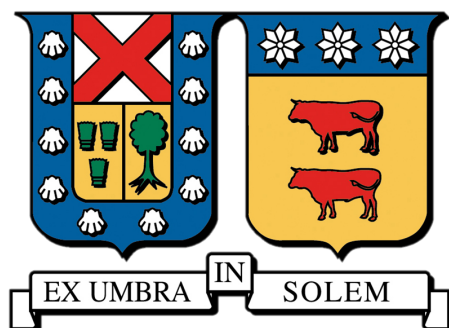




UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INDUSTRIAS

**APLICACIÓN DE ESTRATEGIAS DE INVERSIÓN BASADAS EN
ANÁLISIS MULTIFRACTAL (MF-DFA) EN ADRs LISTADOS EN EL
MERCADO ESTADOUNIDENSE: UN ENFOQUE COMPARATIVO CON
ESTRATEGIAS DE MOMENTUM**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

AUTOR

JOAQUÍN GUSTAVO TAPIA VARAS

PROFESOR GUÍA

WERNER KRISTJANPOLLER

PROFESOR CO-REFERENTE

DIEGO CANESSA

VALPARAÍSO DE CHILE, 29 DE OCTUBRE 2025



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): ☒ Memoria o trabajo de título; ☐ Tesis de Postgrado;

Título del trabajo: APLICACIÓN DE ESTRATEGIAS DE INVERSIÓN BASADAS EN ANÁLISIS MULTIFRACTAL (MF-DFA) EN ADRs LISTADOS EN EL MERCADO ESTADOUNIDENSE: UN ENFOQUE COMPARATIVO CON ESTRATEGIAS DE MOMENTUM

Nombre del candidato(a): Joaquín Gustavo Tapia Varas

Carrera / Grado: Ingeniería Civil Industrial

Campus: Casa Central Valparaíso; **Departamento:** Industrias

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Werner Kristjanpoller, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL

☒ El trabajo **NO** contiene información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

☐ El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (embargo) por:

☐ 6 meses; ☐ 12 meses; ☐ 2 años; ☐ 3 años; ☐ 5 años; ☐ 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 29/10/2025

; Firma:

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 29/10/2025

; Firma:

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.

Tabla de Contenidos

1. Resumen ejecutivo	4
2. Introducción	7
3. Problema de Investigación	10
3.1. Preguntas de investigación	11
4. Objetivos	12
4.1. Objetivo general	12
4.2. Objetivos específicos	12
5. Marco teórico	13
5.1. Introducción al análisis financiero moderno	13
5.2. Hipótesis de eficiencia de los mercados y anomalías	13
5.3. Estrategias basadas en momentum	14
5.4. Estrategias contrarias y reversión a la media	14
5.5. Finanzas fractales y teoría multifractal	14
5.6. Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA)	15
5.7. Aplicaciones empíricas del MF-DFA en finanzas	15
5.8. Combinación de estrategias momentum y MF-DFA	15
5.9. ADRs como vehículo de inversión internacional	16
5.10. Relevancia del estudio	16
6. Metodología	17



6.1. Enfoque del estudio	17
6.2. Unidad de análisis y muestra	17
6.3. Instrumentos y variables	18
6.4. Procedimiento	18
6.5. Herramientas y software	23
6.6. Resumen del procedimiento metodológico	24
 7. Alcance del estudio	 25
 8. Resultados y discusión	 27
 9. Conclusiones	 42
 10. Limitaciones	 44

Agradecimientos

A mi madre, por su apoyo incondicional y por recordarme siempre que podía lograrlo. A mi padre, por mostrarme lo verdaderamente importante de la vida y guiarme con su ejemplo. A mis hermanos y a toda mi familia, por ser un sostén constante, refugio y aliento en cada etapa.

A mis maestros y maestras, quienes han dejado huella en mi formación académica y personal; gracias por su dedicación, exigencia y confianza.

A mis amigos y compañeros de la universidad, por compartir la carga y las jornadas, por la camaradería y las buenas experiencias, por acompañar también en las difíciles y en todas las demás; gracias por las risas, las conversaciones y el apoyo sincero.

Hoy cierro un ciclo que fue desafiante y, sobre todo, hermoso. Me voy con gratitud y la certeza de que este camino no lo recorrí en soledad.

1. Resumen ejecutivo

Objetivo. Evaluar el uso del análisis multifractal (MF-DFA) como medida de ineficiencia fractal (D) y su combinación con señales clásicas de *momentum* para construir estrategias sistemáticas sobre un universo global de ADRs listados en NYSE y NASDAQ. Se replica y adapta la metodología de Dewandaru et al. (2015) al contexto de ADRs, incorporando la definición *skip-1* para M12/M24 y una búsqueda en rejilla para optimizar la mezcla $M12+D$.

Datos y alcance. 61 ADRs de América, Europa y Asia, con precios diarios de cierre ajustado entre **01/01/2010** y **31/12/2024** (fuente: Economática). Se construyen retornos mensuales (de diarios) y se evalúan carteras long–short 10/10 equiponderadas. El indicador D se estima vía MF-DFA Kantelhardt et al. (2002) sobre ventanas móviles de **2, 3 y 4** años; las señales se estandarizan por *z-score cross-sectional*. El análisis es *in-sample* y no incluye costos de transacción.

Metodología (síntesis). (i) *Momentum*: M1 y M2 sin *skip*, $M12^{12-1}/M24^{24-1}$ con *skip-1*; derivados PAM (M12/M24), RM (M1/M2) y MRM (reversión de corto plazo por OLS diario). (ii) *MF-DFA*: estimación de $h(q)$ para $q = \{-4, 4\}$ y construcción de $D = \frac{1}{2}(|h(-4) - 0,5| + |h(4) - 0,5|)$. (iii) *Evaluación*: IC y *hit rate* (Tabla 2); desempeño unifactorial (Tabla 3); métricas de carteras *controladas* por ventana (Tablas 4–6); mezclas $M12+D$ y óptimos por ventana (Tablas 7–9). Figuras 1–2 validan multifractalidad; Figuras 3–6 resumen resultados de desempeño y mezclas.

Principales hallazgos.

- **Validación de multifractalidad:** las Figuras 1–2 confirman que $h(q)$ no es constante en las tres ventanas, justificando el uso de D .

- **Corte transversal (Tabla 2):** M12 exhibe el IC promedio más alto y **56.36 %** de aciertos.

M1 es marginal; PAM mixto (IC cerca de cero); RM negativo (reversión); MRM levemente

positivo. *D* puro es negativo en IC y con menor *hit rate*.

- **Unifactorial (Tabla 3, Fig. 3):** M12 domina en media ($\approx 0,45\%$ mensual), MRM logra el mejor Sharpe ($\approx 0,091$). *D* solo es débil (media y Sharpe negativos en 2Y–4Y).
- **Controlados (Tablas 4–6, Fig. 4):** al controlar por otros factores, M12 y PAM mantienen medias positivas; M1 y *D* siguen débiles.
- **Mezclas $M12+D$ (Tablas 7–9, Figs. 5–6):** incorporar pequeños pesos de *D* mejora de forma consistente a M12:
 - **2 años:** óptimo **94:6** con $0,64\%$ mensual (vs. $0,44\%$ M12).
 - **3 años:** óptimo **98:2** con $0,47\%$ (vs. $0,31\%$ M12).
 - **4 años:** óptimo **91:9** con $0,92\%$ (vs. $0,67\%$ M12).

Pesos altos de *D* degradan el rendimiento.

Implicancias prácticas.

- Para una señal base robusta, utilizar **M12** (con *skip-1*).
- Para potenciar la media mensual y el Sharpe con riesgo contenido, emplear **mezclas $M12+D$** con **bajo** peso de *D*: $\sim 6\%$ (2Y), $\sim 2\%$ (3Y) y $\sim 9\%$ (4Y).
- La ventana **4 años** permite el mayor margen para añadir *D* sin deterioro y ofrece el mejor óptimo observado.

Limitaciones. Resultados **in-sample**, sin **costos de transacción**, sin tramo *out-of-sample* ni métricas de *drawdown*; no se reportan *t-stats*/p-valores para los IC ni neutralización sectorial/por país. Las conclusiones se circunscriben al universo y periodo analizados.

Contribución. Se extiende Dewandaru et al. (2015) al universo de ADRs, se valida la multifractalidad, y se demuestra que D **agrega valor como componente menor** en un *mix* simple con M12, cuantificando pesos óptimos por ventana. Este esquema constituye una línea de base clara para futuras extensiones (OOS, costos, robustez por subperíodos, neutralizaciones, y otras combinaciones).

2. Introducción

La proliferación de estrategias sistemáticas de inversión ha transformado la gestión de carteras, apoyándose en la disponibilidad de datos, el desarrollo de cómputo y el avance de metodologías cuantitativas. En este contexto, las anomalías de mercado reportadas por la literatura —como el *momentum* intermedio— continúan desafiando la hipótesis del mercado eficiente en su forma débil Fama (1970); Jegadeesh and Titman (1993); Asness et al. (2013). En paralelo, la evidencia de colas pesadas, volatilidad intermitente y dependencia de largo plazo ha motivado marcos alternativos de análisis de series financieras, entre ellos las finanzas fractales y la multifractalidad Mandelbrot (1997); Peters (1994); Calvet and Fisher (2002). El *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis* (MF-DFA) se ha consolidado como una técnica robusta para caracterizar estructuras multifractales en series no estacionarias y para extraer medidas de ineficiencia relacionadas con la persistencia/antipersistencia de los retornos Kantelhardt et al. (2002).

El presente estudio evalúa la utilidad de integrar señales fractales, estimadas mediante MF-DFA, con factores de *momentum* en un universo global de **61 American Depositary Receipts (ADRs)** listados en **NYSE** y **NASDAQ**. El período de análisis comprende **2010–2024** con frecuencia diaria para precios y construcción mensual de indicadores. La elección de ADRs permite estudiar emisores de América, Europa y Asia bajo un mercado común (USD, microestructura y ventana horaria unificadas), preservando comparabilidad transversal y operativa.

Metodológicamente, el trabajo replica y adapta el diseño propuesto por Dewandaru et al. (2015) —originalmente aplicado a acciones islámicas— al ámbito de ADRs globales. La contribución central radica en: (i) calcular el indicador fractal D (a partir de exponentes de Hurst generalizados $h(q)$ para $q = \pm 4$) bajo **ventanas móviles de 2, 3 y 4 años**; (ii) comparar su poder

informativa y desempeño *standalone* frente a factores de *momentum* clásicos ($M1$, $M2$, $M12$, $M24$) y derivados (PAM, RM, MRM); y (iii) evaluar **mezclas ponderadas** $M12+D$ con pesos predefinidos (90:10, 80:20, 70:30) y con α **óptimo** obtenido por *grid search* unidimensional (paso 0.01) sobre el período común. El desempeño se caracteriza con métricas de corte transversal (*Information Coefficient* e *hit rate*) y de portafolio (media mensual, desviación estándar y ratio de Sharpe), además de resultados “controlados” bajo esquema tipo Fama–MacBeth.

Desde la perspectiva de diseño de investigación, se adopta un enfoque **cuantitativo**, **no experimental** y de **alcance correlacional**, siguiendo buenas prácticas de trazabilidad y sistematización Hernández Sampieri and Fernández Collado (2021). Se emplean estandarizaciones *cross-sectional* mensuales (Z -score), formación de carteras long–short por deciles (top/bottom 10 % equiponderado) y reglas de rebalanceo mensuales, con el objetivo de maximizar la comparabilidad entre factores y minimizar sesgos de escala.

El interés académico y práctico de la investigación es doble. En primer lugar, contrasta de manera directa el rendimiento relativo de señales fractales frente a factores de tendencia consolidados, contribuyendo al debate sobre la capacidad predictiva fuera del marco clásico de eficiencia Fama (1970); Lo (2004). En segundo lugar, aporta **criterios operativos de dosificación** del componente fractal: se muestra que **pequeñas ponderaciones** de D pueden mejorar a $M12$ en promedio, mientras que sobreponderarlo deteriora el resultado, fenómeno coherente con la sensibilidad del MF-DFA a la longitud de ventana y al régimen de mercado.

Por último, se reconoce que las conclusiones se derivan de un análisis **in-sample**, **bruto de costos** y sin contrastes de significancia formal, lo que acota la validez externa y sugiere líneas claras para trabajo futuro (validación *out-of-sample*, inclusión de fricciones y pruebas estadísticas). La estructura del documento es la siguiente: el **Marco Teórico** sintetiza la literatura

de eficiencia de mercado, *momentum* y finanzas fractales; la **Metodología** detalla datos, variables y procedimientos; **Resultados y Discusión** presentan y analizan la evidencia empírica; se cierran con **Conclusiones y Limitaciones**, y se incluyen **Anexos** con material de apoyo.

3. Problema de Investigación

La identificación de estrategias de inversión capaces de generar retornos superiores ajustados por riesgo continúa siendo un desafío central en finanzas. Las estrategias tradicionales como *momentum* y *contrarian* han demostrado eficacia relativa en diferentes contextos temporales y geográficos, Jegadeesh and Titman (1993); Balvers and Wu (2006). No obstante, estas se fundamentan en la repetición de patrones históricos, presuponiendo cierto grado de dependencia temporal en los precios que no siempre se cumple en mercados considerados eficientes.

En ese contexto, nuevas metodologías provenientes de la física estadística han comenzado a aplicarse en finanzas, entre ellas el *Análisis de Fluctuaciones Detrendadas Multifractal (MF-DFA)*. Esta técnica permite evaluar la eficiencia de los precios financieros mediante la detección de estructuras multifractales, capturando tanto persistencia como anti-persistencia en las series temporales, Kantelhardt et al. (2002). Su aplicación en mercados financieros ha revelado resultados prometedores al identificar oportunidades donde las estrategias convencionales no logran capturar valor, Dewandaru et al. (2015).

Si bien el MF-DFA ha sido explorado principalmente en acciones que cumplen criterios de inversión Shariah o en mercados emergentes, existe un vacío en cuanto a su aplicación sobre *ADRs (American Depositary Receipts)* listados en mercados desarrollados como NYSE y NASDAQ. Considerando que los ADRs representan una vía de inversión global bajo regulación estadounidense, resulta relevante evaluar si el uso de MF-DFA puede ser una fuente robusta de señales de inversión en este universo, y cómo se compara con estrategias tradicionales en términos de rentabilidad, riesgo e información.

La investigación se orienta entonces a determinar si una estrategia de inversión basada

en MF-DFA puede superar o complementar las estrategias *momentum* y *contrarian*, especialmente en un universo de activos globales como los ADRs, y durante un periodo extenso y reciente (2010–2024), caracterizado por diferentes ciclos económicos y financieros.

3.1. Preguntas de investigación

- ¿Cómo se comporta una estrategia de inversión basada en MF-DFA aplicada a ADRs listados en NYSE y NASDAQ durante el período 2010–2024?
- ¿Qué relación existe entre el grado de ineficiencia multifractal de un ADR (medido mediante MF-DFA) y su rendimiento futuro?
- ¿En qué medida una estrategia basada en MF-DFA logra superar en rentabilidad ajustada por riesgo a estrategias tradicionales como *momentum* y *contrarian*?
- ¿Puede la combinación de MF-DFA con estrategias de *momentum* mejorar el desempeño de una cartera de inversión respecto a su aplicación individual?

4. Objetivos

4.1. Objetivo general

Evaluar la efectividad de una estrategia de inversión basada en el análisis de fluctuaciones detrendadas multifractal (MF-DFA) aplicada a ADRs listados en el mercado estadounidense, con el fin de compararla con estrategias tradicionales como *momentum* y *contrarian*, durante el período 2010–2024.

4.2. Objetivos específicos

- Analizar el grado de eficiencia multifractal de los ADRs mediante la aplicación del método MF-DFA, para identificar señales persistentes o anti-persistentes en los precios.
- Implementar estrategias de inversión tradicionales basadas en *momentum*, *contrarian* y combinaciones, con distintos horizontes temporales, para establecer líneas de comparación.
- Calcular indicadores cuantitativos como rentabilidad mensual promedio, ratio de Sharpe, desviación estándar e *Information Coefficient*, para evaluar el desempeño de cada estrategia.
- Comparar el rendimiento ajustado por riesgo de la estrategia MF-DFA frente a las estrategias tradicionales, con el propósito de determinar su valor agregado como instrumento de inversión.
- Examinar los resultados obtenidos en distintos escenarios de mercado, con el objetivo de evaluar la robustez de las estrategias ante cambios en la dinámica de los precios.

5. Marco teórico

El marco teórico constituye una guía conceptual que permite al investigador sustentar su estudio en hallazgos previos, evitar errores comunes y definir el alcance de su investigación con base en el conocimiento acumulado Hernández Sampieri and Fernández Collado (2021). En este caso, la investigación se inscribe dentro de la intersección entre finanzas cuantitativas, análisis multifractal y estrategias de inversión.

5.1. Introducción al análisis financiero moderno

En los últimos años, el desarrollo de estrategias cuantitativas ha transformado la forma en que se analiza e invierte en los mercados financieros. Las herramientas tradicionales, basadas en la hipótesis de eficiencia de los mercados Fama (1970), han sido cuestionadas por una creciente evidencia empírica de anomalías y patrones que pueden ser explotados sistemáticamente Lo (2004).

5.2. Hipótesis de eficiencia de los mercados y anomalías

La hipótesis de eficiencia de los mercados sostiene que los precios reflejan toda la información disponible, haciendo imposible obtener rendimientos extraordinarios ajustados por riesgo Fama (1970). Sin embargo, estudios empíricos han identificado persistentes anomalías como el efecto “momentum” Jegadeesh and Titman (1993) o la reversión a largo plazo De Bondt and Thaler (1985), que contradicen esta hipótesis. Estas anomalías han sido observadas tanto en mercados desarrollados como emergentes Rouwenhorst (1999); Griffin et al. (2003).

5.3. Estrategias basadas en momentum

El momentum es una estrategia que se basa en la premisa de que los activos con buen rendimiento pasado continuarán teniendo buen rendimiento en el corto plazo. Jegadeesh y Titman Jegadeesh and Titman (1993) demostraron que una estrategia de comprar acciones con alto rendimiento en los últimos 3-12 meses y vender las de bajo rendimiento generaba rendimientos anormales. Posteriores estudios han replicado estos resultados en distintos mercados y horizontes temporales Asness et al. (2013); Novy-Marx (2013).

5.4. Estrategias contrarias y reversión a la media

En contraste con el momentum, las estrategias contrarias se basan en la idea de reversión a la media. Estas estrategias asumen que activos que han tenido un mal desempeño pueden revertirse hacia su valor intrínseco Lakonishok et al. (1994). De Bondt y Thaler De Bondt and Thaler (1985) observaron que acciones con rendimiento muy bajo tienden a superar a las de alto rendimiento en horizontes de 3 a 5 años.

5.5. Finanzas fractales y teoría multifractal

Benoît Mandelbrot Mandelbrot (1997) propuso un marco alternativo al modelo gaussiano tradicional de precios financieros: la teoría de las finanzas fractales. Este enfoque reconoce la presencia de dependencia de largo plazo, auto-similitud y distribución de colas pesadas en los precios de los activos financieros Peters (1994); Calvet and Fisher (2002).

5.6. Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA)

El MF-DFA es una técnica desarrollada por Kantelhardt et al. (2002) para analizar la multifractalidad de series temporales no estacionarias. Esta metodología permite estimar los exponentes de Hurst generalizados, capturando así la complejidad en la dinámica de precios financieros Zunino (2008); Wang (2012). El uso de MF-DFA ha sido validado en múltiples estudios para detectar ineficiencias de mercado, burbujas financieras y comportamientos persistentes Czarnecki (2015); Di Matteo (2007).

5.7. Aplicaciones empíricas del MF-DFA en finanzas

Diversos trabajos han utilizado MF-DFA en mercados bursátiles globales, demostrando su capacidad para detectar fases de alta complejidad y predictibilidad Wang (2013); Alvarez-Ramirez (2008). En particular, se ha encontrado que la multifractalidad puede variar en el tiempo y entre activos, y que puede correlacionarse con variables macroeconómicas y eventos financieros Jiang (2012); Morales (2012).

5.8. Combinación de estrategias momentum y MF-DFA

Recientemente, investigaciones han comenzado a explorar la integración de indicadores tradicionales de momentum con medidas de complejidad derivadas del MF-DFA, mejorando así la robustez de los modelos predictivos Zhang (2021); Yu (2020). Esta combinación permite desarrollar estrategias que no solo capturan tendencias pasadas, sino también características estructurales de los precios, como su grado de auto-correlación y persistencia.

5.9. ADRs como vehículo de inversión internacional

Los American Depositary Receipts (ADRs) permiten a los inversores estadounidenses acceder a acciones extranjeras listadas en NYSE y NASDAQ. Son instrumentos ideales para estudiar estrategias internacionales bajo un marco común de regulación y datos Kumar and Lee (2006); Gagnon and Karolyi (2010). La volatilidad y los patrones de retorno en ADRs pueden diferir de sus activos subyacentes debido a la negociación en distintos husos horarios y monedas Levy Yeyati (2009).

5.10. Relevancia del estudio

Este trabajo se sitúa en la intersección entre finanzas fractales y estrategias de inversión cuantitativas. Aplicar MF-DFA a ADRs permite examinar su grado de eficiencia en el tiempo y construir estrategias híbridas que incorporen señales fractales junto con métricas tradicionales de rendimiento. Este enfoque amplía las herramientas disponibles para ingenieros financieros e inversores institucionales interesados en estrategias sistemáticas.

6. Metodología

Según Hernández Sampieri and Fernández Collado (2021), la metodología en una investigación científica describe el procedimiento riguroso mediante el cual se obtiene, organiza y analiza la información para alcanzar los objetivos planteados. En este estudio, se adopta un enfoque cuantitativo, de tipo no experimental, longitudinal y correlacional. A través del análisis de series de tiempo financieras, se busca determinar la relación entre indicadores derivados del análisis multifractal (MF-DFA) y diversas variantes de momentum, con el rendimiento de una canasta global de ADRs transados en Estados Unidos.

6.1. Enfoque del estudio

El diseño metodológico es **cuantitativo**, pues se basa en la observación numérica de series temporales financieras. El estudio es de carácter **no experimental**, ya que trabaja con datos históricos de precios sin manipular variables. Asimismo, tiene un alcance **correlacional**, en tanto examina la relación entre indicadores multifractales, estrategias de momentum y retornos accionarios mediante medidas estadísticas como correlación de información (IC), ratio de Sharpe y resultados controlados tipo Fama–MacBeth.

6.2. Unidad de análisis y muestra

La unidad de análisis está compuesta por **61 ADRs de empresas listadas en el NYSE y NASDAQ** correspondientes a distintos sectores económicos (tecnología, telecomunicaciones, finanzas, salud, etc.) y originarios de América, Europa y Asia. El criterio de selección fue la **disponibilidad de series de precios diarias completas** entre el 1 de enero de 2010 y el 31 de diciembre de 2024. La fuente de los datos fue la plataforma Económica.

6.3. Instrumentos y variables

A partir de los precios de cierre ajustado diario, se construyeron retornos diarios simples y se agregaron mensualmente para generar retornos mensuales. Las variables explicativas incluyen:

- **Momentum clásico:** M1, M2, M12¹²⁻¹, M24²⁴⁻¹ (con desfase completo, *skip-1*, siguiendo Dewandaru et al. (2015)).
- **Indicadores derivados:** Refined Momentum (RM), Price Acceleration Momentum (PAM), Mean Reversion Momentum (MRM).
- **Índice de multifractalidad (D):** construido mediante MF-DFA, estimando el exponente generalizado de Hurst para $q = -4$ y $q = 4$ Kantelhardt et al. (2002).
- **Combinaciones ponderadas:** señales compuestas de la forma $S_{i,t}^{(L)}(\alpha) = \alpha z_{i,t}^{M12} + (1 - \alpha) z_{i,t}^{D(L)}$, con estandarización *cross-sectional* mensual z y ventana móvil $L \in \{2, 3, 4\}$ años.

6.4. Procedimiento

El procedimiento metodológico consta de los siguientes pasos (véanse también las Figuras 1–6 y las Tablas 2, 3, 4–6, y 7–9):

1. **Carga y limpieza de datos.** Se obtuvieron precios de cierre ajustado diarios $P_{i,d}$, se depuraron series incompletas y se eliminaron feriados.
2. **Cálculo de retornos.** El retorno diario simple es

$$r_{i,d} = \frac{P_{i,d}}{P_{i,d-1}} - 1. \quad (1)$$

El retorno mensual para el mes t se calcula como

$$R_{i,t} = \prod_{d \in \mathcal{M}_t} (1 + r_{i,d}) - 1, \quad (2)$$

y el *retorno futuro* (para evaluación) es $R_{i,t+1}$ (desplazado un mes).

3. **Construcción de indicadores.** Se calcularon señales de *momentum* y derivados, y el indicador fractal D , siguiendo Dewandaru et al. (2015):

$$M1_{i,t} = \frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}} - 1, \quad (3)$$

$$M2_{i,t} = \frac{P_{i,t}}{P_{i,t-2}} - 1, \quad (4)$$

$$M12_{i,t}^{12-1} = \frac{P_{i,t-2}}{P_{i,t-14}} - 1, \quad (5)$$

$$M24_{i,t}^{24-1} = \frac{P_{i,t-2}}{P_{i,t-26}} - 1, \quad (6)$$

$$PAM_{i,t} = \frac{M12_{i,t}^{12-1}}{M24_{i,t}^{24-1}}, \quad (7)$$

$$RM_{i,t} = \frac{M1_{i,t}}{M2_{i,t}}. \quad (8)$$

Mean-Reversion–Momentum (MRM) Sea $x_{i,d}$ el retorno simple diario de la acción i en el día d , esto es $x_{i,d} \equiv r_{i,d} = P_{i,d}/P_{i,d-1} - 1$. Para cada activo i , se estima por MCO (OLS) el siguiente modelo lineal diario (AR con correcciones de reversión de corto plazo), usando por defecto $J = 1$ (ampliable):

$$x_{i,d} = (1 - \delta_i) \mu_i + \delta_i x_{i,d-1} + \sum_{j=1}^J \rho_{i,j} (x_{i,d-j} - x_{i,d-j-1}) + \eta_{i,d}. \quad (9)$$

Tras la estimación, la señal diaria se define como la combinación lineal de los *impulsos* recientes ponderados por los coeficientes estimados:

$$\text{MRM}_{i,d} = \sum_{j=1}^J \hat{\rho}_{i,j} (x_{i,d-j} - x_{i,d-j-1}). \quad (10)$$

La serie diaria $\text{MRM}_{i,d}$ se alinea a fin de mes para construir la señal mensual utilizada en carteras,

$$\text{MRM}_{i,t}^{(m)} = \text{MRM}_{i,d_t}, \quad d_t = \text{último día hábil del mes } t, \quad (11)$$

y posteriormente se estandariza de forma *cross-sectional* (véase el paso de **Normalización**).

En la evaluación de portafolios (véase Tabla 3) se rankea $z_{i,t}^{\text{MRM}}$ y se forma *long-short* 10/10.

4. **Cálculo del indicador D (MF-DFA).** Para cada activo i y cada mes t , se toma una ventana móvil de L años de retornos diarios y se aplica MF-DFA Kantelhardt et al. (2002):

- a) Perfil acumulado $Y(k) = \sum_{u=1}^k (x_u - \bar{x})$, con $x_u \equiv r_{i,u}$.
- b) Dividir Y en segmentos de longitud s (hay N_s segmentos; se consideran $2N_s$ al repetir desde el final).
- c) En cada segmento v , ajustar y sustraer la tendencia polinómica $y_v(k)$ y calcular

$$F^2(v, s) = \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s [Y((v-1)s + k) - y_v(k)]^2. \quad (12)$$

- d) Fluctuación de orden q :

$$F_q(s) = \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} [F^2(v, s)]^{q/2} \right\}^{1/q}, \quad (q \neq 0), \quad (13)$$

y para $q = 0$:

$$F_0(s) = \exp \left\{ \frac{1}{4N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} \ln [F^2(v, s)] \right\}. \quad (14)$$

e) Ley de escala: $F_q(s) \propto s^{h(q)}$. El exponente generalizado de Hurst $h(q)$ se estima como la pendiente del ajuste log-log:

$$\log F_q(s) = h(q) \log s + c_q. \quad (15)$$

Finalmente, se construye el índice de ineficiencia fractal D como

$$D_{i,t}^{(L)} = \frac{1}{2} (|h(-4) - 0,5| + |h(4) - 0,5|), \quad (16)$$

donde $L \in \{2, 3, 4\}$ años denota la longitud de la ventana (véanse Fig. 1–6).

5. Filtrado por correlación. Se elimina colinealidad fuerte en el universo: si $\max_{j \neq i} \{\rho(R_{i,t}, R_{j,t})\} > 0,7$, el activo se descarta del mes correspondiente.

6. Normalización z -score *cross-sectional*. Sea

$$\mathcal{F} = \{M1, M12^{12-1}, PAM, RM, MRM, D^{(L)}\}.$$

Para cada factor $X \in \mathcal{F}$ se calcula:

$$\mu_t^X = \frac{1}{N_t} \sum_{i=1}^{N_t} X_{i,t}, \quad (17)$$

$$\sigma_t^X = \sqrt{\frac{1}{N_t - 1} \sum_{i=1}^{N_t} (X_{i,t} - \mu_t^X)^2}, \quad (18)$$

$$z_{i,t}^X = \frac{X_{i,t} - \mu_t^X}{\sigma_t^X}. \quad (19)$$

7. Evaluación. (i) *Corte transversal:* el *Information Coefficient* para X en el mes t es

$$\text{IC}_t^X = \text{corr}(z_{i,t}^X, R_{i,t+1}), \quad (20)$$

y el *Hit Rate* es $\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{1}\{\text{IC}_t^X > 0\}$ (véase Tabla 2).

(ii) *Unifactorial:* cada mes se *rankean* $z_{i,t}^X$, se toma el top/bottom 10 % equiponderado y se evalúa $R_{i,t+1}$ (véase 3).

(iii) *Controlado:* resultados de carteras *controladas* por factores (esquema tipo Fama–MacBeth) se reportan por ventana en 4, 5 y 6 (métricas: media mensual, desviación y Sharpe).

8. Mezcla $M12+D$ y construcción de carteras. La señal combinada para una ventana L es

$$S_{i,t}^{(L)}(\alpha) = \alpha z_{i,t}^{M12} + (1 - \alpha) z_{i,t}^{D(L)}, \quad \alpha \in [0, 1]. \quad (21)$$

Con N_t activos, $k = \lfloor 0,10 N_t \rfloor$, se definen las canastas $\mathcal{L}_t$ (top) y $\mathcal{S}_t$ (bottom) por $S_{i,t}^{(L)}(\alpha)$ y

pesos

$$w_{i,t}(\alpha) = \begin{cases} +\frac{1}{k}, & i \in \mathcal{L}_t, \\ -\frac{1}{k}, & i \in \mathcal{S}_t, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases} \quad (22)$$

El retorno del portafolio long-short es

$$R_{p,t+1}^{(L)}(\alpha) = \sum_{i=1}^{N_t} w_{i,t}(\alpha) R_{i,t+1}. \quad (23)$$

Las métricas de las mezclas predefinidas (90:10, 80:20, 70:30) y del óptimo se reportan en Tabla 7, 8 y 9.

9. **Optimización.** La combinación óptima α^* se estima por *grid search* con paso 0.01 sobre $[0, 1]$, maximizando la media mensual del portafolio:

$$\alpha^* = \arg \max_{\alpha \in [0,1]} \left\{ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_{p,t}^{(L)}(\alpha) \right\}. \quad (24)$$

6.5. Herramientas y software

Todo el procesamiento y análisis se realizó en lenguaje **Python**, utilizando bibliotecas como `pandas`, `numpy`, `matplotlib`, `seaborn` y `multiprocessing` (para ejecución paralela del MF-DFA). Los resultados se exportaron a hojas Excel para su sistematización. Las métricas empleadas para evaluar los portafolios incluyen **rentabilidad promedio mensual**, **desviación estándar** y **ratio de Sharpe**.

6.6. Resumen del procedimiento metodológico

Tabla 1: Resumen de etapas metodológicas

Etapa	Descripción
Obtención de datos	Descarga de precios diarios desde Economática (2010–2024).
Limpieza y filtrado	Eliminación de feriados, selección de ADRs con series completas.
Cálculo de retornos	Retornos diarios simples y retornos mensuales futuros.
Construcción de factores	Momentum ($M1$, $M2$, $M12^{12-1}$, $M24^{24-1}$) y multifractalidad (D).
Normalización	Z-score mensual <i>cross-sectional</i> por cada factor.
Evaluación unifactorial	Portafolios long–short 10 % con medición de rentabilidad y Sharpe.
Resultados controlados	Esquema tipo Fama–MacBeth (métricas de carteras: media, σ , Sharpe).
Combinación y optimización	Mezcla ponderada $M12^{12-1}+D$ y optimización por <i>grid search</i> para α^* .

7. Alcance del estudio

El presente estudio se circunscribe al análisis de 61 American Depositary Receipts (ADRs) correspondientes a empresas extranjeras listadas en las bolsas de valores estadounidenses NYSE y NASDAQ. Estas empresas representan diversos sectores económicos, tales como tecnología, telecomunicaciones, servicios financieros, salud, energía, consumo y otros. Los emisores tienen origen en América, Europa y Asia. La selección de activos se realizó bajo un criterio de disponibilidad: se incluyeron únicamente aquellos ADRs cuya serie de precios diarios estuviera completa en el período comprendido entre el 1 de enero de 2010 y el 31 de diciembre de 2024.

Temáticamente, el estudio se enfoca exclusivamente en la evaluación del desempeño de estrategias de inversión construidas mediante indicadores de momentum clásico y multifractalidad, específicamente a través del análisis multifractal de fluctuación sin tendencia (MF-DFA). No se abordan estrategias basadas en modelos de valoración fundamental, inteligencia artificial, análisis técnico tradicional ni consideraciones ESG u otras dimensiones.

Desde una perspectiva metodológica, el alcance queda limitado a la aplicación de técnicas cuantitativas sobre series temporales de precios, con retornos calculados diariamente y agregados mensualmente. Se replica fielmente la metodología propuesta por Dewandaru et al. (2015), incorporando modificaciones como la evaluación de diferentes longitudes de ventanas móviles para el cálculo de fractalidad, y la optimización de combinaciones ponderadas entre el momentum de 12 meses (M12) y el indicador fractal D , mediante una búsqueda paramétrica (grid search) unidimensional con paso 0.01.

Los resultados obtenidos y las conclusiones derivadas se limitan exclusivamente al universo de ADRs considerado. No se pretende generalizar los hallazgos a otros tipos de instrumentos

financieros, mercados o periodos fuera del analizado. Además, el enfoque del estudio es correlacional: se evalúa el comportamiento relativo de distintos indicadores y su capacidad para discriminar rentabilidad futura, sin atribuir relaciones causales. Tampoco se emplearon modelos predictivos, inferencias causales ni simulaciones estocásticas fuera del marco definido por las reglas operativas de cada estrategia.

Finalmente, si bien se exploraron de forma exhaustiva todas las proporciones posibles entre los factores M12 y D, no se consideraron combinaciones simultáneas entre más de dos factores.

8. Resultados y discusión

Esta sección presenta los resultados en el siguiente orden: (i) métricas de predicción en corte transversal (Tabla 2); (ii) desempeño unifactorial (Tabla 3); (iii) resultados *controlados* tipo Fama–MacBeth reportados como métricas de carteras por ventana (Tablas 4–6); (iv) combinaciones $M12+D$ (Tablas 7–9); y (v) las figuras de validación multifractal y de desempeño (Figs. 1–18).

Evidencia predictiva en corte transversal

Tabla 2: IC promedio e Hit Rate por factor (ventanas consolidadas)

Factor	IC promedio	Hit Rate (%)
M12	0.023519	56.36
M1	0.004599	53.93
PAM	-0.000675	55.26
RM	-0.020680	45.68
MRM	0.006300	49.16
D_{2Y}	-0.017662	47.74
D_{3Y}	-0.006529	44.76
D_{4Y}	-0.012101	41.98

Lectura breve. M12 muestra la señal más consistente (IC y aciertos). D por sí solo no anticipa bien a un mes.

Desempeño unifactorial (long–short 10/10)

Tabla 3: Desempeño unifactorial consolidado

Factor	Media mensual (%)	Desviación estándar (σ)	Sharpe Ratio
M12	0.45	0.105371	0.042761
M1	0.09	0.103259	0.008393
PAM	0.22	0.059281	0.036512
RM	-1.33	0.061763	-0.214838
MRM	0.60	0.066350	0.091048
D_{2Y}	-0.14	0.057234	-0.025305
D_{3Y}	-0.17	0.065826	-0.025099
D_{4Y}	-1.02	0.064186	-0.159608

Lectura breve. M12 domina en media; MRM ofrece el mejor Sharpe. *D* aislado es negativo en las tres ventanas.

Métricas de carteras *controladas* (tipo Fama–MacBeth)

Tabla 4: Ventana 2 años: métricas de factores controlados

Factor controlado	Media mensual (%)	Desv. (σ)	Sharpe
M12	0.17 %	0.0241	0.0714
M1	-0.11 %	0.0235	-0.0454
PAM	0.07 %	0.0122	0.0553
D	-0.15 %	0.0138	-0.1053

Tabla 5: Ventana 3 años: métricas de factores controlados

Factor controlado	Media mensual (%)	Desv. (σ)	Sharpe
M12	0.15 %	0.0245	0.0628
M1	-0.07 %	0.0238	-0.0283
PAM	0.07 %	0.0118	0.0600
D	-0.10 %	0.0146	-0.0714

Tabla 6: Ventana 4 años: métricas de factores controlados

Factor controlado	Media mensual (%)	Desv. (σ)	Sharpe
M12	0.18 %	0.0250	0.0707
M1	-0.12 %	0.0247	-0.0488
PAM	0.11 %	0.0119	0.0957
D	-0.16 %	0.0143	-0.1107

Lectura breve. Tras controlar por otros factores, M12 y PAM se mantienen positivos; M1 y *D* siguen débiles.

Combinaciones $M12+D$ y óptimos

Tabla 7: Ventana 2 años: combinaciones $M12+D$

Señal	Media mensual (%)	Desv. (σ)	Sharpe
M12 (100:0)	0.44 %	0.1069	0.0412
D (0:100)	-0.14 %	0.0572	-0.0253
90:10	0.44 %	0.1076	0.0408
80:20	0.16 %	0.1047	0.0155
70:30	0.05 %	0.0983	0.0055
Óptimo (94:6)	0.64 %	0.1094	0.0581

Tabla 8: Ventana 3 años: combinaciones $M12+D$

Señal	Media mensual (%)	Desv. (σ)	Sharpe
M12 (100:0)	0.31 %	0.1097	0.0286
D (0:100)	-0.17 %	0.0658	-0.0251
90:10	0.36 %	0.1096	0.0325
80:20	-0.27 %	0.1046	-0.0262
70:30	-0.59 %	0.1027	-0.0573
Óptimo (98:2)	0.47 %	0.1109	0.0424

Tabla 9: Ventana 4 años: combinaciones $M12+D$

Señal	Media mensual (%)	Desv. (σ)	Sharpe
M12 (100:0)	0.67 %	0.1108	0.0608
D (0:100)	-1.02 %	0.0642	-0.1596
90:10	0.84 %	0.1145	0.0737
80:20	0.59 %	0.1108	0.0531
70:30	-0.11 %	0.1090	-0.0104
Óptimo (91:9)	0.92 %	0.1136	0.0807

Lectura breve. El mejoramiento ocurre con **pesos pequeños de D** : $\sim 6\%$ (2Y), 2% (3Y) y 9% (4Y). Pesos mayores degradan el rendimiento.

Figuras (agrupadas por tipo)

Bloque Fig. 1: Función de densidad probabilística de multiplicadores de volatilidad. Estas tres figuras muestran la densidad empírica de los multiplicadores de volatilidad $p_{2,s}(m)$ para dis-

tintos tamaños de caja s . En los tres *lookbacks* el modo se ubica cerca de $m \approx 0,5$ con colas apreciables, lo que sugiere intermitencia y heterogeneidad de escalas, coherente con multifractalidad.

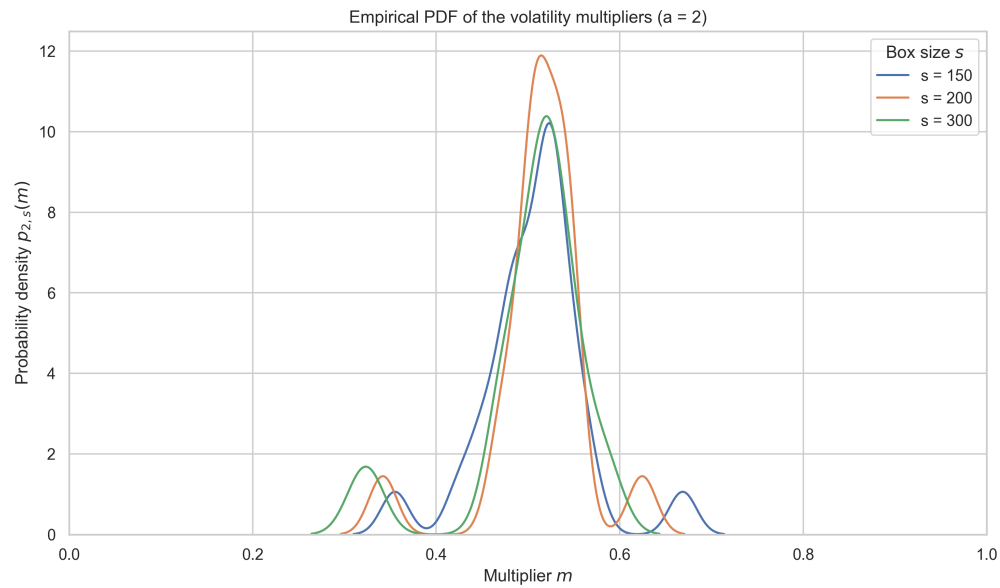


Figura 1: Fig. 1 — Ventana 2 años: PDF empírica de multiplicadores de volatilidad.

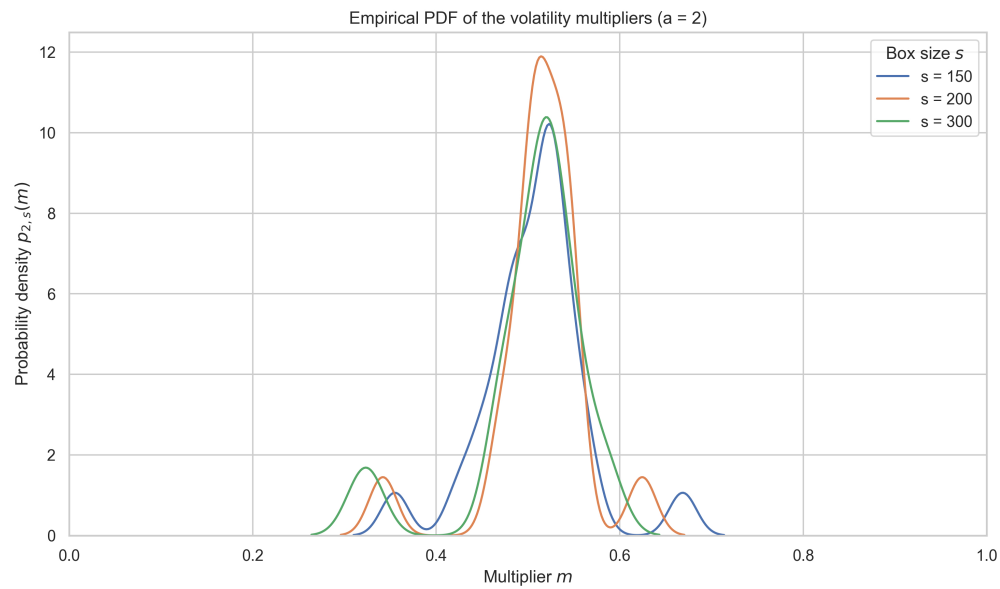


Figura 2: Fig. 1 — Ventana 3 años: PDF empírica de multiplicadores de volatilidad.

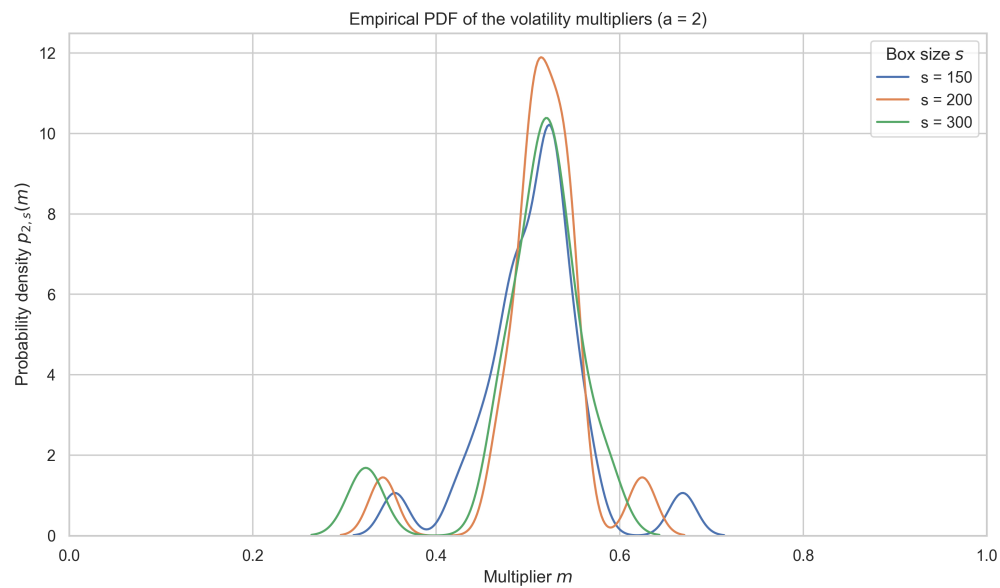


Figura 3: Fig. 1 — Ventana 4 años: PDF empírica de multiplicadores de volatilidad.

Bloque Fig. 2: $F_q(s)$ vs s (log–log). Las curvas $F_q(s)$ presentan pendientes crecientes con q y una relación potencia estable, indicando que el exponente generalizado de Hurst $h(q)$ no es constante. Esta no linealidad confirma la presencia de multifractalidad que motiva el uso de D .

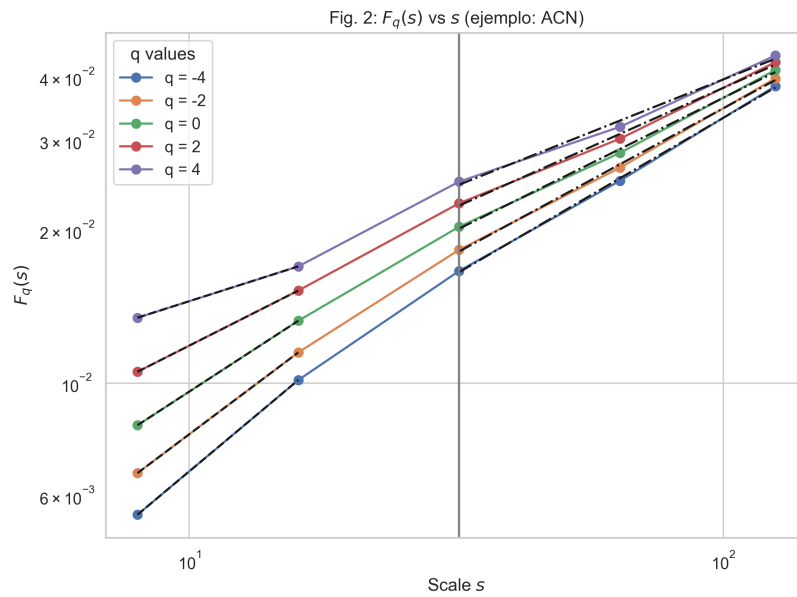


Figura 4: Fig. 2 — Ventana 2 años: $F_q(s)$ vs s (log–log).

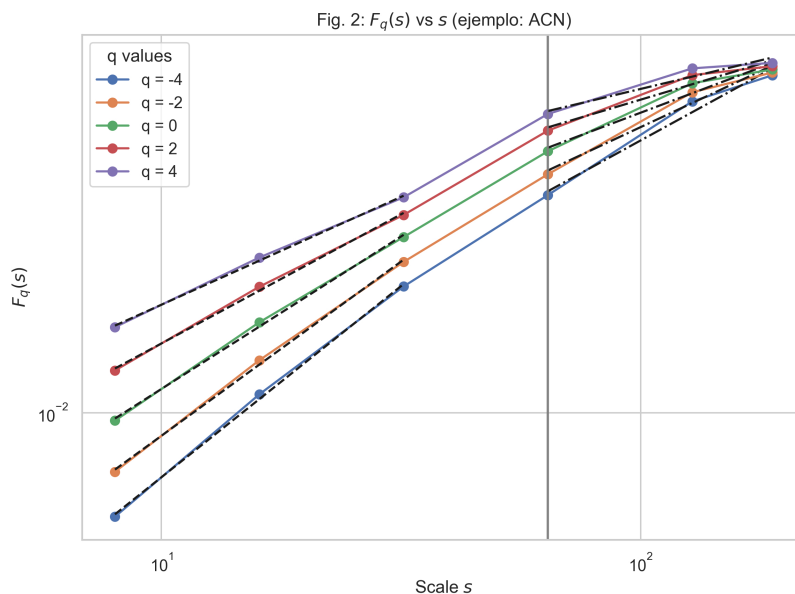


Figura 5: Fig. 2 — Ventana 3 años: $F_q(s)$ vs s (log–log).

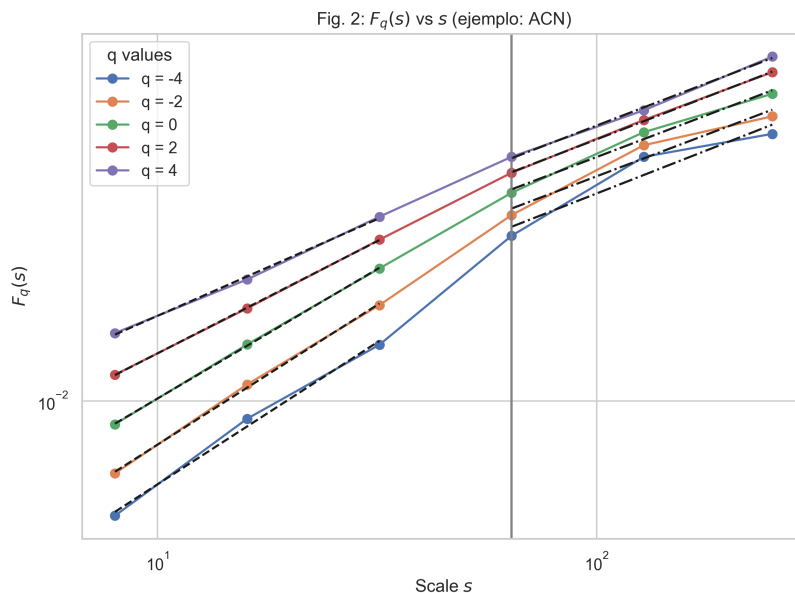


Figura 6: Fig. 2 — Ventana 4 años: $F_q(s)$ vs s (log–log).

Bloque Fig. 3: Retornos acumulados por factor (unifactorial). Al comparar factores, $M12$ y MRM lideran en gran parte del período; $M1$ es más cíclico; PAM mejora en tramos tendenciales;

RM refleja reversión marcada. El factor D por sí solo luce débil. Esto es consistente con la Tabla 3.

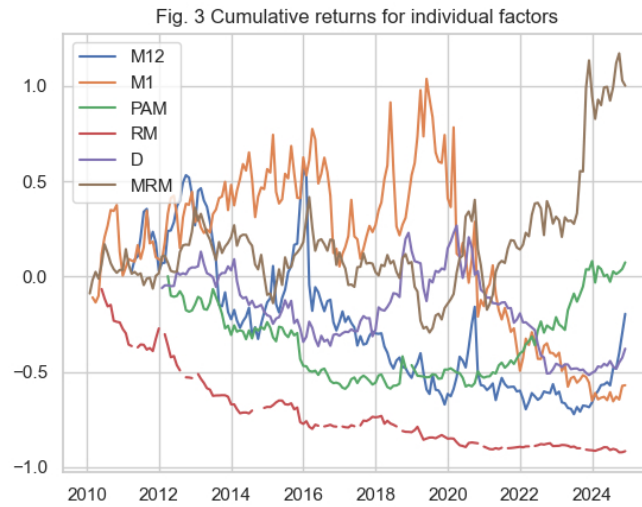


Figura 7: Fig. 3 — Ventana 2 años: retornos acumulados por factor.

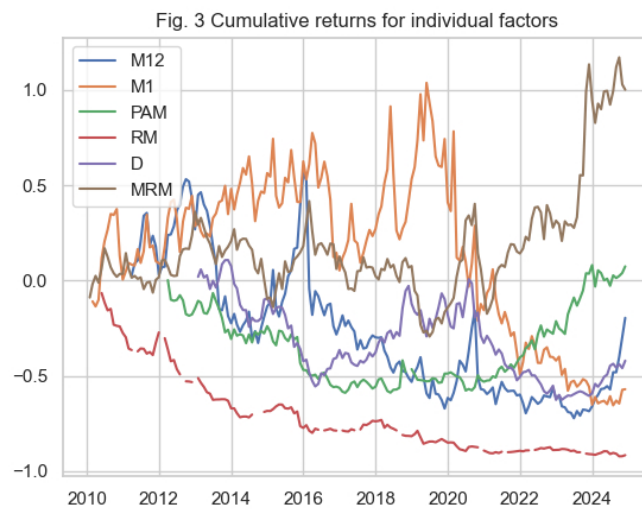


Figura 8: Fig. 3 — Ventana 3 años: retornos acumulados por factor.

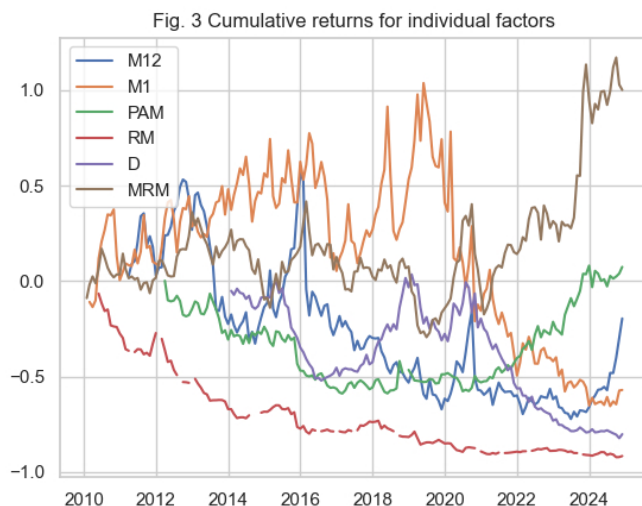


Figura 9: Fig. 3 — Ventana 4 años: retornos acumulados por factor.

Bloque Fig. 4: Retornos acumulados de carteras controladas. Cuando controlamos por el resto de factores, $M12$ y PAM conservan trayectorias positivas, mientras que $M1$ y D se mantienen débiles (véase también Tablas 4–6).

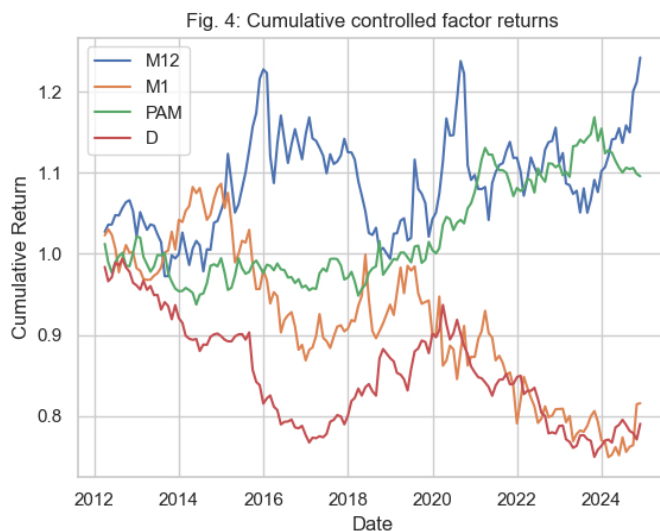


Figura 10: Fig. 4 — Ventana 2 años: retornos acumulados, factores controlados.

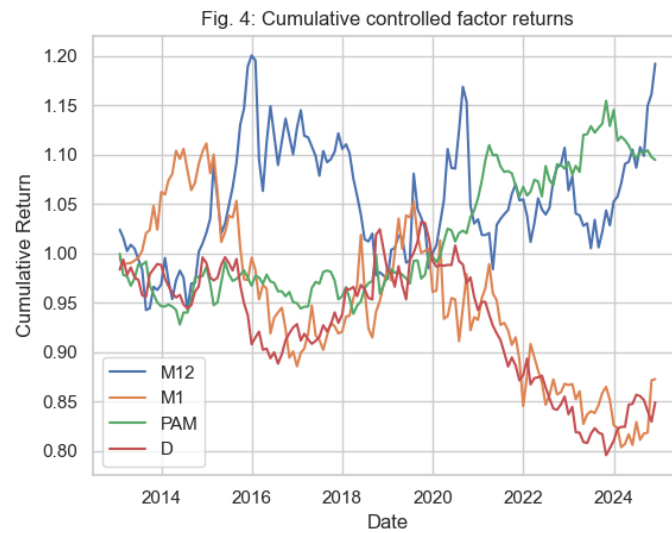


Figura 11: Fig. 4 — Ventana 3 años: retornos acumulados, factores controlados.

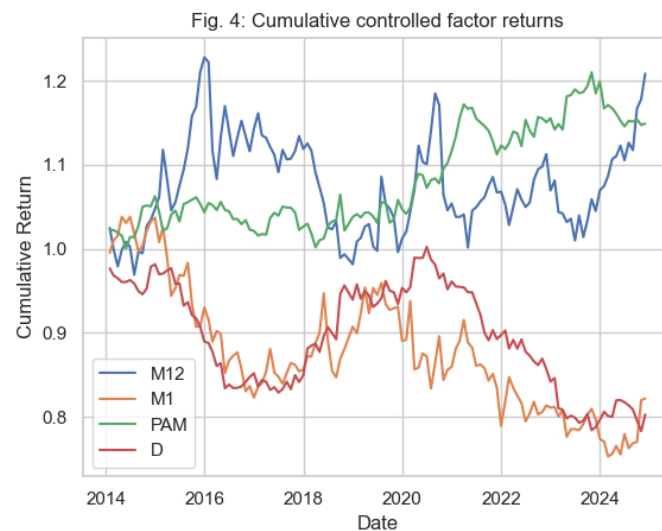


Figura 12: Fig. 4 — Ventana 4 años: retornos acumulados, factores controlados.

Bloque Fig. 5: Combinaciones $M12+D$ (trayectorias). Las mezclas con *pequeños* pesos de D tienden a mejorar a $M12$. Pesos altos de D degradan el desempeño, especialmente en entornos fuertemente tendenciales.

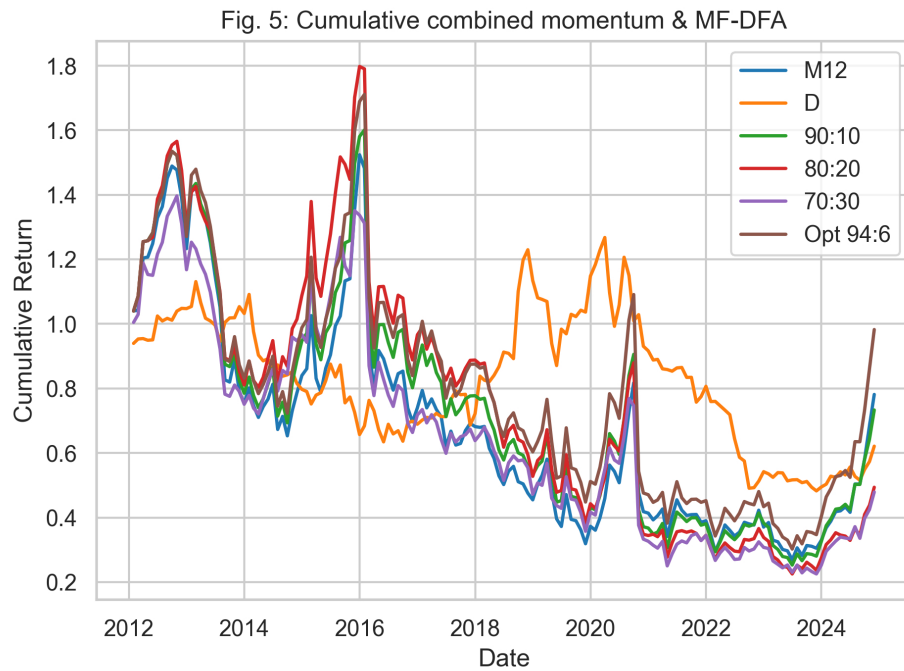


Figura 13: Fig. 5 — Ventana 2 años: combinaciones $M12+D$ (acumulado).

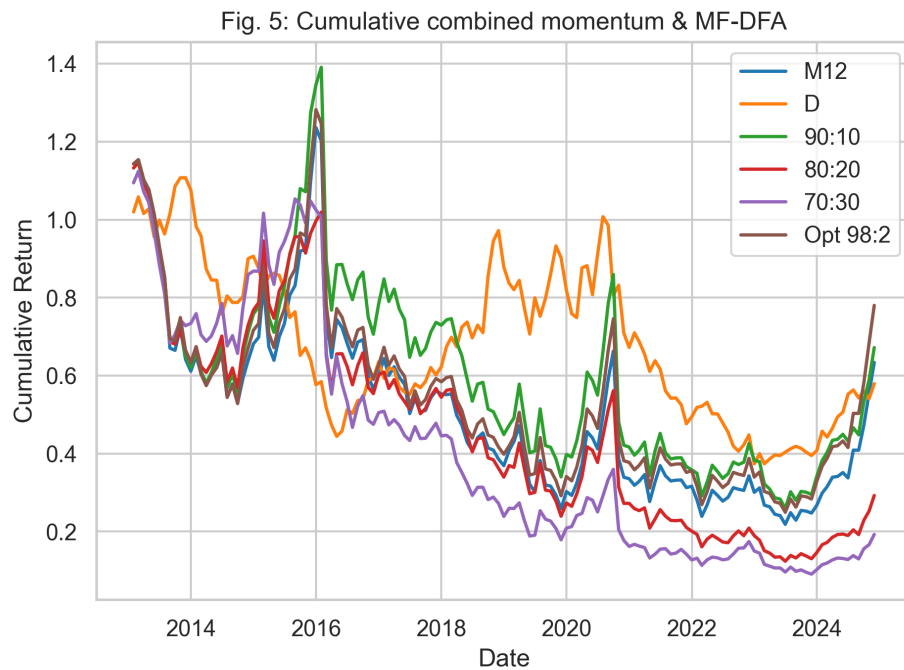


Figura 14: Fig. 5 — Ventana 3 años: combinaciones $M12+D$ (acumulado).

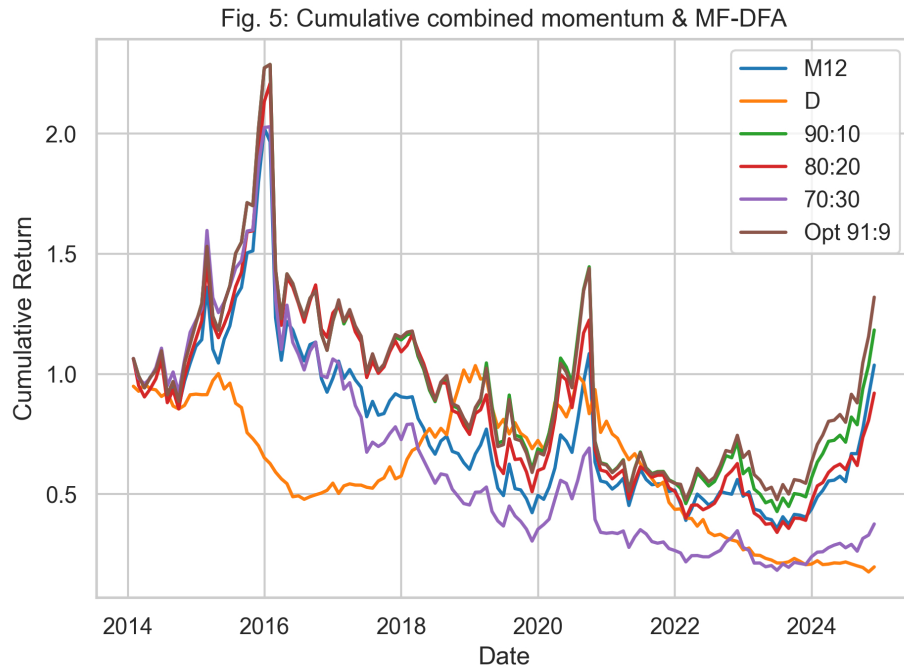


Figura 15: Fig. 5 — Ventana 4 años: combinaciones $M12+D$ (acumulado).

Bloque Fig. 6: Búsqueda del óptimo en la mezcla $M12+D$. Las curvas $\bar{R}_{\text{mensual}}(\alpha)$ confirman que el mejor α otorga un peso reducido a D : aprox. 6 % (2Y), 2 % (3Y) y 9 % (4Y). Esto coincide con las Tablas 7–9.

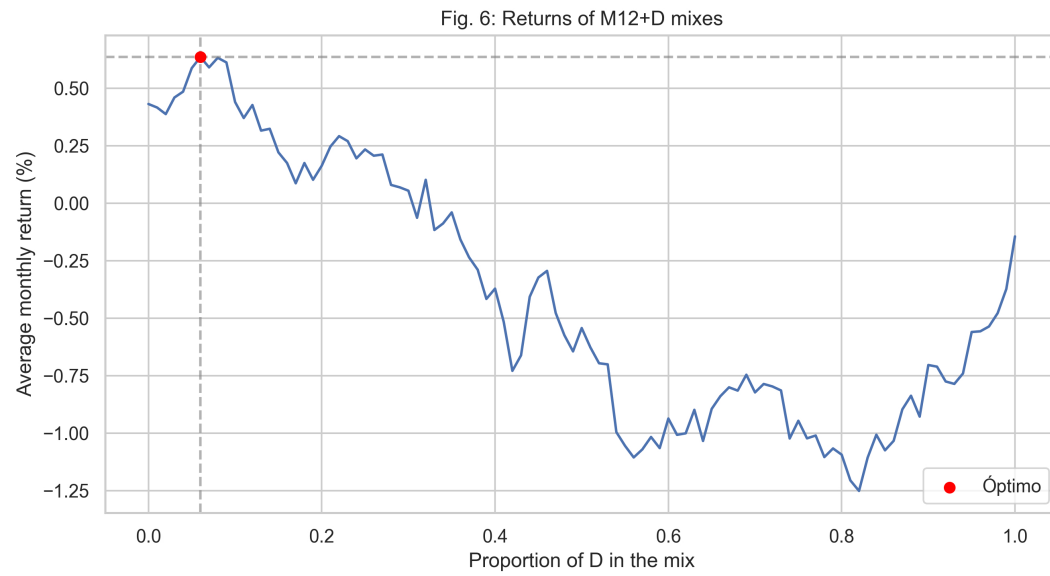


Figura 16: Fig. 6 — Ventana 2 años: retorno promedio vs proporción de D .

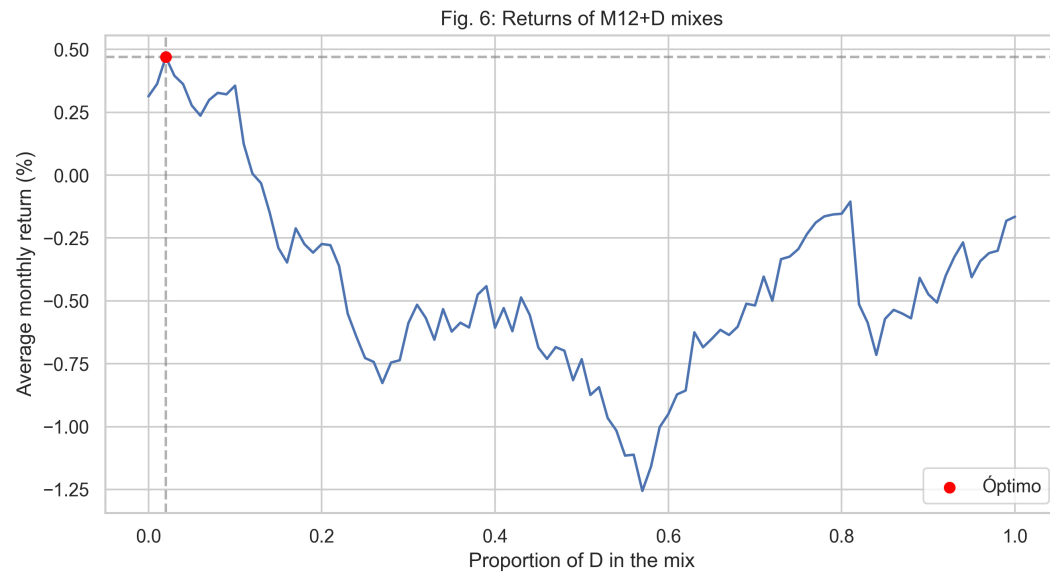


Figura 17: Fig. 6 — Ventana 3 años: retorno promedio vs proporción de D .

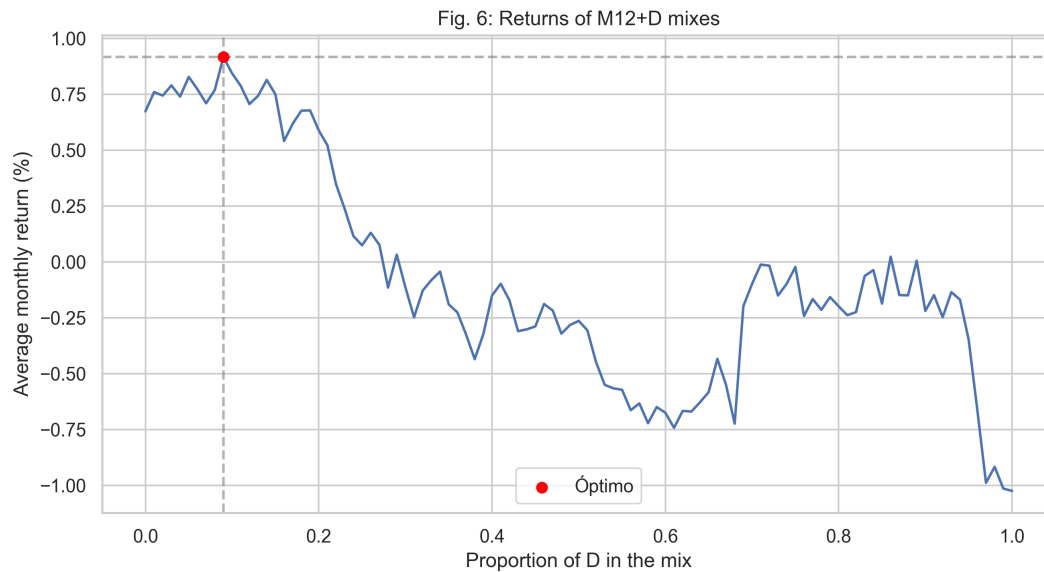


Figura 18: Fig. 6 — Ventana 4 años: retorno promedio vs proporción de D .

Discusión (síntesis de las figuras)

Las Figuras 1–2 validan la multifractalidad en las tres ventanas, lo que fundamenta el indicador D . Las Figuras 3–4 muestran que, tanto en versión *pura* como *controlada*, los factores **M12** y **PAM** concentran el desempeño positivo, mientras que **D** y **M1** son más débiles de forma sistemática. Finalmente, las Figuras 5–6 evidencian que **mezclas prudentes** $M12+D$ (con D entre 2 % y 9 % según ventana) mejoran el retorno medio respecto a $M12$ solo; en cambio, incrementos mayores en el peso de D deterioran el resultado. Estas lecturas son coherentes con las Tablas 2–9.

9. Conclusiones

1. **Evidencia de multifractalidad y motivación de D .** Las Figuras 1–2 confirman comportamiento multifractal en las tres ventanas móviles (2, 3 y 4 años). Este resultado valida conceptualmente el uso del indicador D como medida de ineficiencia fractal y justifica su evaluación conjunta con señales de *momentum*.
2. **Capacidad predictiva en corte transversal.** En la Tabla 2, el **M12** muestra el IC promedio más alto y un *hit rate* superior al 56 %, seguido por **PAM** con señales moderadas. **RM** es consistentemente negativo (coherente con reversión), y D presenta ICs negativos y *hit rates* inferiores a los del *momentum*, lo que sugiere que D puro no es un predictor stand-alone competitivo en este universo.
3. **Desempeño unifactorial.** La Tabla 3 y las Figuras 3 muestran que **M12** domina en rendimiento medio mensual (0.45 % con $\sigma \approx 0,105$ y Sharpe 0.043), **PAM** aporta de forma complementaria, **M1** es más cíclico y **RM** capta reversión de precio (rendimiento negativo). D por sí solo es débil en las tres ventanas (media negativa y Sharpe negativo), por lo que su rol es *aditivo* más que sustitutivo.
4. **Resultados controlados (tipo Fama–MacBeth).** En las Tablas 4–6, al controlar por los otros factores, **M12** mantiene medias positivas y **PAM** conserva señal; **M1** y D permanecen débiles. Esto refuerza la conclusión de que la *tendencia de 12 meses* es el principal motor sistemático del rendimiento dentro de este universo de ADRs.
5. **Combinación óptima $M12+D$.** La Tabla 7–9 y las Figuras 5–6 muestran que *pequeñas* ponderaciones de D mejoran a $M12$:

- **2 años:** óptimo $\approx 94:6$ con media 0,64 % y Sharpe 0,0581 (vs. 0,44 % y 0,0412 de M12).
- **3 años:** óptimo $\approx 98:2$ con media 0,47 % y Sharpe 0,0424 (vs. 0,31 % y 0,0286).
- **4 años:** óptimo $\approx 91:9$ con media 0,92 % y Sharpe 0,0807 (vs. 0,67 % y 0,0608).

La mejora es consistente en las tres ventanas y *mayor* con ventana de 4 años, donde el peso de D puede ser algo más alto (9 %) sin deteriorar el desempeño.

6. **Implicación práctica.** En este universo (61 ADRs, 2010–2024) y con el diseño *ex-skip* implementado, la recomendación operativa es **utilizar M12 como señal base y añadir D con peso reducido** (2–9 % según ventana), privilegiando la ventana de **4 años** cuando el objetivo es maximizar la media mensual y el Sharpe del portafolio long–short 10/10.
7. **Alcance.** Los hallazgos aplican al universo y período estudiados, con reglas fijas, evaluación *in-sample* y sin costos de transacción. En este marco, *la ineficiencia fractal funciona como filtro estabilizador* que mejora levemente la señal de tendencia anual, pero *no* reemplaza la potencia predictiva de M12.
8. **Aporte.** El trabajo replica y extiende la lógica de Dewandaru et al. (2015) en un universo de ADRs, muestra evidencia robusta de multifractalidad y cuantifica un *blend* óptimo sencillo $M12+D$, útil para implementación práctica y como línea base para futuras extensiones (pruebas *out-of-sample*, costos, otras combinaciones y neutralizaciones sectoriales).

10. Limitaciones

De acuerdo con los principios metodológicos para investigaciones cuantitativas Hernández Sampieri and Fernández Collado (2021), es pertinente explicitar los límites del diseño y del alcance de los hallazgos. En este estudio, las principales limitaciones son las siguientes:

- **Optimización *in-sample* del parámetro α en $M12+D$.** La proporción óptima entre $M12$ y D se determinó mediante una búsqueda en rejilla sobre la muestra común completa (Fig. 6), lo que implica riesgo de *sobreajuste* (*backtest overfitting*) y selección ex-post López de Prado (2018). No se realizó validación *out-of-sample* (OOS), por lo que la estabilidad del óptimo fuera de muestra no fue contrastada.
- **Ausencia de pruebas formales de significancia.** Los resultados se presentan con métricas descriptivas (media mensual, desviación, Sharpe e IC), pero no se reportan t -estadísticos, p -valores ni pruebas de diferencia de Sharpe. En consecuencia, las comparaciones deben interpretarse como *evidencia empírica indicativa*, no como inferencias estadísticas concluyentes.
- **Resultados brutos de costos de transacción.** No se incorporaron costos de negociación, *slippage*, costes de préstamo para cortos ni restricciones operativas (disponibilidad de *shorts*, límites de concentración, horquillas), por lo que las rentabilidades reportadas son *brutas*. Dado el esquema de *rebalanceo mensual* y la construcción long-short por deciles, la rotación podría ser relevante y reducir el desempeño neto.
- **Universo y potenciales sesgos de selección.** El análisis se circunscribe a 61 ADRs con series completas entre 2010–2024. El criterio de completitud puede introducir *survivorship bias*

(exclusión de emisores deslistados o con datos faltantes). Además, el tratamiento agregado por sectores/regiones impide identificar heterogeneidades específicas.

- **Elección de ventanas y sensibilidad del indicador D .** Se evaluaron tres longitudes (2, 3 y 4 años) para el MF-DFA. Aunque esto aporta evidencia comparativa, no se exploran otras longitudes posibles ni la sensibilidad a parámetros del propio MF-DFA (rango de escalas s , órdenes q más allá de ± 4 , definición del tramo de ajuste, potenciales *crossovers*). La señal D mostró dependencia del *lookback*, lo que sugiere una calibración sensible al régimen de mercado.
- **Definiciones de IC y estandarización.** El IC se calculó con correlación de Pearson sobre *z-scores cross-sectional* mensuales; otras definiciones (por ejemplo, Spearman, *rank IC*) podrían alterar la magnitud y la significancia de los resultados. La normalización por mes mitiga efectos de escala, pero no garantiza robustez frente a valores atípicos (no se aplicó winsorización/recorte sistemático).
- **Control de exposiciones y riesgos sistemáticos.** Aunque se incluyeron análisis “controlados” por factores, no se reportan coeficientes ni contrastes Fama–MacBeth con inferencia formal. Tampoco se neutralizaron de manera explícita exposiciones a factores de mercado/carácter (p. ej., tamaño, valor, calidad) ni posibles efectos de divisa implícitos en los ADRs listados en USD.
- **Medidas de riesgo acotadas.** No se calcularon métricas como *maximum drawdown* (MDD) o Calmar para el blend óptimo (ni para otros mixes). Las conclusiones de riesgo se basan en desviación estándar y Sharpe, que no capturan asimetrías ni colas gruesas.

- **Especificaciones de cartera simplificadas.** La construcción por deciles (top/bottom 10 %) con pesos equiponderados $\pm 1/k$ (donde $k \approx 0,10 N_T$) ignora límites de capacidad, liquidez y costos diferenciales entre nombres. En universos reducidos, el tamaño efectivo de la cartera puede acentuar el riesgo idiosincrático.
- **Falta de benchmark externo.** No se contrastó el desempeño contra una referencia de mercado o una combinación de factores estándar; por tanto, las mejoras se interpretan de forma *interna* (entre estrategias), no frente a un portafolio *benchmark*.
- **Replicabilidad y portabilidad.** La fuente de datos (Economática) y las transformaciones implementadas en Python garantizan trazabilidad interna, pero terceros necesitarían acceso equivalente a la base de datos y al código para *replicar* íntegramente los resultados.

En conjunto, estas limitaciones no invalidan la evidencia presentada, pero acotan su interpretación. En línea con Hernández Sampieri and Fernández Collado (2021), se sugiere que futuras investigaciones incorporen validación OOS, costos de transacción, pruebas de significancia, análisis por subperíodos y sensibilidad ampliada de parámetros del MF-DFA, además de contrastes frente a un *benchmark* externo.

Referencias

- Alvarez-Ramirez, J. e. a. (2008). Multifractal hurst analysis of crude oil prices. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 387(15):3853–3859.
- Asness, C. S., Moskowitz, T. J., and Pedersen, L. H. (2013). Value and momentum everywhere. *Journal of Finance*, 68(3):929–985.
- Balvers, R. J. and Wu, Y. (2006). Momentum and mean reversion across national equity markets. *Journal of Empirical Finance*, 13(1):24–48.
- Calvet, L. E. and Fisher, A. J. (2002). Multifractality in asset returns: Theory and evidence. *Review of Economics and Statistics*, 84(3):381–406.
- Czarnecki, K. e. a. (2015). Multifractal features of stock market indices. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 421:231–240.
- De Bondt, W. and Thaler, R. (1985). Does the stock market overreact? *Journal of Finance*, 40(3):793–805.
- Dewandaru, G., Masih, R., Bacha, O. I., and Masih, M. M. (2015). Developing trading strategies based on fractal finance: An application of mf-dfa in the context of islamic equities. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 438:223–235.
- Di Matteo, T. (2007). Multi-scaling in finance. *Quantitative Finance*, 7(1):21–36.
- Fama, E. F. (1970). Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *Journal of Finance*, 25(2):383–417.

- Gagnon, J. E. and Karolyi, G. A. (2010). Multinational financial management: A practical guide. *Journal of International Money and Finance*, 29(3):619–639.
- Griffin, J. M., Ji, X., and Martin, J. S. (2003). Momentum investing and business cycle risk: Evidence from pole to pole. *Journal of Finance*, 58(6):2515–2547.
- Hernández Sampieri, R. and Fernández Collado, Carlos y Baptista Lucio, P. (2021). *Metodología de la investigación*. McGraw-Hill, Ciudad de México, 7 edition.
- Jegadeesh, N. and Titman, S. (1993). Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency. *Journal of Finance*, 48(1):65–91.
- Jiang, Z.-Q. e. a. (2012). Multifractality in stock indexes: A comparative study between china and the us. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 391(21):4726–4739.
- Kantelhardt, J. W., Zschiegner, S. A., Koscielny-Bunde, E., Havlin, S., Bunde, A., and Stanley, H. E. (2002). Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 316(1-4):87–114.
- Kumar, A. and Lee, C. M. C. (2006). Retail investor sentiment and return comovements. *Journal of Finance*, 61(5):2451–2486.
- Lakonishok, J., Shleifer, A., and Vishny, R. W. (1994). Contrarian investment, extrapolation, and risk. *Journal of Finance*, 49(5):1541–1578.
- Levy Yeyati, E. e. a. (2009). Financial globalization and monetary policy. *Journal of International Economics*, 78(2):294–301.

- Lo, A. W. (2004). The adaptive markets hypothesis. *Journal of Portfolio Management*, 30(5):15–29.
- López de Prado, M. (2018). *Advances in Financial Machine Learning*. Wiley.
- Mandelbrot, B. B. (1997). *Fractals and scaling in finance: Discontinuity, concentration, risk*. Springer.
- Morales, R. e. a. (2012). Multifractal characterization of mexican and american stock markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 391:6695–6704.
- Novy-Marx, R. (2013). The other side of value: The gross profitability premium. *Journal of Financial Economics*, 108(1):1–28.
- OMS (2021). Cambio climático y salud. <https://www.who.int/es/news-room/fact-sheets/detail/climate-change-and-health>.
- ONU (s. f.). Acción por el clima, el acuerdo de París. (Consultado el 22 de Abril 2023) <https://www.un.org/es/climatechange/paris-agreement>.
- Pernigotti, D., Stonham, C., Panigone, S., Sandri, F., Ferri, R., Unal, Y., and Roche, N. (2021). Reducing carbon footprint of inhalers: Analysis of climate and clinical implications of different scenarios in five european countries. *BMJ Open Respiratory Research*, 8.
- Peters, E. E. (1994). *Fractal Market Analysis: Applying Chaos Theory to Investment and Economics*. John Wiley & Sons.
- Rouwenhorst, K. G. (1999). Local return factors and turnover in emerging stock markets. *Journal of Finance*, 54(4):1439–1464.

- Wang, G.-J. e. a. (2012). Multifractal detrended cross-correlation analysis for financial markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 391(11):3518–3529.
- Wang, G.-J. e. a. (2013). Multifractality in stock indices of the world's major markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 392(17):3715–3724.
- Yu, Y. e. a. (2020). Momentum meets multifractal: A new strategy for stock selection. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 545.
- Zhang, X. e. a. (2021). An integrated multifractal and momentum-based trading strategy. *Expert Systems with Applications*, 180.
- Zunino, L. e. a. (2008). Multifractal structure in financial time series. *Chaos, Solitons & Fractals*, 39(1):80–88.