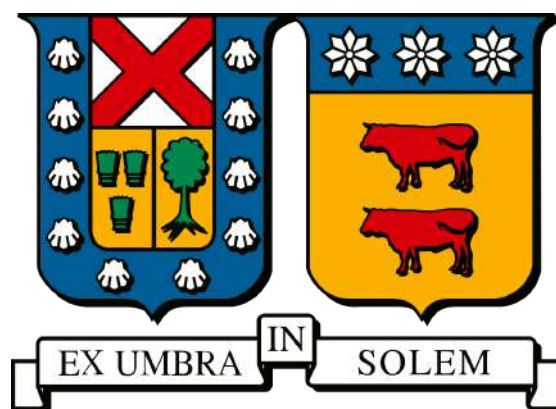


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA



“Uso de modelos a escala reducida para la evaluación transitoria de puestas a tierra en escala real”

Daniel Ignacio Torres Molina

**MEMORIA DE TITULACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO ELECTRICISTA**

Profesor patrocinante 1: Johny Hernán Montaña Chaparro
Profesor patrocinante 2: Alejandro Alberto Angulo Cárdenas

3 de agosto de 2023

Resumen Ejecutivo

El presente documento tiene como finalidad presentar los resultados teóricos y experimentales del comportamiento transitorio de modelos de puesta a tierra a escala reducida, con el fin de obtener respuestas representativas a escala real. Se analizaron cinco configuraciones distintas: electrodo vertical, horizontal, triangular, malla simple y malla compuesta.

La modelación teórica se llevó a cabo mediante la implementación en *Matlab* de un código basado en el método electromagnético híbrido. Con el objetivo de obtener resultados más precisos y acercados a la realidad, se realizó un análisis considerando la variación de los parámetros relevantes del medio conductivo, como la conductividad y la permitividad, en función de la frecuencia.

Los ensayos experimentales se llevaron a cabo en el laboratorio de alta tensión de la universidad. Se montó un circuito que incluía un generador de impulsos, instrumentos de medición, un recipiente metálico y las probetas a escala reducida de las puestas a tierra. Para estos ensayos, se utilizó agua del grifo como medio conductivo. Durante las pruebas, se recopilaron las señales transitorias de corriente y tensión, lo que permitió obtener el comportamiento transitorio de la impedancia en cada una de las configuraciones.

Los resultados teóricos y experimentales fueron contrastados mediante el cálculo de la diferencia absoluta de la magnitud y el ángulo de la impedancia en puntos de frecuencia relevantes. Se constató que la magnitud de la impedancia presentó una diferencia absoluta promedio de 9.46 [Ω] entre ambos métodos de modelación. Por otro lado, en cuanto al ángulo de la impedancia, los resultados transitorios fueron prácticamente idénticos, con una diferencia absoluta promedio de 1.59°.

En base al procedimiento de escalamiento de puestas a tierra, se decidió implementar un modelo a escala real de la configuración de electrodo vertical con el fin de validar la respuesta transitoria de las configuraciones a escala reducida. El escalamiento de la configuración se llevó a cabo utilizando un factor de escalamiento $n = 10$, el cual permitió ajustar las propiedades físicas y electromagnéticas del sistema real a una versión a escala reducida. Al comparar los resultados transitorios de la impedancia en ambos casos, se obtuvo una ligera diferencia absoluta en la magnitud de la impedancia, lo que conlleva a un comportamiento similar entre ambas curvas. Sin embargo, en el caso del ángulo de la impedancia, resultó difícil realizar una comparación debido a los efectos inductivos presentes en la respuesta obtenida mediante el modelo a escala real.

Índice General

1	Introducción	7
1.1	Justificación del tema	7
1.2	Objetivos de la memoria	8
1.3	Estructura de la memoria	8
2	Marco Teórico	9
2.1	Introducción	9
2.2	Puesta a tierra	9
2.3	Descargas atmosféricas	9
2.4	Generador de tensión tipo impulso	10
2.5	Métodos de modelado de sistemas de puesta a tierra	11
2.5.1	Modelo de circuitos eléctricos	11
2.5.2	Modelo de líneas de transmisión	12
2.5.3	Modelo electromagnético	12
2.5.4	Modelo electromagnético híbrido	12
3	Modelo electromagnético híbrido	13
3.1	Condiciones del medio	13
3.2	Factores de la configuración	13
3.3	Fuentes de corriente	13
3.3.1	Fuente de corriente longitudinal	14
3.3.2	Fuente de corriente transversal	14
3.4	Impedancias de acople	14
3.4.1	Impedancia Longitudinal	14
3.4.2	Impedancia Transversal	15
3.5	Eliminación de la frontera	16
3.5.1	Impedancia Longitudinal considerando el método de imágenes	16
3.5.2	Impedancia Transversal considerando el método de imágenes	17
3.6	Sistema matricial y relaciones circuitales	17
4	Modelamiento del medio	19
4.1	Parámetros del terreno constantes	20
4.2	Parámetros del terreno variables	20
4.3	Obtención experimental de los parámetros del medio	20
5	Procedimiento de escalamiento de puestas a tierra	21
5.1	Análisis del comportamiento electromagnético	21
5.2	Relación de parámetros	23
6	Banco de pruebas	24
6.1	Layout de la modelación a escala reducida	24
6.2	Layout de la modelación a escala real	24
6.3	Fuente de tensión continua	26

6.4	Generador de impulsos móvil 60 [kV]	26
6.4.1	Espinterómetro	26
6.4.2	Resistencias de carga, frente y cola	27
6.4.3	Capacitor de impulso y carga	27
6.5	Probetas de puesta a tierra	27
6.6	Medio conductivo	28
6.7	Receptáculo del medio conductivo	28
6.8	Medición de tensión y corriente	28
7	Resultados experimentales	29
7.1	Metodología experimental de puestas a tierra	29
7.1.1	Construcción del modelo	29
7.1.2	Realización de las mediciones	30
7.1.3	Análisis e interpretación de resultados	31
7.2	Electrodo vertical	32
7.3	Electrodo horizontal	34
7.4	Electrodo triangular	36
7.5	Malla simple	37
7.6	Malla compuesta	39
8	Simulación de las configuraciones	40
8.1	Definición de los conductores y puntos de inyección de corriente	41
8.2	Electrodo vertical	41
8.3	Electrodo horizontal	43
8.4	Electrodo triangular	45
8.5	Malla simple	46
8.6	Malla compuesta	48
9	Comparación teórico-experimental	50
9.1	Electrodo vertical	50
9.2	Electrodo horizontal	52
9.3	Electrodo triangular	53
9.4	Malla simple	54
9.5	Malla compuesta	55
10	Impedancia experimental a escala real y reducida	57
10.1	Metodología experimental a escala real	57
10.1.1	Construcción del modelo	58
10.1.2	Realización de las mediciones	58
10.2	Electrodo vertical a escala real	59
10.3	Metodología experimental a escala reducida	61
10.3.1	Realización de las mediciones	61
10.4	Electrodo vertical a escala reducida	61
10.5	Comparación de los resultados experimentales a escala	63
11	Conclusiones	65

12 Anexos	70
12.1 Banco de pruebas	70
12.2 Resultados experimentales	73
12.3 Imágenes de interés	77
12.4 Codigos implementados en <i>Matlab</i>	78
12.4.1 Análisis de parámetros transitorios experimentales	78
12.4.2 Simulación computacional	80

Índice de Figuras

1	Esquemas básicos de un generador de impulsos.	10
2	Disposición de los equipos en el laboratorio de alta tensión [cm].	24
3	Disposición de los equipos en la zona de piscina [cm].	25
4	Generador de impulsos móvil de 60 [kV].	26
5	Esquema de conexión de los elementos de medición en el circuito.	30
6	Dimensiones sumergidas en el agua [mm] para cada probeta de puesta a tierra.	31
7	Comportamiento de la impedancia del electrodo vertical en función de la frecuencia.	33
8	Señales transitorias de tensión y corriente medidas en el ensayo del electrodo vertical.	34
9	Comportamiento de la impedancia del electrodo horizontal en función de la frecuencia.	35
10	Comportamiento de la impedancia del electrodo triangular en función de la frecuencia.	36
11	Comportamiento de la impedancia de la malla simple en función de la frecuencia.	38
12	Comportamiento de la impedancia de la malla compuesta en función de la frecuencia.	39
13	Variación de los parámetros del medio en función de la frecuencia.	41
14	Comportamiento de la impedancia del electrodo vertical en función de la frecuencia.	42
15	Comportamiento de la impedancia del electrodo horizontal en función de la frecuencia.	44
16	Comportamiento de la impedancia del electrodo triangular en función de la frecuencia.	45
17	Comportamiento de la impedancia de la malla simple en función de la frecuencia.	47
18	Comportamiento de la impedancia de la malla compuesta en función de la frecuencia.	48
19	Comparación gráfica teórico-experimental del electrodo vertical.	50
20	Comparación gráfica teórico-experimental del electrodo horizontal.	52
21	Comparación gráfica teórico-experimental del electrodo triangular.	53
22	Comparación gráfica teórico-experimental de la malla simple.	54
23	Comparación gráfica teórico-experimental de la malla compuesta.	55
24	Magnitud de impedancia electrodo vertical.	59
25	Señales transitorias de tensión y corriente medidas en el ensayo a escala real.	60
26	[Magnitud de impedancia electrodo vertical.	62
27	Señales transitorias de tensión y corriente medidas en el ensayo a escala reducida.	63
28	Magnitudes de la impedancia electrodo vertical.	64
29	Generador de tensión continua KEITHLEY 247 High Voltage Supply.	70
30	Espinterómetro utilizado en el generador de impulsos móvil.	70
31	Electrodos a escala reducida utilizados en las pruebas de impulso.	71
32	Conductivímetro <i>WTW Cond 3110</i>	71
33	Receptáculos del medio conductivo utilizados.	72
34	Instrumentos de medición de tensión y corriente del circuito.	72
35	Osciloscopio <i>Tektronix DPO 3014 Digital Phosphor</i>	72
36	Señales transitorias medidas con la pinza de tensión (verde) y R_{shunt} (celeste), caso electrodo vertical.	73
37	Señales transitorias medidas con la pinza de tensión (verde) y R_{shunt} (celeste), caso electrodo horizontal.	73

38	Señales transitorias de tensión y corriente medidas en el ensayo del electrodo horizontal.	74
39	Señales transitorias medidas con la pinza de tensión (verde) y R_{shunt} (celeste), caso electrodo triangular.	74
40	Señales transitorias de tensión y corriente medidas en el ensayo del electrodo triangular.	75
41	Señales transitorias medidas con la pinza de tensión (verde) y R_{shunt} (celeste), caso malla simple.	75
42	Señales transitorias de tensión y corriente medidas en el ensayo de la malla simple.	76
43	Señales transitorias medidas con la pinza de tensión (verde) y R_{shunt} (celeste), caso malla compuesta.	76
44	Señales transitorias de tensión y corriente medidas en el ensayo de la malla compuesta.	77
45	Disposición experimental probetas de puesta a tierra a escala reducida.	77
46	Ensayo experimental puesta a tierra a escala real.	78

Índice de Tablas

1	Cálculo del T_f y T_c considerando elementos del circuito.	11
2	Resistencias utilizadas en el generador de impulsos móvil.	27
3	Capacitores utilizados en el generador de impulsos móvil.	27
4	Condiciones ambientales en el laboratorio.	30
5	Propiedades físicas de interés del agua potable.	30
6	Parámetros de interés en el ensayo del electrodo vertical.	32
7	Parámetros principales de las señales transitorias en el ensayo del electrodo vertical.	34
8	Parámetros de interés en el ensayo del electrodo horizontal.	35
9	Parámetros principales de las señales transitorias en el ensayo del electrodo horizontal.	36
10	Parámetros de interés en el ensayo del electrodo triangular.	36
11	Parámetros principales de las señales transitorias en el ensayo del electrodo triangular.	37
12	Parámetros de interés en el ensayo de la malla simple.	37
13	Parámetros principales de las señales transitorias en el ensayo de la malla simple.	39
14	Parámetros de interés en el ensayo de la malla compuesta.	39
15	Parámetros principales de las señales transitorias en el ensayo de la malla compuesta.	40
16	Diferencia absoluta entre los parámetros de interés de la simulación del electrodo vertical.	43
17	Diferencia absoluta entre los parámetros de interés de la simulación del electrodo horizontal.	45
18	Diferencia absoluta entre los parámetros de interés de la simulación del electrodo triangular.	46
19	Diferencia absoluta entre los parámetros de interés de la simulación de la malla simple.	48
20	Diferencia absoluta entre los parámetros de interés de la simulación de la malla compuesta.	49
21	Magnitudes de la impedancia del electrodo vertical a diferentes frecuencias.	51

22	Ángulos de impedancia del electrodo vertical a diferentes frecuencias.	51
23	Magnitudes de la impedancia del electrodo horizontal a diferentes frecuencias. . . .	52
24	Ángulos de las impedancias del electrodo horizontal a diferentes frecuencias.	53
25	Magnitudes de la impedancia del electrodo triangular a diferentes frecuencias. . . .	53
26	Ángulos de la impedancia del electrodo triangular a diferentes frecuencias.	54
27	Magnitudes de la impedancia de la malla simple a diferentes frecuencias.	55
28	Ángulos de la impedancia de la malla simple a diferentes frecuencias.	55
29	Magnitudes de la impedancia de la malla compuesta a diferentes frecuencias.	56
30	Ángulos de la impedancia de la malla compuesta a diferentes frecuencias.	56
31	Condiciones ambientales en la zona de piscina.	58
32	Propiedades físicas de interés del agua potable de la piscina.	59
33	Parámetros principales de las señales transitorias en el ensayo a escala real.	60
34	Condiciones ambientales en el laboratorio.	61
35	Propiedades físicas de interés del agua potable con sal.	61
36	Parámetros principales de las señales transitorias en el ensayo del electrodo vertical. .	63
37	Magnitudes de la impedancia del electrodo vertical a diferentes frecuencias.	64

1. Introducción

1.1. Justificación del tema

En general, se han realizado escasos estudios centrados en la respuesta en frecuencia de modelos de puestas a tierra a escala reducida frente a excitaciones transitorias. La mayoría de los artículos relacionados con este tema, se enfocan en los fenómenos de impedancia a frecuencia industrial o se limitan únicamente en definir la característica de la impedancia del impulso [1]. Durante el último período, la investigación teórica sobre puestas a tierra ha experimentado un mayor desarrollo en comparación con el estudio y prueba experimental. No obstante, se considera que este último enfoque es más eficaz y preciso que la teoría, aunque no ha logrado una evolución significativa en sus metodologías [2].

Ante esta situación, surge la necesidad de desarrollar un método de modelación a escala reducida para configuraciones sencillas de electrodos de puesta a tierra, tales como el electrodo vertical, horizontal, triangular y mallas. Este método permitirá llevar a cabo un análisis exhaustivo del comportamiento de la impedancia de puesta a tierra en el dominio de la frecuencia. Debido a la escasez de estudios en la literatura actual sobre pruebas transitorias de impedancia de puestas a tierra a escala reducida, una investigación exhaustiva en este tema podría llevar a innovaciones en el campo de la Alta Tensión. Al comparar la modelación a escala reducida con la modelación a escala real, se pueden destacar las siguientes ventajas:

- La implementación del método de modelación a escala reducida permite reducir los costos experimentales en comparación con las pruebas de campo. Actualmente, realizar pruebas experimentales implica desplazarse al lugar donde se encuentra la puesta a tierra con los equipos de prueba y medición necesarios, lo cual implica gastos considerables. En cambio, con la modelación a escala reducida, se puede replicar la configuración de la puesta a tierra en un entorno de laboratorio y realizar las pruebas de manera más económica.
- La construcción de un modelo a escala reducida es significativamente más económica que la de un modelo a tamaño real. Además, permite realizar pruebas y ajustes previos antes de llegar al diseño final, lo que reduce considerablemente la posibilidad de errores y revisiones costosas.
- La experimentación en condiciones de laboratorio ofrece la ventaja de tener un control total sobre todas las variables que afectan el comportamiento del sistema en estudio. Esto incluye la resistividad, salinidad, humedad y compactación del terreno, así como la corriente de falla aplicada al electrodo de prueba.
- La experimentación controlada de puestas a tierra a escala reducida permite validar métodos de modelación numérica, lo que facilita el ajuste y mejora del modelo computacional utilizado. Esto garantiza la precisión y confiabilidad de las simulaciones, asegurando su aplicabilidad práctica.

1.2. Objetivos de la memoria

El presente documento tiene como objetivo principal **“determinar la impedancia de configuraciones simples de electrodos de puesta a tierra, mediante pruebas experimentales y simulación computacional utilizando modelos a escala reducida”**. Además, se plantearon los siguientes objetivos específicos:

- Realizar una revisión bibliográfica del estado del arte referente al análisis de puestas a tierra y su modelamiento a escala reducida ante excitaciones en régimen estable y transitorio.
- Implementar un modelo basado en el método electromagnético híbrido con el fin de obtener la respuesta en frecuencia de las configuraciones de puesta a tierra a escala real y reducida mediante simulación computacional.
- Seleccionar las configuraciones de los electrodos de puesta a tierra, características del receptáculo y el medio a utilizar en la modelación de puestas a tierra a escala reducida para realizar pruebas experimentales.
- Contrastar los resultados de los ensayos realizados a escala reducida con los obtenidos mediante simulación, con el propósito de efectuar ajustes en el modelo computacional implementado y justificar los resultados simulados de las geometrías a escala real.

1.3. Estructura de la memoria

El presente trabajo de memoria está estructurado de la siguiente forma:

1. En primer lugar, se presenta el marco teórico en donde se dan a conocer ciertas definiciones y parámetros relevantes a la hora de estudiar las puestas a tierra.
2. Profundización en el modelo electromagnético híbrido, el cual es el modelo teórico implementado para el desarrollo de las simulaciones computacionales.
3. Presentación de la metodología utilizada para la modelación de los parámetros relevantes del medio conductivo respecto a la frecuencia.
4. Explicación del procedimiento de escalamiento de puestas a tierra y del factor de escalamiento n utilizado.
5. Descripción del banco de pruebas utilizado en los ensayos a escala real y reducida.
6. Presentación de los resultados teóricos transitorios de la impedancia para cada una de las cinco configuraciones de puesta a tierra bajo prueba.
7. Presentación de los resultados experimentales transitorios de la impedancia para cada una de las cinco configuraciones de puesta a tierra bajo prueba.
8. Contrastación de los resultados obtenidos mediante los métodos de modelación teórica y experimental de las configuraciones de puesta a tierra.
9. Validación del procedimiento de escalamiento de puestas a tierra mediante la prueba experimental de la configuración de electrodo vertical.
10. Conclusiones de cada uno de los procedimientos teóricos y experimentales realizados.
11. Presentación de imágenes relevantes, códigos de simulación y del paper realizado en base a este estudio.

2. Marco Teórico

2.1. Introducción

El análisis previo de las medidas y procedimientos de seguridad en una instalación eléctrica es esencial para garantizar la protección de las personas y los equipos. Los fenómenos transitorios, como las descargas atmosféricas, pueden causar daños temporales o permanentes en las instalaciones y su entorno. Por lo tanto, es crucial implementar medidas adecuadas para minimizar los riesgos y salvaguardar a las personas y los equipos. Entre las principales medidas de mitigación se encuentran los pararrayos y las puestas a tierra. Un diseño adecuado de estos mecanismos, siguiendo las normas eléctricas vigentes, reduce considerablemente el riesgo de accidentes graves, protegiendo tanto los equipos como la vida de las personas.

2.2. Puesta a tierra

El concepto de puesta a tierra, según [3], se refiere al conjunto de elementos que incluye conductores equipotenciales en contacto eléctrico con el suelo o una masa metálica de referencia común. Su principal objetivo es establecer un camino de baja impedancia para facilitar el flujo de corrientes de falla hacia tierra de manera eficiente. Este sistema está compuesto por electrodos, conexiones y cables enterrados.

Los objetivos secundarios para la implementación de la puesta a tierra son los siguientes:

- Proteger a las personas y equipos ante condiciones adversas que puedan presentarse en el sistema eléctrico, como las descargas eléctricas atmosféricas.
- Evitar sobretensiones y diferencias de potencial peligrosos en el sistema eléctrico, garantizando un correcto funcionamiento de los equipos eléctricos y reduciendo el riesgo de daños o lesiones.
- Proporcionar un potencial de referencia estable y confiable para los distintos equipos eléctricos en una instalación, asegurando un correcto funcionamiento.

El comportamiento de las puestas a tierra varía significativamente entre perturbaciones de baja frecuencia y fenómenos transitorios o de alta frecuencia. Esto debido a los efectos inductivos y capacitivos que pueden manifestarse en el sistema bajo análisis. El estudio de este fenómeno es fundamental para mejorar el rendimiento y diseño de este mecanismo, y puede llevarse a cabo mediante métodos numéricos de modelación y experimentación controlada.

2.3. Descargas atmosféricas

Las descargas atmosféricas [3], más comúnmente conocidas como rayos, son fenómenos físicos que se caracterizan por una transferencia de carga eléctrica de una nube hacia la tierra, de la tierra hacia la nube, entre dos nubes, en el interior de una nube o de la nube hacia la ionosfera. Cuando un rayo impacta en la tierra, se genera un pulso electromagnético de gran magnitud que puede afectar áreas a kilómetros de distancia del lugar de impacto. Además, se producen sobretensiones y corrientes de gran intensidad que se propagan a través del terreno afectado.

La necesidad de investigar este fenómeno ha permitido la caracterización, modelado e incluso localización de las zonas de impacto de las descargas eléctricas. Dos parámetros clave en la caracterización de un rayo son el tiempo de frente (T_f) y el tiempo de cola (T_c) [4]. El tiempo de frente

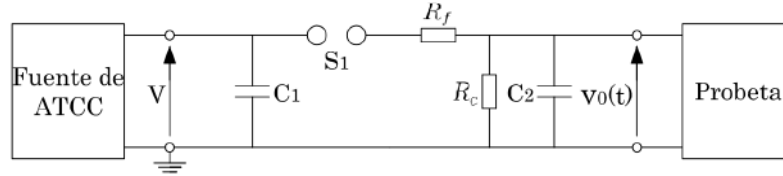
(T_f) hace referencia a la duración aproximada que lleva la señal del rayo en alcanzar su punto máximo, mientras que el tiempo de cola (T_c) indica el tiempo que tarda la señal en disminuir hasta el 50 % de su amplitud máxima. Estos parámetros son fundamentales para comprender y analizar la forma de onda de la descarga eléctrica y su comportamiento temporal.

El continuo estudio sobre los rayos es crucial para prevenir sus efectos dañinos en las personas, los equipos eléctricos, las infraestructuras y la naturaleza, incluyendo los incendios forestales. Esta investigación nos ayuda a comprender mejor estos fenómenos y a desarrollar medidas de prevención más efectivas, protegiendo así a las personas y al medio ambiente.

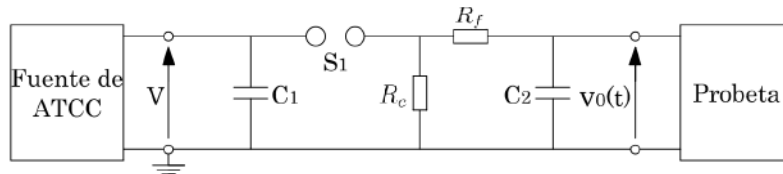
2.4. Generador de tensión tipo impulso

El generador de tensión tipo impulso [4] [6] consta principalmente de elementos resistivos y capacitivos dispuestos en dos circuitos separados por un espinterómetro. En el primer circuito, llamado circuito de carga, esta conformado por una fuente de tensión continua y el capacitor C_1 . En el segundo circuito, denominado circuito de descarga, se encuentran los componentes resistivos (R_f y R_c) y el capacitor C_2 . Las probetas que se desean estudiar se conectan a esta parte del circuito.

El equipo funciona mediante la carga del capacitor C_1 a través de una fuente de tensión continua. Una vez que el capacitor C_1 ha alcanzado la carga deseada, se produce la ruptura del espinterómetro, generando así una señal de tensión tipo impulso unipolar. Los parámetros temporales de esta señal dependen de los componentes específicos que conforman el circuito, como los valores de resistencia y capacitancia. A continuación, se presentan en la figura 1 los esquemas básicos de un generador de tensión tipo impulso [4]:



(a) Esquema básico N°1 del generador de impulsos.



(b) Esquema básico N°2 del generador de impulsos.

Figura 1: Esquemas básicos de un generador de impulsos.

En la figura 1, se pueden identificar los componentes eléctricos que forman parte del generador de tensión tipo impulso, los cuales se definen de la siguiente manera:

- C_1 : Capacitor de impulso.
- C_2 : Capacitor de carga.
- R_f : Resistencia de frente.
- R_c : Resistencia de cola.

- S_1 : Espinterómetro de disparo.

En el desarrollo de este estudio, se utilizó el esquema representado en la figura 1b para la construcción del generador de tensión tipo impulso. Los valores de los componentes eléctricos empleados en el circuito permiten obtener mediciones precisas de parámetros fundamentales en el análisis y estudio de las señales de tensión generadas. Específicamente, los valores aproximados de los tiempos de frente (T_f) y de cola (T_c) pueden calcularse utilizando las expresiones matemáticas presentadas en la tabla 1.

Parámetro aproximado	Esquema N°1	Esquema N°2
T_f	$3 \cdot \frac{R_c \cdot R_f}{R_f + R_c} \cdot \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$	$3 \cdot R_f \cdot \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$
T_c	$0.7 \cdot (R_f + R_c) \cdot (C_1 + C_2)$	$0.7 \cdot R_c \cdot (C_1 + C_2)$

Tabla 1: Cálculo del T_f y T_c considerando elementos del circuito.

En el caso de que $R_c \gg R_f$ y $C_1 \gg C_2$ (independientemente del esquema utilizado) [4] [6], es posible evaluar aproximadamente el tiempo de frente (T_f) y el tiempo de cola (T_c) utilizando las siguientes expresiones:

$$T_f = 3 \cdot R_f \cdot C_2 \quad (2.1)$$

$$T_c = 0.7 \cdot R_c \cdot C_1 \quad (2.2)$$

2.5. Métodos de modelado de sistemas de puesta a tierra

Los métodos numéricos de modelación se utilizan para realizar simulaciones computacionales y analizar el comportamiento de las puestas a tierra frente a diferentes excitaciones, tanto de baja como de alta frecuencia. Entre los métodos más utilizados se encuentran: los métodos de modelado de circuitos eléctricos, línea de transmisión, electromagnético y electromagnético híbrido [7] [8] [9]. Según la literatura, a bajas frecuencias los métodos mencionados anteriormente presentan resultados similares, mientras que para altas frecuencias se recomienda la utilización de los métodos de modelado electromagnético y electromagnético híbrido [10].

2.5.1. Modelo de circuitos eléctricos

El modelo de circuitos eléctricos [8] [11] [12] se basa en el análisis nodal y en las leyes de Kirchoff para representar las configuraciones de puesta a tierra. Este método utiliza la técnica de circuitos eléctricos agrupados, donde se modelan dichas configuraciones utilizando elementos resistivos, capacitivos e inductivos. En el modelo inicial de circuitos eléctricos [13], los parámetros utilizados para la modelación de la puesta a tierra eran considerados independientes de la frecuencia. Sin embargo, con el avance del tiempo, se han realizado mejoras en el modelo para tener en cuenta la influencia de la frecuencia en los parámetros del circuito [14]. Estas mejoras permiten una representación más precisa del comportamiento de la puesta a tierra en diferentes frecuencias.

Este método se caracteriza por su simplicidad de diseño y estudio de puestas a tierra. Sin embargo, no es idóneo para evaluar el comportamiento de las puestas a tierra ante fenómenos transitorios, ya que los resultados que proporciona carecen de precisión en dichas situaciones.

2.5.2. Modelo de líneas de transmisión

El modelo de línea de transmisión [8] se basa en la teoría de líneas de transmisión empleada en los sistemas eléctricos de potencia. Se considera una extensión de los modelos de circuitos eléctricos, tal como indican diversas fuentes literarias [15] [16]. Este modelo posibilita obtener resultados en los dominios del tiempo y de la frecuencia, además de considerar acoplamientos mutuos y la ionización del terreno. La distribución uniforme de los parámetros eléctricos en secciones, con los mismos valores de resistencia, inductancia y capacitancia, permite representar la variación de la corriente a lo largo del electrodo en estudio. En este modelo, se suele asignar una longitud de un metro a cada sección, lo que facilita la representación de la variación de corriente a lo largo del electrodo [8].

2.5.3. Modelo electromagnético

El modelo electromagnético [8] [15] [17], es reconocido como el método más preciso para estudiar el comportamiento de las puestas a tierra frente a señales transitorias. Esto se debe a que utiliza las ecuaciones de Maxwell como la principal herramienta de análisis, lo que permite una representación más completa de los fenómenos electromagnéticos involucrados. La modelación de las configuraciones de puesta a tierra, se lleva a cabo mediante distintas técnicas numéricas, entre las cuales destacan el método del momento (MoM) [18], de diferencia finita en el dominio del tiempo (FDTD) [19] y de elementos finitos (FEM) [20]. Estos métodos permiten resolver las ecuaciones formuladas para la modelación de forma eficiente y precisa.

Este modelo ofrece ventajas significativas en términos de precisión de los resultados [8], ya que tiene en cuenta efectos como la propagación de ondas electromagnéticas, acoplamientos mutuos y la respuesta del terreno. Sin embargo, su implementación puede ser más compleja que otros métodos debido a la necesidad de considerar las ecuaciones de Maxwell y las condiciones de contorno adecuadas.

2.5.4. Modelo electromagnético híbrido

El modelo electromagnético híbrido [8] [21] - [27], es una técnica utilizada para el estudio del comportamiento de los electrodos de puesta a tierra frente a fenómenos transitorios, como las descargas atmosféricas. Este modelo combina la teoría electromagnética de Maxwell con la teoría de circuitos eléctricos, de ahí su nombre “híbrido”. La correcta implementación de este modelo permite obtener información detallada sobre la distribución de corrientes en todos los conductores de la puesta a tierra, así como la elevación del potencial de dichos conductores en relación con el infinito. Dado que trabajar con las ecuaciones de Maxwell implica una complejidad inherente, se opta por realizar el análisis en el dominio de la frecuencia para facilitar su resolución. En el próximo capítulo, se abordará en mayor detalle sobre el método electromagnético híbrido.

3. Modelo electromagnético híbrido

La aplicación del modelo electromagnético híbrido en las configuraciones de electrodos, requiere el cumplimiento de condiciones específicas en el sistema y el medio en que esta inmerso. El sistema puede estar conformado por uno o varios conductores, interconectados o separados, pero deben siempre estar inmersos en el terreno [24]. Este requisito se establece con el propósito de simplificar la complejidad del problema y modelarlo utilizando aproximaciones válidas.

3.1. Condiciones del medio

El desarrollo matemático del modelo se lleva a cabo teniendo en consideración los siguientes factores del medio [24] [27]:

- Debe tener un comportamiento **lineal** respecto a los efectos de polarización eléctrica y magnética, lo que implica que la susceptibilidad eléctrica y magnética deben ser independientes de los campos electromagnéticos aplicados.
- Debe exhibir propiedades **isotrópicas**, lo que significa que los valores de resistividad (ρ), permitividad (ϵ) y permeabilidad (μ) deben ser iguales en todas las direcciones dentro del material.
- Los valores de los parámetros de permeabilidad (μ), conductividad (σ) y permitividad (ϵ) se consideran constantes e independientes de la posición en el medio, lo que se conoce como **homogeneidad**.

Finalmente, se asume que la permeabilidad del medio (μ) es igual a la permeabilidad del vacío (μ_0), lo que implica que el valor de la permeabilidad relativa (μ_r) es igual a 1 [27].

3.2. Factores de la configuración

Al analizar una configuración de conductores de puesta a tierra, es importante tener en cuenta las siguientes consideraciones relevantes [24] [27]:

- Debe poseer una forma **cilíndrica**, esto con el fin de tener una simetría de campo alrededor del conductor.
- El conductor debe ser lo más **rectilíneo** posible, lo que permite controlar de manera más precisa los vectores unitarios presentes.
- El radio del conductor debe ser considerablemente menor que su longitud y la distancia a la frontera del sistema, preferiblemente diez veces menor. Esto implica que el conductor debe ser **delgado** y se puede considerar como un hilo conductor.

Se realiza una división de cada conductor en un número finito de segmentos, previamente establecido. Estos segmentos pueden tener longitudes iguales o diferentes entre sí. Es importante destacar que la corriente presente en cada segmento se considera constante en magnitud, pero varía de un segmento a otro [24].

3.3. Fuentes de corriente

Los efectos en un punto fijo del espacio, generados por las señales transitorias de corriente presentes en los segmentos de la configuración, se pueden representar mediante la combinación de dos fuentes de corriente: una longitudinal y otra transversal [21] [24] [25] [27].

3.3.1. Fuente de corriente longitudinal

La naturaleza longitudinal de la fuente se debe a que la corriente fluye a lo largo y en la misma dirección del conductor I_L . El efecto electromagnético que tiene esta corriente longitudinal en el sistema, se traduce en la generación de una caída de tensión ΔV entre los extremos de los segmentos que componen la configuración [25]. La interacción entre los parámetros eléctricos mencionados anteriormente se conoce como *Acoplamiento Longitudinal*, el cual puede representarse mediante una *Impedancia Longitudinal* Z_L [24].

Antes de poder definir una expresión matemática para Z_L , es necesario establecer la relación emisor-receptor entre los segmentos. En esta relación, se considera que el segmento por el cual fluye la corriente longitudinal I_L actúa como el segmento emisor (j), mientras que el segmento en el que se produce una caída de tensión ΔV actúa como el segmento receptor (i) [21] [27]. La expresión que define la Impedancia Longitudinal (Z_{Lij}) se establece como:

$$Z_{Lij} = \frac{\Delta V_{ij}}{I_{Lj}} \quad (3.3)$$

3.3.2. Fuente de corriente transversal

Por otro lado, el carácter transversal de la fuente se debe a la corriente de “fuga” I_T presente en cada segmento. Esta corriente atraviesa la superficie del conductor y se propaga en el medio circundante. Su efecto en el sistema se traduce en la generación de un campo divergente hacia el infinito en cada segmento fuente, lo que resulta en un aumento de potencial V tanto en la zona como en los demás segmentos con respecto al infinito [21]. La interacción entre los parámetros eléctricos mencionados anteriormente se conoce como *Acoplamiento Transversal*, el cual puede representarse mediante una *Impedancia Transversal* Z_T [24].

Se define al segmento desde el cual fluye la corriente transversal I_T como el emisor (j), mientras que el segmento en el que se produce un aumento de potencial V con respecto al infinito se considera el receptor (i) [21] [27]. La expresión que define la Impedancia Transversal (Z_{Tij}) se establece como:

$$Z_{Tij} = \frac{V_{ij}}{I_{Tj}} \quad (3.4)$$

3.4. Impedancias de acople

La interpretación de las impedancias mencionadas (Z_L y Z_T) se basa en las ecuaciones de Maxwell. Como se detalló en la sección 3, el cálculo de las impedancias se realiza en el dominio de la frecuencia. Por lo tanto, para cada valor de frecuencia ω , se obtiene un valor específico de impedancia [24].

3.4.1. Impedancia Longitudinal

El cálculo de la impedancia longitudinal comienza planteando la ecuación de la *fem* inducida en función del *potencial vectorial magnético* (A) en el dominio de la frecuencia (ecuación 3.5).

$$fem = -j\omega \oint_l A \cdot dl \quad (3.5)$$

La definición de A se realiza en función de la densidad de corriente según la expresión [24]:

$$A_{(x,y,z)} = \int_v \frac{\mu_0 J_{(x',y',z')}}{4\pi R} dv' \left[\frac{Wb}{m} \right] \quad (3.6)$$

En base a las consideraciones realizadas en la sección 3.2, se llevan a cabo cambios en la ecuación 3.6 [24]. En primer lugar, la integral de volumen se convierte en una integral de línea, y la densidad de corriente J se aproxima a la corriente longitudinal I_L . Además, los elementos diferenciales de volumen dv' se transforman en diferenciales de longitud dl_j a lo largo del segmento emisor y en la misma dirección de I_L . Por último, R corresponde a la distancia entre cada uno de los elementos diferenciales dl_j del segmento emisor y un punto determinado del segmento receptor. Realizadas estas aproximaciones, la expresión para el potencial vectorial magnético queda de la siguiente manera:

$$A = \frac{\mu}{4\pi} \int_{L_j} I_{Lj} \frac{e^{-\gamma R}}{R} dl_j \quad (3.7)$$

El parámetro γ presente en la ecuación 3.7, se define como la constante de propagación del medio. Esta constante se utiliza en el análisis de la propagación de ondas electromagnéticas en diferentes tipos de medios. La expresión para γ [24] [27] es la siguiente:

$$\gamma = j\omega \sqrt{\mu(\epsilon - j\frac{\sigma}{\omega})} \quad (3.8)$$

Realizando el reemplazo de la ecuación 3.7 en 3.5, se obtiene una expresión válida de la fem inducida en el segmento receptor debido al segmento emisor [27].

$$\Delta V_{ij} = fem = -j\omega \frac{\mu I_{Lj}}{4\pi} \int_{L_i} \int_{L_j} \frac{e^{-\gamma R}}{R} dl_j \cdot dl_i \quad (3.9)$$

Finalmente se presenta una expresión para la Impedancia Longitudinal (ecuación 3.10), la cual depende de la configuración que se esté estudiando, la frecuencia y diversos parámetros del medio [21] [24] - [27].

$$Z_{Lij} = -j\omega \frac{\mu}{4\pi} \int_{L_i} \int_{L_j} \frac{e^{-\gamma R}}{R} dl_j \cdot dl_i \quad (3.10)$$

3.4.2. Impedancia Transversal

El cálculo de la impedancia transversal comienza planteando la ecuación del *potencial escalar eléctrico* (Φ) en función de la densidad volumétrica de carga (ecuación 3.11) [24].

$$\Phi_{(x,y,z)} = \int_v \frac{\rho_{(x',y',z')}}{4\pi\epsilon_0 R} dv' \quad (3.11)$$

En base a las consideraciones realizadas en la sección 3.2 y asumiendo que la permitividad ϵ se puede reemplazar por la permitividad compleja $\sigma + j\omega\epsilon$, la expresión del potencial escalar eléctrico [24] en el dominio de la frecuencia queda de la siguiente manera:

$$V = \Phi = \frac{1}{4\pi[\sigma + jw\epsilon]} \int_{L_j} \frac{I_{tj} e^{-\gamma R}}{L_j R} dl_j \quad (3.12)$$

La elevación de potencial en el segmento receptor, dada por la ecuación 3.13, se calcula promediando todas las contribuciones del potencial a lo largo de dicho segmento [24].

$$V_{ij} = \frac{1}{L_i} \int_{L_i} V dl_i \quad (3.13)$$

Realizando el reemplazo de la ecuación 3.12 en 3.13, se obtiene una expresión válida de la fem inducida en el segmento receptor debido al segmento emisor [24] [27].

$$V_{ij} = \frac{I_{tj}}{4\pi[\sigma + jw\epsilon]L_i L_j} \int_{L_i} \int_{L_j} \frac{e^{-\gamma R}}{R} dl_j \cdot dl_i \quad (3.14)$$

Finalmente se presenta una expresión para la Impedancia Transversal (ecuación 3.15), la cual depende de la configuración que se esté estudiando, la frecuencia y diversos parámetros del medio [21] [24] - [27].

$$Z_{Tij} = \frac{I_{tj}}{4\pi[\sigma + jw\epsilon]L_i L_j} \int_{L_j} \frac{e^{-\gamma R}}{R} dl_j \cdot dl_i \quad (3.15)$$

3.5. Eliminación de la frontera

El método de imágenes [24] [27] elimina la frontera al introducir un segmento imagen en la región opuesta, simétricamente al segmento emisor respecto al plano frontera aire-medio. Este segmento imagen tiene la función de simular el efecto de la frontera y permite representar el medio como si fuera infinito, conservando las mismas características del medio semi-infinito original. La elección adecuada de la polaridad del segmento imagen es fundamental para garantizar que se cumplan las condiciones de frontera en la interfaz aire-medio.

Al aplicar el método de las imágenes, el segmento receptor i se ve afectado por el potencial V y la caída de potencial ΔV generada por las fuentes de corriente presentes en el segmento emisor j y su imagen correspondiente j' [27]. Es de suma importancia mantener la condición de campo eléctrico normal nulo en la interfaz de separación de los medios al aplicar el método de las imágenes [24] [27]. Esta condición se logra asumiendo que la conductividad del medio es mucho mayor que la conductividad del aire.

3.5.1. Impedancia Longitudinal considerando el método de imagenes

En el cálculo de la impedancia longitudinal para los segmentos conductores inmersos en el medio y eliminando la frontera, es esencial asegurar que la corriente longitudinal I_L en el segmento imagen tenga la misma magnitud y dirección que en el segmento fuente [24] [27]. Esto garantiza que se cumpla la condición de campo eléctrico normal nulo en la interfaz de separación entre los medios.

A continuación se presenta la expresión para la impedancia longitudinal (ecuación 3.16) [24], donde se considera que las longitudes de los segmentos fuente e imagen son iguales, pero sus elementos diferenciales no lo son.

$$Z_{Lij_{medio}} = -j\omega \frac{\mu}{4\pi} \left[\int_{L_i} \int_{L_j} \frac{e^{-\gamma R}}{R} dl_j dl_i + \int_{L_i} \int_{L_{j'}} \frac{e^{-\gamma R'}}{R'} dl'_j dl_i \right] \quad (3.16)$$

3.5.2. Impedancia Transversal considerando el método de imagenes

En el cálculo de la impedancia transversal para los segmentos conductores inmersos en el medio y eliminando la frontera, es esencial garantizar que la densidad de corriente transversal $\frac{I_T}{L}$ en el segmento imagen tenga la misma magnitud y polaridad que en el segmento fuente [24] [27]. Esta condición es necesaria para cumplir con la condición de campo eléctrico normal nulo en la interfaz de separación entre los medios.

A continuación se presenta la expresión para la impedancia longitudinal (ecuación 3.17) [24], donde se considera que las longitudes de los segmentos fuente e imagen son iguales, pero sus elementos diferenciales no lo son.

$$Z_{Tij_{medio}} = \frac{1}{4\pi[\sigma + j\omega\epsilon]L_jL_i} \left[\int_{L_i} \int_{L_j} \frac{e^{-\gamma R}}{R} dl_j dl_i + \int_{L_i} \int_{L_{j'}} \frac{e^{-\gamma R'}}{R'} dl'_j dl_i \right] \quad (3.17)$$

3.6. Sistema matricial y relaciones circuitales

El método bajo estudio analiza diversas configuraciones de conductores de puesta a tierra, los cuales se dividen en n segmentos. Es crucial calcular el acople longitudinal y transversal para cada segmento, lo que conlleva al cálculo de las impedancias con cada uno de los segmentos del sistema y consigo mismo. Realizados dichos cálculos, se obtienen las matrices de impedancias transversales $Z_{T[n \times n]}$ y longitudinales $Z_{L[n \times n]}$, las cuales poseen la característica de ser cuadradas y de un tamaño igual a $[n \times n]$.

La obtención de las matrices de impedancia permite conformar un sistema matricial compuesto por dos ecuaciones independientes (ecuaciones 3.18 y 3.19), las cuales poseen diferentes incógnitas. Para lograr encontrar una única solución en el sistema, se busca expresar las ecuaciones de tal modo que se reduzca el número de variables y se alcance un equilibrio entre el número de ecuaciones e incógnitas en el sistema.

$$V_{[n \times 1]} = Z_{T[n \times n]} \cdot I_{T[n \times 1]} \quad (3.18)$$

$$\Delta V_{[n \times 1]} = Z_{L[n \times n]} \cdot I_{L[n \times 1]} \quad (3.19)$$

En donde:

- $V_{[n \times 1]}$, corresponde al vector de elevación de potencial de cada uno de los segmentos respecto al infinito.
- $I_{T[n \times 1]}$, es el vector de corrientes transversales de cada uno de los segmentos.
- $\Delta V_{[n \times 1]}$, corresponde al vector de caída de tensión en cada segmento del sistema.
- $I_{L[n \times 1]}$, es el vector de corrientes longitudinales de cada uno de los segmentos.

La generación de una única solución se logra eliminando o expresando las incógnitas en función de otras mediante diversas relaciones. La aplicación de la teoría de circuitos eléctricos (correspondiente a la parte híbrida del método) en los segmentos del sistema (tensiones nodales) es una

herramienta utilizada para facilitar la resolución de este problema. La solución única es posible encontrarla mediante el siguiente análisis:

- Se deben invertir las matrices de impedancias, lo que permite expresar las ecuaciones 3.18 y 3.19 en función de las admitancias transversales Y_T y longitudinales Y_L . El nuevo sistema matricial queda definido como:

$$I_{T[n \times 1]} = Y_{T[n \times n]} \cdot V_{[n \times 1]} \quad (3.20)$$

$$I_{L[n \times 1]} = Y_{L[n \times n]} \cdot V_{[n \times 1]} \quad (3.21)$$

- Para cada uno de los segmentos, se busca relacionar la caída de tensión (ΔV) con la elevación de potencial V .
 - En primer lugar, se busca relacionar la elevación de potencial respecto al infinito (V) y los valores de las tensiones nodales en los extremos del segmento (V_a y V_b). Lo cual se logra mediante la siguiente relación matemática:

$$V = \frac{V_a + V_b}{2} \quad (3.22)$$

- La segunda relación planteada corresponde a la encontrada entre la diferencia de tensión ΔV en cada segmento y las tensiones nodales en los extremos del segmento (V_a y V_b). La relación matemática queda definida según:

$$\Delta V = V_b - V_a \quad (3.23)$$

La aplicación de las relaciones encontradas en este punto permite expresar la caída de tensión (ΔV) y la elevación de potencial (V) en función de las tensiones nodales, mediante las siguientes expresiones:

$$V_{[n \times 1]} = A_{T[n \times m]} \cdot V_{N[m \times 1]} \quad (3.24)$$

$$\Delta V_{[n \times 1]} = A_{L[n \times m]} \cdot V_{N[m \times 1]} \quad (3.25)$$

En donde:

- $V_{N[m \times 1]}$, corresponde al vector de las tensiones nodales del sistema.
- A_T , es la matriz de constantes transversales.
- A_L , es la matriz de constantes longitudinales.
- m , es el número de nodos.

Reemplazando las expresiones encontradas en las ecuaciones 3.20 y 3.21 se obtiene:

$$V_{[n \times 1]} = Y_{T[n \times n]} A_{T[n \times m]} \cdot V_{N[m \times 1]} \quad (3.26)$$

$$\Delta V_{[n \times 1]} = Y_{L[n \times n]} A_{L[n \times m]} \cdot V_{N[m \times 1]} \quad (3.27)$$

- La aplicación de la ley de Kirchhoff de corriente en cada uno de los nodos de los segmentos permite notar que cada uno de los nodos posee la mitad de la corriente transversal ($\frac{I_T}{2}$), mientras que la corriente longitudinal sale y entra en los extremos de un segmento.

Dado que el sistema está siendo excitado con una señal de corriente transitoria, es de vital importancia prestar atención a los nodos en donde se inyecta la corriente (la cual es analizada en el dominio de la frecuencia). En este caso, la sumatoria de corrientes en el nodo de inyección debe ser igual al valor de la corriente inyectada en dicho nodo. El procedimiento descrito genera la siguiente expresión:

$$A_{[m \times 2n]} \cdot I_{T,L[2n \times 1]} = I_{y[m \times 1]} \quad (3.28)$$

En donde:

- $A_{[m \times 2n]}$, corresponde a una matriz compuesta por las matrices A_L y A_T transpuestas.
- $I_{T,L[2n \times 1]}$, es un vector columna conformado por I_T y I_L .
- $I_{y[m \times 1]}$, es el vector columna de corrientes de inyección.

Reemplazando las ecuaciones 3.20 y 3.21 en la expresión encontrada se obtiene:

$$[-A_L^t \ A_T^t]_{m \times 2n} \cdot \begin{bmatrix} Y_L & A_L \\ Y_T & A_T \end{bmatrix}_{2n \times m} \cdot [V_N]_{m \times 1} = [I_y]_{m \times 1} \quad (3.29)$$

La expresión presentada permite obtener un sistema lineal de ecuaciones, el cual obtiene como soluciones las tensiones en cada uno de los nodos que componen el sistema bajo estudio.

4. Modelamiento del medio

El análisis del comportamiento transitorio de las puestas a tierra requiere un conocimiento previo de las propiedades eléctricas del medio en el que se encuentran. La resistividad del terreno (ρ), influenciada por factores como la temperatura, compactación, conductividad de los minerales y el nivel de humedad, es esencial para determinar cómo se distribuye la corriente en el suelo. La permitividad eléctrica del medio (ϵ), indica su capacidad para polarizarse en respuesta a un campo eléctrico. Por último, la permeabilidad magnética del medio (μ), describe cómo responde al campo magnético y, en el caso del estudio de las puestas a tierra, se aproxima al valor de la permeabilidad del vacío μ_0 (sección 3.1).

Luego de una exhaustiva investigación y estudio sobre el modelado de puestas a tierra, se ha observado la existencia de diferentes enfoques en relación a la dependencia de los parámetros del medio con respecto a la frecuencia [28] - [34]. Algunos modelos consideran que los parámetros son invariantes ante cambios en la frecuencia, mientras que otros sostienen que estos parámetros varían para lograr resultados más precisos y cercanos a la realidad. Sin embargo, ambos enfoques comparten la consideración de la homogeneidad del medio (sección 3.1). La elección de uno u otro enfoque dependerá del nivel de detalle y precisión requeridos para el caso específico en estudio. A continuación, se presentan los dos enfoques mencionados para la modelación de puestas a tierra con relación a la variación de los parámetros del terreno con la frecuencia.

4.1. Parámetros del terreno constantes

El primer enfoque de modelación se basa en el análisis del comportamiento de las puestas a tierra considerando los parámetros del medio como constantes e invariantes frente a la frecuencia o rango de frecuencias de la señal de excitación. Esta consideración simplifica el análisis y los cálculos del modelo.

Según diversos estudios [28] - [30], la cantidad de agua presente en el terreno tiene una relación directa con los valores de resistividad y permitividad relativa. En el caso de la resistividad, se observa que ésta disminuye a medida que aumenta la cantidad de agua presente en el medio. Por otro lado, se ha observado que la permitividad relativa aumenta con la presencia de agua en el terreno. La clasificación del medio como seco o húmedo [28] ejemplifica lo mencionado anteriormente. En suelos secos, los valores típicos de resistividad suelen ser del orden de 1000 $[\Omega m]$, mientras que la permitividad relativa se sitúa alrededor de 9. En contraste, en suelos húmedos, se observa una disminución en la resistividad, con valores en el rango de 100 $[\Omega m]$, y un aumento en la permitividad relativa, que puede alcanzar aproximadamente 36.

4.2. Parámetros del terreno variables

El segundo enfoque de modelación se basa en el análisis del comportamiento de las puestas a tierra considerando los parámetros del medio variables frente a la frecuencia o rango de frecuencias de la señal de excitación. Específicamente, para el estudio de las respuestas ante impulsos tipo rayo, es necesario obtener al menos el comportamiento del terreno para frecuencias de hasta 1 [MHz] [31]. Esto se debe a que las descargas atmosféricas generan componentes de alta frecuencia que pueden tener un impacto significativo en el rendimiento de las puestas a tierra.

Diversos estudios [22] [24] [32] - [34] han demostrado que la resistividad y la permitividad del terreno varían en función de la frecuencia. Estas variaciones son el resultado de la interacción de campos electromagnéticos con los componentes del medio. La consideración de la variabilidad de los parámetros en los modelos de puesta a tierra se logra mediante la incorporación de curvas experimentales e incluso ecuaciones que dependen de los valores de la resistividad en baja frecuencia. Como ejemplo de las expresiones analíticas dependientes de la frecuencia propuestas en la literatura, se puede mencionar el estudio [33], donde se presentan las siguientes ecuaciones para modelar las variaciones de la resistividad y la permitividad relativa del terreno:

$$\rho(f) = \rho_{100Hz} \left(\frac{100}{f} \right)^{0.072} [\Omega m] \quad (4.30)$$

$$\epsilon_r(f) = 2.34 \cdot 10^6 \cdot \rho_{100Hz}^{-0.535} \cdot f^{-0.597} \quad (4.31)$$

La utilización de estas herramientas permite obtener una representación más precisa y realista del comportamiento de la puesta a tierra en diferentes condiciones [33].

4.3. Obtención experimental de los parámetros del medio

El presente estudio aborda entre sus temas principales la variación de los parámetros del terreno en función de la frecuencia. En este contexto, se implementará la metodología de identificación de los parámetros de interés del terreno a partir de mediciones experimentales desarrollada en el estudio [22]. En la investigación citada, se emplean funciones base $\phi_i(\omega)_{i \in N}$, donde N representa

los nodos de soporte de la aproximación. Estas funciones se utilizan para definir las expresiones de la resistividad (ρ) y permitividad relativa (ϵ_r) en función de la frecuencia angular (ω), como se muestra en las ecuaciones 4.32 y 4.33 respectivamente.

$$\rho(\omega) = \sum_{i \in N} \rho_i \phi_i(\omega) \quad (4.32)$$

$$\epsilon_r(\omega) = \sum_{i \in N} \epsilon_{r,i} \phi_i(\omega) \quad (4.33)$$

En las ecuaciones mencionadas, las variables desconocidas corresponden a $[\rho_i, \epsilon_{r,i}]_{i \in N}$. Para cuantificar estas distribuciones, es necesario crear un vector de incógnitas x que contenga dichas variables.

$$x = [\rho_1, \dots, \rho_N, \epsilon_{r,1}, \dots, \epsilon_{r,N}]^T \quad (4.34)$$

El desarrollo continúa mediante la implementación de una formulación estándar del error en las variables, con el objetivo de minimizar el error cuadrático medio entre la impedancia experimental Z_{meas} y la impedancia simulada Z_{HEM} (ecuación 4.35), considerando diferentes configuraciones (C). Para la resolución computacional de este problema, se utilizó el software *Matlab* y su función *lscurvefit*, la cual permite resolver el método de mínimos cuadrados aplicado en este estudio. Se utilizó el algoritmo *trust-region-reflective* y se establecieron tolerancias de 10^{-6} .

$$\min_x E_C \left[\int_W (Z_{meas}(\omega, C) - Z_{MEH}(\omega, C, x))^2 d\omega \right] \quad (4.35)$$

5. Procedimiento de escalamiento de puestas a tierra

El escalamiento de puestas a tierra es una metodología empleada para analizar y estudiar diversas configuraciones de electrodos ante señales transitorias. Esta técnica consiste en adaptar las características físicas y electromagnéticas del sistema original a una versión reducida, lo que permite obtener una representación aproximada y simplificada del sistema. El *factor de escalamiento* [2] [22], representado por la variable $\mathbf{n}$, es un parámetro importante en este procedimiento. Este factor establece una relación proporcional entre las variables relevantes de los sistemas bajo estudio. Además, su utilización facilita la comparación de resultados entre distintas configuraciones.

La implementación adecuada de este procedimiento permite aprovechar las ventajas descritas en la sección 1.1.

5.1. Análisis del comportamiento electromagnético

Con el fin de comprender y analizar de manera adecuada el comportamiento de las configuraciones de puesta a tierra frente a señales transitorias, es necesario tener en consideración los fenómenos electromagnéticos que puedan ocurrir tanto en los conductores como en el terreno circundante. Las ecuaciones de Maxwell en medios con pérdidas y sin fuentes de corriente impuestas [22], representadas por las ecuaciones 5.36 y 5.37, describen el comportamiento de los campos eléctricos y magnéticos en medios dieléctricos con pérdidas. Estas ecuaciones simplificadas permiten analizar la propagación e interacción de los campos electromagnéticos en dichos medios.

$$\nabla^2 E - \gamma^2 E = 0 \quad (5.36)$$

$$\nabla^2 H - \gamma^2 H = 0 \quad (5.37)$$

En las ecuaciones presentadas, E corresponde a la intensidad del campo eléctrico, mientras que H representa la intensidad del campo magnético. La constante de propagación γ , se utiliza para describir la forma en que estos campos se propagan y se define mediante la siguiente expresión:

$$\gamma^2 = -\omega^2 \mu \left(\epsilon - j \frac{\sigma}{\omega} \right) \quad (5.38)$$

La construcción de la versión a escala de las ecuaciones de Maxwell [22] implica la generación de variables adimensionales. En este proceso, las coordenadas espaciales se normalizan utilizando una longitud característica l , mientras que en el caso del campo eléctrico se emplea una magnitud de referencia E_0 . Esta técnica de normalización (ecuaciones 5.39 y 5.40) permite trabajar con una representación simplificada y proporcional del sistema original, facilitando el análisis y la comparación entre diferentes configuraciones.

$$\bar{E} = \frac{E}{E_0} \quad \bar{H} = \frac{H}{H_0} \quad \bar{x} = \frac{x}{l} \quad \bar{y} = \frac{y}{l} \quad \bar{z} = \frac{z}{l} \quad (5.39)$$

$$(x, y, z) = (l\bar{x}, l\bar{y}, l\bar{z}) \quad (5.40)$$

Al reemplazar los parámetros normalizados en la ecuación 5.36, se obtiene la siguiente expresión:

$$\left(\frac{\partial^2 \bar{E} E_0}{\partial (\bar{x}l)^2} + \frac{\partial^2 \bar{E} E_0}{\partial (\bar{y}l)^2} + \frac{\partial^2 \bar{E} E_0}{\partial (\bar{z}l)^2} \right) - \gamma^2 \bar{E} E_0 = 0 \quad (5.41)$$

Se realizan ciertos ajustes matemáticos con el objetivo de expresar la ecuación 5.41 en función de los parámetros normalizados. Como resultado de estos arreglos, se obtiene la ecuación 5.42.

$$\left(\frac{E_0}{l^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial \bar{z}^2} \right) - \gamma^2 \bar{E} E_0 = 0$$

$$\left(\frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial \bar{z}^2} \right) - l^2 \gamma^2 \bar{E} = 0 \quad (5.42)$$

La expresión mencionada anteriormente puede ser escrita utilizando el operador laplaciano en función de las coordenadas espaciales normalizadas ($\bar{\nabla}$). Se ha seguido el mismo procedimiento matemático con la ecuación 5.37. Las ecuaciones de Maxwell a escala resultantes, son las siguientes [22]:

$$\bar{\nabla}^2 \bar{E} - l^2 \gamma^2 \bar{E} = 0 \quad (5.43)$$

$$\bar{\nabla}^2 \bar{H} - l^2 \gamma^2 \bar{H} = 0 \quad (5.44)$$

El parámetro $l^2 \gamma^2$ es fundamental para analizar el comportamiento de las ondas electromagnéticas en el sistema en cuestión. Si dos modelos tienen el mismo valor de $l^2 \gamma^2$, significa que comparten las mismas propiedades de propagación de las ondas electromagnéticas. En consecuencia, sus soluciones de campo normalizadas serán idénticas [22]. En el contexto de este estudio, se examinan dos modelos diferentes: uno a escala reducida (con subíndice 1) y otro a escala real (con subíndice 2). Basándonos en el análisis anterior, se puede establecer una igualdad entre los parámetros de ambos modelos, expresada por la ecuación (5.45):

$$l_1^2 \cdot \gamma_1^2 = l_2^2 \cdot \gamma_2^2 \quad (5.45)$$

Esta igualdad nos brinda la oportunidad de establecer las siguientes relaciones:

$$l^2 \cdot \omega^2 \cdot \mu \cdot \epsilon \cdot \left(1 - j \frac{\sigma}{\omega \cdot \epsilon}\right) = \text{cte} \quad (5.46)$$

$$l_1^2 \cdot \omega_1^2 \cdot \mu_1 \cdot \epsilon_1 \cdot \left(1 - j \frac{\sigma_1}{\omega_1 \cdot \epsilon_1}\right) = l_2^2 \cdot \omega_2^2 \cdot \mu_2 \cdot \epsilon_2 \cdot \left(1 - j \frac{\sigma_2}{\omega_2 \cdot \epsilon_2}\right) \quad (5.47)$$

La ecuación 5.46 revela que al mantener un resultado constante, las variables involucradas están interrelacionadas y no pueden variar de forma independiente. Por otro lado, la ecuación 5.47 establece una igualdad entre los parámetros normalizados de dos modelos diferentes de puestas a tierra, lo que facilita una comparación directa entre ellos.

5.2. Relación de parámetros

De acuerdo con la teoría de escalamiento de puestas a tierra mencionada anteriormente, se establecen las siguientes relaciones entre los parámetros de interés de los modelos a escala bajo estudio [22]:

Largo del conductor:

$$l_1 \cdot \mathbf{n} = l_2 \quad (5.48)$$

Frecuencia:

$$\frac{\omega_1}{\mathbf{n}} = \omega_2 \quad (5.49)$$

Conductividad:

$$\frac{\sigma_1}{\mathbf{n}} = \sigma_2 \quad (5.50)$$

Resistividad:

$$\rho_1 \cdot \mathbf{n} = \rho_2 \quad (5.51)$$

Permeabilidad:

$$\mu_1 = \mu_2 \quad (5.52)$$

Permitividad:

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 \quad (5.53)$$

Las relaciones establecidas entre los parámetros de los modelos a distintas escalas permiten una comparación directa entre los resultados obtenidos. Estas relaciones establecen una buena aproximación entre los parámetros de ambos modelos, lo que hace posible una extrapolación de los resultados del modelo a escala reducida al modelo a escala real.

6. Banco de pruebas

En esta sección, se proporciona una descripción de las disposiciones y equipos utilizados en los procedimientos experimentales de puesta a tierra, tanto a escala real como a escala reducida. Es importante destacar que existe una gran similitud en el desarrollo de ambos ensayos. Sin embargo, se detallan de manera oportuna las diferencias relevantes que pueden existir entre ellos.

6.1. Layout de la modelación a escala reducida

En la figura 2, se presenta la disposición de los equipos implementada en la realización de los ensayos en las probetas de puesta a tierra en el laboratorio de alta tensión.

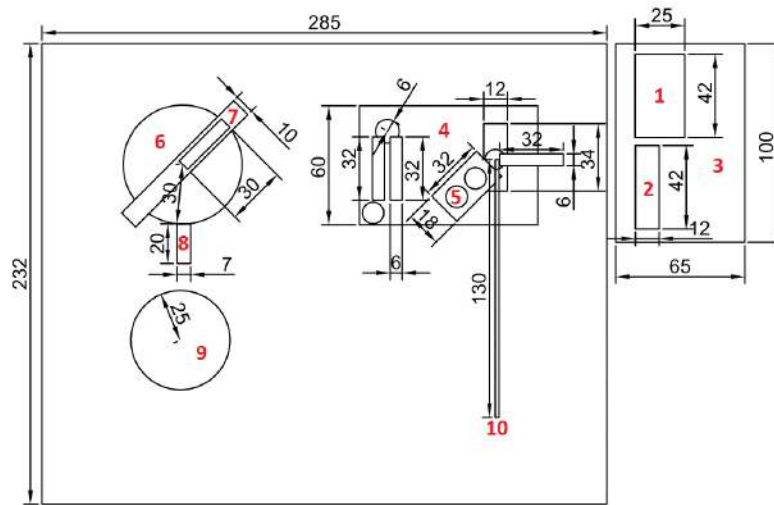


Figura 2: Disposición de los equipos en el laboratorio de alta tensión [cm].

La disposición de los elementos presentada en la figura 2 incluye:

1. Fuente de tensión continua.
2. Osciloscopio digital.
3. Mesón de trabajo.
4. Generador de impulsos móvil 60 [kV].
5. Espinterómetro.
6. Receptáculo cilíndrico de acero galvanizado.
7. Pinza de tensión.
8. Resistencia *shunt* de corriente.
9. Receptáculo hemiesférico de cobre.
10. Pértiga.

6.2. Layout de la modelación a escala real

En la figura 3, se presenta la disposición de los equipos utilizados durante el ensayo de impulso al electrodo vertical en la piscina de la universidad.

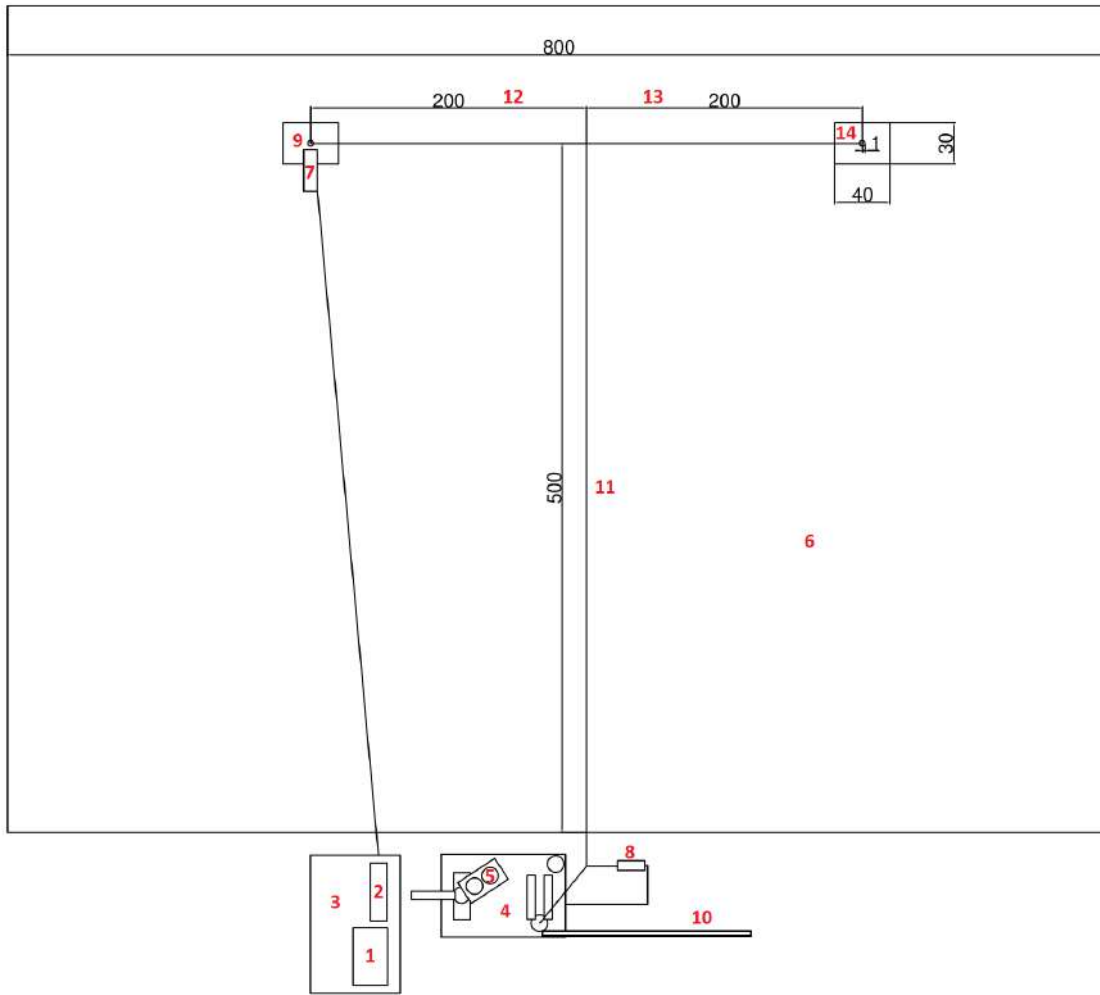


Figura 3: Disposición de los equipos en la zona de piscina [cm].

La disposición de los elementos, sin considerar los elementos descritos en la sección anterior, es la siguiente:

- 6. Piscina.
- 9. Flotador de inyección y electrodo vertical de prueba.
- 11. Alambres aislados helicoidalmente trenzados.
- 12. Alambre aislado de inyección de corriente.
- 13. Alambre aislado de retorno de corriente.
- 14. Flotador y electrodo vertical de retorno de corriente.

La correcta planificación de la zona de trabajo garantizó que los equipos pudieran ser desplazados de manera segura por el operador, independientemente del tipo de ensayo realizado. Además, se aseguró que siempre existiera una distancia prudente entre el operario y los equipos energizados, minimizando así el riesgo de accidentes.

6.3. Fuente de tensión continua

La energización del sistema se realizó utilizando la fuente de tensión continua *KEITHLEY 247 High Voltage Supply* (figura 29). Esta fuente se configuró de forma analógica para suministrar tensión continua, ya sea de polaridad positiva o negativa, con una amplitud máxima de 3 [kV].

6.4. Generador de impulsos móvil 60 [kV]

La señal de tensión tipo impulso se obtuvo mediante la implementación de un generador de impulsos móvil (figura 4). El circuito del generador fue montado utilizando los elementos disponibles en el laboratorio.



Figura 4: Generador de impulsos móvil de 60 [kV].

Los componentes del generador de impulsos utilizado en el experimento se detallan a continuación:

1. Resistencia de carga, R_{carga} .
2. Espinterómetro esfera-esfera, S .
3. Capacitor de impulso *Haefely* de 1 [μF], C_1 .
4. Resistencia de frente, R_f .
5. Resistencia de cola, R_c .
6. Capacitor de carga de 1,200 [μF], C_2 .
7. Pértiga.

6.4.1. Espinterómetro

El espinterómetro del generador de impulsos empleado (figura 30), estaba constituido por dos electrodos esféricos móviles de 10 [cm] de diámetro y la separación entre las esferas se fijó en 0.22 [mm].

6.4.2. Resistencias de carga, frente y cola

En la tabla 2 se presentan las resistencias utilizadas en el generador de impulsos, las cuales fueron seleccionadas según la disponibilidad en el laboratorio.

Resistencia	Valor [Ω]
R_1	116.60
R_2	141.20
R_3	115.85
R_4	158.16
R_5	15.58
R_6	15.10
R_{carga}	6,800

Tabla 2: Resistencias utilizadas en el generador de impulsos móvil.

Las resistencias de frente y cola en el ensayo a escala reducida fueron diseñadas mediante la conexión de múltiples resistencias en paralelo, con el objetivo de obtener valores de menor magnitud para estos parámetros. A continuación, se presenta el cálculo detallado:

$$R_f = \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right]^{-1} = 32.67 [\Omega] \quad (6.54)$$

$$R_c = \left[\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} \right]^{-1} = 7.67 [\Omega] \quad (6.55)$$

En el caso del ensayo a escala real, se definieron los siguientes valores:

$$R_f = \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right]^{-1} = 63.86 [\Omega] \quad (6.56)$$

$$R_c = R_6 = 15.10 [\Omega] \quad (6.57)$$

6.4.3. Capacitor de impulso y carga

La magnitud de los capacitores implementados en el generador de impulsos, se presenta en la tabla 3.

Capacitor	Valor [μF]
C_1	1
C_2	0.0012

Tabla 3: Capacitores utilizados en el generador de impulsos móvil.

6.5. Probetas de puesta a tierra

En los ensayos a escala reducida se trabajó con las configuraciones de electrodos vertical, horizontal, triangular, malla simple y compuesta (figura 45). Las probetas de puesta a tierra se

elaboraron utilizando alambre de cobre de 2 [mm] de diámetro. Para la confección de las configuraciones más complejas, las uniones se realizaron mediante soldadura de estaño. En el caso del ensayo a escala real, se utilizó un electrodo vertical de cobre con una longitud total de 1.5 [m] y 2 [cm] de diámetro.

6.6. Medio conductivo

La elección del agua de grifo y piscina (escala reducida y real) como medios conductivos para el estudio de puestas a tierra a escala, se justificó por su fácil accesibilidad y las propiedades físicas que poseen. Los parámetros de conductividad, expresados en [$\frac{\mu S}{cm}$], y temperatura en [°C] del agua fueron medidos utilizando un conductivímetro (figura 32).

6.7. Receptáculo del medio conductivo

Los receptáculos utilizados para contener el medio conductivo en los ensayos a escala reducida (figura 33) se construyeron en maestranzas externas a la universidad debido a la falta de un recipiente adecuado en el laboratorio. El receptáculo de acero galvanizado (figura 45a) se diseñó con dimensiones de 0.6 [m] de diámetro y 0.3 [m] de altura, mientras que la hemiesfera de cobre (figura 45e) se confeccionó con un radio de 0.25 [m].

En el caso del ensayo a escala real, las dimensiones de la piscina medidas fueron 20 [m] de largo, 8 [m] de ancho y 2.5 [m] de profundidad.

6.8. Medición de tensión y corriente

Los parámetros de tensión y corriente se obtuvieron utilizando una pinza de tensión *Tektronix P6015A* (figura 34a) y una resistencia tipo *shunt* de 180 [$m\Omega$] (figura 34b). Estos instrumentos de medición se conectaron al osciloscopio *Tektronik DPO 3014 Digital Phosphor* (figura 35) mediante cables coaxiales, lo que permitió capturar las señales transitorias para su análisis.

7. Resultados experimentales

El estudio de la respuesta experimental de las configuraciones de puesta a tierra a escala reducida, se llevó a cabo mediante la implementación de un circuito de prueba en el laboratorio de alta tensión de la universidad. La elección de esta ubicación garantizó en todo momento el cumplimiento de las medidas de seguridad necesarias. A continuación, se describirá la metodología utilizada para realizar los ensayos de impulso en las configuraciones de puesta a tierra.

7.1. Metodología experimental de puestas a tierra

7.1.1. Construcción del modelo

La construcción del modelo experimental se basó principalmente en la disponibilidad de los elementos eléctricos en el laboratorio. Dado que el número y la variedad de capacitores disponibles eran limitados, se procedió a seleccionar los condensadores siguiendo las recomendaciones proporcionadas por el personal del laboratorio. Por otra parte, se presentó una dificultad en la conformación de la parte resistiva del circuito, ya que se encontró que las resistencias disponibles en el laboratorio tenían una magnitud considerablemente mayor que las propuestas preliminarmente ($R_f = 38.37 [\Omega]$ y $R_c = 9 [\Omega]$). Sin embargo, este problema se resolvió mediante la conexión en paralelo de las resistencias escogidas, logrando así obtener valores cercanos a los mencionados. Además, se utilizó una resistencia de magnitud considerable (R_{carga}) en la conexión entre la fuente de tensión continua y el generador de tensión tipo impulso, con el objetivo de proteger la fuente de energía del circuito en caso de anomalías.

El receptáculo del medio conductor fue instalado sobre unos largueros de madera de $7 \times 7 [cm^2]$, a una corta distancia del generador de tensión tipo impulso. Esta ubicación estratégica permitió reducir la longitud del cableado entre ambas partes del circuito, lo que a su vez contribuyó a minimizar el ruido en la medición de los parámetros de interés. Luego de la instalación del receptáculo, surgió un nuevo problema relacionado con la falta de una demarcación clara del centro en donde debían colocarse las probetas de puesta a tierra para su estudio. Para resolver esta situación, se implementó un sistema de marcado utilizando hilo de nylon. Este sistema permitió fijar las probetas y garantizar que se ubicaran en el lugar correcto para realizar las pruebas de impulso.

En un principio, la conexión entre los diferentes elementos del circuito implementado se realizó mediante cables tipo “gancho-gancho”. Sin embargo, posteriormente se decidió reemplazarlos por flejes de cobre con el fin de reducir los efectos inductivos y capacitivos que podían surgir a altas frecuencias. Asimismo, la correcta conexión de los elementos del circuito facilitó la instalación permanente de los instrumentos de medición, lo que permitió realizar un monitoreo continuo y preciso de los parámetros de interés. La pinza de tensión se conectó entre el punto de inyección de la señal transitoria en las probetas estudiadas y el terminal de tierra de la resistencia tipo shunt (figura 5). En cuanto a la resistencia shunt (R_{shunt}), se ubicó en el borde del receptáculo electrolítico (figura 5). Ambos instrumentos de medición se conectaron al osciloscopio digital para la recopilación de datos. Cabe destacar que todos los elementos del circuito que requerían conexión a tierra, se conectaron a la malla de puesta a tierra del laboratorio utilizando un fleje de cobre de $5 [cm]$ de ancho.

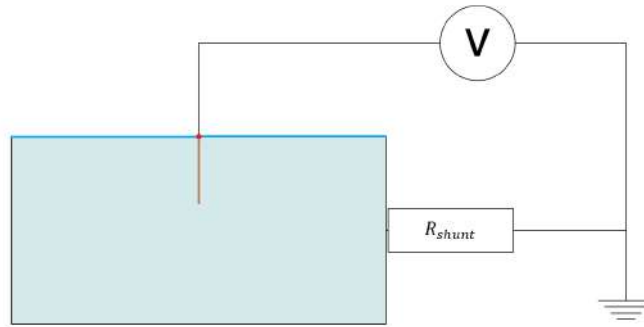


Figura 5: Esquema de conexión de los elementos de medición en el circuito.

Paralelamente, se llevó a cabo la construcción de las probetas de puesta a tierra correspondientes a las cinco configuraciones estudiadas, las cuales se elaboraron utilizando alambre de cobre. Según [2], la mayor dimensión geométrica del electrodo de puesta a tierra no debe ser mayor a un cuarto de la longitud del diámetro del receptáculo. Por otro lado, el estudio [23] indica que la diagonal máxima de la configuración debe ser al menos dos o tres veces menor que el diámetro del recipiente. Con el fin de cumplir con las recomendaciones realizadas en la literatura, se estableció una longitud estándar de 10 [cm] para tanto el electrodo vertical como horizontal. Además, las aristas de las configuraciones triangular, malla simple y malla compuesta también compartían este valor. Esta estandarización de longitud, permitió una comparación efectiva de los resultados obtenidos para cada una de las configuraciones, facilitando así el análisis de los datos.

7.1.2. Realización de las mediciones

Antes de iniciar las mediciones, se registraron los parámetros ambientales presentes en el laboratorio de alta tensión durante el día de la prueba (tabla 4). Este registro permitió tener un control sobre los parámetros ambientales durante el experimento y considerar su posible influencia en los resultados obtenidos.

Parámetro	Valor
Humedad relativa [%]	62.4
Temperatura [$^{\circ}C$]	18.8
Presión [mbar]	1013

Tabla 4: Condiciones ambientales en el laboratorio.

El experimento se inició llenando el recipiente metálico con agua del grifo. Se utilizaron aproximadamente 77 [l] de agua, lo que equivalía a una altura de 27 [cm] en el cilindro. Luego, se procedió a medir las propiedades físicas de interés del agua utilizando un conductivímetro y se registraron los valores correspondientes en la tabla 5.

Parámetros de interés	Valor
Conductividad [$\frac{\mu S}{cm}$]	625
Temperatura [$^{\circ}C$]	17.6
Resistividad [Ωm]	16

Tabla 5: Propiedades físicas de interés del agua potable.

Se decidió realizar las mediciones en un mismo día con la finalidad de minimizar la variabilidad del medio conductivo y garantizar resultados comparables entre las probetas sometidas a prueba.

En primera instancia, se realizaron una serie de ensayos de prueba utilizando la probeta del electrodo vertical. El objetivo de estos ensayos era ajustar la tensión de ruptura generada, mediante la regulación manual de la distancia entre las esferas. Además, se configuró de manera adecuada el osciloscopio digital para capturar las señales transitorias de interés.

Durante la realización de esta prueba, se descubrió la importancia de aterrizar los elementos capacitivos del circuito luego de cada energización del sistema mediante el uso de la pértiga. Se observaron pequeñas diferencias entre las pruebas realizadas con y sin la descarga del sistema, lo que impedía obtener resultados repetibles. Sin embargo, al aterrizar los elementos capacitivos después de cada ensayo, se logró obtener una repetitividad de resultados entre las pruebas. Una posible explicación para el fenómeno observado es que algunos de los elementos eléctricos del circuito, quedaban con una pequeña energía residual acumulada luego de cada energización.

El ensayo comenzó colocando y centralizando la probeta a estudiar en el receptáculo metálico. La profundidad a la que se sumergieron las distintas configuraciones de electrodos se estableció en 2.5 [cm] a partir de la superficie del agua. Es importante mencionar que en el caso del electrodo vertical, la profundidad no tuvo relevancia, ya que no dependía de esta variable. La figura 6, ilustra las dimensiones específicas sumergidas en el agua para cada una de las probetas de puesta a tierra.

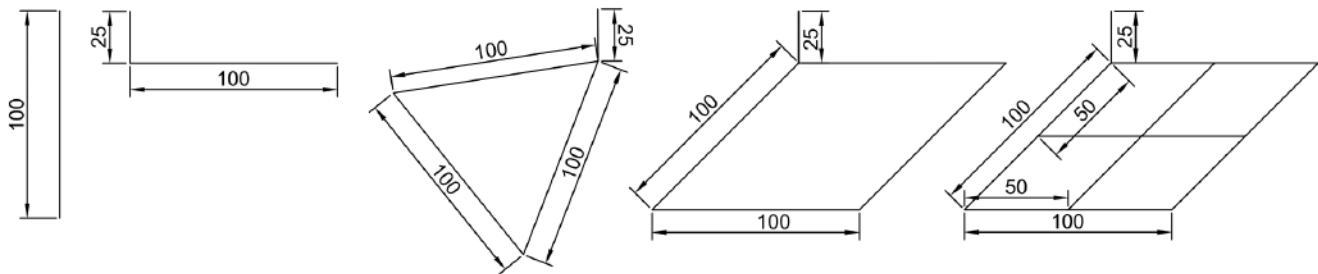


Figura 6: Dimensiones sumergidas en el agua [mm] para cada probeta de puesta a tierra.

Luego, se procedió a salir y cerrar la cabina de ensayos para establecer el osciloscopio digital en modo *Single*. El sistema se energizó elevando lentamente y de manera constante la tensión continua de polaridad negativa suministrada por la fuente utilizada. Una vez alcanzada la ruptura dieléctrica entre las esferas del espinterómetro, se registró el valor de la tensión de ruptura. Las señales transitorias de interés se mostraron automáticamente en la pantalla del osciloscopio y se guardaron en formato *.csv* para su posterior análisis. Antes de realizar un nuevo ensayo, se procedió a aterrizar el circuito utilizando la pértiga.

Se realizaron tres mediciones distintas para cada una de las probetas de puesta a tierra estudiadas, con el objetivo de garantizar la repetitividad de los resultados en los ensayos. Cabe destacar que se empleó el mismo procedimiento experimental para cada una de las cinco configuraciones de electrodos de puesta a tierra a escala reducida.

7.1.3. Análisis e interpretación de resultados

En la etapa de análisis de datos, se desarrolló un programa en *Matlab* para llevar a cabo un procesamiento detallado de las señales de tensión y corriente obtenidas mediante los instrumentos

de medición. En la primera fase del código, se cargaron los datos recopilados por el osciloscopio en formato *.csv*, correspondientes a los ensayos de impulso realizados. Posteriormente, se estableció un período de muestreo $TS = 2 \cdot 10^{-8}[\text{s}]$ y se crearon vectores para almacenar las variables de tiempo (t_0), tensión de puesta a tierra (V_e) y corriente de interés (I_0).

El proceso continuó con el cálculo de la Transformada Rápida de Fourier (FFT, por sus siglas en inglés) de los vectores de tensión V_e y corriente I_0 . Esto permitió obtener la magnitud y el ángulo de la impedancia de puesta a tierra en el dominio de la frecuencia utilizando las siguientes relaciones:

$$|Z| = \sqrt{\left(\Re\left(\frac{V_e}{I_0}\right)\right)^2 + \left(\Im\left(\frac{V_e}{I_0}\right)\right)^2} [\Omega] \quad (7.58)$$

$$\Phi = \tan^{-1} \left[\frac{\Im\left(\frac{V_e}{I_0}\right)}{\Re\left(\frac{V_e}{I_0}\right)} \right]^\circ \quad (7.59)$$

En la sección de código posterior, se calcularon los espectros de amplitud y ángulo de los parámetros de interés (V_e y I_0), mediante la división de los valores de la *FFT* de la tensión y corriente por la longitud del vector de datos. Se realizaron diversos ajustes para considerar únicamente las componentes de frecuencia positivas. Posteriormente, se determinó el ángulo de la impedancia mediante la diferencia entre los ángulos de tensión y corriente. Una vez que estos cálculos fueron completados, se obtuvieron los valores de frecuencia correspondientes a cada punto del espectro utilizando la frecuencia de muestreo *FS* (inverso del periodo de muestreo *TS*), que representaba la cantidad de mediciones de la señal realizadas en un segundo.

La interpretación de los resultados se realizó utilizando las gráficas de magnitud y ángulo de la impedancia de las configuraciones en función de la frecuencia, empleando escala logarítmica (10 [kHz] - 1 [MHz]). Para garantizar una representación clara, se estableció un límite superior horizontal de frecuencia de 1 [MHz]. Además, se incluyeron gráficas adicionales de las señales de tensión y corriente en el dominio del tiempo para cada caso evaluado.

7.2. Electrodo vertical

La primera configuración de puesta a tierra estudiada corresponde al electrodo vertical. En la tabla 6, se presentan los principales parámetros de interés en la realización de este primer ensayo de impulso.

Parámetros de interés	Valor
Longitud total del conductor [cm]	10
Profundidad del conductor [cm]	-
Cantidad de soldaduras	0

Tabla 6: Parámetros de interés en el ensayo del electrodo vertical.

La implementación de la metodología descrita en la sección 7.1 resultó en la generación de las gráficas de magnitud y ángulo de la impedancia del electrodo vertical. Estas gráficas, presentadas en la figura 7, permiten examinar el comportamiento transitorio de la configuración en función de la frecuencia.

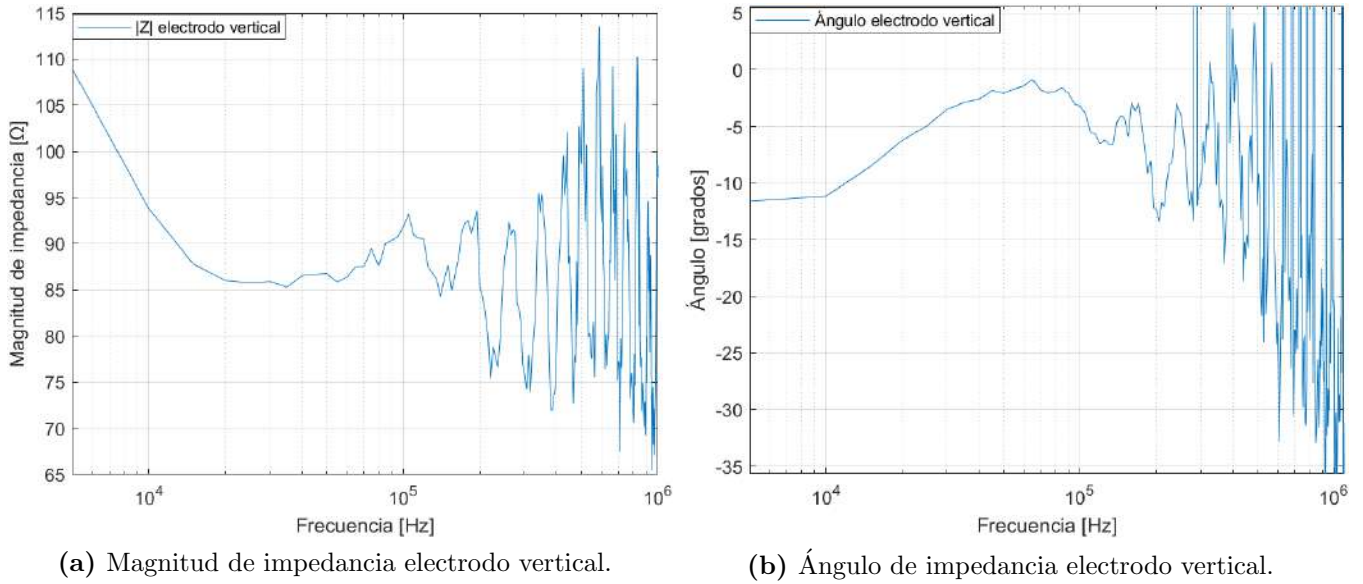


Figura 7: Comportamiento de la impedancia del electrodo vertical en función de la frecuencia.

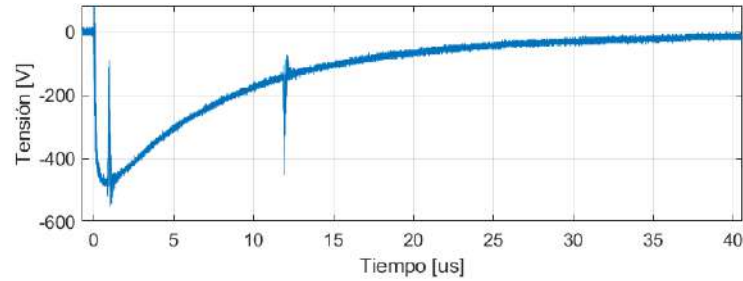
En primera instancia, al analizar la gráfica de magnitud de impedancia del electrodo vertical, se pueden evaluar los siguientes aspectos significativos:

- En el rango de frecuencia entre 10 [kHz] y 100 [kHz], la magnitud de la impedancia no muestra variaciones significativas y presenta un promedio cercano a 88.3 [Ω].
- En el rango de frecuencia entre 100 [kHz] y 1 [MHz], se observa que la respuesta transitoria exhibe oscilaciones en la magnitud de la impedancia. Específicamente, se identifica la máxima variación en el intervalo comprendido entre 665 [kHz] y 710 [kHz], con una diferencia absoluta de 41.77 [Ω]. Asimismo, se nota que tanto la diferencia absoluta como el promedio de las variaciones en el rango entre 450 [kHz] y 1 [MHz], tienden a disminuir conforme la frecuencia aumenta.

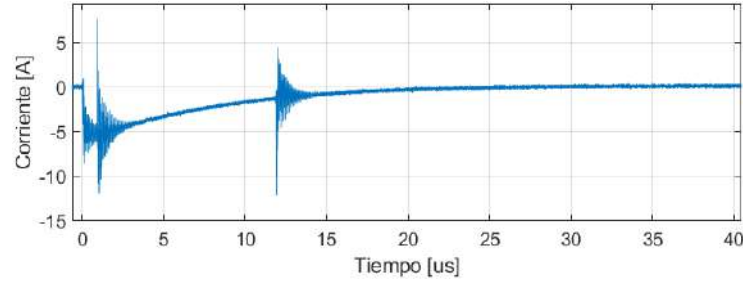
Por otro lado, al examinar la gráfica del ángulo de la impedancia del electrodo vertical, se pueden destacar los siguientes puntos:

- En el rango de frecuencia entre 10 [kHz] y 65 [kHz], se registra un aumento en la respuesta transitoria desde -11.16° hasta -0.85° .
- En el siguiente intervalo de frecuencia, se puede observar que la respuesta transitoria presenta oscilaciones en el ángulo de la impedancia. La máxima variación se encuentra en el intervalo comprendido entre 570 kHz y 610 [kHz], con una diferencia absoluta de 32.20° . Del mismo modo, se nota que el promedio de las variaciones en el rango de 180 [kHz] a 1 [MHz] tiende a disminuir a medida que la frecuencia aumenta, llegando aproximadamente a -27.90° .

A continuación, se presentan en la figura 8 las señales transitorias de tensión y corriente registradas por el osciloscopio durante el ensayo de impulso al electrodo vertical.



(a) Señal transitoria medida por la pinza de tensión.



(b) Señal transitoria medida por la resistencia shunt.

Figura 8: Señales transitorias de tensión y corriente medidas en el ensayo del electrodo vertical.

En la tabla 7, se exponen los principales parámetros de interés de las señales transitorias de tensión y corriente, los cuales proporcionan información crucial para comprender el comportamiento del sistema y evaluar su respuesta frente al impulso aplicado.

Parámetros principales	Valor
Tensión continua en la fuente [V]	-941
Tensión mínima registrada [V]	-552.80
Tiempo de frente T_f [μs]	1.04
Tiempo de cola T_c [μs]	6.15
Corriente mínima registrada [A]	-11.90

Tabla 7: Parámetros principales de las señales transitorias en el ensayo del electrodo vertical.

Se llevó a cabo la misma metodología de análisis en las cuatro configuraciones restantes. En relación con la presentación de las señales transitorias de tensión y corriente, se consideraron únicamente los parámetros de interés. Las representaciones gráficas de dichas variables se adjuntaron en el anexo del texto.

7.3. Electrodo horizontal

En la tabla 8, se detallan los principales parámetros de interés en la realización de este ensayo de impulso.

Parámetros de interés	Valor
Longitud total del conductor [cm]	12.5
Profundidad del conductor [cm]	2.5
Cantidad de soldaduras	0

Tabla 8: Parámetros de interés en el ensayo del electrodo horizontal.

En la figura 9, se presentan las gráficas de la magnitud y el ángulo de la impedancia en función de la frecuencia para la configuración bajo prueba.

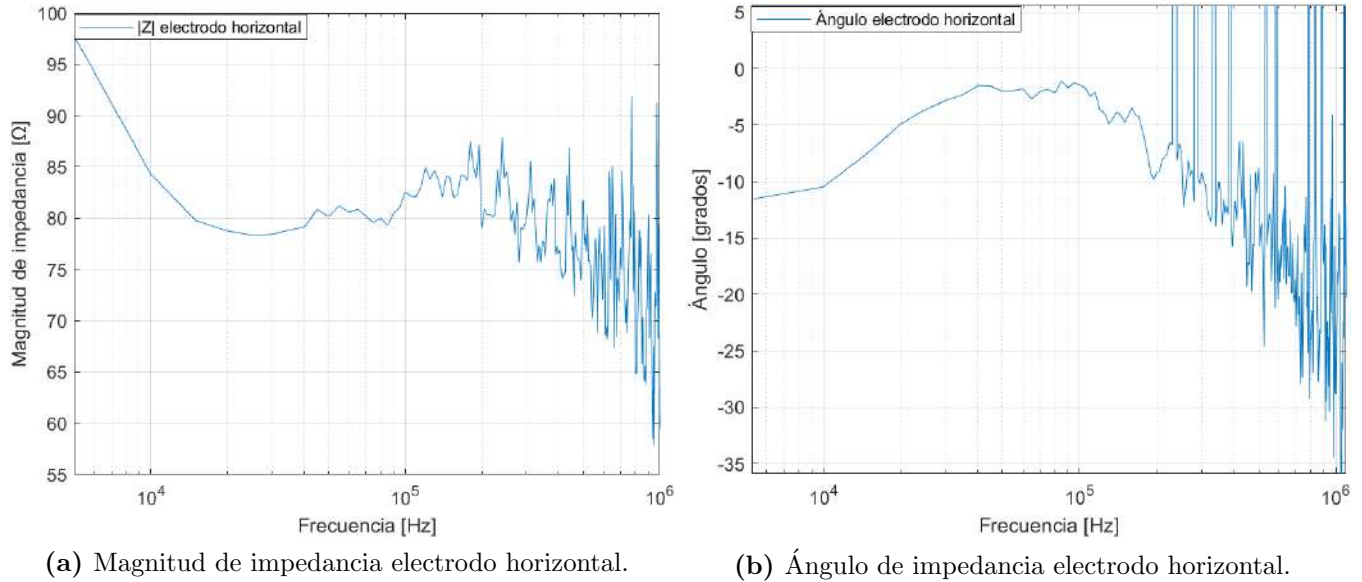


Figura 9: Comportamiento de la impedancia del electrodo horizontal en función de la frecuencia.

Al analizar la gráfica de magnitud de impedancia del electrodo horizontal, se pueden tomar en cuenta los siguientes aspectos:

- En el rango de frecuencia entre 10 [kHz] y 100 [kHz], la magnitud de la impedancia no muestra variaciones significativas y presenta un promedio cercano a 82.90 $[\Omega]$.
- En el rango de frecuencia entre 100 [kHz] y 1 [MHz], se observa que la respuesta transitoria exhibe oscilaciones en la magnitud de la impedancia. Específicamente, se identifica la máxima variación en el intervalo comprendido entre 775 [kHz] y 810 [kHz], con una diferencia absoluta de 27.09 $[\Omega]$. Asimismo, se nota que tanto la diferencia absoluta como el promedio de las variaciones en el rango entre 130 [kHz] y 1 [MHz], tiende a disminuir conforme la frecuencia aumenta.

Al examinar la gráfica del ángulo de la impedancia del electrodo horizontal, se pueden tomar en consideración los siguientes puntos:

- En el rango de frecuencia entre 10 [kHz] y 85 [kHz], se registra un aumento en la respuesta transitoria desde -10.46° hasta -1.09° .
- En el siguiente intervalo de frecuencia, se puede observar que la respuesta transitoria presenta oscilaciones en el ángulo de la impedancia. La máxima variación se encuentra en el intervalo

comprendido entre 500 kHz y 525 [kHz], con una diferencia absoluta de 15.88° . Del mismo modo, se nota que el promedio de las variaciones en el rango de 160 [kHz] a 1 [MHz] tiende a disminuir a medida que la frecuencia aumenta, llegando aproximadamente a -25.5° .

En la tabla 9, se exponen los principales parámetros de interés de las señales transitorias de tensión y corriente a tener en consideración.

Parámetros principales	Valor
Tensión continua en la fuente [V]	-936
Tensión mínima registrada [V]	-493.90
Tiempo de frente T_f [μs]	0.64
Tiempo de cola T_c [μs]	6.58
Corriente mínima registrada [A]	-10.50

Tabla 9: Parámetros principales de las señales transitorias en el ensayo del electrodo horizontal.

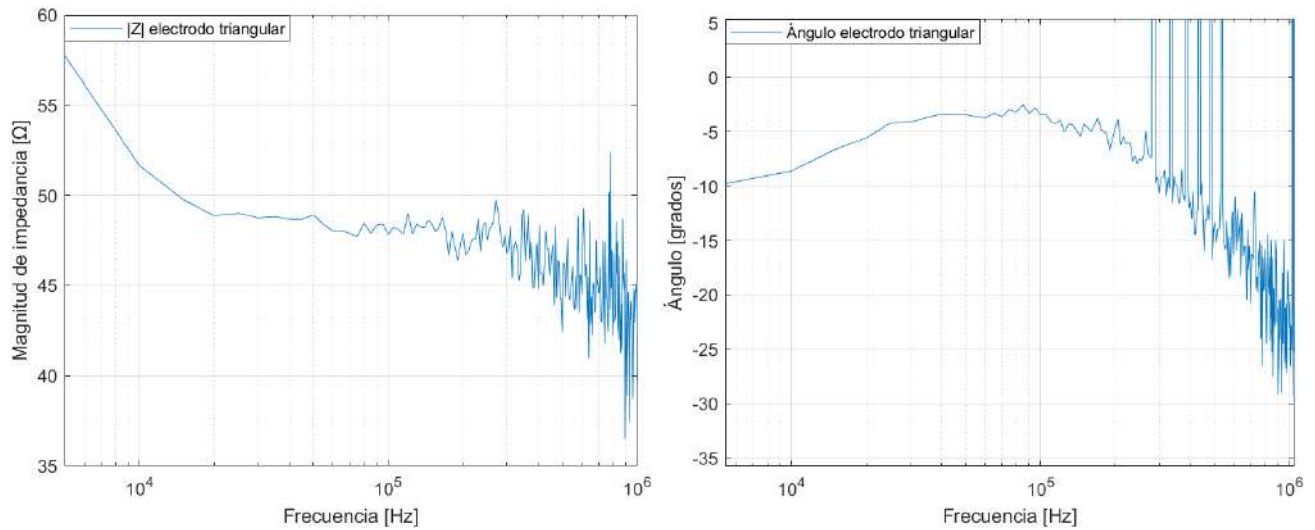
7.4. Electrodo triangular

En la tabla 10, se detallan los principales parámetros de interés en la realización de este ensayo de impulso.

Parámetros de interés	Valor
Longitud total del conductor [cm]	32.5
Profundidad del conductor [cm]	2.5
Cantidad de soldaduras	1

Tabla 10: Parámetros de interés en el ensayo del electrodo triangular.

En la figura 10, se presentan las gráficas de la magnitud y el ángulo de la impedancia en función de la frecuencia para la configuración bajo prueba.



(a) Magnitud de impedancia electrodo triangular.

(b) Ángulo de impedancia electrodo triangular.

Figura 10: Comportamiento de la impedancia del electrodo triangular en función de la frecuencia.

Al analizar la gráfica de magnitud de impedancia del electrodo triangular, se pueden tomar en cuenta los siguientes aspectos:

- En el rango de frecuencia entre 10 [kHz] y 100 [kHz], la magnitud de la impedancia no muestra variaciones significativas y presenta un promedio cercano a 48.85 [Ω].
- En el rango de frecuencia entre 100 [kHz] y 1 [MHz], se observa que la respuesta transitoria exhibe oscilaciones en la magnitud de la impedancia. Específicamente, se identifica la máxima variación en el intervalo comprendido entre 740 [kHz] y 780 [kHz], con una diferencia absoluta de 10.64 [Ω]. Asimismo, se nota que el promedio de las variaciones en el rango entre 165 [kHz] y 1 [MHz], tiende a disminuir conforme la frecuencia aumenta.

Al examinar la gráfica del ángulo de la impedancia del electrodo triangular, se pueden tomar en consideración en los siguientes puntos:

- En el rango de frecuencia entre 10 [kHz] y 85 [kHz], se registra un aumento en la respuesta transitoria desde -8.65° hasta -2.52° .
- En el siguiente intervalo de frecuencia, se puede observar que la respuesta transitoria presenta oscilaciones en el ángulo de la impedancia. La máxima variación se encuentra en el intervalo comprendido entre 500 kHz y 525 [kHz], con una diferencia absoluta de 14.68° . Del mismo modo, se nota que el promedio de las variaciones en el rango de 170 [kHz] a 1 [MHz] tiende a disminuir a medida que la frecuencia aumenta, llegando aproximadamente a -24.34° .

En la tabla 11, se exponen los principales parámetros de interés de las señales transitorias de tensión y corriente a tener en consideración.

Parámetros principales	Valor
Tensión continua en la fuente [V]	-1045
Tensión mínima registrada [V]	-488.30
Tiempo de frente T_f [μs]	0.92
Tiempo de cola T_c [μs]	6.38
Corriente mínima registrada [A]	-13.30

Tabla 11: Parámetros principales de las señales transitorias en el ensayo del electrodo triangular.

7.5. Malla simple

En la tabla 12, se detallan los principales parámetros de interés en la realización de este ensayo de impulso.

Parámetros de interés	Valor
Longitud total del conductor [cm]	42.5
Profundidad del conductor [cm]	2.5
Cantidad de soldaduras	1

Tabla 12: Parámetros de interés en el ensayo de la malla simple.

En la figura 11, se presentan las gráficas de la magnitud y el ángulo de la impedancia en función de la frecuencia para la configuración bajo prueba.

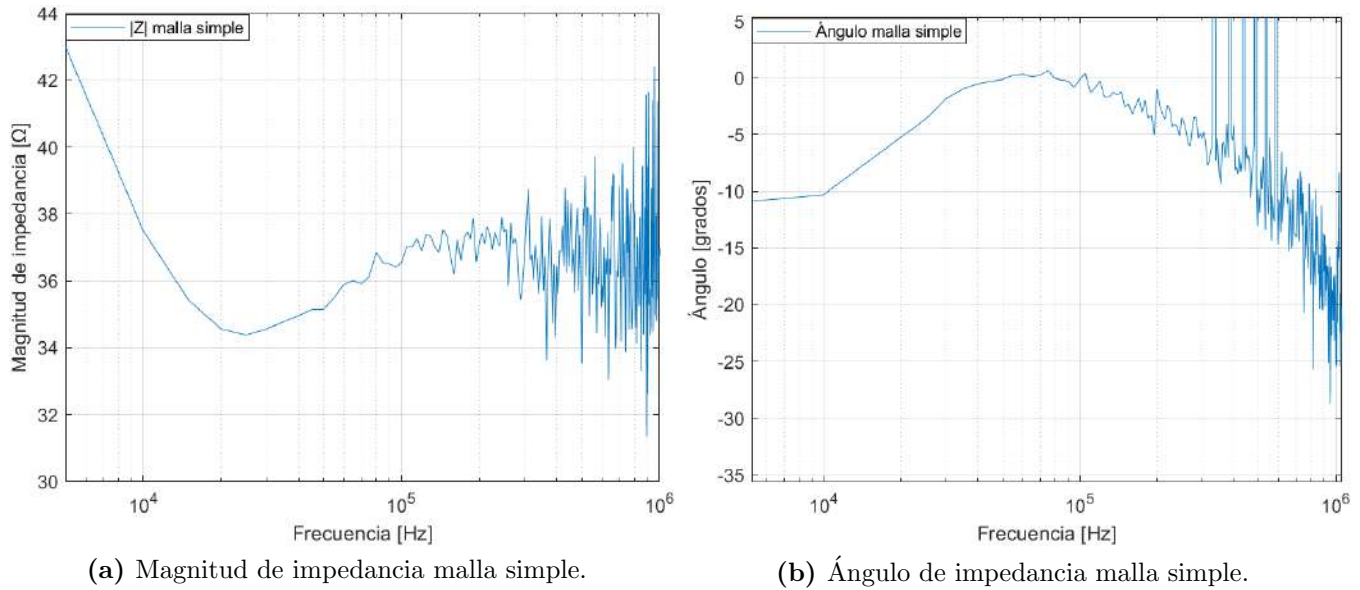


Figura 11: Comportamiento de la impedancia de la malla simple en función de la frecuencia.

Al analizar la gráfica de magnitud de impedancia de la malla simple, se pueden tomar en cuenta los siguientes aspectos:

- En el rango de frecuencia entre 10 [kHz] y 100 [kHz], la magnitud de la impedancia no muestra variaciones significativas y presenta un promedio cercano a 36.53 [Ω].
- En el rango de frecuencia entre 100 [kHz] y 1 [MHz], se observa que la respuesta transitoria exhibe oscilaciones en la magnitud de la impedancia. Específicamente, se identifica la máxima variación en el intervalo comprendido entre 885 [kHz] y 890 [kHz], con una diferencia absoluta de 7.02 [Ω]. Asimismo, se nota que el promedio de las variaciones en el rango entre 130 [kHz] y 1 [MHz], tiende a disminuir conforme la frecuencia aumenta.

Al examinar la gráfica del ángulo de la impedancia de la malla simple, se pueden tomar en consideración en los siguientes puntos:

- En el rango de frecuencia entre 10 [kHz] y 85 [kHz], se registra un aumento en la respuesta transitoria desde -10.31° hasta 0.62° .
- En el siguiente intervalo de frecuencia, se puede observar que la respuesta transitoria presenta oscilaciones en el ángulo de la impedancia. La máxima variación se encuentra en el intervalo comprendido entre 815 kHz y 835 [kHz], con una diferencia absoluta de 15.88° . Del mismo modo, se nota que el promedio de las variaciones en el rango de 105 [kHz] a 1 [MHz] tiende a disminuir a medida que la frecuencia aumenta, llegando aproximadamente a -21.59° .

En la tabla 13, se exponen los principales parámetros de interés de las señales transitorias de tensión y corriente a tener en consideración.

Parámetros principales	Valor
Tensión continua en la fuente [V]	-940
Tensión mínima registrada [V]	-459.90
Tiempo de frente T_f [μs]	0.67
Tiempo de cola T_c [μs]	6.32
Corriente mínima registrada [A]	-15.90

Tabla 13: Parámetros principales de las señales transitorias en el ensayo de la malla simple.

7.6. Malla compuesta

En la tabla 14, se detallan los principales parámetros de interés en la realización del ultimo ensayo de impulso de esta sección.

Parámetros de interés	Valor
Longitud total del conductor [cm]	62.5
Profundidad del conductor [cm]	2.5
Cantidad de soldaduras	6

Tabla 14: Parámetros de interés en el ensayo de la malla compuesta.

En la figura 12, se presentan las gráficas de la magnitud y el ángulo de la impedancia en función de la frecuencia para la configuración bajo prueba.

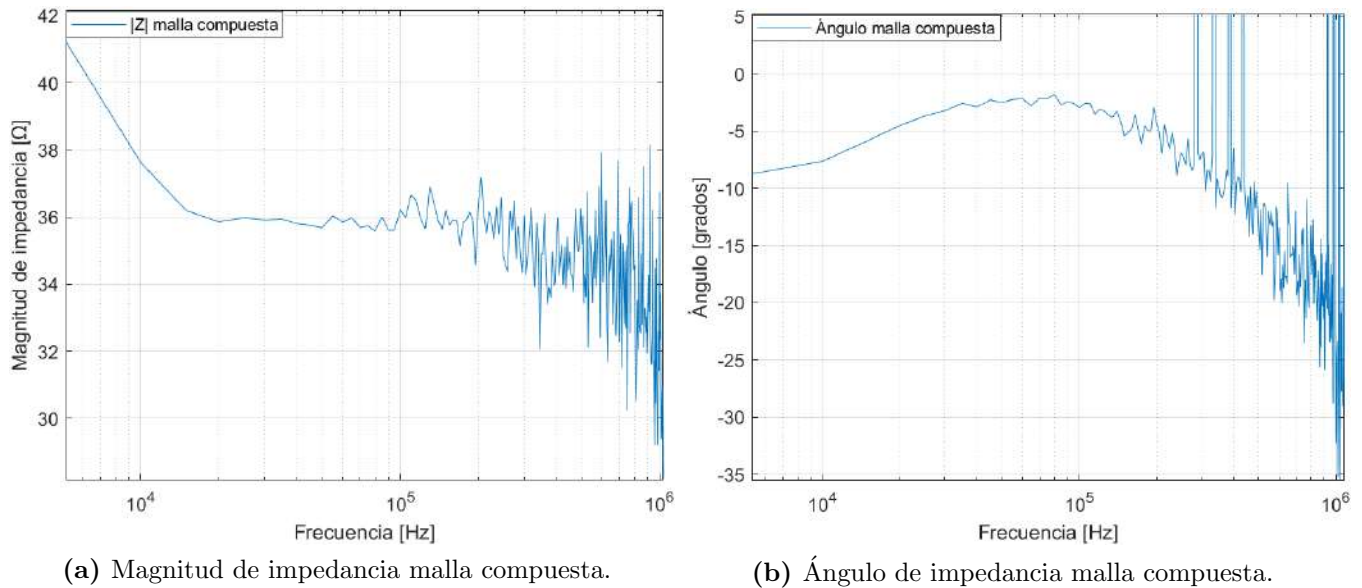


Figura 12: Comportamiento de la impedancia de la malla compuesta en función de la frecuencia.

Al analizar la gráfica de magnitud de impedancia de la malla compuesta, se pueden tomar en cuenta los siguientes aspectos:

- En el rango de frecuencia entre 10 [kHz] y 100 [kHz], la magnitud de la impedancia no muestra variaciones significativas y presenta un promedio cercano a 36.02 [Ω].

- En el rango de frecuencia entre 100 [kHz] y 1 [MHz], se observa que la respuesta transitoria exhibe oscilaciones en la magnitud de la impedancia. Específicamente, se identifica la máxima variación en el intervalo comprendido entre 750 [kHz] y 765 [kHz], con una diferencia absoluta de 6.66 [Ω]. Asimismo, se nota que el promedio de las variaciones en el rango entre 110 [kHz] y 1 [MHz], tiende a disminuir conforme la frecuencia aumenta.

Al examinar la gráfica del ángulo de la impedancia de la malla compuesta, se pueden tomar en consideración en los siguientes puntos:

- En el rango de frecuencia entre 10 [kHz] y 85 [kHz], se registra un aumento en la respuesta transitoria desde -7.63° hasta -1.825° .
- En el siguiente intervalo de frecuencia, se puede observar que la respuesta transitoria presenta oscilaciones en el ángulo de la impedancia. La máxima variación se encuentra en el intervalo comprendido entre 750 kHz y 770 [kHz], con una diferencia absoluta de 12.58° . Del mismo modo, se nota que el promedio de las variaciones en el rango de 140 [kHz] a 1 [MHz] tienden a disminuir a medida que la frecuencia aumenta, llegando aproximadamente a -23.19° .

En la tabla 15, se exponen los principales parámetros de interés de las señales transitorias de tensión y corriente a tener en consideración.

Parámetros principales	Valor
Tensión continua en la fuente [V]	-973
Tensión mínima registrada [V]	-430.40
Tiempo de frente T_f [μs]	0.80
Tiempo de cola T_c [μs]	6.31
Corriente mínima registrada [A]	-15.70

Tabla 15: Parámetros principales de las señales transitorias en el ensayo de la malla compuesta.

8. Simulación de las configuraciones

La simulación del comportamiento de las configuraciones de puesta a tierra, considerando o no la variación de los parámetros del terreno, se llevó a cabo mediante la implementación de un código en el software *Matlab* basado en el *modelo electromagnético híbrido (MEH)* (propuesto por Silverio Visacro 12.4.2 en ICLP, 1992).

Respecto a las metodologías implementadas en las simulaciones que consideraban constantes y variables los parámetros del medio, se siguió la utilizada en [24]. En el caso de la simulación que consideró los parámetros del medio variables con la frecuencia, la obtención de las curvas de la permitividad y resistividad del agua de grifo se basó en el procedimiento descrito en la sección 5.2. Para llevar a cabo dicho procedimiento, se utilizaron las medidas experimentales de tensión y corriente transitorias obtenidas de las pruebas realizadas a los electrodos vertical y horizontal (figuras 8 y 38).

En la figura 13, se presentan las gráficas de resistividad y permitividad del agua de grifo en función de la frecuencia.

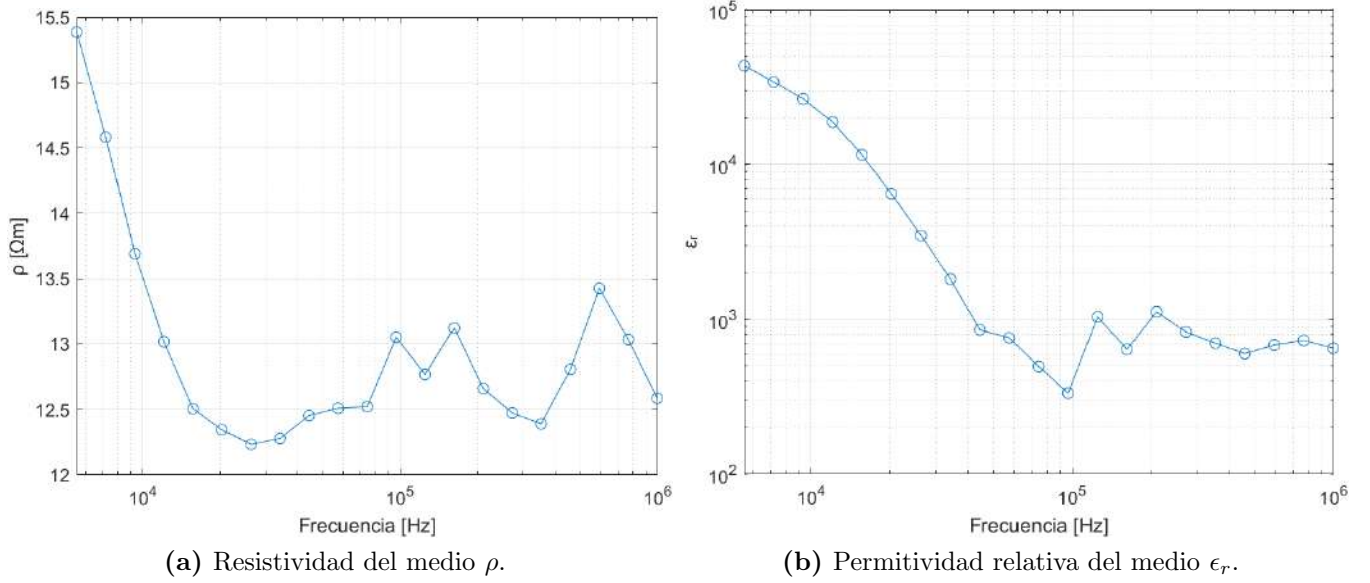


Figura 13: Variación de los parámetros del medio en función de la frecuencia.

En relación a las gráficas obtenidas, se puede observar que hay 21 puntos (f, ρ) y (f, ϵ) distribuidos en una escala logarítmica de frecuencia en el rango de 5.55 [kHz] hasta 994.66 [kHz]. La resistividad del agua de grifo en el rango de frecuencia analizado fluctuó entre 12.23 [Ωm] y 15.38 [Ωm], lo cual se aproxima de manera satisfactoria al valor de 16 [Ωm] medido en corriente continua. Por otro lado, la permitividad relativa presentó una variación considerable, oscilando entre 333.27 y 43,437.5. Sin embargo, se observa que la mayor variación de este parámetro se encuentra en bajas frecuencias, mientras que en altas frecuencias tiende a estabilizarse.

8.1. Definición de los conductores y puntos de inyección de corriente

La representación de las dimensiones físicas de las configuraciones de puesta a tierra (en base a lo presentado en la figura 6) se llevó a cabo mediante la creación de matrices de coordenadas, en donde cada fila de la matriz representaba un elemento conductor rectilíneo. Cada elemento conductor se definió mediante sus coordenadas iniciales y finales (en metros) en el plano tridimensional, así como del número de particiones utilizado para discretizarlo. El formato utilizado para definir el conductor es el siguiente:

$$[X_1, Y_1, Z_1, X_2, Y_2, Z_2, N^\circ \text{ de particiones}] \quad (8.60)$$

La adecuada definición del punto de inyección de corriente en la configuración resultó fundamental, dado que este parámetro ejerció una influencia directa en el comportamiento del sistema. El punto de inyección se definió de la siguiente manera:

$$[X_1, Y_1, Z_1] \quad (8.61)$$

8.2. Electrodo vertical

La primera configuración simulada fue la del electrodo vertical. La distribución física y el número de conductores de la configuración en el plano tridimensional se definieron en base a la

ecuación 8.60 de la siguiente forma:

$$[0, 0, -0.001, 0, 0, -0.1, 10]$$

El punto de inyección de corriente en el electrodo vertical, definido según la ecuación 8.61, se realizó en la coordenada:

$$[0, 0, -0.001]$$

La implementación de las metodologías descritas en la sección 8 resultó en la generación de las gráficas de magnitud y ángulo de la impedancia del electrodo vertical. Estas gráficas, presentadas en la figura 14, permiten examinar el comportamiento de la configuración considerando tanto parámetros constantes como variables del medio.

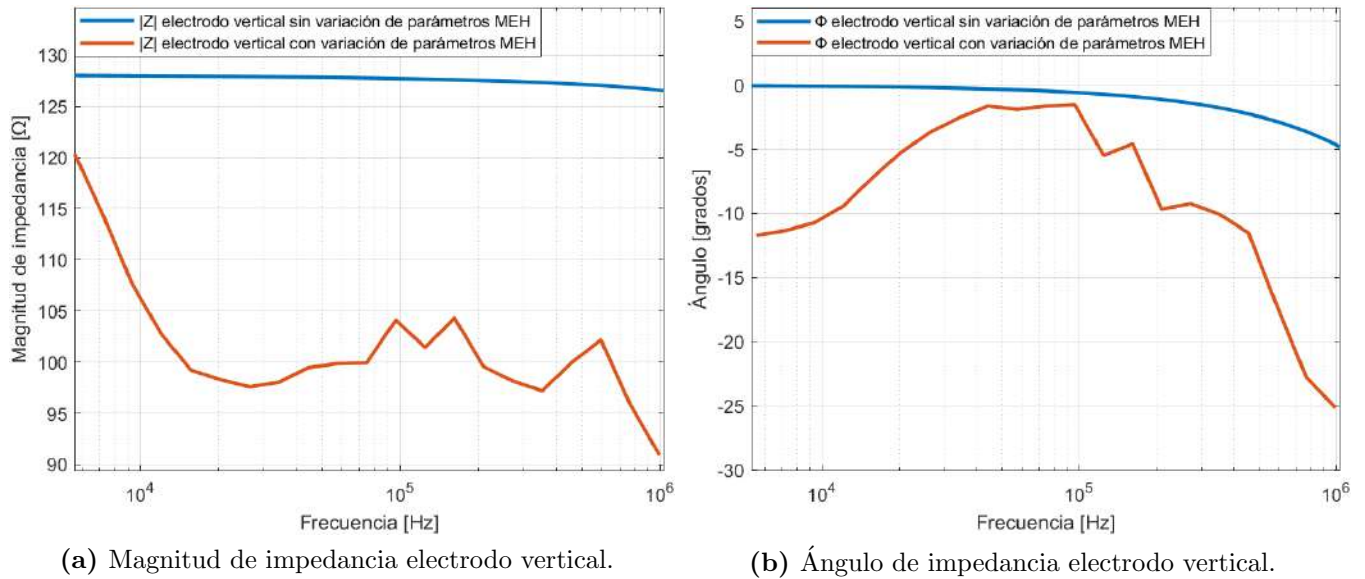


Figura 14: Comportamiento de la impedancia del electrodo vertical en función de la frecuencia.

En primera instancia, al analizar la gráfica de magnitud de impedancia del electrodo vertical, se pueden tener en cuenta los siguientes aspectos:

- Considerando los parámetros del medio constantes, la curva presenta un ligero decaimiento entre 128.02 [Ω] y 126.59 [Ω]. Esta mínima variación entre los valores extremos obtenidos permite atribuirle un comportamiento prácticamente constante.
- En el modelo con parámetros dependientes de la frecuencia, se aprecia una oscilación entre 106.36 [Ω] y 90.92 [Ω]. En el intervalo de frecuencia comprendido entre 20 [kHz] y 500 [kHz], la curva se mantiene relativamente constante, con un valor promedio aproximado de 99.45 [Ω]. Sin embargo, en los otros dos rangos de frecuencias estudiados, se observa una disminución en la magnitud de la impedancia a medida que la frecuencia aumenta.

Por otro lado, al analizar la gráfica del ángulo de la impedancia del electrodo vertical, se pueden tomar en consideración los siguientes puntos:

- Considerando los parámetros del medio constantes, la curva presenta un decaimiento aproximado desde -0.00172° a -4.54° .

- En el modelo con parámetros dependientes de la frecuencia, se obtiene una variación entre -1.52° y -25.13° . En el intervalo de frecuencia entre 10 [kHz] y 60 [kHz], el ángulo de la impedancia aumenta hasta alcanzar un máximo de -1.52° . Sin embargo, en el rango posterior disminuye hasta aproximadamente el doble del valor inicial.

En la tabla 16, se presentan las diferencias absolutas de los parámetros de interés obtenidas a través de las dos metodologías de modelación del medio. Esto permite realizar una comparación y evaluación de las discrepancias entre los resultados generados por ambas metodologías.

Parámetro de interés	Valor absoluto	Frecuencia [kHz]
$ \Delta Z_{min} $ [Ω]	21.62	10
$ \Delta Z_{max} $ [Ω]	35.67	994.66
$ \Delta \Phi_{min} $ [$^\circ$]	0.96	96.36
$ \Delta \Phi_{max} $ [$^\circ$]	20.59	994.66

Tabla 16: Diferencia absoluta entre los parámetros de interés de la simulación del electrodo vertical.

Se desarrolló la misma metodología de análisis y presentación de resultados para las cuatro configuraciones restantes, con el fin de proporcionar una evaluación coherente y comparativa de los datos obtenidos.

8.3. Electrodo horizontal

La distribución física y el número de conductores de la configuración en el plano tridimensional se definieron de la siguiente forma:

$$[-0.05, 0, 0, -0.05, 0, -0.025, 2; \\ -0.05, 0, -0.025, 0.05, 0, -0.025, 10]$$

El punto de inyección de corriente en el electrodo horizontal, se realizó en la coordenada:

$$[-0.05, 0, 0]$$

En la figura 15, se presentan las gráficas de la magnitud y el ángulo de la impedancia en función de la frecuencia para la configuración bajo prueba.

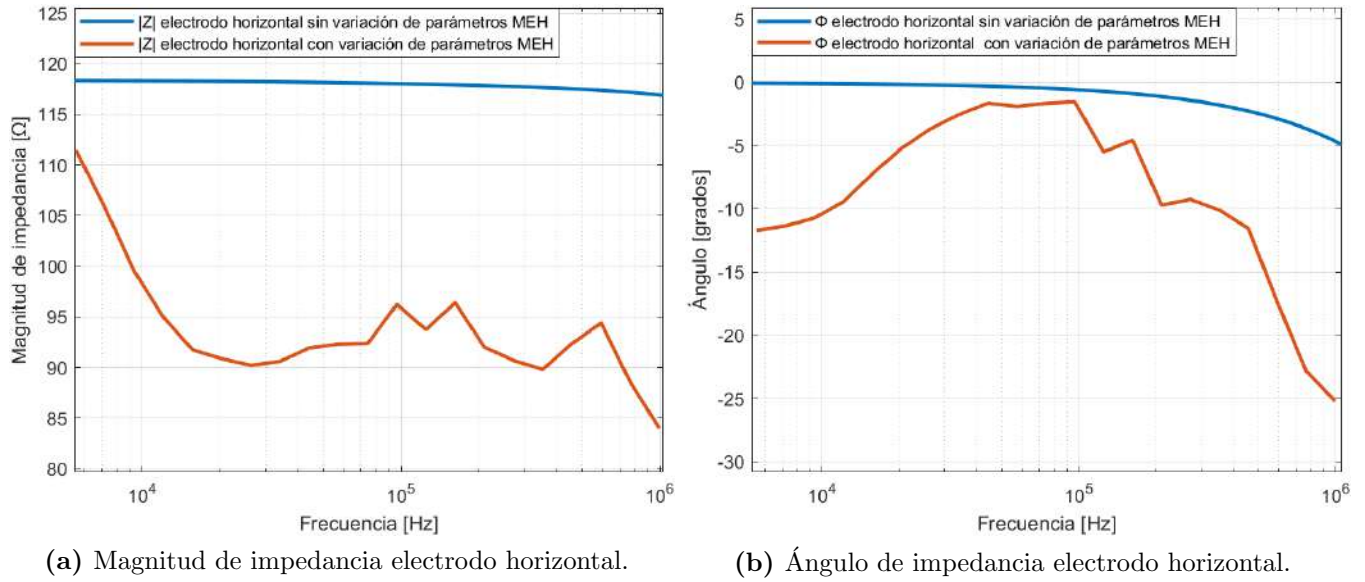


Figura 15: Comportamiento de la impedancia del electrodo horizontal en función de la frecuencia.

Al examinar la gráfica de la magnitud de impedancia del electrodo horizontal, se pueden evaluar los siguientes factores significativos:

- Considerando los parámetros del medio constantes, la curva presenta un decaimiento entre 118.34 [Ω] y 116.94 [Ω]. Esta mínima variación indica que la impedancia se mantiene prácticamente constante.
- En el modelo con parámetros dependientes de la frecuencia, se aprecia una oscilación entre 98.28 [Ω] y 83.97 [Ω]. En el intervalo de frecuencia comprendido entre 20 [kHz] y 500 [kHz], la curva se mantiene relativamente constante, con un valor promedio aproximado de 91.92 [Ω]. Sin embargo, en los otros dos rangos de frecuencias estudiados se observa una disminución en la magnitud de impedancia a medida que la frecuencia aumenta.

Al analizar la gráfica del ángulo de la impedancia del electrodo horizontal, se pueden destacar los siguientes puntos:

- Considerando los parámetros del medio constantes, la curva presenta un decaimiento aproximado desde -0.06° a -4.58° .
- En el modelo con parámetros dependientes de la frecuencia, se obtiene una variación entre -1.54° y -25.19° . En el intervalo de frecuencia entre 10 [kHz] y 60 [kHz], el ángulo de la impedancia aumenta hasta alcanzar un máximo de -1.54° . Sin embargo, en el rango posterior disminuye hasta aproximadamente el doble del valor inicial.

En la tabla 17, se presentan las diferencias absolutas de los parámetros de interés obtenidas mediante las dos metodologías de modelación del medio.

Parámetro de interés	Valor absoluto	Frecuencia [kHz]
$ \Delta Z_{min} [\Omega]$	20.06	10
$ \Delta Z_{max} [\Omega]$	32.97	994.66
$ \Delta \Phi_{min} [^\circ]$	0.97	96.36
$ \Delta \Phi_{max} [^\circ]$	20.61	994.66

Tabla 17: Diferencia absoluta entre los parámetros de interés de la simulación del electrodo horizontal.

8.4. Electrodo triangular

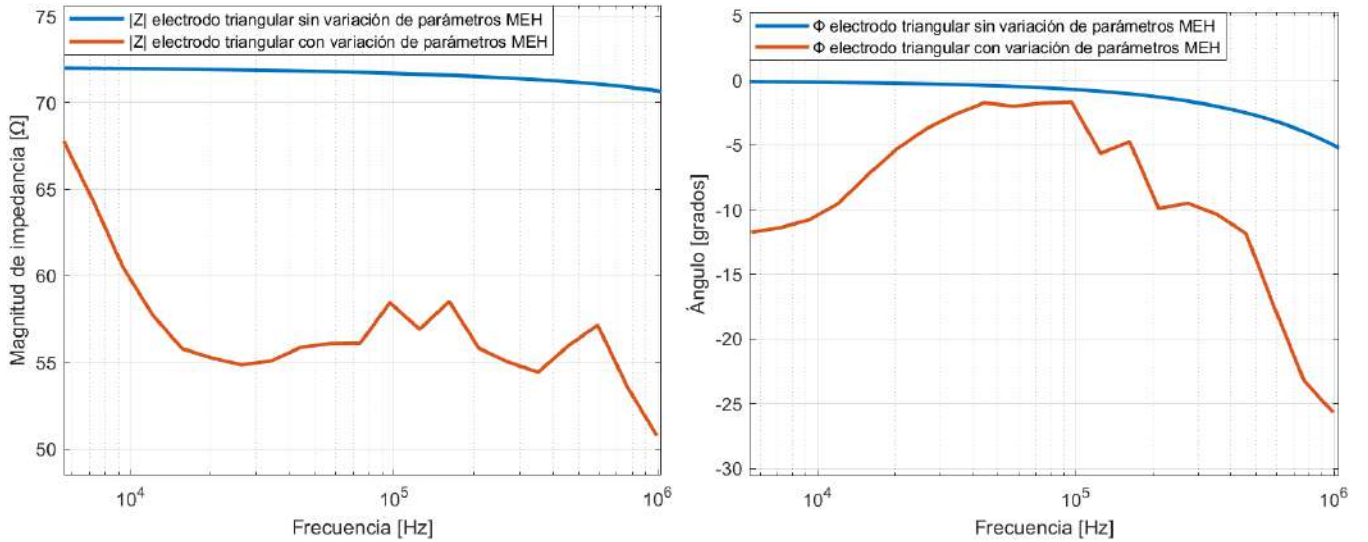
La distribución física y el número de conductores de la configuración en el plano tridimensional se definieron de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 &[0, 0.0433, 0, 0, 0.0433, -0.025, 2; \\
 &0, 0.0433, -0.025, 0.05, -0.0433, -0.025, 10; \\
 &0.05, -0.0433, -0.025, -0.05, -0.0433, -0.025, 10; \\
 &-0.05, -0.0433, -0.025, 0, 0.0433, -0.025, 10]
 \end{aligned}$$

El punto de inyección de corriente en el electrodo triangular, se realizó en la coordenada:

$$[0, 0.0433, 0]$$

En la figura 16, se presentan las gráficas de la magnitud y el ángulo de la impedancia en función de la frecuencia para la configuración bajo prueba.



(a) Magnitud de impedancia electrodo triangular.

(b) Ángulo de impedancia electrodo triangular.

Figura 16: Comportamiento de la impedancia del electrodo triangular en función de la frecuencia.

Al examinar la gráfica de la magnitud de impedancia del electrodo triangular, se pueden evaluar los siguientes factores significativos:

- Considerando los parámetros del medio constantes, la curva presenta un decaimiento entre 72 $[\Omega]$ y 70.71 $[\Omega]$. Esta mínima variación indica que la impedancia se mantiene prácticamente constante.
- En el modelo con parámetros dependientes de la frecuencia, se aprecia una oscilación entre 59.80 $[\Omega]$ y 50.75 $[\Omega]$. En el intervalo de frecuencias comprendido entre 20 [kHz] y 500 [kHz], la curva se mantiene relativamente constante, con un valor promedio aproximado de 55.86 $[\Omega]$. Sin embargo, en los otros dos rangos de frecuencias estudiados se observa una disminución en la magnitud de impedancia a medida que la frecuencia aumenta.

Al analizar la gráfica del ángulo de la impedancia del electrodo triangular, se pueden destacar los siguientes puntos:

- Considerando los parámetros del medio constantes, la curva muestra un decaimiento en un rango aproximado de -0.10° a -4.93° .
- En el modelo con parámetros dependientes de la frecuencia, se obtiene una variación entre -1.67° y -25.67° . En el intervalo de frecuencias entre 10 [kHz] y 60 [kHz], el ángulo de la impedancia aumenta hasta alcanzar un máximo de -1.67° . Sin embargo, en el rango posterior disminuye hasta aproximadamente el doble del valor inicial.

En la tabla 18, se presentan las diferencias absolutas de los parámetros de interés obtenidas mediante las dos metodologías de modelación del medio.

Parámetro de interés	Valor absoluto	Frecuencia [kHz]
$ \Delta Z_{min} [\Omega]$	12.20	10
$ \Delta Z_{max} [\Omega]$	19.92	994.66
$ \Delta \Phi_{min} [^\circ]$	0.98	96.36
$ \Delta \Phi_{max} [^\circ]$	20.74	994.66

Tabla 18: Diferencia absoluta entre los parámetros de interés de la simulación del electrodo triangular.

8.5. Malla simple

La distribución física y el número de conductores de la configuración en el plano tridimensional se definieron de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 &[-0.05, 0.05, 0, -0.05, 0.05, -0.025, 2; \\
 &-0.05, 0.05, -0.025, -0.05, -0.05, -0.025, 10; \\
 &-0.05, -0.05, -0.025, 0.05, -0.05, -0.025, 10; \\
 &0.05, -0.05, -0.025, 0.05, 0.05, -0.025, 10; \\
 &0.05, 0.05, -0.025, -0.05, 0.05, -0.025, 10]
 \end{aligned}$$

El punto de inyección de corriente en la malla simple, se realizó en la coordenada:

$$[-0.05, 0.05, 0]$$

En la figura 17, se presentan las gráficas de la magnitud y el ángulo de la impedancia en función de la frecuencia para la configuración bajo prueba.

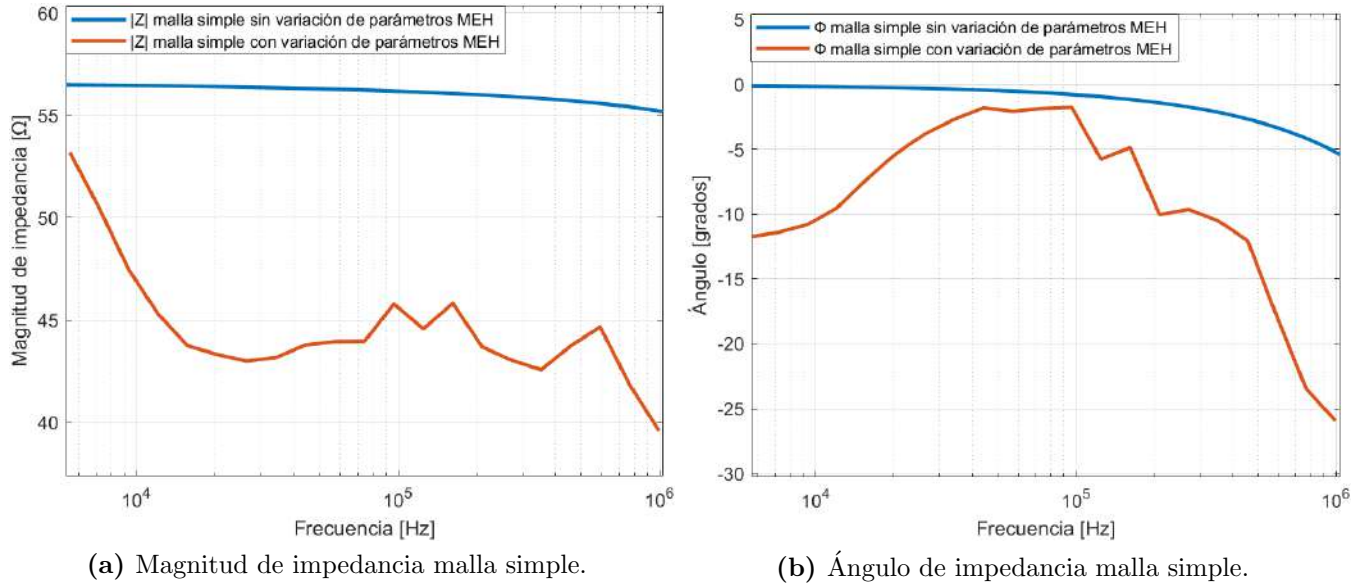


Figura 17: Comportamiento de la impedancia de la malla simple en función de la frecuencia.

Al examinar la gráfica de la magnitud de impedancia de la malla simple, se pueden evaluar los siguientes factores significativos:

- Considerando los parámetros del medio constantes, la curva muestra un decaimiento entre 56.48 [Ω] y 55.22 [Ω]. Esta mínima variación indica que la impedancia se mantiene prácticamente constante.
- En el modelo con parámetros dependientes de la frecuencia, se aprecia una oscilación entre 46.90 [Ω] y 39.60 [Ω]. En el intervalo de frecuencia comprendido entre 20 [kHz] y 500 [kHz], la curva se mantiene relativamente constante, con un valor promedio aproximado de 43.79 [Ω]. Sin embargo, en los otros dos rangos de frecuencias estudiados se observa una disminución en la magnitud de impedancia a medida que la frecuencia aumenta.

Al analizar la gráfica del ángulo de la impedancia de la malla simple, se pueden destacar los siguientes puntos:

- Considerando los parámetros del medio constantes, la curva presenta un decaimiento aproximado desde -0.11° a -5.12° .
- En el modelo con parámetros dependientes de la frecuencia, se obtiene una variación entre -1.76° y -25.94° . En el intervalo de frecuencias entre 10 [kHz] y 60 [kHz], el ángulo de la impedancia aumenta hasta alcanzar un máximo de -1.76° . Sin embargo, en el rango de frecuencias posterior disminuye hasta aproximadamente el doble del valor inicial.

En la tabla 19, se presentan las diferencias absolutas de los parámetros de interés obtenidas mediante las dos metodologías de modelación del medio.

Parámetro de interés	Valor absoluto	Frecuencia [kHz]
$ \Delta Z_{min} [\Omega]$	9.58	10
$ \Delta Z_{max} [\Omega]$	15.62	994.66
$ \Delta \Phi_{min} [^\circ]$	0.99	96.36
$ \Delta \Phi_{max} [^\circ]$	20.82	994.66

Tabla 19: Diferencia absoluta entre los parámetros de interés de la simulación de la malla simple.

8.6. Malla compuesta

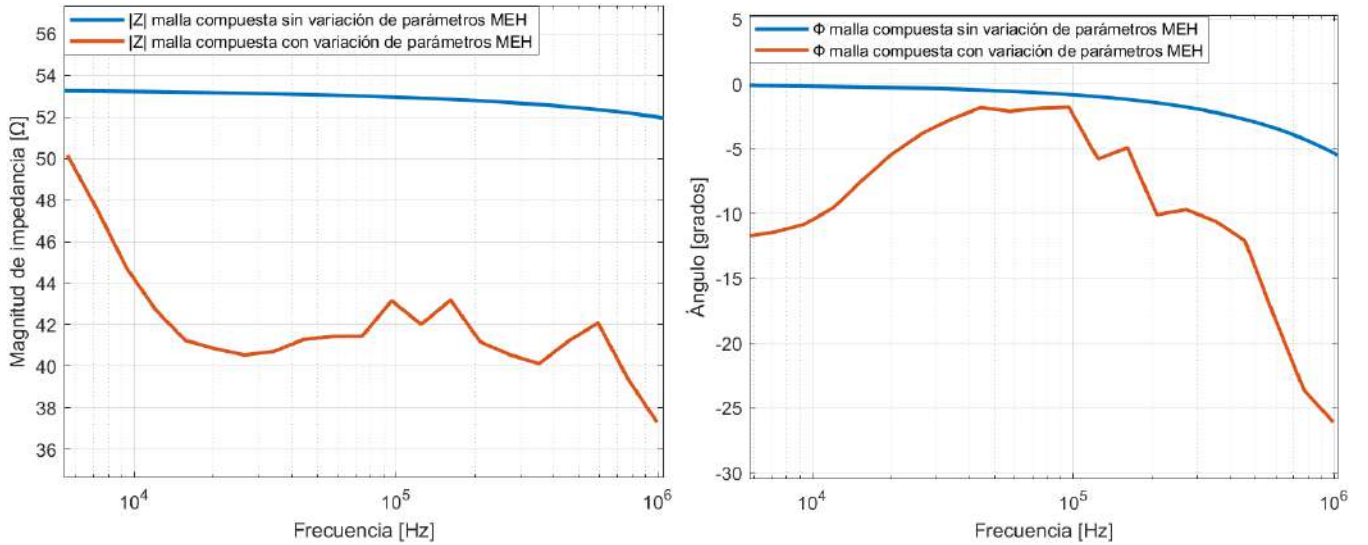
La distribución física y el número de conductores de la configuración en el plano tridimensional se definieron de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 &[-0.05, 0.05, 0, -0.05, 0.05, -0.025, 2; \\
 &-0.05, 0.05, -0.025, -0.05, -0.05, -0.025, 10; \\
 &-0.05, -0.05, -0.025, 0.05, -0.05, -0.025, 10; \\
 &0.05, -0.05, -0.025, 0.05, 0.05, -0.025, 10; \\
 &0.05, 0.05, -0.025, -0.05, 0.05, -0.025, 10; \\
 &-0.05, 0, -0.025, 0.05, 0, -0.025, 10; \\
 &0, 0.05, -0.025, 0, 0, -0.025, 5; \\
 &0, 0, -0.025, 0, -0.05, -0.025, 5]
 \end{aligned}$$

El punto de inyección de corriente en la malla compuesta, se realizó en la coordenada:

$$[-0.05, 0.05, 0]$$

En la figura 18, se presentan las gráficas de la magnitud y el ángulo de la impedancia en función de la frecuencia para la configuración bajo prueba.



(a) Magnitud de impedancia malla compuesta.

(b) Ángulo de impedancia malla compuesta.

Figura 18: Comportamiento de la impedancia de la malla compuesta en función de la frecuencia.

Al examinar la gráfica de la magnitud de impedancia de la malla compuesta, se pueden evaluar los siguientes factores significativos:

- Considerando los parámetros del medio constantes, la curva muestra un decaimiento entre 53.25 $[\Omega]$ y 52 $[\Omega]$. Esta mínima variación indica que la impedancia se mantiene prácticamente constante.
- En el modelo con parámetros dependientes de la frecuencia, se aprecia una oscilación entre 44.20 $[\Omega]$ y 37.30 $[\Omega]$. En el intervalo de frecuencias comprendido entre 20 [kHz] y 500 [kHz], la curva se mantiene relativamente constante, con un valor promedio aproximado de 41.28 $[\Omega]$. Sin embargo, en los otros dos rangos de frecuencias estudiados se observa una disminución en la magnitud de impedancia a medida que la frecuencia aumenta.

Al analizar la gráfica del ángulo de la impedancia de la malla compuesta, se pueden destacar los siguientes puntos:

- Considerando los parámetros del medio constantes, la curva muestra presenta un decaimiento aproximado desde -0.12° a -5.22° .
- En el modelo con parámetros dependientes de la frecuencia, se obtiene una variación entre -1.78° y -26.07° . En el intervalo de frecuencia entre 10 [kHz] y 60 [kHz], el ángulo de la impedancia aumenta hasta alcanzar un máximo de -1.78° . Sin embargo, en el rango posterior disminuye hasta aproximadamente el doble del valor inicial.

En la tabla 20, se presentan las diferencias absolutas de los parámetros de interés obtenidas mediante las dos metodologías de modelación del medio.

Parámetro de interés	Valor absoluto	Frecuencia [kHz]
$ \Delta Z_{min} $ $[\Omega]$	9.05	10
$ \Delta Z_{max} $ $[\Omega]$	14.70	994.66
$ \Delta \Phi_{min} $ $[\circ]$	1	96.36
$ \Delta \Phi_{max} $ $[\circ]$	20.85	994.66

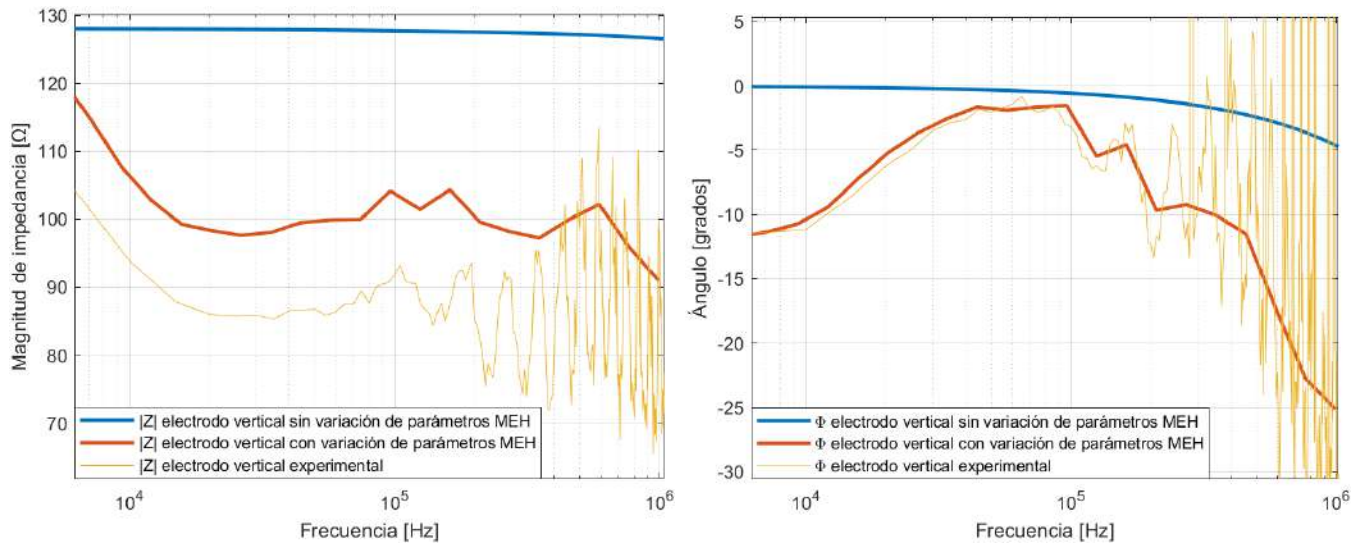
Tabla 20: Diferencia absoluta entre los parámetros de interés de la simulación de la malla compuesta.

9. Comparación teórico-experimental

La contrastación de los resultados obtenidos se realizó mediante el cálculo de la diferencia absoluta ($|\Delta Z|$ y $|\Delta \Phi|$) entre los valores teóricos y experimentales en tres puntos de frecuencia representativos ($f_1 = 10[kHz]$, $f_2 = 100[kHz]$ y $f_3 = 1[MHz]$). Debido al exceso de ruido en las mediciones experimentales cerca del punto de frecuencia f_3 , se adoptó una estrategia de aproximación. En lugar de utilizar directamente los valores medidos en ese punto, se procedió a identificar la oscilación más cercana a f_3 en donde los datos eran más estables y confiables. Se calculó el valor medio del rango máximo alcanzado en dicha oscilación, tanto para la magnitud ($|Z|$) como para el ángulo (Φ). Este promedio se empleó como el valor estimado en el punto de frecuencia f_3 para todas las mediciones. La aproximación generada, fue consistente con el comportamiento de todas las curvas bajo estudio.

9.1. Electrodo vertical

En la figura 19, se presentan las curvas de las magnitudes y ángulos de la impedancia en función de la frecuencia correspondientes al electrodo vertical.



(a) Magnitudes de impedancia del electrodo vertical.

(b) Ángulos de impedancia del electrodo vertical.

Figura 19: Comparación gráfica teórico-experimental del electrodo vertical.

En las tablas 21 y 22, se presentan los resultados de las diferencias absolutas ($|\Delta Z|$ y $|\Delta \Phi|$) entre los distintos métodos de modelación de la impedancia del electrodo bajo estudio.

Magnitud de impedancia [Ω]	10 [kHz]	100 [kHz]	1 [MHz]
$MEH_{constante}$	127.97	127.70	126.59
$MEH_{variable}$	106.32	104.12	90.92
<i>Experimental</i>	93.79	91.84	81.04
$ \Delta Z_{MEH\ cte.-Exp.} $	34.18	35.86	45.55
$ \Delta Z_{MEH\ variable-Exp.} $	12.53	12.28	9.88

Tabla 21: Magnitudes de la impedancia del electrodo vertical a diferentes frecuencias.

Al analizar los datos obtenidos en la tabla 21, se pueden evaluar los siguientes aspectos significativos:

- La diferencia absoluta entre el modelo teórico considerando parámetros del medio constantes y los ensayos experimentales ($|\Delta Z_{MEH\ cte.-Exp.}|$) se incrementa a medida que aumenta la frecuencia.
- La diferencia absoluta entre el modelo teórico considerando parámetros del medio variables y los ensayos experimentales ($|\Delta Z_{MEH\ variable-Exp.}|$) disminuye a medida que aumenta la frecuencia. Además, al considerar los tres puntos de frecuencia, se obtiene un valor promedio de aproximadamente 11.56 [Ω].
- En los tres puntos de frecuencia representativos, se advierte que el valor de $|\Delta Z_{MEH\ cte.-Exp.}|$ es aproximadamente 3 veces mayor que $|\Delta Z_{MEH\ variable-Exp.}|$.

Ángulo de impedancia [$^\circ$]	10 [kHz]	100 [kHz]	1 [MHz]
$MEH_{constante}$	-0.09	-0.58	-4.54
$MEH_{variable}$	-10.41	-1.09	-25.13
<i>Experimental</i>	-11.16	-3.15	-27.90
$ \Delta \Phi_{MEH\ cte.-Exp.} $	11.07	2.57	23.36
$ \Delta \Phi_{MEH\ variable-Exp.} $	0.75	2.05	2.77

Tabla 22: Ángulos de impedancia del electrodo vertical a diferentes frecuencias.

Al examinar los datos obtenidos en la tabla 22, se pueden tomar en consideración los siguientes puntos:

- La diferencia absoluta entre el modelo teórico considerando los parámetros del medio constantes y los ensayos experimentales ($|\Delta \Phi_{MEH\ cte.-Exp.}|$) presenta la discrepancia más significativa a 1 [MHz], mientras que a 100 [kHz] se registra una variación aproximadamente 9 veces menor.
- La diferencia absoluta entre el modelo teórico considerando parámetros del medio variables y los ensayos experimentales ($|\Delta \Phi_{MEH\ variable-Exp.}|$) se incrementa a medida que aumenta la frecuencia. Además, al considerar los tres puntos de frecuencia, se obtiene un valor promedio aproximado de 1.85 $^\circ$.
- En los extremos de las frecuencias representativas (10 [kHz] y 1 [MHz]), se advierte que el valor de $|\Delta \Phi_{MEH\ cte.-Exp.}|$ es aproximadamente 10 veces mayor que $|\Delta \Phi_{MEH\ variable-Exp.}|$. Sin embargo, al realizar la misma comparación a 100 [kHz], ambas diferencias son prácticamente iguales.

Se desarrolló la misma metodología de análisis y presentación de resultados para las cuatro configuraciones restantes. Sin embargo, debido a las notorias discrepancias entre el modelo teórico considerando los parámetros del medio constantes y los ensayos experimentales, se optó por descartar este parámetro.

9.2. Electrodo horizontal

En la figura 20, se presentan las curvas de las magnitudes y ángulos de la impedancia en función de la frecuencia correspondientes al electrodo horizontal.

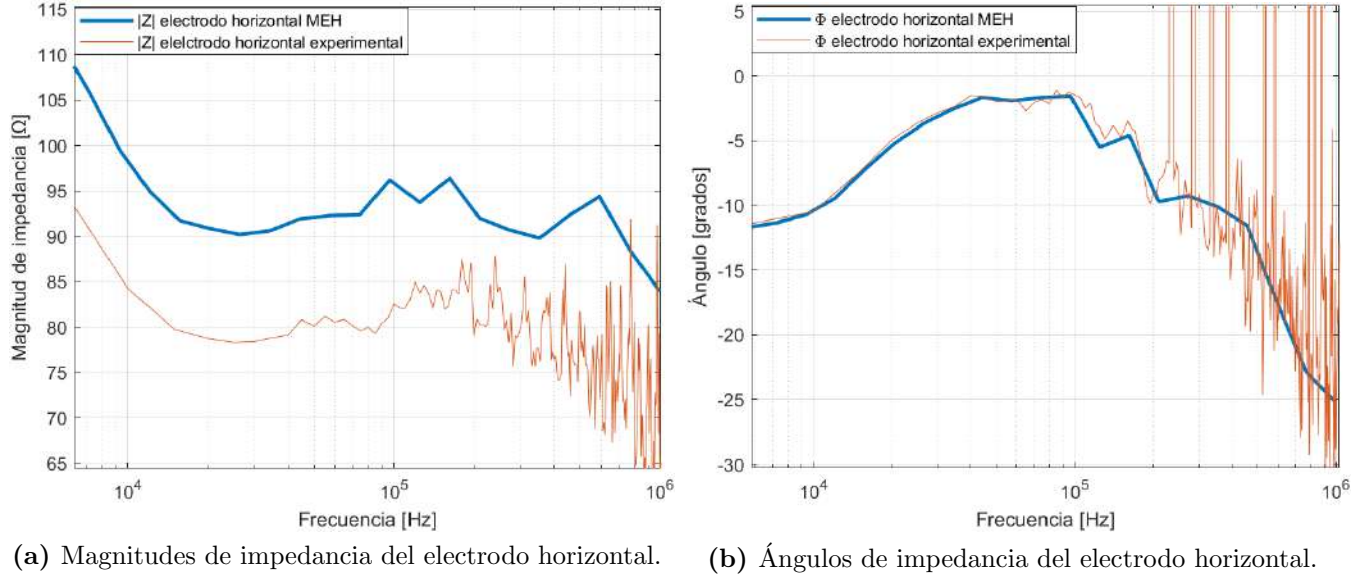


Figura 20: Comparación gráfica teórico-experimental del electrodo horizontal.

En las tablas 23 y 24, se presentan los resultados de las diferencias absolutas ($|\Delta Z|$ y $|\Delta \Phi|$) entre los distintos métodos de modelación de la impedancia del electrodo bajo estudio.

Magnitud de impedancia [Ω]	10 [kHz]	100 [kHz]	1 [MHz]
$MEH_{variable}$	98.30	95.88	83.97
<i>Experimental</i>	84.28	82.55	73.10
$ \Delta Z_{MEH \text{ variable-Exp.}} $	14.02	13.33	10.87

Tabla 23: Magnitudes de la impedancia del electrodo horizontal a diferentes frecuencias.

La diferencia absoluta entre el modelo teórico considerando parámetros del medio variables y los ensayos experimentales ($|\Delta Z_{MEH \text{ variable-Exp.}}|$) disminuye a medida que aumenta la frecuencia. Además, al considerar los tres puntos de frecuencia, se obtiene un valor promedio de aproximadamente 12.74 [Ω].

Ángulo de impedancia [°]	10 [kHz]	100 [kHz]	1 [MHz]
$MEH_{variable}$	-10.31	-2.11	-25.19
<i>Experimental</i>	-10.46	-1.46	-25.50
$ \Delta\Phi_{MEH\ variable-Exp.} $	0.15	0.65	0.31

Tabla 24: Ángulos de las impedancias del electrodo horizontal a diferentes frecuencias.

La diferencia absoluta entre el modelo teórico considerando parámetros del medio variables y los ensayos experimentales ($|\Delta\Phi_{MEH\ variable-Exp.}|$) permanece practicamente constante a medida que aumenta la frecuencia. Además, al considerar los tres puntos de frecuencia, se obtiene un valor promedio aproximado de 0.37° .

9.3. Electrodo triangular

En la figura 21, se presentan las curvas de las magnitudes y ángulos de la impedancia en función de la frecuencia correspondientes al electrodo triangular.

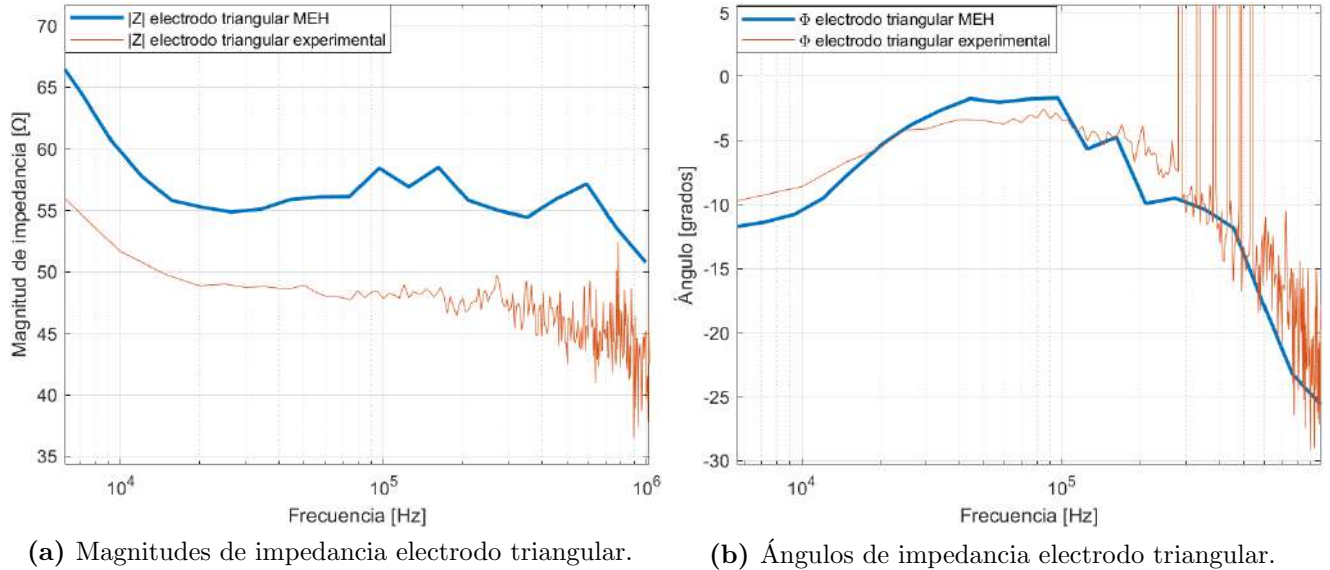


Figura 21: Comparación gráfica teórico-experimental del electrodo triangular.

En las tablas 25 y 26, se presentan los resultados de las diferencias absolutas ($|\Delta Z|$ y $|\Delta\Phi|$) entre los distintos métodos de modelación de la impedancia del electrodo bajo estudio.

Magnitud de impedancia [Ω]	10 [kHz]	100 [kHz]	1 [MHz]
$MEH_{variable}$	59.81	58.22	50.75
<i>Experimental</i>	51.65	47.81	41.22
$ \Delta Z_{MEH\ variable-Exp.} $	8.16	10.41	9.53

Tabla 25: Magnitudes de la impedancia del electrodo triangular a diferentes frecuencias.

Al analizar los datos obtenidos en la tabla 25, se pueden evaluar los siguientes aspectos significativos:

- La diferencia absoluta entre el modelo teórico considerando los parámetros del medio variables y los resultados experimentales ($|\Delta Z_{MEH\ variable-Exp.}|$) presenta la discrepancia más significativa a 100 [kHz], mientras que a 10 [kHz] se registra la menor variación de este parámetro.
- El valor promedio al considerar los tres puntos de frecuencia es aproximadamente 9.36 [Ω].

Ángulo de impedancia [$^\circ$]	10 [kHz]	100 [kHz]	1 [MHz]
$MEH_{variable}$	-10.44	-2.24	-25.67
$Experimental$	-8.65	-3.42	-24.34
$ \Delta\Phi_{MEH\ variable-Exp.} $	1.79	1.18	1.33

Tabla 26: Ángulos de la impedancia del electrodo triangular a diferentes frecuencias.

La diferencia absoluta entre el modelo teórico considerando parámetros del medio variables y los ensayos experimentales ($|\Delta\Phi_{MEH\ variable-Exp.}|$) permanece practicamente constante a medida que aumenta la frecuencia. Además, al considerar los tres puntos de frecuencia, se obtiene un valor promedio aproximado de 1.43 $^\circ$.

9.4. Malla simple

En la figura 22, se presentan las curvas de las magnitudes y ángulos de la impedancia en función de la frecuencia correspondientes a la malla simple.

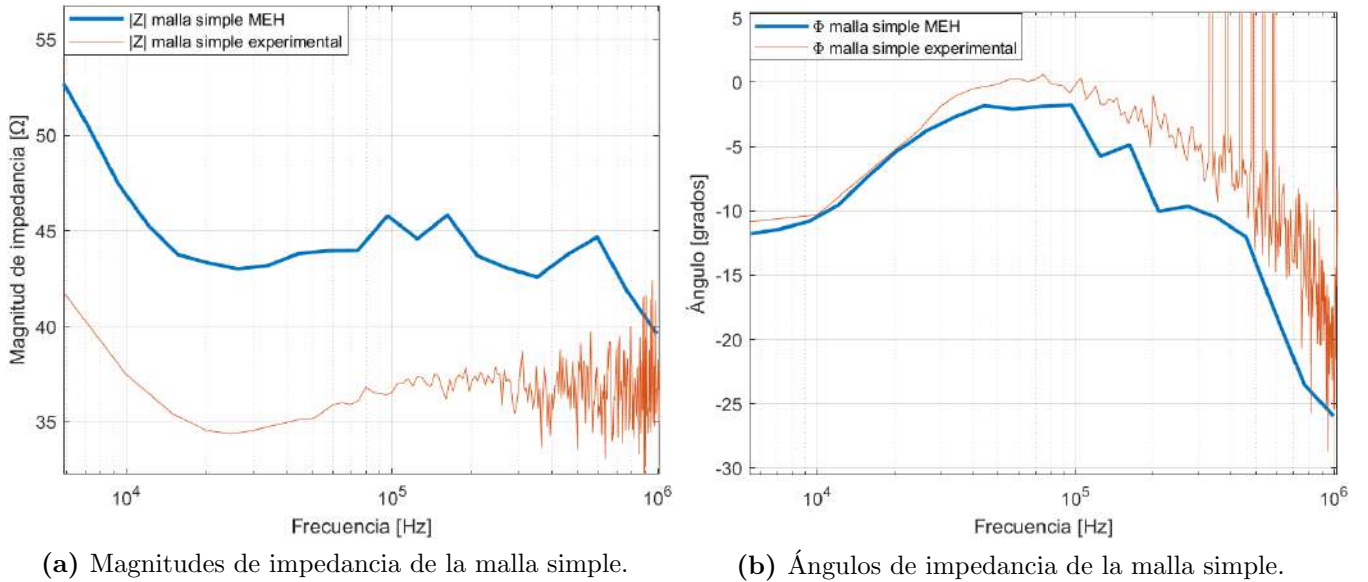


Figura 22: Comparación gráfica teórico-experimental de la malla simple.

En las tablas 27 y 28, se presentan los resultados de las diferencias absolutas ($|\Delta Z|$ y $|\Delta\Phi|$) entre los distintos métodos de modelación de la impedancia del electrodo bajo estudio.

Magnitud de impedancia [Ω]	10 [kHz]	100 [kHz]	1 [MHz]
$MEH_{variable}$	46.90	45.61	39.60
$Experimental$	37.49	36.54	35.43
$ \Delta Z_{MEH \text{ variable-Exp.}} $	9.41	9.07	4.17

Tabla 27: Magnitudes de la impedancia de la malla simple a diferentes frecuencias.

La diferencia absoluta entre el modelo teórico considerando parámetros del medio variables y los ensayos experimentales ($|\Delta Z_{MEH \text{ variable-Exp.}}|$) disminuye a medida que aumenta la frecuencia. Además, al considerar los tres puntos de frecuencia, se obtiene un valor promedio de aproximadamente 7.55 [Ω].

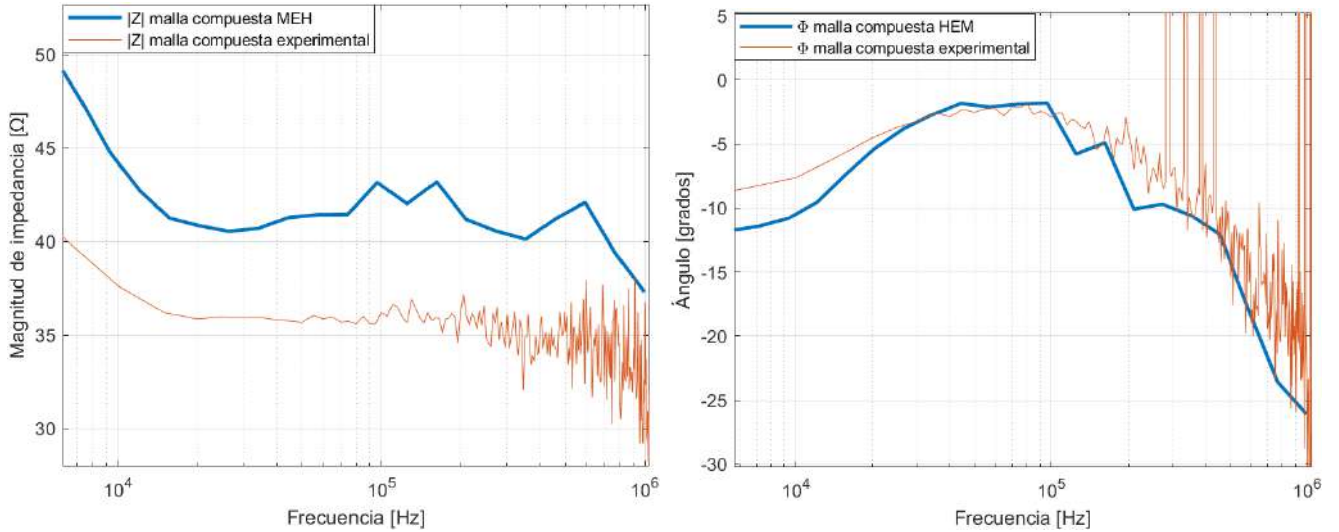
Ángulo de impedancia [$^\circ$]	10 [kHz]	100 [kHz]	1 [MHz]
$MEH_{variable}$	-10.47	-2.33	-25.94
$Experimental$	-10.31	-0.15	-21.59
$ \Delta \Phi_{MEH \text{ variable-Exp.}} $	0.16	2.18	4.35

Tabla 28: Ángulos de la impedancia de la malla simple a diferentes frecuencias.

La diferencia absoluta entre el modelo teórico considerando parámetros del medio variables y los ensayos experimentales ($|\Delta \Phi_{MEH \text{ variable-Exp.}}|$) aumenta considerablemente a medida que aumenta la frecuencia. Además, al considerar los tres puntos de frecuencia, se obtiene un valor promedio aproximado de 2.23 $^\circ$.

9.5. Malla compuesta

En la figura 23, se presentan las curvas de las magnitudes y ángulos de la impedancia en función de la frecuencia correspondientes a la malla compuesta.

**(a)** Magnitudes de impedancia de la malla compuesta.**(b)** Ángulos de impedancia de la malla compuesta.**Figura 23:** Comparación gráfica teórico-experimental de la malla compuesta.

En las tablas 29 y 30, se presentan los resultados de las diferencias absolutas ($|\Delta Z|$ y $|\Delta \Phi|$) entre los distintos métodos de modelación de la impedancia del electrodo bajo estudio.

Magnitud de impedancia [Ω]	10 [kHz]	100 [kHz]	1 [MHz]
$MEH_{variable}$	44.31	42.92	37.30
<i>Experimental</i>	37.62	36.20	32.34
$ \Delta Z_{MEH \text{ variable-Exp.}} $	6.69	6.72	4.96

Tabla 29: Magnitudes de la impedancia de la malla compuesta a diferentes frecuencias.

Al analizar los datos obtenidos en la tabla 29, se pueden evaluar los siguientes aspectos significativos:

- La diferencia absoluta entre el modelo teórico considerando los parámetros del medio variables y los resultados experimentales ($|\Delta Z_{MEH \text{ variable-Exp.}}|$) presenta la discrepancia más significativa a 100 [kHz], mientras que a 1 [MHz] se registra la menor variación de este parámetro.
- El valor promedio al considerar los tres puntos de frecuencia es aproximadamente 6.12 [Ω].

Ángulo de impedancia [$^\circ$]	10 [kHz]	100 [kHz]	1 [MHz]
$MEH_{variable}$	-10.47	-2.38	-26.07
<i>Experimental</i>	-7.63	-2.94	-23.19
$ \Delta \Phi_{MEH \text{ variable-Exp.}} $	2.83	0.56	2.88

Tabla 30: Ángulos de la impedancia de la malla compuesta a diferentes frecuencias.

Al examinar los datos obtenidos en la tabla 30, se pueden tomar en consideración los siguientes puntos:

- En los extremos de las frecuencias representativas (10 [kHz] y 1 [MHz]), se advierte que el valor de $|\Delta \Phi_{MEH \text{ variable-Exp.}}|$ es aproximadamente el doble que la diferencia obtenida a 100 [kHz].
- El valor promedio al considerar los tres puntos de frecuencia es aproximadamente 2.09 [$^\circ$].

10. Impedancia experimental a escala real y reducida

En base al *Procedimiento de escalamiento de puestas a tierra* (sección 5), se decidió implementar un modelo a escala real con el objetivo de justificar la respuesta transitoria de las configuraciones de puesta a tierra a escala reducida estudiadas. La configuración seleccionada para el proceso de escalamiento fue el electrodo vertical (sección 7.2). Sin embargo, debido a ciertas limitaciones, como la disponibilidad de un receptáculo del medio conductivo lo suficientemente grande o una varilla vertical de longitud considerable, se implementó un factor de escalamiento de $n = 10$. Teniendo en cuenta el valor de n , se calcularon los valores mínimos de los parámetros necesarios para materializar un modelo a escala real, utilizando las ecuaciones presentadas en la sección 5.2.

En primer lugar, se establecieron las medidas del receptáculo a escala real (diámetro l_{d_2} y profundidad l_{h_2}) en base a lo presentado en la sección 6.7.

$$l_{d_2} = 0.6 [m] \cdot 10 = \mathbf{6 [m]} \quad (10.62)$$

$$l_{h_2} = 0.3 [m] \cdot 10 = \mathbf{3 [m]} \quad (10.63)$$

Debido a la falta de un receptáculo en el laboratorio que cumpliera con las dimensiones l_{d_2} y l_{h_2} , se decidió utilizar la piscina de la universidad como alternativa, ya que satisfacía las medidas mínimas requeridas. Como resultado de esta elección, el agua de la piscina se convirtió en el medio conductivo empleado en la experimentación a escala real. Esto permitió medir de manera práctica mediante el uso del conductivímetro, los valores de la conductividad (σ_2) y resistividad (ρ_2) de dicho medio.

Las dimensiones espaciales del nuevo electrodo vertical (largo l_2 y radio l_{r_2}) se calcularon utilizando las características a escala reducida detalladas en la sección 7.2.

$$l_2 = 0.1 [m] \cdot 10 = \mathbf{1 [m]} \quad (10.64)$$

$$l_{r_2} = 0.001 [m] \cdot 10 = \mathbf{0.01 [m]} \quad (10.65)$$

Luego de una búsqueda exhaustiva de una configuración que cumpliera los requisitos mínimos establecidos, se decidió utilizar un electrodo vertical de cobre disponible en el laboratorio de alta tensión. Este electrodo tenía un largo total de 1.5 [m] (largo sumergible igual a 1 [m]) y radio igual a 1 [cm].

Respecto a los demás parámetros presentados en la sección 5.2, los valores de la conductividad (σ_1) y resistividad (ρ_1) del medio conductivo utilizado a escala reducida fueron calculados luego de registrar los parámetros de interés del agua de la piscina. Por último, la permitividad ($\epsilon_1 = \epsilon_2$) y permeabilidad ($\mu_1 = \mu_2$) se mantuvieron constantes ante cualquier cambio de escala en el modelo.

10.1. Metodología experimental a escala real

La metodología experimental utilizada siguió un enfoque similar al descrito en la sección 7.1, debido a que se aplicó el mismo procedimiento descrito en la sección 7.1.3. En relación a lo expuesto en el punto 7.1.1, fue necesario desarrollar un nuevo modelo debido a la ubicación de la prueba y al tamaño de la probeta en estudio. Por último, se realizaron ajustes significativos para llevar a cabo las mediciones, como se detalla en la sección 7.1.2.

10.1.1. Construcción del modelo

El modelo experimental a escala real fue implementado y desarrollado en el área de la piscina de la universidad. La única diferencia significativa en la energización del sistema, fue la modificación de los valores de las resistencias de frente y cola. En particular, se establecieron los valores de $R_f = 63.86 [\Omega]$ y $R_c = 15.10 [\Omega]$, respectivamente. Según los diseños previos, la implementación del circuito requería el uso de dos electrodos verticales de cobre. El primer electrodo, con una longitud sumergible de 1 [m] y un radio de 1 [cm], actuó como la probeta a escala real. Por otra parte, el segundo electrodo presentaba las mismas características físicas y cumplió la función de retorno de corriente al sistema. Para lograr posicionar ambos electrodos en el medio conductivo, se utilizaron dos flotadores de plumavit con una base de madera de aproximadamente 40 x 30 [cm].

La conexión entre el generador de impulsos y los electrodos verticales se realizó mediante dos alambres de cobre aislados de distintos colores, con un diámetro de 2.5 [mm²] y una longitud de 8 [m] cada uno. Se decidió realizar un trenzado helicoidal de 6 [m] entre ambos alambres con el objetivo de reducir el ruido en las mediciones, especialmente a frecuencias altas. Este trenzado conectó el generador de impulsos con el punto medio entre ambos electrodos verticales. Es importante destacar que la recta que unía los electrodos, con una longitud de 4 [m], debía ser perpendicular a la dirección del trenzado. Finalmente, se conectaron cada uno de los alambres desde el punto medio de los flotadores a sus respectivos electrodos.

Respecto a los instrumentos de medición, la pinza de tensión se conectó entre el punto de inyección de la señal transitoria en la probeta bajo estudio y el terminal de tierra de la resistencia shunt. En cuanto a la resistencia shunt (R_{shunt}), se instaló en la sección final del alambre aislado de retorno de corriente. Ambos instrumentos fueron conectados al osciloscopio digital para la recopilación de datos. Cabe destacar que todos los elementos del circuito que requerían conexión a tierra se conectaron a una varilla de cobre enterrada en las cercanías del área de prueba, a una distancia aproximada de 10 [m] del circuito. Esta conexión se realizó utilizando un fleje de cobre de 5 [cm] de ancho.

10.1.2. Realización de las mediciones

Antes de comenzar las mediciones, se registraron los parámetros ambientales presentes en el área de la piscina. Estos parámetros se detallan en la tabla 31.

Parámetro	Valor
Humedad relativa [%]	52.90
Temperatura [°C]	17.60
Presión [mbar]	1013

Tabla 31: Condiciones ambientales en la zona de piscina.

Dado que la piscina se encontraba con un nivel de agua óptimo, se procedió directamente a realizar las mediciones de las propiedades físicas de interés del agua de la piscina. Los resultados de estas mediciones se detallan en la tabla 32.

Parámetros de interés	Valor
Conductividad [$\frac{\mu S}{cm}$]	799
Temperatura [$^{\circ}C$]	16.80
Resistividad [Ωm]	12.51

Tabla 32: Propiedades físicas de interés del agua potable de la piscina.

La prueba comenzó colocando ambos electrodos verticales en sus respectivos flotadores, asegurándose de que cada electrodo estuviera sumergido 1 [m] de manera perpendicular a la frontera agua-aire. Se diseñó un mecanismo de cuerdas para garantizar una distancia constante de 4 [m] entre los flotadores y mantener una posición estable del conjunto de los electrodos a 5 [m] del borde de la piscina. Una vez posicionados los electrodos verticales y los demás elementos eléctricos que conformaban el circuito de prueba, se llevó a cabo el procedimiento descrito en la sección 7.1.2. Esto incluyó la realización de ensayos de impulso para calibrar los elementos del circuito y la ejecución de la prueba al electrodo a escala real.

10.2. Electrodo vertical a escala real

La implementación de la metodología descrita en la sección 10.1 resultó en la generación de la gráfica de magnitud de la impedancia del electrodo vertical de 1 [m]. Esta gráfica, presentada en la figura 24, permiten examinar el comportamiento transitorio de la configuración en función de la frecuencia.

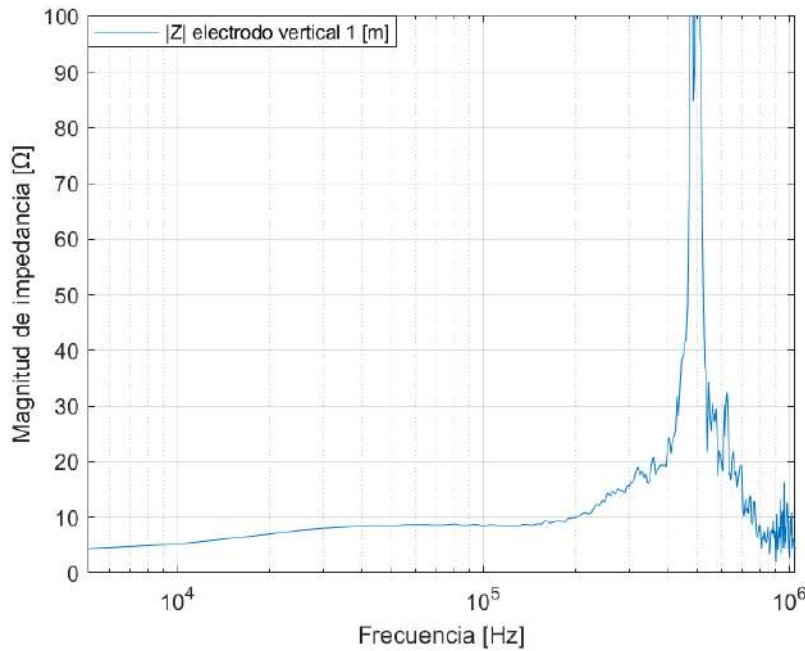
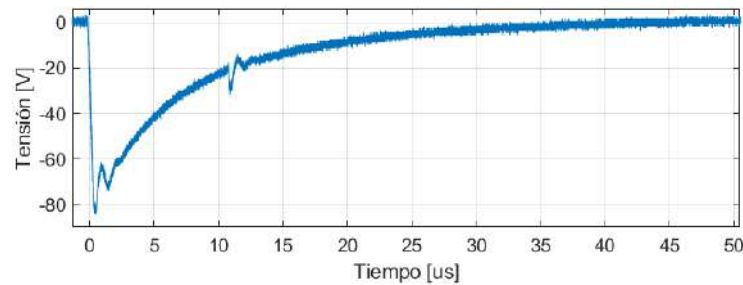


Figura 24: Magnitud de impedancia electrodo vertical.

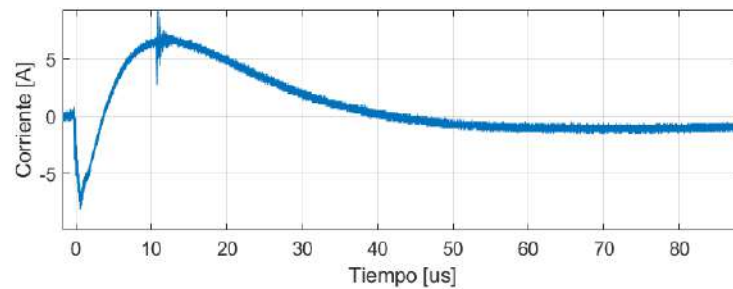
Al analizar la gráfica de magnitud de impedancia del electrodo, se pueden evaluar los siguientes aspectos significativos:

- En el rango de frecuencia entre 10 [kHz] y 100 [kHz], se observa que la magnitud de la impedancia se mantiene relativamente constante, mostrando un leve incremento desde 5.23 [Ω] hasta estabilizarse alrededor de 8.45 [Ω].
- En el rango de frecuencia comprendido entre 100 [kHz] y 1 [MHz], se observa un incremento significativo en la magnitud de la impedancia, alcanzando un valor máximo de 184.20 [Ω] a una frecuencia de 480 [kHz]. A partir de ese punto, se experimenta una disminución abrupta hasta llegar a un valor promedio de 10.10 [Ω].

A continuación, se presentan en la figura 25 las señales transitorias de tensión y corriente registradas por el osciloscopio durante el ensayo de impulso.



(a) Señal transitoria medida por la pinza de tensión.



(b) Señal transitoria medida por la resistencia shunt.

Figura 25: Señales transitorias de tensión y corriente medidas en el ensayo a escala real.

En la tabla 33, se exponen los principales parámetros de interés de las señales transitorias de tensión y corriente, los cuales proporcionan información crucial para comprender el comportamiento del sistema y evaluar su respuesta frente al impulso aplicado.

Parámetros principales	Valor
Tensión continua en el generador [V]	-525
Tensión mínima registrada [V]	-84.02
Tiempo de frente T_f [μs]	0.32
Tiempo de cola T_c [μs]	4.62
Corriente mínima registrada [A]	-7.92
Corriente máxima registrada [A]	7.12

Tabla 33: Parámetros principales de las señales transitorias en el ensayo a escala real.

10.3. Metodología experimental a escala reducida

La metodología experimental utilizada fue bastante similar a la presentada en la sección 7.1, ya que se aplicaron los mismos procedimientos descritos en las secciones 7.1.1 y 7.1.3. En relación a lo expuesto en el punto 7.1.2, se realizaron ajustes significativos para llevar a cabo las mediciones debido a que se cambió el valor de la conductividad del agua del grifo .

10.3.1. Realización de las mediciones

Previo al inicio de las mediciones, se tomaron registros de los parámetros ambientales presentes en el laboratorio de alta tensión, los cuales se detallan en la tabla 34.

Parámetro	Valor
Humedad relativa [%]	62.40
Temperatura [$^{\circ}C$]	18.80
Presión [$mbar$]	1013

Tabla 34: Condiciones ambientales en el laboratorio.

Luego de llenar el estanque con aproximadamente 77 [l] de agua, se registraron las condiciones iniciales del medio conductivo. Los resultados obtenidos mostraron una gran similitud con los valores presentados en la tabla 5. Como se mencionó anteriormente en la sección 10, los valores de la conductividad (σ_1) y resistividad (ρ_1) del medio a escala reducida fueron estimados utilizando las ecuaciones presentadas en la sección 5.2, teniendo en cuenta el factor de escalamiento **n**.

$$\sigma_1 = 799 \left[\frac{\mu S}{cm} \right] \cdot 10 = \mathbf{7990 \left[\frac{\mu S}{cm} \right]} \quad (10.66)$$

$$\rho_1 \cdot 10 = 12.51 [\Omega m] = \mathbf{1.25 [\Omega m]} \quad (10.67)$$

La conductividad del agua del grifo se aumentó en aproximadamente 10 veces al haber agregado y mezclado 350 [g] de sal fina en dicho medio. Se observó que incluso una mínima cantidad de sal en el agua generaba un impacto considerable en la conductividad de la solución. El resultado obtenido, que aproximadamente cumple con el valor deseado, se detalla en la tabla 35.

Parámetros de interés	Valor
Conductividad [$\frac{\mu S}{cm}$]	8200
Temperatura [$^{\circ}C$]	17
Resistividad [Ωm]	1.2195

Tabla 35: Propiedades físicas de interés del agua potable con sal.

Una vez realizada esta modificación en la experimentación, se continuó con el procedimiento mencionado en la sección 7.1.2.

10.4. Electrodo vertical a escala reducida

En la figura 26, se presenta la gráfica de la magnitud de la impedancia del electrodo vertical de 10 [cm] en función de la frecuencia.

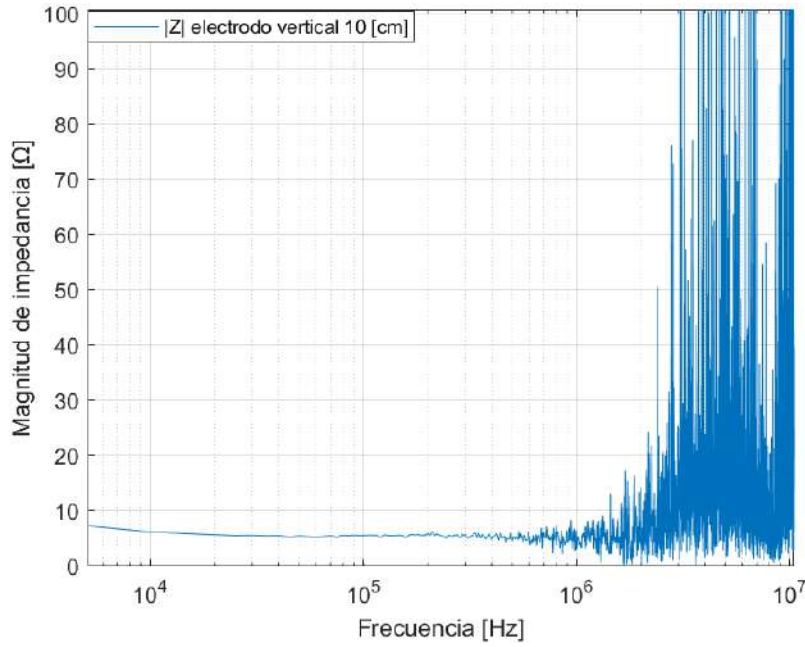
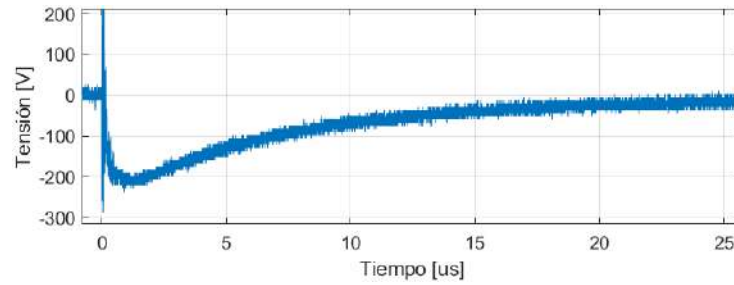


Figura 26: [Magnitud de impedancia electrodo vertical.

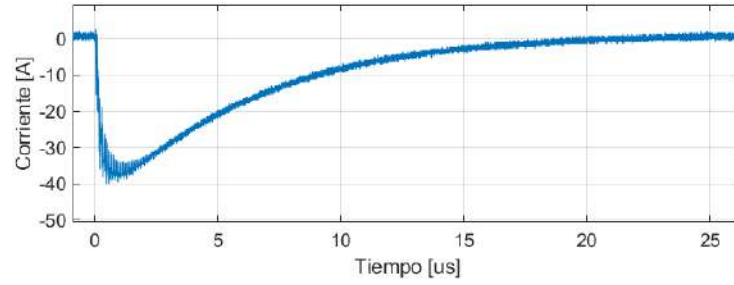
Al analizar la gráfica de magnitud de impedancia del electrodo, se pueden evaluar los siguientes aspectos significativos:

- En el rango de frecuencia entre 10 [kHz] y 1 [MHz], se observa que la magnitud de la impedancia se mantiene relativamente constante, mostrando una leve disminución desde 6.24 [Ω] hasta estabilizarse alrededor de 5.25 [Ω].
- En el rango de frecuencia comprendido entre 1 [MHz] y 10 [MHz], se observa un incremento significativo en la magnitud de la impedancia, alcanzando un valor máximo de 74.40 [Ω] a una frecuencia de 4.91 [MHz]. A partir de ese punto, se experimenta una abrupta disminución hasta llegar a un valor promedio de 15.13 [Ω].

A continuación, se presentan en la figura 27 las señales transitorias de tensión y corriente registradas por el osciloscopio durante el ensayo de impulso.



(a) Señal transitoria medida por la pinza de tensión.



(b) Señal transitoria medida por la resistencia shunt.

Figura 27: Señales transitorias de tensión y corriente medidas en el ensayo a escala reducida.

Los datos recopilados de las señales transitorias de tensión y corriente a tener en consideración se presentan en la tabla 36.

Parámetros principales	Valor
Tensión continua en el generador [V]	-1031
Tensión mínima registrada [V]	-220.9
Tiempo de frente T_f [μs]	0.7
Tiempo de cola T_c [μs]	6.58
Corriente mínima registrada [A]	-40

Tabla 36: Parámetros principales de las señales transitorias en el ensayo del electrodo vertical.

10.5. Comparación de los resultados experimentales a escala

Con el objetivo de realizar un análisis conjunto de los dos modelos experimentales previamente descritos, se empleó la ecuación 5.49. El efecto de esta ecuación en las gráficas presentadas en la sección 10.4, fue el desplazamiento hacia la izquierda en una década de todos los datos de magnitud de la impedancia del electrodo vertical de 10 [cm].

Una vez realizado este ajuste en la curva de magnitud de la impedancia a escala reducida, se pudo llevar a cabo una comparación gráfica de los resultados obtenidos. Esta contrastación se presenta en la figura 28.

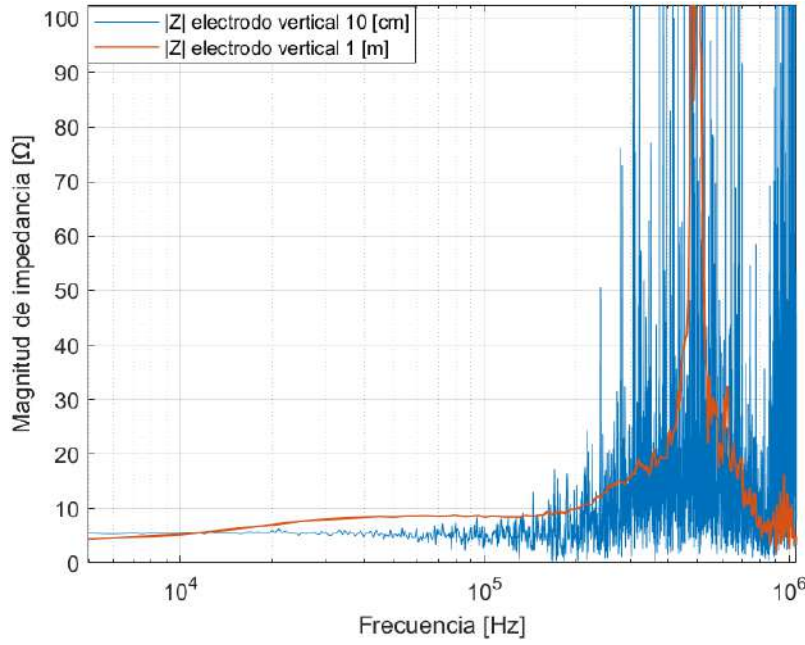


Figura 28: Magnitudes de la impedancia electrodo vertical.

En la tabla 37, se presentan las diferencias absolutas entre los resultados obtenidos mediante los distintos métodos de modelación experimental de la impedancia del electrodo vertical.

Magnitud de impedancia [Ω]	10 [kHz]	100 [kHz]	1 [MHz]
<i>Escala real</i>	5.23	8.45	10.10
<i>Escala reducida</i>	5.58	5.25	15.13
$ \Delta Z_{\text{Real-Reducida}} $	0.35	3.2	5.03

Tabla 37: Magnitudes de la impedancia del electrodo vertical a diferentes frecuencias.

Al analizar la grafica de magnitud de impedancia del electrodo vertical, se pueden tomar en cuenta los siguientes aspectos:

- La diferencia absoluta entre el modelo a escala real y reducida ($|\Delta Z_{\text{Real-Reducida}}|$) presenta una mayor discrepancia a 1 [MHz], mientras que la menor variación se encuentra a 10 [kHz]. Además, al considerar los tres puntos de frecuencia, se obtiene un valor promedio de aproximadamente 2.86 [Ω].
- Los resultados obtenidos indican un incremento en la diferencia absoluta a medida que la frecuencia aumenta.
- Ambos casos bajo estudio, presentan una notable similitud en el punto de frecuencia en el que alcanzan su máxima magnitud de impedancia. En el caso del electrodo vertical de 1 [m], este valor máximo se alcanza a una frecuencia de 480 [kHz], mientras que en el caso del electrodo vertical de 10 [cm], se logra a una frecuencia ligeramente superior, de 491 [kHz]. La diferencia absoluta aproximada entre estos dos valores máximos es de 109.8 [Ω].

11. Conclusiones

- El análisis transitorio de las configuraciones de puesta a tierra se realizó mediante la implementación del modelo electromagnético híbrido, el cual ha demostrado bajos tiempos de cálculo, resultados confiables y la posibilidad de considerar los parámetros del medio constantes o variables con la frecuencia. Los análisis se realizaron para cinco configuraciones de puestas a tierra: electrodo vertical, horizontal, triangular, malla simple y malla compuesta.
- La obtención de los parámetros dependientes de la frecuencia del agua (resistividad y permitividad), se llevó a cabo utilizando los resultados experimentales de tensión y corriente de las pruebas realizadas en escala reducida a los electrodos vertical y horizontal. La curva de resistividad presentó un valor de 16 [Ωm] a baja frecuencia y un valor de 12.5 [Ωm] a alta frecuencia. En contraste, la permitividad relativa presentó un valor de 43000 a baja frecuencia, tendiendo a disminuir y estabilizarse en 333 a alta frecuencia (1 [MHz]). Los resultados obtenidos con los parámetros variables con la frecuencia presentaron mejores resultados en los valores de impedancia para las cinco configuraciones, comparados con los análisis de los parámetros constantes.
- Las configuraciones de puesta a tierra fueron analizadas en el rango de 10 [kHz] a 1 [MHz]; los resultados obtenidos mediante la modelación teórica evidenciaron un valor de la magnitud de la impedancia mayor en comparación con los obtenidos experimentalmente. Las mayores diferencias se presentaron en la configuración de electrodo horizontal con una diferencia máxima de 14 [Ω] y la que presentó menores diferencias fue la configuración malla compuesta con una diferencia de 6 [Ω]. Respecto al análisis de Φ° , la malla compuesta presentó mayores diferencias a bajas frecuencias, mientras que el electrodo horizontal evidenció menores diferencias tanto en baja como alta frecuencia.
- Las diferencias entre los resultados de la modelación teórica y los ensayos experimentales de la impedancia pueden atribuirse a diversas causas. El modelo teórico implementado puede abordar suposiciones y aproximaciones que no representan completamente la complejidad del caso experimental. Como por ejemplo, considerar ideales las dimensiones espaciales, condiciones de borde, geometrías de las probetas y condiciones del medio. En los ensayos experimentales, se identificó la presencia de errores de medición debido a las dificultades típicas que existen en pruebas experimentales, como por ejemplo, que el electrodo no estuviera perfectamente centrado, ruido presente en el laboratorio, calidad de las uniones de los cables, etc.
- El procedimiento de escalamiento consistió en modificar las características físicas y electromagnéticas del sistema a escala real a una versión a escala reducida, mediante el factor de escalamiento n . Esto permitió realizar diversas combinaciones considerando el cumplimiento de la expresión $l_1^2 \cdot \gamma_1^2 = l_2^2 \cdot \gamma_2^2$. Los resultados obtenidos al implementar este procedimiento fueron satisfactorios, debido a que las curvas de magnitud de impedancia en el modelo de escala real comparado con el modelo de escala reducida presentaron una diferencia máxima de 5 [Ω] para un valor de impedancia máxima de 180 [Ω]. Este resultado es de gran utilidad en el análisis de sistemas de puesta a tierra a escala reducida.
- Las diferencias entre los resultados de la impedancia de las configuraciones verticales de puesta a tierra a distintas escalas, pueden atribuirse a diversas causas. En el ensayo a escala reducida, la conductividad del medio (σ_1) no se ajustó precisamente al valor teórico calculado de 7990 [$\frac{\mu\text{S}}{\text{cm}}$], considerando el factor de escalamiento $n = 10$. En su lugar, se utilizó un valor

aproximado de conductividad igual a $8200 \left[\frac{\mu S}{cm} \right]$, lo que resultó en una diferencia absoluta ($|\Delta\sigma|$) de $210 \left[\frac{\mu S}{cm} \right]$ entre los valores de conductividad. Se observó la presencia de ruido en la medición en ambos ensayos experimentales, siendo mayor en el modelo a escala reducida. La geometría del receptáculo a escala reducida tenía forma cilíndrica, mientras que a escala real fue cercana a un paralelepípedo rectangular debido a la piscina. En ambos ensayos, se identificó la presencia de errores de medición debido a las dificultades comunes que existen en pruebas experimentales.

Referencias

- [1] T. P. Hong, Q. D. Van and T. V. Viet, “*Grounding resistance calculation using FEM and reduced scale model*,” 2009 IEEE Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena, 2009, pp. 278-281.
- [2] J. Li, H. Cao, X. Liu, K. He, Z. Zhao and M. Zheng, “*A reduced-scale experimental study of tower impulse grounding impedance*”, 2017 1st International Conference on Electrical Materials and Power Equipment (ICEMPE), 2017, pp. 568-571.
- [3] Casas . F, (2017). Tierras, Soporte de la Seguridad Electrica (6^a ed.). Icontec Internacional.
- [4] J. L. Dinamarca, “*Apuntes Técnicas de Alta Tensión*”, UTFSM, 2007.
- [5] Montaña. J, (2022), *Capítulo 3: La corriente en el cuerpo humano* , [Diapositivas de Power-Point].
- [6] Valles. D, “*Fractura de amateriales sólidos por medio de la aplicación de impulsos de alta tensión*”, Memoria de titulación para optar al título de ingeniero civil electricista, 2018.
- [7] P. Sarajcev, S. Vujevic, “*A review of methods for grounding grid analysis*”, SoftCOM 2009 - 17th International Conference on Software, Telecommunications & Computer Networks, Hvar, Croatia, 2009, pp. 42-49.
- [8] N. Permal, M. Osman, M. Z. A. A. Kadir and A. M. Ariffin, “*Review of Substation Grounding System Behavior Under High Frequency and Transient Faults in Uniform Soil*”, in IEEE Access, vol. 8, pp. 142468-142482, 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.3013657.
- [9] H. Chen and Y. Du, “*Lightning grounding grid model considering both the frequency-dependent behavior and ionization phenomenon*”, IEEE Trans. Electromagn. Compat., vol. 61, no. 1, pp. 157-165, Feb. 2019, doi: 10.1109/TEMPC.2017.2789210.
- [10] Romero. D, Montaña. J, Garriga. D, March. V, “*Quasi static approximation of concentrated ground electrodes: experimental results*”, 2006.
- [11] M. Mokhtari, Z. Abdul-Malek and Z. Salam, “*An Improved Circuit-Based Model of a Grounding Electrode by Considering the Current Rate of Rise and Soil Ionization Factors*”, in IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 30, no. 1, pp. 211-219, Feb. 2015, doi: 10.1109/TPWRD.2014.2347283.
- [12] G. Celli, E. Ghiani and F. Pilo, “*Behaviour of grounding systems: a quasi-static EMTP model and its validation*”, 2010 30th International Conference on Lightning Protection (ICLP), Cagliari, Italy, 2010, pp. 1-6, doi: 10.1109/ICLP.2010.7845954.
- [13] A. P. Meliopoulos and M. G. Moharam, “*Transient analysis of grounding systems*”, IEEE Trans. Power App. Syst., vol. 3, no. 3, pp. 1220-1222, May 2013, doi: 10.1016/j.cor.2015.02.003.
- [14] B. Zhang, J. Wu, J. He, and R. Zeng, “*Analysis of transient performance of grounding system considering soil ionization by time domain method*”, IEEE Trans. Magn., vol. 49, no. 5, pp. 1837-1840, May 2013, doi: 0.1109/TMAG.2013.2243824.

-
- [15] M. Lefouili, Z. Belli, K. Kerroum and K. El Khamlichi Drissi, “*Computational model of grounding systems*”, 2012 International Conference on Lightning Protection (ICLP), Vienna, Austria, 2012, pp. 1-5, doi: 10.1109/ICLP.2012.6344213.
- [16] R. Verma, “*Impulse impedance of buried ground wire*”, IEEE Trans. Power App. Syst., vol. PAS-99, no. 5, pp. 2003-2007, Sep. 2003.
- [17] M. Mokhtari, Z. Abdul-Malek, and G. B. Gharehpetian, “*Acritical review on soil ionisation modelling for grounding electrodes*”, Arch. Electr. Eng., vol. 65, no. 3, pp. 449-461, Sep. 2016, doi: 10.1515/aee-2016-0033.
- [18] “*Analysis of wire antennas in the presence of a conductive half space: Part III: The buried antenna*”, to be published.
- [19] K. Nagarjuna and K. Chandrasekaran, “*Analysis of horizontal grounding electrode in transmission line approach*”, in Proc. Int. Conf. Commun. Electron. Syst. (ICCES), Jul. 2019, pp. 267-272, doi: 10.1109/ICCES45898.2019.9002144.
- [20] F. Bin Hanaffi and W. H. Siew, “*Boundary analysis on transient grounding modelling using FEM*”, in Proc. 8th Asia-Pacific Int. Conf. Lightning, 2017, pp. 1-4.
- [21] S. Visacro and A. Soares, “*HEM: a model for simulation of lightning-related engineering problems*”, in IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 20, no. 2, pp. 1206-1208, April 2005, doi: 10.1109/TPWRD.2004.839743.
- [22] Montaña. J, Angulo. A, Torres. D, Valenzuela. R, “*Use of reduced scale models for evaluation of grounding systems in real scale*”. International Conference on Grounding and Lightning Physics and Effects, Belo Horizonte –Brazil, May 2023.
- [23] S. Ghoneim, H. Hirsch, A. Elmorshedy, R. Amer, “*Measurement of earth surface potential using scale model*”, 2007 42nd International Universities Power Engineering Conference, Brighton, UK, 2007, pp. 965-970, doi: 10.1109/UPEC.2007.4469079.
- [24] Montaña J., “*Grounding system, Soil electric parameters variation with frequency and software for computing transient voltages*”, (In Spanish) Ph.D. Thesis, Universidad Nacional de Colombia, 2006.
- [25] M. Vargas et al., “*Grounding system modeling in EMTP/ATP based on its frequency response*”, 2005 IEEE Russia Power Tech, St. Petersburg, Russia, 2005, pp. 1-5, doi: 10.1109/PTC.2005.4524514.
- [26] S. F. Visacro and F. Silveira, “*Evaluation of current distribution along the lightning discharge channel by a hybrid electromagnetic model*”, Journal of Electrostatics, vol. 60, pp. 111-120, 2004.
- [27] Montaña. J, Duarte. O, Sarmiento. Á, Marín. M, Torres. H, “*UNPAT: Programa para el cálculo de potenciales transitorios en puestas a tierra*”, Ingeniería e Investigación, vol. 26, no. 3, 2006, pp. 143-148.

- [28] D. Hristov L. Grcev, “*More accurate modelling of earthing systems transient behaviour*”, Telecommunications Energy Conference INTELEC’93, 2:167–173, September 1993.
- [29] M.G. Moharam A.P. Meliopoulos , “*Transient analysis of grounding systems*”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, PAS-102(2):389–399, February 1983.
- [30] F. Dawalibi, W. Xiong, “*Transient performance of substation grounding systems subjected to lightning and similar surge currents*”, IEEE Transaction on Power Delivery, 9(3):1412–1420, July 1994.
- [31] Nogueira. R, “*Análise de Sistemas de Aterramento sob Solicitações impulsivas: Optimização e Critérios de Segurança em Aterramentos de Estruturas de Linhas de Transmissão*”, Tese de Doutorado. Dissertação de mestrado submetida à Universidade Federal do Rio de Janeiro ,2006.
- [32] Vargas. M, Torres. H, Montana. J, Younes. C,Perez.E, Aranguren. D, (2016). Contributions about lightning parameters and external protection systems.
- [33] S. F. Visacro. “*Modelagem de Aterramentos Elétricos*”, Tese de doutorado, Coordenação dos Programas de Pós-Graduação da Universidade Federal do Rio de Janeiro (COPPE/UFRJ), Julio 1992.
- [34] C. M. Portela. “*Frequency and transient behavior of grounding systems i - physical and methodological aspect*”, In International Symposium on Electromagnetic Compatibility, pages 380–384, United States, August 1997.

12. Anexos

12.1. Banco de pruebas



Figura 29: Generador de tensión continua KEITHLEY 247 High Voltage Supply.



Figura 30: Espinterómetro utilizado en el generador de impulsos móvil.

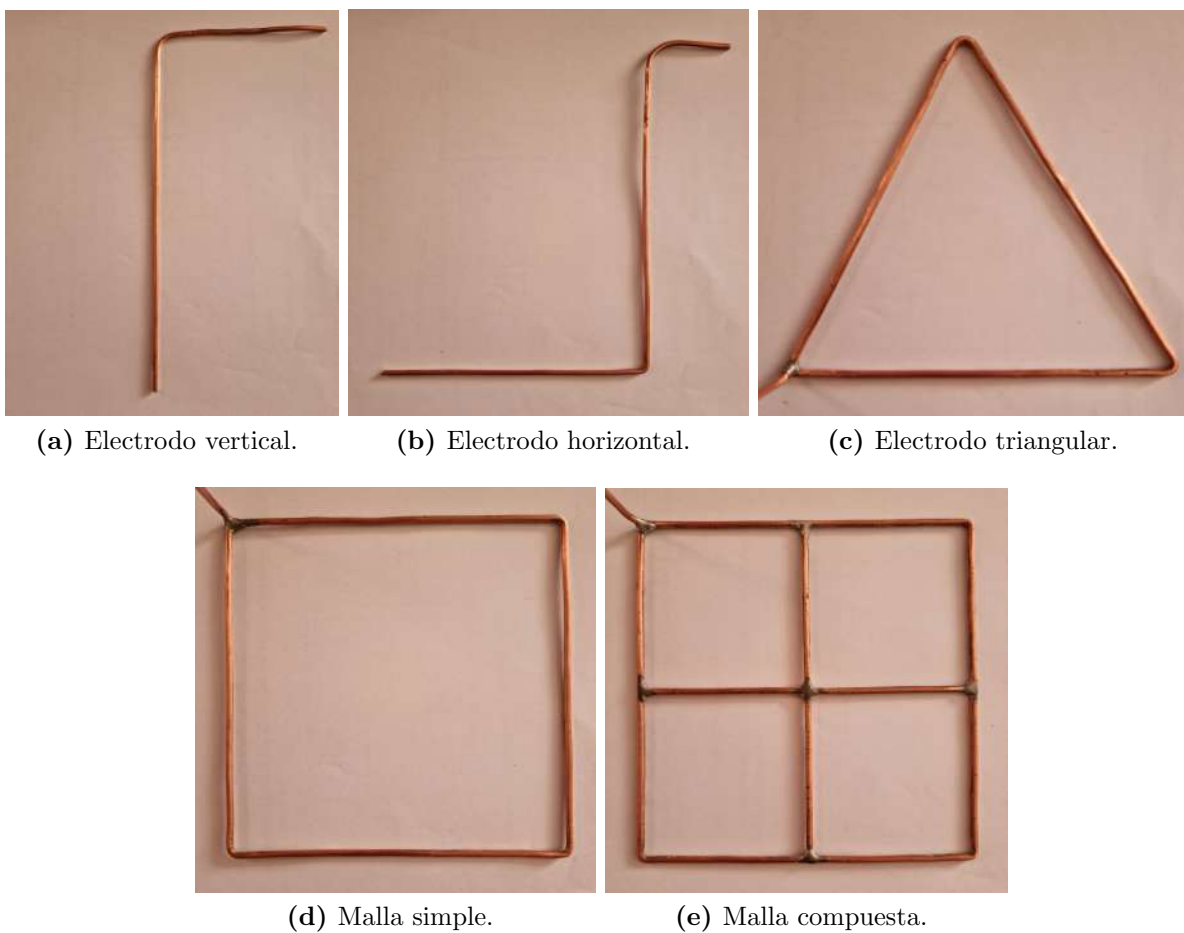


Figura 31: Electrodos a escala reducida utilizados en las pruebas de impulso.

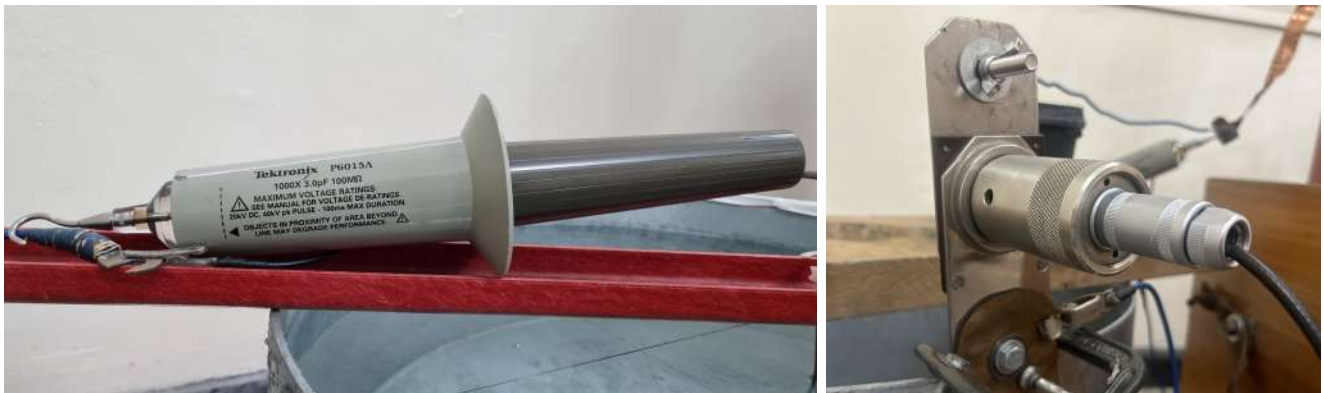


Figura 32: Conductivímetro *WTW Cond 3110*.



(a) Cilindro de acero galvanizado.

(b) Hemiesfera de cobre.

Figura 33: Receptáculos del medio conductivo utilizados.(a) Pinza de tensión *Tektronix P6015A*.(b) Resistencia tipo *shunt*.**Figura 34:** Instrumentos de medición de tensión y corriente del circuito.**Figura 35:** Osciloscopio *Tektronix DPO 3014 Digital Phosphor*.

12.2. Resultados experimentales

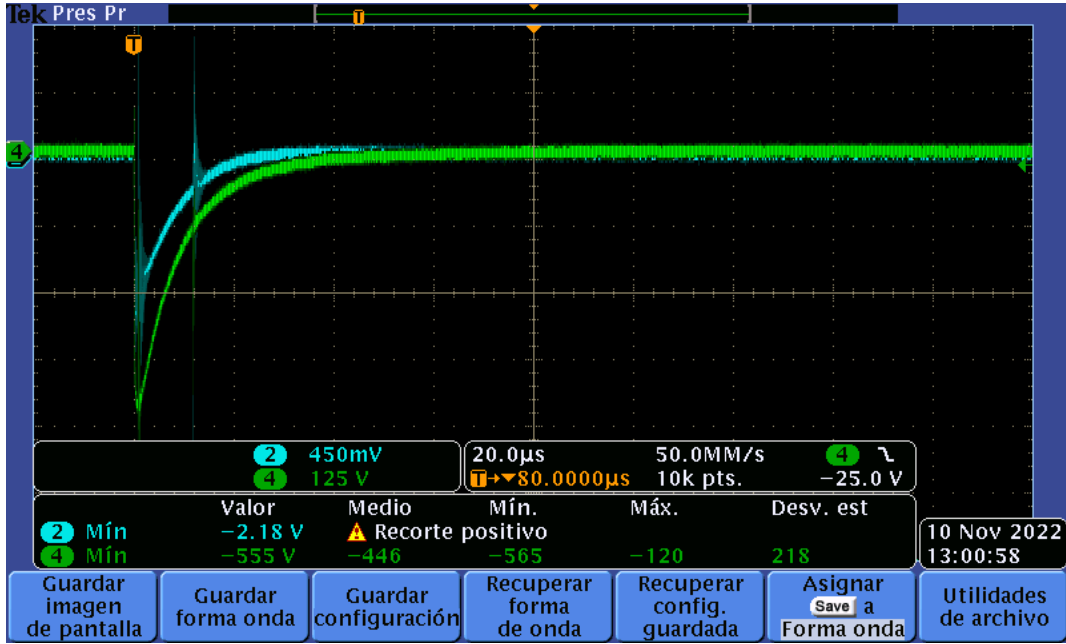


Figura 36: Señales transitorias medidas con la pinza de tensión (verde) y R_{shunt} (celeste), caso electrodo vertical.

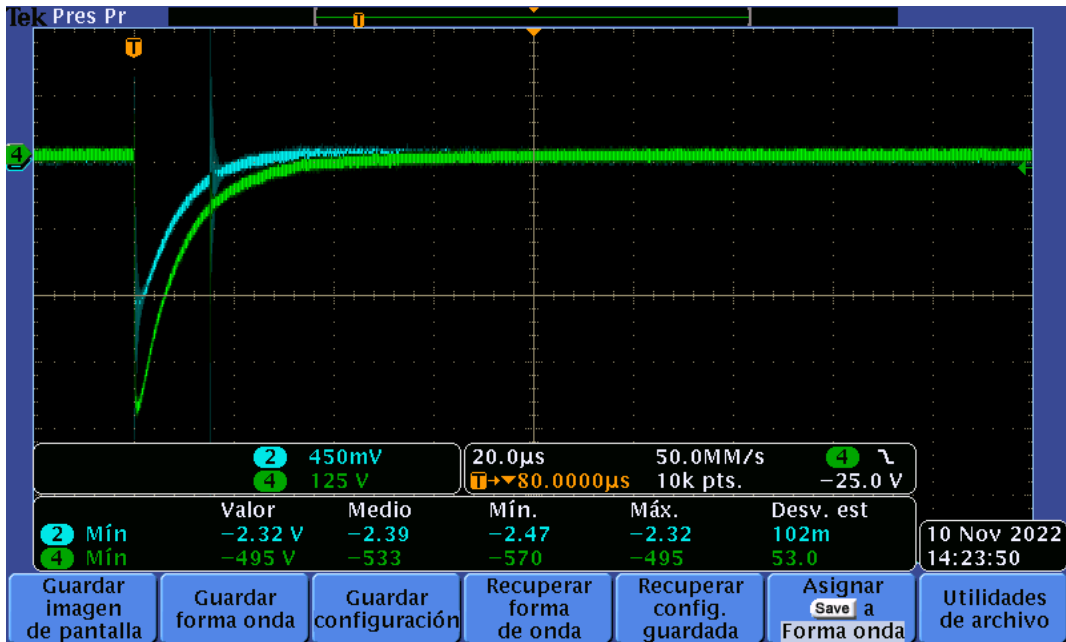
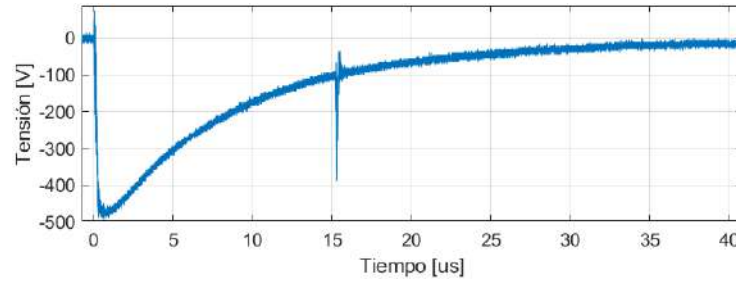
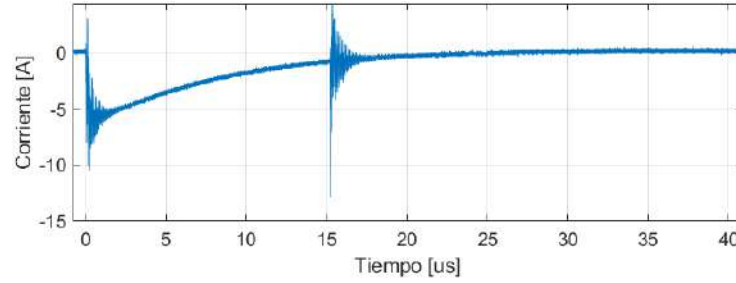


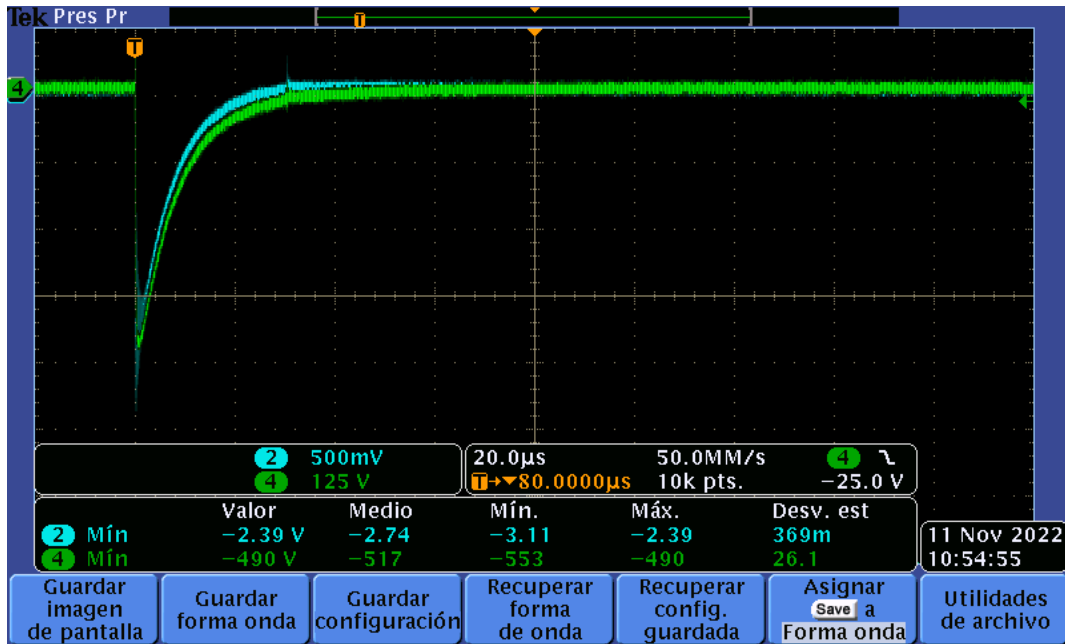
Figura 37: Señales transitorias medidas con la pinza de tensión (verde) y R_{shunt} (celeste), caso electrodo horizontal.

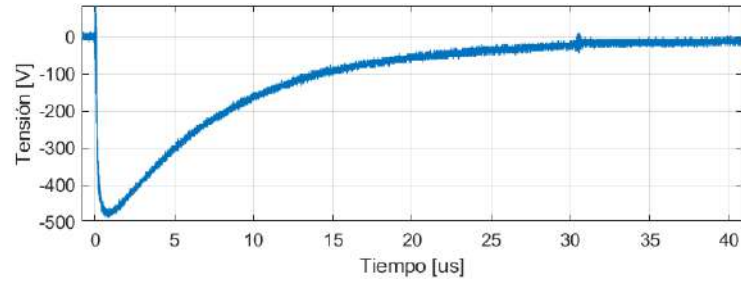


(a) Magnitud de impedancia malla compuesta.

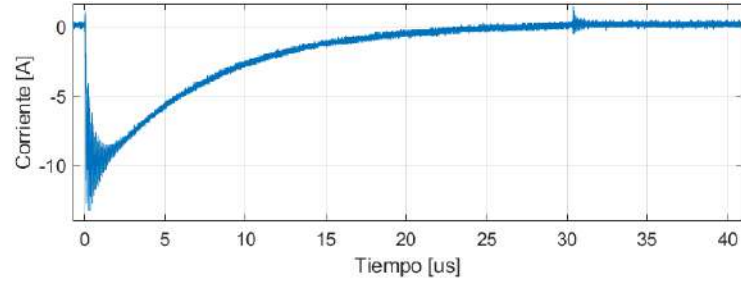


(b) Ángulo de impedancia malla compuesta.

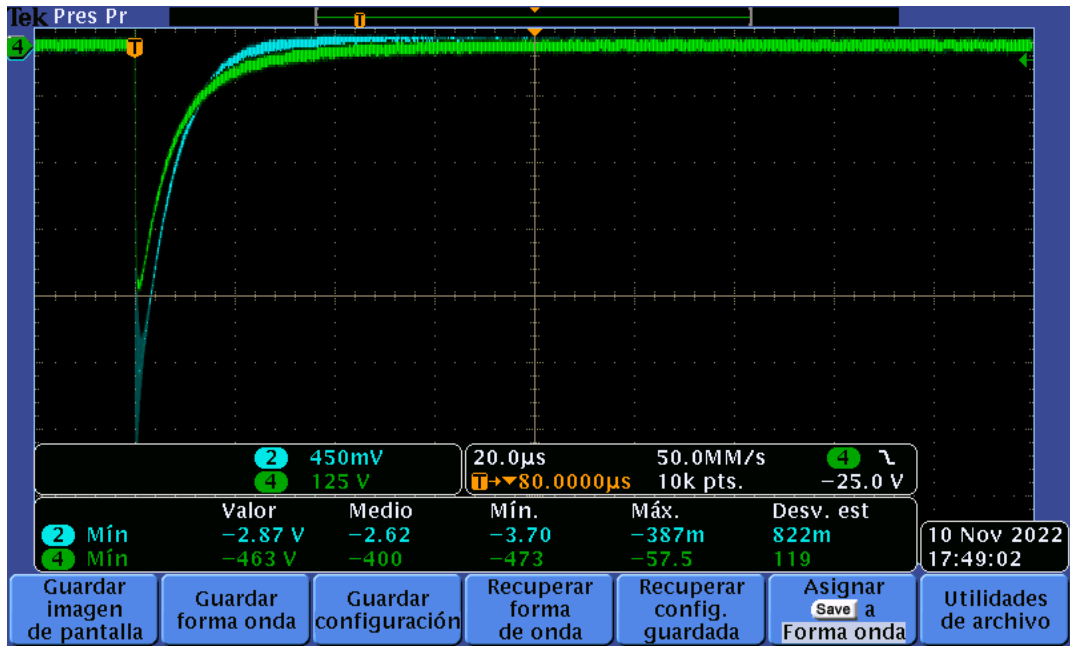
Figura 38: Señales transitorias de tensión y corriente medidas en el ensayo del electrodo horizontal.**Figura 39:** Señales transitorias medidas con la pinza de tensión (verde) y R_{shunt} (celeste), caso electrodo triangular.

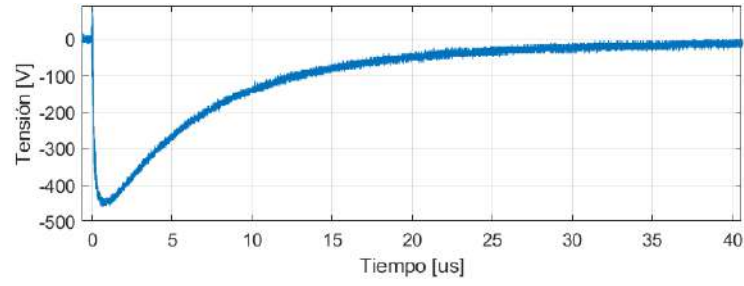


(a) Magnitud de impedancia malla compuesta.

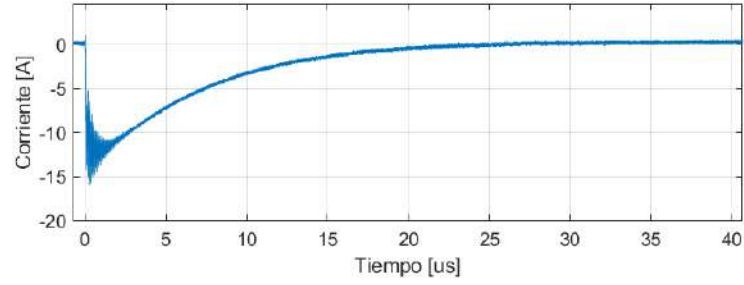


(b) Ángulo de impedancia malla compuesta.

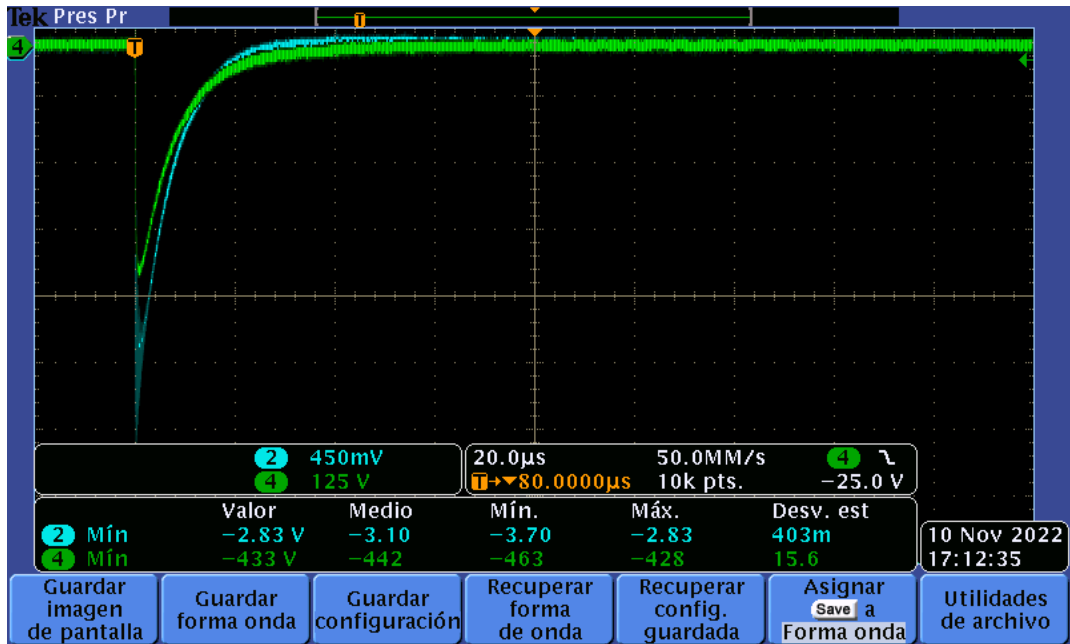
Figura 40: Señales transitorias de tensión y corriente medidas en el ensayo del electrodo triangular.**Figura 41:** Señales transitorias medidas con la pinza de tensión (verde) y R_{shunt} (celeste), caso malla simple.

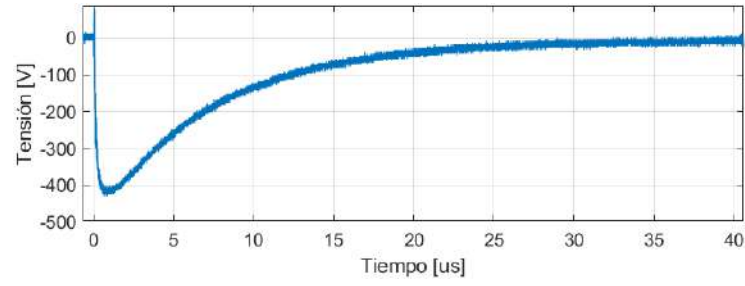


(a) Magnitud de impedancia malla compuesta.

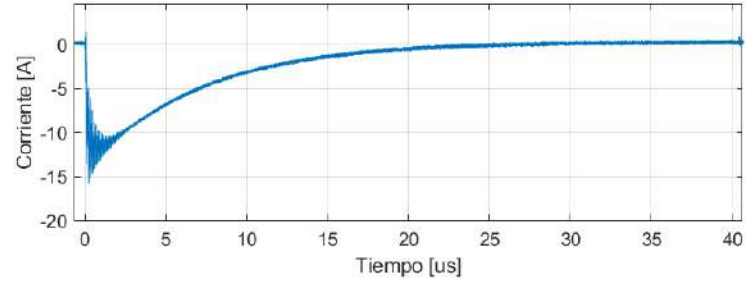


(b) Ángulo de impedancia malla compuesta.

Figura 42: Señales transitorias de tensión y corriente medidas en el ensayo de la malla simple.**Figura 43:** Señales transitorias medidas con la pinza de tensión (verde) y R_{shunt} (celeste), caso malla compuesta.



(a) Magnitud de impedancia malla compuesta.



(b) Ángulo de impedancia malla compuesta.

Figura 44: Señales transitorias de tensión y corriente medidas en el ensayo de la malla compuesta.

12.3. Imágenes de interés



(a) Electrodo vertical.



(b) Electrodo horizontal.



(c) Electrodo triangular.

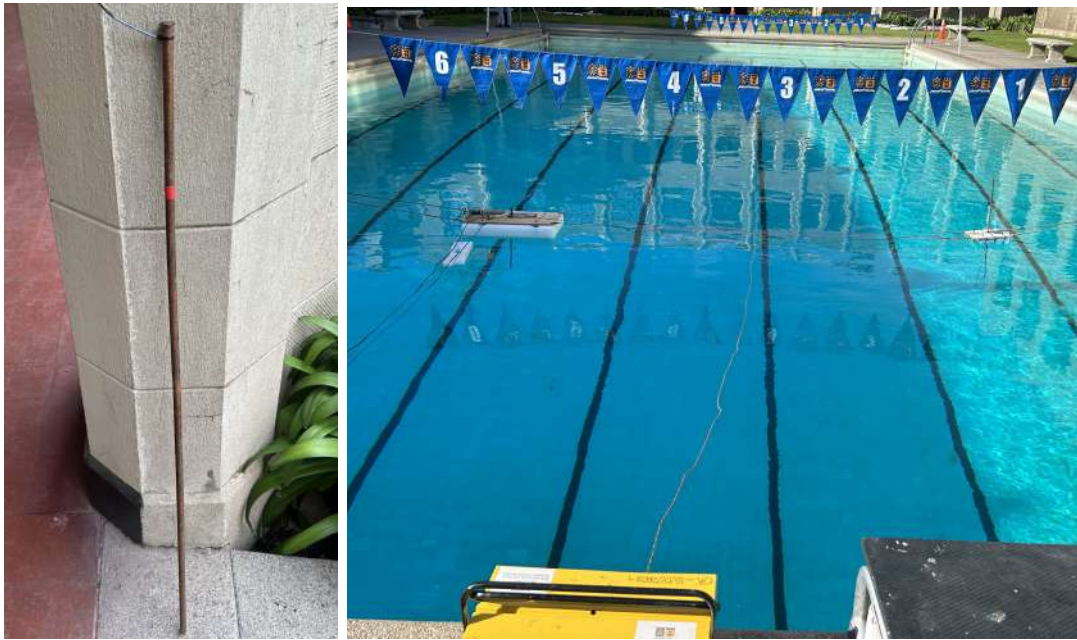


(d) Malla simple.



(e) Malla compuesta.

Figura 45: Disposición experimental probetas de puesta a tierra a escala reducida.



(a) Electrodo escala real.

(b) Disposición ensayo escala real.

Figura 46: Ensayo experimental puesta a tierra a escala real.

12.4. Códigos implementados en *Matlab*

12.4.1. Análisis de parámetros transitorios experimentales

```

1  clear
2  clc
3  format long
4  %V_3
5  %H_2
6  %T_4
7  %C_4
8  %M_4
9
10 TS=2e-8;
11 tiv=table2array(readtable("82.csv"));
12 lx=length(tiv);
13 t0=tiv(12:lx,1)';
14 Vsh=tiv(12:lx,2)';
15 I0=1/180e-3.*Vsh;
16 V0=tiv(12:lx,3)';
17 lx=length(V0);
18 Ve=V0-Vsh;
19 t = t0;
20
21 %GRAFICAS VS EL TIEMPO
22 %tiledlayout(2,1)
23 %figure(3)
24 %nexttile
25 %plot(1e6*t,Ve),xlabel("Tiempo [us]"),ylabel("Tensi n [V]"),grid on

```

```

26 %figure(2)
27 %nexttile
28 %plot(1e6*t,I0),xlabel("Tiempo [us]"),ylabel("Corriente [A]"),grid on
29 % figure(1)
30 %plot(1e6*t,Z),xlabel("Tiempo [Microsegundos]"),ylabel("Impedancia [ohm]"),
    title("Impedancia vs tiempo"),grid on
31
32
33 % %GRAFICAS DEL TIEMPO CON FILTRO
34 % figure(7)
35 %plot(1e6*t0,V),xlabel("Microsegundos"),ylabel("Tensi n"),title("Tensi n
    pinza con filtro")
36
37 %%%FOURIER
38 Y=fft(I0);
39 U=fft(Ve);
40 ZZ=sqrt((real( fft(Ve)./ fft(I0) )).^2 + (imag( fft( Ve ) ./ fft(I0) )).^2 );
41 ZA=atand(imag( fft( Ve ) ./ fft(I0) )./real( fft(Ve)./ fft(I0) ))
42
43 P2 = abs(U/lx);
44 P1 = P2(1:lx/2+1);
45 P1(2:end-1) = 2*P1(2:end-1);
46 P4 = abs(Y/lx);
47 P3 = P4(1:lx/2+1);
48 P3(2:end-1) = 2*P3(2:end-1);
49
50 %Angulo V_f
51 H2 = angle(U/lx);
52 H1 = H2(1:lx/2+1);
53
54 %Angulo I_f
55 H4 = angle(Y/lx);
56 H3 = H4(1:lx/2+1);
57
58 %angulo de Z_f
59 angZ=(H1-H3)*(180/pi)
60
61 FS=1/TS;
62 f = FS/lx*(0:(lx/2));
63 %GRAFIAS DE MAGNITUD FFT
64 % figure(4)
65 %semilogx(f,P1),title("|V(f)|"),xlabel("f [Hz]"),ylabel("|V(f)|"),xlim([0 1e7
    ]),grid on
66 %
67 %figure(5)
68 %semilogx(f,P3),title("|I(f)|"),xlabel("f [Hz]"),ylabel("|I(f)|"),xlim([0 1e7
    ]),grid on
69 figure(1)
70 semilogx(f,P1./P3),title(""),xlabel("Frecuencia [Hz]"),ylabel("Magnitud de
    impedancia [ ]"),xlim([0 1e7]),grid on,hold on
71 %,'Linewidth',1
72 figure(2)
73 semilogx(f,angZ),title(""),xlabel("Frecuencia [Hz]"),ylabel(" ngulo [grados]")
    ,xlim([0 1e7]),grid on,hold on

```

12.4.2. Simulación computacional

```

1 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
2 % PROGRAMA PARA SIMULACION EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA DE SISTEMAS DE
3 % PUESTA A TIERRA. Propuesto por Silverio Visacro en ICLP, 1992.
4 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
5 clear all
6 %close all
7 tic
8 global Kp a ii jj ma m0 sig
9 %global It Il e1 e0 c1 vp vp1 frec beta      %Para el calculo del campo
10 % electrico. Se puede desactivar si se calcula tension.
11 % DEFINICION DE CONSTANTES.
12 a = 0.001;          % Radio del conductor m.
13 %a= 0.02;           %radio escala real
14 sig = 5.9e7;        % Conductividad del conductor CU.
15 m0 = 4e-7.*pi;      % Permeabilidad del vacio.
16 e0 = 8.841941282883075e-012; % Permitividad del vacio.
17 e1 = 80;            % Permitividad reactiva del terreno.
18 c1 = 1/(16);        % Conductividad del terreno.
19 %c1=1/(16*20)       %Conductividad terreno escala real.
20 I = 1000;           % Amplitud de la corriente.
21 % MATRIZ PARA LA DEFINICION DE CONDUCTORES (mc).
22
23 mc = [0,0,-0.001,0,0,-0.1,10] ;
24
25 %Varilla vertical experimental
26 %[0,0,-0.001,0,0,-0.1,10]
27
28 %CONDUCTOR HORIZONTAL
29 %horizontal experimental
30 % [-0.05,0,0,-0.05,0,-0.025,2;
31 %   -0.05,0,-0.025,0.05,0,-0.025,10];
32
33 %MALLA simple experimental
34 % [-0.05,0.05,0,-0.05,0.05,-0.025,2;
35 %   -0.05,0.05,-0.025,-0.05,-0.05,-0.025,10;
36 %   -0.05,-0.05,-0.025,0.05,-0.05,-0.025,10;
37 %   0.05,-0.05,-0.025,0.05,0.05,-0.025,10;
38 %   0.05,0.05,-0.025,-0.05,0.05,-0.025,10]
39
40 %MALLA compuesta experimental
41 % [-0.05,0.05,0,-0.05,0.05,-0.025,2;
42 %   -0.05,0.05,-0.025,-0.05,-0.05,-0.025,10;
43 %   -0.05,-0.05,-0.025,0.05,-0.05,-0.025,10;
44 %   0.05,-0.05,-0.025,0.05,0.05,-0.025,10;
45 %   0.05,0.05,-0.025,-0.05,0.05,-0.025,10;
46 %   -0.05,0,-0.025,0.05,0,-0.025,10;
47 %   0,0.05,-0.025,0,0,-0.025,5;
48 %   0,0,-0.025,0,-0.05,-0.025,5];
49
50 %TRIANGULAR experimental
51 %[0,0.0433,0,0,0.0433,-0.025,2;

```

```

52 % 0,0.0433,-0.025,0.05,-0.0433,-0.025,10;
53 % 0.05,-0.0433,-0.025,-0.05,-0.0433,-0.025,10;
54 % -0.05,-0.0433,-0.025,0,0.0433,-0.025,10]
55
56 %[X1,Y1,Z1,X2,Z2,Y2,N de particiones]
57 % DEFINICION DEL PUNTO DE INYECCION DE CORRIENTE.
58
59 Piny = [0 0 -0.001]; % Tiene que coincidir con un nodo !!!!.
60 npi=size(Piny,1); %Numero de puntos de inyeccion
61
62 % CONSTRUCCION DE LA MATRIZ DE SEGMENTOS (ma).
63
64 n = size(mc,1); % Numero de Filas en mc = Numero total de conductores (n).
65 kp = 1;
66
67 for ii = 1 : n,
68     deltax = ( mc(ii,4) - mc(ii,1) ) ./ mc(ii,7);
69     deltay = ( mc(ii,5) - mc(ii,2) ) ./ mc(ii,7);
70     deltaz = ( mc(ii,6) - mc(ii,3) ) ./ mc(ii,7);
71     for jj = 1 : mc(ii,7), % mc(ii,7) = Numero de segmentos.
72         ma(kp,:) = [ mc(ii,1)+(deltax*(jj-1)), mc(ii,2)+(deltay*(jj-1)), mc(ii,3)+(deltaz*(jj-1)), ... % Coordinada inicial del segmento.
73                     mc(ii,1)+(deltax*jj), mc(ii,2)+(deltay*jj), mc(ii,3)+(deltaz*jj) ]; % Coordinanda final del segmento.
74         kp = kp + 1;
75     end
76 end
77
78 % CALCULO DE LA LONGITUD DE CADA SEGMENTO.
79 % ( El valor es ubicado en la columna 7 de ma ).
80
81 for ii = 1 : size(ma,1),
82     ma(ii,7) = sqrt( ( ma(ii,4) - ma(ii,1) )^2 + ( ma(ii,5) - ma(ii,2) )^2 + (
83         ma(ii,6) -ma(ii,3) )^2 );
84 end
85
86 % NUMERACION DE NODOS A PARTIR DE LA MATRIZ DE SEGMENTOS (mco).
87
88 fg = 1;
89 mco = zeros( size(ma,1),2 ); % Inicializacion de la matriz mco en cero.
90 lo = size(ma,1); % Numero de Filas en ma = Numero total de segmentos (lo).
91
92 for ii = 1 : lo,
93     % Parametros de comparacion de coordenandas.
94     o = find( ma(ii,1) == ma(ii:lo,1) & ma(ii,2) == ma(ii:lo,2) & ma(ii,3) ==
95         ma(ii:lo,3) ); %inicial inicial
96     p = find( ma(ii,1) == ma(ii:lo,4) & ma(ii,2) == ma(ii:lo,5) & ma(ii,3) ==
97         ma(ii:lo,6) ); %inicial final
98     q = find( ma(ii,4) == ma(ii:lo,1) & ma(ii,5) == ma(ii:lo,2) & ma(ii,6) ==
99         ma(ii:lo,3) ); %final inicial
100    r = find( ma(ii,4) == ma(ii:lo,4) & ma(ii,5) == ma(ii:lo,5) & ma(ii,6) ==
101        ma(ii:lo,6) ); %final final

```

```

99     hf = 0;
100
101     for kk = 1 : length(o),
102         if mco(o(kk)+(ii-1),1) == 0
103             mco(o(kk)+(ii-1),1) = fg;
104             hf = 1;
105         end
106     end
107
108     for ll = 1 : length(p),
109         if mco( p(ll)+(ii-1) , 2 ) == 0
110             mco( p(ll)+(ii-1) , 2 ) = fg;
111             hf = 1;
112         end
113     end
114
115     if hf == 1
116         fg = fg + 1;
117     end
118
119     hf = 0;
120
121     for mm = 1 : length(q),
122         if mco( q(mm)+(ii-1) , 1 ) == 0
123             mco( q(mm)+(ii-1) , 1 ) = fg;
124             hf = 1;
125         end
126     end
127
128     for nn = 1 : length(r),
129         if mco( r(nn)+(ii-1) ,2 ) == 0
130             mco( r(nn)+(ii-1) ,2 ) = fg;
131             hf = 1;
132         end
133     end
134
135     if hf == 1
136         fg = fg + 1;
137     end
138 end
139
140 % CONSTRUCCION DE MATRICES PARA RELACIONES CIRCUITALES DE TENSION Y
141 % CORRIENTE CON BASE EN LA NUMERACION DE LOS NODOS.
142
143 for ii = 1 : size(mco,1),
144     M1(ii,mco(ii,1)) = 0.5;
145     M1(ii,mco(ii,2)) = 0.5;
146     M2(ii,mco(ii,1)) = -1;
147     M2(ii,mco(ii,2)) = 1;
148 end
149
150 %% DEFINICION DEL VECTOR DE CORRIENTES INYECTADAS.
151 % Parametros de comparacion de coordenandas.
152 Iny = [zeros(1,fg-1)]';

```

```

153 for ii=1:npi
154     gg = find( Piny(ii,1) == ma(:,1) & Piny(ii,2) == ma(:,2) & Piny(ii,3) == ma
(:,3) );
155     hh = find( Piny(ii,1) == ma(:,4) & Piny(ii,2) == ma(:,5) & Piny(ii,3) == ma
(:,6) );
156     if isempty(gg)==1;
157         Iny(mco(hh(1),2))=1/npi;      % Punto de inyeccion de corriente en el
segundo nodo
158     else
159         Iny(mco(gg(1),1))=1/npi;      % Punto de inyeccion de corriente en el
primer nodo
160     end
161 end
162
163 % DEFINICION DEL VECTOR DE FRECUENCIAS PARA CALCULO.
164
165 %f_min = 5e3; %frecuencia inicial
166 %f_max = 10e6; %Frecuencia final
167 %n_m   = 30; %Numero de puntos de calculo
168 %ex     = [ 0 : log10(f_max/f_min)/(n_m-1) : log10(f_max/f_min) ];
169 %frec   = [ f_min .* 10 .^ ex ];
170 %corriente
171 %frec=5e1;
172
173 load("parapara")
174 frec = Fre
175 %corriente
176 %frec=5e1;
177
178 %CICLO DE CALCULO PARA LAS MATRICES DE IMPEDANCIA LONGITUDINAL Y TRANSVERSAL.
179 %r0=800;
180 length(frec)
181 for omega = 1 : length(frec),
182     omega
183     % if frec(omega)>10000
184     %     e1=7.6e3*((frec(omega)).^-0.4)+1.3;
185     % else
186     %     e1=7.6e3*((10000).^-0.4)+1.3;
187     % end
188     % c1=1./(r0./(1+(1.2e-6*r0^0.73)*(frec(omega)-100)^0.65));
189     w      = 2 * pi * frec(omega);      % Frecuencia angular.
190     c1=1/Rhocito(omega);
191     e1=Erecito(omega);
192     w      = 2 * pi * frec(omega);      % Frecuencia angular.
193     eba    = c1 + j * w * e1 * e0;      % Permitividad compleja.
194     Kp     = sqrt( j * w * m0 * eba );  % Constante de propagacion.
195     k1     = 1 / ( 4 * pi * eba );      % Constante del potencial escalar.
196     k2     = -j * w * m0 / ( 4 * pi );  % Constante del potencial vectorial.
197
198     % Inicializacion de las matrices en cero.
199     zt     = zeros(size(ma,1),size(ma,1)); % Matriz de impedancia transversal
(ZT).
200     zl     = zt;                        % Matriz de impedancia
longitudinal (ZL).

```

```

201
202 % Calculo de los terminos de la matrices de impedancia.
203
204 ii = 1; jj = 1;
205 %zt_propio = quad2dg('int_zt_p',0,1,0,1);
206 %zl_propio = quad2dg('int_zl_p',0,1,0,1);
207
208 for ii = 1 : size(ma,1),
209     for jj = ii : size(ma,1),
210         if jj==ii
211             %zl(ii,jj) = k2 * ( zl_propio + quad2dg('int_zl_i',0,1,0,1)
212 ); %+ zint( freq(omega) ) .* ma(ii,7) ; % Suma del termino de la impedancia
213 propia (ZINT).
214             %zt(ii,jj) = ( k1 / ( ma(ii,7) * ma(jj,7) ) ) * ( zt_propio
215 + quad2dg('int_zt_i',0,1,0,1) );
216             zl(ii,jj) = k2 * ( quad2dg('int_zl_p',0,1,0,1) + quad2dg('
217 int_zl_i',0,1,0,1) );
218             zt(ii,jj) = ( k1 / ( ma(ii,7) * ma(jj,7) ) ) * ( quad2dg('
219 int_zt_p',0,1,0,1) + quad2dg('int_zt_i',0,1,0,1) );
220             else
221                 zt(ii,jj) = ( k1 / ( ma(ii,7) * ma(jj,7) ) ) * quad2dg('
222 int_zt',0,1,0,1);
223                 zl(ii,jj) = k2 * quad2dg('int_zl',0,1,0,1);
224                 zt(jj,ii) = zt(ii,jj);
225                 zl(jj,ii) = zl(ii,jj);
226             end
227         end
228     end
229
230 YT = inv(zt);
231 YL = inv(zl);
232
233 IT = YT * M1; % Matriz de Admitancias Transversales Modificadas
234 IL = YL * M2; % Matriz de Admitancias Longitudinales Modificadas
235 MT = [M1' -M2']; % Matriz resultante de la sumatoria de corrientes en los
236 nodos
237 I = [IT ; IL];
238 A = MT * I;
239
240 Bn(:,omega) = inv(A)*Iny; %Matriz de Tensiones Nodales
241 It(:,omega) = IT * Bn(:,omega); %Matriz de Corrientes Transversales
242 Il(:,omega) = IL * Bn(:,omega); %Matriz de Corrientes Longitudinales
243 end
244
245 figure(1)
246 H = semilogx(freq,abs(Bn(1,:)));
247 set(H,'LineWidth',2);
248 title('')
249 xlabel('Frecuencia [Hz]');
250 ylabel('Amplitud de Z [ ]');
251 grid on;
252 hold on
253 %
254 figure(2)

```

```
248 H = semilogx(1*frec,angle(Bn(6,:)).*180./pi);set(H,'Linewidth',2);hold on; grid
      on
249 title('')
250 xlabel('Frecuencia [Hz]')
251 ylabel(' ngulo [grados]')
```

GROUND2023

&

10th LPE

International Conference on Grounding
&
Lightning Physics and Effects
Belo Horizonte, Brazil - May, 2023

USE OF REDUCED SCALE MODELS FOR THE EVALUATION OF GROUNDING SYSTEMS IN REAL SCALE

J. Montaña A. Angulo D. Torres R. Valenzuela
Universidad Técnica Federico Santa María - Chile

Abstract –This study aims to present the results of reduced-scale models in transient regimes to obtain real-scale responses. The analysis was developed for five typical configurations, and the results were compared with theoretical values using the Hybrid Electromagnetic Model. A cylindrical metallic recipient was used to conduct the experiments and tap water was used to model the soil. The five configurations were fed by means of an impulse generator and the current and voltage waveforms were recorded to compute the grounding impedance. Theoretical and experimental results shown differences, they are attributed to the frequency dependence of electrical parameters, therefore the permittivity and resistivity characteristics of water were calculated based on measurements of vertical and horizontal configuration. Considering this frequency variations, results are in agreement and the impedance values obtained employing reduced scale models can be used to find the real-scale grounding response considering the scaling factor n .

1 – INTRODUCTION

Analysis of grounding is crucial for adequately operating any electrical network. The size and configuration of the grounding electrodes are subjected to the fault current values, the soil resistivity values, the area of the substation, and the security voltages, among other aspects. The theoretical analysis of grounding has been extensively developed using software based on the Maxwell equation, taking advantage of the fact that the grounding size has no limitations. On the other hand, experimental tests in a laboratory environment have size limitation and budget constraint. Previously, experimental results of reduced scale models of grounding had been developed using DC-low frequency excitation to find the current distribution on the conductors and the grounding resistance; the results were scaled, changing the resistivity value without applying frequency scaling. Additionally, a few studies present the frequency response of reduced-scale models against transient excitations: In all these cases, the transient grounding impedance is analyzed.

On regards to previous studies, there are a few studies where the reduced-scale models are used to get the grounding response on transient regime. In [1] a small-scale experiment was used to investigate the characteristics of the tower impulse grounding impedance, applying temporal and spatial scaling for two grounding configurations. They mentioned that length of the grounding electrode, the rise time, the time to half-value and the amplitude of the impulse current have to be scaled by the factor n to find the impulse grounding impedance of the real-scale model. In [3], five grounding configuration were embedded into the concrete and the impulse impedance was computed for low and high values of

resistivity and for different deep values. In [6] reduced-scale grounding meshes were used to compute the surface transient voltage and the impulse transient impedance. They conclude that if all dimensions of the grid are reduced by the same factor, the current wave-shape and the voltage surface distribution are unaltered. In [9] a 3D model of Finite Element Model (FEM) was used for calculating ground resistance and potential profile of different grounding grids using reduced-scale model. This analysis was totally theoretical without conduct experiments.

Previous studies conclude that the results of reduced-scale models can be used to analyze the grounding response on transient regime if the electrodes size, current wave-shape and soil parameters are adequately scaled, however, none of the previous studies have been presented the real-scale response (impedance or transient voltage) based on reduced-scale models.

Theoretical analysis of grounding systems has had a more significant development than the experimental studies, the latter is considered more effective and accurate, but it has not evolved in its methodologies. Given this, the need arises to develop a reduced-scale modeling method for simple electrode configurations (vertical electrode, horizontal electrode, triangle, and mesh), in which a complete analysis of the behavior of grounding impedance in the frequency domain can be performed.

The objective of this work is to present the theoretical and experimental results of reduced-scale grounding configurations and its relation with real-scale configurations based on impedance values in frequency domain. The Maxwell's equations on lossy media are presented and its scaled version is derived to find the relationship between geometric and electrical parameters. The hybrid electromagnetic model (HEM), the experimental setup, the results and the real-scale values are presented for grounding configurations.

2 – THEORETICAL SCALED PROCEDURE

Taking into account that the transient behavior of the grounding considers the electromagnetic interactions of the conductors in a range of frequencies from Hz up to MHz, the mathematical expressions have to be revised including the characteristics of the reduced-scale model. The Maxwell's equations on lossy media without impressed sources of current and considering an excitation having an angular frequency ω can be written as follows:

$$\nabla^2 E - \gamma^2 E = 0 \quad , \quad \nabla^2 H - \gamma^2 H = 0 \quad (1)$$

where $\gamma^2 = -\omega^2\mu\left(\varepsilon - j\frac{\sigma}{\omega}\right)$, and μ , ε and σ are the permeability, permittivity, and conductivity of the medium, respectively.

To construct the scaled version on the Maxwell's equations, we use bars to denote dimensionless variables and normalize the spatial coordinates to the typical length l .

$$(x, y, z) = (l\bar{x}, l\bar{y}, l\bar{z}) \quad (2)$$

An arbitrary basis can be used to scale the electric and magnetic fields. According to that, the following scaled version of Maxwell's equations can be written:

$$\bar{\nabla}^2 \bar{E} - l^2 \gamma^2 \bar{E} = 0, \quad \bar{\nabla}^2 \bar{H} - l^2 \gamma^2 \bar{H} = 0 \quad (3)$$

where $\bar{\nabla}$ is the Laplacian operator expressed in terms of the normalized spatial coordinates. From these relations, it is possible to note that if two models have the same $l^2 \gamma^2$, their normalized field solutions will be equal. That is the case where a scaled-model 1 of a real system 2 is used for testing purposes. In this situation, forcing $l_1^2 \gamma_1^2 = l_2^2 \gamma_2^2$ allows us to define the following general relations:

$$l^2 \omega^2 \mu \varepsilon \left(1 - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon}\right) = cte \quad (4)$$

$$l_1^2 \omega_1^2 \mu_1 \varepsilon_1 \left(1 - j \frac{\sigma_1}{\omega_1 \varepsilon_1}\right) = l_2^2 \omega_2^2 \mu_2 \varepsilon_2 \left(1 - j \frac{\sigma_2}{\omega_2 \varepsilon_2}\right) \quad (5)$$

that generate similar field solutions for both problems. Based on equation (5), there are different options to satisfy this equation, choosing the geometrical and electrical parameters adequately. If the scale factor considered is n , Table 1 shows the relation between both models.

Parameter	Reduced-scale	Real-scale
Size	L / n	L
Resistivity	ρ / n	ρ
Permittivity	ε_r	ε_r
Rise time (T1)	$T1 / n$	$T1$
Half time (T2)	$T2 / n$	$T2$
Frequency	$\omega * n$	ω

Table 1. Relation between reduced-scale and real-scale values

3 – HYBRID ELECTROMAGNETIC MODEL (HEM)

The Hybrid Electromagnetic Model is based on Maxwell's equations in conjunction with Kirchoff's Laws. The HEM calculates the contributions of the field sources in the segments in which the conductors are divided and later considers the coupling that exists with the medium in which the system is immersed. The mathematical formulation is done in the frequency domain, therefore, the use of the inverse and direct Fourier Transform is required. The model makes the following considerations: the ground is assumed to be linear, isotropic, and homogeneous; the effect of the border (air-ground) is represented by means of the method of images; the conductors must be cylindrical, rectilinear and thin, because they are approximated to filaments, and can be interconnected or separated. Each conductor is divided into a finite number of segments on which the calculations are finally performed. The current is assumed to be constant along a segment, but it varies from segment to segment. The

model obtains the voltage at the ends of each segment and the current through them. The HEM was implemented into software to get the theoretical results.

4 - EXPERIMENTAL SETUP

Five different grounding electrode topologies were considered for this study. The configuration and dimension of these grounding are presented in Figure 1. The radius of the conductor is 2mm, and the material is cooper.

In order to carry out this reduced-scale model, the characteristics of the full-scale model must be reduced "n" times as well as considering a scaling of the waveform and magnitude of the current, obtaining the actual value of the impedance scaled "n" times as a result.

The soil was modeled using tap water because it has a homogenous behavior with a resistivity value of $16\Omega.m$ and a relative permittivity value of 80. The grounding electrodes were installed to a depth of 2.5cm in the center of a cylindrical container of 0.6m in diameter and 0.3m in height, as shown in Figure 2. The vertical configuration was installed at water level, it means, a depth of 0 cm.

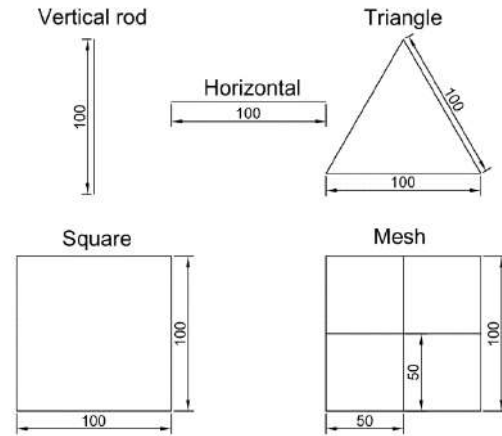


Figure 1 - Configuration of grounding electrodes under analysis. The dimensions are in mm.

The size of the five electrodes configurations were defined taking into account the size of the container, according to [1] the biggest geometrical dimension of grounding electrode should not be more than $\frac{1}{4}$ of the container diameter, while in [6] defines that maximum dimension of the grid (diagonal) must be at least two or three times smaller than the minimum dimension of the container. Based on these suggestions, the size of the electrodes has to be smaller than 0,15 m, therefore the length of the five configuration is 0,1 m.



Figure 2 – Cylindrical receptacle to make the experiments.

The grounding configurations were fed using an impulse voltage generator, where the maximum amplitude of the impulse voltage was 500V, and the wave shape was 0.56/6.4μs. The voltage wave was measured utilizing Tektronix P6015A, and the current was indirectly measured using a shunt resistance of 180 mΩ. The signals were recorded into a Tektronix DPO 3014 Digital oscilloscope. Signals are shown in Figure 3.

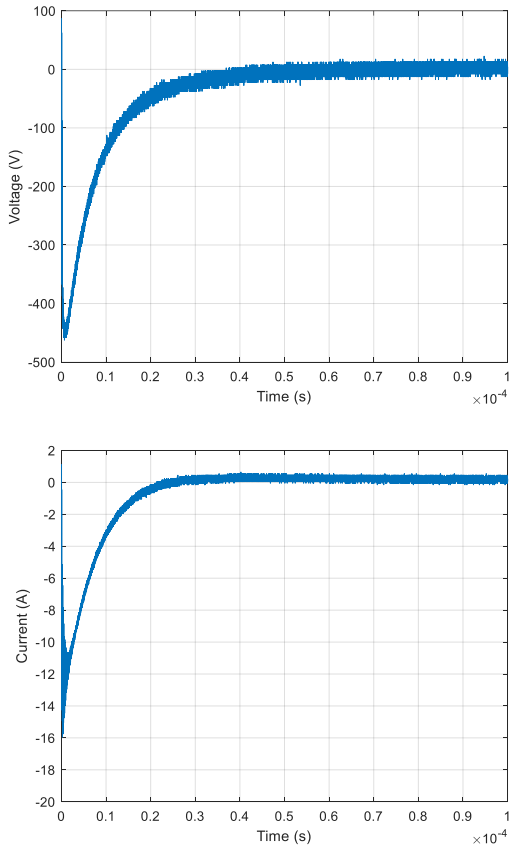


Figure 3 – Voltage and current waveforms recorded for square mesh setup.

5 - RESULTS

Based on previous studies [4], [5], it is recommended to consider the frequency variation of electrical parameter

of the soil, in this case the tap water. To get the parameters of resistivity and permittivity of the medium, the vertical and horizontal configurations measurements were used to identify the electrical parameters. Once the electrical parameters were identified, the impedance of the five configurations were computed by means of HEM and were compared with experimental values.

5.1 PARAMETER IDENTIFICATION

To identify the frequency dependence of the electrical parameters of tap water, we use basis function $\{\phi_i(\omega)\}_{i \in N}$, where N is the supporting nodes of the approximation, to model its behavior according

$$\rho(\omega) = \sum_{i \in N} \rho_i \phi_i(\omega) \quad (6)$$

$$\varepsilon_r(\omega) = \sum_{i \in N} \varepsilon_{r,i} \phi_i(\omega) \quad (7)$$

In these expressions ρ is the resistivity, ε_r is the permittivity, ω is the angular frequency, and $\{\rho_i, \varepsilon_{r,i}\}_{i \in N}$ are the unknown parameters of the model. To quantify these distributions, it is necessary to define the vector of unknown x as follows:

$$x = [\rho_1, \dots, \rho_N, \varepsilon_{r,1}, \dots, \varepsilon_{r,N}]^T \quad (8)$$

Using this definition and considering a standard error-in-variables formulation that seeks to minimize the mean integral squared error between measured impedance Z_{meas} and those predicted by the HEM model Z_{HEM} , the mathematical programming problem that enables to identify x can be written as:

$$\min_x \mathbb{E}_C \left[\int_{\mathcal{W}} (Z_{meas}(\omega, C) - Z_{HEM}(\omega, C, x))^2 d\omega \right] \quad (9)$$

where C is the set of configurations used in the identification process. In this work, we use the impedance measurements of single rod configurations, e.g., horizontal and vertical rods. Note that the unknown vector x is unique for all configurations.

To solve this problem, we use a code implemented in Matlab, which uses the *lscurvefit* function to solve the embedded least squares problem. The algorithm was trust-region-reflective, and all tolerances were set to 10^{-6} . The results obtained using this procedure are shown in Figure 4.

It is noted that the resistivity values do not present significant differences in the frequency range analyzed. The resistivity of the tap water was measured in DC by means of a conductivity meter and the value was 16 Ωm, as expected. On the other hand, the permittivity values present a considerable variation in the frequency range under analysis, the lowest value being 300 and the highest being 40.000. High low-frequency permittivity values have been reported in [5] for different types of soils, but not previous values have been documented for tap water. This is a point that will be studied in future work.

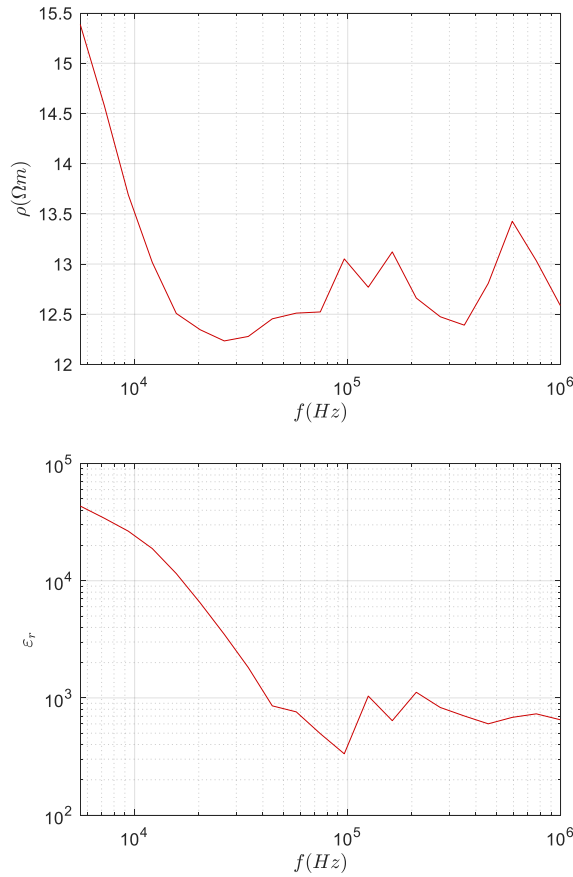


Figure 4 - Frequency dependence of the resistivity and permittivity of the tap water.

5.2 REDUCED-SCALE MEASUREMENTS

The impedance of each grounding configuration was calculated based on voltage and current waveforms. The magnitude and phase of the impedance is presented in Figure 5. In order to analyze the laboratory test results, a computational model based on the Hybrid Electromagnetic Method (HEM) was implemented and used to obtain the frequency response of the five electrode configurations. The results obtained using computational simulation are shown in the same figure.

The theoretical results include an estimation of the resistivity and permittivity frequency variations. The estimation was made due to the preliminary results without consider frequency variations shows appreciable differences between the experimental and theoretical results for all the ranges of frequencies for the five electrode configurations.

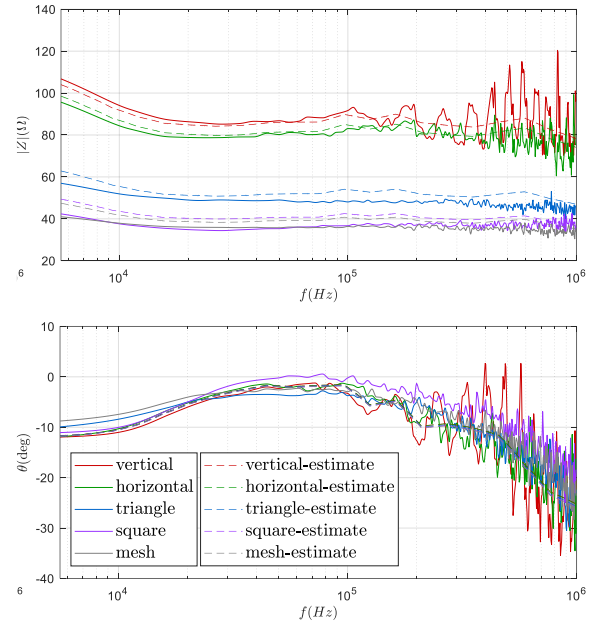


Figure 5 - Impedance magnitude and phase for five grounding electrode configurations. The solid line is used for experimental results and the dashed line for theoretical results.

The results are presented in Figure 5 for the five configurations present lower differences, magnitude and phase, what did not happen with the constant parameters. The experimental results show oscillations above 100 kHz, mainly for vertical and horizontal configurations, but it is not present in triangle, square and mesh shapes.

Using the formulation presented in chapter 2, it is possible to ensure that the impedance values of a real-scale model will have the same values of reduced-scale model taking into consideration the factor "n" adequately. It means that using scale factor $n = 20$, a grounding rod of 2m in length and 4cm of radii simulated into a soil of $320\Omega.m$ shows the same impedance magnitude for vertical rod, and an horizontal cable of 2 m of length, 4cm of radii, buried 0.5 m into a soil of $320\Omega.m$ shows the impedance magnitude presented previously.

6 – CONCLUSIONS

The magnitude and phase of impedance for five reduced-scale configurations were obtained in laboratory facilities in order to find the response of real-scale configurations. The vertical and horizontal configuration measurements were used to obtain the frequency dependence of the permittivity and resistivity values. The experimental values were compared with theoretical results obtained by means of the Hybrid Electromagnetic Model. The analysis shows that it was mandatory consider the frequency variation of the electrical parameters of the soil, in this case tap water, to get lower differences between results.

The scaling analysis of the Maxwell's equation was presented, taking into account the permeability, permittivity, and conductivity of the medium and the geometrical values of the model. Based on this analysis, it was shown that it is possible to generate similar field

solutions for both problems considering a scale factor n . The n factor can be used adequately in order to satisfy the electric and magnetic fields equation of the reduced-scale and real-scale models. There is different scale combination always that $l_1^2 \gamma_1^2 = l_2^2 \gamma_2^2$.

The reduced-scale results presented in this study have to be compared with real-scale model measurements in order to validate the analysis. These measurements have to be performed in a future work.

5 - REFERENCES

- [1] J. Li, H. Cao, X. Liu, K. He, Z. Zhao and M. Zheng, "A reduced-scale experimental study of tower impulse grounding impedance," 2017 1st International Conference on Electrical Materials and Power Equipment (ICEMPE), pp. 568-571, Xi'an, China, 2017
- [2] R. da Silva Ferraz, S. G. M. Oliveira, S. B. de Oliveira and W. P. Calixto, "Analysis of the soil impedance in high frequencies using an electric impulse generator prototype," 2016 IEEE 16th International Conference on Environment and Electrical Engineering (EEEIC), pp. 1-4, Florence, Italy, 2016
- [3] R. J. Cabral et al., "Comparative performance of impulsive grounding systems embedded in concrete: An experiment in reduced scale," 2016 33rd International Conference on Lightning Protection (ICLP), pp. 1-6, Estoril, Portugal, 2016
- [4] J. Montaña, J. Candelo, O. Duarte, "Variación de los parámetros eléctricos de la arena con la frecuencia", 2012 INGENIERÍA E INVESTIGACIÓN, vol. 32 No. 2, pp. 34-39, August 2012
- [5] CIGRE TB-781, "Impact of soil-parameter frequency dependence on the response of grounding electrodes and on the lightning performance of electrical systems" October 2019.
- [6] S. Ghoneim, H. Hirsch, A. Elmorshedy, R. Amer, "Measurement of earth surface potential using scale model", 2007 42nd International Universities Power Engineering Conference, Brighton, UK, 2007, pp. 965-970, doi: 10.1109/UPEC.2007.4469079.
- [7] N. Permal, M. Osman, M. Z. A. A. Kadir and A. M. Ariffin, "Review of Substation Grounding System Behavior Under High Frequency and Transient Faults in Uniform Soil," in IEEE Access, vol. 8, pp. 142468-142482, 2020
- [8] D. Romero, J. Montaña, D. Garriga, V. March, "Quasi static approximation of concentrated ground electrodes: experimental results," 28 th International Conference on Lightning Protection, Japan, 2006
- [9] T. P. Hong, Q. D. Van and T. V. Viet, "Grounding resistance calculation using FEM and reduced scale model," 2009 IEEE Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena, pp. 278-281, 2009

Main author

Name: Johnny Montaña

Address: Av. España 1680 (Valparaiso – Chile)

Phone: +569 50903817

E-mail: johnny.montana@usm.cl