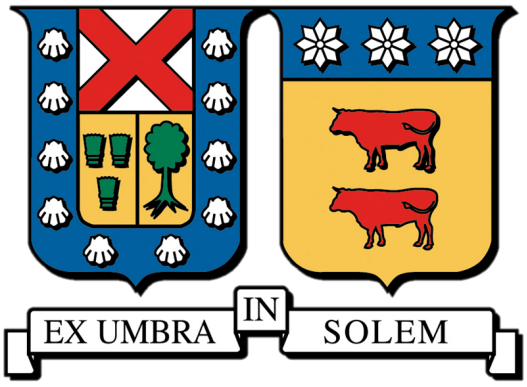
UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS, METALURGIA Y MATERIALES

SANTIAGO - CHILE



"INCORPORACIÓN DE MODELOS GEOMETALÚRGICOS EN PLANIFICACIÓN DE LARGO PLAZO DE MINAS A CIELO ABIERTO"

BRUNO ESTEBAN SÁNCHEZ ARCE

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO PROFESIONAL DE

INGENIERO CIVIL DE MINAS

Profesor Guía:

Dr. Gonzalo Nelis S.

Profesor Co-guía:

Héctor Montes L.

Marzo - 2026

CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): ☒ Memoria o trabajo de título ☐ Tesis de Postgrado

Título del trabajo: INCORPORACIÓN DE MODELOS GEOMETALÚRGICOS EN PLANIFICACIÓN DE LARGO PLAZO DE MINAS A CIELO ABIERTO

Nombre del candidato(a): Bruno Esteban Sánchez Arce

Carrera / Grado: Ingeniería Civil de Minas

Campus: San Joaquín **Departamento:** DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS, METALURGIA Y MATERIALES

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, _Gonzalo Nelis Suazo_, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

x El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

☐ El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por **(marcar una opción)**:

☐ 6 meses ☐ 12 meses ☐ 2 años ☐ 3 años ☐ 5 años ☐ 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

_____

_____

_____

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 30-03-2026 **Firma:** _____

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 30-03-2026 **Firma:** _____

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.

Agradecimientos

En primer lugar, este trabajo no sería posible sin el apoyo incondicional del Dr. Gonzalo Nelis, mi guía durante este proceso. Estoy muy agradecido por todo el apoyo, consejos brindados y por creer en mí en primera instancia.

De igual manera, estoy profundamente agradecido con Héctor Montes por su infinita sabiduría, tiempo y dedicación. Tras casi un año de recorrido, su experiencia no solo ha enriquecido el trabajo realizado, sino que también ha sido una fuente de aprendizaje e inspiración como ingeniero.

De igual modo me gustaría agradecer a todos los profesores que forjaron mi carrera universitaria, por mostrarme lo lindo de la minería y motivarme a seguir aprendiendo.

Gracias a mi familia y amigos por ser un pilar fundamental en el que apoyarme y desarrollarme. Por acompañarme en este camino lleno de idas y vueltas.

Y finalmente, gracias Karina, por motivarme día a día a sacar lo mejor de mí. Me enseñaste a ver la vida de otra manera, me enseñaste a creer que todo es posible.

A todos ustedes, ¡Muchas gracias!

Resumen

La incorporación de variables geometalúrgicas en la planificación minera a largo plazo permite capturar la variabilidad espacial del yacimiento y su impacto en el desempeño tanto operacional de la planta como en decisiones mineras. Este estudio desarrolla y evalúa una metodología integrada que vincula modelos de conminución y flotación con la valorización económica de bloques, la determinación del pit final (UPL) y el agendamiento de la producción.

A partir de una base de datos geometalúrgica de ensayos SMC, BWI y flotación *rougher*, se estimaron los parámetros críticos del yacimiento. La energía específica de conminución se calculó mediante la metodología de Morrell, mientras que la recuperación metalúrgica se modeló a través de la cinética de Klimpel, obteniendo coeficientes de determinación superiores a 0,96 y errores medios inferiores al 1 %, validando la robustez de los modelos.

La valorización económica incorporó progresivamente la variabilidad del flujo procesado, los costos energéticos y los costos asociados al concentrado. Los resultados muestran que el modelo más completo (M_4) incrementa el valor del UPL en un 19,4 % respecto al caso base (+2 843 MUSD) y el VAN del agendamiento en un 8,3 % (+362 MUSD), movilizando 3 717 Mton de material, lo que representa un aumento del 15,2 % respecto a las 3 227 Mton del caso base (+490 Mton), con una extensión de la vida útil de 41 a 49 años.

El análisis de sensibilidad al tamaño de molienda (P_{80}) reveló un óptimo económico en 130 μm, coincidente con el máximo de recuperación metalúrgica. La diferencia de 185 $MUSD$ ($3,8\,\%$) entre escenarios con y sin restricción hidráulica evidencia el beneficio potencial de ampliar la capacidad de transporte. Por otra parte, el análisis de escalamiento de planta mostró que, para la configuración actual con restricción hidráulica, el óptimo se sitúa en un factor de escalamiento de $0,80$, maximizando el VAN en 852 MUSD, un 64 % superior al valor base. En el escenario sin restricción, el máximo VAN alcanza $1,049$ MUSD para un factor de $1,05$, superando en 197 MUSD (23 %) al óptimo con restricción y en 531 MUSD (103 %) al valor base, con una reducción de la vida útil de $60,7$ a $45,4$ años.

Abstract

The incorporation of geometallurgical variables into long-term mine planning enables the characterization of spatial variability within the orebody and its impact on both plant operational performance and mining decisions. This study develops and evaluates an integrated methodology linking comminution and flotation models with block economic valuation, ultimate pit limit determination (UPL), and production scheduling.

Using a geometallurgical database comprising SMC, Bond Ball Mill Work Index, and rougher flotation tests, the critical orebody parameters were estimated. Comminution specific energy was calculated using the Morrell method, while metallurgical recovery was modeled via Klimpel kinetics, achieving coefficients of determination above 0.96 and mean errors below 1 %, thereby validating the robustness of the models.

Economic valuation progressively incorporated the variability of throughput, energy costs, and concentrate-related costs. Results indicate that the most comprehensive model (M_4) increases the ultimate pit limit value by 19.4 % relative to the base case (+2 843 MUSD) and the scheduling net present value (NPV) by 8.3 % (+362 MUSD). This model mobilizes 3 717 Mton of material, representing a 15.2 % increase over the 3 227 Mton of the base case (+490 Mton), extending the life of mine from 41 to 49 years.

Sensitivity analysis of the grind size (P_{80}) revealed an economic optimum at 130 μm, coinciding with the maximum metallurgical recovery. The 185 MUSD (3,8 %) difference between scenarios with and without the hydraulic constraint highlights the potential benefit of expanding transport capacity. Furthermore, plant scaling analysis showed that, for the current configuration with the hydraulic constraint, the optimum is at a scaling factor of 0,80, maximizing NPV at 852 MUSD, a 64 % increase over the base value. In the unconstrained scenario, the maximum NPV reaches 1 049 MUSD for a scaling factor of 1,05, surpassing the constrained optimum by 197 MUSD (23 %) and the base value by 531 MUSD (103 %), while reducing the life of mine from 60,7 to 45,4 years.

Índice

1. Introducción **1**

1.1. Objetivo general 2

1.2. Objetivos específicos 2

2. Marco Teórico **3**

2.1. Planificación Minera 3

2.1.1. Planificación minera a cielo abierto de largo plazo 3

2.1.2. Valorización económica en la planificación a cielo abierto 5

2.1.3. Problema de envolvente económica (UPL) 8

2.1.4. Problema de agendamiento de bloques 11

2.2. Geometalurgia 16

2.2.1. Parámetros geometalúrgicos 18

2.2.2. Cálculo de energía específica SE 23

2.2.3. Cálculo de la tasa de alimentación TPH 29

2.2.4. Modelos de recuperación metalúrgica 31

2.2.5. Modelos de concentrado de mineral 39

3. Caso de Estudio **42**

3.1. Antecedentes de la Operación Minera 42

3.1.1. Datos implementados 42

3.2. Caso de estudio de la valorización de bloques 47

3.2.1. Caso 1: Valorización base 47

3.2.2. Caso 2: Valorización considerando la tasa de alimentación TPH . . . 47

3.2.3. Caso 3: Valorización basada en consumo de energía 48

3.2.4. Caso 4: Valorización incorporando costos al concentrado 49

3.3. Caso de estudio del agendamiento de bloques 50

3.3.1. Caso 1: Agendamiento con restricción por tonelaje 51

3.3.2. Caso 2: Agendamiento con restricción por horas de procesamiento . . 51

3.4. Caso de estudio por variabilidad del P_{80} 52
3.5. Caso de estudio por sensibilización del tamaño de planta 52

4. Metodología **53**
4.1. Construcción de la base de datos geometalúrgica 53
4.1.1. Depuración y compositación de datos 53
4.1.2. Cálculo de parámetros derivados en la base de datos 53
4.2. Interpolación espacial de parámetros al modelo de bloques 54
4.3. Metodología de cálculo de energía específica, tasa de alimentación y horas de procesamiento 54
4.3.1. Energía específica del sistema de conminución 54
4.3.2. Potencia instalada del sistema 54
4.3.3. Tasa de alimentación y restricción hidráulica 55
4.4. Valorización económica de bloques 55
4.5. Determinación del UPL y agendamiento de bloques 56
4.5.1. Ultimate Pit Limit 56
4.5.2. Agendamiento de bloques 56
4.6. Análisis de sensibilidad del tamaño de producto P_{80} 57
4.7. Análisis de sensibilidad del tamaño de planta 58

5. Resultados y discusiones **60**
5.1. Caracterización de parámetros geometalúrgicos 60
5.1.1. Parámetros de conminución: SMC y BWI 60
5.1.2. Ensayos de flotación rougher 61
5.2. Modelación cinética de la flotación rougher 63
5.2.1. Distribución de parámetros cinéticos y recuperaciones modeladas . . 63
5.2.2. Validación del modelo cinético y escalamiento industrial 66
5.3. Energía específica y tasa de alimentación 69
5.3.1. Distribución de la energía específica 69
5.3.2. Tasa de alimentación y efecto de la restricción hidráulica 71

5.3.3. Correlación entre índices de trabajo y TPH 73
5.4. Valorización económica 75
5.5. Valorización UPL y agendamiento 77
5.5.1. Resultados del UPL 77
5.5.2. Distribución de ley de concentrado y recuperación en peso 82
5.5.3. Resultados del agendamiento de bloques 84
5.6. Análisis de sensibilidad del tamaño de producto P_{80} 90
5.6.1. Efecto sobre la energía específica del molino de bolas 90
5.6.2. Impacto en horas de procesamiento y masa extraíble y tasa de alimentación 91
5.6.3. Relación entre P_{80} y la recuperación máxima R_∞ 93
5.6.4. Impacto en el valor del UPL y en el VAN del agendamiento 93
5.7. Análisis de sensibilidad del tamaño de planta 97
5.7.1. Efecto sobre la eficiencia del sistema y el CAPEX 97
5.7.2. Impacto en la tasa de alimentación 98
5.7.3. Optimización económica y vida útil 100

6. Conclusiones **104**
6.1. Trabajos futuros 106

7. Referencias **107**

ANEXO A. Georreferenciación de datos de sondajes **112**

ANEXO B. Estimación del Error Cuadrático Medio (ECM) **113**

ANEXO C. Métodos geoestadísticos de estimación **114**

ANEXO D. Comparación distributiva entre la base de datos y el modelo de bloques **115**

ANEXO E. Modelamiento del CAPEX de equipos de conminución por escalamiento de capacidad **118**

Índice de Figuras

1. Diagrama general de la planificación minera a largo plazo, Morales *et al.* (2019). 4
2. Ejemplo de relaciones de precedencia para un bloque objetivo bajo diferentes configuraciones geométricas. 9
3. Comparación del efecto del número de precedencias en la geometría del UPIT. 10
4. Depreciación económica del bloque para cada periodo de extracción, considerando una tasa de descuento anual del 8 %. 13
5. Diagrama de las variables de control geometalúrgico. 17
6. Prueba de flotación en celdas rougher a escala de laboratorio. 21
7. Recuperación en peso (*color azul*) y metalúrgica (*color naranja*) de concentrado rougher por cada etapa de una muestra representativa. 23
8. Tamaño de partícula del 80 % pasante respecto de la función $f(x)$. 26
9. Recuperación metalúrgica respecto al diámetro de partícula del producto de molienda P_{80} (μm). 38
10. Diagrama general del flujo de material desde la mina hasta el producto final. 42
11. Distribución espacial de los sondajes utilizados. 43
12. Distribución espacial de zonas mineralógicas. 44
13. Curva de tonelaje-ley del mineral de cobre. 45
14. Diagrama del circuito de conminución SABC-A de la planta de procesamiento. 45
15. Diagrama de circuito de concentración de cobre. 46
16. Metodología de estudio. 59
17. Distribución de los índices de trabajo M_{ia} y M_{ic}. 60
18. Distribución del índice de trabajo para M_{ib}. 61
19. Evolución de la recuperación de cobre con el tiempo de flotación. 61
20. Distribución espacial de la recuperación metalúrgica en el depósito. 62
21. Evolución de la recuperación en peso con el tiempo de flotación. 63
22. Distribución de parámetros cinéticos de Klimpel para la recuperación de cobre. 64
23. Distribución de parámetros cinéticos de Klimpel para la recuperación en peso. 64

24. Distribución de la recuperación de cobre modelada. 65
25. Distribución de la recuperación en peso modelada. 66
26. Validación del modelo de Klimpel para recuperación de cobre. 67
27. Validación del modelo de Klimpel para recuperación en peso. 67
28. Escalamiento de la cinética de flotación de laboratorio a condiciones industriales. 68
29. Descomposición de las distribuciones de las energías específicas de conminución. 69
30. Distribución de la energía específica de conminución (SE) del modelo de bloque. 71
31. Distribución de la tasa de alimentación teórica TPH. 72
32. Distribución espacial del TPH en el depósito. 72
33. Efecto de la restricción hidráulica sobre la distribución del TPH. 73
34. Relación entre el M_{ia} y la tasa de alimentación del sistema. 74
35. Relación entre M_{ib} y la tasa de alimentación del sistema. 74
36. Relación entre el M_{ic} y la tasa de alimentación del sistema. 74
37. Impacto de la energía específica SE en cada modelo de valorización. 76
38. Relación de precedencias optimizada para un ángulo de talud de 45° (vistas 3D, planta y perfil). 78
39. Visualización del UPL considerando el *Caso 1* de valorización económica. . . 78
40. Visualización del UPL considerando el *Caso 2* de valorización económica. . . 79
41. Visualización del UPL considerando el *Caso 3* de valorización económica. . . 79
42. Visualización del UPL considerando el *Caso 4* de valorización económica. . . 79
43. Vista en planta de los UPL obtenidos con los distintos modelos de valorización. 80
44. Visualización económica UPL. 81
45. Distribución espacial de la energía específica SE (kWh/t) en el corte central del yacimiento - *Caso 2*. 82
46. Distribución de la ley de concentrado de cobre (%) en el UPL. 83
47. Distribución espacial de la ley de cobre en concentrado en el modelo de bloques. 83
48. Distribución de la ley de concentrado en peso (%) en el UPL. 84
49. Agendamiento de bloques para el *Caso 1* de valorización. 85
50. Agendamiento de bloques para el *Caso 2* de valorización. 85

51. Agendamiento de bloques para el *Caso 3* de valorización. 86
52. Agendamiento de bloques para el *Caso 4* de valorización. 86
53. Evolución del TPH promedio anual en el horizonte de explotación - Caso 1. . 87
54. Evolución del TPH promedio anual en el horizonte de explotación - Caso 2. . 87
55. Evolución del TPH promedio anual en el horizonte de explotación - Caso 3. . 88
56. Evolución del TPH promedio anual en el horizonte de explotación - Caso 4. . 88
57. Relación entre la energía específica del molino de bolas W_b y la salida de molienda P_{80}. 90
58. Horas de procesamiento y masa extraíble del UPL en función de P_{80}, comparando escenarios con y sin restricción hidráulica. 91
59. Relación entre P_{80} y TPH, con restricción hidráulica (azul) y sin restricción hidráulica (naranja). 92
60. Valor del UPL en función de P_{80}. 93
61. VAN del agendamiento en función de P_{80}. 94
62. Secuencia de extracción para $P_{80} = 110$ μm durante los primeros 15 años. . . 95
63. Secuencia de extracción para $P_{80} = 130$ μm durante los primeros 15 años. . . 96
64. Secuencia de extracción para $P_{80} = 150$ μm durante los primeros 15 años. . . 96
65. Eficiencia del motor α en función del factor de escalado de la potencia instalada. Los puntos representan el valor promedio de α para cada factor evaluado. 97
66. Relación entre el factor de escalamiento y el CAPEX requerido. 98
67. TPH promedio en función del factor de escalamiento, considerando restricción hidráulica. 99
68. TPH promedio en función del factor de escalamiento, sin restricción hidráulica. 99
69. VAN del agendamiento y vida útil del proyecto en función del factor de escalamiento de planta. 100
70. Secuencia de extracción para factor de escalamiento $f = 0,85$ durante los primeros 15 años. 101
71. Secuencia de extracción para factor de escalamiento $f = 0,90$ durante los primeros 15 años. 102

72. Secuencia de extracción para factor de escalamiento $f = 0,95$ durante los primeros 15 años. 102
73. Comparación entre la distribución de la base de datos y el modelo de bloques para los parámetros K_{MAX} y R_{max}, tanto para la recuperación en peso como para la recuperación en ley de cobre. 115
74. Comparación entre la distribución de los datos de sondaje (histogramas azules) y los valores estimados mediante Kriging Ordinario (histogramas naranjos) para los índices de trabajo de Bond de partícula gruesa Mi_A (kWh/t), partícula fina Mi_B (kWh/t) y el índice de trabajo de chancador Mi_C (kWh/t). 116
75. Comparación entre la distribución de los datos de sondaje (histogramas azules) y los valores estimados mediante Kriging Ordinario (histogramas naranjos) para las recuperaciones en peso y en ley de cobre a los 15 minutos de flotación (etapa 4), considerando tanto los valores experimentales como los predichos por el modelo cinético de Klimpel. 117

Índice de Tablas

1. Parámetros geometalúrgicos obtenidos en la prueba *SMC*. 19
2. Parámetros geometalúrgicos obtenidos de la prueba *BWI*. 20
3. Parámetros geometalúrgicos medidos en la prueba de flotación rougher. . . . 21
4. Factores multiplicadores para estimar el desempeño de flotación *cleaner* a partir de resultados de flotación *rougher*. 39
5. Cantidad de datos implementados en el estudio por tipo de prueba. 43
6. Parámetros operacionales de los equipos de conminución. 46
7. Parámetros operacionales del circuito de concentración. 47
8. Recuperación metalúrgica implementada según el caso de valorización. 50
9. Criterio de agendamiento de bloques según el caso de valorización. 51
10. Contribución promedio de cada etapa al consumo energético total. 70
11. Comparación de indicadores del UPL según modelo de valorización. 81
12. Comparación de resultados del agendamiento por modelo de valorización. . . 87
13. Distribución porcentual y TPH por tipo de material según caso de valorización. 89

1. Introducción

La minería constituye el conjunto de actividades relacionadas con la extracción de minerales valiosos desde la corteza terrestre, desempeñando un papel fundamental en la evolución de la civilización humana (Wills & Finch (2015)). A lo largo de la historia, la cantidad, variedad y complejidad de los materiales requeridos para sustentar el progreso tecnológico han crecido de manera exponencial. Sin embargo, debido a la naturaleza no renovable de los depósitos minerales, sumado a la histórica tendencia por explotar los yacimientos con los recursos más valiosos y superficiales, hay un decaimiento en la calidad de los yacimientos.

Como consecuencia, la industria minera enfrenta en la actualidad el desafío de procesar minerales cada vez más complejos y de menor ley para satisfacer la demanda global. En este nuevo escenario, la eficiencia en la gestión de los recursos minerales deja de ser solo una ventaja competitiva para convertirse en un imperativo técnico y económico. Una planificación minera deficiente puede tornar inviable un proyecto con buenos recursos minerales, mientras que una optimización estratégica robusta tiene la capacidad de transformar un depósito de baja ley promedio en una operación económicamente rentable y factible.

En este contexto, Dominy *et al.* (2018) mencionan que la geometalurgia ha surgido como un campo interdisciplinario clave que integra la información geológica, los procesos metalúrgicos con la planificación minera, permitiendo comprender y gestionar la variabilidad de parámetros intrínsecos del yacimiento a lo largo de cada una de las etapas. Los enfoques tradicionales de planificación minera suelen simplificar el comportamiento del mineral, modelando parámetros críticos (recuperaciones metalúrgicas, consumos energéticos o tasas de alimentación) como valores constantes o funciones simples de la ley del mineral. Esta simplificación ignora la heterogeneidad espacial de las características del depósito y puede generar modelos de producción poco representativos de la operación real como lo describe Coward *et al.* (2009), introduciendo desviaciones respecto a lo planificado y afectando la rentabilidad del proyecto.

El presente trabajo aborda esta problemática proponiendo una metodología de planificación minera a largo plazo que incorpora la variabilidad geometalúrgica del yacimiento en la

toma de decisiones estratégicas. A partir de la caracterización del mineral, se implementan modelos que relacionan sus propiedades con el desempeño esperado en las etapas de conminución y concentración. Estos modelos se integran en la valorización económica de los bloques, permitiendo evaluar su impacto en la definición del límite final del pit y en la generación del plan de producción.

1.1. Objetivo general

Desarrollar y evaluar una metodología integrada de planificación minera a largo plazo para minas a cielo abierto de cobre, que incorpore modelos geometalúrgicos de conminución y flotación en la valorización económica de bloques, con el fin de cuantificar su impacto en el valor del proyecto y la robustez del plan minero frente a la variabilidad del yacimiento.

1.2. Objetivos específicos

1. **Caracterizar la variabilidad espacial de los parámetros geometalúrgicos críticos** del yacimiento, mediante el análisis estadístico e interpolación de datos de sondajes.

2. **Formular modelos predictivos del desempeño del circuito de procesamiento** que vinculen las propiedades geometalúrgicas de cada bloque con la energía específica de conminución, la tasa de alimentación y la recuperación metalúrgica.

3. **Cuantificar el efecto de la integración geometalúrgica en las decisiones estratégicas de planificación minera**, mediante la comparación de cuatro esquemas de valorización económica de bloques de complejidad creciente en la envolvente económica final, el valor presente neto y la vida útil del proyecto.

4. Estudiar el impacto del producto de molienda y tamaño de la planta concentradora sobre el valor económico del proyecto.

2. Marco Teórico

2.1. Planificación Minera

La planificación minera es el proceso de la ingeniería de minas que se encarga de establecer un plan de explotación para los recursos minerales. Su objetivo es maximizar el valor presente neto (VAN) del proyecto al definir el cómo, cuándo y en qué secuencia extraer el mineral del yacimiento. Según Whittle *et al.* (2005), este proceso integra información multidisciplinaria proveniente de geología, geotecnia, metalurgia y economía para transformarla en decisiones estratégicas que determinan la viabilidad y rentabilidad del negocio. Newman *et al.* (2010) complementan esta visión estableciendo que el agendamiento de explotación no solo debe ser económicamente rentable, sino también técnicamente factible y respetuoso con las restricciones metalúrgicas, geomecánicas, medioambientales, políticas y financieras de la empresa.

La naturaleza compleja del problema de planificación minera requiere ser abordada en distintas escalas temporales, cada una con objetivos y niveles de detalle específicos. La planificación de largo plazo abarca la vida útil completa del yacimiento; la de mediano plazo considera un horizonte de uno a cinco años; y la de corto plazo comprende horizontes diarios a mensuales. El presente trabajo se enmarca en la planificación de largo plazo, dado que las decisiones adoptadas en esta etapa condicionan de manera determinante la viabilidad económica del proyecto. Es en esta fase donde la incorporación de información geometalúrgica presenta el mayor potencial de contribución, tanto en términos de representatividad del modelo de valorización como en la consistencia del plan minero resultante.

2.1.1. Planificación minera a cielo abierto de largo plazo

Whittle *et al.* (2005) y Hustrulid *et al.* (2013) definen la planificación de largo plazo en minas a cielo abierto como la optimización estratégica del yacimiento. Esta optimización determina qué bloques extraer, en qué momento y a qué destino enviarlos, de manera que maximice el valor presente neto del proyecto, sujeto a restricciones técnicas, económicas

y operacionales. Este proceso es fundamental para la evaluación económica, ya que define el alcance de la explotación, la vida útil de la mina, los flujos de producción esperados, sentando así las bases de la viabilidad financiera del negocio. La metodología tradicional de planificación a largo plazo se describe como un proceso secuencial de etapas interdependientes, donde cada fase utiliza como entrada el resultado de la etapa anterior.

El punto de partida de la planificación es el modelo de bloques, una representación discreta tridimensional del depósito mediante volúmenes regulares. Como señalan Ortiz *et al.* (2023), a cada bloque se le asignan atributos del depósito, tales como la ley del mineral, densidad, tipo de roca y propiedades geometalúrgicas. Estas propiedades son estimadas convencionalmente mediante técnicas geoestadísticas a partir de datos de sondajes y muestreos (Emery (2007)), complementados con parámetros económicos (precios de commodities, costos operacionales), geométricos (diseño minero) y técnicos (características de los equipos y procesos).

El flujo de trabajo tradicional puede esquematizarse mediante la secuencia presentada en la Figura 1. El proceso comienza con la toma y procesamiento de datos de sondajes, proporcionando información sobre la distribución espacial del yacimiento. Esta información se utiliza para generar el modelo de bloques, que constituye la herramienta principal de trabajo sobre el depósito.

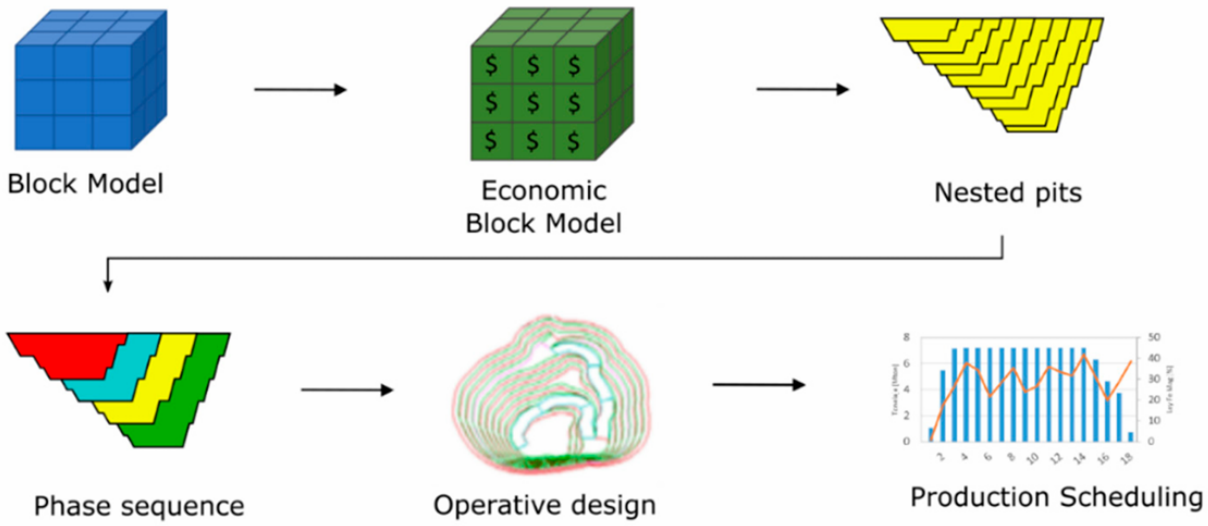


Figura 1: Diagrama general de la planificación minera a largo plazo, Morales *et al.* (2019).

Posteriormente, se procede a la valorización económica de cada bloque. En esta etapa se modela el valor económico que cada unidad de material aportaría al proyecto, considerando los ingresos por la venta del metal y los costos asociados a su extracción y procesamiento. Esta valorización permite clasificar el material como mineral (económicamente viable de procesar) o estéril (a remover solo para acceder a zonas de interés), estableciendo así la base económica para las decisiones de extracción. Con los bloques valorizados, se determina el límite económico final del pit o *Ultimate Pit Limit* (UPL), que corresponde al conjunto óptimo de bloques a extraer durante la vida útil de la mina. La etapa final es el agendamiento de la producción o *scheduling*, donde se asigna un período específico de extracción a cada bloque del modelo. Morales *et al.* (2015) señalan que en esta fase se consideran restricciones de capacidad de mina y planta, condiciones geotécnicas, objetivos de producción y tasas de descuento financiero a cada periodo. El resultado es el plan minero de largo plazo y, por tanto, el flujo de caja del proyecto, cuyo beneficio descontado se expresa como valor actual neto (VAN), parámetro fundamental para la toma de decisiones técnicas, de inversión y evaluación de rentabilidad.

2.1.2. Valorización económica en la planificación a cielo abierto

En la planificación minera de yacimientos a cielo abierto, una de las principales actividades de un proyecto es la evaluación económica de cada bloque del modelo de bloques. Hustrulid *et al.* (2013) mencionan que esta valorización permite determinar qué material es económicamente viable de extraer y procesar, estableciendo las bases para las etapas posteriores como la determinación del *Ultimate Pit Limit* (UPL) y el agendamiento de producción ($Scheduling$) a largo plazo.

Como se expresa en la Ecuación (1), cada bloque b del yacimiento posee un valor económico v_b (USD), dado por la diferencia entre los ingresos potenciales que puede generar I_b (USD) y los costos necesarios para su extracción y eventual procesamiento C_b (USD).

$$v_b = I_b - C_b \tag{1}$$

Esta formulación permite evaluar de manera independiente cada bloque del yacimiento bajo un conjunto de supuestos operacionales y económicos.

Para el bloque clasificado como mineral, el valor económico proviene de la venta del metal contenido en el concentrado. Por otro lado, si el bloque es clasificado como material estéril, su contribución al ingreso es nula, dado que no genera un producto comercializable. La Ecuación (2) describe matemáticamente cómo se determina el ingreso económico de un bloque (I_b).

$$I_b = \begin{cases} P_{Cu} \cdot f \cdot L_b \cdot R_b \cdot TON_b & \text{, si } b \text{ es mineral} \\ 0 & \text{, si } b \text{ es estéril} \end{cases} \tag{2}$$

Donde:

P_{Cu} = Precio del cobre (USD/lb).

L_b = Ley de cobre del bloque b (adimensional).

R_b = Recuperación metalúrgica del bloque b (adimensional).

TON_b = Tonelaje del bloque b (t).

f = Factor de conversión de toneladas a libras (lb/t).

Por su parte, los costos asociados a cada bloque b corresponden a operaciones mineras y, en caso de que el material sea tratado, a las operaciones de procesamiento propias de la planta, según la Ecuación (3). Los costos relacionados con la extracción minera incluyen etapas como la perforación, tronadura, carguío y transporte. Para los bloques enviados a planta de procesamiento, se incorporan adicionalmente los costos asociados a etapas de conminución, concentración y otros procesos metalúrgicos. Además, se incluyen costos de carácter transversal, tales como costos administrativos, costos de fundición y refinación del mineral, transporte externo del concentrado y cargas impositivas aplicables agrupadas en un costo de venta (CV_{Cu}).

$$-C_b = \begin{cases} -CV_{Cu} \cdot f \cdot L_b \cdot R_b \cdot TON_b \; - \; (MC + PC) \cdot TON_b & \text{, si } b \text{ es mineral} \\ -MC \cdot TON_b & \text{, si } b \text{ es estéril} \end{cases} \tag{3}$$

Donde:

CV_{Cu} = Costos de venta (USD/lb).

MC = Costo de minado (USD/t).

PC = Costo de procesamiento (USD/t).

Al combinar las Ecuaciones (2) y (3) se obtiene una expresión que determina el valor económico del bloque, descrita por la Ecuación (4).

$$v_b = \begin{cases} (P_{Cu} - CV_{Cu}) \cdot f \cdot L_b \cdot R_b \cdot TON_b \; - \; (MC + PC) \cdot TON_b & \text{, si } b \text{ es mineral} \\ -MC \cdot TON_b & \text{, si } b \text{ es estéril} \end{cases} \tag{4}$$

Esta formulación representa un acercamiento general utilizado en la planificación de minas a cielo abierto a largo plazo, donde suelen emplearse precios de cobre estimados al largo plazo y costos promedio para los procesos de mina y planta. Esta expresión permite discriminar qué bloques son los que mayor aporte económico generan al proyecto, y qué bloques representan simplemente un costo de extracción para liberar el acceso a bloques de interés. La Ecuación (5) permite distinguir el destino de cada bloque, definiendo entre planta de procesamiento y botadero. El criterio de decisión establece que si la valorización económica del bloque tratado como mineral supera su valorización tratado como estéril, entonces el bloque es enviado a planta de procesamiento.

$$v_b = \text{máx}\left(v_b^{\text{mineral}},\; v_b^{\text{estéril}}\right) \tag{5}$$

donde v_b^{mineral} representa el valor del bloque b si es tratado como mineral (USD) y $v_b^{\text{estéril}}$ representa el valor del bloque b si es tratado como estéril (USD). Este principio de valorización

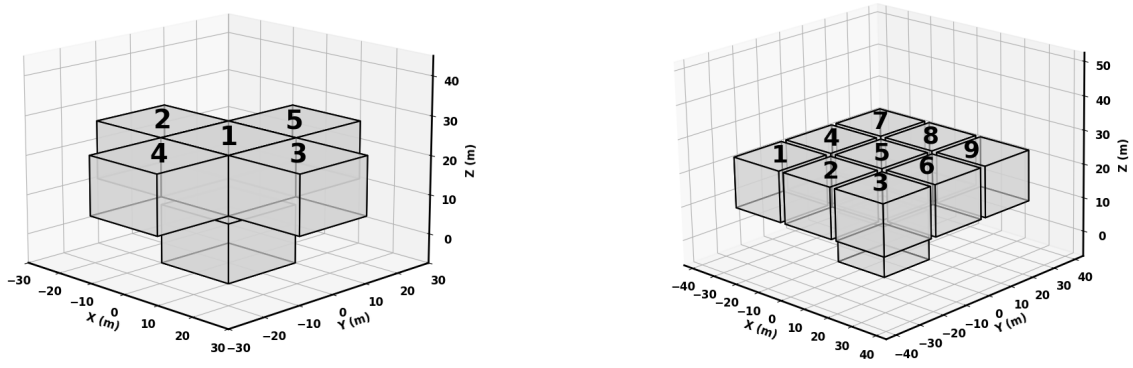
para cada bloque b representa la base para la posterior construcción del rajo final mediante algoritmos de optimización, los cuales buscan maximizar el valor presente del yacimiento, sujeto a restricciones geotécnicas y operacionales.

2.1.3. Problema de envolvente económica (UPL)

La envolvente económica, denominada *Ultimate Pit Limit* (UPL), corresponde al conjunto de bloques cuya extracción maximiza el valor total del proyecto minero, sometido a restricciones técnicas y geotécnicas que garantizan la estabilidad del talud. El UPL define el límite económico del pit final y establece las bases para la planificación minera a largo plazo.

Este problema se sustenta en un modelo de bloques tridimensionales, donde cada bloque posee una valorización económica asociada y restricciones geotécnicas derivadas de la estabilidad de los taludes. El objetivo de este proceso es determinar qué bloques forman parte del pit final, entendiéndose entonces que el (UPL) puede definirse como la frontera entre el material económicamente rentable de extraer y aquel que los costos de extracción superan el beneficio obtenido.

La estabilidad geotécnica del pit impone una serie de restricciones de precedencia entre los bloques, las cuales establecen que para extraer un bloque ubicado en niveles inferiores, es necesario remover previamente ciertos bloques ubicados en niveles superiores. Estas relaciones de precedencias aseguran la estabilidad del talud y dependen principalmente del ángulo de talud global adoptado y del método geométrico utilizado para su definición. Por ejemplo, para extraer un bloque ubicado en la base del pit es necesario extraer los bloques directamente superiores a este, tal como se aprecia en la Figura 2a. También se pueden considerar aproximaciones más restrictivas, como se muestra en la Figura 2b, donde se aumenta el número de precedencias para generar una geometría de pit final con taludes más suaves y estables.



(a) Configuración de cinco bloques de precedencia geométrica.

(b) Configuración de nueve bloques de precedencia geométrica.

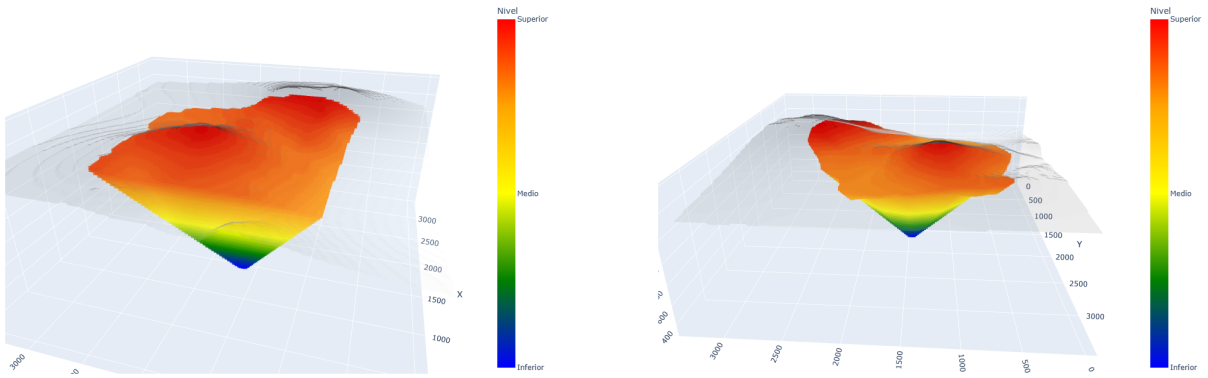
Figura 2: Ejemplo de relaciones de precedencia para un bloque objetivo bajo diferentes configuraciones geométricas.

Lerchs (1965) menciona que estas relaciones pueden modelarse como arcos dirigidos en un grafo, donde cada bloque actúa como un nodo y cada precedencia se representa como un arco dirigido que define una relación jerárquica entre bloques. En este contexto, un bloque puede ser incluido en el pit final únicamente si todos los bloques de precedencia han sido incluidos previamente. En el modelo de bloques, las precedencias son determinadas a partir de las coordenadas espaciales de los centroides de cada bloque, las cuales dependen directamente de la elevación o capa vertical en la que se encuentra el bloque.

La geometría empleada para la búsqueda de precedencias se representa habitualmente mediante un cono invertido, cuya apertura aumenta en función de la distancia vertical considerada. De esta forma, a mayor profundidad, el cono se expande incorporando un mayor número de bloques predecesores. Este comportamiento se ilustra en la Figura 3, donde al considerar 2 niveles de precedencia se generan únicamente 10 relaciones de precedencia, con un tiempo de cómputo del UPIT de 106 segundos. En contraste, al utilizar 6 niveles de precedencia se obtiene un total de 174 relaciones, incrementando el tiempo de cómputo a 352 segundos para la generación del UPIT.

En términos prácticos, surge un compromiso entre implementar una alta cantidad de pre-

cedencias por bloque (lo que permite obtener geometrías de pit más suaves y geotécnicamente realistas, aunque con un mayor costo computacional) y emplear un número reducido de precedencias (lo que facilita la resolución del problema de optimización, pero puede derivar en geometrías de pit más irregulares y potencialmente menos factibles desde el punto de vista geotécnico).



(a) UPIT considerando baja cantidad de precedencias.

(b) UPIT considerando alta cantidad de precedencias.

Figura 3: Comparación del efecto del número de precedencias en la geometría del UPIT.

Desde el punto de vista matemático, el problema del *UPL* se formula típicamente como una optimización combinatorial, en el cual se busca maximizar el valor presente neto total del conjunto de bloques extraídos, considerando las restricciones de precedencias geotécnicas. Una propuesta típica considera una variable binaria de decisión x_b, que toma el valor 1 si el bloque b es incluido en la extracción del pit final UPL, y 0 en caso contrario. Según Tachefine & Soumis (1997) y Hochbaum & Chen (2000), la formulación matemática para optimizar el *UPL* junto a sus restricciones puede expresarse según las Ecuaciones (6) a (8).

$$\text{máx} \sum_{b \in B} v_b \cdot x_b \tag{6}$$

$$x_b \leq x_{b'} \qquad \forall\, b \in B,\ b' \in PREC_b \tag{7}$$

$$x_b \in \{0,1\} \qquad \forall\, b \in B \tag{8}$$

Donde:

B	=	Conjunto de bloques del modelo (adimensional).
v_b	=	Valor económico del bloque b (USD).
x_b	=	Variable binaria que indica si el bloque b es extraído ($x_b = 1$) o no ($x_b = 0$).
$PREC_b$	=	Conjunto de bloques que deben extraerse previamente al bloque b por razones geotécnicas.

La Ecuación (6) corresponde a la función objetivo del modelo, cuyo resultado determina los límites del pit final a extraer, maximizando el valor presente neto del proyecto. La Ecuación (7) asegura el cumplimiento de las condiciones geométricas que otorgan estabilidad al talud, imponiendo que la extracción de un bloque b sea posible solo si todas sus precedencias han sido extraídas previamente. Finalmente, la Ecuación (8) determina la naturaleza binaria de la variable de decisión del bloque b, donde el valor 1 representa un bloque perteneciente al $UPIT$, mientras que 0 representa un bloque que permanece sin extraer.

2.1.4. Problema de agendamiento de bloques

Una vez definido el límite económico final del rajo mediante el cálculo del Ultimate Pit Limit (UPL), es necesario definir el orden y momento de extracción de cada bloque del modelo. Este proceso, definido como agendamiento de bloques, busca generar un plan de producción a lo largo del horizonte de planificación, definiendo de manera explícita restricciones de capacidad de mina, capacidad de procesamiento de la planta y restricciones geotécnicas asociadas a la estabilidad del talud.

Jélvez Montenegro (2017) menciona que el agendamiento de bloques ha sido típicamente desarrollado mediante metodologías basadas en el algoritmo de Lerchs y Grossman ($L\&G$), las cuales implementan secuenciamientos a través de pits anidados generados a través de

factores de ingreso, llamados *Revenue Factors*, como base para definir fases o pushbacks. Posteriormente, el agendamiento se construye asignando periodos a bloques dentro de cada fase, apoyándose en ajustes manuales por parte del planificador. En este enfoque, el cumplimiento de restricciones operacionales y de producción depende en gran medida de la experiencia del ingeniero a cargo.

En contraste, está el enfoque de Direct Block Scheduling (DBS), abordado por primera vez por Johnson (1968). Este enfoque plantea el agendamiento como un modelo de optimización matemática, asignando de forma directa el periodo a cada bloque. A diferencia de la metodología $L\&G$, que genera pits anidados basados en valorización estática sin considerar el momento de extracción, el enfoque DBS incorpora directamente el valor temporal económico del bloque en su formulación. En este contexto, la Ecuación (9) describe cómo el valor económico de cada bloque es evaluado considerando el periodo específico de extracción dentro del horizonte de planificación, aplicando el descuento temporal correspondiente.

$$v_{desc,bt} = \frac{1}{(1+d)^t} \cdot v_b \tag{9}$$

donde $v_{desc,bt}$ representa el valor descontado del bloque b al ser extraído en el periodo t, v_b es el valor económico del bloque y d corresponde a la tasa de descuento aplicada. Esta incorporación del factor temporal permite que el modelo DBS capture de manera más realista la naturaleza económica del problema de planificación minera, reconociendo que la extracción anticipada de bloques de mayor valor genera un mayor retorno económico para el proyecto. La Figura 4 muestra cómo el VAN decae anualmente considerando una tasa del 8 %, donde la línea roja representa una pérdida aproximada del 50 % del valor alcanzada al noveno año de extracción.

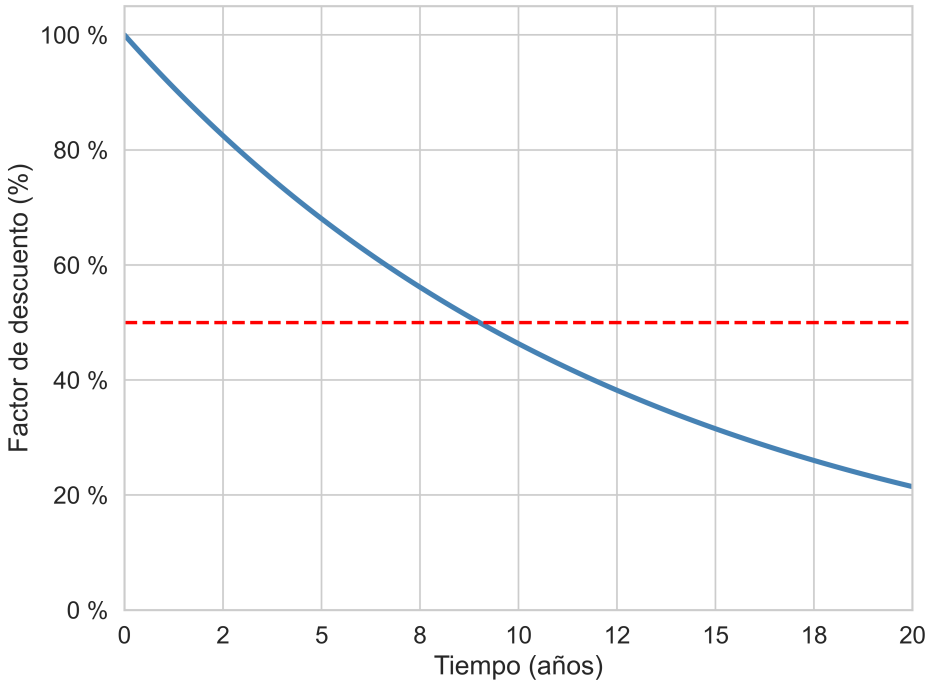


Figura 4: Depreciación económica del bloque para cada periodo de extracción, considerando una tasa de descuento anual del 8 %.

El objetivo de este enfoque es maximizar el valor actual neto (VAN) total del proyecto sujeto a un conjunto de restricciones operacionales, geotécnicas y de capacidad. Morales *et al.* (2015) realizan una comparación entre el enfoque clásico de la metodología $L\&G$ y distintas formulaciones de DBS, destacando que desde un punto de vista teórico el planteamiento DBS genera un enfoque más realista del problema de planificación minera debido a su capacidad de incorporar simultáneamente restricciones geotécnicas, temporales, extractivas y de capacidad de procesamiento. Sin embargo, la principal desventaja de la técnica DBS históricamente ha sido su complejidad computacional, proveniente del gran número de variables y restricciones que maneja. No obstante, los avances recientes en capacidad computacional, en conjunto con el desarrollo de nuevos algoritmos heurísticos y exactos, han permitido que los métodos DBS se vuelvan progresivamente accesibles desde un punto de vista práctico, como lo mencionan Campos *et al.* (2018).

Ortiz *et al.* (2023) destacan que debido a que el muestreo de los cuerpos geológicos heterogéneos que conforman un depósito mineral siempre es incompleto, surgen incertidumbres

sobre la distribución de propiedades específicas de las rocas. Si se ignoran, estas incertidumbres pueden conducir a decisiones operativas perjudiciales. En este contexto, es más realista desarrollar extensiones del modelo DBS con formulaciones estocásticas, que incorporan la incertidumbre geológica en el proceso de optimización. Estos modelos estocásticos consideran múltiples escenarios equiprobables de la distribución espacial de leyes y características del yacimiento, generando planes de producción más robustos frente a la variabilidad inherente del recurso mineral, como lo mencionan Dimitrakopoulos *et al.* (2002). Sin embargo, para efectos del estudio, se adopta un enfoque determinístico del modelo DBS, debido a que el objetivo principal de la investigación es evaluar el impacto que tienen los parámetros geometalúrgicos en la valorización económica y su posterior efecto en la planificación minera, y no en cuantificar y considerar los efectos de la incertidumbre del yacimiento.

En este sentido, el enfoque DBS determinístico se vuelve idóneo para incorporar parámetros geometalúrgicos en el proceso de planificación, evaluando directamente la variabilidad del mineral a través de sus propiedades de procesamiento. Morales *et al.* (2019) postulan un enfoque matemático representado según las Ecuaciones (10) a (15), para generar las restricciones necesarias que modelan el agendamiento determinístico de bloques.

$$\text{máx} \sum_{b \in B} \sum_{t \in T} \frac{1}{(1+d)^t} \cdot v_b \cdot (x_{bt} - x_{b,t-1}) \tag{10}$$

$$x_{bt} \leq x_{b't} \qquad \forall b \in B,\ b' \in PREC_b,\ t \in T \tag{11}$$

$$x_{b,t-1} \leq x_{bt} \qquad \forall b \in B,\ b' \in PREC_b,\ t \in T \tag{12}$$

$$M_t^- \leq \sum_{b \in B} TON_b \cdot (x_{bt} - x_{b,t-1}) \leq M_t^+ \qquad \forall t \in T \tag{13}$$

$$P_t^- \leq \sum_{b \in B} attribute_b \cdot (x_{bt} - x_{b,t-1}) \leq P_t^+ \qquad \forall t \in T \tag{14}$$

$$x_{bt} \in \{0, 1\} \qquad \forall b \in B,\ t \in T \tag{15}$$

Donde:

B = Conjunto de bloques del modelo.

T = Conjunto de periodos del horizonte de planificación.

x_{bt} = Variable binaria que vale 1 si el bloque b ha sido extraído a más tardar en el periodo t, y 0 en caso contrario.

v_b = Valor económico del bloque b.

d = Tasa de descuento utilizada para calcular el valor presente del bloque.

$PREC_b$ = Conjunto de bloques de precedencia que deben ser extraídos antes del bloque b.

TON_b = Toneladas del bloque b.

M_t^-, M_t^+ = Límite inferior y superior de la capacidad de extracción del material en el periodo t.

$attribute_b$ = Atributo metalúrgico del bloque b relevante para la planta de procesamiento.

P_t^-, P_t^+ = Límite inferior y superior de la tasa de alimentación en el periodo t.

La Ecuación (10) corresponde a la función objetivo del modelo que busca maximizar el VAN. La Ecuación (11) asegura que, para que el bloque b sea extraído, todos los bloques pertenecientes al conjunto de precedencias $PREC_b$ de dicho bloque deben haber sido extraídos con anterioridad, garantizando la estabilidad del talud. La Ecuación (12) garantiza que cada bloque sea extraído como máximo una vez a lo largo de los periodos de planificación. La Ecuación (13) establece los límites inferior y superior del tonelaje total que puede ser extraído en el periodo t, representando las restricciones de capacidad de los equipos de extracción. La Ecuación (14) establece los límites inferior y superior para el consumo del recurso de procesamiento, definido por el parámetro $attribute_b$, correspondiente al periodo t. Finalmente, la Ecuación (15) define la naturaleza binaria de la variable de decisión.

La variable $attribute_b$ está definida únicamente para bloques de mineral que son enviados a planta y su formulación depende del nivel de detalle con el cual se modele el proceso de tratamiento del mineral. En este contexto, $attribute_b$ puede representar múltiples propiedades

del bloque que restringen la planta de procesamiento, tales como el tonelaje del bloque, las horas requeridas para su procesamiento o parámetros asociados a la dureza del mineral, entre otros.

La resolución de los problemas mostrados de optimización asociados a la planificación minera a largo plazo requiere el uso de algoritmos eficientes capaces de manejar la escala y complejidad computacional inherente a los modelos de bloques reales. En el presente trabajo se emplean dos métodos de resolución: el algoritmo *Pseudoflow* para la determinación del *UPL* y una solución heurística de tipo *lookahead* para el problema de agendamiento de bloques DBS.

2.2. Geometalurgia

"La geometalurgia es el análisis de datos geológicos espacialmente correlacionados, para la modelación predictiva de operaciones metalúrgicas extractivas. Contribuye a una perspectiva de todo el sistema de la cadena de valor de los minerales, por lo que coordina la minería, el almacenamiento y la mezcla, con las operaciones unitarias individuales que ocurren dentro de las plantas de procesamiento de minerales. Esta perspectiva supera las barreras interdisciplinarias tradicionales, conduciendo a decisiones estratégicas y prácticas operativas más efectivas.", Navarra *et al.* (2018).

En las últimas décadas, la geometalurgia ha emergido como una disciplina integradora fundamental para la industria minera, respondiendo a la necesidad creciente de comprender y gestionar la variabilidad del yacimiento y su impacto en el procesamiento del mineral. De acuerdo con Dominy *et al.* (2018), la geometalúrgia constituye una ruta hacia operaciones mineras más resilientes, al permitir anticipar, cuantificar y gestionar la variabilidad inherente del yacimiento a lo largo de toda la cadena de valor completa, desde el mineral *in situ* hasta el producto comercializable final.

A diferencia de los enfoques tradicionales que abordan la geología, la minería y la metalurgia como disciplinas separadas, la geometalurgia reconoce que propiedades críticas como la dureza, la moliendabilidad y la flotabilidad presentan una variabilidad espacial sistemática.

Esta variabilidad puede ser caracterizada, modelada e incorporada en la toma de decisiones a lo largo de la vida del proyecto, reduciendo la incertidumbre y mejorando la representatividad de los planes mineros.

Un marco conceptual clave en este ámbito es el *Primary-Response Framework* propuesto por Coward *et al.* (2009), que distingue entre variables primarias y variables de respuesta. Las variables primarias corresponden a propiedades intrínsecas del mineral (como la mineralogía, la densidad y la composición química), mientras que las variables de respuesta describen el comportamiento del mineral frente a procesos específicos (como la molienda o la flotación). Esta distinción resulta fundamental, porque define las estrategias apropiadas de caracterización y modelamiento para cada tipo de variable: mientras que las variables primarias pueden extrapolarse espacialmente con mayor confianza, las variables de respuesta requieren consideraciones explícitas sobre escala de medición y las condiciones operacionales del proceso.

La Figura 5 ilustra las principales variables de entrada, variables de decisión operacional y variables de salida que caracterizan el desempeño del sistema, junto con sus relaciones funcionales.

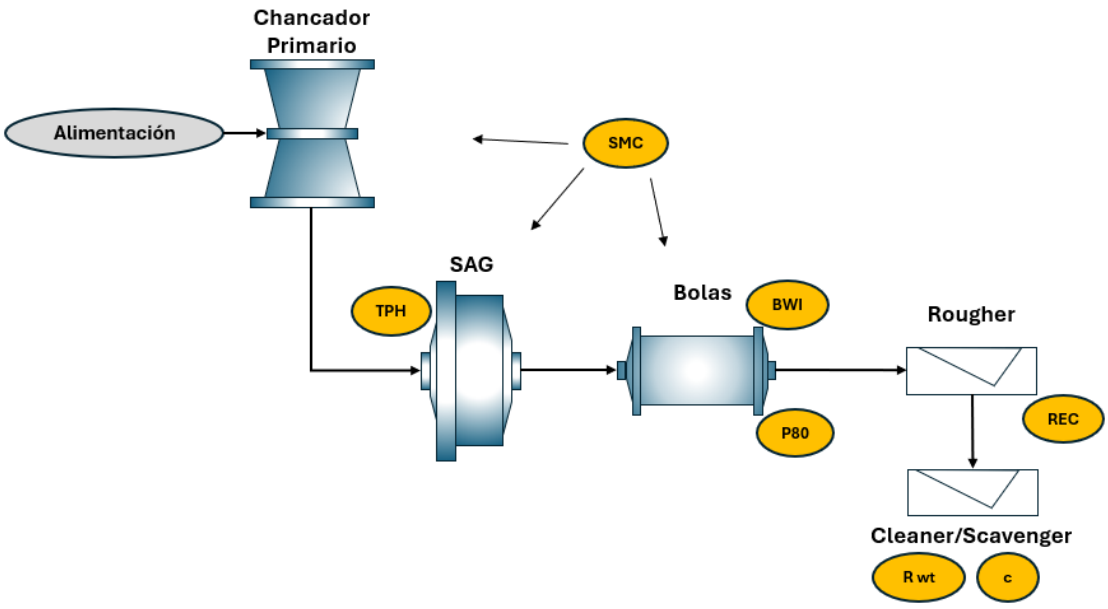


Figura 5: Diagrama de las variables de control geometalúrgico.

2.2.1. Parámetros geometalúrgicos

Los parámetros geometalúrgicos constituyen variables cuantitativas que establecen relaciones entre las características intrínsecas del mineral, su comportamiento durante los procesos de conminución y la respuesta metalúrgica esperada en las operaciones de procesamiento. Both & Dimitrakopoulos (2021) demostraron que la incorporación de parámetros geometalúrgicos mejora significativamente la predicción del circuito de molienda, en comparación con modelos basados únicamente en la ley, lo que incentiva el estudio y modelamiento de estos parámetros en todas sus etapas.

Tal como menciona Verret *et al.* (2011), la selección de un método de caracterización geometalúrgica depende fuertemente del volumen de muestra requerido, los objetivos del estudio y las restricciones operacionales y económicas del proyecto. Los ensayos a escala de planta piloto proporcionan información representativa del comportamiento a escala industrial, pero requiere de grandes cantidades de material, lo que los hace costosos. En contraste, pruebas de laboratorio como SMC pueden realizarse con cantidades reducidas de muestra (típicamente $< 10\ kg$), permitiendo una caracterización geometalúrgica más extensa espacialmente y económicamente viable.

A continuación, se describen las tres principales pruebas de laboratorio utilizadas en este estudio para caracterizar el comportamiento geometalúrgico del yacimiento: la prueba *SMC*, la prueba de índice de trabajo de Bond para molienda de bolas BWI y la prueba de flotación *rougher*.

Prueba SAG Mill Comminution (*SMC*)

La prueba *SMC* consiste en un ensayo de impacto por caída en peso (*Drop Weight Test*) que cuantifica la resistencia del mineral a la fractura a través de la medición de la distribución granulométrica resultante de una serie de impactos de energía controlada. El ensayo se realiza sobre partículas individuales de tamaño conocido (típicamente entre 13,2 mm y 63 mm) sometidas a impactos de diferentes niveles energéticos. La caracterización se basa en el análisis de la función de fractura específica del mineral, permitiendo derivar parámetros que describen

tanto el comportamiento bajo impacto de baja velocidad como la respuesta al incremento progresivo de la energía aplicada.

Los parámetros obtenidos de la prueba SMC son fundamentales para la aplicación del método de Morrell (2009) en la predicción de energía específica y posteriormente la capacidad de procesamiento en circuito que incluye chancado, HPGR, molienda SAG y molienda de bolas. La Tabla 1 resume los principales parámetros derivados de esta prueba.

Tabla 1: Parámetros geometalúrgicos obtenidos en la prueba *SMC*.

Símbolo	**Definición**
a	Parámetro de resistencia a la fractura por impacto de baja velocidad (adimensional)
b	Parámetro de respuesta al incremento de energía de impacto (adimensional)
sg	Densidad específica (adimensional)
Dwi	Índice de impacto por caída (kWh/m^3)
Mia	Índice de trabajo para partículas gruesas ($> 750\ \mu m$) en molienda rotatoria (kWh/t)
Mih	índice de trabajo de mineral en circuitos de rodillos de alta presión $HPGR$ (kWh/t)
Mic	Índice de trabajo de mineral en circuitos de chancado (kWh/t)

Prueba Bond Ball Mill Work Index (*BWI*)

La prueba de índice de trabajo de Bond para molienda de bolas (BWI) descrita por Bond (1961) es un ensayo estandarizado que determina la energía específica requerida para reducir un mineral desde un tamaño de alimentación F_{80} hasta un tamaño de producto P_{80} en condiciones de molienda húmeda en circuito cerrado. La prueba se realiza en un molino de bolas estándar en régimen de carga circulante del 250 %, simulando condiciones industriales típicas de molienda secundaria.

El ensayo consiste en ciclos repetidos de molienda y clasificación por tamizado hasta alcanzar un estado estacionario, determinado cuando se obtiene una moliendabilidad constante medida como gramos de material bajo tamaño por revolución del molino (Gbp), alcanzados típicamente entre los 7 y 10 ciclos. La Tabla 2 presenta los parámetros operacionales y granulométricos obtenidos durante la prueba.

Tabla 2: Parámetros geometalúrgicos obtenidos de la prueba *BWI*.

Símbolo	Definición
P_{100}	Abertura de malla de cierre utilizada en la prueba de Bond (μm)
F_{80}	Tamaño de partícula por el cual pasa el 80 % de la alimentación (μm)
P_{80}	Tamaño de partícula por el cual pasa el 80 % del producto de molienda (μm)
G_{bp}	Moliendabilidad en condiciones de equilibrio, expresada como gramos de material bajo tamaño producido por revolución del molino (g/rev)

Según Ahmadi & Shahsavari (2009) y como se expresa en la Ecuación (16), a partir de los parámetros medidos es posible determinar el índice de trabajo operativo de Bond para molienda de bolas BOW_i (kWh/t).

$$BOW_i = \frac{4,895}{P_{100}^{0,23} \cdot Gbp^{0,82} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}}\right)} \tag{16}$$

Este parámetro es fundamental para aplicar la tercera ley de Bond (1961) que determinar la energía específica requerida en la molienda de bolas, descrito por la Ecuación (20). Adicionalmente, siguiendo la metodología de Morrell (2006), a partir de los datos obtenidos de la prueba BWI y la Ecuación (17), es posible determinar el índice de trabajo para partículas finas ($< 750\ \mu m$) en molienda rotatoria M_{ib} (kWh/t).

$$M_{ib} = \frac{18,18}{P_{100}^{0,295} \cdot Gbp \cdot \left(P_{80}^{-\left(0,295+\frac{P_{80}}{1\,000\,000}\right)} \; - \; F_{80}^{-\left(0,295+\frac{F_{80}}{1\,000\,000}\right)}\right)} \tag{17}$$

El parámetro M_{ib} es incorporado posteriormente en la Ecuación (27) para estimar la energía específica implementada por molinos de bolas operando en la región de reducción de tamaño por abrasión, característica de la molienda de partículas finas ($< 750\ \mu m$).

Prueba de flotación rougher

Según Greet *et al.* (2010), una etapa fundamental para modelar el comportamiento metalúrgico del mineral y desarrollar modelos predictivos de recuperación es la realización de pruebas de flotación *rougher* a escala de laboratorio. Estas pruebas permiten cuantificar la

cinética de flotación del mineral bajo condiciones controladas y establecer relaciones entre variables operacionales (tiempo de residencia, granulometría de alimentación) y el desempeño metalúrgico esperado.

La prueba consiste en un ensayo de flotación por lotes (*batch*) donde la pulpa es sometida a flotación en una celda de laboratorio durante periodos acumulativos de tiempo. Para la configuración utilizada en este estudio se realizan cuatro etapas consecutivas de flotación (k) con tiempos de residencia progresivos (1, 3, 7, 15 minutos). En cada etapa se recolecta el concentrado producido, registrando su masa y ley de cobre, mientras que al finalizar la secuencia se analiza también el relave final. La Tabla 3 detalla los parámetros medidos durante el ensayo.

Tabla 3: Parámetros geometalúrgicos medidos en la prueba de flotación rougher.

Símbolo	Definición
C_i	Masa del concentrado recuperado en la etapa i (g)
c_i	Ley de cobre del concentrado i $(\%)$
T	Masa del relave *rougher* (g)
t	Ley de cobre del relave *rougher* $(\%)$
k	Etapa de flotación *rougher*.

La Figura 6 presenta un esquema simplificado del procedimiento experimental de la prueba de flotación *rougher* por etapas, mostrando la secuencia de recolección de concentrados y el balance de masa final que incluye el relave.

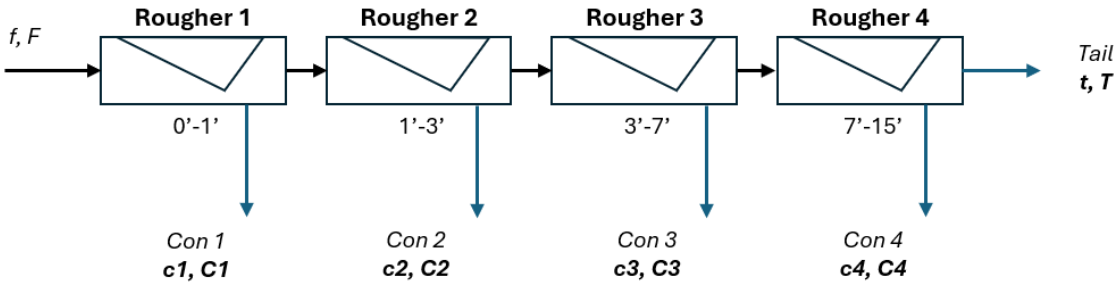


Figura 6: Prueba de flotación en celdas rougher a escala de laboratorio.

A partir de la Ecuación (18), es posible determinar las recuperaciones metalúrgicas acumuladas de cobre para cada etapa de flotación *rougher*. Este cálculo se basa en el balance metalúrgico que considera el contenido de cobre recuperado acumulado hasta la etapa k (producto de la suma de masas de concentrado C_i por sus respectivas leyes c_i) dividido por el contenido total de cobre en la muestra original (suma del cobre en todos los concentrados más el cobre en el relave).

$$R_{ro,t_k} = \frac{\sum_{i=1}^{k} C_i \cdot c_i}{\sum_{i=1}^{4} (C_i \cdot c_i) \; + \; T \cdot t}, \qquad k = 1,\, 2,\, 3,\, 4 \tag{18}$$

De manera análoga, la Ecuación (19) permite determinar la recuperación acumulada en peso del concentrado *rougher* para cada etapa Wt_{ro,t_k} (adimensional). Para ello, se calcula la razón entre la masa acumulada de concentrado C_i hasta la etapa correspondiente y la masa total de la muestra original.

$$Wt_{ro,t_k} = \frac{\sum_{i=1}^{k} C_i}{\sum_{i=1}^{4} C_i \; + \; T}, \qquad k = 1,\, 2,\, 3,\, 4 \tag{19}$$

Ambas variables, recuperación metalúrgica y recuperación en peso, exhiben un comportamiento creciente a lo largo de las etapas sucesivas de flotación, reflejando el carácter acumulativo del proceso. Este comportamiento se ilustra en la Figura 7, donde se representa la evolución típica de ambas variables para una muestra representativa analizada en laboratorio. La cinética de flotación, expresada mediante estas curvas, es fundamental para desarrollar modelos predictivos que relacionen el tiempo de residencia con la recuperación esperada a escala industrial (Yianatos & Henríquez (2006); Polat & Chander (2000)).

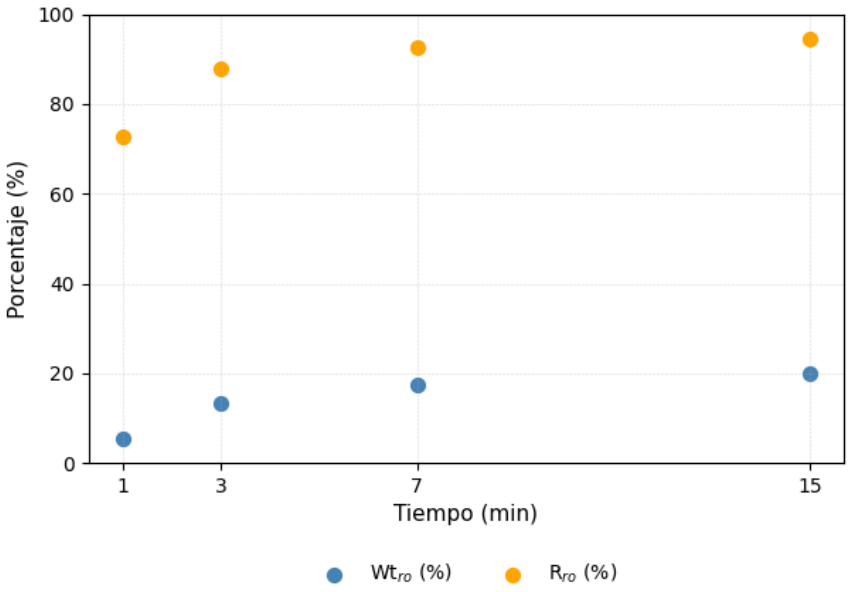


Figura 7: Recuperación en peso (*color azul*) y metalúrgica (*color naranja*) de concentrado rougher por cada etapa de una muestra representativa.

Un aspecto fundamental del enfoque geometalúrgico es la capacidad de integrar los resultados de las pruebas de laboratorio (SMC, BWI y *Flotación Rougher*) con la información espacial del yacimiento. Las muestras analizadas provienen de secciones específicas de sondajes con información georreferenciada que incluye datos del collar, trayectoria (*survey*) y profundidad de muestreo (*from-to*), como se describe en el *Anexo A*. Esta estructura de datos permite mapear los parámetros geometalúrgicos medidos en laboratorio a localizaciones tridimensionales específicas dentro del modelo del yacimiento. Como lo menciona Emery (2007), la georreferenciación de los datos geometalúrgicos constituye el fundamento para la aplicación de técnicas geoestadísticas que permiten estimar los parámetros en zonas no directamente muestreadas.

2.2.2. Cálculo de energía específica *SE*

La energía específica SE (kWh/t) es un parámetro ampliamente utilizado en la evaluación del comportamiento de los circuitos de conminución, que permite cuantificar la energía requerida por unidad de masa procesada para reducir el mineral desde un tamaño de alimen-

tación F_{80} hasta un tamaño objetivo del producto P_{80} (μm). Según Napier-Munn & Centre (1996), este tamaño objetivo está típicamente determinado por los requerimientos de liberación mineral necesarios para alcanzar las recuperaciones metalúrgicas esperadas en las etapas posteriores de concentración. Ballantyne *et al.* (2012) señalan que el consumo energético en conminución representa típicamente el mayor componente de costo variable en procesamiento, pudiendo exceder el 50 % de la energía utilizada en minas de oro y cobre, lo que acentúa la importancia de determinar con precisión la energía específica.

En el contexto de la planificación minera con enfoque geometalúrgico, la energía específica representa una variable de respuesta crítica que vincula las propiedades intrínsecas del mineral con el desempeño operacional de la planta de procesamiento en términos de consumo energético.

Tercera ley de conminución de Bond

El enfoque clásico para la estimación de energía específica se fundamenta en la tercera ley de conminución propuesta por Bond (1961), como lo expresa la Ecuación (20). Esta teoría postula que la energía requerida para reducir el tamaño de partícula es proporcional a la nueva superficie generada durante el proceso de fractura.

$$SE = 10 \cdot BOWi \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right) \tag{20}$$

Donde:

$BOWi$ = Índice de trabajo de Bond para molienda de bolas (kWh/t), Ecuación (16).

F_{80} = Tamaño de partícula por el cual pasa el 80 % de la alimentación (μm).

P_{80} = Tamaño de partícula por el cual pasas el 80 % del producto (μm).

Si bien la ecuación anterior ha demostrado gran utilidad para el diseño y dimensionamiento de circuitos convencionales de molienda de bolas en configuración de circuitos cerrados con clasificador, presenta limitaciones importantes cuando se aplica a configuraciones de circuitos más complejos que incluyen múltiples etapas de conminución. Morrell (2006) menciona que la ecuación de Bond no considera el comportamiento de molinos semiautógenos, la energía

implementada por equipos de rodillos de alta presión y no considera las diferencias entre el comportamiento de partículas gruesas y partículas finas. Adicionalmente, a través de las formulaciones de Bond aumenta el índice de trabajo a medida que aumenta el tamaño de producto P_{80}, lo cual contrasta con las mediciones realizadas.

Método de Morrell para predicción de energía específica

Para superar las limitaciones del enfoque anterior, Morrell desarrolló una metodología que permite predecir la energía específica total de circuitos complejos de conminución considerando la contribución individual de cada equipo y las características específicas del mineral (Morrell (2004); Morrell (2006); Morrell (2008); Morrell (2009)).

Morrell divide su enfoque en tres categorías principales de equipos de conminución, cada una caracterizada por mecanismos de fractura distintos. En primer lugar, los equipos de molienda rotatoria, como los molinos AG, SAG, de bolas y de barras, que operan mediante una combinación de mecanismos de fractura que incluyen impacto y abrasión. En segundo lugar, los equipos de chancado convencional, como los de mandíbula, giratorios y de cono, en los que la fractura ocurre principalmente por compresión entre superficies rígidas. Finalmente, los equipos de rodillos de alta presión (HPGR), que generan la conminución mediante compresión de alta presión entre rodillos contrarrotatorios.

Uno de los aspectos innovadores de Morrell es el reconocimiento de que los molinos rotatorios presentan dos regímenes diferenciados de conminución según el tamaño de partícula. Las partículas gruesas ($> 750\ \mu m$) se reducen principalmente por impacto y abrasión, mientras que las partículas finas ($< 750\ \mu m$) experimentan reducción predominantemente por abrasión. La elección de $750\ \mu m$ como la división entre los tamaños de partículas "gruesas" y "finas" se determinó durante el desarrollo de la técnica y se encontró que proporciona los mejores resultados generales en todo el espectro de plantas en la base de datos del autor.

La Ecuación (21) expresa la forma general de la reducción de tamaño, descrita por Morrell (2004).

$$W_i = 4 \cdot M_i \cdot \left(P_{80}^{f(P_{80})} - F_{80}^{f(F_{80})} \right) \tag{21}$$

donde W_i es la energía específica de conminución del equipo i (kWh/t), M_i es el índice de trabajo asociado con las propiedades de ruptura del mineral (kWh/t). A diferencia de Bond, que ocupa un exponente de tamaño de $-0,5$ que no se ajusta de manera adecuada a todos los rangos de tamaño, la Ecuación (22) descrita por Morrell propone un exponente variable definido como $f(x)$. Este exponente incorpora la energía con el tamaño de partícula, ajustado mediante un término de corrección x dependiente del tamaño de partícula.

$$f(x) = -\left(0,295 + \frac{x}{1\,000\,000}\right) \tag{22}$$

donde x representa el tamaño de partícula del 80 % pasante (μm). El comportamiento de esta función puede visualizarse en la Figura 8.

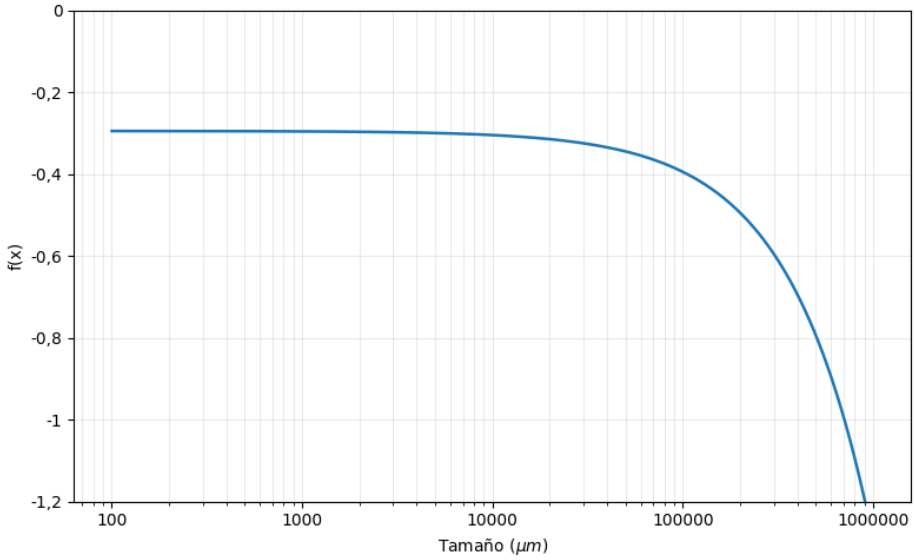


Figura 8: Tamaño de partícula del 80 % pasante respecto de la función $f(x)$.

Este ajuste hace que la función exponente $f(x)$ se mantenga estable en un gran rango de tamaños de partícula $(\approx -0,295)$ donde el análisis de su variación relativa muestra que para tamaños aproximados inferiores a 3 000 μm el cambio es menor al 1 %. El efecto se vuelve significativo a partir de $P_{80} \approx 15\,000$ μm, donde la variación alcanza el 5 %.

Determinación de energía específica para circuitos de conminución

Bajo este marco conceptual, la energía específica total del sistema de conminución SE (kWh/t) puede ser calculada mediante la Ecuación (23) como la suma de las contribuciones individuales de cada etapa.

$$SE = W_a + W_b + W_c \tag{23}$$

Donde:

W_a = Energía específica para reducir partículas gruesas ($> 750\ \mu m$) en molinos rotatorios (kWh/t).

W_b = Energía específica para reducir partículas finas ($< 750\ \mu m$) en molinos rotatorios (kWh/t).

W_c = Energía específica de equipos de chancado convencional (kWh/t).

Morrell describe adicionalmente la energía específica de equipos de rodillos de alta presión HPGR (W_h) y un término de corrección de energía específica debido a la distribución de tamaños (W_s) para definir la energía específica total del sistema, sin embargo, estos parámetros no son contemplados en el estudio.

Energía específica en chancado convencional

La Ecuación (24) describe la energía específica consumida por equipos de chancado convencional (mandíbula, giratorio o cono).

$$W_c = 4 \cdot S \cdot K_c \cdot M_{ic} \cdot \left(P_{80c}^{\,f(P_{80c})} - F_{80c}^{\,-f(F_{80c})} \right) \tag{24}$$

Donde:

S = Parámetro de dureza de mineral grueso (adimensional), Ecuación (25).

K_c = Factor de configuración de circuito: $K_c = 1,0$ para circuitos cerrados; $K_c = 1,19$ para circuitos abiertos.

M_{ic} = Índice de trabajo del mineral para circuito de chancado (kWh/t).

F_{80c} = Tamaño de partícula por el cual pasa el 80 % de la alimentación del chancado (μm).

P_{80c} = Tamaño de partícula por el que pasa el 80 % del producto del chancado (μm).

El parámetro de dureza S incorpora el efecto de la competencia del mineral específicamente para el rango de tamaños de partícula procesados por chancadores convencionales, pudiendo ser determinado a partir de la Ecuación (25).

$$S = \begin{cases} K \cdot (F_{80} \cdot P_{80})^{-0,2} & \text{, si } S < 1. \\ 1 & \text{, si } S \geq 1 \end{cases} \tag{25}$$

Donde:

K = Constante específica de la máquina ($K = 55$ para chancador; $K = 35$ para HPGR).

F_{80} = Tamaño de partícula por el que pasa el 80 % de la alimentación (μm).

P_{80} = Tamaño de partícula por el que pasa el 80 % del producto (μm).

El límite superior de $S = 1$ proviene de la sobrestimación de la energía en minerales muy blandos procesados con tamaños de alimentación y producto relativamente finos.

Energía específica para partículas gruesas en molinos rotatorios

Para el caso de los molinos rotatorios, la energía específica asociada a la conminución de partículas gruesas (> 750 μm) se evalúa mediante la Ecuación (26).

$$W_a = 4 \cdot K_a \cdot M_{ia} \cdot \left(P_{80a}^{f(P_{80a})} - F_{80a}^{f(F_{80a})} \right) \tag{26}$$

Donde:

K_a = Factor de recirculación de pebbles: $K_a = 1,0$ en circuitos abiertos; $K_a = 0,95$ en circuitos cerrados.

M_{ia} = Índice de trabajo para partículas gruesas en molienda rotatoria (kWh/t).

F_{80a} = Tamaño de partícula por el que pasa el 80 % de la alimentación en molinos rotatorios (μm).

P_{80a} = Tamaño de partícula por el que pasa el 80 % del producto en molinos giratorios, definido en 750 (μm).

Energía específica para partículas finas en molinos rotatorios

Finalmente, la energía específica correspondiente a la conminución de partículas finas en molinos rotatorios, establecidas como aquellas con un tamaño inferior a 750 (μm), se determina mediante la Ecuación (27).

$$W_b = 4 \cdot M_{ib} \cdot \left(P_{80b}^{f(P_{80b})} - F_{80b}^{f(F_{80b})} \right) \tag{27}$$

Donde:

M_{ib} = Índice de trabajo para partículas finas en molinos rotatorios (kWh/t).

F_{80b} = Tamaño de partícula fina por el que pasa el 80 % de la alimentación en molinos rotatorios (μm), definido en 750 (μm).

P_{80b} = Tamaño de partícula fina por el que pasa el 80 % del producto en molinos rotatorios (μm).

Es importante notar que, a diferencia del régimen grueso que utiliza M_{ia} derivado de la prueba SMC, el régimen fino utiliza la variable M_{ib} calculada a partir de la prueba BWI. Esta distinción refleja que la prueba BWI caracteriza de mejor manera el comportamiento del mineral bajo mecanismos de abrasión en el rango de tamaños finos, mientras que SMC caracteriza de mejor manera el comportamiento bajo impacto para tamaños gruesos.

2.2.3. Cálculo de la tasa de alimentación *TPH*

La tasa de alimentación de un circuito de conminución, expresada generalmente como toneladas por hora (TPH), es fundamental para la gestión operacional de plantas concentra-

doras, ya que impacta directamente en la eficiencia metalúrgica, los costos energéticos, los costos operacionales y en la ganancia obtenida a partir de la venta de concentrado y la rentabilidad global del proyecto. En el contexto geometalúrgico, Kabemba *et al.* (2025) mencionan que la tasa de alimentación constituye una variable de respuesta que conecta las propiedades del mineral con las restricciones físicas del circuito, donde las características geológicas de las diferentes litologías impactan directamente en la eficiencia metalúrgica de los circuitos de conminución

Schena *et al.* (1996) demuestran que un aumento en la tasa de alimentación produce un incremento en la granulometría del producto de conminución P_{80}, lo que merma la liberación del mineral y, en consecuencia, reduce la recuperación metalúrgica. Este efecto negativo en la recuperación disminuye la valorización económica del concentrado producido, contrarrestando parcial o totalmente el beneficio de procesar mayor tonelaje.

El análisis económico de Schena *et al.* (1996) muestra la existencia de un TPH óptimo que maximiza el beneficio económico. Operar por debajo de este óptimo implica sub-utilizar la capacidad instalada y perder potencial de producción, mientras que operar por encima provoca perdidas económicas debido debido a la caída de la recuperación metalúrgica y un aumento en los costos operacionales. Un hallazgo relevante del estudio es que la tasa óptima de alimentación presenta baja sensibilidad a variaciones del precio del cobre, lo que indica que la limitante principal del sistema corresponde a restricciones metalúrgicas y energéticas, no económicas. Esta conclusión refuerza la importancia de considerar directamente la relación entre dureza del mineral, energía específica, TPH y recuperación metalúrgica en la planificación minera a largo plazo.

La tasa de alimentación TPH puede modelarse a partir del balance energético del circuito de conminución, según la Ecuación (28), donde la potencia instalada del circuito es fija y la energía específica SE varía en función de las características del mineral.

$$TPH = \frac{P \cdot \alpha}{SE} \tag{28}$$

Donde:

P = Potencia total instalada en el circuito de conminución (kW), Ecuación (29).

α = Factor de eficiencia operacional de los equipos (adimensional, $\alpha = 0,92$).

SE = Energía específica requerida para procesar el mineral (kWh/t), Ecuación (23).

La Ecuación (29) describe la potencia total instalada del sistema P en términos de la suma de las potencias nominales de todos los equipos de conminución el circuito.

$$P = \sum_{i=1}^{n} P_i \tag{29}$$

donde P_i representa la potencia instalada del equipo i (kW) y n el número total de equipos de conminución en el circuito. Para un circuito tipo SABC, los equipos considerados son chancador primario, molino SAG y dos molinos de bolas como los principales equipos que consumen energía.

La Ecuación (28) refleja una relación inversa entre SE y TPH: minerales duros (alto SE) reducen el TPH, mientras que minerales blandos (bajo SE) lo incrementan. Esta variabilidad impacta directamente en la planificación minera al reconocer una tasa de alimentación no constante (a diferencia de los enfoques tradicionales), lo que obliga a considerar la dureza del mineral en las restricciones de capacidad por periodo. Además, permite calcular con precisión los tiempos de procesamiento por bloque, como se expresa en la Ecuación (30), usando TON_b y TPH_b.

$$h_{proc,\,b} = \frac{TON_b}{TPH_b} \tag{30}$$

2.2.4. Modelos de recuperación metalúrgica

La recuperación metalúrgica cuantifica la fracción de metal contenido en el mineral que es efectivamente transformado en producto comercializable, consolidándose como uno de los parámetros críticos para la evaluación técnico-económica de proyectos mineros. En el contexto de la planificación minera con enfoque geometalúrgico, Yianatos *et al.* (2010) proponen

que la recuperación metalúrgica no debiese ser entendida como un valor fijo asignado uniformemente en todo el yacimiento, sino como una variable de respuesta dependiente tanto de las propiedades intrínsecas del mineral (mineralogía, asociaciones minerales) como de las condiciones operacionales implementadas en la planta de procesamiento (granulometría de molienda P_{80}, tiempo de residencia, dosificación de reactivos).

Desde una perspectiva de modelamiento, la recuperación metalúrgica global del sistema resulta de una secuencia de procesos físico-químicos que ocurren a lo largo del circuito de conminución y concentración. Finch & Dobby (1990) y Neethling & Cilliers (2003) reconocen que el desempeño de la flotación en columnas (el método de concentración más ampliamente utilizado en la industria minera de sulfuros de cobre) puede descomponerse en dos zonas consecutivas. En primer lugar, la zona de recolección o pulpa (R_c), donde las partículas minerales hidrofóbicas se adhieren a burbujas de aire. En segundo lugar, la zona de espuma (R_f), donde las partículas adheridas deben transportarse exitosamente a través de la fase espumosa hasta la salida de descarga.

Recuperación en la zona de espuma bajo condiciones de laboratorio

Para el caso de ensayos de flotación en laboratorio operado en régimen *batch*, la metodología estándar se caracteriza por un paleteo frecuente en la espuma, lo que implica que el tiempo de residencia de las partículas en la fase espumosa puede considerarse prácticamente nulo. Bajo estas condiciones, Gorain *et al.* (1998) estipulan que las pérdidas por drenaje gravitacional de partículas y ruptura de burbujas cargadas en la espuma son mínimas, resultando en una alta eficiencia de transporte de partículas desde la interfaz pulpa-espuma hacia el concentrado. Por consiguiente, la recuperación en la fase espumosa para pruebas de laboratorio puede aproximarse como $R_f \approx 100\,\%$.

Modelos cinéticos de flotación para la zona de colección

Bajo esta perspectiva, la recuperación metalúrgica puede ser descrita principalmente en función de la cinética de flotación de la zona de colección R_C, calculada mediante la Ecuación (31). El proceso de flotación en la zona de colección busca describir la evolución temporal de la recuperación metalúrgica acumulada mediante modelos cinéticos. Uno de los

primeros modelos implementados para caracterizar este comportamiento fue propuesto por Garcia Zuñiga (1935), y posteriormente refinado por Amelunxen *et al.* (2014), describiendo una cinética global de primer orden para la recuperación metalúrgica acumulada en la zona de colección.

$$R_C = R_\infty \cdot \left(1 - e^{-K_{MAX} \cdot t}\right) \tag{31}$$

Donde:

R_∞ = Recuperación metalúrgica máxima alcanzable a tiempo infinito (%).
K_{MAX} = Constante cinética de flotación $(1/min)$.
t = Tiempo de flotación (min).

R_∞ representa el límite asintótico de recuperación bajo condiciones perfectas de flotación ($\leq 100\,\%$), K_{MAX} representa una constante cinética que encapsula la eficiencia del proceso de flotación, donde valores altos indican flotación rápida (minerales fácilmente flotables), mientras que valores bajos indican flotación lenta. Este modelo ha sido ampliamente utilizado para ajustar resultados experimentales de flotación *batch* debido a su simplicidad matemática y capacidad de representar adecuadamente el comportamiento inicial de la curva de recuperación. Sin embargo, el modelo García-Zuñiga asume implícitamente que todas las partículas en el sistema presentan una cinética de flotación homogénea, caracterizada por una única constante k. Polat & Chander (2000) estipula que este supuesto es raramente válido en sistemas reales, donde la heterogeneidad mineralógica, la distribución de tamaños de partícula y el grado de liberación variable generan una distribución de constantes cinéticas que debe ser adecuadamente caracterizada.

Modelo de Klimpel para sistemas heterogéneos

Para representar la heterogeneidad inherente de los sistemas reales Klimpel (1980) desarrolló un modelo cinético integral de recuperación en la zona de colección, según la Ecuación (32). Bajo las suposiciones de un modelo de primer orden con una distribución rectangular de constantes cinéticas, la integración de heterogeneidad conduce a una solución analítica

promediada, frecuentemente expresada en su forma simplificada para un tiempo de flotación t_0.

$$R_C(t_0) = R_\infty \cdot \left(1 - \frac{1 \ - \ e^{-K_{MAX} \cdot t_0}}{K_{MAX} \cdot t_0}\right) \tag{32}$$

donde t_0 representa el tiempo de flotación característico en una celda de flotación (min). Polat & Chander (2000) demostraron mediante análisis comparativo que la ecuación anterior genera un mejor ajuste a datos experimentales que el modelo de García-Zuñiga de la Ecuación (31), especialmente en sistemas donde coexisten partículas con cinéticas de flotación significativamente distintas (por ejemplo, partículas con diferente grado de liberación). El modelo de Klimpel tiene la ventaja de que, al incorporar una distribución de constantes cinéticas, captura mejor el comportamiento asintótico de la curva de recuperación en tiempos largos, donde las partículas de flotación lenta dominan el proceso.

Escalamiento a bancos de flotación industrial

Yianatos & Henríquez (2006) señalan que para el modelamiento, optimización y control de circuitos industriales, es fundamental conocer el rendimiento global de bancos de flotación constituidos por múltiples celdas *rougher* operando en configuración mixta serie-paralelo. Una práctica común para determinar la recuperación global del banco consiste en realizar balances de masa considerando las celdas en serie como reactores con mezclado ideal, cuyo arreglo en serie aproxima el comportamiento de un flujo pistón.

Extendiendo el modelo de Klimpel al caso de N celdas en serie, la recuperación metalúrgica del banco puede expresarse mediante la Ecuación (33).

$$R_C(\tau) = R_\infty \cdot \left(1 - \frac{1 \ - \ (1 \ + \ K_{MAX} \cdot \tau)^{(1-N)}}{K_{MAX} \cdot \tau \cdot (N-1)}\right) \tag{33}$$

donde N es el número de celdas *rougher* conectadas en serie en el banco de flotación (adimensional) y τ el tiempo de residencia promedio de la pulpa en una celda individual del banco (min). Como lo plantean Yianatos *et al.* (2010), esta formulación resulta especialmente útil para modelar sistemas industriales donde los fenómenos hidrodinámicos (zonas muertas) y

patrones de mezclado no ideal se apartan del comportamiento teórico de reactores perfectamente mezclados.

En el contexto geometalúrgico, es fundamental establecer la relación entre el tiempo de residencia en las celdas de flotación y la tasa de alimentación del circuito *TPH*, permitiendo así conectar la variabilidad en dureza del mineral con el desempeño metalúrgico esperado. Wood (2002) propone modelar el tiempo de residencia efectivo de las partículas sólidas en una celda *rougher* mediante la Ecuación (34).

$$\tau = \frac{n_b \cdot \epsilon \cdot V_{CELL} \cdot \delta \cdot \rho_P \cdot C_P}{TPH} \tag{34}$$

Donde:

- n_b = Número de líneas de celdas *rougher* operando en paralelo en el circuito (adimensional).
- ϵ = Factor de eficiencia volumétrica (adimensional).
- V_{CELL} = Volumen nominal de una celda *rougher* individual (m^3).
- δ = Factor de disponibilidad operacional (adimensional).
- ρ_P = Densidad de pulpa (t/m^3), calculada mediante la Ecuación (35).
- C_P = Porcentaje de sólidos en pulpa, expresado en fracción másica (adimensional).
- TPH = Tasa de alimentación de sólidos secos al circuito de flotación (t/h), determinada por la Ecuación (28).

ϵ considera la fracción del volumen de celda efectivamente disponible para flotación, descontando el volumen ocupado por el sistema de agitación, recirculación de aire y zonas muertas, típicamente $\epsilon = 0,85$. δ considera paradas por mantenimiento, limpieza y fallas, por lo que típicamente es considerado como $\delta = 0,92$. Esta expresión establece el vínculo directo entre el flujo másico de alimentación TPH y el tiempo de residencia efectivo en las celdas, permitiendo incorporar el efecto del TPH_b variable (consecuencia de la dureza del mineral) sobre la recuperación metalúrgica. A mayor TPH, menor será el tiempo de residencia τ, y por consiguiente, menor será la recuperación expresado en la Ecuación (33).

La Ecuación (35) calcula la densidad de la pulpa (ρ_P) en función de la densidad del

mineral sólido ρ_S y el porcentaje de sólidos C_P.

$$\rho_P = \frac{\rho_S}{C_P + \rho_S \cdot (1 - C_P)} \tag{35}$$

Modelo integrado de recuperación metalúrgica rougher

Integrando las Ecuaciones (33), (34) y (35) y sumando la relación del tamaño de partícula del producto P_{80}, se determina la recuperación metalúrgica global del banco de flotación *rougher* (R_{ro}). De esta manera, R_{ro} puede expresarse como una función explícita del tamaño de partícula de molienda y de la tasa de alimentación, según la Ecuación (36).

$$R_{ro}\big(P_{80},\, TPH\big) = R_{\infty}(P_{80}) \cdot \left(1 - \frac{1 - \Big(1 \;+\; \gamma \cdot K_{MAX} \cdot \tau(TPH)\Big)^{1-N}}{\gamma \cdot K_{MAX} \cdot \tau(TPH) \cdot (N-1)}\right) \tag{36}$$

donde γ (adimensional) es un factor de escalamiento que permite ajustar la constante cinética K_{MAX} desde condiciones de laboratorio a condiciones industriales. Esta corrección es necesaria según Yianatos *et al.* (2010), quienes proponen que el factor global γ se descompone en correcciones específicas por los efectos hidrodinámicos a gran escala, mezclas no ideales y segregación de partículas por tamaño y densidad.

La Ecuación (36) permite evaluar de forma consistente el efecto combinado del tamaño de partícula P_{80}, el flujo de masa tratado TPH y la cinética de flotación característica del mineral para predecir la recuperación metalúrgica global del banco de flotación *rougher*. Por lo que, la Ecuación (36) constituye la expresión más integrada para el modelamiento de la recuperación metalúrgica de flotación *rougher*.

Dependencia de la recuperación máxima con el tamaño de partícula

La recuperación máxima alcanzable R_{∞} de la Ecuación (36) exhibe una dependencia funcional con el tamaño de partícula del producto de molienda P_{80}, consecuencia de dos fenómenos contrapuestos que determinan la existencia de un tamaño óptimo de molienda (King, 2001).

El primer fenómeno corresponde al efecto de liberación, predominante en el rango de

partículas gruesas ($P_{80} > 200\ \mu m$). En este régimen, el bajo grado de liberación del mineral valioso genera una elevada proporción de partículas mixtas, compuestas simultáneamente por mineral de interés y ganga, cuya flotabilidad intermedia resulta en recuperaciones reducidas. Este comportamiento refleja la existencia de un diámetro máximo efectivo de flotación d_{MAX}, más allá del cual la recuperación decrece de forma pronunciada. A medida que se reduce el tamaño de partícula, el grado de liberación aumenta progresivamente, incrementando en consecuencia R_∞.

El segundo fenómeno corresponde a partículas excesivamente finas ($P_{80} < 100\ \mu m$). En este rango, la reducida masa de las partículas resulta insuficiente para generar fuerzas de adhesión capaces de contrarrestar las fuerzas de desprendimiento en la interfaz partícula-burbuja, disminuyendo la probabilidad de colección. A ello se suma la alta susceptibilidad de estas partículas al arrastre mecánico inducido por las turbulencias de pulpa y la generación de lamas producto de la sobremolienda, las cuales incrementan el consumo de reactivos y deterioran la selectividad del proceso. La Ecuación (37), propuesta por King (2001), modela esta dependencia mediante una expresión que captura ambos efectos de forma integrada, incorporando adicionalmente la influencia del nivel de turbulencia de la pulpa.

$$R_\infty(P_{80}) = 2,33 \cdot \left(\frac{\sqrt{\varepsilon}}{P_{80}}\right) \cdot \exp\left(\frac{-\varepsilon}{P_{80}^2}\right) \cdot \left(1 - \left(\frac{P_{80}}{d_{MAX}}\right)^{1,5}\right) \tag{37}$$

Donde:

P_{80} = Tamaño de partícula por el cual pasa el 80 % del producto de molienda (μm).

ε = Nivel de turbulencia en la pulpa de flotación (14 300 μm^2).

d_{MAX} = Diámetro máximo de partícula que puede ser efectivamente flotada (300 μm).

La Figura 9 ilustra el comportamiento de R_∞ en función de P_{80} para parámetros típicos de flotación *rougher* de sulfuros de cobre ($\varepsilon = 14\,300\ \mu m^2; d_{MAX} = 300\ \mu m$). La curva presenta un máximo en $P_{80} \approx 133\ \mu m$, indicando que este rango representa el balance óptimo entre liberación y flotabilidad para este sistema particular. Valores menores resultan

en sobremolienda con generación de lamas, mientras que valores mayores implican liberación del mineral insuficiente.

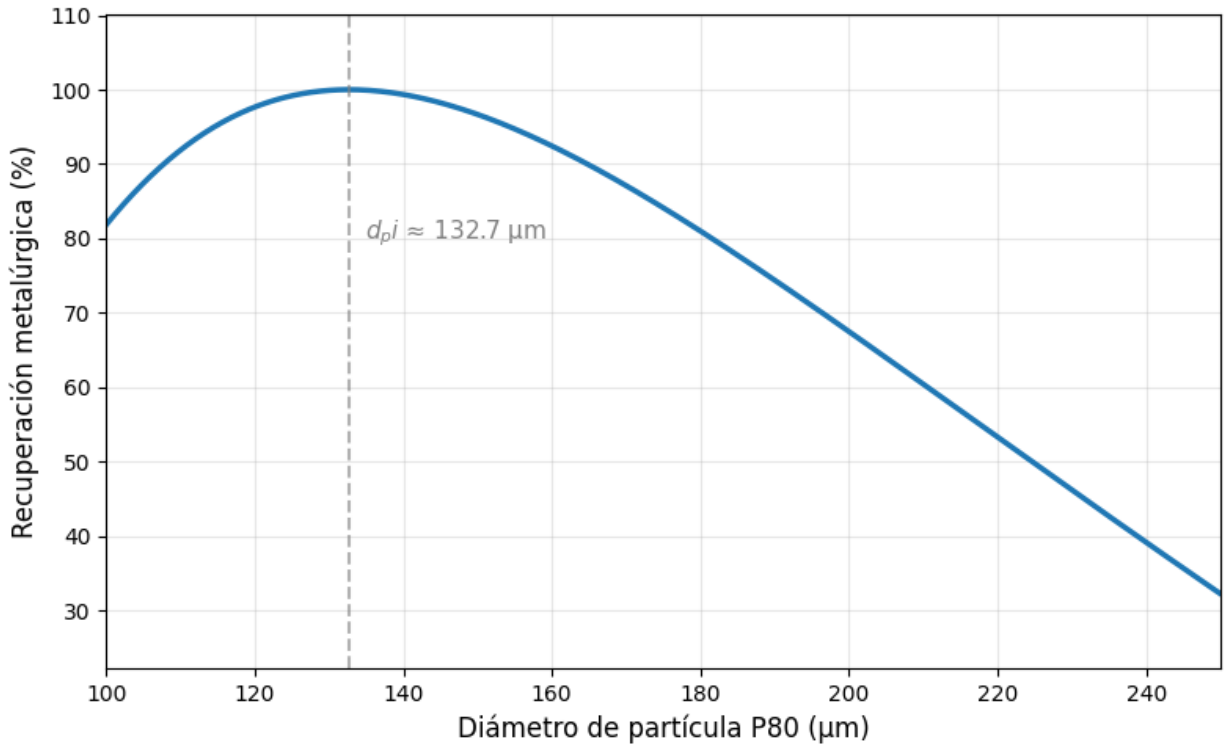


Figura 9: Recuperación metalúrgica respecto al diámetro de partícula del producto de molienda P_{80} (μm).

Esta dependencia de R_∞ con P_{80} es fundamental para comprender la relación entre el TPH y la recuperación metalúrgica. El P_{80} óptimo desde el punto de vista económico debe balancear ambos efectos y dependerá de las características específicas del mineral (dureza, mineralogía), configuración del circuito y condiciones económicas del proyecto (precio del metal, costos operacionales).

Estimación de la recuperación cleaner a partir de la recuperación rougher

En circuitos convencionales de flotación de sulfuros de cobre, el concentrado *rougher* es sometido a una o más etapas de limpieza (flotación *cleaner*) con el objetivo de incrementar selectivamente la ley de cobre mediante la eliminación de ganga arrastrada en la etapa *rougher*. Lynch *et al.* (1981) proponen que este incremento en la ley se logra a costa de sacrificar una

pequeña fracción de la recuperación metalúrgica, asociada principalmente a partículas mixtas (poco liberadas) y a partículas valiosas de flotación lenta que fueron capturadas débilmente en la etapa *rougher*. La presencia de minerales de cobre secundarios, como óxidos y carbonatos, o de especies de flotación intrínsecamente lenta, acentúa estas pérdidas. Adicionalmente, el número de etapas de limpieza, el tiempo de residencia en cada una y la estrategia de recirculación de productos intermedios determinan el balance entre el incremento de ley y la pérdida de recuperación global del circuito.

Para estudios de planificación minera a nivel conceptual, donde no se dispone de datos detallados del circuito de limpieza ni de muestras suficientes para realizar pruebas *cleaner* completas, se representa el efecto de las etapas *cleaner* mediante factores multiplicadores aplicados sobre los resultados de la flotación *rougher*. En este contexto, la Tabla 4 contiene los factores multiplicadores necesarios para obtener la estimación de la flotación *cleaner* a partir de los resultados de la flotación *rougher*, propuestos en este estudio.

Tabla 4: Factores multiplicadores para estimar el desempeño de flotación *cleaner* a partir de resultados de flotación *rougher*.

Factor multiplicador	**Valor**
Recuperación metalúrgica de cobre	0,97
Recuperación en peso	0,19

2.2.5. Modelos de concentrado de mineral

La estimación del concentrado mineral constituye el eslabón final de la cadena de modelamiento geometalúrgico, conectando el desempeño técnico de los procesos de conminución y flotación con la valorización económica de bloques mineros. Harbort *et al.* (2011) mencionan que en el contexto de planificación minera a largo plazo, es fundamental cuantificar tanto la cantidad (tonelaje) como la calidad (ley) del concentrado producido a partir de cada bloque o zona del yacimiento, ya que estos parámetros determinan directamente los ingresos por venta de concentrado y los costos asociados a transporte, fundición y refinación.

La ley del concentrado (c) expresa la concentración del metal valioso en el producto final, reflejando la selectividad del proceso de separación. Esta definición es fundamental, donde

Amankwaa-Kyeremeh *et al.* (2024) mencionan que un proceso de flotación debe optimizar simultáneamente recuperación y selectividad para generar un concentrado que sea tanto económicamente valioso (ley suficientemente alta) como técnicamente eficiente (recuperación máxima posible). Existe inherentemente una relación entre ambos objetivos, donde esfuerzos por maximizar la recuperación tienden a reducir la ley (por mayor arrastre de ganga), y viceversa.

Ley de concentración en flotación rougher

La etapa de flotación *rougher* opera bajo el criterio de maximizar la recuperación del mineral valioso, aceptando la recuperación simultánea de una fracción significativa de ganga (Wills & Finch, 2015). Este criterio operacional se manifiesta en recuperaciones de cobre típicamente comprendidas entre 85 % y 95 % para sulfuros de cobre y recuperaciones en peso de entre 10 % y 25 % de la masa de alimentación.

El balance metalúrgico fundamental del proceso de flotación permite expresar la ley de concentrado *rougher* $c_{ro,b}$ (%) para el bloque b, mediante la Ecuación (38).

$$c_{ro,\,b} = \frac{L_b \cdot R_{ro,\,b}}{Wt_{ro,\,b}} \tag{38}$$

Donde:

L_b = Ley de cobre de alimentación del bloque b (%).

$R_{ro,\,b}$ = Recuperación metalúrgica de cobre en flotación *rougher* del bloque b (%), Ecuación (36).

$Wt_{ro,\,b}$ = Recuperación en peso del concentrado *rougher* del bloque b (fracción másica).

Esta expresión refleja el balance metalúrgico básico, donde el numerador representa el metal recuperado (producto de la ley de alimentación por recuperación), mientras que el denominador corresponde a la masa de concentrado producido (fracción en peso de la alimentación). La ley del concentrado resulta así del cociente entre el contenido metálico y la masa de concentrado, un enfoque estándar descrito por Napier-Munn & Centre (1996) y ampliamente utilizado en balances metalúrgicos.

Tonelaje de concentrado final

El tonelaje de concentrado final $TON_{con,b}$ cuantifica la masa total generada a partir del procesamiento del bloque b, integrando el cobre recuperado y la ganga remanente en el concentrado final. La Ecuación (39) calcula el tonelaje del concentrado $TON_{con,b}$ ($toneladas$) mediante un balance de masa que conserva el cobre contenido.

$$TON_{con,b} = \frac{L_b \cdot R_b \cdot TON_b}{c_b} \tag{39}$$

Donde:

TON_b = Tonelaje de mineral del bloque b alimentado a planta (t).

L_b = Ley de cobre de alimentación del bloque b (%).

R_b = Recuperación metalúrgica total del sistema (adimensional).

c_b = Ley de cobre del concentrado final del bloque b (%).

Según Lynch *et al.* (1981) y Napier-Munn & Centre (1996), esta formulación garantiza la conservación de masa del cobre. El numerador representa el cobre total recuperado en el concentrado, mientras que dividir por la ley del concentrado proporciona la masa total de concentrado necesaria para contener ese cobre.

3. Caso de Estudio

3.1. Antecedentes de la Operación Minera

3.1.1. Datos implementados

Los datos implementados corresponden a muestras de sulfuros de cobre, provenientes de una base de datos de sondajes diamantinos. El material clasificado como estéril es dispuesto en botaderos, mientras que el material mineralizado es enviado a la planta de procesamiento.

La planta de procesamiento está diseñada para comenzar por la etapa de conminución, cuyo trabajo es reducir al mineral desde un tamaño de alimentación aproximado de 500 000 μm hasta llegar a un tamaño objetivo cercano a 130 μm. Posteriormente viene el proceso de concentración, donde el mineral pasa por etapas de flotación *rougher* y *cleaner*, obteniendo así el producto final del proceso correspondiente al concentrado de cobre. La Figura 10 presenta un esquema general del flujo del material, donde el costo de inversión de capital CAPEX de toda la planta de procesamiento se estima en aproximadamente 3 000 ($MUSD$).

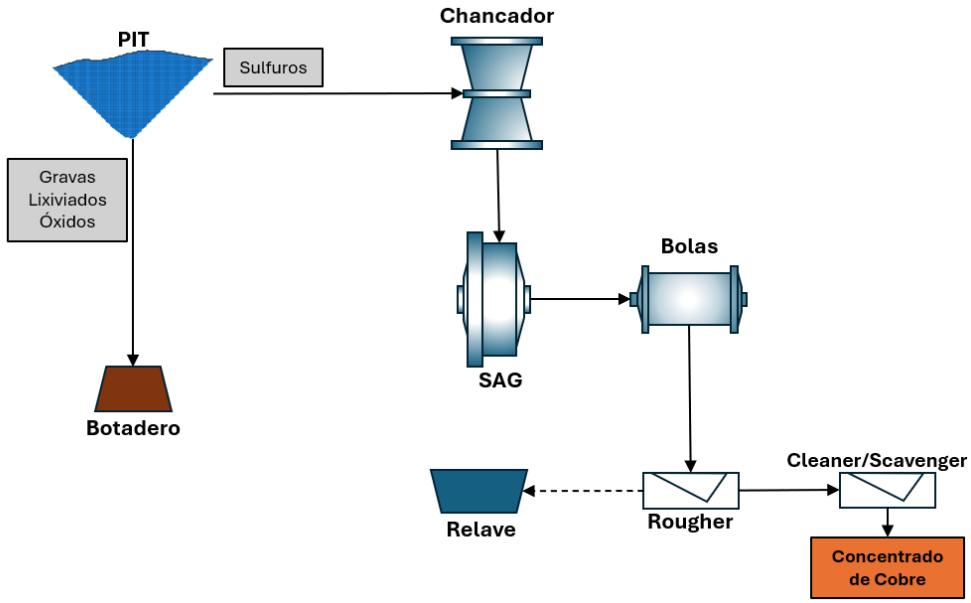


Figura 10: Diagrama general del flujo de material desde la mina hasta el producto final.

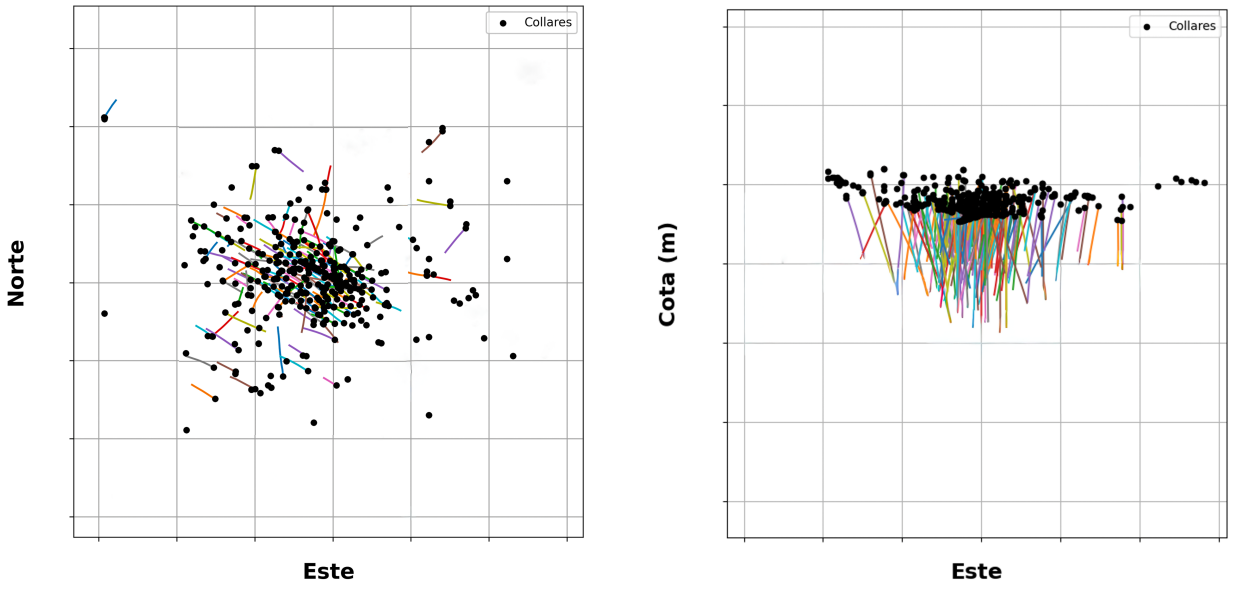
Para llevar a cabo el estudio se dispuso de información proveniente de distintas pruebas

geometalúrgicas, además del diseño del modelo de bloques de la faena. Cada prueba está asociada a información espacial a través de datos de collar (*x, y, z, profundidad*) y su respectivo survey (*azimuth, dip*), lo que permite su correcta ubicación tridimensional dentro del yacimiento. La Tabla 5 resume la cantidad de datos disponibles en cada tipo de prueba, quedando con un total de 113 muestras.

Tabla 5: Cantidad de datos implementados en el estudio por tipo de prueba.

Prueba	Cantidad
SMC	118
BWI	120
Flotación	120

La Figura 11 muestra la distribución espacial de los sondajes registrados en la base de datos.



(a) Vista en planta de los collares de sondajes. **(b)** Vista en perfil de los sondajes.

Figura 11: Distribución espacial de los sondajes utilizados.

La Figura 12 ilustra la distribución espacial de las zonas mineralógicas (*minzone*) en el modelo de bloques con un UPL de referencia (*Caso 1*). En los sectores superficiales del

modelo predominan las zonas de *lixiviado* y *óxido*, materiales clasificados como estériles desde el punto de vista metalúrgico. A mayor profundidad, la mineralización transiciona hacia zonas de *hipógeno*, con presencia subordinada de *supérgeno*.

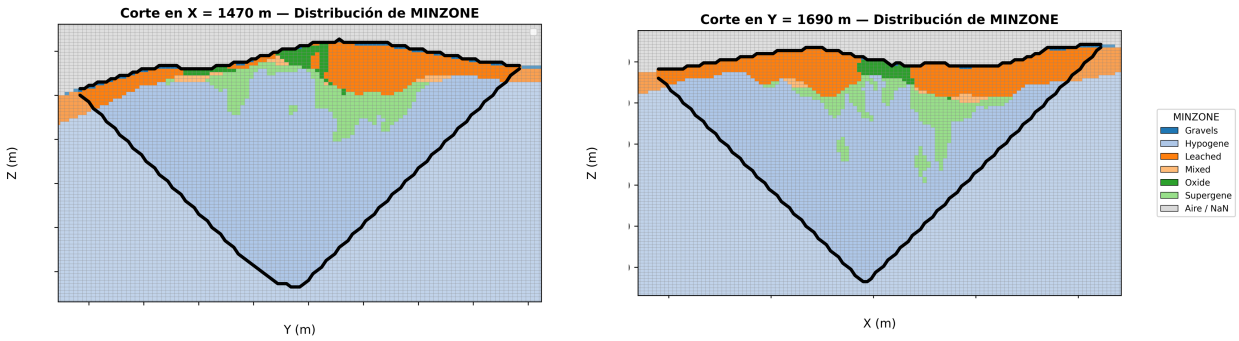


Figura 12: Distribución espacial de zonas mineralógicas.

El modelo de bloque utilizado en el estudio está formado por bloques regulares de dimensiones $15\ m\ \times\ 15\ m\ \times\ 15\ m$. El modelo considera un total de 150 bloques en dirección este ($3\,000\ m$), 150 bloques en dirección norte ($3\,000\ m$) y 100 bloques en la dirección vertical ($1\,500\ m$), incluyendo además el relieve de la superficie topográfica.

La Figura 13 muestra las curvas de tonelaje-ley obtenidas a partir del modelo de bloques.

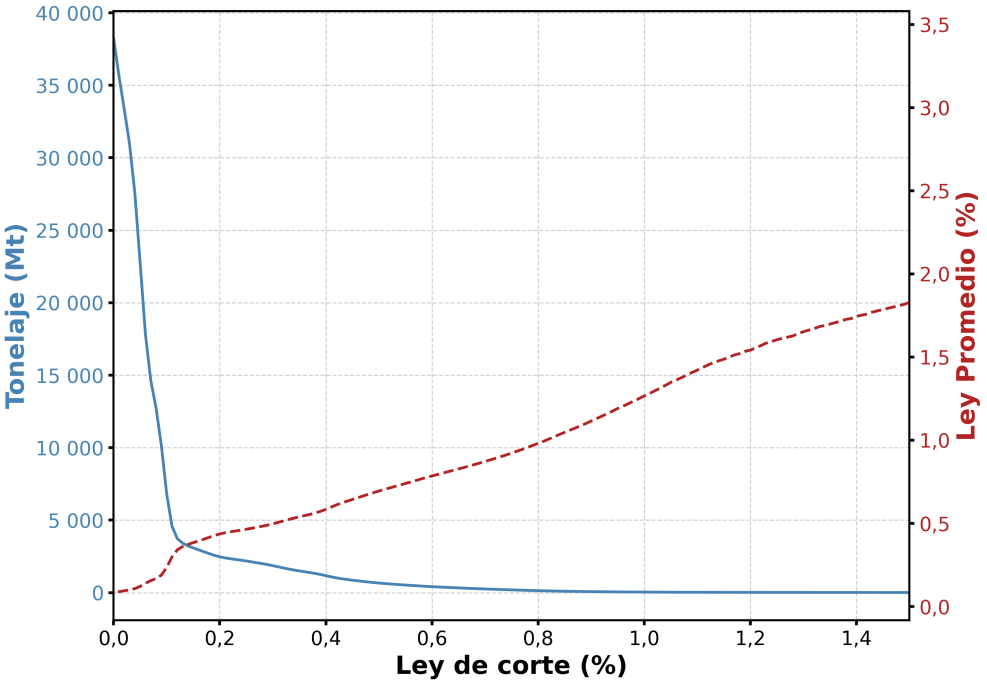


Figura 13: Curva de tonelaje-ley del mineral de cobre.

La planta de tratamiento de mineral opera bajo un esquema de conminución del tipo SABC-A, es decir, el mineral pasa mediante un chancador primario, un molino SAG y un molino de bolas. El diagrama general del circuito de conminución se presenta en la Figura 14.

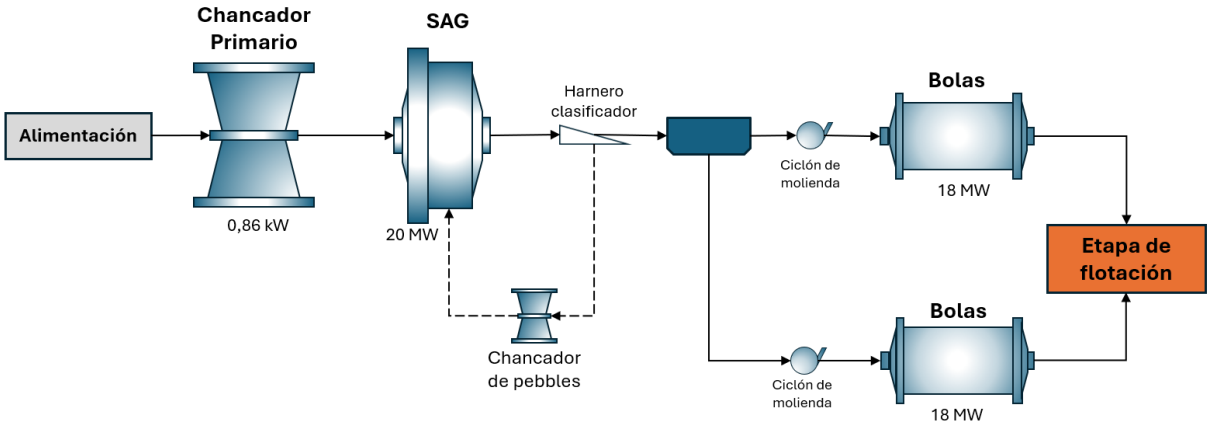


Figura 14: Diagrama del circuito de conminución SABC-A de la planta de procesamiento.

La Tabla 6 muestra las principales características operacionales consideradas para mo-

delar el circuito de conminución, como la potencia instalada y tamaños característicos de alimentación F_{80} y producto P_{80} correspondientes a cada equipo.

Tabla 6: Parámetros operacionales de los equipos de conminución.

Equipo	**Potencia** (kW)	F_{80} (μm)	P_{80} (μm)
Chancador	860	500 000	120 000
SAG	20 000	120 000	3 000
Molino de bolas	18 000	3 000	133

Adicionalmente, el sistema de conminución presenta una restricción operacional asociada a la capacidad máxima del transporte hidráulico de pulpa. Dicha capacidad limita el caudal máximo de procesamiento del sistema, fijado en 90 000 (t/d). Esta condición es incorporada al modelo como la restricción superior del TPH, condicionando el desempeño global del circuito de procesamiento.

El esquema general de concentración se muestra en la Figura 15.

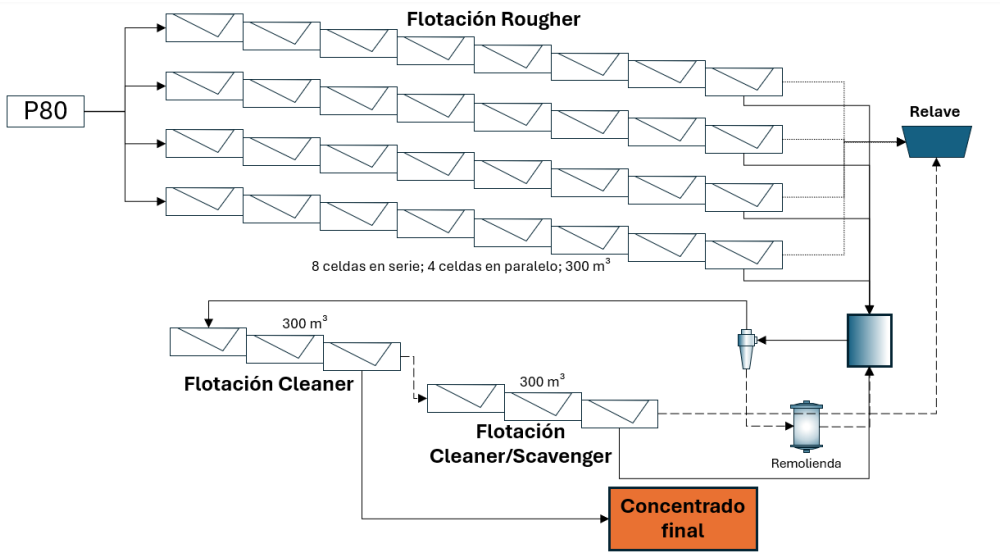


Figura 15: Diagrama de circuito de concentración de cobre.

La Tabla 7 expone los parámetros implementados en la Ecuación (34) para determinar el tiempo de residencia del material en una celda de flotación.

Tabla 7: Parámetros operacionales del circuito de concentración.

Parámetro	Valor
Volumen de celda *rougher* (m^3)	300
Celdas *rougher* en serie	8
Celdas *rougher* en paralelo	4
Pérdida de eficiencia	0,85
Disponibilidad de celdas	0,92
Sólidos en pulpa	0,32

3.2. Caso de estudio de la valorización de bloques

3.2.1. Caso 1: Valorización base

Este primer caso representa el enfoque determinista empleado en etapas tempranas de planificación estratégica. Este beneficio del bloque b fue definido en el *Capítulo 2.1.2* según la Ecuación (4).

Esta formulación presenta limitaciones fundamentales al no representar la variabilidad geometalúrgica del depósito. Todos los bloques tienen la misma tasa de alimentación independiente de su dureza y los costos se distribuyen uniformemente por tonelada procesada sin considerar diferencias en consumo energético o tiempo de residencia en el circuito de molienda.

3.2.2. Caso 2: Valorización considerando la tasa de alimentación TPH

Este caso incorpora directamente la tasa de alimentación de la planta, expresada como la tasa de procesamiento TPH_b, vinculando la valorización con restricciones operativas de tratamiento. El enfoque propuesto por Morales *et al.* (2019) en el contexto de optimización estocástica de complejos mineros reconoce que el tonelaje procesable no es únicamente función de la masa del bloque, sino también del tiempo requerido para su tratamiento $\bar{h}$. La relación fundamental se expresa como la Ecuación (40).

$$TON_b = TPH_b \cdot \bar{h} \tag{40}$$

donde $\bar{h}$ representa el tiempo promedio de procesamiento para todo el modelo. Sustituyendo en la Ecuación (4), la valorización se reformula dando paso a la Ecuación (41).

$$v_{b2} = \begin{cases} (P_{Cu} - CV_{Cu}) \cdot f \cdot L_b \cdot R_b \cdot TPH_b \cdot \bar{h} \; - \; MC \cdot TON_b \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad - PC \cdot TPH_b \cdot \bar{h} & \text{, si } b \text{ es mineral} \\ -MC \cdot TON_b & \text{, si } b \text{ es estéril} \end{cases} \tag{41}$$

Esta formulación presenta dos limitaciones relevantes. En primer lugar, al asumir un tiempo de procesamiento constante $\bar{h}$, no se respeta el balance de masa del bloque, resultando en creación y/o pérdida de tonelaje alimentado a planta. En segundo lugar, al calcular el costo de procesamiento únicamente en función del tonelaje tratado, se ignora la estructura real de los circuitos de conminución, donde una porción significativa corresponde a costos variables dependientes del consumo energético.

3.2.3. Caso 3: Valorización basada en consumo de energía

Con el objetivo de superar las limitaciones del caso anterior, se propone un enfoque en el que el costo de molienda CM_b (USD) se mide en función de la energía consumida por el circuito para reducir el tamaño del bloque, según la Ecuación (42).

$$CM_b = CE \cdot SE_b \cdot TON_b \tag{42}$$

donde CE es el costo unitario de energía $(0,106\ USD/kWh)$ y SE_b es el consumo específico de energía del bloque b (kWh/t). La Ecuación (43) integra la valorización económica del *Caso 1* con el costo por el consumo energético de la conminución.

$$v_{b3} = \begin{cases} (P_{Cu} - CV_{Cu}) \cdot f \cdot L_b \cdot R_b \cdot TON_b \; - \; (MC + PC^*) \cdot TON_b \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad - CE \cdot SE_b \cdot TON_b & \text{, si } b \text{ es mineral} \\ -MC \cdot TON_b & \text{, si } b \text{ es estéril} \end{cases} \tag{43}$$

donde PC^* es el costo de procesamiento que excluye costos de molienda (definido en $5,38\,USD/t$). Esta formulación conserva el tonelaje original de cada bloque y refleja su dureza a través de un costo energético variable. Bloques con mayor requerimientos de energía específica SE_b requieren mayor energía para alcanzar el mismo tamaño de producto, generando costos de molienda superiores que se traducen en una reducción del valor económico del bloque.

3.2.4. Caso 4: Valorización incorporando costos al concentrado

Se propone extender la formulación del caso anterior incorporando los costos asociados al tratamiento del concentrado de cobre, permitiendo asignar costos específicos a la refinación y transporte proporcionales a la masa de concentrado producida por cada bloque b, según la Ecuación (44).

$$v_{b4} = \begin{cases} (P_{Cu} - CV^*_{Cu}) \cdot f \cdot L_b \cdot R_b \cdot TON_b \; - \; (MC + PC^*) \cdot TON_b \\ \qquad - CE \cdot SE_b \cdot TON_b \; - \; (CR + CT) \cdot \dfrac{L_b \cdot R_b \cdot TON_b}{c_b} & \text{, si } b \text{ es mineral} \\ -MC \cdot TON_b & \text{, si } b \text{ es estéril} \end{cases} \tag{44}$$

Donde:

CV^*_{Cu} = Costos de venta sin considerar costo de conminución ($0,24\,USD/lb$).
CR = Costos por refinación de concentrado ($1,63\,USD/t$).
CT = Costos por transporte de concentrado ($0,98\,USD/t$).

La ley del concentrado c_b introduce un efecto adicional, ya que bloques con menor ley en concentrado generan mayor masa de concentrado por unidad de cobre recuperado, incrementando proporcionalmente los costos de refinación y transporte. En consecuencia, este caso constituye la formulación más completa y detallada del estudio, integrando efectos metalúrgicos (recuperación, ley de concentrado), energéticos (consumo específico de energía) y económicos (estructura de costos por producto) en la planificación minera.

Consideraciones sobre la recuperación metalúrgica implementada

La recuperación metalúrgica utilizada en los cuatro casos de valorización presenta diferencias metodológicas que es necesario precisar. Para el *Caso 1* (valorización base), al carecer de las variables necesarias para modelar la cinética de flotación, se emplea como valor de entrada la recuperación metalúrgica experimental correspondiente al tiempo 4 de flotación ($R_{ro,t4}$). Esta aproximación asigna un valor de recuperación metalúrgica a cada bloque independientemente de sus características mineralógicas.

En contraste, para los *Casos 2, 3 y 4*, se dispone de las variables críticas que permiten modelar la recuperación metalúrgica de la flotación *rougher* en función de las propiedades del mineral y las condiciones operacionales. La Tabla 8 resume la fuente de recuperación metalúrgica empleada en cada caso de valorización.

Tabla 8: Recuperación metalúrgica implementada según el caso de valorización.

Caso de valorización	Recuperación experimental	Recuperación modelada
Caso 1: Valorización base	✓	
Caso 2: Procesamiento TPH		✓
Caso 3: Consumo de energía		✓
Caso 4: Costos de tratamiento		✓

Es importante señalar que, independientemente de su origen (experimental o modelada), la variable R_b en las ecuaciones de valorización corresponde a la recuperación *rougher*. Para obtener la recuperación global del circuito de flotación, incluyendo las etapas de limpieza, este valor debe ser corregido mediante el factor multiplicador correspondiente.

3.3. Caso de estudio del agendamiento de bloques

Para la etapa de agendamiento se incorpora la restricción de la tasa de alimentación coherente con los casos de valorización definidos. La variable $attribute_b$ controla el consumo de capacidad de planta, permitiendo dos enfoques distintos según el nivel de detalle requerido.

3.3.1. Caso 1: Agendamiento con restricción por tonelaje

Para este caso, la Ecuación (45) describe cómo la planta se modela únicamente en función del tonelaje entrante de mineral procesado (t).

$$attribute_b = TON_{b,\text{ore}} \tag{45}$$

Este enfoque asume que todos los bloques de mineral registran la misma tasa de alimentación, sin considerar diferencias en dureza, comportamiento de molienda u otras características geometalúrgicas que afecten el tiempo real de procesamiento.

3.3.2. Caso 2: Agendamiento con restricción por horas de procesamiento

Este caso incorpora la tasa de alimentación TPH_b junto con el tonelaje para determinar las horas requeridas por el bloque, coherente con los casos 2, 3 y 4 de valorización. La restricción de capacidad se modela en términos de tiempo efectivo de procesamiento. En este caso, $attribute_b$ se define según la Ecuación (46).

$$attribute_b = h_{proc} = \frac{TON_{b,\text{ore}}}{TPH_{b,\text{ore}}} \tag{46}$$

La Tabla 9 resume los criterios de agendamiento empleados para cada caso de valorización, estableciendo la coherencia metodológica entre ambas etapas del estudio.

Tabla 9: Criterio de agendamiento de bloques según el caso de valorización.

Caso de valorización	Tonelaje	Horas
Caso 1: Valorización base	✓	
Caso 2: Procesamiento TPH		✓
Caso 3: Consumo de energía		✓
Caso 4: Costos de tratamiento		✓

3.4. Caso de estudio por variabilidad del P_{80}

Se propone evaluar el efecto de la variación del tamaño de producto de molienda P_{80} sobre dos cadenas de impacto interdependientes. La primera corresponde a la energía específica de molienda fina W_b y su propagación sobre la energía específica total del sistema de conminución SE, afectando al TPH. La segunda corresponde a la recuperación metalúrgica máxima alcanzable $R_\infty(P_{80})$ y su efecto sobre la recuperación metalúrgica global del banco de flotación *rougher*. El efecto combinado de ambas cadenas se evalúa sobre la valorización económica de bloques, el UPL y el agendamiento de bloques, parametrizando P_{80} en el rango de 100 a 240 μm en incrementos de 10 μm.

3.5. Caso de estudio por sensibilización del tamaño de planta

Se propone analizar el impacto del tamaño de la planta de conminución sobre la rentabilidad del proyecto mediante la definición de un factor de escalamiento f, que multiplica directamente la potencia total instalada de referencia P_1 (potencia del caso original), generando una potencia escalada $P_2 = f \cdot P_1$. Dicha modificación propaga su efecto sobre la tasa de alimentación TPH y la inversión de capital requerida $CAPEX$. El efecto combinado de ambas variables se evalúa sobre la valorización económica de bloques, el UPL y el agendamiento de producción, parametrizando f en el rango de $0,6$ a $1,15$ en incrementos de $0,05$.

4. Metodología

La metodología desarrollada en este trabajo se estructura en cinco etapas secuenciales: construcción y acondicionamiento de la base de datos geometalúrgica, estimación espacial de parámetros mediante interpolación, valorización económica de bloques, optimización de la envolvente económica y agendamiento de producción.

4.1. Construcción de la base de datos geometalúrgica

4.1.1. Depuración y compositación de datos

Se aplicó un proceso de depuración sobre las muestras que contempló la eliminación de registros con valores nulos (NaN), muestras de material lixiviado, gravas y óxidos, y la remoción de datos atípicos mediante criterios estadísticos.

Posteriormente, las muestras fueron sometidas a un proceso de compositación con el objetivo de homogeneizar los intervalos de muestreo al largo del banco de 15 m, coherente con la dimensión vertical del modelo de bloques. Las muestras con longitud inferior a 7,5 m fueron eliminadas por no alcanzar la representatividad mínima requerida.

Finalmente, cada muestra fue georreferenciada al sistema de coordenadas del modelo de bloques mediante los datos de collar y survey, como se muestra en el *Anexo A*.

4.1.2. Cálculo de parámetros derivados en la base de datos

Se calcula el índice M_{ib} para cada muestra, mediante la Ecuación (17), utilizando los parámetros P_{100}, G_{bp}, P_{80} y F_{80} obtenidos directamente de la prueba BWI.

De forma análoga, los parámetros cinéticos de flotación K_{MAX} y R_∞ fueron determinados para cada muestra, tanto para la recuperación de cobre como para la recuperación en peso, según la Ecuación (32). El ajuste se realizó mediante la minimización del Error Cuadrático Medio (ECM) con la Ecuación (52) del *Anexo B*, entre los valores de recuperación experimental de la Tabla 3, obtenidos de las cuatro etapas de flotación *rougher* y calculados según

la Ecuación (18) para cobre y la Ecuación (19) para peso, y los valores predichos por el modelo, Ecuación (32).

4.2. Interpolación espacial de parámetros al modelo de bloques

Los parámetros geometalúrgicos determinados en la base de datos fueron interpolados al modelo de bloques mediante el método de Inverso del Cuadrado de la Distancia (IDW, $p = 2$), descrito en el *Anexo C*. Las variables interpoladas correspondieron a los índices de trabajo M_{ia}, M_{ib} y M_{ic}; las recuperaciones experimentales de cobre y peso para cada etapa de flotación; las recuperaciones modeladas; y los parámetros cinéticos K_{MAX} y R_{∞}, tanto para cobre como para peso.

4.3. Metodología de cálculo de energía específica, tasa de alimentación y horas de procesamiento

4.3.1. Energía específica del sistema de conminución

Las energías específicas W_c, $W_{a,SAG}$ y $W_{a,ball}$ fueron determinadas mediante la Ecuación (24) y la Ecuación (26), utilizando los tamaños F_{80} y P_{80} de cada equipo según la Tabla 6, considerando que el límite de partícula gruesa a fina de 750 μm. La energía específica $W_{b,ball}$ fue determinada mediante la Ecuación (27), fijando $F_{80b} = 750\ \mu m$ y $P_{80b} = 133\ \mu m$ como tamaño objetivo de producto. La energía específica total del sistema SE fue obtenida para cada bloque b mediante la Ecuación (23).

4.3.2. Potencia instalada del sistema

La potencia total instalada del circuito de conminución $P\ (kW)$ fue determinada mediante la Ecuación (29), considerando las potencias nominales de la Tabla 6 y los equipos del circuito de conminución de la Figura 14.

4.3.3. Tasa de alimentación y restricción hidráulica

El TPH_b de cada bloque fue calculado mediante la Ecuación (28), adoptando una eficiencia operacional nominal de $\alpha = 0,92$.

Posteriormente, se impuso la restricción operacional asociada al sistema de transporte hidráulico de pulpa, cuya capacidad máxima es de 90 000 t/d considerando una holgura del 90 %, quedando en un límite equivalente a 4 167 t/h. Todo bloque cuya tasa teórica superara este umbral fue ajustado al valor límite, generando la variable $TPH_{b,limited}$.

A partir del $TPH_{b,limited}$, se recalculó la eficiencia efectiva del sistema α_b para cada bloque, despejando dicho parámetro de la Ecuación (28), obteniendo una nueva eficiencia determinada por la Ecuación (47).

$$\alpha_b = \frac{TPH_{b,limited} \cdot SE_b}{P} \tag{47}$$

Finalmente, las horas de procesamiento requeridas por cada bloque mineral $h_{proc,\,b}$ fueron determinadas mediante la Ecuación (30), utilizando tanto la variable TPH_b como la variable $TPH_{b,limited}$.

4.4. Valorización económica de bloques

Con los parámetros geometalúrgicos de conminución y flotación disponibles en el modelo de bloques, se procedió a la valorización económica de cada bloque b. Se generaron cuatro archivos independientes del modelo de bloques, cada uno correspondiente a uno de los casos de valorización definidos en la *Sección 3.2*: valorización base, Ecuación (4); incorporación del TPH, Ecuación (41); incorporación de costos energéticos, Ecuación (43); e incorporación de costos de tratamiento del concentrado, Ecuación (44).

Para los *Casos 2, 3 y 4*, la recuperación metalúrgica R_b utilizada en la valorización corresponde a la estimada mediante el modelo integrado de flotación *rougher*, Ecuación (36). Para el *Caso 1*, se empleó la recuperación experimental correspondiente al tiempo T_4 de flotación, según la Ecuación (18), según lo indicado en la Tabla 8. Todas las recuperaciones fueron

corregidas a etapas *cleaner* por el factor multiplicador de $0,97$ para obtener la recuperación global del circuito, según la Tabla 4.

4.5. Determinación del UPL y agendamiento de bloques

4.5.1. Ultimate Pit Limit

Para cada uno de los modelos de valorización, se determinó la envolvente económica final mediante la resolución del problema de optimización definido por las Ecuaciones (6) a (8), empleando el algoritmo Pseudoflow. Las precedencias geotécnicas entre bloques fueron establecidas a partir de un ángulo de talud global de 45 y cuatro niveles horizontales de precedencia, mediante la geometría de cono invertido descrita en la *Sección 2.1.3*.

4.5.2. Agendamiento de bloques

A partir del conjunto de bloques pertenecientes al UPL de cada modelo de valorización, se ejecutó el agendamiento de bloques mediante una solución heurística de tipo *lookahead*, de acuerdo con la formulación matemática definida por las Ecuaciones (10) a (15). En cada período, la heurística identificó el conjunto de bloques disponibles, es decir, aquellos cuyas precedencias geotécnicas fueron satisfechas, seleccionando los K bloques de mayor valor económico como candidatos de extracción mediante una política de priorización por valor descontado, aplicando una tasa de descuento anual del $8\,\%$ sobre el valor económico de cada bloque en función de su día de extracción, de acuerdo con la Ecuación (9).

La restricción de capacidad de planta fue modelada mediante la variable $attribute_b$: para el *Caso 1*, definida en tonelaje según la Ecuación (45), con una capacidad diaria de planta de $99\,000\ t/d$ ($90\,000\ t/d$ con una holgura del $10\,\%$) y una capacidad diaria de mina de $198\,000\ t/d$, correspondiente al doble de la capacidad de planta (determinado a través de la relación estéril/mineral); para los *Casos 2, 3 y 4*, definida en horas de procesamiento según la Ecuación (46), donde la capacidad diaria de planta se estableció en $24\ h/d$, consumidas por las horas de procesamiento $h_{proc,\,b}$ de cada bloque determinadas mediante la Ecuación (30), de acuerdo con la Tabla 9. Adicionalmente, se consideró un periodo anual de 360 días.

Con el objeto de simplificar el análisis de los agendamientos y considerando la presencia de una cantidad significativa de material estéril en los niveles superiores del depósito, se incorporó una variable que simula una etapa de *prestripping*. Bajo esta formulación, todo el material extraído durante un período equivalente a 1,5 veces la capacidad anual de extracción de la mina no fue considerado en el análisis de resultados. Esta simplificación, aplicada a los tres tipos de material (O, M y W), permitió focalizar el estudio en la etapa productiva principal del proyecto, excluyendo el efecto del material extraído durante la fase de preparación minera.

Tanto el TPH como las horas de procesamiento $h_{proc,\,b}$ implementadas en el agendamiento corresponden a los valores limitados por la restricción hidráulica, es decir, calculados a partir de $TPH_{b,limited}$.

4.6. Análisis de sensibilidad del tamaño de producto P_{80}

Para evaluar el efecto del tamaño de producto de molienda sobre el desempeño del sistema, se parametrizó el valor de P_{80} en el rango de 100 a 250 μm, en incrementos de 10 μm. Para cada valor de P_{80}, se recalcularon la energía específica de molienda fina W_b mediante la Ecuación (27) y, en consecuencia, la energía específica total SE del sistema mediante la Ecuación (23), afectando directamente la tasa de alimentación TPH modelada por la Ecuación (28). De forma simultánea, se recalculó la recuperación máxima alcanzable R_∞ en función del P_{80} mediante la Ecuación (37), propagando su efecto sobre la recuperación global del banco de flotación *rougher* según la Ecuación (36).

Con los parámetros actualizados para cada valor de P_{80}, se recalculó la valorización de bloques según la formulación del *Caso 4*, Ecuación (44). A partir de estas valorizaciones, se determinaron el UPL y el agendamiento de bloques para cada escenario, evaluando en cada caso dos variantes: operación con restricción hidráulica ($TPH_{b,limited}$) y operación sin restricción hidráulica (TPH_b teórico).

4.7. Análisis de sensibilidad del tamaño de planta

Para cada valor de escalamiento de la planta de procesamiento f, la inversión de capital asociada $CAPEX_2$ fue estimada mediante la Ecuación (54), tomando como referencia el $CAPEX_1$ de la configuración base. Con la potencia escalada P_2 definida, la tasa de alimentación TPH fue recalculada mediante la Ecuación (28), y la restricción hidráulica fue aplicada de forma análoga a lo descrito en la *Sección 4.3.3*. A partir de la tasa efectiva resultante, se recalculó la eficiencia α_b mediante la Ecuación (47).

Con los parámetros operacionales actualizados para cada factor f, se ejecutaron la valorización de bloques, la determinación del UPL y el agendamiento de producción de acuerdo con los procedimientos descritos en las *Secciones 4.4* y *4.5*. Al igual que en el análisis anterior, cada factor fue evaluado en dos variantes: con y sin restricción hidráulica, permitiendo cuantificar de forma aislada el efecto de dicha restricción sobre el valor económico del proyecto.

La Figura 16 muestra la metodología general de trabajo.

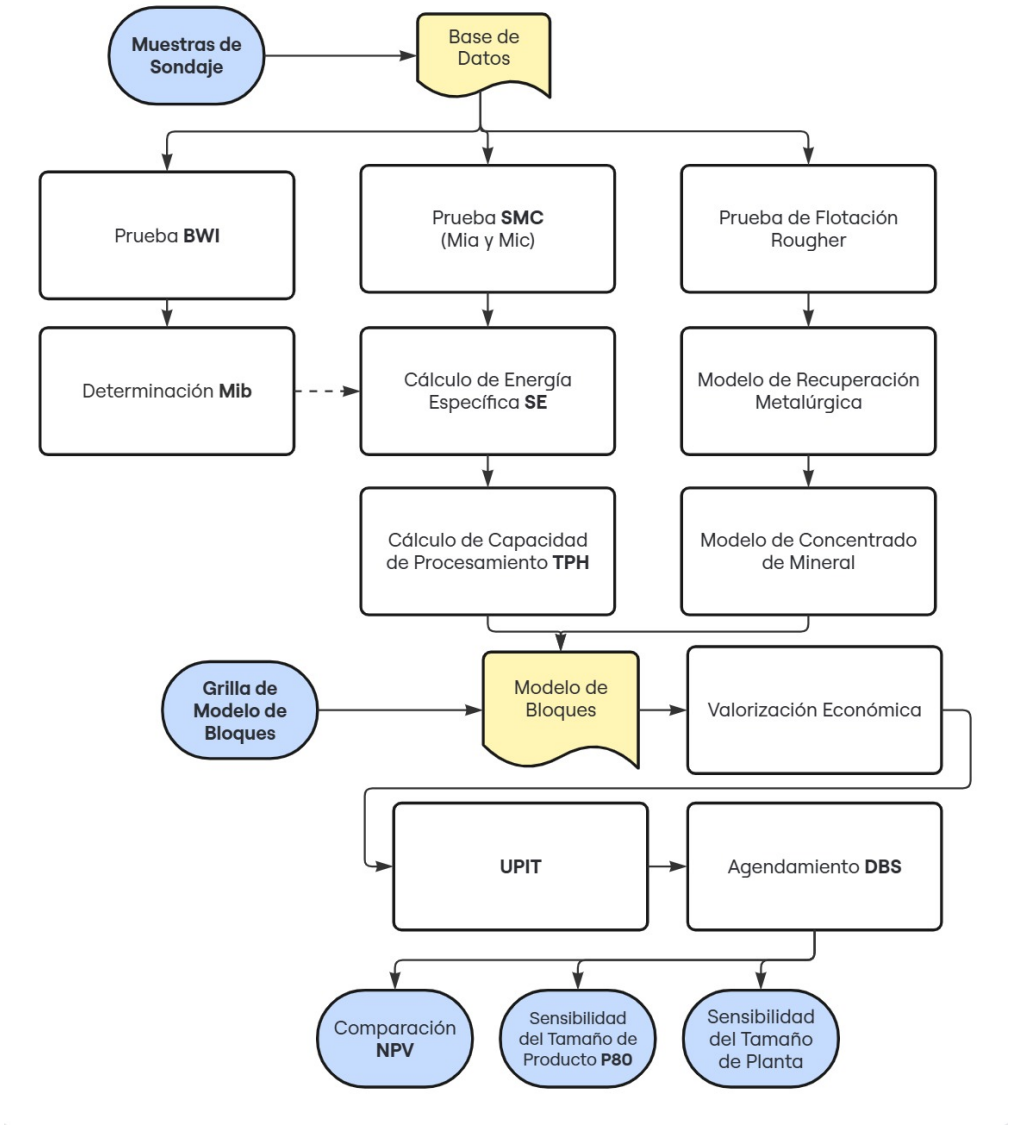


Figura 16: Metodología de estudio.

5. Resultados y discusiones

5.1. Caracterización de parámetros geometalúrgicos

5.1.1. Parámetros de conminución: SMC y BWI

La Figura 17 muestra la distribución de los índices de trabajo M_{ia} y M_{ic}. El índice M_{ia} presenta una media de 12,60 kWh/t, mientras que el índice M_{ic} exhibe una media de 4,32 kWh/t. La diferencia en magnitud entre ambos índices es consistente con la mayor eficiencia de respuesta en etapas de chancado en comparación con una molienda gruesa.

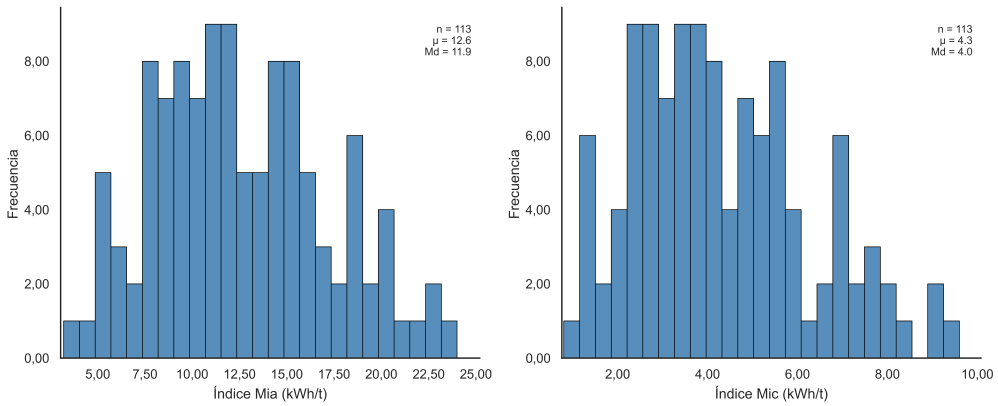


Figura 17: Distribución de los índices de trabajo M_{ia} y M_{ic}.

La distribución del índice M_{ib} se presenta en la Figura 18. Este parámetro muestra una media de 12,12 kWh/t con la mayoría de las muestras entre 10 y 14 kWh/t, mostrando un aumento significativo respecto a las variables M_{ia} y M_{ic} descritas en la Figura 17, lo que es atribuible a un mayor gasto energético en etapas posteriores.

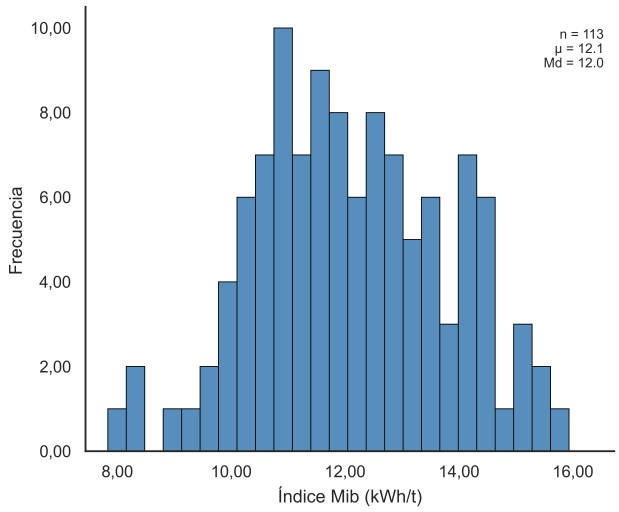


Figura 18: Distribución del índice de trabajo para M_{ib}.

5.1.2. Ensayos de flotación rougher

La Figura 19 presenta las recuperaciones metalúrgicas acumuladas para cada etapa, alcanzando una media de 93,3 % a los 15 minutos (T_4).

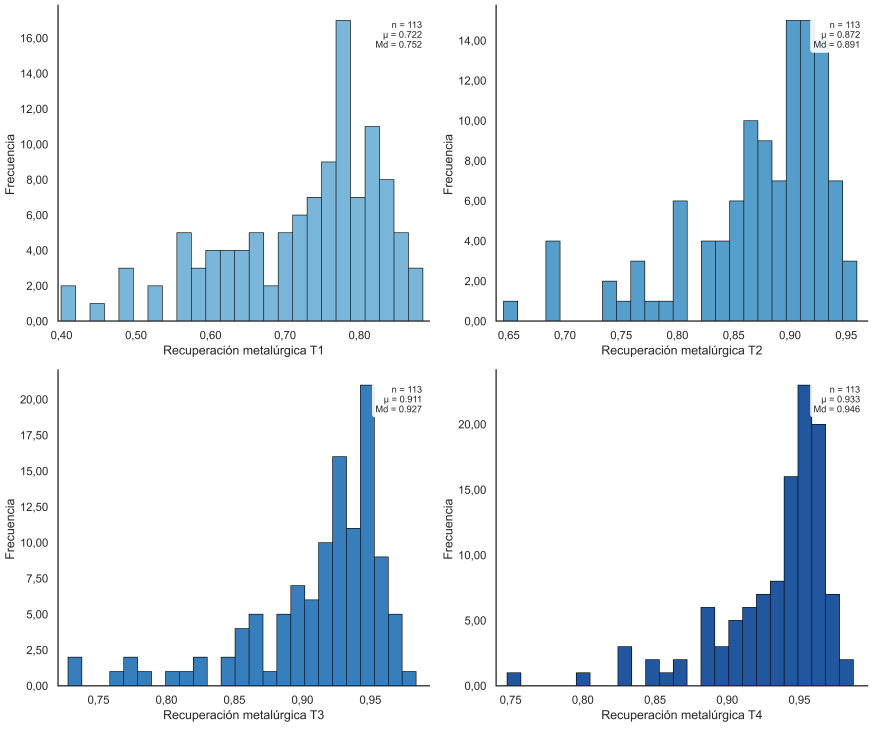


Figura 19: Evolución de la recuperación de cobre con el tiempo de flotación.

La Figura 20 muestra la distribución espacial de la recuperación metalúrgica de cobre obtenida en las pruebas de flotación *rougher*, donde el contorno poligonal en negro delimita el pit final optimizado económicamente correspondiente al *Caso 4*. Se observa una marcada heterogeneidad espacial en la zona central del pit, consistente con la mayor densidad de información. En contraste, hacia los bordes del dominio y en áreas con menor densidad de información, la distribución de la recuperación tiende a ser más homogénea como resultado del proceso de interpolación.

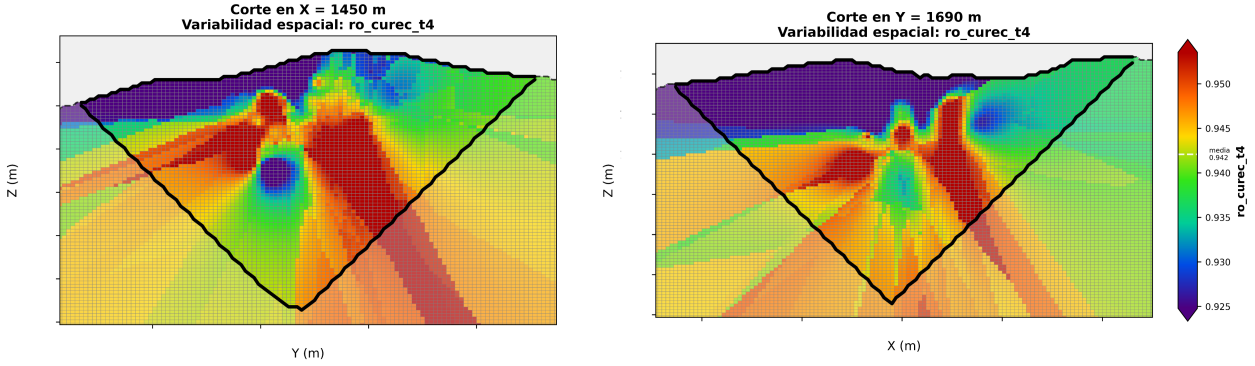


Figura 20: Distribución espacial de la recuperación metalúrgica en el depósito.

La recuperación acumulada en peso para cada etapa, presentada en la Figura 21, alcanza una media de 11,6 % a los 15 minutos. A diferencia de la recuperación del metal, el aumento promedio para cada etapa refleja la influencia de la ganga flotable en la masa recuperada. La relación entre ambas recuperaciones es aproximadamente de 8:1 para T_4, lo que reafirma el diseño de la etapa rougher para maximizar la recuperación del metal valioso, aceptando un arrastre significativo de ganga.

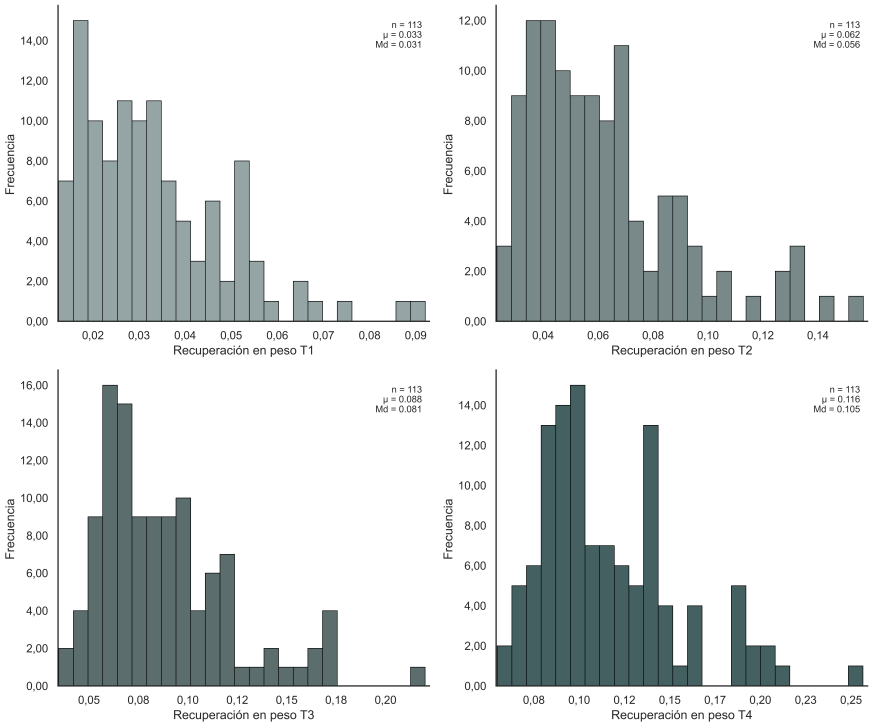


Figura 21: Evolución de la recuperación en peso con el tiempo de flotación.

5.2. Modelación cinética de la flotación rougher

5.2.1. Distribución de parámetros cinéticos y recuperaciones modeladas

La Figura 22 presenta la distribución de los parámetros K_{MAX} y R_∞ para la recuperación de cobre. K_{MAX} presenta una media de 4,8 min^{-1}. La dispersión observada en la distribución de K_{MAX}, junto con el incremento sostenido de la recuperación de cobre por etapa visto en la Figura 19, es consistente con la coexistencia de partículas de alta flotabilidad (asociadas a un tamaño de partícula óptimo y alto grado de liberación) y partículas de baja flotabilidad (correspondientes a tamaños no óptimos o baja liberación mineral), evidenciando la heterogeneidad del sistema.

R_∞ muestra una media de 94,7 %, donde si bien la mayoría de las muestras tienen un alto potencial de recuperación (alto R_∞), también existe una fracción con limitaciones mineralógicas que impiden superar el 90 %.

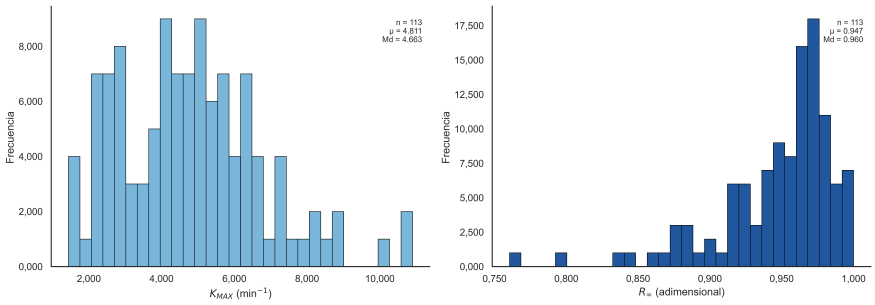


Figura 22: Distribución de parámetros cinéticos de Klimpel para la recuperación de cobre.

La Figura 23 muestra la recuperación en peso del concentrado *rougher*. K_{MAX}^{WT} (izquierda) tiene una media de 0,51 min^{-1}, significativamente inferior a la del cobre, reflejando la menor flotabilidad de la ganga. R_∞^{WT} presenta una media de 13,4 %.

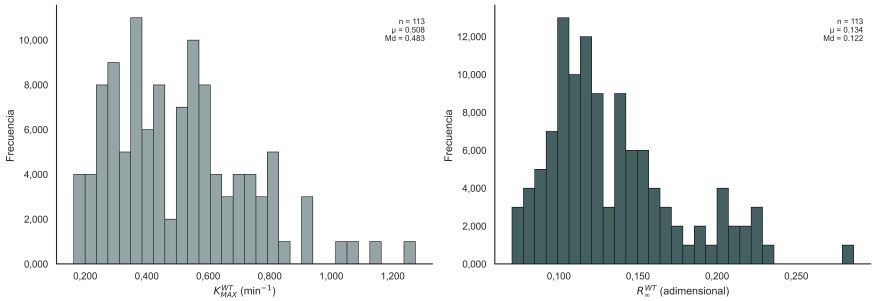


Figura 23: Distribución de parámetros cinéticos de Klimpel para la recuperación en peso.

La distribución de las recuperaciones de cobre y en peso modeladas mediante el ajuste de Klimpel se presenta en las Figuras 24 y 25. Para el tiempo T_4 (15 minutos), la recuperación de cobre modelada alcanza una media de 93,2 %, valor prácticamente idéntico al experimental (93,3 %). El rango modelado ($74,7 - 98,5$ %) también reproduce fielmente la variabilidad observada en laboratorio.

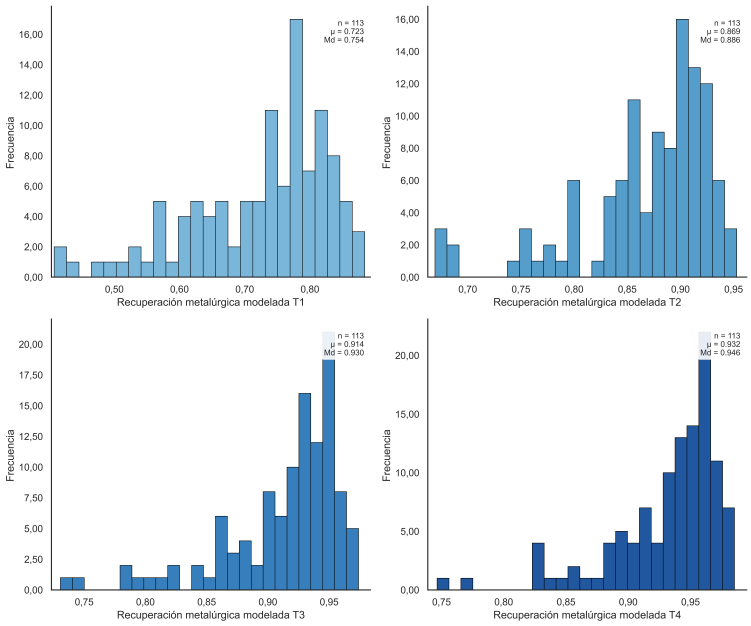


Figura 24: Distribución de la recuperación de cobre modelada.

Para la recuperación en peso, el modelo también captura adecuadamente el comportamiento experimental. En T_4, la media modelada es 11,3 %, valores ligeramente inferiores pero consistentes con el experimental (11,6 %). La evolución temporal muestra un incremento desde 2,9 % en T_1 hasta 11,3 % en T_4.

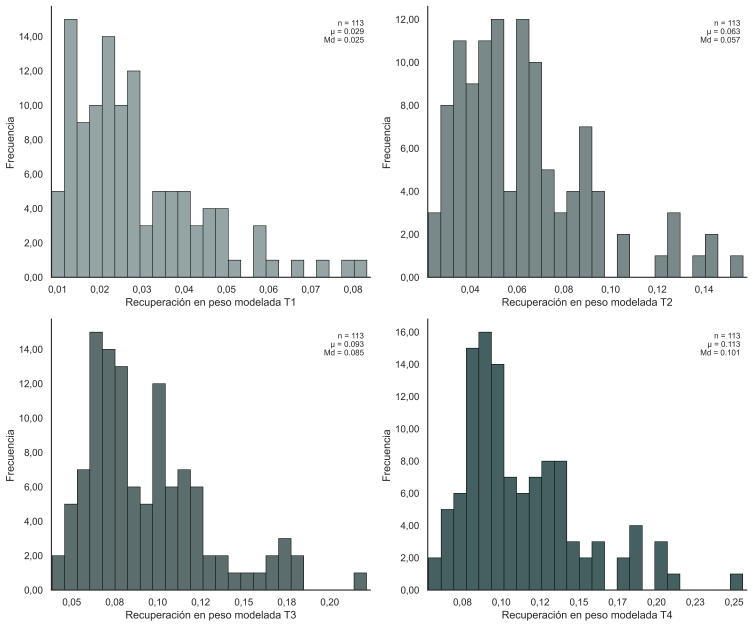


Figura 25: Distribución de la recuperación en peso modelada.

5.2.2. Validación del modelo cinético y escalamiento industrial

Las Figuras 26 y 27 comparan las recuperaciones experimentales con las predichas por el modelo de Klimpel para todas sus etapas. El modelo presenta un coeficiente de determinación $R^2 = 0,966$ para cobre y $R^2 = 0,990$ para el peso.

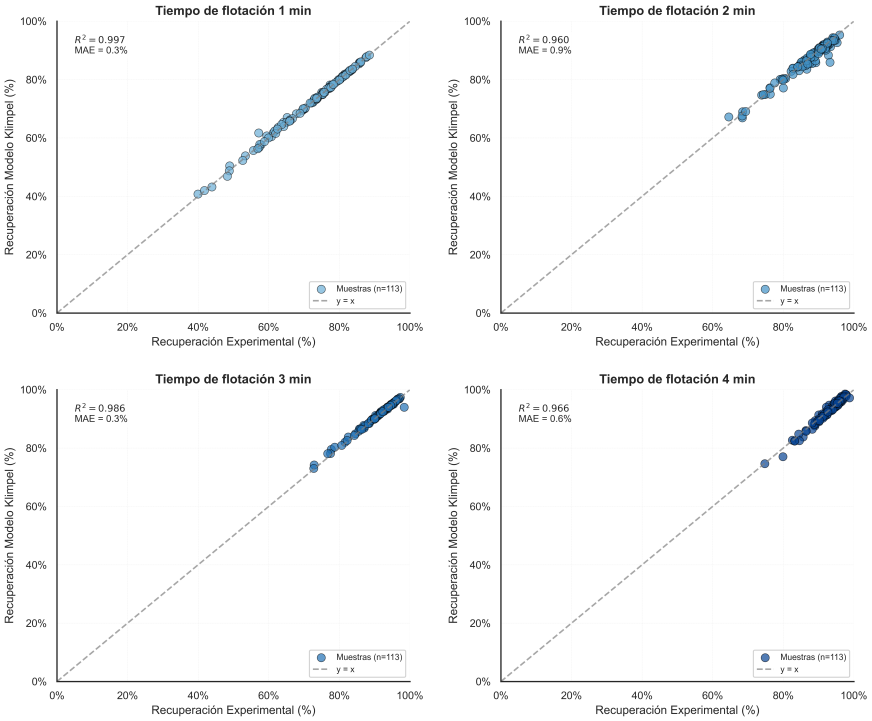


Figura 26: Validación del modelo de Klimpel para recuperación de cobre.

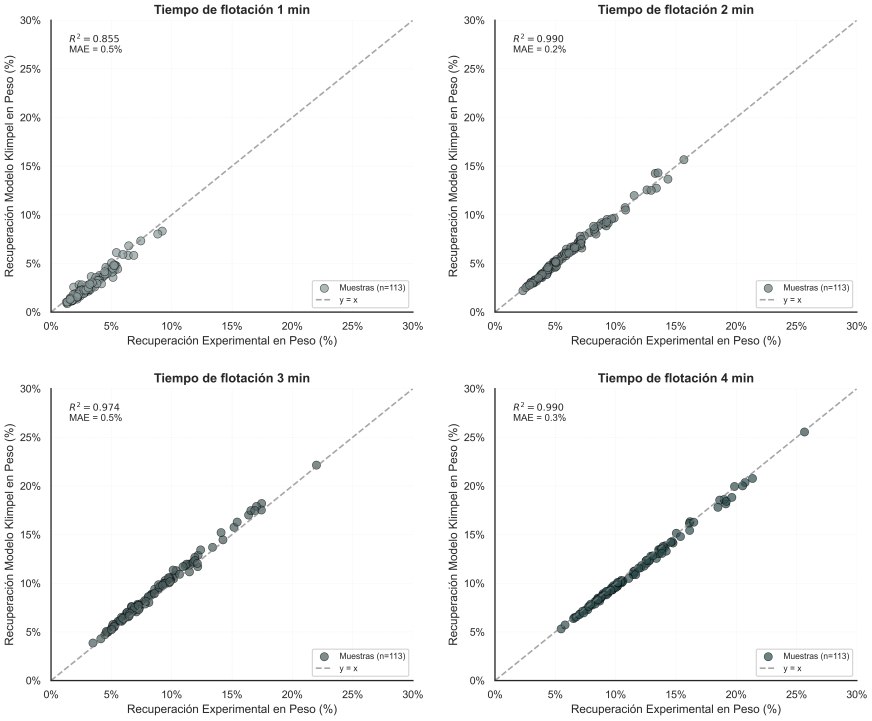
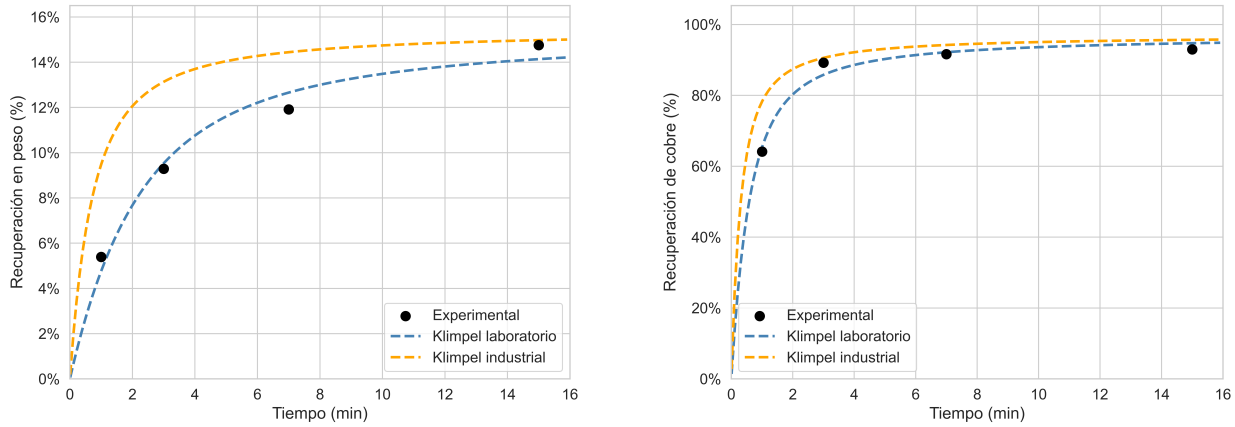


Figura 27: Validación del modelo de Klimpel para recuperación en peso.

La Figura 28 muestra el escalamiento de la cinética de flotación a escala de laboratorio a condiciones industriales para un banco de 8 celdas en serie. Los factores de corrección aplicados ($\gamma_{Cu} = 0,25$, $\gamma_{Wt} = 0,40$) generan curvas de recuperación industrial consistentes con la operación esperada.



(a) Recuperación en peso (%). **(b)** Recuperación de cobre (%).

Figura 28: Escalamiento de la cinética de flotación de laboratorio a condiciones industriales.

Para la recuperación de cobre, el modelo industrial alcanza una recuperación asintótica idéntica a la batch (97,0 %), pero con una cinética aparentemente más rápida en los primeros minutos debido al efecto del banco de celdas en serie. El tiempo para alcanzar el 90 % de la recuperación máxima se reduce de 3,51 minutos en laboratorio a 2,01 minutos en el modelo industrial. A tiempos prolongados (15 minutos), las diferencias se atenúan, con el modelo industrial prediciendo una recuperación de 95,7 %, cercana al valor experimental de 93,0

En el caso de la recuperación en peso, el modelo industrial supera al de laboratorio en todos los tiempos evaluados, debido al mayor factor de corrección ($\gamma_{Wt} = 0,40$) y al efecto acumulativo de las múltiples etapas. La recuperación a 15 minutos alcanza 15,0 %, ligeramente superior al 14,8 % experimental. El tiempo para alcanzar el 90 % de la recuperación máxima se reduce drásticamente de 12,71 minutos en laboratorio a 4,61 minutos en el modelo industrial.

Esta validación cruzada entre modelos de laboratorio e industriales confirma la aplicabilidad del enfoque de escalamiento propuesto, permitiendo utilizar los parámetros K_{MAX} y R_∞

determinados en laboratorio para predecir el desempeño industrial del circuito de flotación.

5.3. Energía específica y tasa de alimentación

5.3.1. Distribución de la energía específica

La Figura 29 presenta la distribución de la energía específica para cada una de las etapas de conminución (W_c, $W_{a,SAG}$, $W_{a,ball}$, $W_{b,ball}$), mientras que la Tabla 10 resume los consumos promedio y su contribución porcentual a la energía específica total del sistema ($SE = 10,89\ kWh/t$).

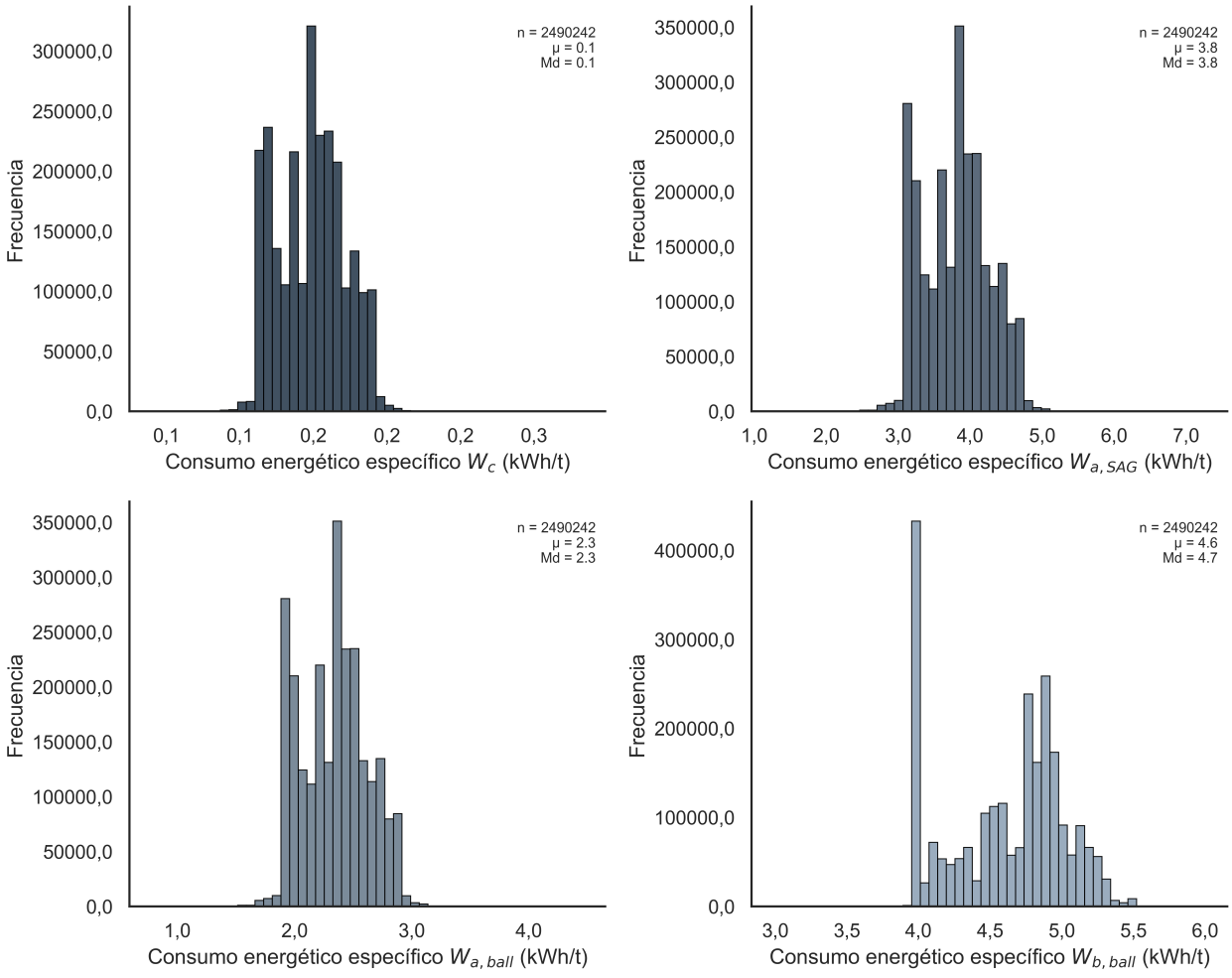


Figura 29: Descomposición de las distribuciones de las energías específicas de conminución.

Tabla 10: Contribución promedio de cada etapa al consumo energético total.

Parámetro	**Valor Promedio** (kWh/t)	**Porcentaje** (%)
W_c	0,15	1,4
W_a SAG	3,80	34,0
W_a bolas	2,34	21,5
W_b bolas	4,61	42,3
SE total	10,89	100,0

El parámetro W_c es el de menor consumo (1,4 % del total), reflejando la alta eficiencia energética de esta etapa. Por el contrario, W_b representa el 42,3 % del consumo total, posicionándose como la etapa de mayor demanda energética. Por lo que, para este caso, la molienda de partículas finas es más ineficiente que el chancador primario. La alta contribución de W_b sugiere que en caso de que se quiera optimizar el consumo de energía, debiera focalizarse en esta variable.

La Figura 30 muestra la distribución resultante de SE, del sistema. La variabilidad observada es directamente atribuible a la heterogeneidad espacial de los parámetros geometalúrgicos, particularmente del índice M_{ib}, cuya influencia sobre W_b es dominante.

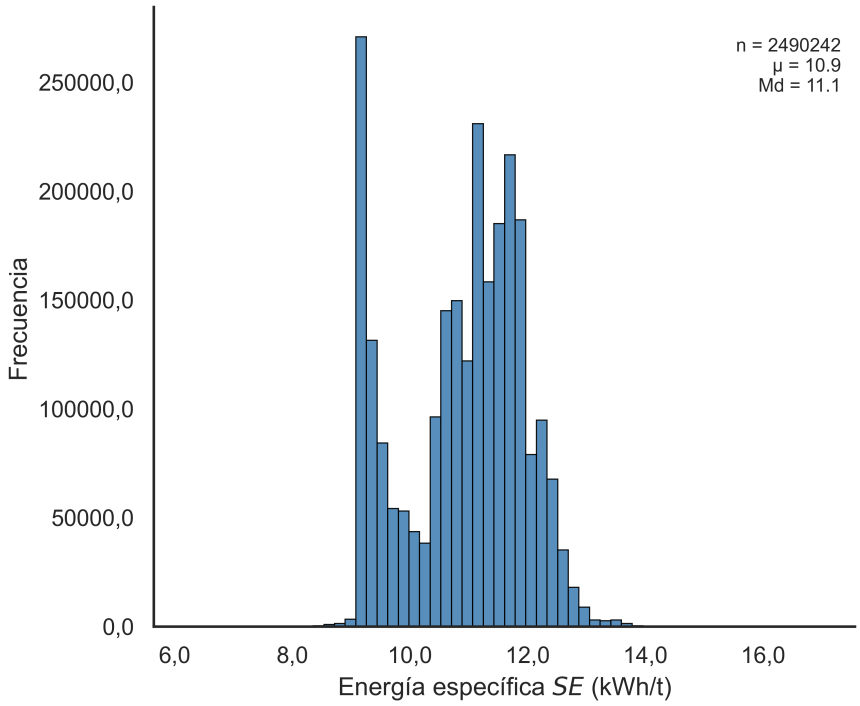


Figura 30: Distribución de la energía específica de conminución (SE) del modelo de bloque.

5.3.2. Tasa de alimentación y efecto de la restricción hidráulica

La Figura 31 presenta la distribución del TPH teórico. Esta distribución refleja sin distorsión la variabilidad del mineral en términos de dureza, mostrando que el sistema podría procesar un amplio rango de tonelajes en función de las propiedades geometalúrgicas del bloque.

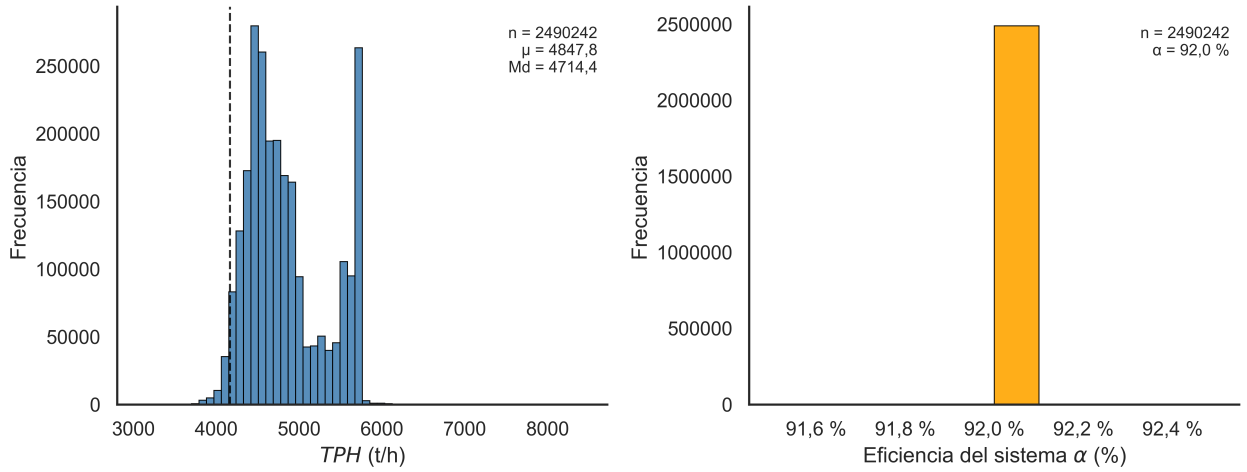


Figura 31: Distribución de la tasa de alimentación teórica TPH.

La Figura 32 muestra la distribución espacial de la variable TPH en el modelo de bloques. De manera análoga a lo observado en la Figura 20, se evidencia una marcada heterogeneidad en la zona central del modelo, contrastando con un comportamiento estadísticamente homogéneo hacia los sectores periféricos. Este patrón es atribuible a la mayor densidad de muestreo de sondajes en la región central del dominio modelado, lo que condiciona directamente la variabilidad local estimada.

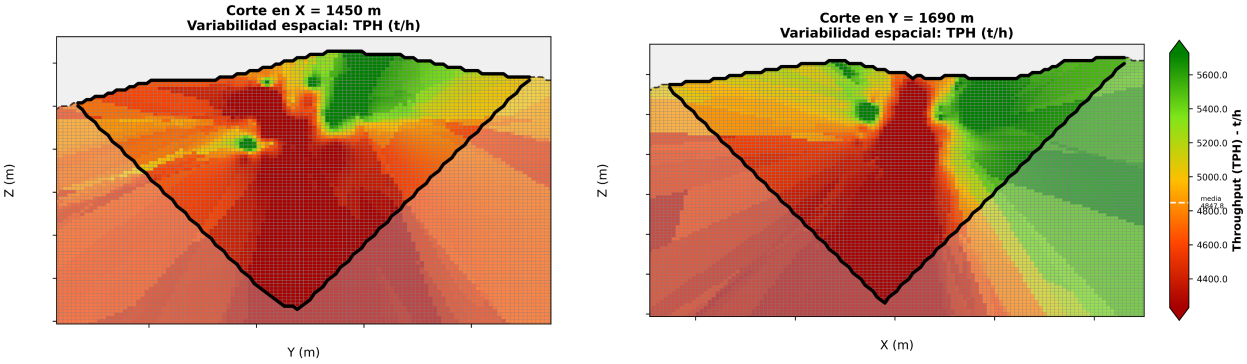


Figura 32: Distribución espacial del TPH en el depósito.

No obstante, la incorporación de la restricción operacional asociada al sistema de transporte hidráulico modifica de manera sustancial este comportamiento. Como se aprecia en la Figura 33, el 97,5 % de los bloques presentan un TPH teórico superior al límite de transporte establecido, lo que indica que la restricción hidráulica está activa durante prácticamente

la totalidad de la operación. En consecuencia, el TPH converge hacia el límite superior, registrando una media de 4 164 t/h respecto al caso sin restricción.

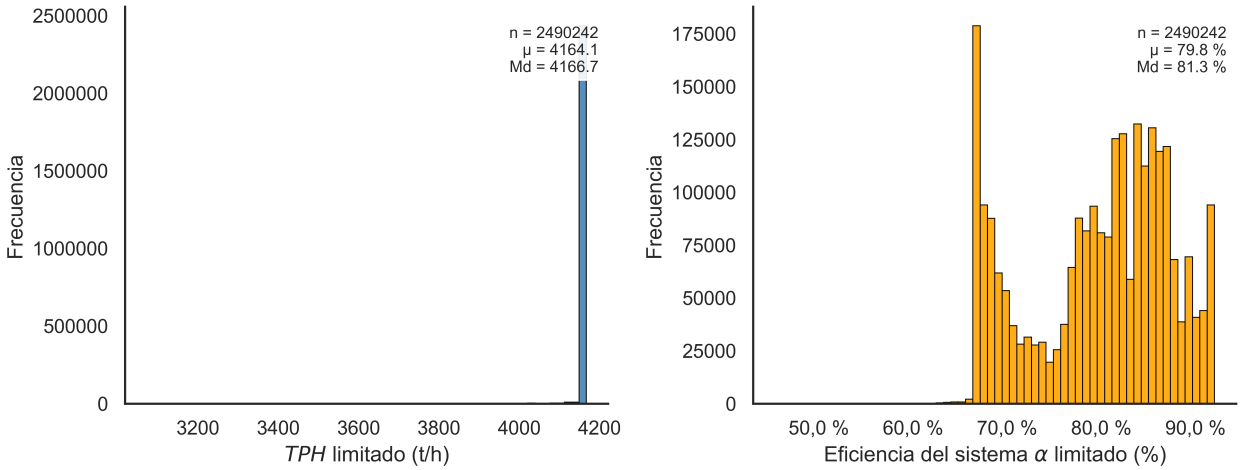


Figura 33: Efecto de la restricción hidráulica sobre la distribución del TPH.

Esta condición afecta la eficiencia efectiva del sistema α, que en promedio se reduce de 0,92 (nominal) a 0,798. En términos prácticos, el sistema solo puede aprovechar el 79,8 % de la potencia instalada, generando un sobredimensionamiento encubierto. La pérdida de 12,2 puntos porcentuales de eficiencia representa un costo operativo oculto que debe considerarse en la planificación minera y en futuras decisiones de inversión en infraestructura.

Los resultados obtenidos permiten identificar al sistema de transporte hidráulico como una restricción operacional del circuito de conminución. Dado que el TPH se encuentra acotado por dicha restricción, la planta de molienda opera por debajo de su capacidad instalada, lo que se manifiesta en una reducción significativa de la eficiencia de uso de potencia α. En consecuencia, el potencial productivo del circuito de conminución no es aprovechado en su totalidad mientras la capacidad del sistema de transporte hidráulico aguas abajo constituya el factor limitante

5.3.3. Correlación entre índices de trabajo y TPH

Las Figuras 34 a 36 relacionan el TPH con los índices de trabajo M_{ia}, M_{ib} y M_{ic}. Para cada índice, se muestra la capacidad sin restricción (TPH teórico, izquierda) y con restricción

hidráulica ($TPH_{limited}$, derecha).

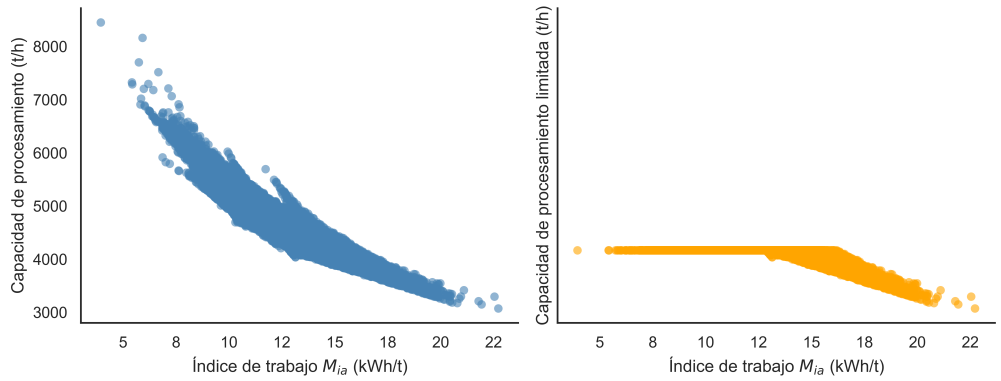


Figura 34: Relación entre el M_{ia} y la tasa de alimentación del sistema.

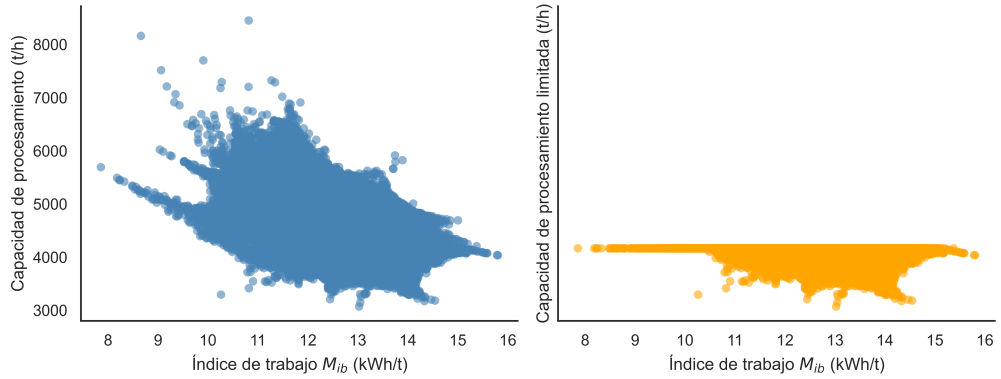


Figura 35: Relación entre M_{ib} y la tasa de alimentación del sistema.

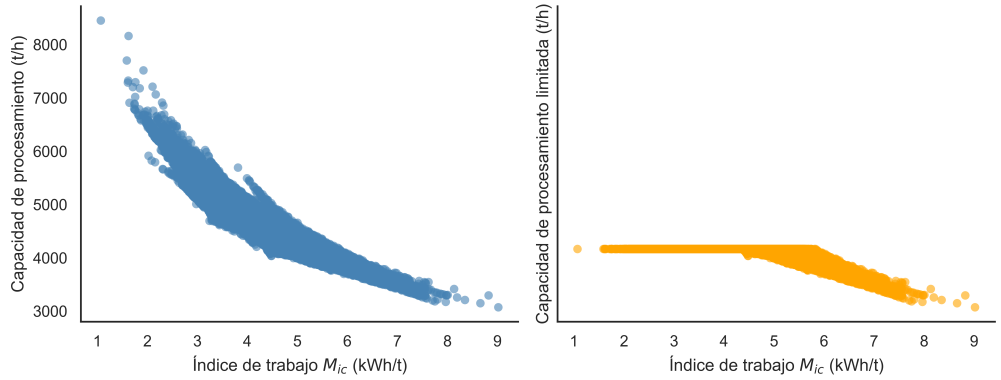


Figura 36: Relación entre el M_{ic} y la tasa de alimentación del sistema.

De los tres índices, M_{ia} exhibe la mayor correlación con la tasa de alimentación, posicionándose como el parámetro de mayor aptitud para en caso de ser necesario estimar el TPH. Como se aprecia en la Figura 34, ambas variables presentan una relación inversa de carácter no lineal: el TPH disminuye a medida que aumenta M_{ia}, con una tasa de decrecimiento que se atenúa progresivamente a valores elevados del índice, comportamiento consistente con una mayor resistencia a la fragmentación del material alimentado.

La limitación hidráulica introduce una meseta horizontal en $TPH \approx 4\,167\ t/h$ para los valores más bajos de M_{ia} (minerales más blandos), donde el TPH teórico superaría ampliamente la capacidad de transporte.

5.4. Valorización económica

La Figura 37 presenta un análisis de sensibilidad del valor de bloque ante variaciones en la energía específica de molienda (SE) para cada modelo de valorización. Con el fin de aislar el efecto de esta variable, se mantuvieron constantes la ley de cobre ($cu = 0{,}3\,\%$), la recuperación metalúrgica promedio de cada modelo y la densidad del mineral ($sg = 2{,}558\ t/m^3$). El rango de análisis evaluado (SE entre 5,0 y 17,0 kWh/t) fue contextualizado mediante los percentiles P_5 (9,13 kWh/t) y P_{95} (12,37 kWh/t) del modelo de bloques, junto con su valor medio de 10,89 kWh/t, permitiendo así enmarcar el análisis dentro del rango estadísticamente representativo del yacimiento.

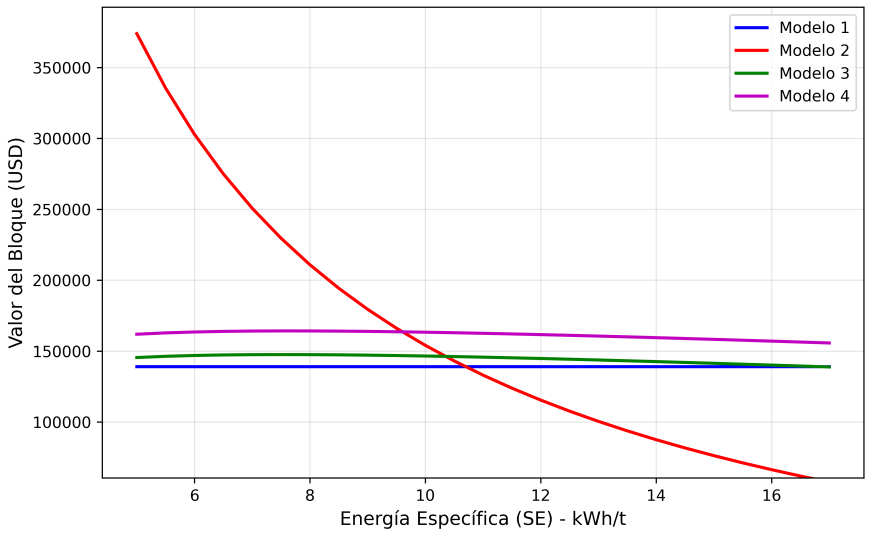


Figura 37: Impacto de la energía específica SE en cada modelo de valorización.

El *Caso 1* (valorización base) no incorpora mecanismos de variabilidad, por lo que permanece constante en todo el rango de SE, entregando una estimación fija e independiente de la dureza del mineral.

El *Caso 2* (incorporación de TPH) exhibe el comportamiento más sensible a la energía específica: registra valores notoriamente superiores para minerales blandos (bajo SE), con una disminución pronunciada a medida que aumenta la dureza del mineral. Esta alta sensibilidad implica que variaciones en SE pueden modificar de forma considerable la valorización económica de los bloques.

El *Caso 3* (incorporación de costos energéticos) incorpora una penalización por consumo energético, lo que se traduce en valores inferiores al *Caso 2* para minerales blandos y una disminución menos pronunciada para minerales duros, resultando en una valorización con menor sensibilidad a SE. Adicionalmente, presenta valores superiores a los del *Caso 1* de forma consistente a lo largo de todo el rango de SE analizado.

El *Caso 4* (modelo integrado) incorpora componentes de costo adicionales respecto al *Caso 3*, lo que se refleja en valores sistemáticamente superiores a lo largo de todo el rango analizado. La pendiente de la curva es comparable a la del *Caso 3*, siendo la diferencia atribuible a la estructura de costos más completa considerada en este modelo.

En términos cuantitativos, el *Caso 2* alcanza un máximo de 370 949 USD para $SE = 5,0\ kWh/t$, descendiendo a 57 651 USD para $SE = 17,0\ kWh/t$ lo que representa una reducción del 84,5 %. El *Caso 4* en contraste, varía entre 161 546 USD (en $SE = 7,5\ kWh/t$) y 153 199 USD (en $SE = 17,0\ kWh/t$), con una disminución de tan solo el 5,2 %, evidenciando una menor sensibilidad a la dureza del mineral.

5.5. Valorización UPL y agendamiento

5.5.1. Resultados del UPL

La Figura 38 muestra la relación de precedencias optimizada para un ángulo de talud de 45°, considerando cuatro niveles verticales y aplicando un filtro que retiene únicamente los bloques del borde del cono. Este enfoque genera un total de 21 relaciones de precedencia necesarias para habilitar la extracción del bloque objetivo. Una disminución en la cantidad de precedencias conduce a una pérdida de definición en la forma del pit final, resultando en soluciones subóptimas que no cumplen estrictamente con las restricciones de estabilidad geométrica. Por el contrario, un incremento en el número de relaciones aumenta significativamente el tiempo de cómputo sin mejorar la calidad de la solución, dada la redundancia de información contenida en el interior del cono.

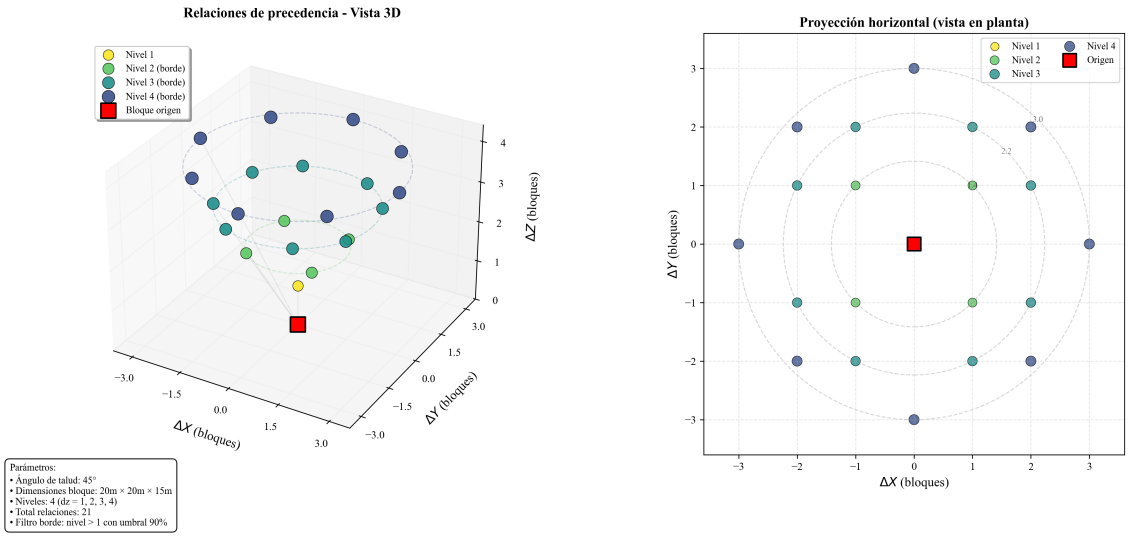


Figura 38: Relación de precedencias optimizada para un ángulo de talud de 45° (vistas 3D, planta y perfil).

La comparación visual de las Figuras 39 a 42 muestra la geometría del pit final obtenido para cada caso de valorización. La Figura 39 establece la geometría de referencia correspondiente al *Caso 1*, con un total de 218 451 bloques y un valor económico de $14\,626,5$ $MUSD$.

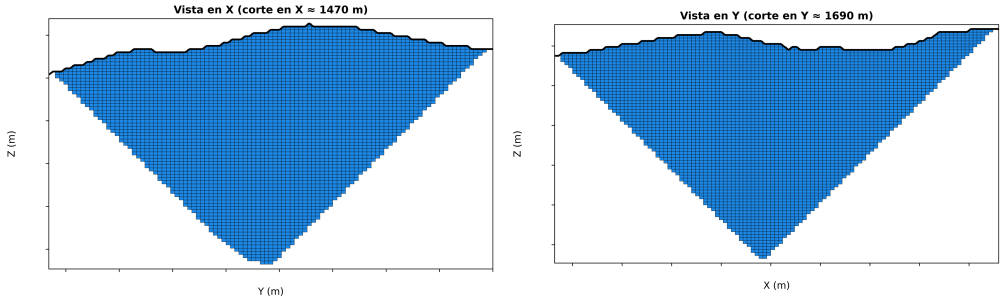


Figura 39: Visualización del UPL considerando el *Caso 1* de valorización económica.

El *Caso 2*, Figura 40, presenta una estructura casi idéntica al caso base, con 217 448 bloques comunes y diferencias marginales: 1 003 bloques exclusivos de M1 y solo 7 bloques exclusivos de M2.

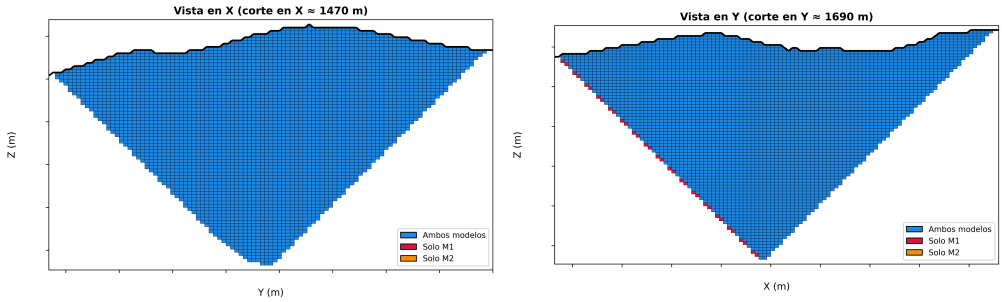


Figura 40: Visualización del UPL considerando el *Caso 2* de valorización económica.

El *Caso 3*, Figura 41, incorpora 9 611 bloques adicionales no presentes en M1, manteniendo los 218 451 bloques comunes, lo que representa una expansión perimetral del pit.

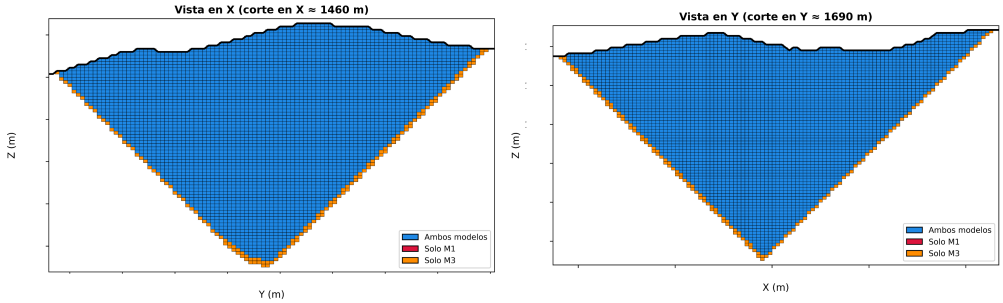


Figura 41: Visualización del UPL considerando el *Caso 3* de valorización económica.

El *Caso 4*, Figura 42, presenta la mayor expansión, agregando 32 372 bloques exclusivos que no estaban en M1, manteniendo los 218 451 bloques comunes.

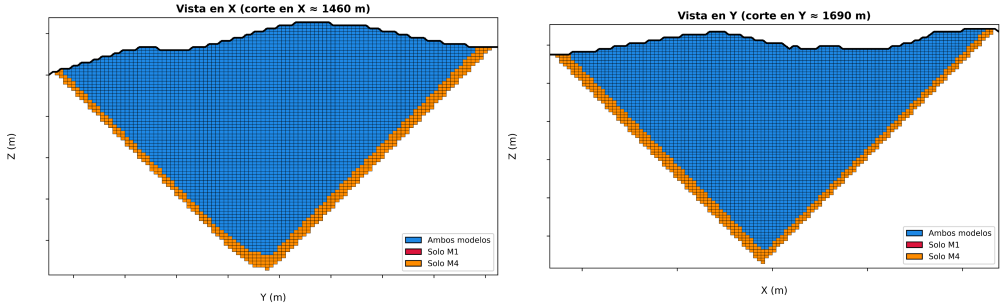


Figura 42: Visualización del UPL considerando el *Caso 4* de valorización económica.

La Figura 43 integra todos los casos en una vista en planta, permitiendo apreciar el crecimiento relativo de cada pit.

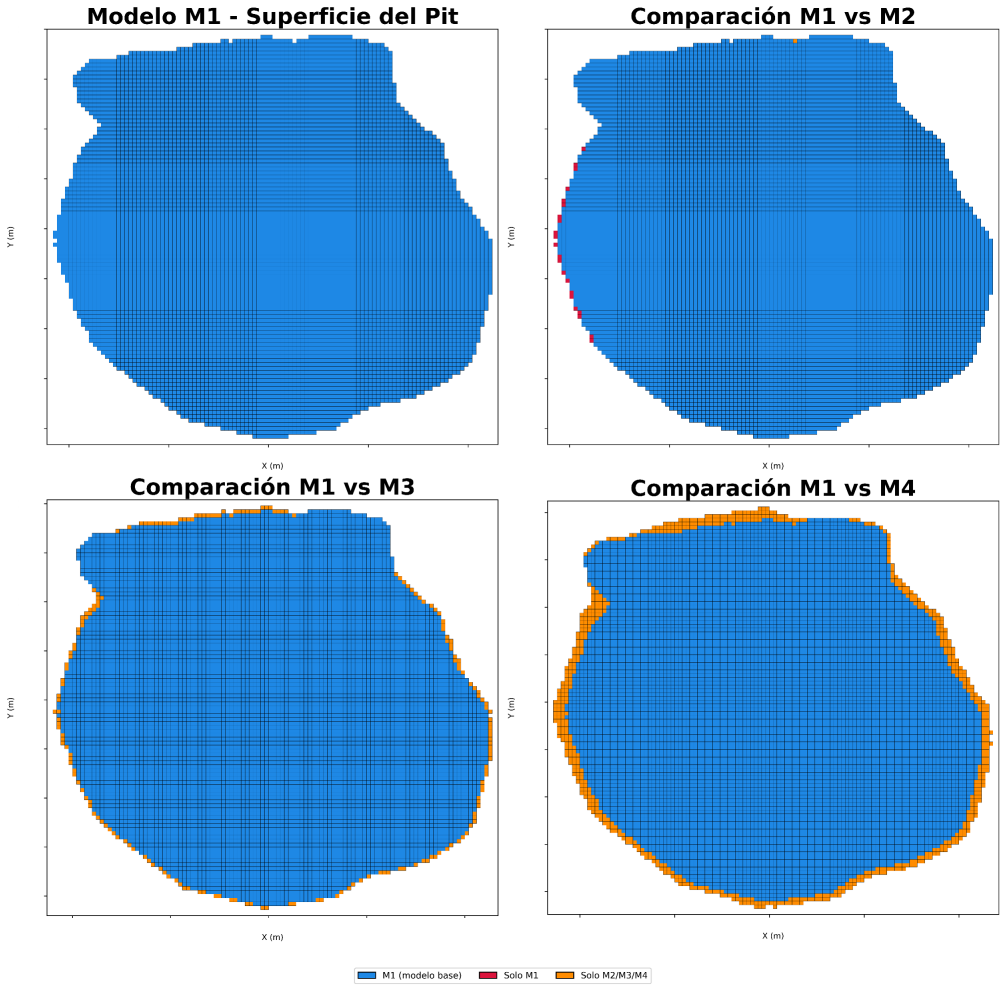


Figura 43: Vista en planta de los UPL obtenidos con los distintos modelos de valorización.

La Tabla 11 resume los principales indicadores del UPL obtenido para cada modelo de valorización. El valor económico total aumenta progresivamente con la complejidad del modelo de valorización, desde 14 626,5 $MUSD$ en M_1 hasta 17 469,6 $MUSD$ en M_4, representando un incremento del 19,4 %. De forma consistente, la masa total extraíble crece desde 3 227 $Mton$ en M_1 hasta 3 717 $Mton$ en M_4, un aumento del 15,2 %, asociado a la expansión geométrica del pit observada en las Figuras 41 y 42.

Tabla 11: Comparación de indicadores del UPL según modelo de valorización.

Modelo	Bloques	Valor (M$)	Δ MUSD	Mton	Δ Mton
M_1	218 451	14 626, 5	-	3 227	-
M_2	217 455	14 883, 4	+1,8 %	3 211	-0,5 %
M_3	228 062	15 142, 3	+3,5 %	3 372	+4,5 %
M_4	250 823	17 469, 6	+19,4 %	3 717	+15,2 %

El comportamiento del *Caso 2*, caracterizado por un incremento del valor económico total junto con una reducción del tonelaje extraído, difiere del observado en los demás modelos. Mientras que en estos últimos el aumento del valor económico se acompaña de un incremento en el volumen de material extraído, el *Caso 2* presenta una relación inversa entre ambas variables.

La Figura 44 muestra la distribución espacial del valor económico en el pit final del *Caso 2*. En ella se identifica una concentración de mineral de alto valor en la zona central del yacimiento. Este patrón de distribución adquiere relevancia al considerar que el *Caso 2* presenta la mayor sensibilidad de valorización frente a variaciones en la energía específica (SE), tal como se observa en la Figura 37.

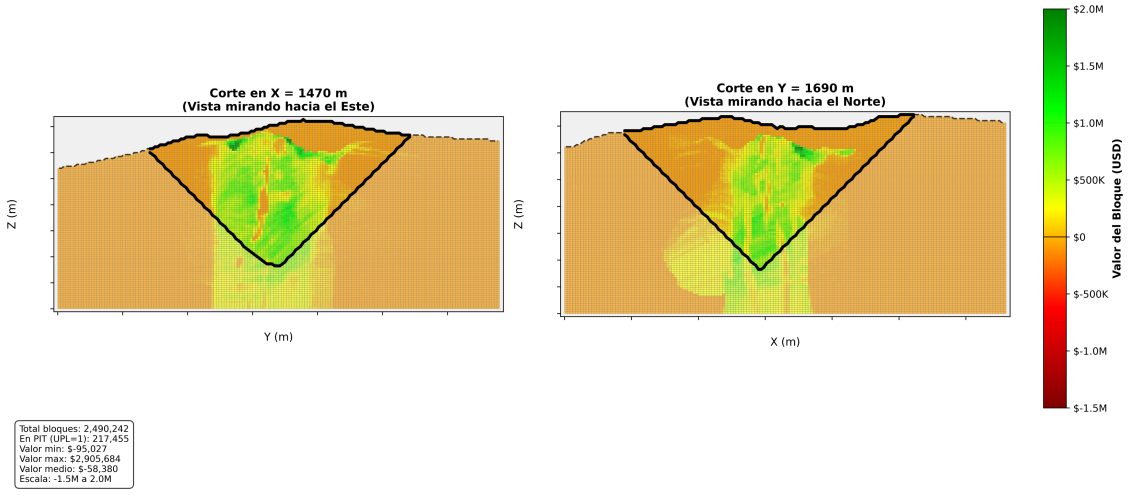


Figura 44: Visualización económica UPL.

La Figura 45 presenta la distribución espacial de SE en el mismo corte. Se identifican sectores con valores reducidos de este parámetro, los cuales podrían estar asociados a una

mayor valorización de los bloques en esas zonas respecto a otros modelos de valorización. No obstante, para establecer una relación causal entre el incremento del valor del pit, la reducción del tonelaje extraído y la variabilidad espacial de SE, se requieren análisis zonales de mayor resolución.

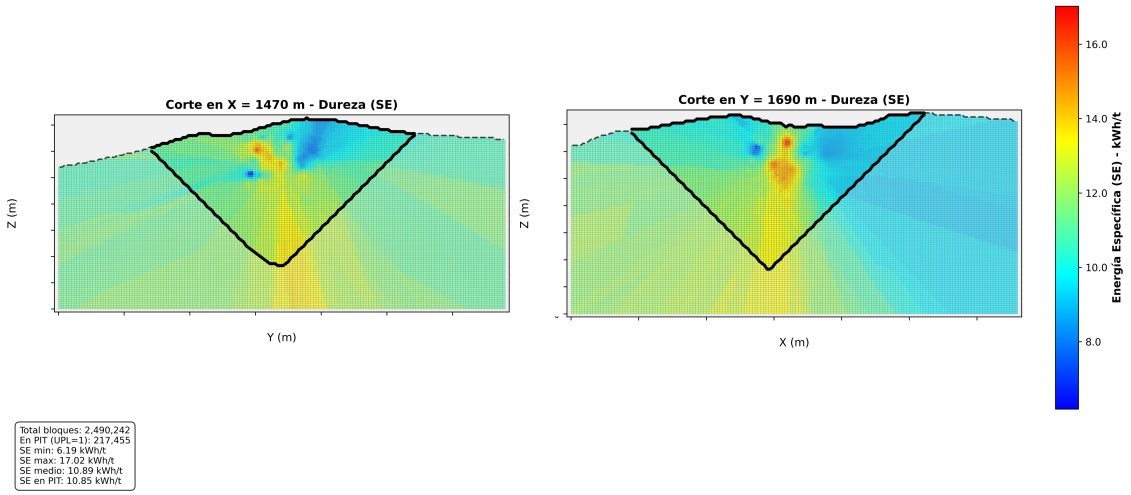


Figura 45: Distribución espacial de la energía específica SE (kWh/t) en el corte central del yacimiento - *Caso 2*.

5.5.2. Distribución de ley de concentrado y recuperación en peso

La Figura 46 presenta la distribución de la ley de concentrado de cobre (c_b) correspondiente al *Caso 4*. En este pit final, un total de 120 074 bloques son enviados al proceso de concentración, con una ley media de concentrado de 14,9 %. Este valor medio de ley, inferior a lo esperable, puede atribuirse al comportamiento de la recuperación másica de ganga modelada. Como se observa en la Figura 28, la recuperación cinética en peso del concentrado escalada a nivel industrial supera sistemáticamente a la curva experimental a lo largo de todo el tiempo de flotación, generando una dilución del concentrado que reduce su ley final.

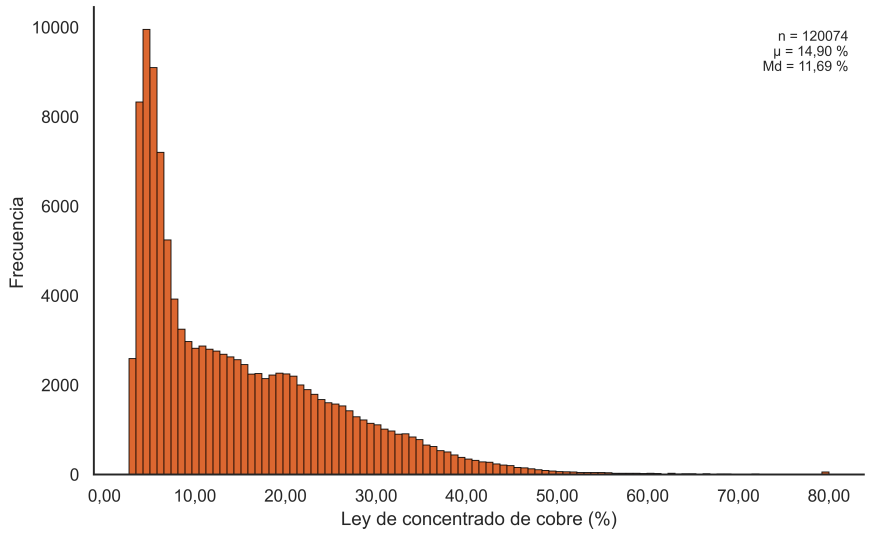


Figura 46: Distribución de la ley de concentrado de cobre (%) en el UPL.

La Figura 47 ilustra la distribución espacial de la ley de cobre en concentrado en el modelo de bloques para el *Caso 4*. Se observa una concentración de leyes altas en el núcleo central del UPL, mientras que hacia la periferia del pit la ley de concentrado disminuye progresivamente.

Un aspecto destacable es la presencia de una estructura superficial bien definida con ley de concentrado igual a cero. Dicha estructura guarda directa correspondencia con la distribución de zonas mineralógicas presentada en la Figura 12, donde los sectores superficiales del modelo están dominados por mineral *lixiviado*, material que, al no ser procesable mediante concentración registra una ley de cobre en concentrado nula.

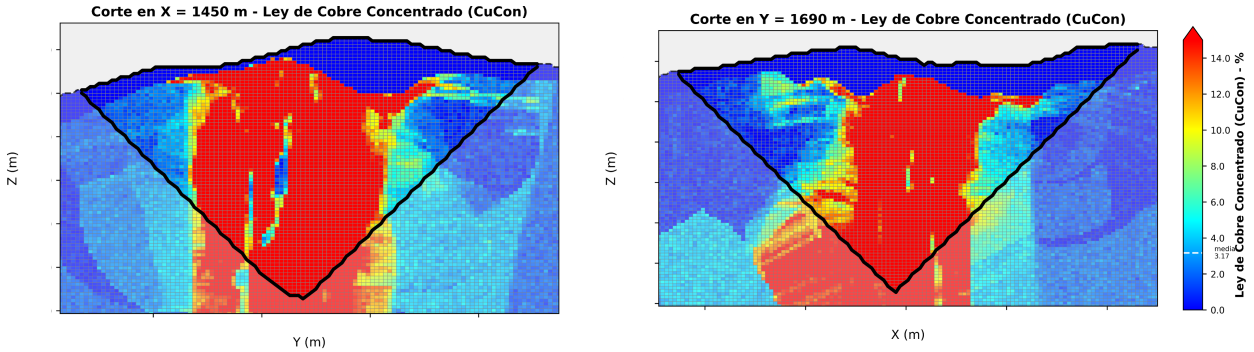


Figura 47: Distribución espacial de la ley de cobre en concentrado en el modelo de bloques.

La Figura 48 muestra la distribución de la recuperación en peso del concentrado (Wt_{rec})

para bloques que van a planta en el *Caso 4*, donde la recuperación media es de 2,3 %. El 100 % de los bloques presentan una recuperación en peso inferior al 5 %, reflejando el efecto de las etapas de limpieza, cuyo objetivo es incrementar selectivamente la ley del concentrado mediante el rechazo de ganga.

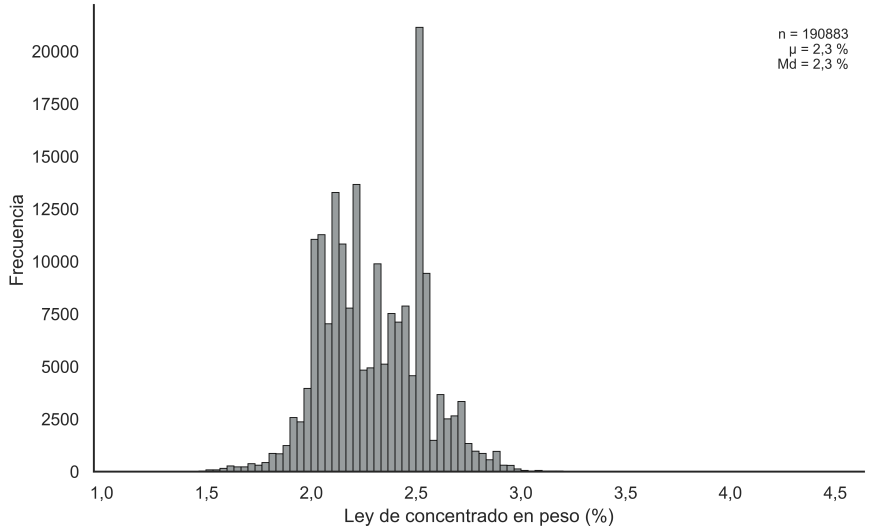


Figura 48: Distribución de la ley de concentrado en peso (%) en el UPL.

5.5.3. Resultados del agendamiento de bloques

Las Figuras 49 a 52 muestran los resultados del agendamiento óptimo para cada caso, incluyendo la producción anual de mineral (O), marginal (M) y estéril (W), junto con el VAN acumulado por periodo del proyecto. El material clasificado como marginal corresponde a bloques cuyo valor supera el costo de botadero pero es inferior a cero, siendo enviados a planta para recuperar valor sin priorizar su procesamiento.

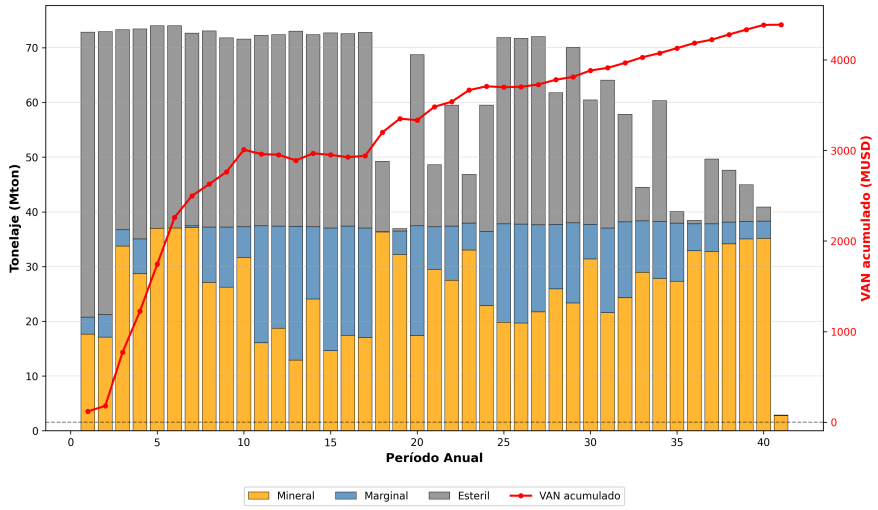


Figura 49: Agendamiento de bloques para el *Caso 1* de valorización.

El *Caso 1*, Figura 49, establece la referencia con un VAN de $4\,389,0$ $MUSD$ y una vida útil de 41 años. Al no considerar variabilidad en el TPH, concentra los bloques de mayor ley en los primeros años para maximizar el valor descontado, con un VAN anual promedio de 511 $MUSD/año$ durante los primeros 6 años.

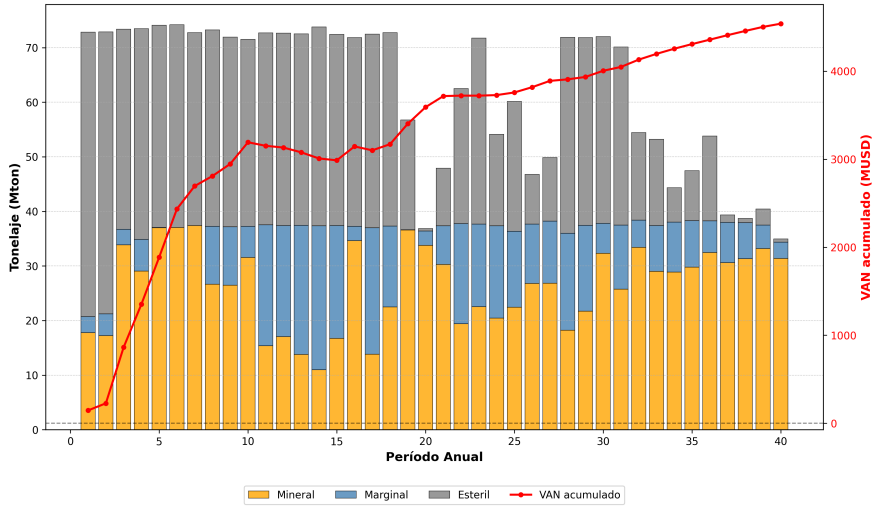


Figura 50: Agendamiento de bloques para el *Caso 2* de valorización.

El *Caso 2*, Figura 50, que incorpora la variabilidad del TPH, aumenta su VAN en un 3,4 % respecto al caso base ($4\,540,4$ $MUSD$), mientras que la vida útil se reduce a 40 años.

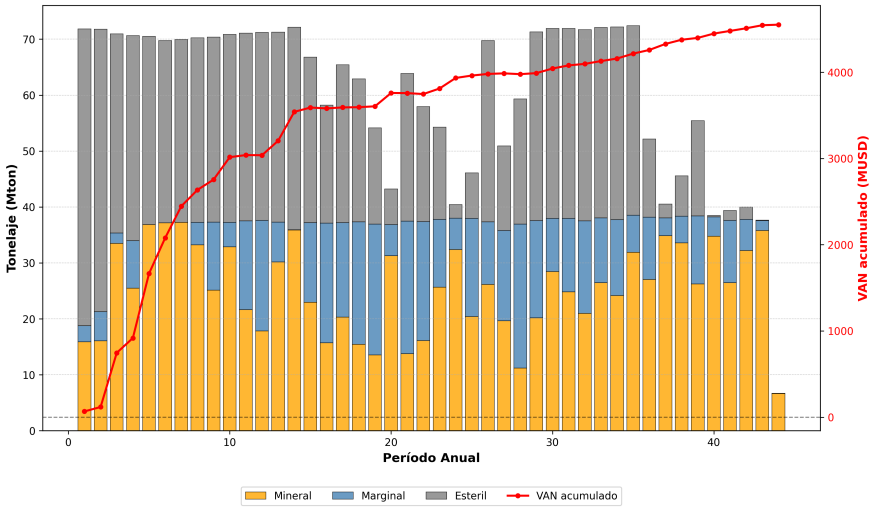


Figura 51: Agendamiento de bloques para el *Caso 3* de valorización.

El *Caso 3*, Figura 51, añade los costos energéticos, penalizando los bloques más duros. El VAN alcanza $4\,552,4$ $MUSD$ (+3,7 %) y la vida útil se extiende a 44 años, ya que el modelo identifica bloques de dureza intermedia que siguen siendo viables incluso en periodos más tardíos.

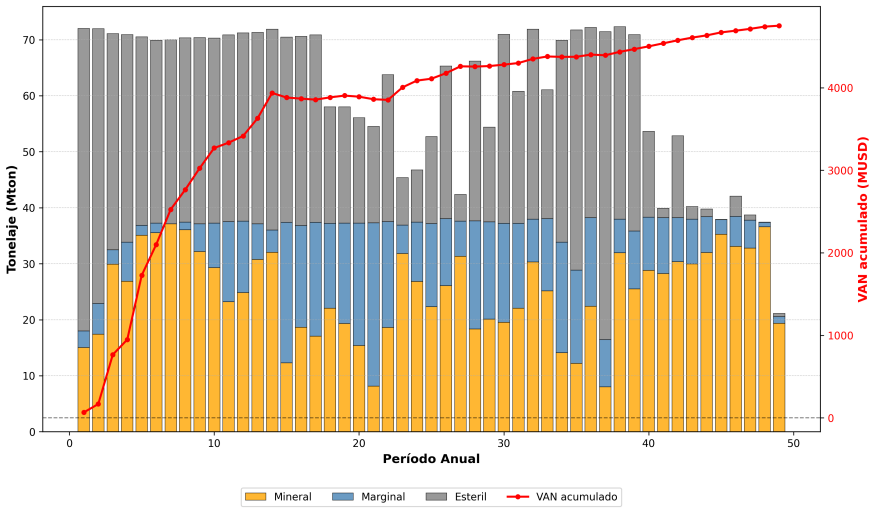


Figura 52: Agendamiento de bloques para el *Caso 4* de valorización.

El *Caso 4*, Figura 52, integra los costos de refinación y transporte asociados al concentrado. El VAN aumenta a $4\,751,2$ $MUSD$ (+8,3 %) y la vida útil se extiende a 49 años. Este modelo penaliza bloques con menor ley de concentrado (mayor masa de concentrado

por unidad de cobre). La Tabla 12 resume los resultados del agendamiento para los cuatro casos.

Tabla 12: Comparación de resultados del agendamiento por modelo de valorización.

Modelo	VAN Total (MUSD)	Períodos (años)	VAN vs M1
M1	4 389,0	41	–
M2	4 540,4	40	+3,4 %
M3	4 552,4	44	+3,7 %
M4	4 751,2	49	+8,3 %

Las Figuras 53 a 56 presentan el TPH promedio anual para cada caso de valorización económica. La línea horizontal discontinua indica el límite hidráulico de la planta, establecido en 4 167 t/h, donde las barras azules representan años en que no se superó dicho límite, mientras que las barras color naranja superan el límite hidráulico.

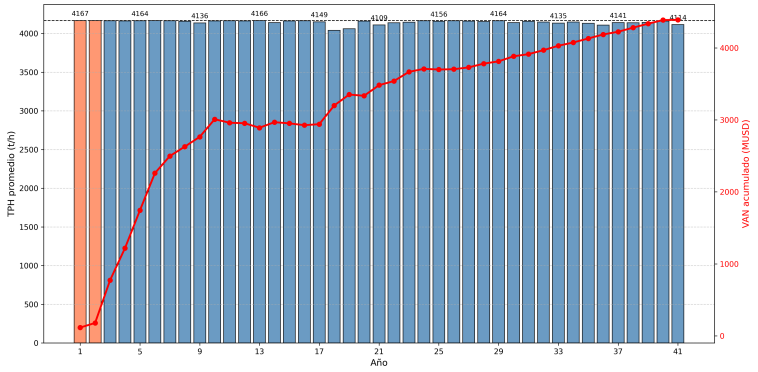


Figura 53: Evolución del TPH promedio anual en el horizonte de explotación - Caso 1.

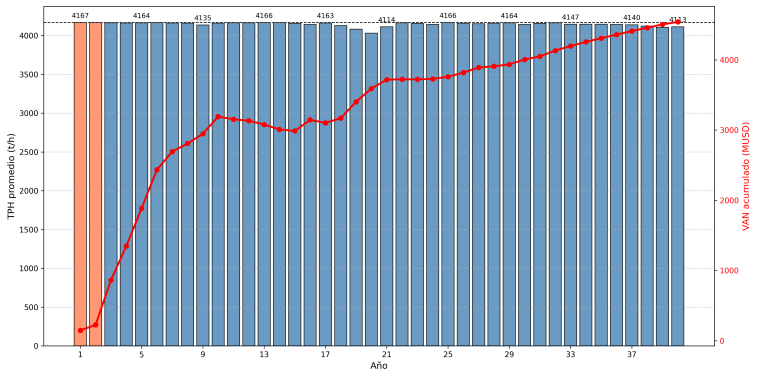


Figura 54: Evolución del TPH promedio anual en el horizonte de explotación - Caso 2.

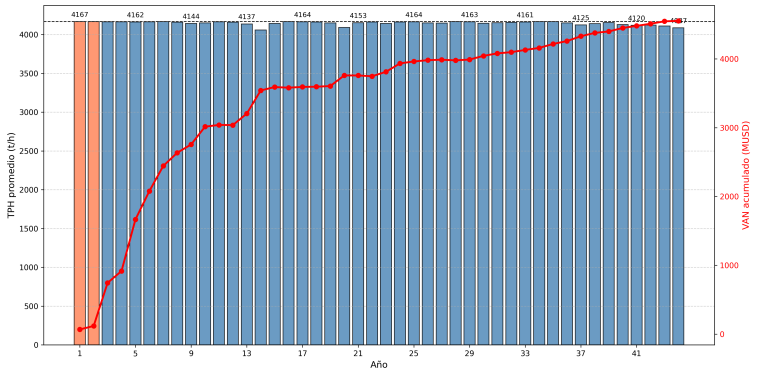


Figura 55: Evolución del TPH promedio anual en el horizonte de explotación - Caso 3.

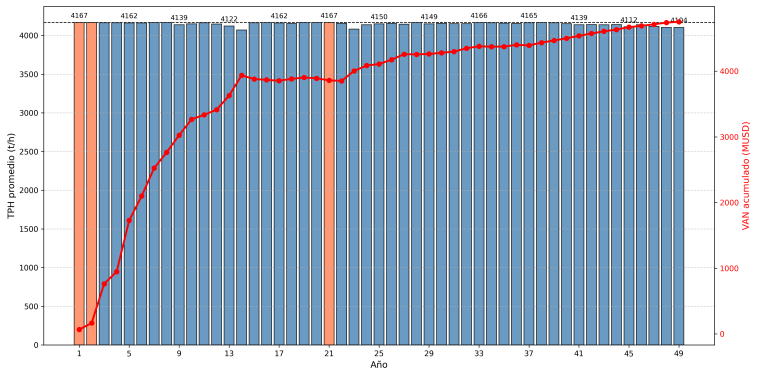


Figura 56: Evolución del TPH promedio anual en el horizonte de explotación - Caso 4.

En los cuatro casos analizados, los primeros dos años de operación presentan valores de TPH que igualan o superan ligeramente el límite hidráulico, alcanzando 4 167 t/h, lo que se atribuye principalmente al margen operacional brindado a la capacidad diaria tanto para planta como para mina de $f = 1{,}1$ (este factor se añadió considerando que los bloques sen consideran de manera discreta, donde la métrica es que se procesa el bloque completo o se pospone al día siguiente. En procesos reales esto no sucede, al considerar los bloques de manera continua). A partir del tercer año, las tasas de procesamiento se estabilizan en torno a 4 150 t/h, manteniéndose dentro de la capacidad instalada. El *Caso 4* exhibe un comportamiento particular, con un tercer período (año 21) donde el TPH supera nuevamente el límite hidráulico.

El análisis por tipo de material, presentado en la Tabla 13, muestra que los tipos O

(mineral) y W (estéril) representan aproximadamente 42 % de la masa total, mientras que el tipo M (marginal) constituye entre 16 % y 17 % restante. Las tasas de procesamiento por tipo de material presentan valores consistentes entre los distintos casos de valorización. El tipo W exhibe el TPH promedio más elevado (4 166 t/h), mientras que el tipo O presenta el más bajo (aproximadamente 4 130 t/h). Esta diferencia de aproximadamente 36 t/h entre ambos tipos refleja la mayor dureza y energía específica asociada al material mineral.

Tabla 13: Distribución porcentual y TPH por tipo de material según caso de valorización.

Caso	**Distribución (%)**			**TPH (t/h)**		
	O	**M**	**W**	**O**	**M**	**W**
Caso 1	42,2	16,3	41,5	4 129	4 165	4 166
Caso 2	42,4	16,1	41,5	4 130	4 165	4 166
Caso 3	42,3	17,4	40,3	4 130	4 165	4 166
Caso 4	41,5	17,3	41,2	4 132	4 165	4 166
O: Mineral; M: Marginal; W: Estéril						

Considerando los resultados de la Tabla 12, se observa que el VAN total aumenta progresivamente con la complejidad de los modelos de valorización, desde 4 389,0 MUSD en M_1 hasta 4 751,2 MUSD en M_4, representando un incremento del 8,3 % respecto al caso base. Este comportamiento es consistente con la expansión del pit final reportada en la Tabla 11, donde el valor del UPL aumentó en 19,4 % para M_4.

La reducción en la vida útil del proyecto del M_2 y extracción de tonelaje, acompañada de un incremento en el VAN, no se atribuye necesariamente a una mejor distribución temporal de bloques con mayor TPH en períodos tempranos, dado que el análisis de tasas de procesamiento anual de la Figuras 54, muestra perfiles de TPH prácticamente idénticos entre M_1 y M_2, con valores que oscilan en torno a 4 150 t/h durante la mayor parte del horizonte. La explicación puede residir en la formulación del modelo de valorización como se muestra en la Figura 37, donde se aprecia que el M_2 para valores bajos de SE puede llegar a generar valores significativamente superiores a los demás modelos.

5.6. Análisis de sensibilidad del tamaño de producto P_{80}

5.6.1. Efecto sobre la energía específica del molino de bolas

La Figura 57 muestra la relación entre el W_b y el P_{80}. Se observa una disminución progresiva de W_b a medida que aumenta P_{80}, pasando de aproximadamente $5,6\ kWh/t$ para $P_{80} = 100\ \mu m$ a $2,7\ kWh/t$ para $P_{80} = 240\ \mu m$, lo que representa una reducción del $50,7\,\%$ en el consumo energético.

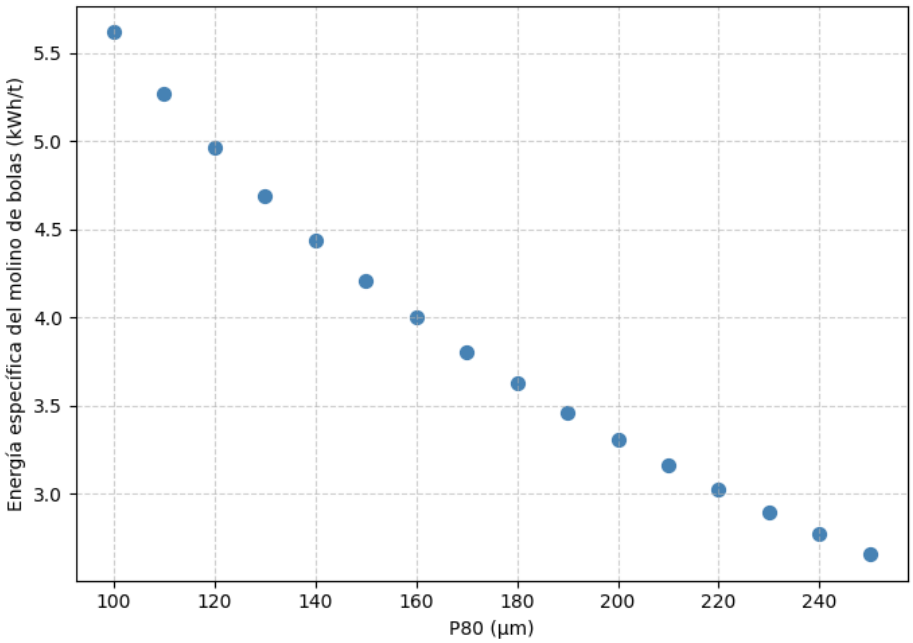


Figura 57: Relación entre la energía específica del molino de bolas W_b y la salida de molienda P_{80}.

La caída de W_b es no lineal, con una pendiente que desacelera a medida que aumenta P_{80}. Esta reducción en la tasa de decrecimiento indica que los beneficios energéticos de aumentar el tamaño de producto se vuelven marginales para moliendas muy gruesas, existiendo un punto de retornos decrecientes a partir de $P_{80} \approx 170\ \mu m$.

5.6.2. Impacto en horas de procesamiento y masa extraíble y tasa de alimentación

La variación en W_b implica un cambio en SE del sistema, lo que a su vez afecta el TPH. Previo al análisis directo del TPH, se examina el comportamiento de las horas de procesamiento y la masa total extraíble del UPL. La Figura 58 presenta esta relación, comparando el caso sin restricciones (izquierda) con el caso limitado por transporte hidráulico (centro), junto con la masa extraíble (derecha).

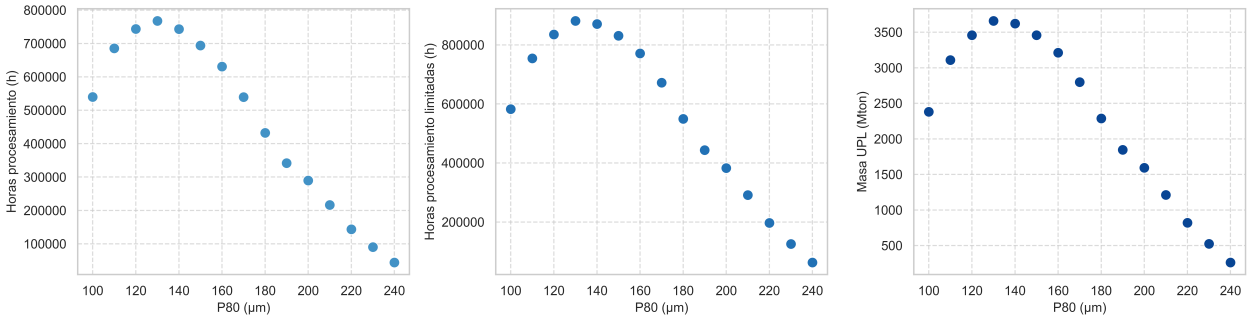


Figura 58: Horas de procesamiento y masa extraíble del UPL en función de P_{80}, comparando escenarios con y sin restricción hidráulica.

Las horas de procesamiento y la masa extraíble alcanzan su máximo en $P_{80} = 130\ \mu m$, con 767 859 horas teóricas, 881 483 horas limitadas y 3 660 $Mton$. A partir de este punto, ambas variables disminuyen progresivamente hasta $P_{80} = 240\ \mu m$, donde se registran 44 179 horas teóricas, 63 040 horas limitadas y sólo 262 $Mton$ de masa extraíble.

La restricción hidráulica incrementa sistemáticamente el tiempo requerido, con diferencias que van desde 42 766 horas extras en $P_{80} = 130\ \mu m$ hasta 18 861 horas en $P_{80} = 240\ \mu m$. En términos porcentuales, la limitación es más severa para moliendas finas (15 % en $P_{80} = 130\ \mu m$) que para gruesas ($7,9$ % en $P_{80} = 240\ \mu m$), reflejando que el cuello de botella se manifiesta con mayor intensidad cuando el sistema intenta procesar altos tonelajes.

La Figura 59 relaciona directamente el tamaño de producto con la tasa de alimentación TPH, comparando los escenarios con y sin restricción hidráulica.

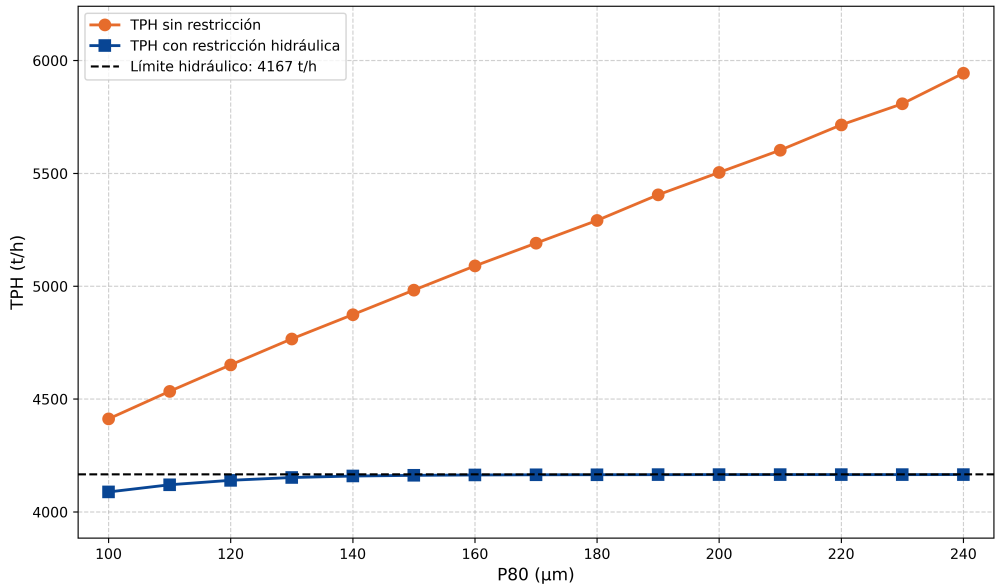


Figura 59: Relación entre P_{80} y TPH, con restricción hidráulica (azul) y sin restricción hidráulica (naranja).

En condiciones ideales, el TPH presenta una relación lineal robusta con P_{80}, aumentando desde $4\,412\ t/h$ en $P_{80} = 100\ \mu m$ hasta $5\,944\ t/h$ en $P_{80} = 240\ \mu m$. Sin embargo, la restricción del sistema de transporte hidráulico introduce una asíntota superior que limita severamente la capacidad de molienda. A partir de $P_{80} = 140\ \mu m$, el TPH limitado se estabiliza en valores cercanos al límite. La diferencia entre el TPH teórico (naranja) y el real alcanza un valor de $1\,779\ t/h$ $(29,9\,\%)$ en $P_{80} = 240\ \mu m$, mostrando una significativa pérdida de capacidad debido a la posterior incapacidad de transportar el producto de pulpa salido de la molienda sin límites de TPH..

El punto de saturación se observa desde $P_{80} = 140\ \mu m$, definiendo el límite práctico de operación: más allá de este valor, en cuanto a TPH de molienda, el sistema está estrangulado y no puede aprovechar toda la potencia del molino, desperdiciando significativamente el beneficio que ofrece generar productos de molienda más gruesos.

5.6.3. Relación entre P_{80} y la recuperación máxima R_∞

La segunda interacción crítica de P_{80} es con la recuperación máxima asintótica R_∞, descrita por la Ecuación (36). La Figura 9 muestra la fuerte dependencia de esta variable con el tamaño de partícula.

La función alcanza su máximo de $100\,\%$ en $P_{80} = 133\ \mu m$, valor que representa el óptimo teórico de liberación para las condiciones de turbulencia evaluadas. A partir de este punto, la recuperación disminuye tanto hacia tamaños más finos como más gruesos, reflejando el compromiso inherente entre liberación y flotabilidad. Para $P_{80} = 100\ \mu m$, la recuperación es de $81,9\,\%$, mientras que para $P_{80} = 240\ \mu m$ desciende a $39,2\,\%$.

Esta modelación evidencia que operar con moliendas más gruesas que $140\ \mu m$ penaliza fuertemente la recuperación metalúrgica, con pérdidas que superan el $30\,\%$ para $P_{80} > 190\ \mu m$. Por otra parte, moliendas excesivamente finas ($P_{80} < 110\ \mu m$) tampoco son beneficiosas, ya que la recuperación cae por debajo del $91,8\,\%$, probablemente debido a fenómenos de sobremolienda que generan partículas demasiado pequeñas con menor probabilidad de colección en las celdas de flotación.

5.6.4. Impacto en el valor del UPL y en el VAN del agendamiento

La Figura 60 muestra la variación del valor del UPL en función de P_{80}, considerando respectivamente la operación con $TPH_{limited}$ (azul) y con TPH sin restricción (naranja).

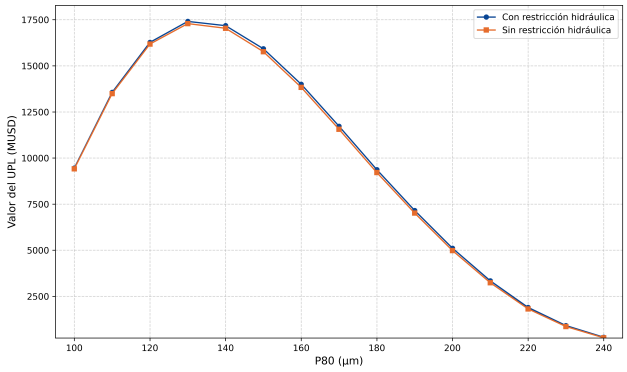


Figura 60: Valor del UPL en función de P_{80}.

El valor económico del UPL alcanza un máximo de 17 408, 1 MUSD en $P_{80} = 130\ \mu$m para el escenario con restricción hidráulica, y 17 289, 5 MUSD en el mismo punto para el escenario sin restricción. Esta tendencia replica prácticamente la observada para la recuperación límite R_∞ de la Figura 9, sugiriendo que la recuperación metalúrgica constituye el factor dominante en la valorización del yacimiento.

Resulta relevante señalar que esta vez es el caso sin restricción de TPH el que presenta un rendimiento económico ligeramente inferior. Este comportamiento se explica por la formulación cinética de la recuperación metalúrgica, donde el tiempo de residencia de las partículas en el banco de flotación es inversamente proporcional al TPH. En consecuencia, el escenario sin restricción, al operar con mayores TPH, reduce el tiempo disponible para la flotación, disminuyendo la recuperación metalúrgica efectiva y, por ende, el valor económico generado.

La Figura 61 presenta la evolución del VAN del agendamiento de bloques en función del tamaño de producto P_{80}, comparando los escenarios con restricción hidráulica (azul) y sin restricción hidráulica (naranja).

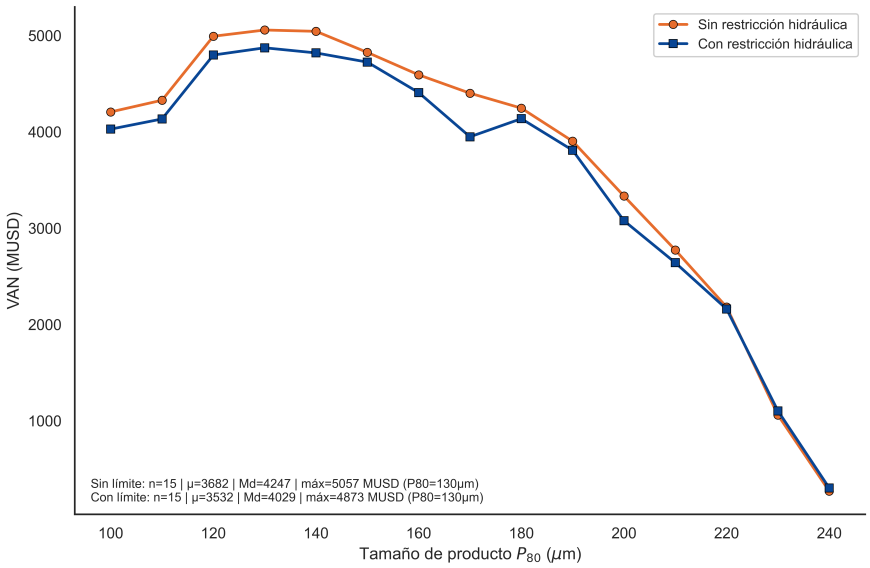


Figura 61: VAN del agendamiento en función de P_{80}.

Ambos escenarios alcanzan su valor máximo en $P_{80} = 130\ \mu$m, con un VAN de 4 873 MUSD para el caso con restricción y 5 057 MUSD para el caso sin restricción. La diferencia

de 184, 7 MUSD (3, 8 %) entre ambos máximos representa el beneficio económico potencial de eliminar la limitación por capacidad de transporte hidráulico. No obstante, la viabilidad de materializar este incremento requiere evaluar conjuntamente los costos de inversión asociados a la ampliación de dicha capacidad.

Una característica distintiva de ambas curvas es su comportamiento no monótono, presentando discontinuidades y cambios abruptos de pendiente. Este comportamiento puede explicarse mediante el análisis de la secuencia de extracción para diferentes valores de P_{80}. Para analizar este comportamiento, las Figuras 62 a 64 muestran la evolución espacial de la extracción durante los primeros 15 años para tamaños de producto representativos de 110, 130 y 150 μm, respectivamente.

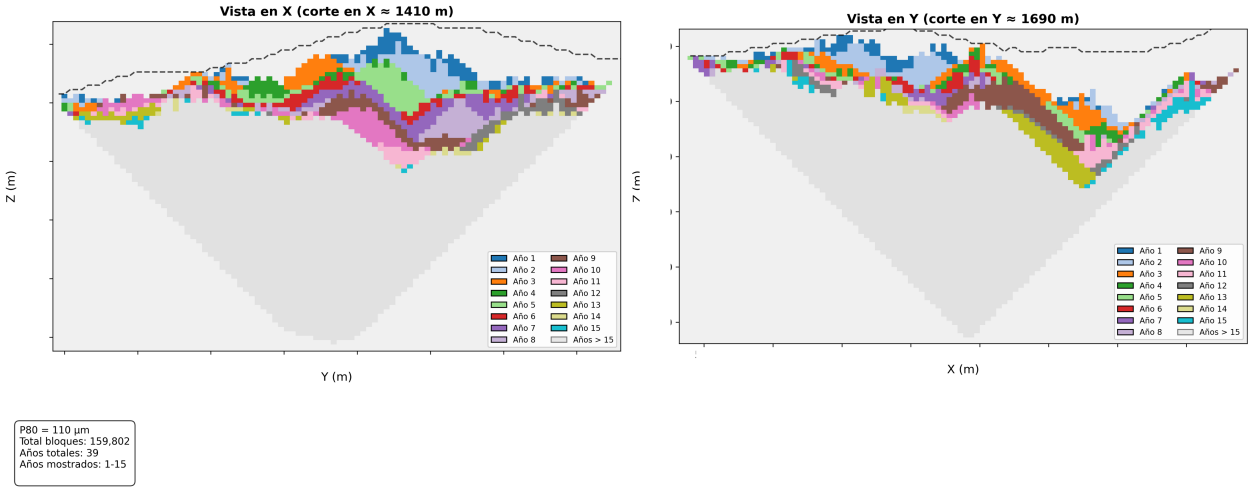


Figura 62: Secuencia de extracción para $P_{80} = 110$ μm durante los primeros 15 años.

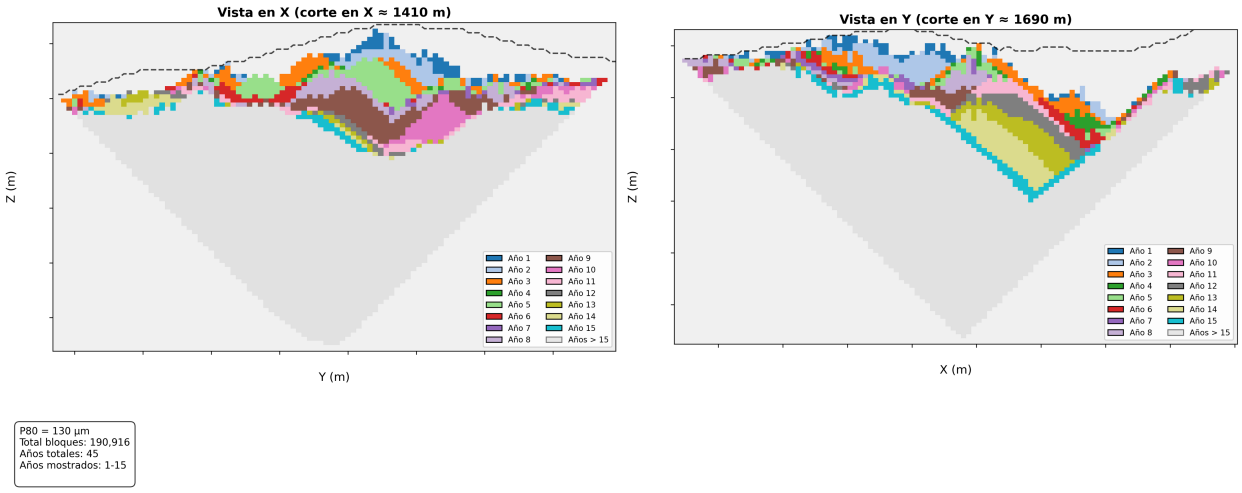


Figura 63: Secuencia de extracción para $P_{80} = 130$ μm durante los primeros 15 años.

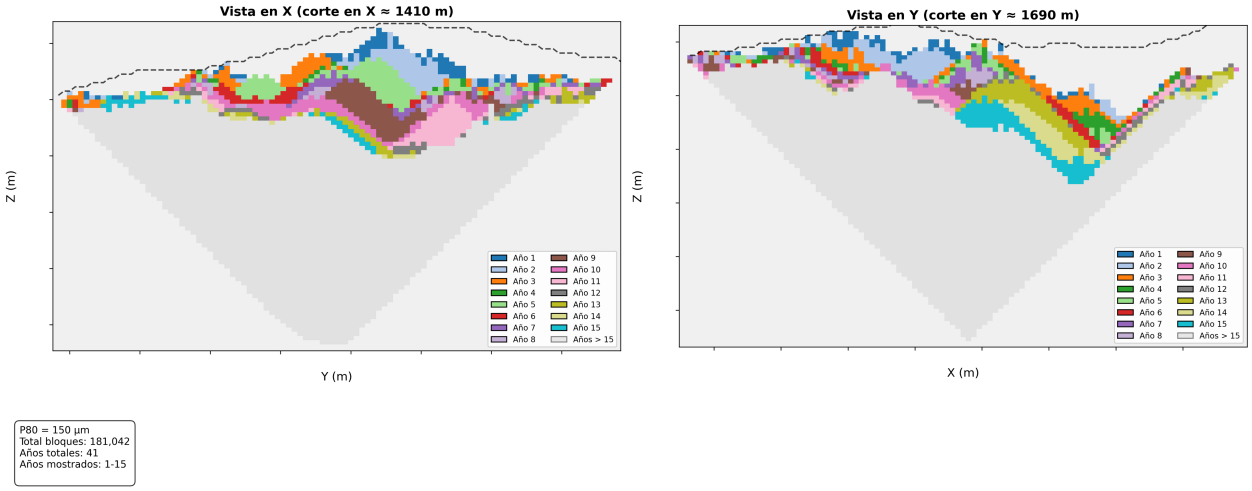


Figura 64: Secuencia de extracción para $P_{80} = 150$ μm durante los primeros 15 años.

La variación de parámetros operacionales, como en este caso el P_{80}, modifica la valorización económica de cada bloque, alterando la función objetivo del problema de optimización. Como consecuencia, la secuencia óptima (o subóptima) de extracción resulta dependiente de este parámetro, generando planes de minado sustancialmente diferentes en términos de la distribución temporal de los bloques extraídos. Dichos cambios afectan las decisiones de extracción para cada período, modificando la prioridad con que los bloques son seleccionados y la velocidad a la que las distintas zonas del yacimiento son explotadas. Estas modificaciones en el plan de la producción se traducen en las irregularidades observadas en la función VAN

versus P_{80}, reflejando la sensibilidad del plan de extracción a los cambios en los parámetros metalúrgicos que determinan la tasa de procesamiento y, en consecuencia, la valorización económica de los recursos.

5.7. Análisis de sensibilidad del tamaño de planta

5.7.1. Efecto sobre la eficiencia del sistema y el CAPEX

La Figura 65 muestra la evolución de la eficiencia efectiva del motor α recalculada a través de $TPH_{limited}$, en función del factor de escalamiento. Se observa una clara tendencia decreciente a partir de factores superiores a $0,75$, con una eficiencia máxima sostenida de $0,92$ en el rango $0,6 - 0,75$, que disminuye progresivamente hasta $0,69$ para el factor $1,15$.

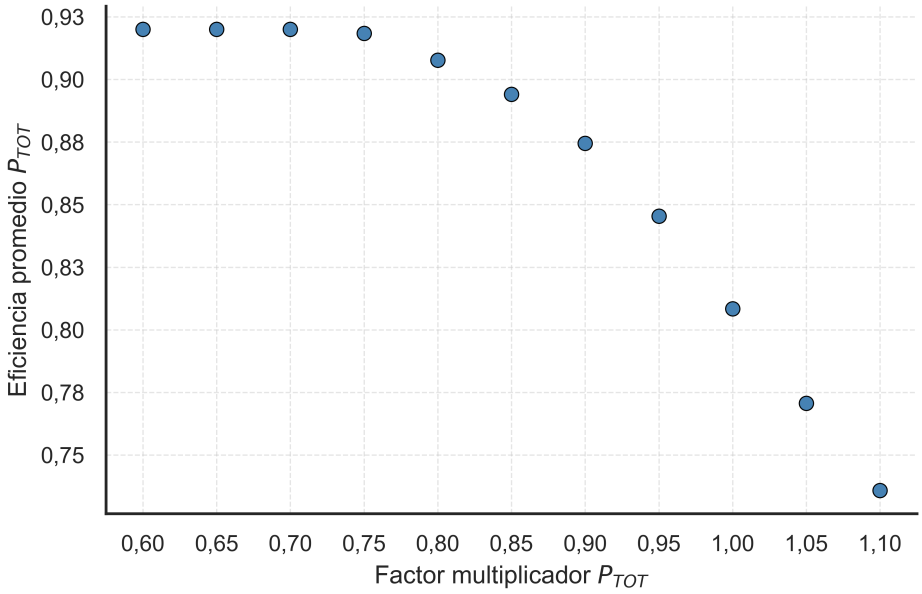


Figura 65: Eficiencia del motor α en función del factor de escalado de la potencia instalada. Los puntos representan el valor promedio de α para cada factor evaluado.

La tendencia observada indica que, a medida que se incrementa la potencia instalada, el sistema tiende a operar con una eficiencia α decreciente, lo que sugiere que la capacidad adicional del equipamiento no es completamente aprovechada. Para una energía específica SE determinada por las características del mineral, aumentar la potencia del sistema de con-

minución no se traduce en un incremento proporcional de la tasa de procesamiento (TPH), sino que conduce a una pérdida de eficiencia operacional debido a la disminución de α. Este fenómeno tiene implicaciones directas en el dimensionamiento de plantas, ya que indica que incrementos en la capacidad instalada más allá de cierto umbral resultan en rendimientos decrecientes, aspecto que debe ser considerado en el diseño y optimización de circuitos de conminución.

La Figura 66 ilustra la relación no lineal entre el factor de escalamiento y la inversión de capital, descrita por un exponente de $0,6$.

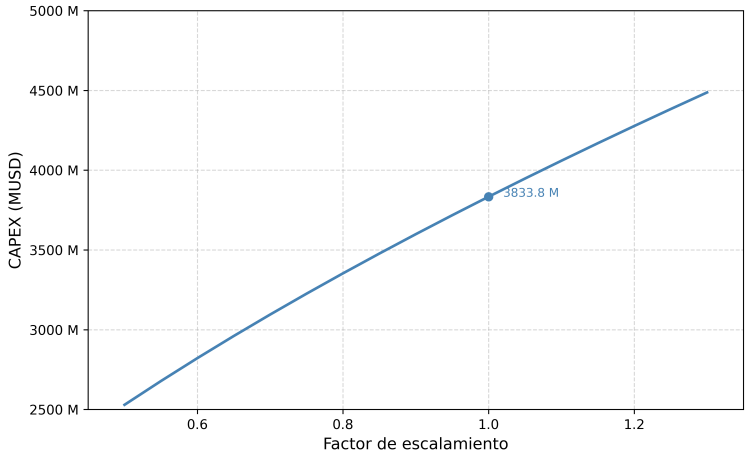


Figura 66: Relación entre el factor de escalamiento y el CAPEX requerido.

5.7.2. Impacto en la tasa de alimentación

La Figura 67 muestra la evolución del TPH promedio del agendamiento considerando la restricción hidráulica de $4\,167\ t/h$. El TPH aumenta con el factor de escalamiento desde $2\,757\ t/h$ en $f = 0,6$ hasta $4\,166\ t/h$ en $f = 1,15$, siguiendo una tendencia asintótica hacia el límite hidráulico. La saturación se alcanza en $f = 1,0$, donde el TPH ($4\,142\ t/h$) llega al $99,4\,\%$ del límite. Factores superiores no generan aumentos significativos, evidenciando que incrementar la potencia más allá de este punto solo añade capacidad ociosa.

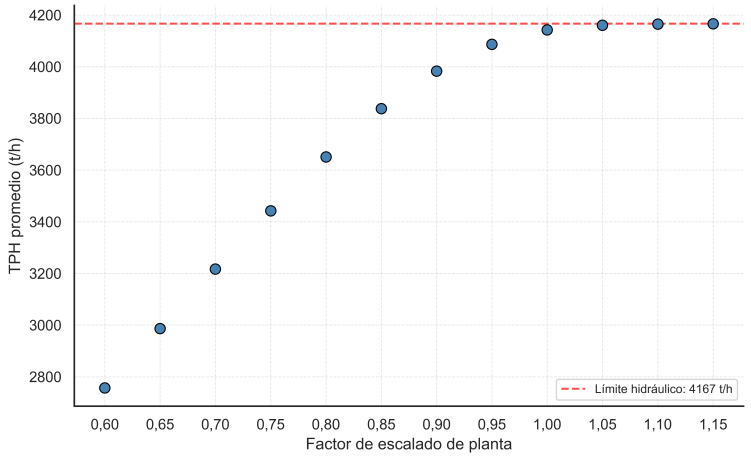


Figura 67: TPH promedio en función del factor de escalamiento, considerando restricción hidráulica.

En contraste, la Figura 68 presenta el caso sin restricción hidráulica. El TPH muestra un crecimiento lineal y sostenido en todo el rango, desde 2 757 t/h en $f = 0,6$ hasta 5 287 t/h en $f = 1,15$, con una tasa de incremento constante del 5 % por cada 0,05 de factor. El límite hidráulico es superado a partir de $f = 0,90$, alcanzándose un 27 % por sobre este en $f = 1,15$, lo que evidencia el potencial de procesamiento actualmente desaprovechado.

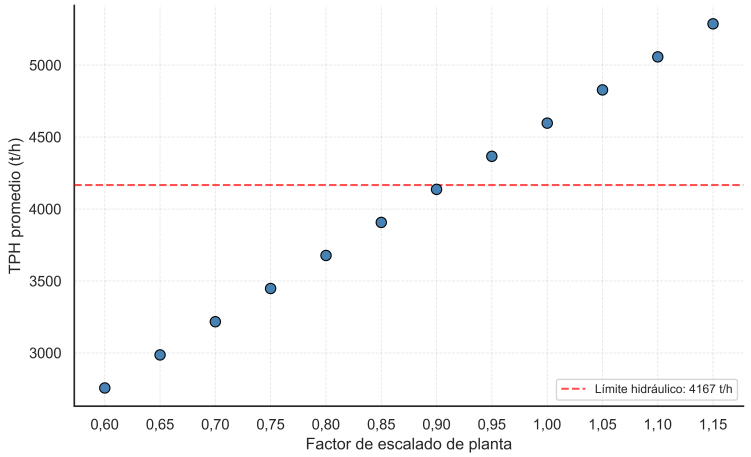


Figura 68: TPH promedio en función del factor de escalamiento, sin restricción hidráulica.

5.7.3. Optimización económica y vida útil

La Figura 69 presenta la variabilidad del factor escalado con el VAN y la vida útil para los casos sin limitar (naranja) y limitados (azul).

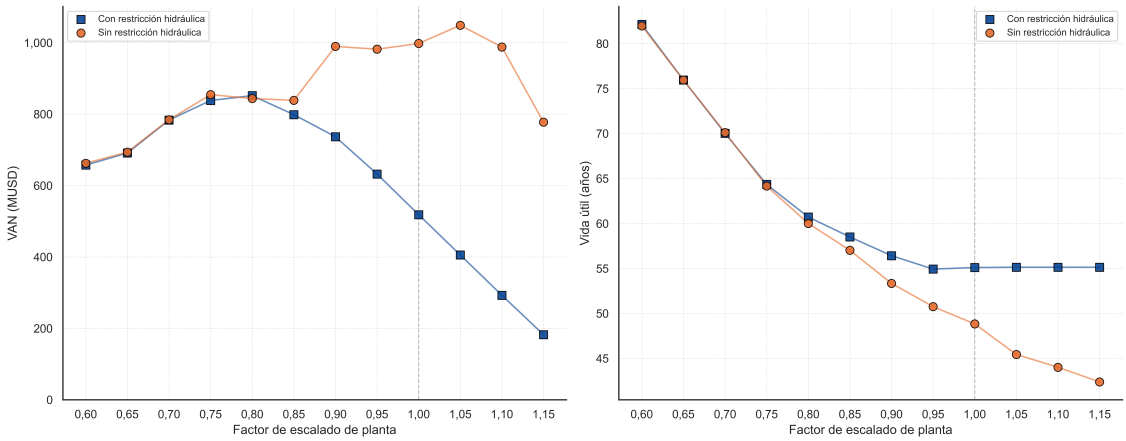


Figura 69: VAN del agendamiento y vida útil del proyecto en función del factor de escalamiento de planta.

En el escenario con restricción (azul), el VAN alcanza un valor máximo de 852 MUSD para un factor de escalamiento $f = 0,80$. La disminución del VAN para factores superiores a $f > 0,80$ indica que el beneficio incremental derivado del procesamiento de un mayor tonelaje no logra compensar el aumento del CAPEX asociado a la ampliación de la capacidad instalada. La presencia del límite hidráulico acentúa este comportamiento, ya que, cualquier incremento adicional de potencia respecto del óptimo se traduce en capacidad ociosa (disminución de la eficiencia del motor) que no contribuye a la generación de valor.

Para el escenario sin restricción (naranja), el VAN alcanza un máximo de 1 049 MUSD en $f = 1,05$, superando en 197 MUSD (23 %) al óptimo del caso con restricción. El VAN se mantiene en niveles elevados en un rango amplio de factores ($f = 0,90 - 1,10$), lo que refleja que, al eliminar la restricción hidráulica, el sistema puede aprovechar plenamente los aumentos de capacidad instalada.

Las vidas útiles de ambos escenarios son significativamente elevadas (¿80 años) para factores reducidos, particularmente en $f = 0,60$. Esta prolongada duración del proyecto

implica que una fracción importante del valor económico se genera en períodos lejanos, donde el factor de descuento reduce sustancialmente su contribución al VAN, fenómeno que se observa en la caída del VAN hacia la izquierda del punto óptimo en ambos gráficos. A partir de aproximadamente $f = 0,80$ comienza a evidenciarse una divergencia en la vida útil entre ambos escenarios, siendo sistemáticamente inferior en el caso sin restricción hidráulica.

Las curvas de VAN y vida útil exhiben una alta variabilidad en función del factor de escalamiento, con diferencias sustanciales entre puntos consecutivos que imposibilitan la identificación de una tendencia monótona definida. Dicho comportamiento irregular motiva un análisis de la secuencia de extracción, con el objeto de determinar los factores subyacentes a esta inestabilidad. En este contexto, las Figuras 70 a 72 presentan la evolución espacial de la extracción durante los primeros 15 años operacionales para factores de escalamiento de 0,85, 0,90 y 0,95, respectivamente, correspondientes a la región de mayor variabilidad observada en las métricas económicas, considerando el escenario sin restricción hidráulica.

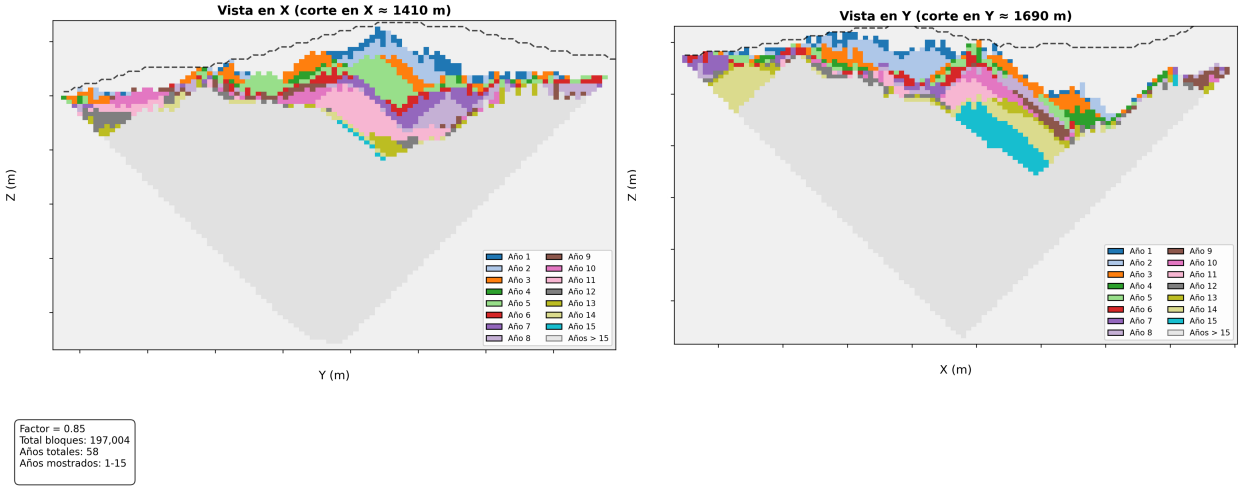


Figura 70: Secuencia de extracción para factor de escalamiento $f = 0,85$ durante los primeros 15 años.

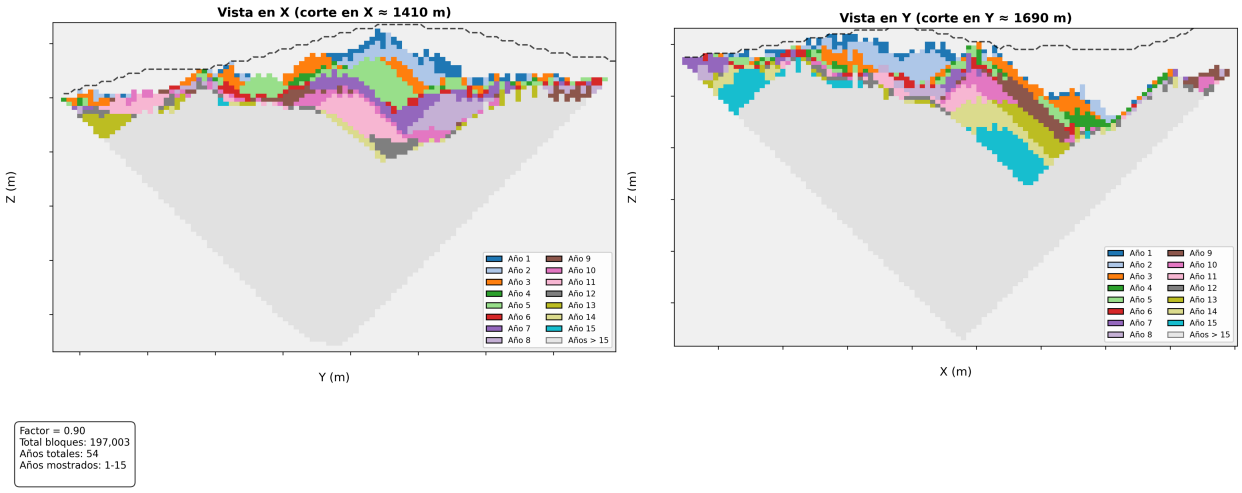


Figura 71: Secuencia de extracción para factor de escalamiento $f = 0,90$ durante los primeros 15 años.

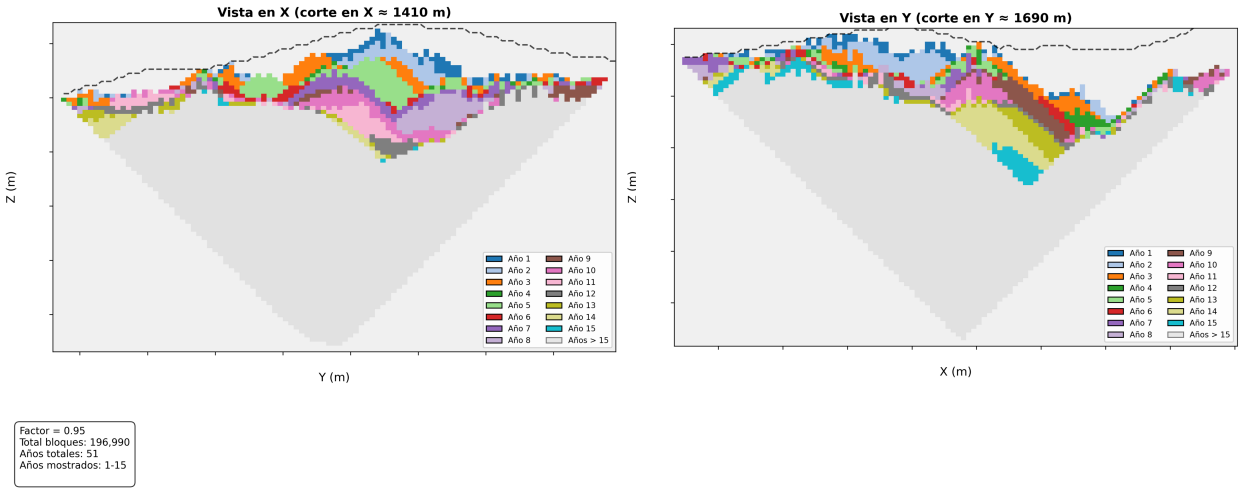


Figura 72: Secuencia de extracción para factor de escalamiento $f = 0,95$ durante los primeros 15 años.

La variación del factor de escalamiento modifica la capacidad instalada y, por ende, la tasa de procesamiento del sistema. Este cambio en la restricción operacional altera la valorización económica de cada bloque en términos de su contribución temporal al VAN, modificando la función objetivo del problema de optimización. Como consecuencia, la secuencia óptima de extracción resulta dependiente de este parámetro, generando planes de minado diferentes en términos de la distribución temporal de los bloques extraídos. Dichos cambios afectan las

decisiones de extracción para cada período, modificando la prioridad con que los bloques son seleccionados y la velocidad a la que las distintas zonas del yacimiento son explotadas. Estas modificaciones en el plan de la producción se traducen en las irregularidades observadas en las funciones VAN y vida útil versus el factor de escalamiento, reflejando la sensibilidad del plan de extracción a los cambios en la capacidad instalada del sistema de conminución.

6. Conclusiones

El presente trabajo integró variables geometalúrgicas de conminución y flotación en la valorización de bloques para planificación minera de largo plazo, evaluando su impacto sobre la definición del pit final y la secuencia de extracción mediante cuatro modelos de valorización de complejidad creciente.

Un resultado fundamental del estudio es la identificación del sistema de transporte hidráulico como restricción operacional activa durante el 97,5 % de la operación. Esta condición reduce la eficiencia efectiva del sistema de $\alpha = 0,92$ nominal a $\alpha = 0,798$ promedio, representando una pérdida de 12,2 puntos porcentuales en el aprovechamiento de la potencia instalada. La consecuencia directa es que incrementos de capacidad en el circuito de conminución no se traducen en aumentos equivalentes de tonelaje procesado mientras esta restricción permanezca activa, lo que tiene implicancias directas en cualquier evaluación de inversión en equipamiento.

El análisis comparativo de los cuatro modelos de valorización mostró que la incorporación progresiva de variables geometalúrgicas incrementa tanto el valor del pit final como el VAN del agendamiento. El modelo M_4, que integra variabilidad de TPH, costos energéticos y costos de refinación y transporte, generó un incremento de 19,4 % en el valor del UPL y de 8,3 % en el VAN respecto al modelo base M_1, acompañado de una expansión del tonelaje extraíble de 15,2 % y una extensión de la vida útil del proyecto de 41 a 49 años.

El análisis de sensibilidad al tamaño de producto P_{80} reveló que la influencia que tiene en la recuperación metalúrgica constituye el factor dominante en la valorización económica del yacimiento, por encima de las ganancias energéticas asociadas a una molienda más gruesa. El óptimo económico se alcanzó en $P_{80} = 130$ μm, valor que coincide con el punto de máxima recuperación asintótica R_∞, con un VAN de 4 873 MUSD bajo restricción hidráulica de pulpa. Operar con $P_{80} > 140$ μm implica penalizaciones metalúrgicas superiores al 30 % en la recuperación, insuficientemente compensadas por la reducción de consumo energético. Este resultado establece que el criterio de selección del tamaño de molienda debe basarse primariamente en la respuesta metalúrgica del mineral y no exclusivamente en consideraciones

energéticas.

El análisis de escalamiento de planta indicó que el dimensionamiento óptimo depende críticamente de la interacción entre la restricción hidráulica, las economías de escala y el valor económico temporal. Bajo la restricción existente, el VAN alcanza un máximo de 852 MUSD para un factor de escalamiento $f = 0{,}80$, a partir del cual incrementos adicionales de potencia generan rendimientos decrecientes al no poder ser absorbidos por el sistema de transporte aguas abajo. Al eliminar la restricción hidráulica, el óptimo se desplaza a $f = 1{,}05$ con un VAN de 1 049 MUSD, evidenciando una diferencia potencial de 197 MUSD (23 %) que cuantifica el beneficio económico máximo asociado a la ampliación de dicha capacidad. La viabilidad de materializar este incremento requiere evaluar los costos de inversión asociados a dicha expansión.

Tanto en el análisis de sensibilidad al P_{80} como en el escalamiento de la planta de conminución, se observó que modificaciones en los parámetros operacionales alteran la valorización económica de cada bloque en términos de su contribución temporal al VAN, afectando directamente la función objetivo del problema de optimización. Como resultado, la secuencia óptima de extracción resulta dependiente de estos parámetros, generando planes de minado sustancialmente distintos en cuanto a la distribución temporal de los bloques extraídos. Esta sensibilidad, que se manifiesta como irregularidades en las curvas de VAN y vida útil en función de los parámetros evaluados, subraya la relevancia de definir con precisión las condiciones del agendamiento, dado que estas determinan directamente la secuencia de extracción y, por ende, los resultados económicos del proyecto.

En conjunto, los resultados demuestran que la integración de modelos de procesos con restricciones operacionales y criterios económicos en la valorización de bloques permite una caracterización más completa del potencial económico del yacimiento y fundamenta de manera más sólida las decisiones de planificación minera de largo plazo. No obstante, dado el carácter teórico del presente estudio, la implementación de estas conclusiones a otros casos requiere previamente contrastar los resultados modelados con datos operacionales medidos, de modo de cuantificar las desviaciones entre el comportamiento predicho y el observado, y

ajustar los supuestos de modelación en consecuencia.

6.1. Trabajos futuros

El presente trabajo constituye una aproximación conceptual a la integración de variables geometalúrgicas en la planificación minera de largo plazo. En este contexto, se identifican las siguientes líneas de desarrollo que permitirían extender y robustecer la metodología propuesta.

1. Incorporar modelos paramétricos de costos operacionales (OPEX) en función del tamaño y la configuración del proceso. Esto permitirá establecer una relación explícita entre la escala del procesamiento y la valorización de los bloques, contribuyendo a una optimización más consistente del pit final y del agendamiento minero.

2. Incorporar análisis de incertidumbre mediante la generación de múltiples escenarios equiprobables, considerando tanto la incertidumbre epistemológica asociada a leyes y variables geometalúrgicas (SMC, BWi, recuperación en flotación rougher), como la incertidumbre estocástica vinculada a costos de capital, costos operacionales y precios de los metales, con el objetivo de evaluar la robustez de las decisiones bajo condiciones de incertidumbre.

3. Extender el modelo de flotación para incorporar las etapas de cleaner, remolienda y cleaner-scavenger, en caso de disponer de información granulométrica y mineralógica que permita caracterizar adecuadamente el comportamiento de estos circuitos.

4. Incorporar condiciones de apilado y mezcla de minerales, representando de manera más realista la alimentación a la planta de procesamiento y su impacto en la variabilidad de las variables de entrada a los modelos metalúrgicos.

5. Robustecer la metodología de estimación geoestadística de los parámetros geometalúrgicos, mediante técnicas de simulación condicional que permitan cuantificar y propagar adecuadamente la incertidumbre espacial en el modelo de bloques.

Referencias

Ahmadi, R. & Shahsavari, S. (2009). Procedure for determination of ball bond work index in the commercial operations. *Minerals Engineering*, 22(1):104–106.

Amankwaa-Kyeremeh, B., McCamley, C., Ehrig, K., & Asamoah, R. K. (2024). Multiobjective optimisation of flotation variables using controlled-nsga-ii and paretosearch. *Resources*, 13(11):157.

Amelunxen, P., Sandoval, G., Barriga, D., & Amelunxen, R. (2014). The implications of the froth recovery at the laboratory scale. *Minerals Engineering*, 66:54–61.

Ballantyne, G., Powell, M., & Tiang, M. (2012). Proportion of energy attributable to comminution. En *Proceedings of the 11th Australasian Institute of Mining and Metallurgy Mill Operator's Conference*, volumen 65, pp. 25–30.

Bond, F. C. (1961). Crushing and grinding calculations part i. *British Chemical Engineering*, 6:378–385.

Both, C. & Dimitrakopoulos, R. (2021). Applied machine learning for geometallurgical throughput prediction—a case study using production data at the tropicana gold mining complex. *Minerals*, 11(11):1257.

Campos, P., Arroyo, C., & Morales, N. (2018). Application of optimized models through direct block scheduling in traditional mine planning. *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 118(4):381–386.

Coward, S., Vann, J., Dunham, S., & Stewart, M. (2009). The primary-response framework for geometallurgical variables. En *Seventh international mining geology conference*, pp. 109–113.

Dimitrakopoulos, R., Farrelly, C. T., & Godoy, M. (2002). Moving forward from traditional optimization: grade uncertainty and risk effects in open-pit design. *Mining Technology*, 111(1):82–88.

Dominy, S. C., O'Connor, L., Parbhakar-Fox, A., Glass, H. J., & Purevgerel, S. (2018). Geometallurgy—a route to more resilient mine operations. *Minerals*, 8(12):560.

Emery, X. (2007). Apunte de geoestadística. *Chile: Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas*.

Finch, J. A. & Dobby, G. (1990). Column flotation. *Flotation Science and Engineering*, pp. 291–329.

Garcia Zuñiga, H. (1935). The efficiency obtained by flotation is an exponential function of time. *Boletin Minero*, pp. 83–86.

Gorain, B., Napier-Munn, T., Franzidis, J.-P., & Manlapig, E. (1998). Studies on impeller type, impeller speed and air flow rate in an industrial scale flotation cell. part 5: validation of k-sb relationship and effect of froth depth. *Minerals Engineering*, 11(7):615–626.

Greet, C., of Mining, A. I., & Metallurgy (2010). *Flotation Plant Optimisation: A Metallurgical Guide to Identifying and Solving Problems in Flotation Plants*. Spectrum series. Australasian Institute of Mining and Metallurgy.

Harbort, G., Manfrino, A., & Wright, J. (2011). Development of the zafranal geometallurgical model.

Hochbaum, D. S. & Chen, A. (2000). Performance analysis and best implementations of old and new algorithms for the open-pit mining problem. *Operations Research*, 48(6):894–914.

Hustrulid, W. A., Kuchta, M., & Martin, R. K. (2013). *Open Pit Mine Planning and Design, Two Volume Set and CD-ROM Pack*. Taylor Francis Group, Milton, 3rd ed. edición.

Jélvez Montenegro, E. B. (2017). Metodología multietapa para la planificación de la producción de largo plazoen minas a rajo abierto bajo incertidumbre geológica.

Johnson, T. B. (1968). Optimum open pit mine production scheduling.

Kabemba, A., Mutombo, K., & Waters, K. (2025). Towards a dynamic optimisation of comminution circuit under geological uncertainties. *Processes*, 13:443.

King, R. (2001). *Modeling and Simulation of Mineral Processing Systems*. Elsevier Science & Technology Books.

Klimpel, R. R. (1980). Selection of chemical reagents for flotation. *Mineral processing plant design*, 2:907–934.

Lerchs, H. (1965). Optimum design of open-pit mines. *CIM bulletin*, 58(633):47–54.

Lynch, A. J., Johnson, N., Manlapig, E., & Thorne, C. (1981). *Mineral and Coal Flotation Circuits: Their Simulation and Control*. Developments in mineral processing. Elsevier Scientific Publishing Company.

Morales, N., Jélvez, E., Nancel-Penard, P., Marinho, A., & Guimarães, O. (2015). A comparison of conventional and direct block scheduling methods for open pit mine production scheduling. *Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry*, pp. 1040–1051.

Morales, N., Seguel, S., Cáceres, A., Jélvez, E., & Alarcón, M. (2019). Incorporation of geometallurgical attributes and geological uncertainty into long-term open-pit mine planning. *Minerals*, 9(2):108.

Morrell, S. (2004). An alternative energy–size relationship to that proposed by bond for the design and optimisation of grinding circuits. *International journal of mineral processing*, 74(1-4):133–141.

Morrell, S. (2006). Rock characterisation for high pressure grinding rolls circuit design. *Proceedings of International Autogenous and Semi Autogenous Grinding Technology*, 4:267–278.

Morrell, S. (2008). A method for predicting the specific energy requirement of comminution

circuits and assessing their energy utilisation efficiency. *Minerals Engineering*, 21(3):224–233.

Morrell, S. (2009). Predicting the overall specific energy requirement of crushing, high pressure grinding roll and tumbling mill circuits. *Minerals Engineering*, 22(6):544–549.

Napier-Munn, T. & Centre, J. K. M. R. (1996). *Mineral Comminution Circuits: Their Operation and Optimisation*. JKMRC monograph series in mining and mineral processing. Julius Kruttschnitt Mineral Research Centre.

Navarra, A., Grammatikopoulos, T., & Waters, K. (2018). Incorporation of geometallurgical modelling into long-term production planning. *Minerals Engineering*, 120:118–126.

Neethling, S. & Cilliers, J. (2003). Modelling flotation froths. *International Journal of Mineral Processing*, 72(1):267–287. Special Issue To Honor Professor Douglas W. Fuerstenau.

Newman, A. M., Rubio, E., Caro, R., Weintraub, A., & Eurek, K. (2010). A review of operations research in mine planning. *Interfaces*, 40(3):222–245.

Ortiz, J. M., Avalos, S., Riquelme, A. I., Leuangthong, O., Madani, N., & Frenzel, M. (2023). Uncertainty and value: Optimising geometallurgical performance along the mining value chain. *Elements*, 19(6):377–383.

Polat, M. & Chander, S. (2000). First-order flotation kinetics models and methods for estimation of the true distribution of flotation rate constants. *International Journal of Mineral Processing*, 58(1):145–166.

Schena, G., Casali, A., & Vallebuona, G. (1996). Optimal throughput policies for a copper concentrator. *Minerals Engineering*, 9(11):1105–1117.

Tachefine, B. & Soumis, F. (1997). Maximal closure on a graph with resource constraints. *Computers Operations Research*, 24(10):981–990.

Tribe, M. & Alpine, R. (1986). Scale economies and the "0.6 rule". *Engineering Costs and Production Economics*, 10(4):271–278.

Verret, F., Chiasson, G., & McKen, A. (2011). Sag mill testing – an overview of the test procedures available to characterize ore grindability. *SGS Minerals Services Technical Paper*, (2011-08).

Whittle, D., Whittle, J., Wharton, C., & Hall, G. (2005). Strategic mine planning. *Gemcom Software International Inc.: Melbourne, Australia*.

Wills, B. A. & Finch, J. (2015). *Wills' mineral processing technology: an introduction to the practical aspects of ore treatment and mineral recovery*. Butterworth-heinemann.

Wood, K. R. (2002). Flotation equipment selection and plant layout. *Mineral processing plant design, practice, and control: Proceedings, 1st ed., Society for Mining, Metallurgy and Exploration, Littleton, Colo*, pp. 1204–1217.

Yianatos, J., Contreras, F., Morales, P., Coddou, F., Elgueta, H., & Ortíz, J. (2010). A novel scale-up approach for mechanical flotation cells. *Minerals Engineering*, 23(11):877–884. Froth Flotation.

Yianatos, J. & Henríquez, F. (2006). Short-cut method for flotation rates modelling of industrial flotation banks. *Minerals Engineering*, 19(13):1336–1340.

ANEXO A. Georreferenciación de datos de sondajes

La base de datos, originalmente registrada en coordenadas de profundidad a lo largo de cada sondaje, requiere ser transformada a coordenadas cartesianas (x, y, z) en el espacio tridimensional del yacimiento. Este proceso de georreferenciación se realiza utilizando la información geométrica proporcionada por los archivos de *collar* y *survey*.

El archivo de collar entrega las coordenadas de origen de cada sondaje en superficie (x_0, y_0, z_0), mientras que el archivo de survey proporciona, para cada tramo de profundidad, la orientación del sondaje expresada mediante dos ángulos: el azimut α (medido desde el norte en sentido horario) y el ángulo de buzamiento δ (dip), donde valores negativos indican inclinación descendente.

Para un intervalo de muestreo definido entre las profundidades l_{from} y l_{to}, la posición del punto medio se calcula mediante la Ecuación (48) interpolando a lo largo de la trayectoria del sondaje. Dado un conjunto de n mediciones de survey ordenadas por profundidad creciente, donde cada medición k está definida en d_k con ángulos α_k (azimut) y δ_k (dip), el procedimiento se describe a continuación.

$$d_{medio} = \frac{l_{from} + l_{to}}{2} \tag{48}$$

Cálculo de incrementos de coordenadas

Para un tramo entre profundidades d_{k-1} y d_k con orientación constante (α_k, δ_k), los incrementos en cada dirección se calculan según la Ecuación (49).

$$\begin{aligned} \Delta x_k &= (d_k - d_{k-1}) \cdot \sin(\alpha_k) \cdot \cos(\delta_k) \\ \Delta y_k &= (d_k - d_{k-1}) \cdot \cos(\alpha_k) \cdot \cos(\delta_k) \\ \Delta z_k &= (d_k - d_{k-1}) \cdot \sin(\delta_k) \end{aligned} \tag{49}$$

La coordenada vertical z disminuye cuando $\delta_k < 0$, consistente con la convención de buzamiento negativo para sondajes descendentes.

Posición acumulada hasta una profundidad $d \leq d_k$

Si la profundidad objetivo d_{obj} se encuentra dentro del tramo comprendido entre d_{k-1} y d_k, la posición se obtiene mediante interpolación lineal de las Ecuaciones (50) y (51).

$$f = \frac{d_{obj} - d_{k-1}}{d_k - d_{k-1}} \tag{50}$$

$$\begin{aligned} x(d_{obj}) &= x_{k-1} + f \cdot \Delta x_k \\ y(d_{obj}) &= y_{k-1} + f \cdot \Delta y_k \\ z(d_{obj}) &= z_{k-1} + f \cdot \Delta z_k \end{aligned} \tag{51}$$

donde $(x_{k-1}, y_{k-1}, z_{k-1})$ corresponde a la posición acumulada hasta la profundidad d_{k-1}.

El resultado de este proceso es una base de datos georreferenciada que vincula las variables metalúrgicas de flotación con su posición real en el espacio del yacimiento, habilitando análisis geoestadísticos, modelamiento de bloques y estudios de variabilidad espacial de los parámetros de recuperación.

ANEXO B. Estimación del Error Cuadrático Medio (ECM)

El Error Cuadrático Medio (ECM) es una métrica estadística ampliamente utilizada para evaluar el desempeño de modelos predictivos. Esta medida cuantifica la discrepancia promedio entre los valores observados y los valores estimados por el modelo, elevando al cuadrado cada residuo individual con el fin de penalizar de manera proporcional las desviaciones de mayor magnitud. Según la Ecuación (52), para un conjunto de n observaciones, el ECM se define como el promedio de los cuadrados de los errores asociados a cada elemento i-ésimo, donde el error corresponde a la diferencia entre el valor real y_i y su correspondiente estimación $\hat{y}_i$. La operación de elevar al cuadrado garantiza que los errores positivos y negativos no se anulen entre sí, proporcionando así una medida siempre no negativa. Un valor de ECM cercano a cero indica una alta concordancia entre las predicciones del modelo y los datos observados, siendo por tanto un indicador de precisión y ajuste del modelo evaluado.

$$ECM = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2 \tag{52}$$

Donde:

n = Número total de elementos o muestras.

y_i = Valor real u observado del i-ésimo elemento.

$\hat{y}_i$ = Valor estimado o predicho del i-ésimo elemento.

$(y_i - \hat{y}_i)^2$ = Cuadrado del error o residuo del i-ésimo elemento.

ANEXO C. Método de interpolación inverso del cuadrado de la distancia IDW2)

El método Inverse Distance Weighting (IDW) estima el valor de una variable regionalizada en una ubicación no muestreada como un promedio ponderado de las muestras cercanas, donde el peso depende inversamente de la distancia. Matemáticamente puede expresarse como:

$$\hat{Z}(\mathbf{x}_0) = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{Z(\mathbf{x}_i)}{d_i^2}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{d_i^2}} \tag{53}$$

Donde:

$\hat{Z}(\mathbf{x}_0)$ = Valor estimado en el punto objetivo.

$Z(\mathbf{x}_i)$ = Valor medido en la muestra i.

d_i = Distancia entre el punto objetivo y la muestra i.

n = Número de muestras utilizadas.

ANEXO D. Comparación distributiva entre la base de datos y el modelo de bloques

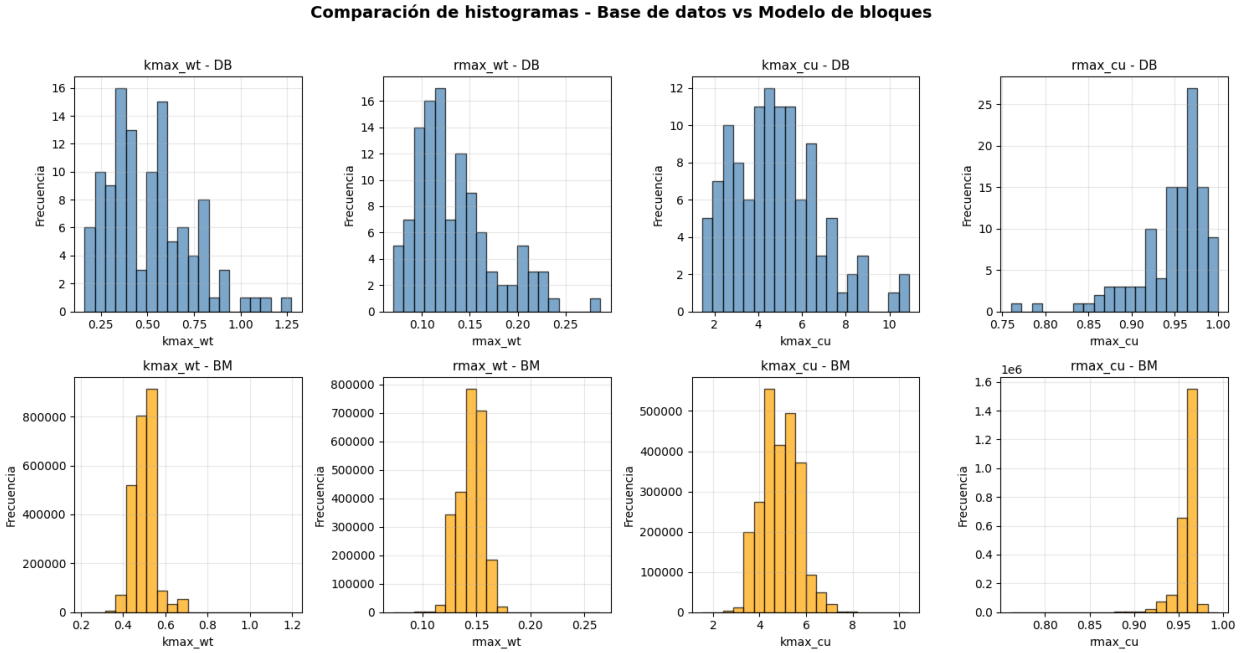


Figura 73: Comparación entre la distribución de la base de datos y el modelo de bloques para los parámetros K_{MAX} y R_{max}, tanto para la recuperación en peso como para la recuperación en ley de cobre.

La Figura (73) presenta la comparación entre las distribuciones de los parámetros del modelo cinético y los datos experimentales de sondaje. Los parámetros corresponden a K_{MAX} (min^{-1}) y R_{max} $(\%)$, ambos obtenidos tanto para la recuperación en peso como para la recuperación en ley de cobre. En términos generales, se observa que las distribuciones estimadas por el IDW2 reproducen adecuadamente la forma, el rango y la tendencia central de los datos originales de sondaje.

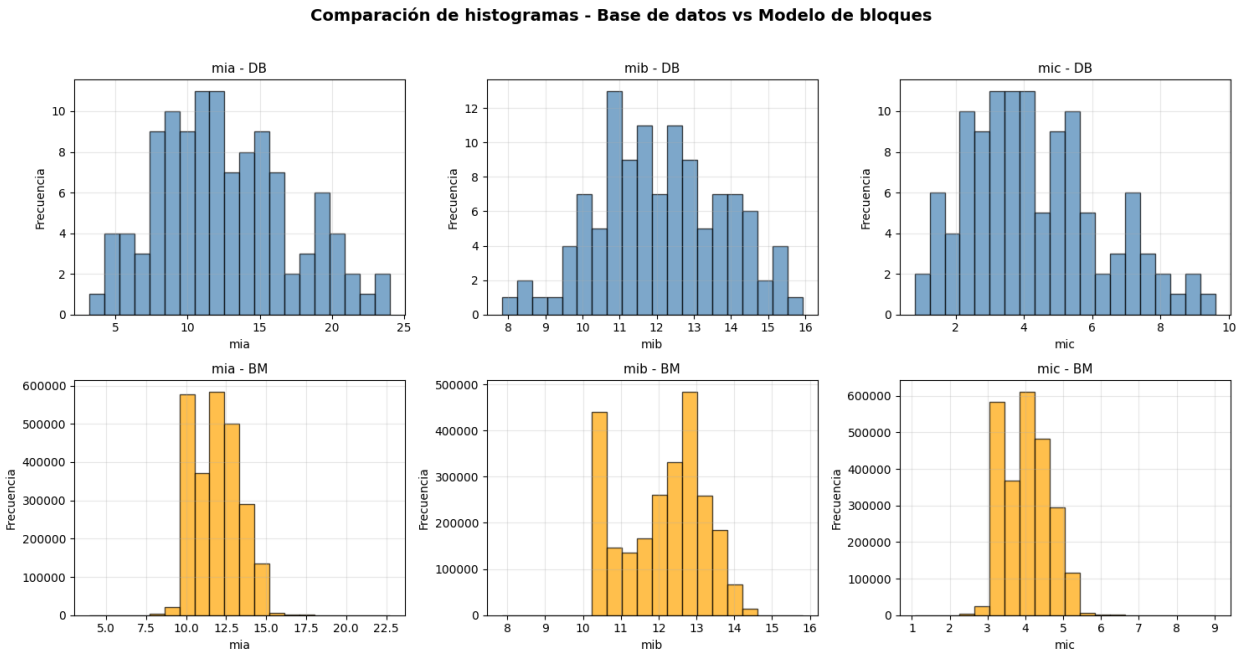


Figura 74: Comparación entre la distribución de los datos de sondaje (histogramas azules) y los valores estimados mediante Kriging Ordinario (histogramas naranjos) para los índices de trabajo de Bond de partícula gruesa Mi_A (kWh/t), partícula fina Mi_B (kWh/t) y el índice de trabajo de chancador Mi_C (kWh/t).

La Figura (74) muestra la comparación entre las distribuciones de los índices de trabajo de molienda estimados por OK y los datos de sondaje para los tres parámetros de conminución considerados en el modelo geometalúrgico: el índice de trabajo para partícula gruesa Mi_A (kWh/t), el índice de trabajo para partícula fina Mi_B (kWh/t) y el índice de trabajo de chancador Mi_C (kWh/t). Estos parámetros caracterizan la resistencia del mineral a la fragmentación en distintos rangos granulométricos y constituyen las variables de entrada del modelo de consumo energético del circuito de conminución. Los resultados indican que el OK reproduce de manera satisfactoria las distribuciones observadas en la base de datos de sondaje para los tres índices, preservando tanto la tendencia central como la dispersión general de cada parámetro. Al igual que en el caso anterior, el efecto de suavizamiento del Kriging reduce moderadamente la varianza de las estimaciones, sin comprometer la representatividad estadística del modelo de bloques resultante.

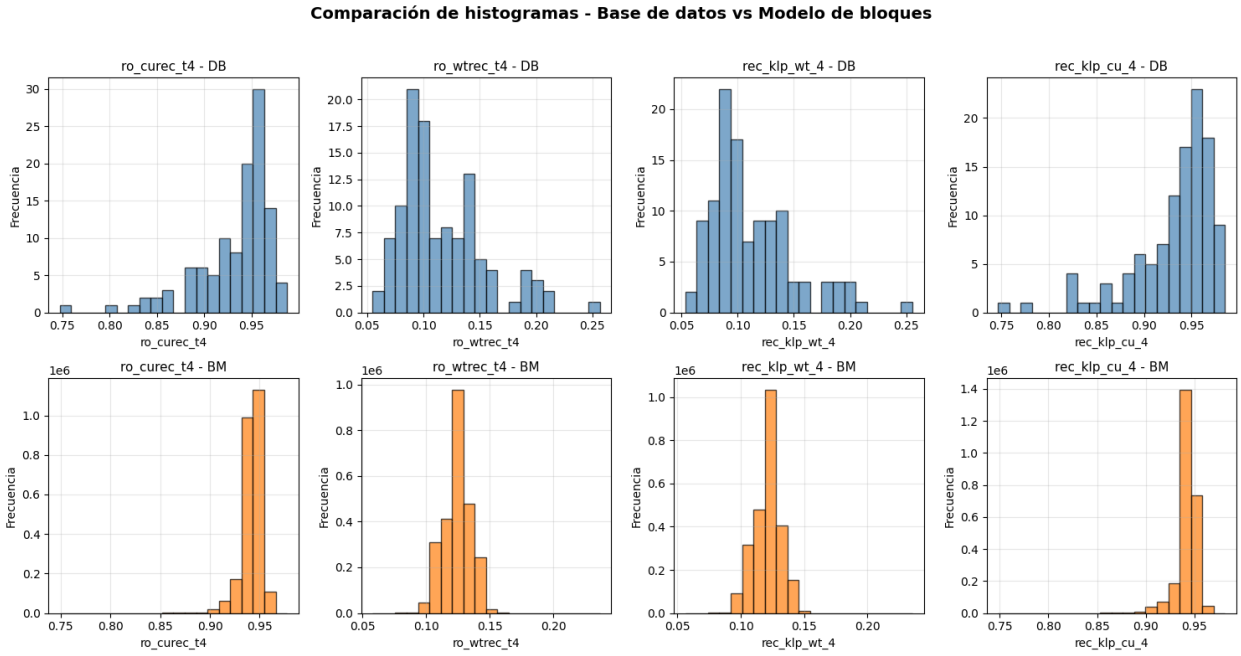


Figura 75: Comparación entre la distribución de los datos de sondaje (histogramas azules) y los valores estimados mediante Kriging Ordinario (histogramas naranjos) para las recuperaciones en peso y en ley de cobre a los 15 minutos de flotación (etapa 4), considerando tanto los valores experimentales como los predichos por el modelo cinético de Klimpel.

La Figura (75) presenta la comparación entre las distribuciones de las recuperaciones en peso y en ley de cobre a los 15 minutos de flotación, correspondientes a la etapa 4 de los ensayos experimentales. Para cada variable se comparan cuatro distribuciones: los datos experimentales de sondaje, los valores predichos por el modelo cinético de Klimpel ajustado a partir de esos datos y sus respectivas estimaciones mediante OK. Esta comparación permite evaluar de forma simultánea la calidad del ajuste del modelo cinético y la capacidad del Kriging Ordinario para propagar dichos parámetros en el espacio. Los resultados evidencian una buena correspondencia entre los valores experimentales y los modelados por Klimpel, indicando que el modelo cinético captura adecuadamente el comportamiento de flotación del mineral. Asimismo, las estimaciones del OK reproducen de forma consistente las distribuciones de referencia, confirmando que la interpolación geoestadística preserva las características estadísticas fundamentales de las recuperaciones en el modelo de bloques.

ANEXO E. Modelamiento del CAPEX de equipos de conminución por escalamiento de capacidad

El costo de capital $CAPEX$ de equipos industriales puede estimarse mediante la regla de los seis décimos según (Tribe & Alpine, 1986), que establece una relación de potencia entre el costo de dos configuraciones de distinta escala. Esta relación, ampliamente utilizada en ingeniería de procesos, postula que el cociente de costos entre dos equipos es proporcional al cociente de sus capacidades elevado a un exponente de $0,6$. En el presente trabajo, esta expresión se aplica a los equipos de conminución en función de la potencia total instalada P (kW) como variable representativa de la capacidad del sistema, tal como lo expresa la Ecuación (54).

$$CAPEX_2 = CAPEX_1 \cdot \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{0,6} \tag{54}$$

donde los subíndices 1 y 2 representan la configuración de referencia y la configuración alternativa, respectivamente. El exponente $0,6$, inferior a la unidad, refleja las economías de escala inherentes al proceso de fabricación e instalación de equipos industriales: un aumento proporcional en la capacidad instalada conlleva un incremento menor en el $CAPEX$, favoreciendo económicamente las instalaciones de mayor escala dentro de los rangos técnicamente factibles.