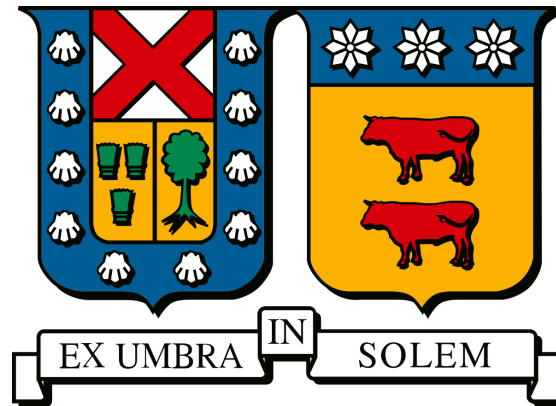


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA



**“Evaluación crítica del modelo teórico del terreno de dos capas horizontales utilizando simulación computacional”**

**Rodrigo Alberto Cortés-Monroy Rojas**

MEMORIA DE TITULACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
INGENIERO CIVIL ELECTRICISTA

Profesor patrocinante 1: Johny Hernán Montaña Chaparro  
Profesor patrocinante 2: Alejandro Alberto Angulo Cárdenas

15 de septiembre de 2025



## CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

### 1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

**Tipo de monografía (marcar una opción):**  Memoria o trabajo de título;  Tesis de Postgrado;

**Título del trabajo:** Evaluación Crítica del modelo teórico del terreno de dos capas horizontales utilizando simulación computacional

**Nombre del candidato(a):** Rodrigo Alberto Cortés-Monroy Rojas

**Carrera / Grado:** Ingeniería Civil Eléctrica

**Campus:** Casa Central Valparaíso ; **Departamento:** Eléctrica

### 2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Johnny Montaña, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución

### 3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL

El trabajo **NO contiene información que amerite confidencialidad** y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (embargo) por:

6 meses;  12 meses;  2 años;  3 años;  5 años;  10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

### 4.- FIRMAS

**Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:**

**Fecha:** 04-09-2025

**; Firma:**

**Estudiante o Candidato(a):**

**Fecha:** 04-09-2025

**; Firma:**

*Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.*

---

## Resumen Ejecutivo

Esta memoria presenta un análisis crítico del modelo teórico de terreno compuesto por dos capas horizontales, aplicado a mediciones de resistividad mediante el método Wenner, utilizando simulaciones computacionales como herramienta principal de evaluación. La motivación central radica en la importancia de caracterizar adecuadamente el subsuelo para diseñar sistemas de puesta a tierra seguros y eficientes en instalaciones eléctricas, así como en la necesidad de evaluar la vigencia y limitaciones de los modelos teóricos tradicionales frente a condiciones reales más complejas.

El trabajo se estructura a partir de una revisión detallada del marco teórico relacionado con la resistividad del suelo, los métodos de prospección eléctrica más utilizados, y los modelos matemáticos y gráficos empleados para representar la variabilidad eléctrica del subsuelo, con especial énfasis en la metodología gráfica de Sunde.

Mediante el software COMSOL Multiphysics se modelaron más de 100 configuraciones de terreno, generando más de 14,000 simulaciones. Estas abarcaron desde escenarios ideales con dos capas horizontales hasta terrenos con tres capas y estructuras heterogéneas, como volúmenes rocosos. Se realizó un análisis de sensibilidad sobre parámetros clave, como resistividades y espesores, evaluando la precisión de los modelos equivalentes de dos capas, tanto con ajustes analíticos como gráficos.

Los resultados indican que el modelo de dos capas, ajustado matemáticamente, presenta alta confiabilidad en terrenos que cumplen dicha configuración, con errores generalmente menores al 2 %. No obstante, su precisión disminuye al incorporar capas adicionales, donde el ajuste gráfico ofrece mejores resultados. En suelos con heterogeneidades internas, como bloques rocosos, el modelo de dos capas se mantiene aplicable, dado que estas irregularidades tienden a quedar enmascaradas en la respuesta eléctrica global, dentro del rango de parámetros considerado.

Como aporte principal, se propone una guía fundamentada para seleccionar el método de ajuste más adecuado en función de la forma de las curvas de resistividad aparente, facilitando su aplicación en campañas reales, incluso en ausencia de información previa sobre la estructura del subsuelo.

En conclusión, esta memoria contribuye al conocimiento aplicado sobre la representatividad de los modelos teóricos en el análisis de resistividad del suelo, y entrega herramientas prácticas que permiten optimizar la interpretación de datos en terreno.

# Índice General

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>8</b>
1.1	Justificación del tema . . . . .	8
1.2	Objetivos de la memoria . . . . .	10
1.3	Estructura de la memoria . . . . .	10
<b>2</b>	<b>Marco Teórico</b>	<b>11</b>
2.1	Resistividad eléctrica del suelo . . . . .	11
2.2	Prospección por Sondeo Eléctrico Vertical . . . . .	11
2.2.1	Método de Wenner . . . . .	12
2.2.2	Método de Schlumberger . . . . .	13
2.2.3	Método de varillas hincadas ( <i>Driven Rod Method</i> ) . . . . .	14
2.3	Modelos de suelos . . . . .	15
2.3.1	Modelo de suelo de $n$ capas horizontales . . . . .	15
2.3.2	Modelo de suelo de dos capas horizontales . . . . .	16
2.3.3	Modelo de suelo con gradiente vertical . . . . .	17
2.4	Curvas de Sunde y método gráfico . . . . .	18
2.5	Simulación con elementos finitos . . . . .	19
2.5.1	Formulación básica de elementos finitos para la ecuación de Poisson . . . . .	20
2.5.2	Implementación en COMSOL Multiphysics . . . . .	21
2.6	Definición de términos . . . . .	22
<b>3</b>	<b>Metodología</b>	<b>23</b>
3.1	Selección de casos y configuraciones de terreno . . . . .	23
3.2	Análisis de sensibilidad . . . . .	24
3.2.1	Suelo de dos capas horizontales . . . . .	24
3.2.2	Suelo de tres capas horizontales . . . . .	25
3.2.3	Suelo de dos capas horizontales con volumen rocoso . . . . .	25
3.3	Modelación en COMSOL Multiphysics de los suelos originales . . . . .	26
3.3.1	Definición de la geometría . . . . .	27
3.3.2	Asignación de materiales . . . . .	28
3.3.3	Definición de condiciones de frontera y terminales . . . . .	28
3.3.4	Generación del mallado . . . . .	29
3.4	Simulaciones suelos originales . . . . .	29
3.5	Obtención de modelos de suelos de dos capas horizontales equivalentes . . . . .	30
3.5.1	Mediante ecuaciones analíticas . . . . .	31
3.5.2	Mediante método gráfico de Sunde . . . . .	31
3.5.3	Mediante método gráfico de Sunde alternativo para suelos de tres capas . . . . .	32
3.6	Diseño del proceso de comparación y análisis de errores . . . . .	33
3.6.1	Indicadores de error utilizados . . . . .	34
3.6.2	Aplicación a diferentes configuraciones de suelo . . . . .	34

<b>4</b>	<b>Resultados</b>	<b>35</b>
4.1	Simulación de suelos originales . . . . .	35
4.1.1	Suelo de dos capas horizontales . . . . .	35
4.1.2	Suelo de tres capas horizontales . . . . .	37
4.1.3	Suelo de dos capas horizontales con volumen rocoso . . . . .	40
4.2	Obtención de modelos de suelos . . . . .	41
4.2.1	Suelo de dos capas horizontales . . . . .	41
4.2.2	Suelo de tres capas horizontales . . . . .	43
4.3	Simulación de modelos de suelos . . . . .	45
4.3.1	Modelos de suelos de dos capas obtenidos a partir de suelos originales de dos capas . . . . .	46
4.3.2	Modelos de suelos de dos capas obtenidos a partir de suelos originales de tres capas . . . . .	48
<b>5</b>	<b>Análisis de resultados</b>	<b>52</b>
5.1	Método gráfico alternativo . . . . .	52
5.2	Comparación de métodos de modelado . . . . .	55
5.2.1	Resultados para suelos originales de dos capas . . . . .	55
5.2.2	Resultados para suelos originales de tres capas . . . . .	58
5.3	Análisis de heterogeneidades . . . . .	63
5.4	Análisis visual de la forma de las curvas de resistividad aparente . . . . .	64
5.4.1	Distribución de curvas según tipo de método sugerido . . . . .	65
5.4.2	Análisis visual de las curvas promedio por grupo . . . . .	65
<b>6</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>68</b>
<b>7</b>	<b>Trabajo futuro</b>	<b>69</b>
<b>8</b>	<b>Anexos</b>	<b>72</b>
8.1	Obtención de parámetros del modelo de suelo a partir del método gráfico de Sunde .	72
8.2	Obtención de parámetros del modelo de suelo a partir del método gráfico alternativo	75
8.3	Codigos implementados en <i>Matlab</i> . . . . .	79
8.3.1	Suelo real dos capas estudio sensibilidad $\rho_2$ . . . . .	79
8.3.2	Suelo real dos capas estudio sensibilidad $h_1$ . . . . .	80
8.3.3	Obtención de modelos de suelos de dos capas horizontales a través de ecuaciones analíticas . . . . .	81
8.3.4	Obtención de modelos de suelos de dos capas horizontales a través de método gráfico de Sunde . . . . .	82
8.3.5	Obtención de modelos de suelos de dos capas horizontales a través de método gráfico alternativo . . . . .	86
8.4	Resultados simulaciones suelos originales. . . . .	90

# Índice de Figuras

1	Configuración de electrodos para el método de Wenner. [3]	8
2	Configuración de electrodos para el método de Wenner [4].	12
3	Configuración de electrodos para el método de Schlumberger [4].	13
4	Configuración de electrodos para el método de varillas hincadas [1].	14
5	Modelo de suelo de $n$ capas horizontales [10].	15
6	Modelo de suelo de dos capas horizontales [4].	16
7	Modelo de suelo con gradiente vertical.	17
8	Curvas de método gráfico de Sunde [1].	18
9	Diagrama de flujo general de la metodología aplicada en el estudio.	23
10	Esquema de suelo de tres capas horizontales.	25
11	Esquema de suelo de dos capas horizontales con volumen rocoso incrustado.	26
12	Definición de la geometría de los dominios y objetos simulados en COMSOL Multiphysics.	28
13	Diagrama de flujo del proceso de simulación automática mediante la integración MATLAB-COMSOL Multiphysics.	29
14	Curvas de resistividad aparente simulada en suelo de dos capas para distintos valores de $\rho_2$ , aplicando el método de Wenner, para $\rho_1 = 500 \Omega\text{m}$ y $h = 3 \text{ m}$ .	36
15	Curvas de resistividad aparente simulada en suelo de dos capas para distintos valores de $h$ , aplicando el método de Wenner, para $\rho_1 = 50 \Omega\text{m}$ y $\rho_2 = 500 \Omega\text{m}$ .	36
16	Curvas de Sunde originales y curvas de Sunde a partir de los datos de los suelos de dos capas simulados al variar $\rho_2$ , manteniendo $\rho_1$ y $h$ con valores de $500 \Omega\text{m}$ y $3 \text{ m}$ respectivamente.	37
17	Curvas de resistividad aparente simulada en suelo de tres capas para distintos valores de $\rho_2$ , aplicando el método de Wenner, para $\rho_1 = \rho_3 = 500 \Omega\text{m}$ y $h_1 = h_2 = 5 \text{ m}$ .	38
18	Curvas de resistividad aparente simulada en suelo de tres capas para distintos valores de $\rho_3$ , aplicando el método de Wenner, para $\rho_1 = 500 \Omega\text{m}$ , $\rho_2 = 50 \Omega\text{m}$ y $h_1 = h_2 = 5 \text{ m}$ .	38
19	Curvas de resistividad aparente simulada en suelo de tres capas para distintos valores de $h_1$ , aplicando el método de Wenner, para $\rho_1 = \rho_3 = 500 \Omega\text{m}$ , $\rho_2 = 50 \Omega\text{m}$ y $h_2 = 5 \text{ m}$ .	39
20	Curvas de resistividad aparente simulada en suelo de tres capas para distintos valores de $h_2$ , aplicando el método de Wenner, para $\rho_1 = \rho_3 = 500 \Omega\text{m}$ , $\rho_2 = 50 \Omega\text{m}$ y $h_1 = 5 \text{ m}$ .	39
21	Curvas de resistividad aparente simulada en suelo de dos capas con volumen rocoso para distintos valores de $\rho_2$ , aplicando el método de Wenner, para $\rho_1 = 500 \Omega\text{m}$ , $\rho_{roca} = 50000 \Omega\text{m}$ , $h = 3 \text{ m}$ , $r_{roca} = 0.5 \text{ m}$ y $z_{roca} = 1.5 \text{ m}$ .	41
22	Comparación de conjunto de curvas de potencial eléctrico obtenidas mediante el método de Wenner, donde cada conjunto incluye: una curva de referencia correspondiente al suelo original de dos capas del estudio de sensibilidad de $\rho_2$ con $\rho_1 = 500 \Omega\text{m}$ y $h = 5 \text{ m}$ , y dos curvas correspondientes a los modelos de suelo.	47

23	Comparación de conjunto de curvas de potencial eléctrico obtenidas mediante el método de Wenner, donde cada conjunto incluye: una curva de referencia correspondiente al suelo original de dos capas del estudio de sensibilidad de $h$ con $\rho_1 = 50 \Omega\text{m}$ y $\rho_2 = 500 \Omega\text{m}$ , y dos curvas correspondientes a los modelos de suelo. . . . .	47
24	Comparación de conjunto de curvas de potencial eléctrico obtenidas mediante el método de Wenner, donde cada conjunto incluye: una curva de referencia correspondiente al suelo original de tres capas del estudio de sensibilidad de $\rho_2$ con $\rho_1 = \rho_3 = 500 \Omega\text{m}$ y $h_1 = h_2 = 5 \text{ m}$ , y dos curvas correspondientes a los modelos de suelo. . . . .	48
25	Comparación de conjunto de curvas de potencial eléctrico obtenidas mediante el método de Wenner, donde cada conjunto incluye: una curva de referencia correspondiente al suelo original de tres capas del estudio de sensibilidad de $\rho_3$ con $\rho_1 = 500 \Omega\text{m}$ , $\rho_2 = 50 \Omega\text{m}$ y $h_1 = h_2 = 5 \text{ m}$ , y dos curvas correspondientes a los modelos de suelo. . . . .	49
26	Comparación de conjunto de curvas de potencial eléctrico obtenidas mediante el método de Wenner, donde cada conjunto incluye: una curva de referencia correspondiente al suelo original de tres capas del estudio de sensibilidad de $h_1$ con $\rho_1 = \rho_3 = 500 \Omega\text{m}$ , $\rho_2 = 50 \Omega\text{m}$ y $h_2 = 5 \text{ m}$ , y dos curvas correspondientes a los modelos de suelo. . . . .	50
27	Comparación de conjunto de curvas de potencial eléctrico obtenidas mediante el método de Wenner, donde cada conjunto incluye: una curva de referencia correspondiente al suelo original de tres capas del estudio de sensibilidad de $h_2$ con $\rho_1 = \rho_3 = 500 \Omega\text{m}$ , $\rho_2 = 50 \Omega\text{m}$ y $h_1 = 5 \text{ m}$ , y dos curvas correspondientes a los modelos de suelo. . . . .	51
28	Ejemplo del método gráfico alternativo aplicado a un suelo de tres capas. Se observan dos valores de separación de electrodos $a$ que satisfacen el criterio del método, generando dos posibles soluciones para $h$ . . . . .	52
29	Error absoluto (RMSE) del potencial eléctrico obtenido por los modelos de suelo al aplicar el método gráfico alternativo, en el estudio de sensibilidad de $h_1$ para suelos de tres capas que presentan múltiples valores de $h$ . . . . .	53
30	Error absoluto (RMSE) del potencial eléctrico obtenido por los modelos de suelo al aplicar el método gráfico alternativo, en el estudio de sensibilidad de $h_2$ para suelos de tres capas que presentan múltiples valores de $h$ . . . . .	54
31	Error absoluto (RMSE) del potencial eléctrico obtenido por los modelos de suelo al aplicar el método gráfico alternativo, en el estudio de sensibilidad de $\rho_2$ para suelos de tres capas que presentan múltiples valores de $h$ . . . . .	54
32	Error absoluto (RMSE) del potencial eléctrico obtenido por los modelos de suelo al aplicar el método gráfico alternativo, en el estudio de sensibilidad de $\rho_3$ para suelos de tres capas que presentan múltiples valores de $h$ . . . . .	55
33	RMSE relativo (%) del potencial eléctrico para los distintos métodos de ajuste aplicados a suelos reales de dos capas en estudio de sensibilidad de $\rho_2$ . . . . .	57
34	RMSE relativo (%) del potencial eléctrico para los distintos métodos de ajuste aplicados a suelos reales de dos capas en estudio de sensibilidad de $h$ . . . . .	57
35	RMSE relativo (%) del potencial eléctrico para los distintos métodos de ajuste aplicados a suelos reales de tres capas en estudio de sensibilidad de $\rho_2$ . . . . .	61

36	RMSE relativo (%) del potencial eléctrico para los distintos métodos de ajuste aplicados a suelos reales de tres capas en estudio de sensibilidad de $\rho_3$ . . . . .	61
37	RMSE relativo (%) del potencial eléctrico para los distintos métodos de ajuste aplicados a suelos reales de tres capas en estudio de sensibilidad de $h_1$ . . . . .	62
38	RMSE relativo (%) del potencial eléctrico para los distintos métodos de ajuste aplicados a suelos reales de tres capas en estudio de sensibilidad de $h_2$ . . . . .	62
39	RMSE relativo (%) del potencial eléctrico entre el suelo real de dos capas y el mismo suelo con volumen rocoso en función de la relación $\rho_2/\rho_1$ , para $\rho_1 = 500 \Omega\text{m}$ , $\rho_{roca} = 50000 \Omega\text{m}$ , $h = 3 \text{ m}$ , $z_{roca} = 1.5 \text{ m}$ y $r_{roca} = 3 \text{ m}$ . . . . .	64
40	Distribución de las curvas de resistividad aparente según tipo de método de ajuste sugerido (1: Método analítico, 2: Ambos métodos, 3: Método gráfico alternativo, 4: Necesidad de utilizar un modelo de suelo mas complejo). . . . .	65
41	Curvas promedio de resistividad aparente para cada grupo de métodos de ajuste sugeridos, obtenidas a partir del promedio punto a punto de todas las curvas clasificadas en cada categoría. . . . .	66
42	Curvas de resistividad aparente simulada en suelo de dos capas para distintos valores de $\rho_2$ , aplicando el método de Wenner. . . . .	73
43	Pendiente logarítmica de las curvas de Sunde para distintos valores de $\rho_2$ en el suelo de dos capas. . . . .	74
44	Curvas de Sunde con el punto representativo seleccionado para cada valor de $\rho_2$ . . . . .	74
45	Selección de puntos representativos en las curvas de resistividad aparente mediante el método gráfico de Sunde. . . . .	75
46	Curvas de resistividad aparente simulada en un suelo de tres capas para distintos valores de $\rho_2$ , aplicando el método de Wenner. . . . .	77
47	Pendiente logarítmica de las curvas simuladas según el método gráfico alternativo para los distintos valores de $\rho_2$ . . . . .	77
48	Curvas de Sunde con el punto representativo seleccionado para cada valor de $\rho_2$ , mediante el método gráfico alternativo. . . . .	78
49	Selección de puntos representativos en las curvas de resistividad aparente mediante el método gráfico alternativo. . . . .	78

## Índice de Tablas

1	Valores de $\rho_2/\rho_1$ utilizados en las curvas de Sunde y valores de $\rho_2$ considerados en el análisis de sensibilidad del suelo de dos capas horizontales ( $\rho_1 = 500 \Omega\text{m}$ , $h = 3 \text{ m}$ ). . . . .	24
2	Valores de altura de la capa superficial considerados en el análisis de sensibilidad del suelo de dos capas horizontales. . . . .	25
3	Configuraciones de parámetros consideradas en los estudios de sensibilidad para suelos de tres capas horizontales. . . . .	25
4	Parámetros empleados en la simulación del suelo de dos capas horizontales con volumen rocoso incrustado. . . . .	26
5	Separaciones de electrodos para el método de Wenner consideradas. . . . .	29

6	Parámetros de los modelos equivalentes de dos capas horizontales obtenidos para suelos originales de dos capas de estudio de sensibilidad de $\rho_2$ , para $\rho_1 = 500 \Omega \text{ m}$ y $h = 3 \text{ m}$ . . . . .	42
7	Parámetros de los modelos equivalentes de dos capas horizontales obtenidos para suelos originales de dos capas de estudio de sensibilidad de $h$ , para $\rho_1 = 50 \Omega \text{ m}$ y $\rho_2 = 500 \Omega \text{ m}$ . . . . .	42
8	Parámetros de los modelos equivalentes de dos capas horizontales obtenidos para suelos originales de tres capas de estudio de sensibilidad de $\rho_2$ , para $\rho_1 = \rho_3 = 500 \Omega \text{ m}$ y $h_1 = h_2 = 5 \text{ m}$ . . . . .	43
9	Parámetros de los modelos equivalentes de dos capas horizontales obtenidos para suelos originales de tres capas de estudio de sensibilidad de $\rho_3$ , para $\rho_1 = 500 \Omega \text{ m}$ , $\rho_2 = 50 \Omega \text{ m}$ y $h_1 = h_2 = 5 \text{ m}$ . . . . .	44
10	Parámetros de los modelos equivalentes de dos capas horizontales obtenidos para suelos originales de tres capas de estudio de sensibilidad de $h_1$ , para $\rho_1 = \rho_3 = 500 \Omega \text{ m}$ , $\rho_2 = 50 \Omega \text{ m}$ y $h_2 = 5 \text{ m}$ . . . . .	44
11	Parámetros de los modelos equivalentes de dos capas horizontales obtenidos para suelos originales de tres capas de estudio de sensibilidad de $h_2$ , para $\rho_1 = \rho_3 = 500 \Omega \text{ m}$ , $\rho_2 = 50 \Omega \text{ m}$ y $h_1 = 5 \text{ m}$ . . . . .	45
12	Errores de potencial eléctrico para los distintos métodos de ajuste aplicados a los suelos originales de dos capas en estudio de sensibilidad de $\rho_2$ , para $\rho_1 = 500 \Omega \text{ m}$ y $h = 3 \text{ m}$ . . . . .	56
13	Errores de potencial eléctrico para los distintos métodos de ajuste aplicados a los suelos originales de dos capas en estudio de sensibilidad de $h$ , para $\rho_1 = 50 \Omega \text{ m}$ y $\rho_2 = 500 \Omega \text{ m}$ . . . . .	56
14	Errores de potencial eléctrico para los distintos métodos de ajuste aplicados a suelos reales de tres capas en estudio de sensibilidad de $\rho_2$ , para $\rho_1 = \rho_3 = 500 \Omega \text{ m}$ y $h_1 = h_2 = 5 \text{ m}$ . . . . .	59
15	Errores de potencial eléctrico para los distintos métodos de ajuste aplicados a suelos reales de tres capas en estudio de sensibilidad de $\rho_3$ , para $\rho_1 = 500 \Omega \text{ m}$ , $\rho_2 = 50 \Omega \text{ m}$ y $h_1 = h_2 = 5 \text{ m}$ . . . . .	59
16	Errores de potencial eléctrico para los distintos métodos de ajuste aplicados a suelos reales de tres capas en estudio de sensibilidad de $h_1$ , para $\rho_1 = \rho_3 = 500 \Omega \text{ m}$ , $\rho_2 = 50 \Omega \text{ m}$ y $h_2 = 5 \text{ m}$ . . . . .	60
17	Errores de potencial eléctrico para los distintos métodos de ajuste aplicados a suelos reales de tres capas en estudio de sensibilidad de $h_2$ , para $\rho_1 = \rho_3 = 500 \Omega \text{ m}$ , $\rho_2 = 50 \Omega \text{ m}$ y $h_1 = 5 \text{ m}$ . . . . .	60
18	Parámetros considerados en el estudio de sensibilidad para el suelo de dos capas horizontales. . . . .	72
19	Valores de $\rho_2/\rho_1$ y de $\rho_2$ utilizados en el análisis de sensibilidad para el suelo de dos capas. . . . .	72
20	Configuración de parámetros considerada en el estudio de sensibilidad de $\rho_2$ para un suelo de tres capas horizontales. . . . .	76
21	Valores de potencial eléctrico obtenidos para el estudio de sensibilidad de $\rho_2$ en el suelo de dos capas horizontales, calculados mediante simulaciones aplicando el método de Wenner (parte 1). . . . .	90

---

22	Valores de potencial eléctrico obtenidos para el estudio de sensibilidad de $\rho_2$ en el suelo de dos capas horizontales, calculados mediante simulaciones aplicando el método de Wenner (parte 2). . . . .	90
23	Valores de potencial eléctrico obtenidos para el estudio de sensibilidad de $h$ en el suelo de dos capas horizontales, calculados mediante simulaciones aplicando el método de Wenner. . . . .	91
24	Valores de potencial eléctrico obtenidos para el estudio de sensibilidad de $\rho_2$ en el suelo de tres capas horizontales, calculados mediante simulaciones aplicando el método de Wenner (parte 1). . . . .	91
25	Valores de potencial eléctrico obtenidos para el estudio de sensibilidad de $\rho_2$ en el suelo de tres capas horizontales, calculados mediante simulaciones aplicando el método de Wenner (parte 2). . . . .	92
26	Valores de potencial eléctrico obtenidos para el estudio de sensibilidad de $\rho_3$ en el suelo de tres capas horizontales, calculados mediante simulaciones aplicando el método de Wenner (parte 1). . . . .	92
27	Valores de potencial eléctrico obtenidos para el estudio de sensibilidad de $\rho_3$ en el suelo de tres capas horizontales, calculados mediante simulaciones aplicando el método de Wenner (parte 2). . . . .	93
28	Valores de potencial eléctrico obtenidos para el estudio de sensibilidad de $h_1$ en el suelo de tres capas horizontales, calculados mediante simulaciones aplicando el método de Wenner. . . . .	93
29	Valores de potencial eléctrico obtenidos para el estudio de sensibilidad de $h_2$ en el suelo de tres capas horizontales, calculados mediante simulaciones aplicando el método de Wenner. . . . .	94
30	Valores de potencial eléctrico obtenidos para el estudio de sensibilidad de $\rho_2$ en el suelo de dos capas horizontales con volumen rocoso, calculados mediante simulaciones aplicando el método de Wenner (parte 1). . . . .	94
31	Valores de potencial eléctrico obtenidos para el estudio de sensibilidad de $\rho_2$ en el suelo de dos capas horizontales con volumen rocoso, calculados mediante simulaciones aplicando el método de Wenner (parte 2). . . . .	95

# 1. Introducción

## 1.1. Justificación del tema

El método de Wenner se basa en una disposición de cuatro electrodos equidistantes alineados en línea recta. En la Figura 1 se presenta la disposición de los elementos, donde con los electrodos exteriores se inyecta una corriente y con los interiores se mide la tensión. Mediante la relación de tensión medida y corriente inyectada, es posible calcular la resistividad del suelo. Al realizar varias mediciones a distintos espaciamientos, es posible explorar el suelo a diferentes profundidades, lo que después se puede modelar por medio de capas horizontales de diferentes resistividades y anchos.

En la industria eléctrica, el método de Wenner es el método más utilizado para medir la resistividad del suelo [1] con el objetivo de diseñar sistemas de puesta a tierra seguros y eficientes. Este método permite obtener datos sobre la distribución de la resistividad en diferentes capas del suelo, facilitando el diseño y la implementación de sistemas de puesta a tierra que garanticen la seguridad y la funcionalidad de instalaciones eléctricas [2].

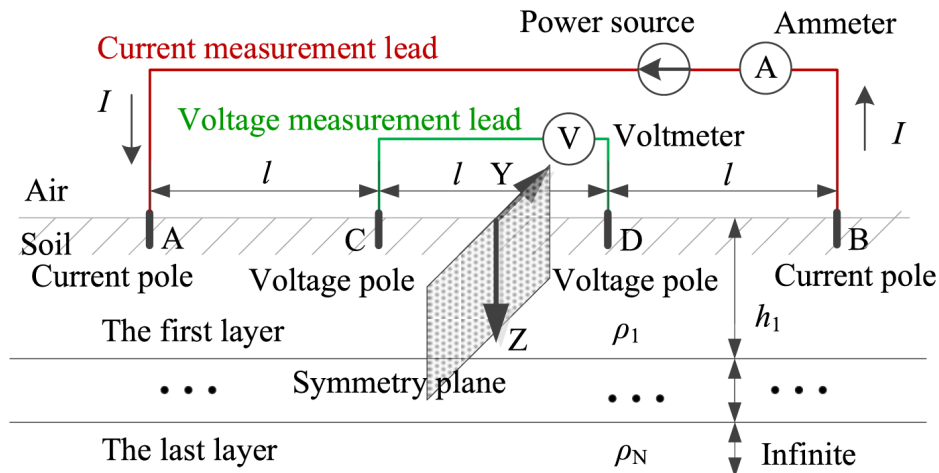


Figura 1: Configuración de electrodos para el método de Wenner. [3]

En las normas IEEE 81-2012 [4] e IEEE 80-2013 [1] se menciona que, para aplicaciones de potencia, un modelo equivalente de dos capas horizontales suele ser suficiente para representar el suelo y diseñar de manera segura un sistema de puesta a tierra [1] [4]. Este modelo de dos capas está caracterizado por:

- Profundidad de la capa superior
- Resistividad de la capa superior
- Resistividad de la capa inferior
- Coeficiente de reflexión

Además, las normas proporcionan directrices detalladas sobre la implementación del método de Wenner en la medición de resistividad del suelo y su aplicación para obtener modelos del suelo de dos capas horizontales. La norma IEEE 80-2013 presenta un método gráfico para determinar el modelo de dos capas horizontales equivalente a partir de mediciones del método de Wenner, el cual se fundamenta en el trabajo de E. D. Sunde sobre los efectos de conducción en la tierra [5].

En la literatura existente, se ha investigado ampliamente la aplicación del método de Wenner en suelos multicapa. Sin embargo, aún existe una brecha en la verificación de la fiabilidad del modelo de dos capas obtenido al utilizar este método. En estudios previos se ha analizado el acoplamiento inductivo entre los cables de corriente y potencial, el cual puede afectar significativamente la precisión de las mediciones de resistividad, especialmente en suelos con baja resistividad y grandes separaciones de electrodos [6]. También se ha estudiado la profundidad efectiva de sondeo para el método de Wenner [7] y se han registrado casos de estudio de la aplicación del método de Wenner en el terreno [8]. A pesar de estos avances, no se ha realizado una validación exhaustiva que confirme la exactitud del modelo de dos capas horizontales obtenido a partir de mediciones de Wenner en terrenos con distintas configuraciones, dejando un vacío en la comprensión de su aplicabilidad y limitaciones.

Ante esto, surge la necesidad de desarrollar modelos, mediante simulación en elementos finitos, en los que se pueda realizar un análisis completo del modelo teórico del terreno de dos capas horizontales obtenido a partir de mediciones de Wenner. De esta manera se verificará que la representación del terreno mediante el modelo de dos capas horizontales sea una buena aproximación de la configuración real del suelo. La principal ventaja de realizar la modelación mediante simulación, en comparación con pruebas experimentales en laboratorio, es poder estudiar distintas configuraciones de suelo que pueden ser difíciles de replicar en la práctica. Además, de esta manera es posible realizar estudios de sensibilidad y manipular variables críticas de manera más fina, lo que permite un análisis más profundo del modelo teórico del terreno de dos capas horizontales obtenido a partir de mediciones de Wenner.

## 1.2. Objetivos de la memoria

El presente documento tiene como objetivo principal “**evaluar el modelo equivalente de dos capas horizontales obtenido a partir de las curvas de Sunde, mediante simulación computacional, para distintas configuraciones de terrenos**”. Además, se plantearon los siguientes objetivos específicos:

- Realizar una revisión bibliográfica del estado del arte referente al modelamiento en capas horizontales de terrenos utilizando mediciones del método de Wenner.
- Diseñar el conjunto configuraciones de terrenos, espesores y valores típicos de resistividad para considerar la variabilidad de los mismos.
- Implementar modelos basados en elementos finitos para las configuraciones seleccionadas con el fin de obtener los potenciales de la disposición de electrodos del método de Wenner.
- Comparar la distribución de potenciales de las configuraciones simuladas con su modelo equivalente de dos capas obtenido con las curvas de Sunde y ecuaciones analíticas, para calcular los errores de estos últimos.

## 1.3. Estructura de la memoria

El desarrollo de esta memoria se encuentra estructurado de la siguiente manera:

1. **Introducción:** Se presentan la motivación del estudio, los objetivos planteados y una descripción general de la estructura del documento.
2. **Marco teórico:** Se abordan los conceptos fundamentales y parámetros relevantes asociados al modelo teórico equivalente de terreno de dos capas horizontales.
3. **Metodología:** Se describe el proceso de selección de los casos y configuraciones de terreno evaluados, el análisis de sensibilidad realizado, la modelación de los suelos originales en COMSOL Multiphysics, la obtención de modelos equivalentes mediante ajustes analíticos y gráficos, y el diseño del procedimiento para la comparación y análisis de errores.
4. **Resultados:** Se presentan los resultados obtenidos a partir de las simulaciones de los terrenos originales, la generación de modelos equivalentes y la simulación de estos últimos, lo que permite establecer comparaciones entre el comportamiento real y el modelado.
5. **Análisis de resultados:** Contempla un examen detallado del desempeño del método gráfico alternativo, la comparación entre los distintos enfoques de modelado en suelos de dos y tres capas, y la evaluación del impacto que generan volúmenes rocosos en la interpretación de mediciones eléctricas.
6. **Conclusiones:** Se resumen las principales conclusiones del estudio, y se entregan recomendaciones prácticas y lineamientos para la selección adecuada de métodos de ajuste según las condiciones del terreno.

---

## 2. Marco Teórico

El análisis de la resistividad del suelo resulta esencial en múltiples áreas de la ingeniería eléctrica y la geofísica, especialmente en el diseño de sistemas de puesta a tierra, la caracterización del subsuelo y la evaluación de condiciones geotécnicas para infraestructuras eléctricas. Dado que la resistividad varía según la profundidad y la composición del terreno, es fundamental emplear modelos adecuados y métodos de medición precisos que permitan su caracterización confiable.

En este marco, el presente capítulo expone los fundamentos teóricos asociados a la resistividad eléctrica del suelo y a las técnicas de prospección mediante sondeo eléctrico, con especial atención al método de Wenner, dada su amplia aplicación y relevancia en el área. A continuación, se introduce el concepto de modelos de suelo, los cuales permiten representar de manera simplificada la variabilidad de resistividad en el subsuelo, destacando particularmente el modelo de dos capas horizontales, ampliamente utilizado por su equilibrio entre simplicidad y representatividad.

Asimismo, se presenta el método gráfico propuesto por Sunde, empleado para la interpretación práctica de mediciones de resistividad aparente.

Finalmente, se incluye una sección dedicada al método de elementos finitos (FEM), el cual constituye una herramienta computacional para modelar la distribución del potencial eléctrico en el terreno. Se describe el uso del software COMSOL Multiphysics, el cual permite realizar estudios de resistividad del suelo a través de modelación y simulación con FEM.

### 2.1. Resistividad eléctrica del suelo

La resistividad eléctrica del suelo ( $\rho$ ) es una propiedad física que expresa la capacidad del terreno para oponerse al paso de la corriente eléctrica. Esta característica es de especial importancia en la ingeniería eléctrica, ya que incide directamente en el diseño de sistemas de puesta a tierra y, por ende, en la seguridad de las instalaciones eléctricas [1].

La resistividad del suelo varía en función de diversos factores, entre los que se incluyen la composición de este, el contenido de humedad, la temperatura, así como la presencia de capas de distinta naturaleza o inclusiones heterogéneas, tales como rocas o zonas arcillosas.

### 2.2. Prospección por Sondeo Eléctrico Vertical

El Sondeo Eléctrico Vertical (SEV) es una técnica de prospección geofísica que se utiliza para determinar cómo varía la resistividad del suelo en función de la profundidad. Su principio se basa en la inyección de corriente eléctrica en el terreno y la medición del potencial eléctrico generado, permitiendo inferir las propiedades eléctricas de las distintas capas que conforman el subsuelo. Esta metodología resulta particularmente útil para evaluar terrenos destinados a obras de infraestructura eléctrica y sistemas de protección frente a descargas atmosféricas [4].

Existen diversos métodos para aplicar el SEV, los cuales difieren principalmente en la disposición de los electrodos y en la estrategia de medición utilizada. Entre los más comúnmente empleados se encuentran:

- **Método de Wenner:** Utiliza cuatro electrodos alineados y equiespaciados. La resistividad del suelo se obtiene a partir de mediciones realizadas al variar el espaciamiento entre los electrodos, lo que permite explorar distintas profundidades.

- **Método de Schlumberger:** También emplea cuatro electrodos, pero con una configuración en la que los electrodos de potencial están más próximos entre sí en comparación con la distancia a los electrodos de corriente.
- **Método de varillas hincadas (*Driven Rod Method*):** Consiste en introducir progresivamente un electrodo de prueba a diferentes profundidades, utilizando electrodos superficiales auxiliares para medir la resistividad del terreno según la profundidad alcanzada.

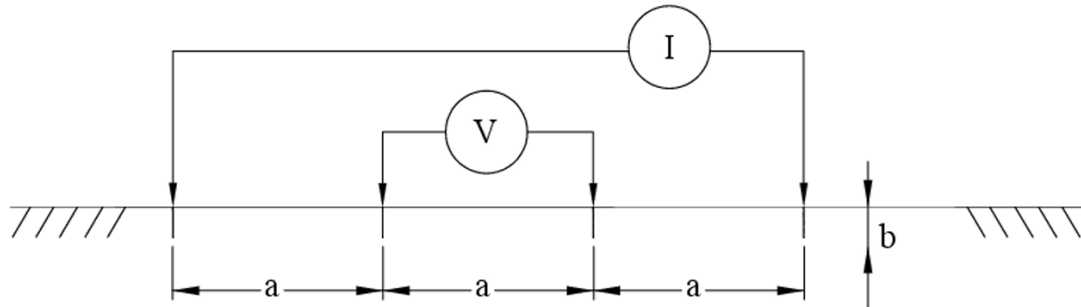
A continuación, se presentan en detalle cada uno de estos métodos.

### 2.2.1. Método de Wenner

Dentro de la industria eléctrica, el método de Wenner se destaca como el más utilizado para la medición de la resistividad del suelo [1]. Además, constituye el estándar de referencia en el diseño de electrodos de puesta a tierra para sistemas HVDC [7].

Este método se basa en la disposición de cuatro electrodos alineados y equiespaciados a una distancia común denotada como “ $a$ ”. Los dos electrodos exteriores se encargan de inyectar corriente en el terreno, mientras que los dos interiores miden la diferencia de potencial generada entre ellos. Se recomienda que tanto el diámetro como la profundidad de enterramiento de los electrodos no superen el 10 % de la distancia “ $a$ ” [9].

En la Figura 2 se observa la configuración descrita.



**Figura 2:** Configuración de electrodos para el método de Wenner [4].

Considerando la configuración mostrada en la Figura 2, se puede calcular la resistividad aparente del terreno, que representa la resistividad equivalente de un medio homogéneo, mediante la siguiente expresión [4]:

$$\rho = \frac{4\pi a R}{1 + \frac{2a}{\sqrt{a^2+4b^2}} - \frac{2a}{\sqrt{4a^2+4b^2}}} = \frac{4\pi a R}{n} = \frac{4\pi a V}{n I} \quad (2.1)$$

Donde:

- $a$  es la separación entre electrodos,
- $V$  es la diferencia de potencial medida entre los electrodos interiores,
- $I$  es la corriente inyectada por los electrodos exteriores.

El parámetro “ $n$ ” depende de la relación entre la profundidad de enterramiento de los electrodos ( $b$ ) y la separación entre ellos ( $a$ ). Para el caso en que  $b \ll a$ , la resistividad aparente se expresa mediante la ecuación 2.2.

$$\rho = 2\pi aR = 2\pi a \frac{V}{I} \quad (2.2)$$

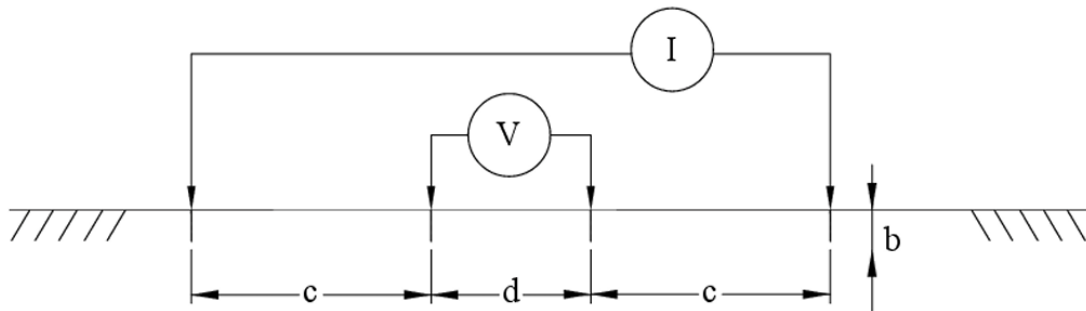
Al graficar un conjunto de mediciones de resistividad aparente obtenidas para distintos espaciamientos entre electrodos, es posible inferir cómo varía la resistividad del suelo en profundidad. Este análisis proporciona información valiosa para comprender la estructura y composición del subsuelo [4].

### 2.2.2. Método de Schlumberger

El método de Schlumberger comparte principios fundamentales con el método de Wenner, ya que en ambos casos se inyecta corriente en el terreno a través de dos electrodos exteriores y se mide la diferencia de potencial con dos electrodos interiores. No obstante, difieren en la disposición geométrica de los electrodos. En el método de Schlumberger, los electrodos de potencial se ubican a una distancia considerablemente menor entre sí en comparación con la separación que tienen respecto a los electrodos de corriente.

Para realizar las mediciones de resistividad, se incrementa progresivamente la separación entre los electrodos de corriente, mientras se mantiene fija, en la medida de lo posible, la distancia entre los electrodos de potencial. Solo cuando la señal medida comienza a atenuarse de manera significativa, se ajusta la ubicación de estos últimos [7].

La Figura 3 muestra la configuración característica del método de Schlumberger.



**Figura 3:** Configuración de electrodos para el método de Schlumberger [4].

Donde:

- $c$  es la separación entre los electrodos de corriente y los electrodos de potencial.
- $d$  es la separación entre los electrodos de potencial.
- $b$  es la profundidad de enterramiento de los electrodos.
- $V$  es la diferencia de potencial medida entre los electrodos.
- $I$  es la corriente inyectada en los electrodos.

Bajo la suposición de que  $b \ll d, c$  y que  $2d < c$ , la resistividad aparente del terreno se calcula mediante la expresión [4]:

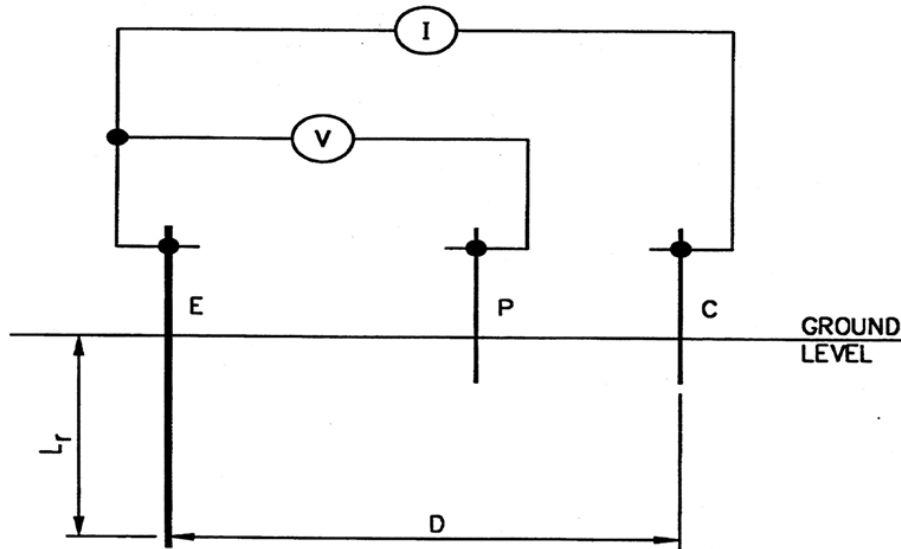
$$\rho = \frac{\pi V}{dI} (c^2 + cd) = \frac{\pi R}{d} (c^2 + cd) \quad (2.3)$$

### 2.2.3. Método de varillas hincadas (*Driven Rod Method*)

El método de varillas hincadas se basa en el uso de tres electrodos, y su principal característica es la variación progresiva de la profundidad de entierro del electrodo de prueba, denominada  $L_r$ . Los otros dos electrodos se disponen superficialmente sobre el terreno y se colocan en línea recta. Donde uno actúa como electrodo de corriente y el otro como electrodo de potencial.

Durante la medición, la posición del electrodo de potencial se ajusta para mantenerlo siempre entre el electrodo de prueba y el de corriente.

La Figura 4 presenta la disposición típica utilizada en este método.



**Figura 4:** Configuración de electrodos para el método de varillas hincadas [1].

La resistividad aparente del suelo se determina mediante la ecuación 2.4 [4]:

$$\rho = \frac{2\pi L_r V}{I (\ln(\frac{8L_r}{d}) - 1)} = \frac{2\pi L_r R}{\ln(\frac{8L_r}{d}) - 1} \quad (2.4)$$

Donde:

- $L_r$  es la profundidad de enterramiento del electrodo de prueba (en metros),
- $d$  es el diámetro de la varilla (en metros),
- $V$  es la diferencia de potencial medida,
- $I$  es la corriente medida.

## 2.3. Modelos de suelos

Los modelos de suelos constituyen representaciones matemáticas diseñadas para describir cómo se distribuye la resistividad en el subsuelo, a partir de mediciones de potencial y corriente. Estos modelos son esenciales en diversas aplicaciones de la ingeniería eléctrica, especialmente en el diseño de sistemas de puesta a tierra [4], ya que permiten estimar la resistividad a distintas profundidades y optimizar el diseño de sistemas eléctricos.

Existen varios modelos para representar la resistividad del terreno. Entre los más utilizados se encuentran:

- **Modelo de suelo homogéneo:** Asume que la resistividad del terreno es constante en todas las direcciones. A pesar de su simplicidad, este modelo suele ser una aproximación poco representativa de las condiciones reales del suelo [4].
- **Modelo de  $n$  capas horizontales:** Representa el suelo como una sucesión de capas horizontales, cada una con una resistividad y un espesor definidos [5].
- **Modelo con gradiente vertical:** En lugar de asumir capas discretas, este modelo considera que la resistividad varía de forma continua con la profundidad.
- **Modelo de suelo anisotrópico:** Considera diferencias en la resistividad según la dirección, siendo útil en suelos con estructuras geológicas muy complejas.

### 2.3.1. Modelo de suelo de $n$ capas horizontales

El modelo de suelo de  $n$  capas horizontales considera que el terreno está compuesto por una serie de capas superpuestas, cada una caracterizada por su propia resistividad eléctrica ( $\rho_i$ ) y espesor ( $h_i$ ), con la excepción de la última capa, la cual se asume de profundidad infinita. Esta configuración se ilustra en la Figura 5.

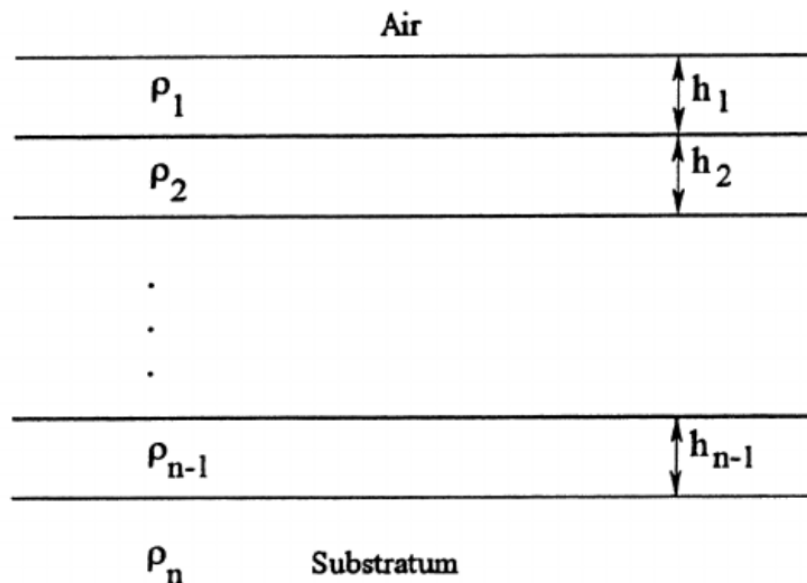


Figura 5: Modelo de suelo de  $n$  capas horizontales [10].

Este modelo generaliza el caso particular de dos capas horizontales, permitiendo representar con mayor precisión la variabilidad del subsuelo, especialmente en terrenos que presentan transiciones eléctricas más complejas [11].

Para determinar los parámetros de un modelo de  $n$  capas, se utiliza la resistividad aparente  $\rho_a$ , que se obtiene a partir de mediciones de resistividad eléctrica en superficie. El cálculo de  $\rho_a$  se basa en la ecuación de recurrencia de las funciones de reflexión de las capas subyacentes.

La resistividad aparente se expresa como [5]:

$$\rho_a(s) = \rho_1 \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} K^n f_n(s) \right] \quad (2.5)$$

donde:

- $\rho_1$  corresponde a la resistividad de la primera capa.
- $K^n$  es el coeficiente de reflexión entre la capa  $n$  y la siguiente, dado por:

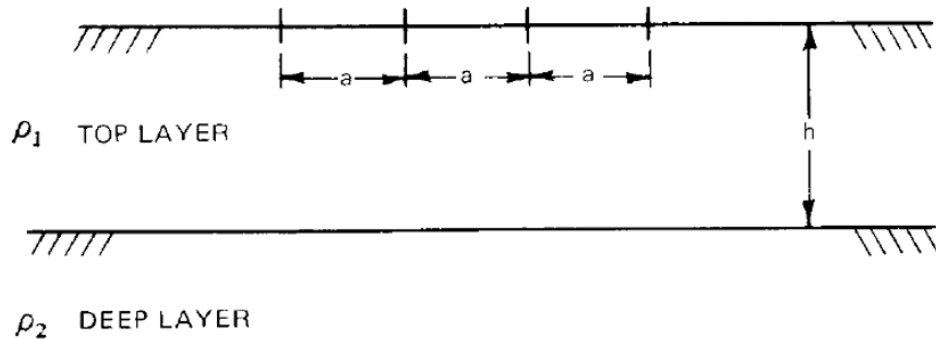
$$K_n = \frac{\rho_{n+1} - \rho_n}{\rho_{n+1} + \rho_n} \quad (2.6)$$

- $f_n(s)$  representa la función de transferencia del sistema, dependiente de la profundidad de cada capa y de la separación de los electrodos.

### 2.3.2. Modelo de suelo de dos capas horizontales

El modelo de suelo de dos capas horizontales representa un terreno compuesto por una capa superficial de espesor finito  $h$  y resistividad  $\rho_1$ , sobrepuesta a una segunda capa de profundidad infinita y resistividad  $\rho_2$ . Esta configuración se muestra en la Figura 6.

Este modelo es ampliamente utilizado en aplicaciones de ingeniería eléctrica, ya que ofrece un equilibrio adecuado entre precisión y complejidad analítica [4].



**Figura 6:** Modelo de suelo de dos capas horizontales [4].

La transición en la resistividad entre ambas capas se caracteriza mediante el factor de reflexión  $K$ , definido por la siguiente expresión:

$$K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 + \rho_2} \quad (2.7)$$

Al utilizar el método de Wenner, la resistividad aparente se expresa en función de la separación de electrodos mediante la ecuación 2.8 [12]:

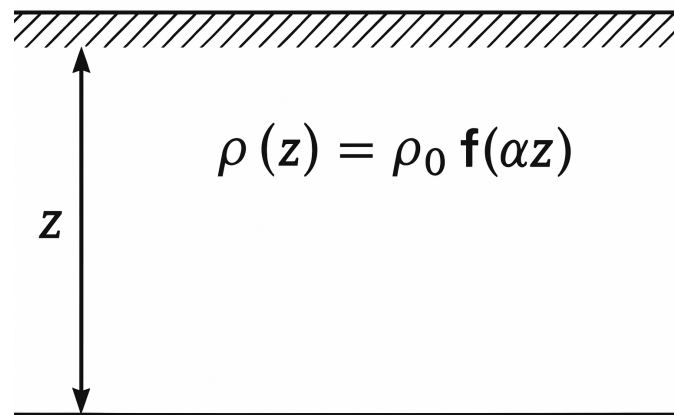
$$\rho_{(\alpha)} = \rho_1 \left[ 1 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{K^n}{\sqrt{1 + (2nh/a)^2}} - \frac{K^n}{\sqrt{4 + (2nh/a)^2}} \right) \right] \quad (2.8)$$

En este modelo, a medida que se incrementa el espaciamiento entre los electrodos, la resistividad aparente medida varía entre los valores  $\rho_1$  y  $\rho_2$  [5].

### 2.3.3. Modelo de suelo con gradiente vertical

El modelo de suelo con gradiente vertical asume que la resistividad del terreno varía de manera continua con la profundidad, en contraste con los modelos estratificados en capas discretas. Esta aproximación resulta especialmente útil en regiones donde los cambios en la composición del subsuelo son graduales, como ocurre en zonas con transiciones suaves entre distintos tipos de materiales geológicos [11].

La configuración de este modelo se ilustra en la Figura 7.



**Figura 7:** Modelo de suelo con gradiente vertical.

La resistividad a una profundidad  $z$  se modela mediante una función continua, comúnmente expresada de la siguiente forma [11]:

$$\rho(z) = \rho_0 f(\alpha z) \quad (2.9)$$

donde:

- $\rho(z)$  es la resistividad a la profundidad  $z$ .
- $\rho_0$  representa la resistividad en la superficie del terreno.
- $f(\alpha z)$  es una función que describe la variación de la resistividad con la profundidad.
- $\alpha$  es un parámetro que representa la tasa de cambio vertical de la resistividad.

## 2.4. Curvas de Sunde y método gráfico

Las curvas de Sunde constituyen una herramienta gráfica que permite estimar los parámetros de un modelo de suelo de dos capas horizontales a partir de mediciones de resistividad aparente obtenidas mediante el método de Wenner. Estas mediciones, realizadas para distintas separaciones entre electrodos, permiten explorar diferentes profundidades del terreno [5]. Por su simplicidad y utilidad, este enfoque es ampliamente utilizado en el diseño de sistemas de puesta a tierra [1].

A partir de las curvas de Sunde, es posible determinar gráficamente tres parámetros fundamentales del modelo: la resistividad de la capa superior ( $\rho_1$ ), la resistividad de la capa inferior ( $\rho_2$ ) y la profundidad de la capa superficial ( $h$ ). Estas curvas se construyen evaluando la expresión de la resistividad aparente (Ecuación 2.8) para distintos valores del cociente de resistividades  $\rho_2/\rho_1$  y del espaciamiento entre electrodos  $a$ .

El resultado es un conjunto de curvas que representan cómo varía la relación  $\rho_a/\rho_1$  en función de  $a/h$  para diferentes configuraciones del subsuelo. La Figura 8 muestra un ejemplo típico de estas curvas.

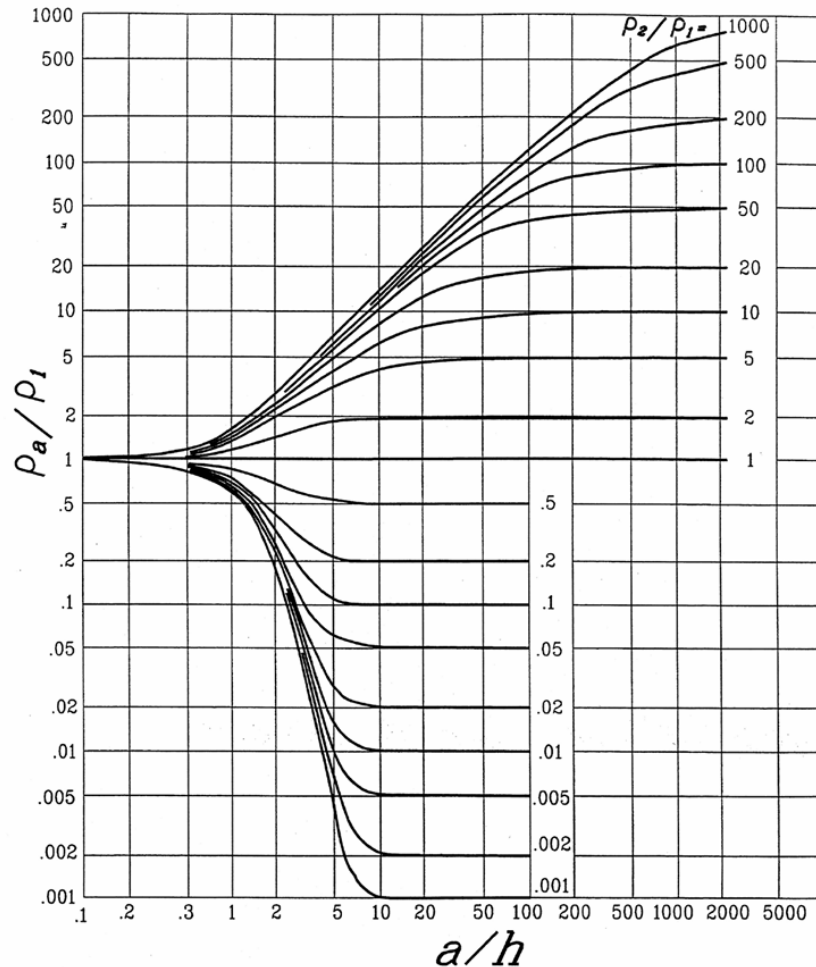


Figura 8: Curvas de método gráfico de Sunde [1].

El procedimiento gráfico para determinar los parámetros del modelo equivalente de dos capas horizontales a partir de un conjunto de mediciones de resistividad aparente mediante el método de Wenne se resume en los siguientes pasos [1]:

1. Graficar la resistividad aparente  $\rho_a$  en función del espaciamiento entre electrodos  $a$ , a partir de las mediciones.
2. Estimar visualmente los valores de  $\rho_1$  (para pequeñas separaciones) y  $\rho_2$  (para grandes separaciones) en la curva obtenida.
3. Calcular la razón  $\rho_2/\rho_1$  y seleccionar, en la Figura 8, la curva correspondiente a dicha razón, o bien interpolar entre curvas si fuera necesario.
4. Identificar el tramo de la curva donde la pendiente alcanza su máximo valor, y seleccionar un valor representativo de  $\rho_a/\rho_1$  en esa zona.
5. Leer en el eje horizontal el valor de  $a/h$  correspondiente al valor elegido de  $\rho_a/\rho_1$ .
6. Regresar al gráfico de resistividad aparente vs. separación de electrodos  $a$  y ubicar el valor de  $\rho_a$  seleccionado en el paso anterior, para identificar la separación correspondiente.
7. Calcular finalmente la profundidad de la capa superior como:  $h = a/(a/h)$ .

Este procedimiento permite definir los tres parámetros fundamentales del modelo de dos capas horizontales ( $\rho_1$ ,  $\rho_2$  y  $h$ ) a partir de un conjunto de mediciones de resistividad aparente.

## 2.5. Simulación con elementos finitos

El método de elementos finitos (FEM, por sus siglas en inglés Finite Element Method) es una técnica numérica ampliamente utilizada para obtener soluciones aproximadas de ecuaciones diferenciales parciales que describen fenómenos físicos en dominios con geometrías complejas [13]. Este enfoque consiste en dividir el dominio de estudio en subdominios más simples, llamados elementos finitos, que se conectan entre sí a través de nodos. Esta discretización facilita el análisis de sistemas con geometrías arbitrarias, condiciones de frontera complicadas o propiedades materiales heterogéneas.

En el contexto de la modelación eléctrica, el FEM constituye una herramienta poderosa para analizar la distribución del potencial eléctrico en medios estratificados, como suelos formados por múltiples capas con diferentes resistividades. Su aplicación se vuelve particularmente valiosa cuando los métodos analíticos tradicionales resultan inadecuados, ya sea por la presencia de inclusiones rocosas, geometrías irregulares o condiciones de frontera que no permiten una solución exacta [14].

Además de su utilidad en estudios de resistividad del suelo, el FEM se emplea en diversas áreas de la ingeniería eléctrica. Por ejemplo, es fundamental en el diseño y optimización de componentes electromagnéticos como inductores y transformadores, así como en la evaluación del desempeño eléctrico de elementos sometidos a alta tensión. Un caso común es el análisis de cadenas de aisladores en torres de transmisión, donde se requiere verificar que la distribución de potencial sea uniforme y que cada componente soporte adecuadamente la caída de tensión, evitando fallas dieléctricas.

Uno de los principales desafíos en la implementación del FEM radica en lograr un equilibrio entre la precisión de los resultados y el costo computacional. Un mallado excesivamente grueso

puede conducir a soluciones poco precisas, mientras que un mallado demasiado fino aumenta significativamente los tiempos de cálculo y los recursos computacionales requeridos.

En el presente trabajo, el método de elementos finitos se utiliza para modelar diferentes configuraciones de suelo, lo que permite evaluar la precisión y las limitaciones del modelo teórico de dos capas horizontales.

El proceso de simulación mediante FEM involucra habitualmente las siguientes etapas:

1. **Definición de la geometría:** Se crea una representación del dominio físico que se desea analizar, incluyendo dimensiones y detalles relevantes del problema.
2. **Asignación de materiales:** Se especifican las propiedades físicas asociadas a cada región del dominio, tales como la resistividad eléctrica.
3. **Aplicación de condiciones de frontera:** Se establecen las condiciones en los límites del dominio y las fuentes, tales como potenciales eléctricos o fuentes de corriente.
4. **Generación del mallado:** El dominio se discretiza en elementos finitos. La calidad de la malla influye directamente en la fidelidad de los resultados y en el rendimiento computacional.
5. **Resolución numérica:** Finalmente, se resuelve el sistema de ecuaciones resultante, obteniendo los valores de las variables de interés en cada nodo o elemento.

### 2.5.1. Formulación básica de elementos finitos para la ecuación de Poisson

El comportamiento del potencial eléctrico  $u$  en un medio conductor puede modelarse mediante la ecuación de Poisson. Esta ecuación se expresa de la siguiente forma [15, 16]:

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla u) = -I \quad \text{en } \Omega \quad (2.10)$$

Donde  $\sigma$  representa la conductividad eléctrica del medio,  $I$  es una densidad de corriente, y  $\Omega$  es el dominio espacial de análisis. El operador  $\nabla$  es el operador diferencial vectorial.

El método de elementos finitos (FEM) permite aproximar la solución de esta ecuación discretizando el dominio en una malla de elementos más simples conectados por nodos. El procedimiento estándar se desarrolla en tres etapas principales:

#### 1. Formulación variacional (forma débil):

La ecuación diferencial se multiplica por una función de prueba  $v$  y se integra sobre el dominio. Al aplicar integración por partes, se obtiene la formulación débil del problema [16]:

$$\int_{\Omega} \sigma \nabla u \cdot \nabla v \, d\Omega = \int_{\Omega} I v \, d\Omega + \int_{\Gamma_N} g v \, d\Gamma \quad (2.11)$$

Donde  $\Gamma_N$  representa la parte del borde del dominio con condiciones de tipo Neumann, y  $g$  es el flujo de corriente impuesto sobre dicha frontera.

2. **Aproximación por funciones de forma:** El potencial eléctrico  $u$  se aproxima como una combinación lineal de funciones de forma  $N_i(\mathbf{x})$  [16]:

$$u(\mathbf{x}) \approx \sum_{i=1}^n U_i N_i(\mathbf{x}) \quad (2.12)$$

Donde  $U_i$  son los valores desconocidos del potencial en los nodos, que constituyen las incógnitas del sistema.

3. **Formación del sistema matricial:** Sustituyendo la aproximación anterior en la formulación variacional y utilizando las mismas funciones de forma como funciones de prueba (formulación de Galerkin), se llega al siguiente sistema de ecuaciones [16]:

$$\mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{I} \quad (2.13)$$

Donde [16]:

$$K_{ij} = \int_{\Omega} \sigma \nabla N_i \cdot \nabla N_j d\Omega, \quad I_i = \int_{\Omega} I N_i d\Omega + \int_{\Gamma_N} g N_i d\Gamma, \quad (2.14)$$

En este sistema,  $\mathbf{K}$  es la matriz global de rigidez,  $\mathbf{U}$  es el vector de incógnitas (potenciales nodales), e  $\mathbf{I}$  es el vector de corrientes.

### 2.5.2. Implementación en COMSOL Multiphysics

COMSOL Multiphysics es un software de simulación numérica basado en el método de elementos finitos, ampliamente reconocido por su versatilidad en la resolución de problemas físicos de diversa índole, incluyendo fenómenos electromagnéticos, térmicos, estructurales y de transferencia de masa. En el contexto del presente estudio, se empleó específicamente el módulo de Electromagnetismo Cuasiestático (AC/DC) para modelar la distribución del potencial eléctrico en terrenos heterogéneos, con el fin de evaluar el comportamiento de distintas configuraciones de suelo.

El entorno de COMSOL permite construir dominios geométricos de forma arbitraria, asignar propiedades materiales variables y definir condiciones de frontera acordes a las características físicas del problema. La resolución del sistema de ecuaciones diferenciales, principalmente la ecuación de Poisson y las ecuaciones de continuidad para el potencial eléctrico, se realiza mediante métodos iterativos, como el algoritmo de Newton-Raphson.

Estas capacidades hacen de COMSOL una herramienta particularmente adecuada para el análisis de medios estratificados y suelos con heterogeneidades internas, tales como bloques rocosos.

Adicionalmente, la integración con MATLAB facilita la automatización de simulaciones paramétricas y el procesamiento de resultados, lo que permite evaluar de forma sistemática la sensibilidad del modelo ante variaciones en los parámetros del terreno. Esta capacidad contribuye significativamente a la eficiencia y reproducibilidad del estudio realizado [17].

## 2.6. Definición de términos

A lo largo del presente trabajo, se emplearán los siguientes términos:

- **Suelos originales:** Hace referencia a los modelos de terreno generados y simulados mediante COMSOL Multiphysics, los cuales representan distintas configuraciones físicas teóricas del subsuelo. Sobre estos modelos se aplica directamente el método de Wenner para obtener las mediciones base de resistividad aparente y distribución de potencial eléctrico. Los resultados obtenidos a partir de los suelos originales se consideran como referencia y se utilizan para evaluar el grado de precisión de los modelos equivalentes. También se les puede denominar suelos de referencia.
- **Modelos de suelos equivalentes:** Corresponden a representaciones simplificadas del terreno, basadas en el modelo de dos capas horizontales, construidas a partir de los suelos originales mediante distintos enfoques: el método gráfico de Sunde, el método gráfico alternativo propuesto y un procedimiento analítico de ajuste numérico. El objetivo de estos modelos es reproducir, con la mayor fidelidad posible, el comportamiento eléctrico observado en los suelos originales. Sobre ellos también se aplica el método de Wenner para analizar y comparar sus resultados frente a los valores de referencia. A lo largo del texto, también se les podrá referir simplemente como modelos de suelos.

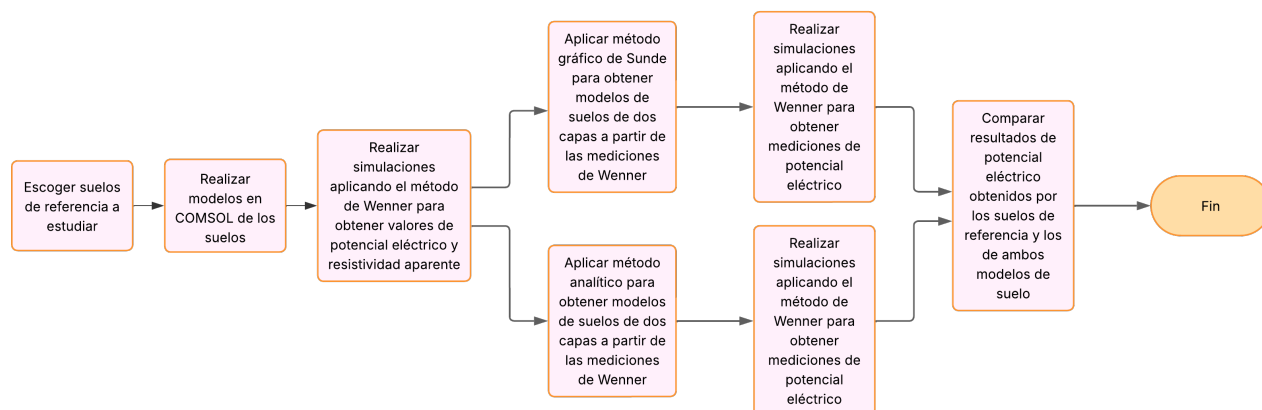
### 3. Metodología

La metodología desarrollada en este trabajo tiene como propósito evaluar la precisión y aplicabilidad del modelo de suelo de dos capas horizontales en la representación de terrenos con diversas características físicas. Con este fin, se implementó un proceso estructurado que incluye la selección de configuraciones de terreno representativas, la definición de los parámetros físicos relevantes, la modelación y simulación de los suelos originales mediante el software COMSOL Multiphysics, y la aplicación del método de Wenner para obtener mediciones simuladas de resistividad aparente.

A partir de estas mediciones, se generaron modelos de suelos equivalentes de dos capas horizontales utilizando métodos analíticos y gráficos. Estos modelos permiten analizar la capacidad del modelo teórico para replicar el comportamiento eléctrico del suelo simulado.

Posteriormente, se implementó un procedimiento sistemático de comparación y análisis de errores, cuyo objetivo fue evaluar el desempeño de los modelos obtenidos en relación con los resultados de referencia proporcionados por los suelos originales. Este análisis incluyó tanto la cuantificación de errores como la identificación de las limitaciones y ventajas asociadas a cada técnica de ajuste.

La Figura 9 presenta un diagrama de flujo que resume las principales etapas seguidas en este estudio.



**Figura 9:** Diagrama de flujo general de la metodología aplicada en el estudio.

A continuación, se describen en detalle las distintas etapas que conforman el proceso metodológico representado en el diagrama.

#### 3.1. Selección de casos y configuraciones de terreno

Para llevar a cabo este estudio, se han definido tres configuraciones principales de suelo: un suelo de dos capas horizontales, un suelo de tres capas horizontales, y un suelo de dos capas con un volumen rocoso incrustado. Adicionalmente, se realizan análisis de sensibilidad mediante la variación individual de parámetros clave como la resistividad y el espesor de las capas.

Estas configuraciones fueron seleccionadas con el objetivo de evaluar el desempeño del modelo teórico de suelo de dos capas horizontales bajo distintas condiciones físicas. De esta manera, es posible analizar tanto su precisión como su capacidad para adaptarse a escenarios más complejos, proporcionando una visión integral sobre sus ventajas y limitaciones.

Las configuraciones consideradas se describen a continuación:

- **Suelo de dos capas horizontales:** Esta configuración permite verificar la precisión del modelo teórico cuando la estructura real del terreno coincide con el supuesto del modelo.
- **Suelo de tres capas horizontales:** Esta variante introduce una capa intermedia adicional con propiedades distintas, lo que permite evaluar cómo la simplificación del terreno a solo dos capas afecta la calidad de la estimación. Se busca determinar en qué medida el modelo de dos capas puede aproximar comportamientos más complejos.
- **Suelo de dos capas con volumen rocoso:** Esta configuración incorpora una heterogeneidad interna en forma de un volumen rocoso incrustado en una de las capas. El objetivo es analizar la influencia de anomalías locales sobre las mediciones de resistividad y evaluar la capacidad del modelo simplificado para absorber estas irregularidades dentro de su representación.

## 3.2. Análisis de sensibilidad

En cada una de las configuraciones de suelo consideradas, se llevó a cabo un análisis de sensibilidad con el objetivo de evaluar el impacto de las variaciones en los parámetros físicos clave sobre la respuesta del modelo de suelo de dos capas horizontales. Para ello, se modificaron individualmente los valores de resistividad y los espesores de las capas, observando su efecto en las mediciones simuladas obtenidas mediante el método de Wenner.

### 3.2.1. Suelo de dos capas horizontales

En el caso del suelo de dos capas horizontales, se analiza la influencia de dos parámetros fundamentales: la resistividad de la segunda capa ( $\rho_2$ ) y la altura de la capa superficial ( $h$ ).

En primer lugar, se realiza un análisis de sensibilidad respecto de la resistividad de la capa inferior. Para ello, se mantuvo constante el valor de  $\rho_1 = 500 \Omega\text{m}$  y una altura fija de  $h = 3 \text{ m}$ , y se variaron los valores de  $\rho_2$  de acuerdo con las relaciones  $\rho_2/\rho_1$  empleadas en las curvas de Sunde. La elección de  $\rho_1$  como referencia es arbitraria, ya que el comportamiento eléctrico del sistema depende principalmente de la razón entre ambas resistividades. Los valores de  $\rho_2$  utilizados en este análisis se detallan en la Tabla 1.

$\rho_2/\rho_1$	1000	500	200	100	50	20	10	5	2	1	0.5	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
$\rho_2$ ( $\Omega \cdot \text{m}$ )	500000	250000	100000	50000	25000	10000	5000	2500	1000	500	250	100	50	25	10	5	2.5	1	0.5

**Tabla 1:** Valores de  $\rho_2/\rho_1$  utilizados en las curvas de Sunde y valores de  $\rho_2$  considerados en el análisis de sensibilidad del suelo de dos capas horizontales ( $\rho_1 = 500 \Omega\text{m}$ ,  $h = 3 \text{ m}$ ).

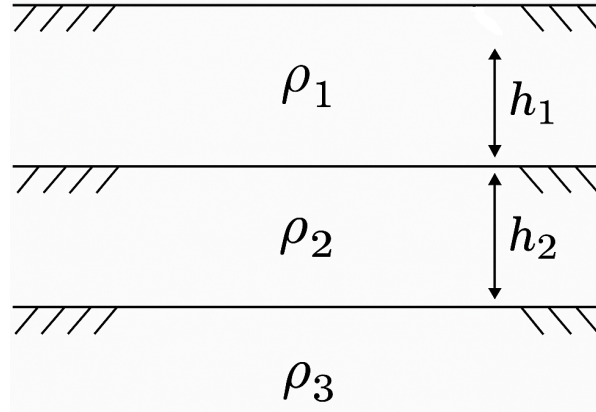
A continuación, se evaluó la sensibilidad del modelo frente a cambios en la altura de la capa superficial. En este caso, se mantuvieron constantes los valores de resistividad de ambas capas, fijando  $\rho_1 = 50 \Omega\text{m}$  y  $\rho_2 = 500 \Omega\text{m}$ , lo que corresponde a una relación  $\rho_2/\rho_1 = 10$ . Los valores de  $h$  considerados se presentan en la Tabla 2. Este análisis permite observar cómo varía la respuesta del modelo obtenido en función de la profundidad de la primera capa.

$h$ [m]	0.2	0.5	0.8	1	1.5	2	3	5	8	10	15	20	30	50	100	250
---------	-----	-----	-----	---	-----	---	---	---	---	----	----	----	----	----	-----	-----

**Tabla 2:** Valores de altura de la capa superficial considerados en el análisis de sensibilidad del suelo de dos capas horizontales.

### 3.2.2. Suelo de tres capas horizontales

La Figura 10 muestra el esquema utilizado para representar el suelo compuesto por tres capas horizontales.



**Figura 10:** Esquema de suelo de tres capas horizontales.

Para esta configuración, se desarrollaron estudios de sensibilidad enfocados en analizar el efecto de variaciones tanto en las resistividades de las capas intermedia ( $\rho_2$ ) e inferior ( $\rho_3$ ), como en los espesores de las dos primeras capas ( $h_1$  y  $h_2$ ). Los valores utilizados para las resistividades y alturas en estos análisis corresponden a los mismos que se presentan en las Tablas 1 y 2.

La Tabla 3 resume las combinaciones de parámetros empleadas en cada estudio de sensibilidad específico.

Parámetro	Estudio 1	Estudio 2	Estudio 3	Estudio 4	Unidad
$\rho_1$	500	500	500	500	$[\Omega m]$
$\rho_2$	variable	50	50	50	$[\Omega m]$
$\rho_3$	500	variable	500	500	$[\Omega m]$
$h_1$	5	5	variable	5	[m]
$h_2$	5	5	5	variable	[m]

**Tabla 3:** Configuraciones de parámetros consideradas en los estudios de sensibilidad para suelos de tres capas horizontales.

### 3.2.3. Suelo de dos capas horizontales con volumen rocoso

En el caso del suelo de dos capas horizontales con un volumen rocoso incrustado, el análisis de sensibilidad se centra exclusivamente en el parámetro  $\rho_2$ , correspondiente a la resistividad de la capa inferior. El objetivo principal de este estudio es comparar la respuesta obtenida mediante el método de Wenner para dos escenarios: con y sin la presencia de una inclusión rocosa. De esta

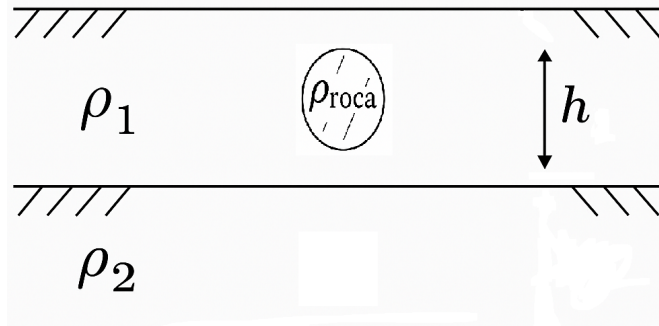
manera, se busca determinar si es posible detectar la existencia de heterogeneidades internas a partir de las mediciones de resistividad aparente, y en qué medida estas afectan la interpretación del modelo de suelo.

Los parámetros utilizados en este caso se resumen en la Tabla 4.

Descripción	Parámetro	Valor	Unidad
Resistividad capa superior	$\rho_1$	500	$\Omega m$
Resistividad capa inferior	$\rho_2$	variable	$\Omega m$
Altura de la capa superficial	$h$	3	m
Radio del volumen rocoso	$r_{roca}$	0,5	m
Resistividad del volumen rocoso	$\rho_{roca}$	50 000	$\Omega m$
Profundidad del centro de la roca	$z_{roca}$	1,5	m

**Tabla 4:** Parámetros empleados en la simulación del suelo de dos capas horizontales con volumen rocoso incrustado.

La disposición geométrica del modelo, incluyendo la ubicación de la inclusión rocosa, se muestra en la Figura 11.



**Figura 11:** Esquema de suelo de dos capas horizontales con volumen rocoso incrustado.

### 3.3. Modelación en COMSOL Multiphysics de los suelos originales

Para la simulación de las distintas configuraciones de suelo (dos capas, tres capas y dos capas con volumen rocoso) se utilizó la herramienta de modelo 3D en el software COMSOL Multiphysics. En particular, se empleó el módulo de corrientes eléctricas en régimen estacionario disponible en la interfaz AC/DC.

El proceso general de modelación aplicado a cada caso siguió los siguientes pasos:

1. Definición de la geometría.
2. Asignación de materiales.
3. Definición de condiciones de frontera y terminales
4. Generación del mallado

Este protocolo fue implementado de forma consistente para todas las configuraciones, con geometrías y propiedades parametrizadas. Esto permitió automatizar la generación y ejecución de múltiples simulaciones desde MATLAB, facilitando el análisis sistemático y la comparación de los resultados obtenidos.

A continuación, se describen en detalle los aspectos particulares del proceso de modelación aplicado a cada uno de los casos considerados.

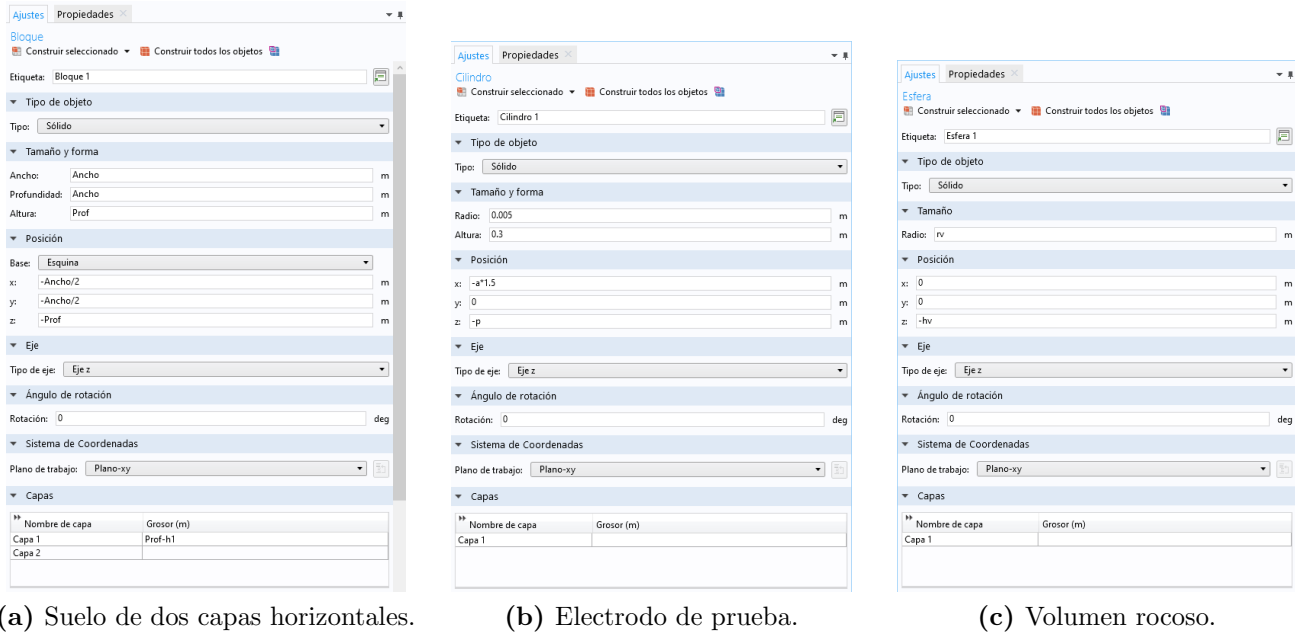
### 3.3.1. Definición de la geometría

La **geometría del suelo** fue modelada como un prisma rectangular ortogonal, con una profundidad total de 800 metros y un ancho de 1600 metros. Estos valores fueron seleccionados de forma arbitraria, pero son suficientemente amplios para aproximar un medio semi-infinito, tanto en sentido vertical como horizontal. Esta elección permite minimizar los efectos de borde generados por las condiciones de frontera artificiales, asegurando que no interfieran con las zonas de interés. Cabe señalar que las separaciones máximas entre electrodos utilizadas en este estudio alcanzan los 50 metros (lo que implica una extensión de hasta 150 metros considerando el arreglo completo), y que las profundidades de las capas modeladas suelen estar por debajo de los 100 metros.

Según la configuración específica, el prisma fue subdividido en dos o tres capas horizontales, cuyas alturas fueron definidas mediante parámetros variables. Esta parametrización permitió automatizar los análisis de sensibilidad y facilitar la modificación eficiente de la geometría desde MATLAB. La Figura 12a presenta la definición del bloque correspondiente al suelo de dos capas horizontales. Para el modelo de tres capas, se añadió una capa intermedia adicional, asignándole un espesor.

Los **electrodos** necesarios para implementar el método de Wenner fueron representados como cuatro cilindros con radio de 0.5 centímetros, enterrados a una profundidad de 10 centímetros desde la superficie. La posición de cada electrodo fue definida paramétricamente a partir del valor de separación “ $a$ ”, ubicándolos en las posiciones  $-1.5a$ ,  $-0.5a$ ,  $0.5a$  y  $1.5a$  con respecto al centro del dominio. Esta formulación paramétrica permite modificar automáticamente las posiciones de los electrodos para realizar simulaciones con diferentes separaciones de medición. La Figura 12b muestra la geometría correspondiente a uno de los cilindros utilizados como electrodo.

El **volumen rocoso** fue representado mediante una esfera incrustada en la capa superficial del suelo, con radio y profundidad parametrizados. Esta inclusión permite simular la presencia de un bloque rocoso y estudiar su efecto sobre las mediciones de resistividad aparente. La geometría correspondiente a este volumen se ilustra en la Figura 12c.



**Figura 12:** Definición de la geometría de los dominios y objetos simulados en COMSOL Multiphysics.

### 3.3.2. Asignación de materiales

A cada uno de los dominios geométricos definidos en el modelo se les asignaron materiales correspondientes a sus características eléctricas. Los electrodos fueron modelados como cilindros de cobre, material elegido por su elevada conductividad eléctrica y su disponibilidad directa en la biblioteca de materiales de COMSOL. Esta elección facilitó su implementación y aseguró una buena representación del comportamiento ideal de un electrodo conductor. Si bien se consideró la opción de utilizar acero galvanizado, debido a su mayor durabilidad en aplicaciones prácticas, se optó finalmente por el cobre ya que, al tratarse de simulaciones computacionales, el foco estaba en obtener la mejor conductividad posible y no en los efectos a largo plazo.

Para representar el suelo y las heterogeneidades internas, como el volumen rocoso, se definieron materiales personalizados con valores de resistividad ajustables. Estos parámetros fueron diseñados para ser controlados externamente desde MATLAB.

### 3.3.3. Definición de condiciones de frontera y terminales

El modelado del flujo de corriente eléctrica se llevó a cabo utilizando la interfaz de conservación de corriente de COMSOL, aplicada en todos los cuerpos del dominio. La cara inferior del prisma fue configurada como condición de tierra (potencial eléctrico cero), simulando un medio abierto.

Los electrodos exteriores se definieron como terminales de inyección de corriente, a los cuales se les asignaron corrientes opuestas  $+I_a$  y  $-I_a$ , garantizando así que la corriente neta inyectada al sistema fuera nula, en concordancia con el procedimiento experimental del método de Wenner. Los electrodos interiores se configuraron como sondas de medición de potencial eléctrico.

### 3.3.4. Generación del mallado

El mallado del dominio se realizó utilizando la opción de malla controlada por la física proporcionada por COMSOL, seleccionando la tercera opción más fina disponible en el panel de configuración. Esta elección corresponde a un compromiso entre precisión numérica y costo computacional, asegurando una resolución adecuada cerca de los electrodos y en las regiones de mayor interés, sin incrementar excesivamente los tiempos de simulación.

## 3.4. Simulaciones suelos originales

Una vez generados los modelos correspondientes a las configuraciones de suelo de dos capas, tres capas y dos capas con volumen rocoso en COMSOL Multiphysics, se procedió a realizar las simulaciones asociadas al método de Wenner. El objetivo principal de estas simulaciones fue obtener la respuesta del sistema ante distintas separaciones de electrodos, emulando las mediciones en terreno utilizadas para determinar la resistividad aparente del subsuelo.

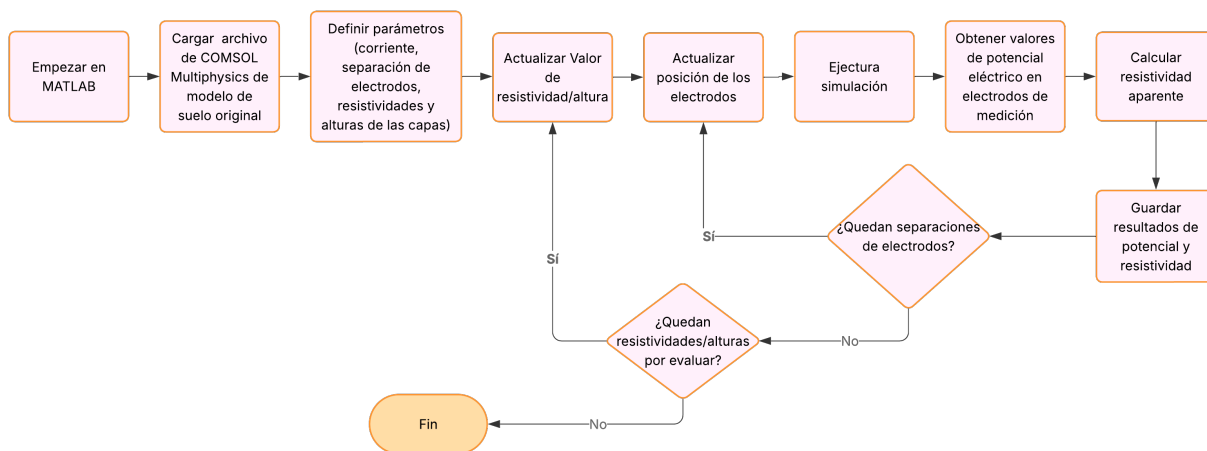
Las separaciones de electrodos consideradas en este estudio se detallan en la Tabla 5.

$a$ [m]	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	18	20	22	25	28	30	32	35	38	40	42	45	48	50
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

**Tabla 5:** Separaciones de electrodos para el método de Wenner consideradas.

La elección de estos valores responde a la necesidad de contar con una resolución adecuada para profundidades de sondeo bajas (espaciamientos pequeños), al tiempo que se obtienen datos representativos para mayores profundidades de exploración. Asimismo, se consideraron limitaciones prácticas de campo, donde generalmente las separaciones máximas alcanzan los 50 metros debido a restricciones físicas del terreno.

El proceso de simulación fue automatizado mediante la integración de MATLAB con COMSOL Multiphysics, lo que permitió ejecutar múltiples configuraciones de forma eficiente. La Figura 13 presenta un diagrama de flujo con las etapas principales del procedimiento.



**Figura 13:** Diagrama de flujo del proceso de simulación automática mediante la integración MATLAB-COMSOL Multiphysics.

A continuación, se describen las etapas principales del procedimiento de simulación:

- Inicialización del programa y carga del archivo correspondiente al modelo de suelo original en COMSOL Multiphysics.
- Definición de parámetros relevantes, tales como la corriente inyectada, las separaciones de electrodos, los valores de resistividad y el espesor de las capas, según el análisis de sensibilidad a realizar.
- Ejecución de un ciclo externo para variar el parámetro de interés (resistividad o altura de capa), de acuerdo con el estudio en curso.
- Ejecución de un ciclo interno que recorre cada una de las separaciones de electrodos definidas.
- Para cada combinación de parámetros:
  - Se actualizan las posiciones de los electrodos.
  - Se ejecuta la simulación en COMSOL.
  - Se obtienen los valores de potencial en los electrodos interiores.
  - Se calcula la resistividad aparente utilizando la ecuación 2.2.
- Los resultados se almacenan en tablas que resumen los valores obtenidos para cada conjunto de parámetros y cada separación de electrodos.

Este procedimiento permitió automatizar de forma eficiente la obtención de datos simulados, facilitando la comparación sistemática entre configuraciones. Los códigos desarrollados para este propósito se presentan en la Sección 8.3.

### 3.5. Obtención de modelos de suelos de dos capas horizontales equivalentes

A partir de los resultados obtenidos mediante las simulaciones del método de Wenner, se procedió a generar modelos de suelo equivalentes basados en la configuración teórica de dos capas horizontales. Para ello, se utilizaron dos metodologías: un método analítico, basado en el ajuste numérico de la expresión teórica de resistividad aparente, y un método gráfico tradicional, basado en las curvas de Sunde. Ambos procedimientos fueron implementados y automatizados en MATLAB.

Adicionalmente, con el fin de explorar posibles mejoras en la representación del comportamiento de suelos multicapa, se desarrolló un **método gráfico alternativo** especialmente aplicado al caso de suelos de tres capas. Este enfoque busca identificar el mayor contraste posible en la curva de resistividad aparente para estimar los parámetros equivalentes. A diferencia del método clásico, que se basa en el primer y último valor.

### 3.5.1. Mediante ecuaciones analíticas

Para generar modelos equivalentes de suelo de dos capas horizontales a partir de los datos obtenidos por simulación, se emplearon las expresiones analíticas presentadas en las ecuaciones 2.7 y 2.8, las cuales modelan la resistividad aparente medida mediante el método de Wenner para un terreno estratificado en dos capas.

El objetivo principal del procedimiento fue ajustar los parámetros del modelo teórico, es decir, resistividad de la capa superior ( $\rho_1$ ), resistividad de la capa inferior ( $\rho_2$ ) y profundidad de la interfaz ( $h$ ), de modo que la curva teórica se aproxime lo más fielmente posible a la curva obtenida por simulación.

El ajuste se llevó a cabo mediante optimización numérica implementada en MATLAB, siguiendo este flujo general:

- Se importaron los valores de resistividad aparente y las separaciones entre electrodos obtenidos mediante simulación en COMSOL.
- Para cada conjunto de mediciones correspondiente a un suelo específico, se definió una función objetivo que cuantifica la diferencia entre los valores simulados y los calculados por el modelo de dos capas para un conjunto de parámetros dado.
- Se aplicó el algoritmo de mínimos cuadrados no lineales (`lsqnonlin`) para estimar el conjunto óptimo ( $\rho_1, \rho_2, h$ ) que minimiza el error cuadrático medio (RMSE) entre ambas curvas.
- Se establecieron como criterios de convergencia tolerancias de  $10^{-8}$  tanto para la función objetivo como para la variación de los parámetros optimizados. El algoritmo se detiene cuando los cambios entre iteraciones caen por debajo de este umbral o si se alcanza el mínimo error viable.
- Una vez cumplidos los criterios, el procedimiento devuelve los valores óptimos de  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  y  $h$  correspondientes al modelo equivalente de dos capas horizontales.

El código fuente asociado a esta optimización está disponible en la sección de anexos (8.3).

### 3.5.2. Mediante método gráfico de Sunde

Para obtener los modelos equivalentes de suelo de dos capas horizontales a partir del método gráfico de Sunde, se siguieron los pasos planteados por el autor, descritos en la Sección 2.4. Tradicionalmente, este método implica una estimación visual de parámetros clave a partir de las curvas de resistividad aparente, lo que introduce subjetividad en los resultados. Por ello, en este trabajo se adaptó y automatizó el procedimiento con el fin de lograr resultados más objetivos y reproducibles.

A continuación, se describen los pasos implementados en MATLAB y su correspondencia con el procedimiento original propuesto por Sunde:

1. **Graficar la resistividad aparente  $\rho_a$  en función del espaciamiento  $a$  entre electrodos:** El código importa los datos simulados de resistividad aparente y separaciones de electrodos para cada suelo estudiado.

2. **Estimar visualmente  $\rho_1$  y  $\rho_2$ :** En lugar de una estimación manual, el código asigna  $\rho_1$  al primer valor medido (menor espaciamiento) y  $\rho_2$  al último valor (mayor espaciamiento), automatizando así la identificación de los extremos de la curva.
3. **Calcular la relación  $\rho_2/\rho_1$  y seleccionar la curva de Sunde correspondiente o interpolar según sea necesario:** El programa calcula automáticamente esta relación y genera la curva asociada utilizando la ecuación analítica.
4. **Identificar la región con pendiente de la curva y seleccionar un valor representativo de  $\rho_a/\rho_1$ :** Se calcula la pendiente logarítmica de la curva ( $d \log(\rho_a/\rho_1)/d \log(a/h)$ ) y se identifica la región donde la pendiente supera un umbral de 0.05. Este valor permite aislar de manera objetiva la zona de mayor información en la curva, facilitando así una estandarización del proceso y evitando la influencia de pequeñas fluctuaciones o ruido en los datos.
5. **Leer el valor de  $a/h$  en la curva:** El código extrae este valor en el punto de mayor pendiente identificado.
6. **Encontrar la separación de electrodos  $a$  asociada a ese valor de resistividad aparente en los datos medidos:** Se interpola sobre los datos experimentales para determinar la separación correspondiente.
7. **Calcular la altura de la capa superficial  $h$ :** Finalmente, se determina como  $h = a/(a/h)$ .

Gracias a esta automatización, el proceso se ejecuta de forma objetiva y reproducible para cada suelo analizado, eliminando la variabilidad subjetiva de la interpretación gráfica.

Es importante mencionar que, en los casos donde la diferencia entre  $\rho_1$  y  $\rho_2$  es muy pequeña, no se identificó una región con pendiente suficientemente marcada, y el algoritmo no logró determinar un valor de  $h$ . Para mantener la continuidad del análisis, se asignó un valor arbitrario de  $h = 3$  m. Como alternativa se consideró modelar el suelo como homogéneo promediando los valores de  $\rho_1$  y  $\rho_2$ , dada la baja diferencia entre capas. Ambas soluciones ofrecen resultados comparables debido a la baja variabilidad en la resistividad por lo que la elección del enfoque tiene un impacto marginal sobre la interpretación final del modelo. Si bien una posible solución sería disminuir el umbral de pendiente para forzar la detección de una región inclinada, esto incrementa la sensibilidad del algoritmo frente a pequeñas fluctuaciones, comprometiendo la robustez del ajuste.

El código fuente correspondiente a este procedimiento se encuentra disponible en la sección de anexos (8.3).

### 3.5.3. Mediante método gráfico de Sunde alternativo para suelos de tres capas

En el caso de los suelos de tres capas, se implementó en paralelo un procedimiento gráfico similar al método de Sunde, pero adaptado para considerar la posible presencia de valores extremos de resistividad que no necesariamente corresponden al primer y último punto de la curva de resistividad aparente.

En este enfoque, el valor de  $\rho_1$  se identifica como el primer valor registrado de resistividad aparente (correspondiente a la menor separación de electrodos), mientras que  $\rho_2$  se define como el valor más distinto a  $\rho_1$  dentro de todo el rango de mediciones, es decir, el máximo o mínimo valor alcanzado, según corresponda. A diferencia del método clásico de Sunde, en el que  $\rho_1$  y  $\rho_2$  se

asignan directamente al primer y último valor medido, aquí se busca el mayor contraste posible en la curva para reflejar los efectos de una tercera capa, que pueden provocar que el valor extremo se ubique en una región intermedia de separaciones.

El proceso automatizado en MATLAB sigue los siguientes pasos:

1. Se cargan los datos de resistividad aparente y separaciones de electrodos para cada suelo simulado.
2. Para cada suelo, se identifica  $\rho_1$  como el primer valor registrado, y  $\rho_2$  como el valor más distinto (máximo o mínimo) respecto a  $\rho_1$  en la curva, calculando la relación  $\rho_2/\rho_1$ .
3. Se genera la curva teórica de Sunde correspondiente utilizando la ecuación analítica y la relación encontrada.
4. Se identifica la región de máxima pendiente en la curva log-log, mediante un umbral predefinido (pendiente mayor a 0.05), y se selecciona el punto medio de dicha región como representativo.
5. El valor representativo de  $\rho_a/\rho_1$  y  $a/h$  se utiliza para calcular la resistividad y la separación equivalente, interpolando sobre los datos experimentales.
6. Se calcula la profundidad equivalente  $h$  como  $h = a/(a/h)$  para cada solución encontrada.

Este enfoque permite analizar si la identificación de los valores extremos de resistividad aparente entrega una representación más precisa del comportamiento de suelos con tres capas.

Cabe destacar que, en algunos casos donde la curva de resistividad aparente presenta una forma en “V”, pueden existir dos puntos distintos que cumplen con el valor de  $\rho_a$  obtenido a partir de la identificación de la región de pendiente y el punto representativo  $\rho_a/\rho_1$ . En estos casos, el algoritmo reporta todas las posibles soluciones, lo que permite evaluar comparativamente cuál de ellas representa mejor el suelo analizado.

El código fuente correspondiente a este ajuste gráfico alternativo se encuentra incluido en los anexos (8.3).

### **3.6. Diseño del proceso de comparación y análisis de errores**

Como los suelos originales estudiados y los modelos de suelo generados a partir de estos no comparten necesariamente la misma configuración física (por ejemplo, el suelo real puede tener tres capas y el modelo equivalente sólo dos), no es posible comparar directamente los parámetros de cada suelo. Por esta razón, el proceso de análisis se centra en la comparación de errores de los valores de potencial eléctrico obtenidos mediante la aplicación del método de Wenner en los suelos originales y en los modelos equivalentes.

El proceso de comparación y análisis de errores tiene como objetivo evaluar el desempeño de los modelos de suelo de dos capas horizontales, obtenidos mediante los métodos analítico y gráfico de Sunde, frente a los resultados de referencia generados por los suelos originales. En el caso de suelos de tres capas horizontales, también se incluyen los valores obtenidos a partir del método gráfico alternativo propuesto.

Para cada configuración, los valores de potencial eléctrico calculados con el método de Wenner en los modelos de suelo equivalentes se comparan con los valores de referencia, definidos por las mediciones simuladas en los suelos originales.

### 3.6.1. Indicadores de error utilizados

La cuantificación del ajuste entre los modelos y los datos de referencia se realiza mediante el cálculo de la raíz del error cuadrático medio (RMSE, por sus siglas en inglés, Root Mean Square Error). El RMSE mide la dispersión promedio de los errores y se define como:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (V_{i,\text{ref}} - V_{i,\text{mod}})^2} \quad (3.15)$$

Donde  $N$  es el número de mediciones consideradas,  $V_{i,\text{ref}}$  es el valor de potencial eléctrico obtenido en la simulación del suelo original para la  $i$ -ésima separación de electrodos, y  $V_{i,\text{mod}}$  corresponde al valor obtenido para el modelo de suelo equivalente (analítico o gráfico) en la misma condición.

También se evalúa el RMSE porcentual, que representa el error medio relativo respecto al valor de referencia, expresado en porcentaje. Este indicador se calcula como:

$$\text{RMSE}_{\text{porc}} = \frac{\text{RMSE}}{\overline{V_{\text{ref}}}} \times 100 \% \quad (3.16)$$

Donde  $\overline{V_{\text{ref}}}$  corresponde al valor promedio de los potenciales eléctricos de referencia.

### 3.6.2. Aplicación a diferentes configuraciones de suelo

Este análisis de errores se aplica sistemáticamente tanto para las configuraciones de suelo de dos capas como de tres capas, permitiendo evaluar la precisión y las limitaciones de los modelos ajustados bajo distintas condiciones.

En el caso específico del suelo original de dos capas horizontales con volumen rocoso, la comparación se realiza entre los valores de potencial eléctrico obtenidos en el suelo real de dos capas sin roca y aquellos del suelo con roca. El objetivo es analizar si la presencia del volumen rocoso genera diferencias significativas en las mediciones de potencial eléctrico y, por lo tanto, afecta la interpretación de los resultados obtenidos mediante el método de Wenner.

---

## 4. Resultados

Esta sección reúne los resultados derivados de las simulaciones computacionales y de los distintos métodos de ajuste aplicados en este estudio. En primer lugar, se presentan las curvas de resistividad aparente correspondientes a cada una de las configuraciones de suelos originales modeladas. Luego, se exponen los parámetros obtenidos para los modelos de suelos equivalentes, calculados mediante los enfoques analítico, gráfico de Sunde y gráfico alternativo, según la naturaleza del caso. Finalmente, se muestran los resultados de simulación generados a partir de estos modelos equivalentes.

### 4.1. Simulación de suelos originales

A continuación, se detallan los resultados obtenidos para los suelos originales simulados: configuraciones de dos capas horizontales, tres capas horizontales y dos capas con inclusión rocosa. Para cada uno de estos casos, se presentan las curvas de resistividad aparente en función de la separación entre electrodos, calculadas mediante el método de Wenner con base en la ecuación 2.2, utilizando los potenciales eléctricos simulados y la corriente inyectada.

Los resultados se organizan conforme a los estudios de sensibilidad realizados sobre la resistividad y el espesor de las capas. Esta estructura permite identificar con claridad cómo influyen estos parámetros sobre la respuesta del sistema.

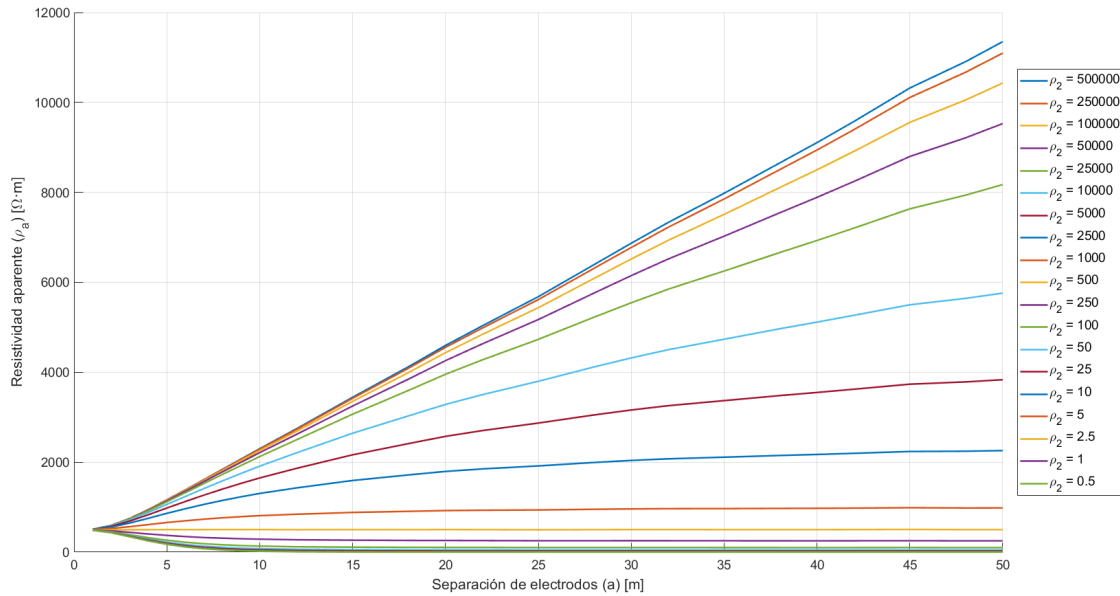
Finalmente, los valores completos de potencial eléctrico correspondientes a cada configuración de suelo se incluyen en la Sección 8.4, en formato tabla, para su revisión detallada.

#### 4.1.1. Suelo de dos capas horizontales

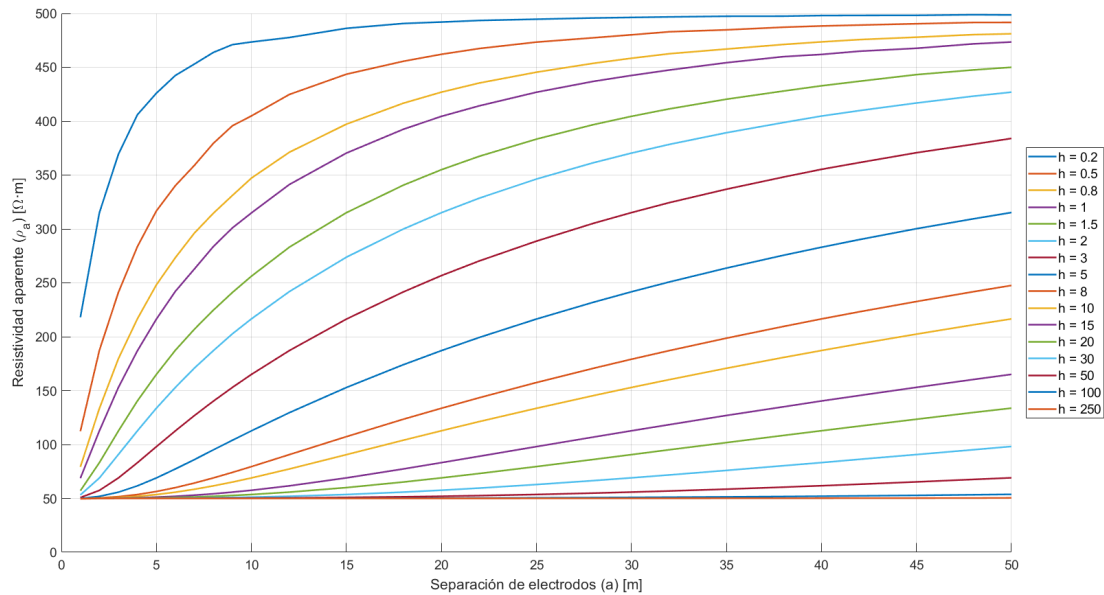
A continuación, se presentan las curvas de resistividad aparente simuladas para los distintos análisis de sensibilidad realizados sobre los suelos originales de dos capas horizontales. En la Figura 14 se muestra cómo varía la resistividad aparente con la separación entre electrodos para diferentes valores de  $\rho_2$ , manteniendo constantes los demás parámetros. Por otro lado, la Figura 15 ilustra el efecto de modificar la altura  $h$  de la capa superficial sobre la respuesta obtenida, lo cual permite observar de forma clara su influencia en el comportamiento del sistema.

Como se aprecia en la Figura 14, en todos los casos la curva de resistividad aparente comienza cercana al valor de la capa superficial. Cuando  $\rho_2$  es menor que  $\rho_1$ , la curva se estabiliza rápidamente, aproximándose al valor de la capa inferior. En cambio, cuando  $\rho_2$  supera a  $\rho_1$ , la estabilización se vuelve más lenta, siendo más evidente mientras mayor sea el contraste entre ambas resistividades. De hecho, en algunos casos el comportamiento asintótico no se alcanza dentro del rango de separaciones evaluado.

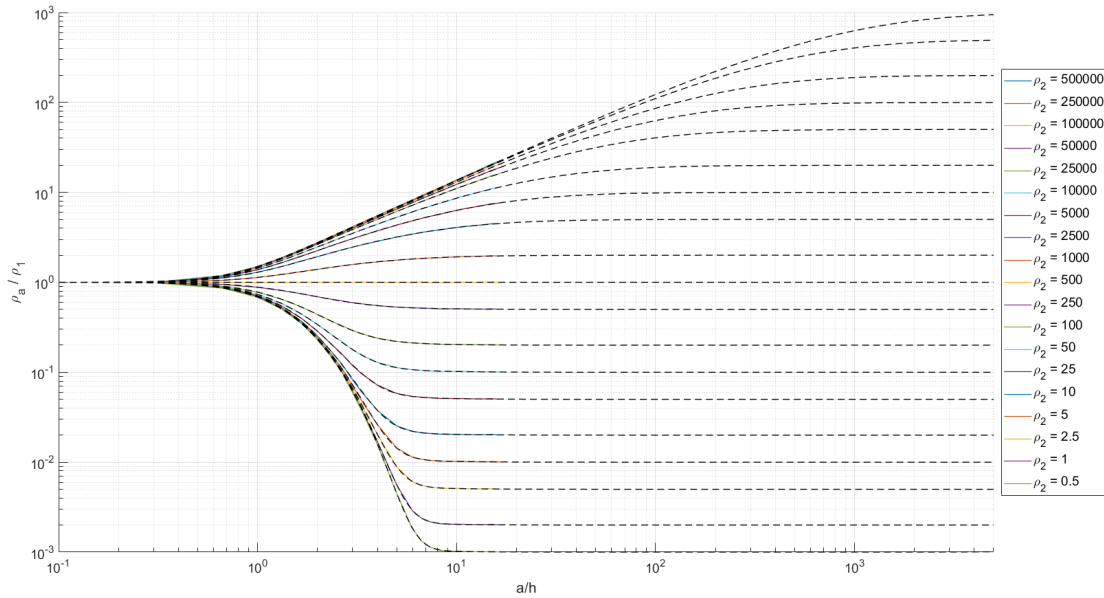
Este comportamiento es coherente con lo observado en las curvas de Sunde (Figura 16), donde se muestra que para resistividades altas de la segunda capa se requieren separaciones de electrodos mucho mayores para alcanzar el valor asintótico, condición necesaria para estimar con precisión la resistividad de dicha capa. Por ejemplo, cuando  $\rho_2 = 25\,000\ \Omega\text{ m}$ , es necesario un espaciamiento de al menos 67 m para alcanzar este valor, asumiendo una altura de capa de 3 metros. Además, en esta figura se observa una buena concordancia entre las curvas obtenidas mediante simulación FEM y las curvas teóricas de Sunde, lo que respalda la validez del modelo implementado en COMSOL.



**Figura 14:** Curvas de resistividad aparente simulada en suelo de dos capas para distintos valores de  $\rho_2$ , aplicando el método de Wenner, para  $\rho_1 = 500 \Omega\text{m}$  y  $h = 3 \text{ m}$ .



**Figura 15:** Curvas de resistividad aparente simulada en suelo de dos capas para distintos valores de  $h$ , aplicando el método de Wenner, para  $\rho_1 = 50 \Omega\text{m}$  y  $\rho_2 = 500 \Omega\text{m}$ .



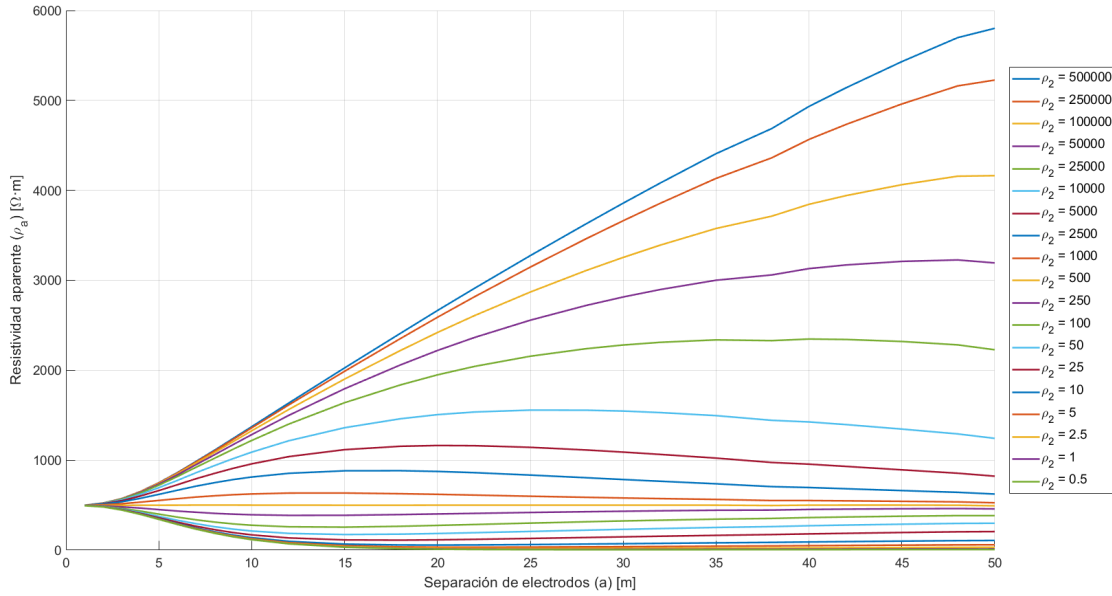
**Figura 16:** Curvas de Sunde originales y curvas de Sunde a partir de los datos de los suelos de dos capas simulados al variar  $\rho_2$ , manteniendo  $\rho_1$  y  $h$  con valores de  $500 \Omega \text{ m}$  y  $3 \text{ m}$  respectivamente.

Respecto al análisis de la Figura 15, se observa que para valores bajos de  $h$ , la transición de la resistividad aparente desde  $\rho_1$  hacia  $\rho_2$  ocurre de manera rápida. A medida que la altura de la capa superficial aumenta, esta transición se vuelve más gradual y desplazada hacia mayores valores de separación, indicando que se requiere un mayor espaciamiento para detectar la influencia de la segunda capa. En los casos donde  $h$  es considerablemente grande, la resistividad aparente permanece prácticamente constante en el rango evaluado, reflejando únicamente el valor de la capa superficial, por lo que no es posible detectar la segunda capa dentro del rango de medición.

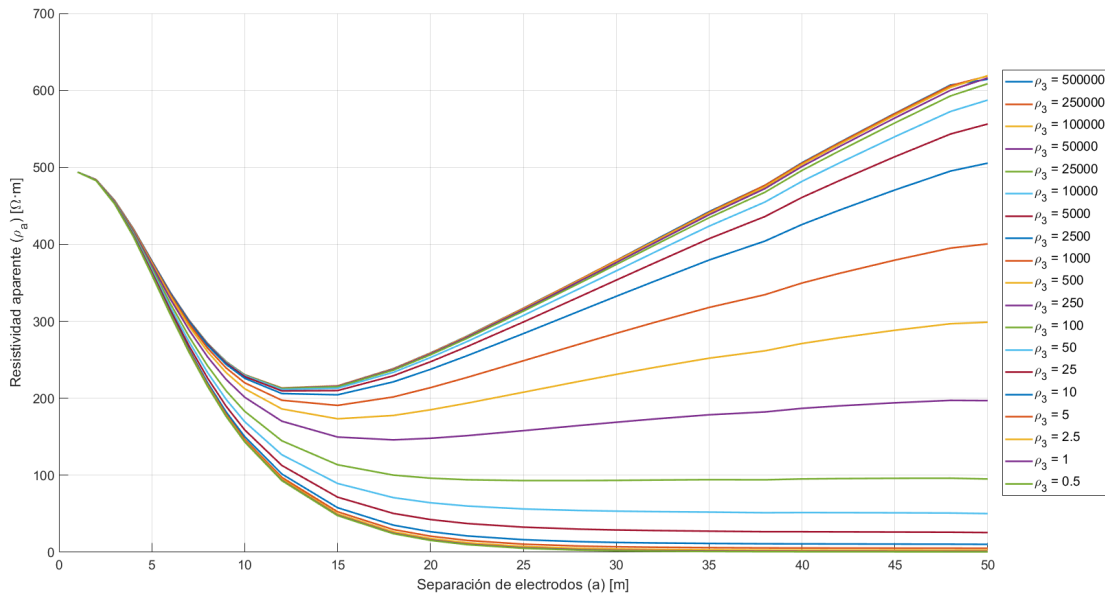
#### 4.1.2. Suelo de tres capas horizontales

A continuación, se presentan las curvas de resistividad aparente simuladas para los suelos originales con configuración de tres capas horizontales, abarcando los distintos análisis de sensibilidad realizados. La Figura 17 muestra cómo varía la resistividad aparente con la separación entre electrodos al modificar  $\rho_2$ , mientras que la Figura 18 ilustra el efecto de alterar la resistividad de la tercera capa,  $\rho_3$ .

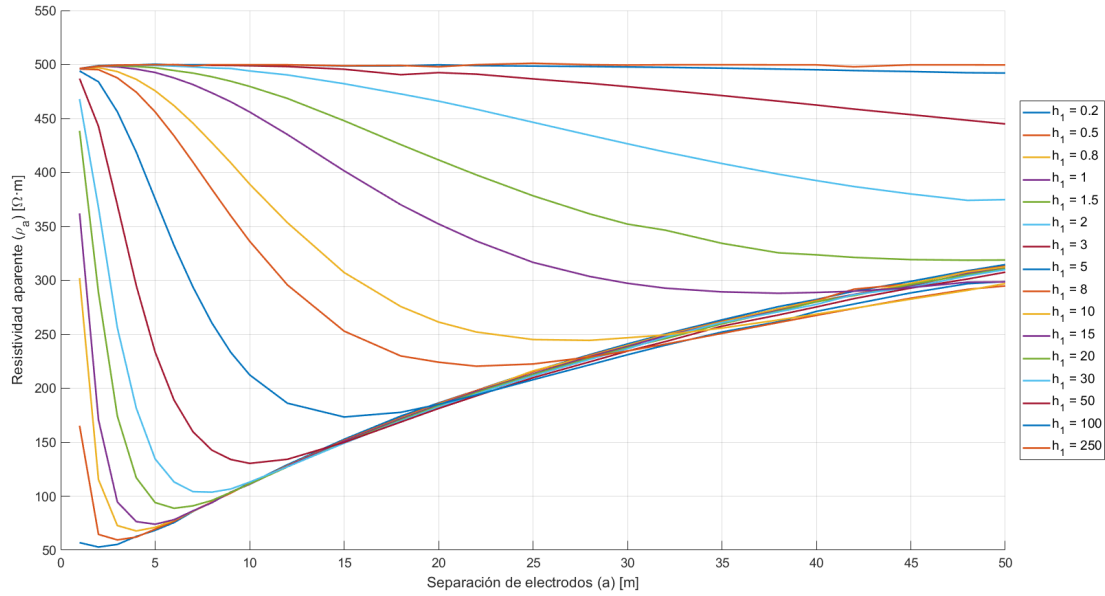
Por su parte, las Figuras 19 y 20 muestran cómo influye la variación de la altura de la primera capa ( $h_1$ ) y de la segunda ( $h_2$ ), respectivamente, sobre el comportamiento de la resistividad aparente.



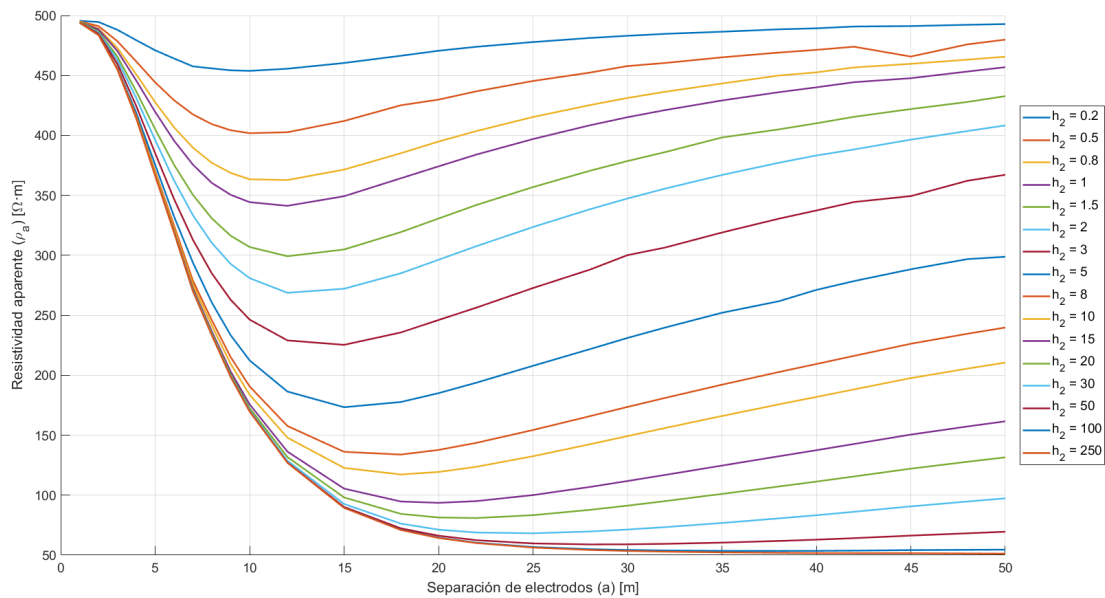
**Figura 17:** Curvas de resistividad aparente simulada en suelo de tres capas para distintos valores de  $\rho_2$ , aplicando el método de Wenner, para  $\rho_1 = \rho_3 = 500 \Omega \text{ m}$  y  $h_1 = h_2 = 5 \text{ m}$ .



**Figura 18:** Curvas de resistividad aparente simulada en suelo de tres capas para distintos valores de  $\rho_3$ , aplicando el método de Wenner, para  $\rho_1 = 500 \Omega \text{ m}$ ,  $\rho_2 = 50 \Omega \text{ m}$  y  $h_1 = h_2 = 5 \text{ m}$ .



**Figura 19:** Curvas de resistividad aparente simulada en suelo de tres capas para distintos valores de  $h_1$ , aplicando el método de Wenner, para  $\rho_1 = \rho_3 = 500 \Omega \text{ m}$ ,  $\rho_2 = 50 \Omega \text{ m}$  y  $h_2 = 5 \text{ m}$ .



**Figura 20:** Curvas de resistividad aparente simulada en suelo de tres capas para distintos valores de  $h_2$ , aplicando el método de Wenner, para  $\rho_1 = \rho_3 = 500 \Omega \text{ m}$ ,  $\rho_2 = 50 \Omega \text{ m}$  y  $h_1 = 5 \text{ m}$ .

- **Figura 17:** Al modificar  $\rho_2$ , la curva de resistividad aparente presenta un comportamiento similar al observado en suelos de dos capas. Cuando  $\rho_2 < \rho_1 = \rho_3$ , la curva disminuye rápidamente y luego aumentan ligeramente su valor. Este efecto deja de ser perceptible para

$\rho_2 \leq 10 \Omega \text{ m}$ , donde la curva simplemente desciende hacia un valor estable. En el caso opuesto, con  $\rho_2 > \rho_1 = \rho_3$ , se aprecia un incremento inicial seguido de una disminución gradual.

- **Figura 18:** Al analizar la influencia de la resistividad de la tercera capa, se observa que para pequeñas separaciones, todas las curvas coinciden, lo que indica que la capa superficial se detecta adecuadamente. Sin embargo, al aumentar la separación de electrodos, si  $\rho_3 > 100 \Omega \text{ m}$ , no se alcanza el valor de esa capa dentro del rango evaluado, aunque sí se percibe la existencia de tres capas, especialmente cuando  $\rho_3 > \rho_2$ . Por otro lado, si  $\rho_3 \leq 100 \Omega \text{ m}$ , la curva se estabiliza hacia ese valor.
- **Figura 19:** Cuando se modifica la altura de la primera capa, se nota que a menor  $h_1$  la transición entre capas ocurre más temprano (menores separaciones). A medida que  $h_1$  crece, la curva cambia más lentamente y a mayores distancias. Para  $h_1 \geq 15 \text{ m}$ , la curva pierde las características propias de un suelo de tres capas y su comportamiento se asemeja al de un suelo de dos capas, ya que las capas inferiores influyen muy poco dentro del rango evaluado. Para valores de  $h_1$  altos la influencia de las capas inferiores es prácticamente nula en el rango de separación de electrodos estudiado.
- **Figura 20:** Finalmente, al modificar  $h_2$ , se observa que cuando esta capa es delgada, el efecto de la tercera capa aparece a distancias menores. A medida que  $h_2$  aumenta, se necesita mayor separación entre electrodos para detectarla, y en algunos casos no es posible hacerlo. En estos casos, la curva tiende a estabilizarse cerca del valor de  $\rho_2$ . Por otro lado, con capas intermedias más delgadas, la transición entre capas se vuelve más evidente, aunque no siempre es posible identificar el valor exacto de  $\rho_2$  a partir de la gráfica.

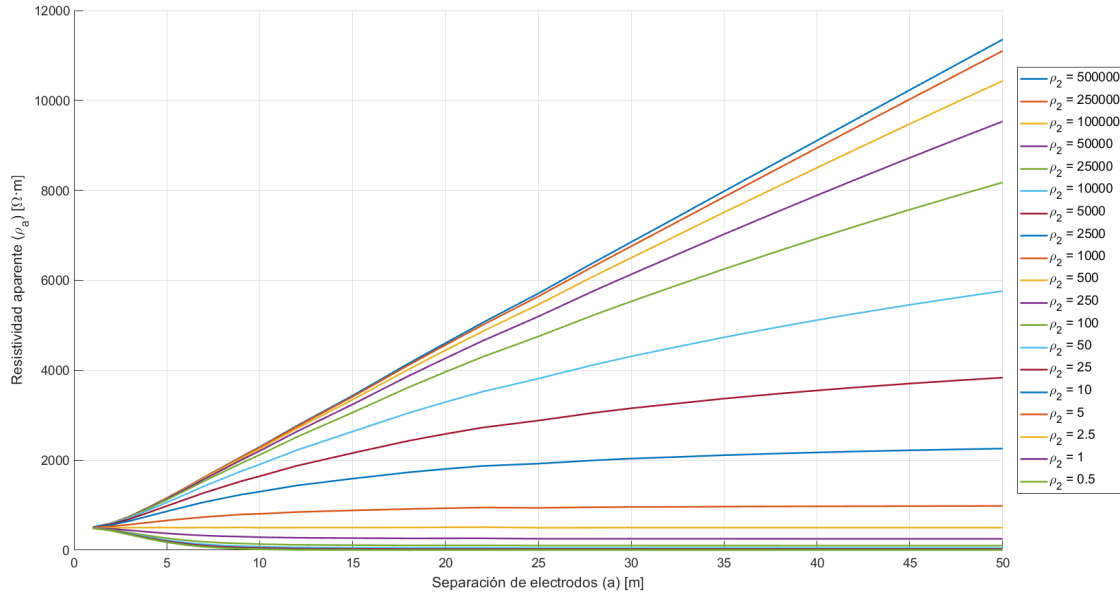
#### 4.1.3. Suelo de dos capas horizontales con volumen rocoso

En esta sección se presentan los resultados obtenidos para los suelos originales de dos capas horizontales que incorporan un volumen rocoso incrustado. La Figura 21 ilustra las curvas de resistividad aparente en función de la separación entre electrodos, correspondientes al análisis de sensibilidad sobre la resistividad de la segunda capa ( $\rho_2$ ).

Al comparar los resultados de la Figura 21 con los de la Figura 14, se observa que las curvas de resistividad aparente prácticamente no presentan diferencias entre el suelo con roca y el suelo sin roca. A pesar de tratarse de una roca con resistividad significativamente alta, su presencia no genera cambios notorios en las mediciones obtenidas, sin importar el valor que tome  $\rho_2$ .

Este resultado sugiere que, bajo las condiciones geométricas y de escala consideradas, el método de Wenner no es sensible a la presencia del volumen rocoso modelado. En otras palabras, el efecto local de la roca queda enmascarado por la respuesta general del terreno, imposibilitando su identificación a partir de las curvas de resistividad aparente.

Esta conclusión se refuerza al revisar los valores de potencial eléctrico obtenidos para ambas configuraciones (con y sin roca), los cuales se encuentran disponibles en el Anexo 8.4. Dichos valores son virtualmente idénticos, lo que permite descartar este caso para futuros estudios de ajuste de modelos de suelo, ya que su inclusión no aporta diferencias relevantes respecto al escenario sin la roca.



**Figura 21:** Curvas de resistividad aparente simulada en suelo de dos capas con volumen rocoso para distintos valores de  $\rho_2$ , aplicando el método de Wenner, para  $\rho_1 = 500 \Omega \text{ m}$ ,  $\rho_{roca} = 50000 \Omega \text{ m}$ ,  $h = 3 \text{ m}$ ,  $r_{roca} = 0.5 \text{ m}$  y  $z_{roca} = 1.5 \text{ m}$ .

## 4.2. Obtención de modelos de suelos

En esta sección se exponen los resultados de la estimación de modelos equivalentes a partir de los datos simulados en los suelos originales. Se emplean tres enfoques principales: el método analítico, el gráfico de Sunde y el método gráfico alternativo (este último aplicado únicamente en suelos de tres capas horizontales).

Para cada modelo de suelo original, se aplican estos enfoques sobre las curvas de resistividad aparente obtenidas con el método de Wenner, con el propósito de estimar los parámetros ( $\rho_1$ ,  $\rho_2$ ,  $h$ ) que mejor representen la respuesta eléctrica del terreno según cada enfoque considerado.

### 4.2.1. Suelo de dos capas horizontales

Las Tablas 6 y 7 muestran los parámetros estimados mediante los métodos analítico y gráfico de Sunde, aplicados a los suelos originales de dos capas. Para cada configuración, se indican los valores de resistividad de la capa superficial ( $\rho_1$ ), de la capa inferior ( $\rho_2$ ) y el espesor  $h$ .

$\rho_{2teorico}$ [ $\Omega$ m]	Método matemático			Método gráfico de Sunde		
	$\rho_1$ [ $\Omega$ m]	$\rho_2$ [ $\Omega$ m]	h [m]	$\rho_1$ [ $\Omega$ m]	$\rho_2$ [ $\Omega$ m]	h [m]
500000	498.51	1016485.94	3.003	511.01	11351.32	2.410
250000	498.37	326212.45	3.001	510.96	11096.98	2.410
100000	498.14	108562.01	2.998	510.84	10430.98	2.450
50000	497.97	51795.17	2.996	510.63	9529.92	2.460
25000	497.88	25415.71	2.995	510.23	8173.37	2.530
10000	497.87	10072.50	2.995	509.14	5759.38	2.620
5000	497.77	5020.32	2.994	507.56	3833.90	2.750
2500	497.38	2505.65	2.990	504.98	2257.59	2.860
1000	496.56	1000.95	2.969	500.00	982.63	2.940
500	493.94	500.54	0.874	495.58	499.85	3.000
250	495.99	250.07	3.040	491.58	251.13	3.050
100	496.14	99.97	3.021	487.91	100.58	3.040
50	496.26	49.92	3.017	486.31	50.30	3.040
25	496.34	24.89	3.016	485.43	25.15	3.040
10	496.40	9.86	3.015	484.86	10.06	3.060
5	496.42	4.85	3.015	484.67	5.03	3.060
2.5	496.43	2.35	3.015	484.57	2.52	3.050
1	496.43	0.85	3.015	484.50	1.01	3.040
0.5	496.44	0.35	3.015	484.50	0.50	3.040

**Tabla 6:** Parámetros de los modelos equivalentes de dos capas horizontales obtenidos para suelos originales de dos capas de estudio de sensibilidad de  $\rho_2$ , para  $\rho_1 = 500 \Omega$  m y  $h = 3$  m.

$h_{teorico}$ [m]	Método matemático			Método gráfico de Sunde		
	$\rho_1$ [ $\Omega$ m]	$\rho_2$ [ $\Omega$ m]	h [m]	$\rho_1$ [ $\Omega$ m]	$\rho_2$ [ $\Omega$ m]	h [m]
0.2	87.39	500.08	0.354	218.05	498.57	1.060
0.5	36.63	500.04	0.364	112.37	491.65	1.160
0.8	49.10	500.01	0.785	79.22	481.10	1.260
1	49.21	500.02	0.983	68.68	473.46	1.340
1.5	49.53	500.17	1.487	57.08	450.04	1.630
2	49.58	499.82	1.980	53.20	426.93	1.970
3	49.69	500.55	2.983	50.76	383.99	2.680
5	49.80	500.41	4.981	49.88	315.25	4.030
8	49.85	500.06	7.970	49.70	247.58	5.800
10	49.84	500.50	9.964	49.65	216.53	6.840
15	49.89	501.01	14.959	49.62	165.07	9.150
20	49.91	502.52	19.958	49.62	133.72	10.950
30	49.93	503.08	29.921	49.61	98.17	14.240
50	49.93	471.25	49.393	49.60	69.07	17.600
100	49.93	258.87	90.224	49.61	53.74	3.000
250	49.93	58.48	87.789	49.61	50.41	3.000

**Tabla 7:** Parámetros de los modelos equivalentes de dos capas horizontales obtenidos para suelos originales de dos capas de estudio de sensibilidad de  $h$ , para  $\rho_1 = 50 \Omega$  m y  $\rho_2 = 500 \Omega$  m.

En la Tabla 6, que corresponde al análisis de sensibilidad respecto a la resistividad de la segunda capa, se observa que ambos métodos logran estimar con precisión  $\rho_1$  y  $h$  en casi todo el rango estudiado. Sin embargo, la estimación de la resistividad de la segunda capa ( $\rho_2$ ) muestra una disminución significativa en precisión a medida que el valor real de  $\rho_2$  aumenta. Ambos enfoques tienden a subestimar su valor real y esta tendencia es particularmente marcada en el método gráfico. Este comportamiento se explica porque, en la práctica, para identificar correctamente valores elevados de  $\rho_2$  se requieren separaciones de electrodos considerablemente mayores que las incluidas en el estudio, de modo que se pueda capturar el comportamiento asintótico de la curva de resistividad aparente. Tal como se observa en las curvas teóricas de Sunde, el valor asintótico correspondiente a la segunda capa solo se alcanza con grandes distancias de separación, lo que limita la precisión de los métodos cuando el rango experimental es acotado.

Por otro lado, en el estudio de sensibilidad sobre el espesor  $h$  (Tabla 7), los dos métodos detectan correctamente la transición entre capas en la mayoría de los casos. El método analítico ofrece estimaciones consistentes y cercanas a los valores reales incluso en los extremos del rango analizado. En contraste, el enfoque gráfico tiende a presentar mayor variabilidad, especialmente cuando  $h$  es muy pequeño o muy elevado, lo que reduce su precisión en esos extremos.

#### 4.2.2. Suelo de tres capas horizontales

Las Tablas 8, 9, 10 y 11 presentan los parámetros estimados para los modelos de suelo de dos capas equivalentes, ajustados a los datos simulados de suelos originales de tres capas. Se incluyen resultados de los tres enfoques aplicados: método analítico, gráfico de Sunde y gráfico alternativo. En cada tabla se detallan los valores estimados de resistividad de la capa superficial ( $\rho_1$ ), resistividad de la capa inferior ( $\rho_2$ ) y el espesor de la primera capa ( $h$ ). En ciertos casos, el método gráfico alternativo arroja dos soluciones para  $h$ .

$\rho_{2teórico}$ [ $\Omega$ m]	Metodo matemático			Método gráfico Sunde			Método gráfico alternativo								
	$\rho_1$ [ $\Omega$ m]	$\rho_2$ [ $\Omega$ m]	$h$ [m]	$\rho_1$ [ $\Omega$ m]	$\rho_2$ [ $\Omega$ m]	$h$ [m]	Primer valor de h encontrado			Segundo valor de h			Promedio de los valores de h		
	$\rho_1$ [ $\Omega$ m]	$\rho_2$ [ $\Omega$ m]	$h$ [m]	$\rho_1$ [ $\Omega$ m]	$\rho_2$ [ $\Omega$ m]	$h$ [m]	$\rho_1$ [ $\Omega$ m]	$\rho_2$ [ $\Omega$ m]	$h$ [m]	$\rho_1$ [ $\Omega$ m]	$\rho_2$ [ $\Omega$ m]	$h$ [m]	$\rho_1$ [ $\Omega$ m]	$\rho_2$ [ $\Omega$ m]	$h$ [m]
500000	483.31	27406.47	4.56	499.52	5801.63	3.33	499.52	5801.63	3.44	-	-	-	-	-	-
250000	476.09	16020.97	4.34	499.51	5226.55	3.34	499.51	5226.55	3.45	-	-	-	-	-	-
100000	461.88	7905.28	3.89	499.44	4163.62	3.32	499.44	4163.62	3.43	-	-	-	-	-	-
50000	448.00	4695.89	3.43	499.36	3193.44	3.23	499.36	3226.57	3.35	-	-	-	-	-	-
25000	434.19	2852.39	2.90	499.24	2227.71	3.04	499.24	2347.09	3.19	-	-	-	-	-	-
10000	425.42	1558.95	2.21	498.93	1242.75	2.62	498.93	1557.00	3.01	-	-	-	-	-	-
5000	430.79	1055.42	1.76	498.53	822.32	2.14	498.53	1163.60	2.95	-	-	-	-	-	-
2500	734.71	1.34e-7	94.74	497.95	623.79	1.78	497.95	883.12	2.88	497.95	883.12	21.04	497.95	883.12	11.96
1000	584.54	3.29e-7	91.02	496.92	526.71	3.00	496.92	634.94	2.82	496.92	634.94	19.23	496.92	634.94	11.03
500	499.80	444.99	100.00	496.04	492.78	3.00	496.04	501.09	3.00	-	-	-	-	-	-
250	427.50	8256.10	100.00	495.21	458.40	3.00	495.21	386.67	3.01	495.21	386.67	15.59	495.21	386.67	9.30
100	341.73	7271.94	100.00	494.38	383.49	2.04	494.38	255.64	3.39	494.38	255.64	20.52	494.38	255.64	11.95
50	527.30	227.84	2.67	493.98	298.79	2.48	493.98	173.36	3.71	493.98	173.36	24.99	493.98	173.36	14.35
25	521.15	147.51	3.36	493.74	206.45	3.09	493.74	111.11	4.05	-	-	-	-	-	-
10	510.87	72.16	4.13	493.58	107.52	3.82	493.58	56.66	4.45	-	-	-	-	-	-
5	505.16	39.08	4.52	493.52	60.04	4.32	493.52	32.63	4.69	-	-	-	-	-	-
2.5	501.62	20.37	4.75	493.49	31.98	4.63	493.49	18.37	4.80	-	-	-	-	-	-
1	499.23	8.31	4.91	493.48	13.33	4.86	493.48	8.33	4.93	-	-	-	-	-	-
0.5	498.37	4.13	4.96	493.47	6.76	4.95	493.47	4.51	4.98	-	-	-	-	-	-

**Tabla 8:** Parámetros de los modelos equivalentes de dos capas horizontales obtenidos para suelos originales de tres capas de estudio de sensibilidad de  $\rho_2$ , para  $\rho_1 = \rho_3 = 500 \Omega$  m y  $h_1 = h_2 = 5$  m.

$\rho_{2teorico}$ [ $\Omega$ m]	Metodo matemático			Método gráfico Sunde			Método gráfico alternativo								
	$\rho_1$ [ $\Omega$ m]	$\rho_2$ [ $\Omega$ m]	$h$ [m]	$\rho_1$ [ $\Omega$ m]	$\rho_2$ [ $\Omega$ m]	$h$ [m]	Primer valor de h encontrado			Segundo valor de h			Promedio de los valores de h		
							$\rho_1$ [ $\Omega$ m]	$\rho_2$ [ $\Omega$ m]	$h$ [m]	$\rho_1$ [ $\Omega$ m]	$\rho_2$ [ $\Omega$ m]	$h$ [m]	$\rho_1$ [ $\Omega$ m]	$\rho_2$ [ $\Omega$ m]	$h$ [m]
500000	313.36	9951885.79	37.84	494.01	614.42	21.89	494.01	213.48	3.37	494.01	213.48	13.62	494.01	213.48	8.49
250000	313.21	9953196.18	37.80	494.01	618.73	21.99	494.01	213.42	3.37	494.01	213.42	13.63	494.01	213.42	8.50
100000	313.12	9946318.72	37.91	494.01	619.21	22.07	494.01	213.49	3.37	494.01	213.49	13.66	494.01	213.49	8.51
50000	312.97	9933366.61	38.15	494.00	616.15	22.15	494.00	213.04	3.37	494.00	213.04	13.69	494.00	213.04	8.53
25000	312.79	9997781.86	38.65	494.01	608.69	22.27	494.01	212.62	3.37	494.01	212.62	13.77	494.01	212.62	8.57
10000	312.20	9894926.70	40.15	494.02	587.42	22.61	494.02	211.45	3.33	494.02	211.45	12.88	494.02	211.45	8.10
5000	311.13	9785418.12	42.64	494.01	556.34	24.39	494.01	209.60	3.40	494.01	209.60	14.40	494.01	209.60	8.90
2500	308.75	9382128.68	47.81	494.00	505.49	3.00	494.00	204.52	3.44	494.00	204.52	15.16	494.00	204.52	9.30
1000	300.77	9792948.00	69.16	494.00	400.58	1.70	494.00	190.75	3.56	494.00	190.75	17.77	494.00	190.75	10.67
500	527.30	227.84	2.67	493.98	298.80	2.48	493.98	173.36	3.71	493.98	173.36	24.99	493.98	173.36	14.35
250	515.80	164.43	3.52	493.96	196.97	3.40	493.96	146.01	3.97	-	-	-	-	-	-
100	502.62	88.49	4.55	493.92	95.17	4.49	493.92	93.09	4.52	-	-	-	-	-	-
50	497.43	49.76	5.03	493.90	50.20	5.04	493.90	50.20	5.04	-	-	-	-	-	-
25	495.30	26.74	5.27	493.87	25.58	5.32	493.87	25.58	5.32	-	-	-	-	-	-
10	494.49	11.68	5.40	493.85	10.30	5.46	493.85	10.30	5.49	-	-	-	-	-	-
5	494.34	6.46	5.44	493.83	5.16	5.49	493.83	5.16	5.53	-	-	-	-	-	-
2.5	494.30	3.82	5.46	493.82	2.63	5.51	493.82	2.63	5.55	-	-	-	-	-	-
1	494.28	2.22	5.47	493.82	1.04	5.52	493.82	1.04	5.59	-	-	-	-	-	-
0.5	494.28	1.68	5.47	493.84	0.53	5.56	493.84	0.53	5.59	-	-	-	-	-	-

**Tabla 9:** Parámetros de los modelos equivalentes de dos capas horizontales obtenidos para suelos originales de tres capas de estudio de sensibilidad de  $\rho_3$ , para  $\rho_1 = 500 \Omega$  m,  $\rho_2 = 50 \Omega$  m y  $h_1 = h_2 = 5$  m.

$h_{1teorico}$ [ $\Omega$ m]	Metodo matemático			Método gráfico Sunde			Método gráfico alternativo								
	$\rho_1$ [ $\Omega$ m]	$\rho_2$ [ $\Omega$ m]	$h$ [m]	$\rho_1$ [ $\Omega$ m]	$\rho_2$ [ $\Omega$ m]	$h$ [m]	Primer valor de h encontrado			Segundo valor de h			Promedio de los valores de h		
							$\rho_1$ [ $\Omega$ m]	$\rho_2$ [ $\Omega$ m]	$h$ [m]	$\rho_1$ [ $\Omega$ m]	$\rho_2$ [ $\Omega$ m]	$h$ [m]	$\rho_1$ [ $\Omega$ m]	$\rho_2$ [ $\Omega$ m]	$h$ [m]
0.2	52.23	504.63	5.29	56.94	314.57	4.50	56.94	314.57	4.50	-	-	-	-	-	-
0.5	78.56	548.56	8.67	165.24	313.12	12.11	165.24	313.12	12.11	165.24	313.12	7.73	165.24	313.12	9.92
0.8	106.89	624.69	13.19	302.06	312.43	3.00	302.06	67.75	0.97	302.06	67.75	9.46	302.06	67.75	5.22
1	123.32	693.53	16.47	362.00	311.00	0.58	362.00	74.00	1.06	362.00	74.00	12.60	362.00	74.00	6.83
1.5	156.23	1194.32	26.37	438.52	310.76	0.75	438.52	88.78	1.45	438.52	88.78	14.95	438.52	88.78	8.20
2	183.51	7831812.39	41.30	467.90	309.94	0.96	467.90	103.72	1.79	467.90	103.72	18.46	467.90	103.72	10.13
3	225.13	9692901.93	60.95	486.85	307.54	1.43	486.85	130.37	2.46	486.85	130.37	24.99	486.85	130.37	13.72
5	527.29	227.79	2.67	493.98	298.80	2.48	493.98	173.36	3.71	-	-	-	-	-	-
8	514.95	241.31	4.72	495.76	294.80	4.19	495.76	220.43	5.38	-	-	-	-	-	-
10	511.64	248.87	6.08	496.08	297.04	5.35	496.08	244.34	6.55	-	-	-	-	-	-
15	505.16	265.39	9.77	495.72	298.59	8.63	495.72	288.00	8.98	-	-	-	-	-	-
20	501.73	278.41	13.94	495.98	318.83	11.47	495.98	318.63	11.48	-	-	-	-	-	-
30	500.09	301.75	22.30	496.27	374.76	14.88	496.27	374.08	14.93	-	-	-	-	-	-
50	499.29	323.72	40.89	496.23	444.90	18.85	496.23	444.90	18.85	-	-	-	-	-	-
100	499.39	327.98	100.00	496.10	492.06	3.00	496.10	500.24	3.00	-	-	-	-	-	-
250	421.08	499.51	0.10	496.14	499.55	3.00	496.14	501.10	3.00	-	-	-	-	-	-

**Tabla 10:** Parámetros de los modelos equivalentes de dos capas horizontales obtenidos para suelos originales de tres capas de estudio de sensibilidad de  $h_1$ , para  $\rho_1 = \rho_3 = 500 \Omega$  m,  $\rho_2 = 50 \Omega$  m y  $h_2 = 5$  m.

$h_{2teorico}$ [Ω m]	Metodo matemático			Método gráfico Sunde			Método gráfico alternativo								
	$\rho_1$ [Ω m]	$\rho_2$ [Ω m]	$h$ [m]	$\rho_1$ [Ω m]	$\rho_2$ [Ω m]	$h$ [m]	Primer valor de h encontrado			Segundo valor de h			Promedio de los valores de h		
							$\rho_1$ [Ω m]	$\rho_2$ [Ω m]	$h$ [m]	$\rho_1$ [Ω m]	$\rho_2$ [Ω m]	$h$ [m]	$\rho_1$ [Ω m]	$\rho_2$ [Ω m]	$h$ [m]
0.2	469.08	549.98	34.38	495.52	492.82	3.00	495.52	453.83	3.00	-	-	-	-	-	-
0.5	436.29	740.35	48.93	495.10	479.87	3.00	495.10	401.86	2.58	495.10	401.86	13.54	495.10	401.86	8.06
0.8	411.14	9933173.59	83.47	495.03	465.64	3.00	495.03	362.80	2.69	495.03	362.80	13.31	495.03	362.80	8.00
1	397.16	9924082.17	81.38	494.61	456.89	3.00	494.61	341.28	2.79	494.61	341.28	13.83	494.61	341.28	8.31
1.5	369.55	9972779.01	80.87	494.49	432.74	1.59	494.49	299.25	2.96	494.49	299.25	15.10	494.49	299.25	9.03
2	349.06	9035257.66	85.47	493.93	408.31	1.82	493.93	268.77	3.15	493.93	268.77	18.21	493.93	268.77	10.68
3	320.13	5115.85	100.00	494.09	367.17	2.04	494.09	225.35	3.33	494.09	225.35	18.44	494.09	225.35	10.89
5	527.29	227.84	2.67	493.98	298.79	2.48	493.98	173.36	3.71	493.98	173.36	24.99	493.98	173.36	14.35
8	522.76	174.31	3.22	493.98	239.79	2.96	493.98	133.85	3.99	-	-	-	-	-	-
10	519.60	151.08	3.49	493.94	210.53	3.18	493.94	117.26	4.16	-	-	-	-	-	-
15	513.53	114.65	3.96	493.91	161.58	3.58	493.91	93.61	4.42	-	-	-	-	-	-
20	509.40	94.06	4.26	493.91	131.53	3.88	493.91	80.93	4.60	-	-	-	-	-	-
30	504.39	72.89	4.60	493.91	97.35	4.32	493.91	68.23	4.77	-	-	-	-	-	-
50	500.40	58.11	4.86	493.90	69.51	4.74	493.90	58.93	4.90	-	-	-	-	-	-
100	498.37	51.42	4.98	493.90	54.58	4.97	493.90	53.50	4.98	-	-	-	-	-	-
250	497.98	50.09	5.01	493.94	51.24	5.02	493.94	51.24	5.02	-	-	-	-	-	-

**Tabla 11:** Parámetros de los modelos equivalentes de dos capas horizontales obtenidos para suelos originales de tres capas de estudio de sensibilidad de  $h_2$ , para  $\rho_1 = \rho_3 = 500 \Omega m$ ,  $\rho_2 = 50 \Omega m$  y  $h_1 = 5 m$ .

Dado que los parámetros entre suelos de dos y tres capas no tienen la misma significancia física, no se realiza una comparación directa entre los parámetros estimados y los valores reales del suelo original.

Aunque los valores estimados por cada método pueden diferir considerablemente entre sí, estas diferencias no implican necesariamente una mayor o menor calidad del modelo. Esto se debe a que distintos conjuntos de parámetros pueden reproducir con buena fidelidad la respuesta eléctrica global del sistema, incluso si no reflejan con precisión la configuración física real del terreno. Por ello, la evaluación de los modelos debe centrarse en su capacidad para replicar adecuadamente las mediciones de potencial eléctrico, más allá de la coincidencia exacta de los parámetros internos.

### 4.3. Simulación de modelos de suelos

En esta sección se presentan los resultados de las simulaciones realizadas sobre los modelos de suelos generados a partir de los distintos métodos de ajuste, específicamente el método analítico y el método gráfico de Sunde. Estos resultados se contrastan con las simulaciones de los suelos originales, que actúan como referencia.

Para cada estudio de sensibilidad realizado, se incluyen gráficos comparativos que muestran las curvas de resistividad aparente obtenidas por cada método en relación con las curvas de los suelos reales. No obstante, con el fin de mantener la claridad y legibilidad de la información, no se presentan todas las curvas simuladas. En su lugar, se seleccionan casos representativos dentro de cada análisis de sensibilidad, considerando valores extremos (mínimos y máximos) así como valores intermedios. Esta estrategia permite visualizar con mayor claridad los rangos de parámetros en los cuales los modelos ofrecen un mejor ajuste.

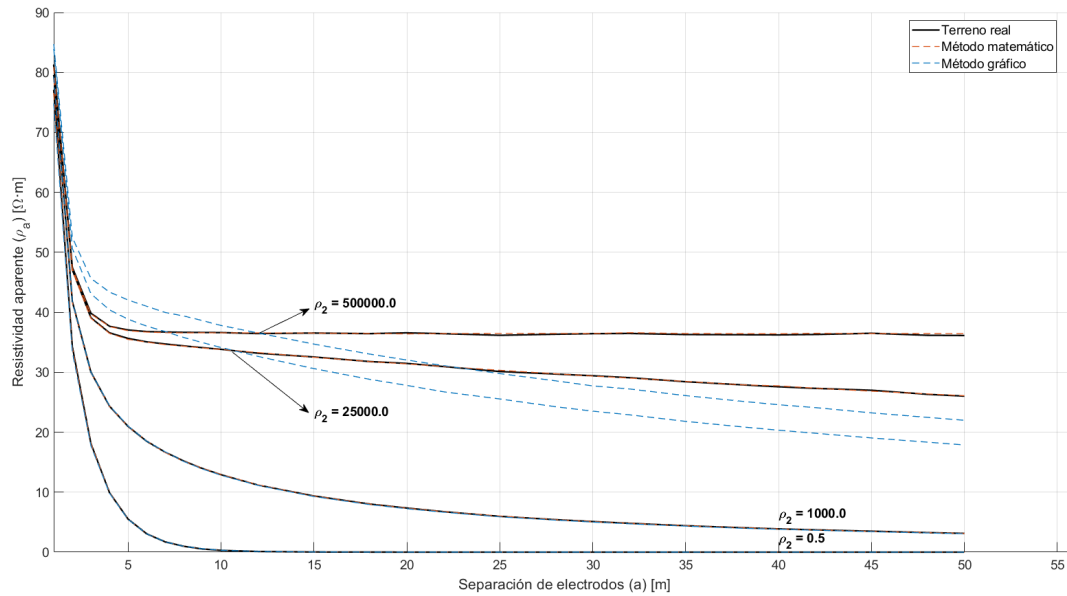
En la sección siguiente se analizará cuantitativamente el desempeño de cada modelo frente a los datos de referencia mediante el cálculo del RMSE. Esto permitirá evaluar de manera objetiva cuál de los modelos logra un ajuste más preciso y en qué condiciones lo hace. Por tanto, los resultados aquí presentados ofrecen una primera aproximación visual al comportamiento de los modelos propuestos.

#### 4.3.1. Modelos de suelos de dos capas obtenidos a partir de suelos originales de dos capas

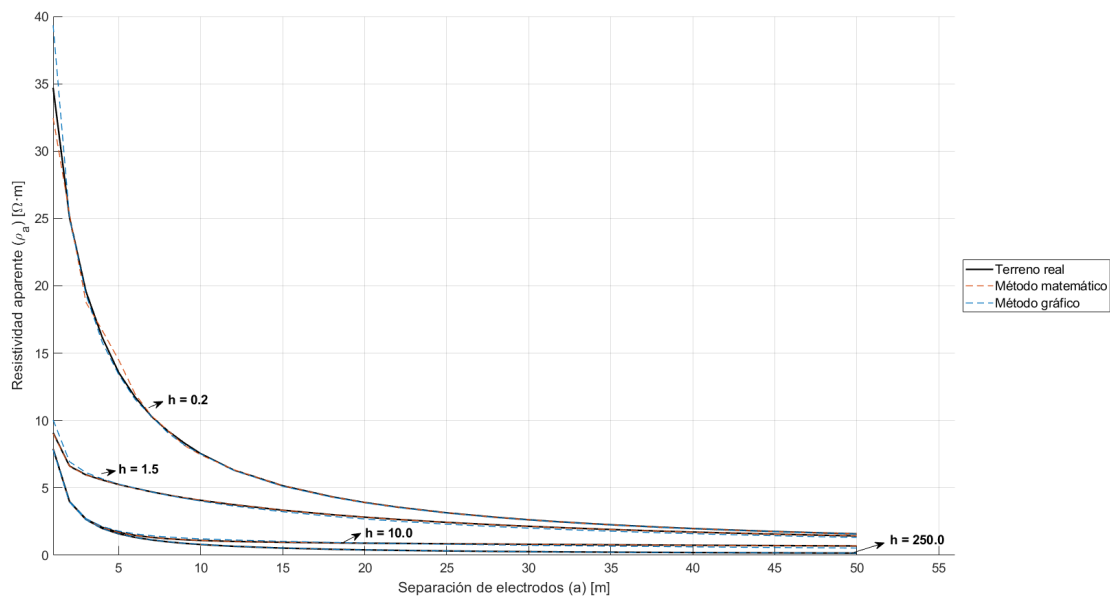
A continuación se presentan los gráficos correspondientes a la simulación de los modelos equivalentes de suelo de dos capas, obtenidos a partir del ajuste realizado sobre suelos originales de igual configuración. En cada caso, se comparan las curvas de potencial eléctrico simuladas mediante el método de Wenner para los modelos generados por el método analítico y el método gráfico de Sunde, junto con las curvas obtenidas directamente del suelo original simulado. Para los estudios de sensibilidad respecto a  $\rho_2$  y  $h$ , se han seleccionado curvas representativas que abarcan los valores extremos y dos puntos intermedios del conjunto de datos, lo que permite visualizar el grado de ajuste alcanzado por cada método en diversos escenarios.

En la Figura 22, correspondiente al análisis de sensibilidad de  $\rho_2$ , se observa que el método analítico ofrece un desempeño sobresaliente en todo el rango de valores estudiado, reproduciendo con gran fidelidad la curva de potencial del suelo original. Por su parte, el método gráfico de Sunde entrega resultados comparables en los casos donde  $\rho_2$  es igual o menor que  $\rho_1$ , logrando una buena coincidencia con la curva de referencia. No obstante, cuando  $\rho_2$  supera ampliamente a  $\rho_1$ , el ajuste se torna menos preciso, evidenciándose una subestimación del potencial en separaciones mayores de electrodos. Este efecto se intensifica conforme aumenta la razón de resistividades, y se relaciona con las limitaciones inherentes del enfoque gráfico para captar el comportamiento asintótico de la curva en presencia de fuertes contrastes de resistividad.

En cuanto al análisis de sensibilidad respecto a la altura de la capa superficial ( $h$ ), mostrado en la Figura 23, ambos métodos logran reproducir adecuadamente la tendencia general del potencial eléctrico en todos los escenarios considerados. Tanto para valores bajos como altos de  $h$ , las curvas simuladas por los modelos se ajustan con gran precisión a los datos del suelo original. Para valores intermedios de  $h$ , las discrepancias observadas son menores y se concentran en tramos específicos de la curva, sin afectar significativamente el comportamiento global del ajuste.



**Figura 22:** Comparación de conjunto de curvas de potencial eléctrico obtenidas mediante el método de Wenner, donde cada conjunto incluye: una curva de referencia correspondiente al suelo original de dos capas del estudio de sensibilidad de  $\rho_2$  con  $\rho_1 = 500 \Omega m$  y  $h = 5 m$ , y dos curvas correspondientes a los modelos de suelo.



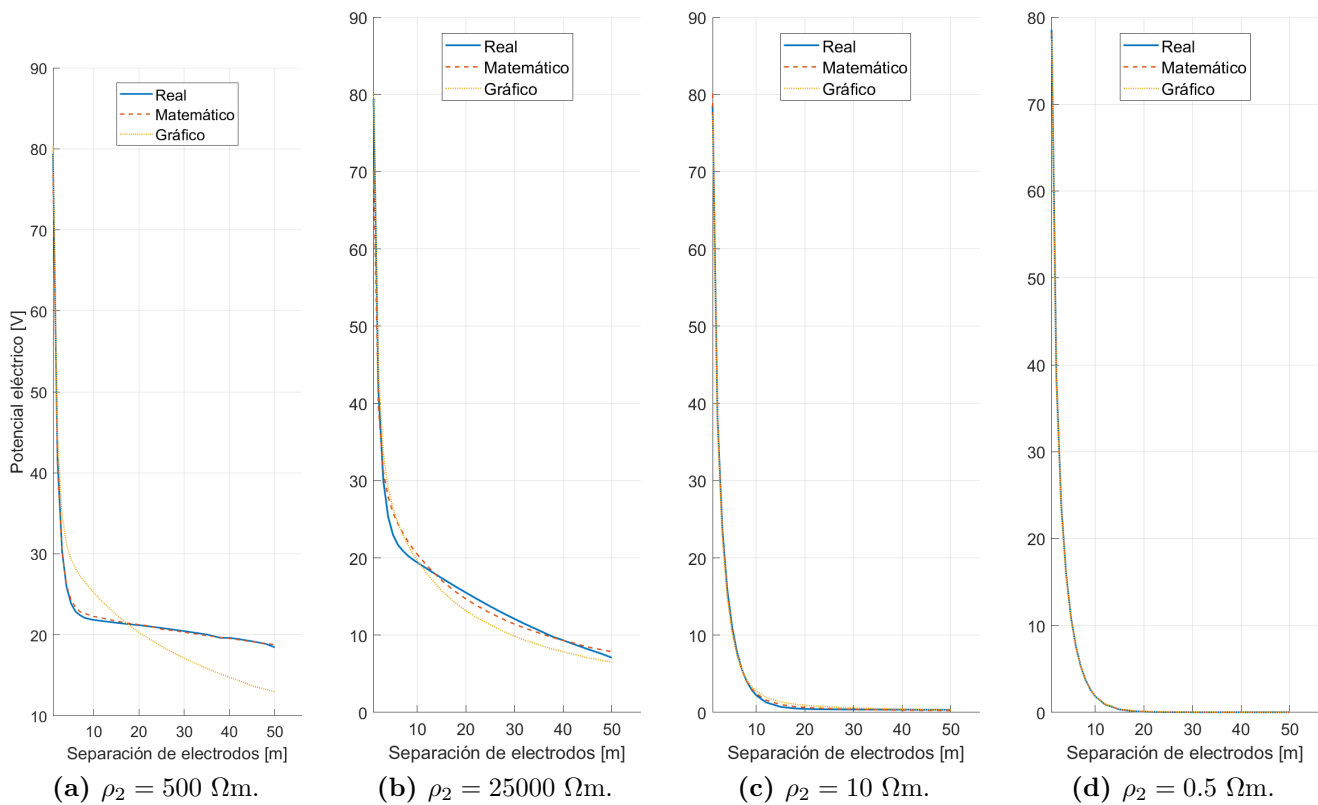
**Figura 23:** Comparación de conjunto de curvas de potencial eléctrico obtenidas mediante el método de Wenner, donde cada conjunto incluye: una curva de referencia correspondiente al suelo original de dos capas del estudio de sensibilidad de  $h$  con  $\rho_1 = 50 \Omega m$  y  $\rho_2 = 500 \Omega m$ , y dos curvas correspondientes a los modelos de suelo.

### 4.3.2. Modelos de suelos de dos capas obtenidos a partir de suelos originales de tres capas

Se presentan los gráficos correspondientes a la simulación de los modelos equivalentes de dos capas ajustados a partir de suelos originales de tres capas. En estos se comparan las curvas de potencial eléctrico obtenidas mediante los diferentes métodos de ajuste (método analítico y método gráfico de Sunde) con las curvas simuladas de los suelos originales.

Para el método gráfico alternativo se dedicará una sección de manera separada, en la cual se estudiará la influencia de los distintos valores de  $h$  y si existe alguna tendencia respecto a cuál de ellos entrega mejores resultados.

Para cada estudio de sensibilidad ( $\rho_2$ ,  $\rho_3$ ,  $h_1$  y  $h_2$ ), se seleccionan curvas representativas del conjunto de suelos analizados, considerando los valores extremos y valores intermedios, con el objetivo de visualizar el grado de ajuste alcanzado por cada método en distintos escenarios.

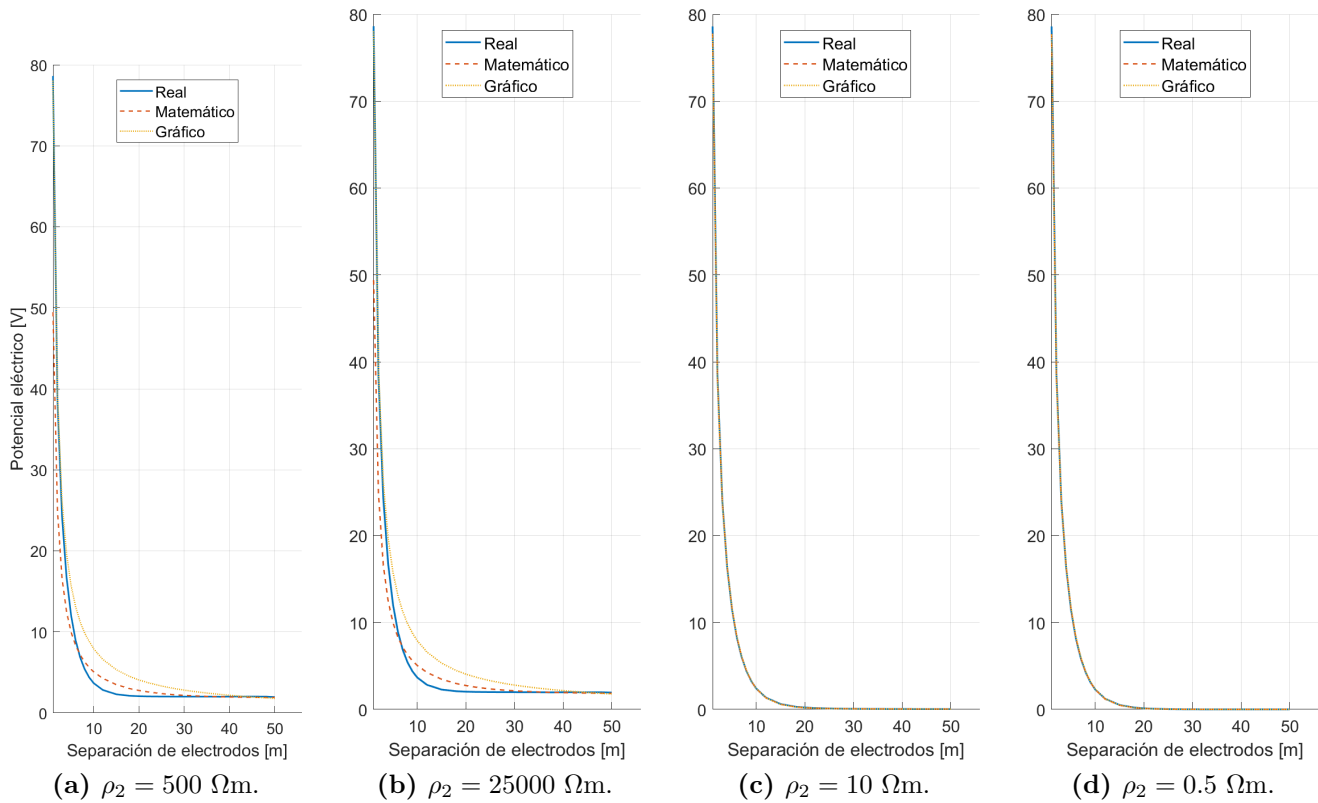


**Figura 24:** Comparación de conjunto de curvas de potencial eléctrico obtenidas mediante el método de Wenner, donde cada conjunto incluye: una curva de referencia correspondiente al suelo original de tres capas del estudio de sensibilidad de  $\rho_2$  con  $\rho_1 = \rho_3 = 500 \Omega\text{m}$  y  $h_1 = h_2 = 5 \text{ m}$ , y dos curvas correspondientes a los modelos de suelo.

En la Figura 24, correspondiente al análisis de sensibilidad sobre  $\rho_2$ , se observa que cuando  $\rho_2$  es menor que  $\rho_1$ , ambos modelos logran capturar adecuadamente la forma general de la curva del suelo original. Sin embargo, a medida que el valor de  $\rho_2$  aumenta, ambos métodos presentan mayores desviaciones respecto a la curva real, especialmente en el tramo de grandes separaciones de electrodos. Es especialmente notorio que el método gráfico aumenta considerablemente su

desviación conforme crece el valor de  $\rho_2$ . Por su parte, el método analítico ofrece un ajuste más consistente en general, aunque en algunas configuraciones subestima el valor inicial de potencial eléctrico.

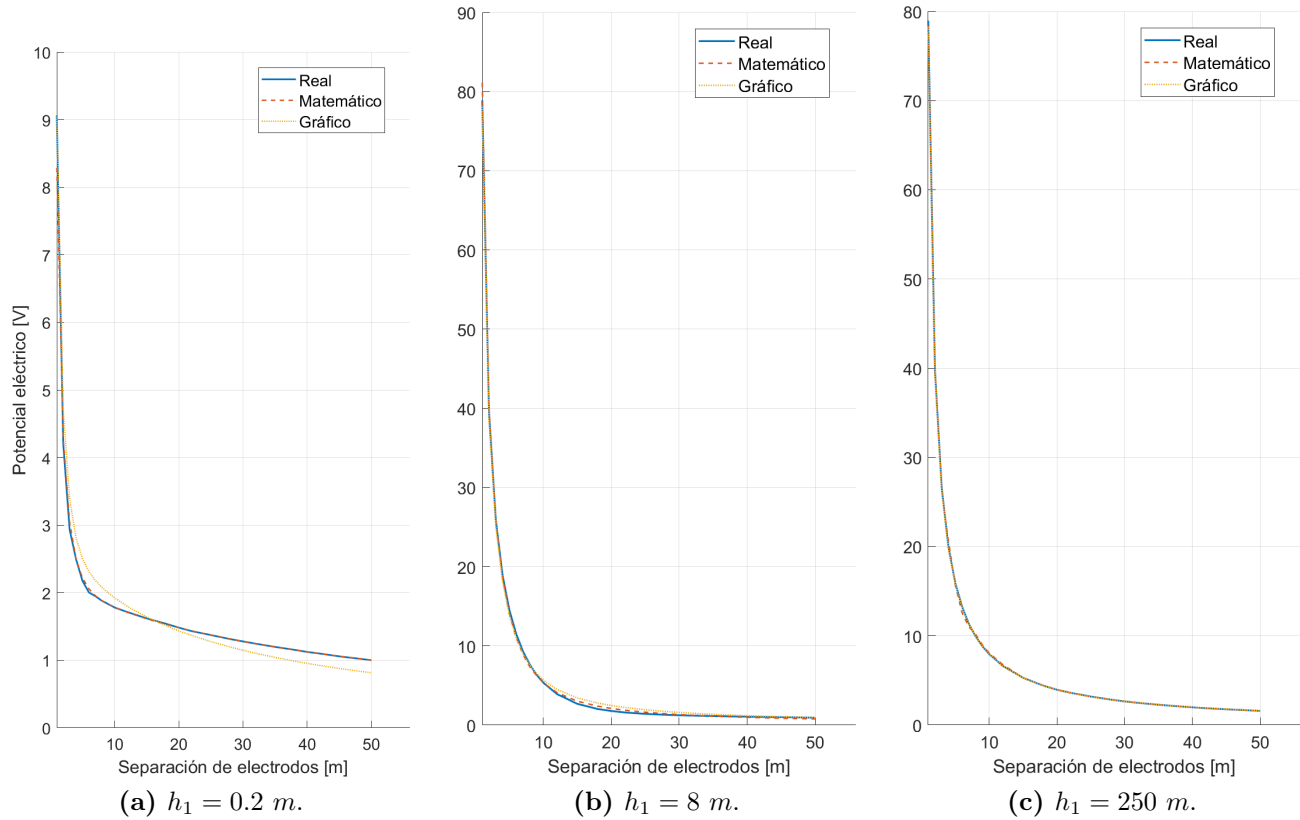
En la Figura 25, correspondiente al estudio de sensibilidad del parámetro  $\rho_3$ , se aprecia una buena concordancia entre los modelos y el suelo real cuando  $\rho_3$  toma valores bajos. Sin embargo, con valores elevados de  $\rho_3$ , el modelo analítico tiende a subestimar los potenciales, sobre todo en la parte inicial de la curva. El método gráfico, en cambio, mantiene una mayor estabilidad a lo largo del rango, aunque tampoco consigue un ajuste preciso en los extremos. La mayor discrepancia entre ambos métodos y el suelo original ocurre para los valores máximos de  $\rho_3$ , donde ninguna de las aproximaciones logra reproducir fielmente la curva simulada, aunque sí conservan la tendencia general del comportamiento eléctrico.



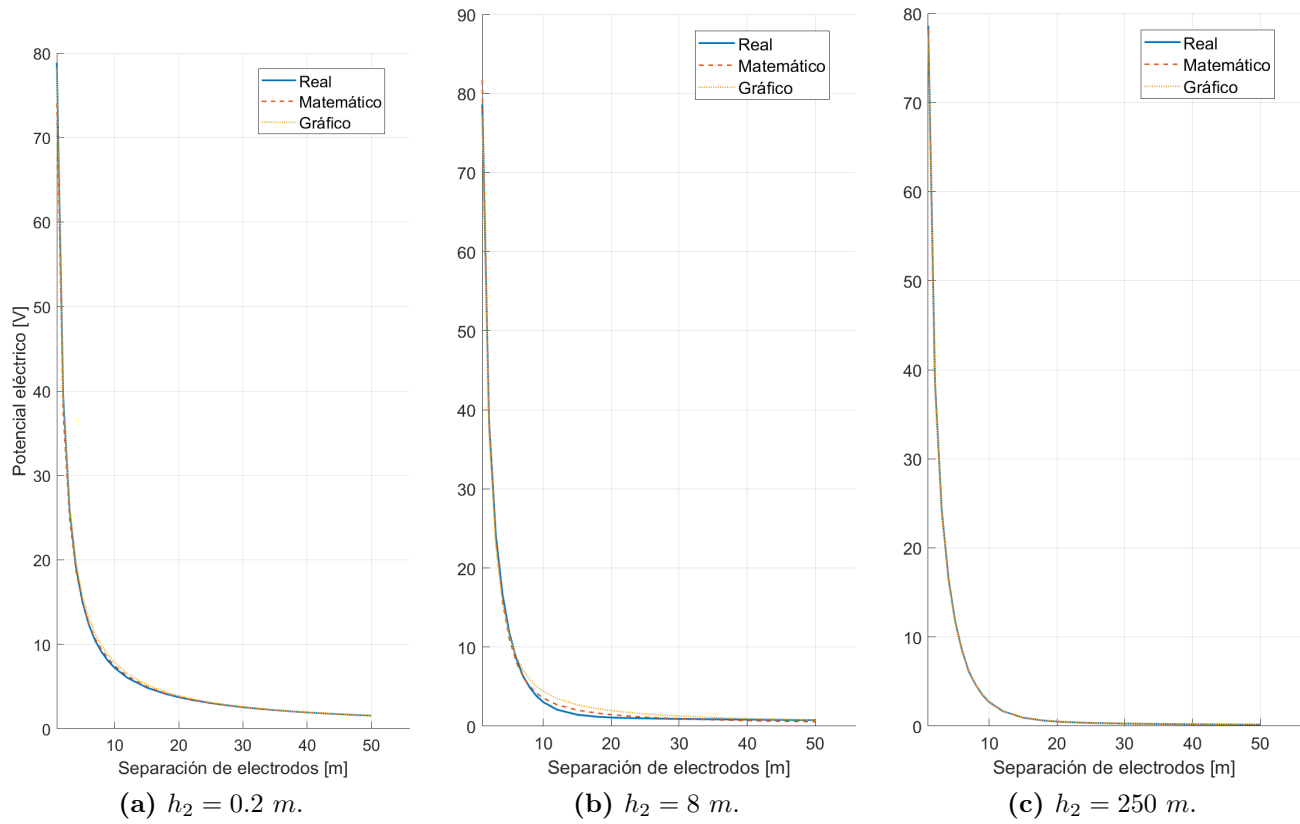
**Figura 25:** Comparación de conjunto de curvas de potencial eléctrico obtenidas mediante el método de Wenner, donde cada conjunto incluye: una curva de referencia correspondiente al suelo original de tres capas del estudio de sensibilidad de  $\rho_3$  con  $\rho_1 = 500 \Omega\text{m}$ ,  $\rho_2 = 50 \Omega\text{m}$  y  $h_1 = h_2 = 5 \text{ m}$ , y dos curvas correspondientes a los modelos de suelo.

En la Figura 26, correspondiente al análisis de  $h_1$ , el método gráfico muestra ligeras subestimaciones o sobreestimaciones en los potenciales simulados cuando  $h_1$  es pequeño, pero logra mantener la tendencia global de la curva. El método analítico, en cambio, tiende a subestimar el potencial en pequeñas separaciones de electrodos para valores bajos de  $h_1$ . A medida que  $h_1$  toma valores intermedios o altos, ambos métodos muestran un muy buen ajuste, evidenciando su capacidad para reproducir el comportamiento del suelo de forma precisa en estos casos.

Por último, la Figura 27 muestra que, para valores reducidos de  $h_2$ , los dos modelos reproducen adecuadamente la forma general de la curva, con pequeñas diferencias en la zona de inflexión. En valores intermedios, los dos modelos continúan conservando la tendencia general de la curva de potencial, aunque persisten diferencias en el codo. Finalmente, para valores grandes de  $h_2$ , ambos métodos alcanzan un alto nivel de concordancia con la curva del suelo original, lo que demuestra su robustez en condiciones donde la segunda capa tiene un espesor considerable.



**Figura 26:** Comparación de conjunto de curvas de potencial eléctrico obtenidas mediante el método de Wenner, donde cada conjunto incluye: una curva de referencia correspondiente al suelo original de tres capas del estudio de sensibilidad de  $h_1$  con  $\rho_1 = \rho_3 = 500 \Omega\text{m}$ ,  $\rho_2 = 50 \Omega\text{m}$  y  $h_2 = 5 \text{ m}$ , y dos curvas correspondientes a los modelos de suelo.



**Figura 27:** Comparación de conjunto de curvas de potencial eléctrico obtenidas mediante el método de Wenner, donde cada conjunto incluye: una curva de referencia correspondiente al suelo original de tres capas del estudio de sensibilidad de  $h_2$  con  $\rho_1 = \rho_3 = 500 \Omega\text{m}$ ,  $\rho_2 = 50 \Omega\text{m}$  y  $h_1 = 5 \text{ m}$ , y dos curvas correspondientes a los modelos de suelo.

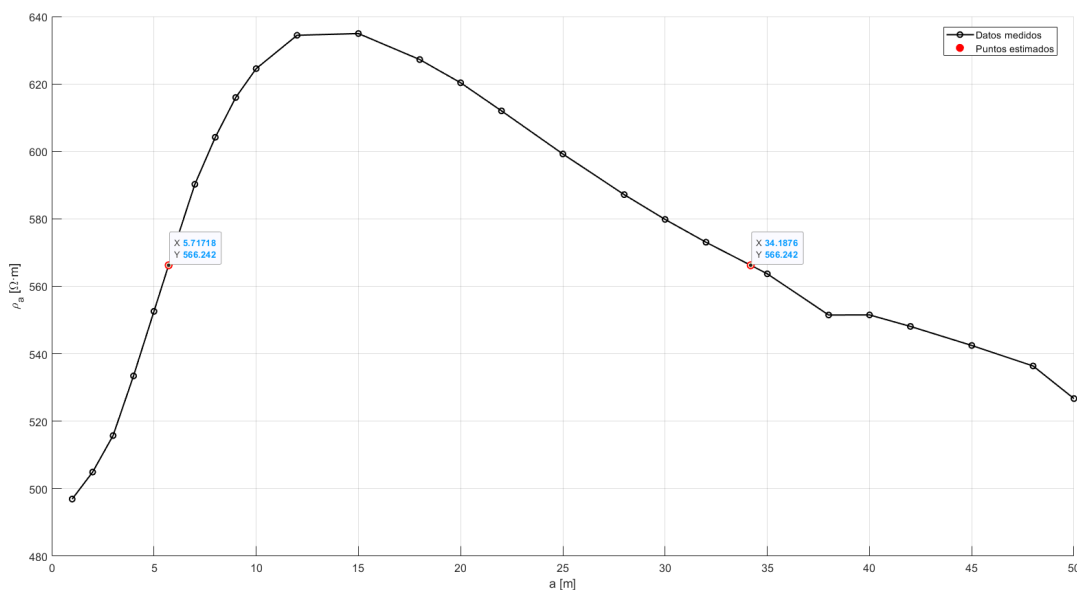
## 5. Análisis de resultados

En esta sección se aborda, en primer lugar, el desempeño particular del método gráfico alternativo y la resolución de ambigüedades. Posteriormente, se compara la precisión de los distintos métodos de ajuste al modelar suelos reales de dos y tres capas horizontales, evaluando su capacidad para reproducir la respuesta eléctrica del terreno. Luego se incorpora un análisis sobre el impacto de heterogeneidades en el suelo, como la presencia de volúmenes rocosos, en las mediciones y en la interpretación de resultados mediante el método de Wenner. Finalmente, se realiza un análisis visual de la forma de las curvas de resistividades aparentes para fundamentar una guía de decisión en la selección del método de ajuste para obtener modelos de suelos.

Los resultados presentados en esta sección constituyen la base para la discusión y las recomendaciones metodológicas finales.

### 5.1. Método gráfico alternativo

En esta sección se analizan los resultados obtenidos mediante el método gráfico alternativo, previamente descrito en la Sección 3.5.3. Este procedimiento se basa en identificar los valores de resistividad más característicos de la curva medida (el valor inicial y el valor más diferente respecto al primero), generar la curva teórica de Sunde correspondiente y determinar el espesor equivalente de la capa a partir de la región de máxima pendiente de la curva adimensional. En ciertos casos, el procedimiento puede arrojar dos valores posibles de  $h$  para un mismo suelo, debido a que la curva presenta una forma en “V”.



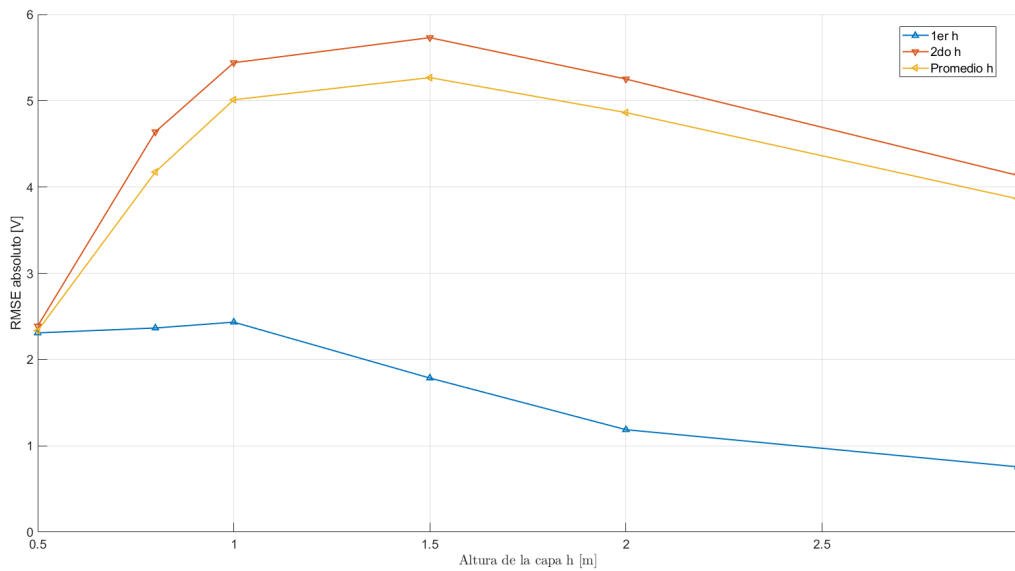
**Figura 28:** Ejemplo del método gráfico alternativo aplicado a un suelo de tres capas. Se observan dos valores de separación de electrodos  $a$  que satisfacen el criterio del método, generando dos posibles soluciones para  $h$ .

En la Figura 28 se observa cómo la forma de la curva permite identificar dos valores de  $a$  que

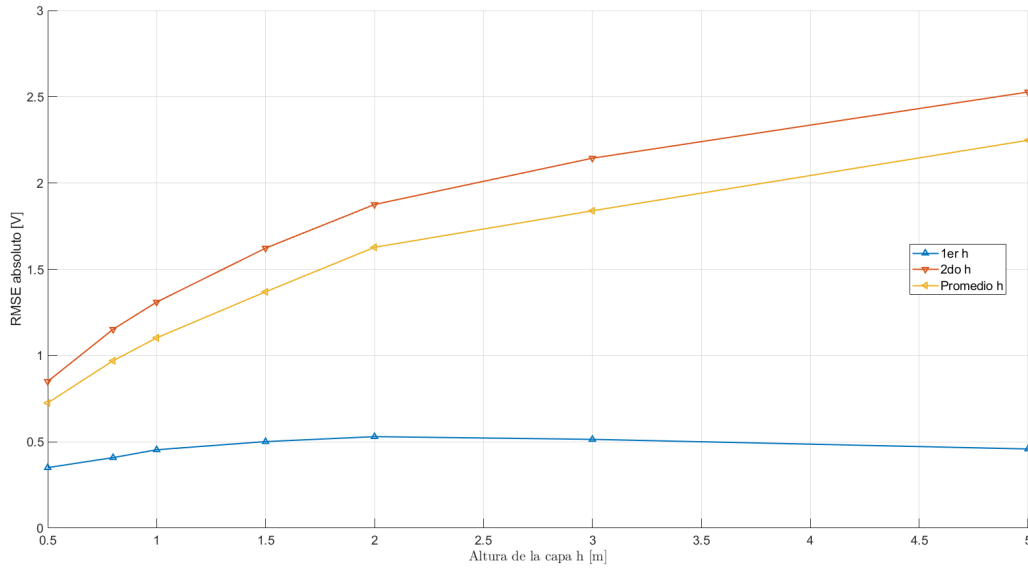
satisfacen el valor de  $\rho_a$  previamente calculado, generando dos soluciones para el espesor  $h$ . Esta situación se presenta principalmente en suelos cuya curva no es monótona.

Dado que se obtienen múltiples valores de  $h$ , es necesario determinar cuál de ellos entrega una mejor aproximación a los resultados reales. Para ello, se analiza el error absoluto (RMSE) obtenido al comparar la respuesta en potencial eléctrico medida por los electrodos al aplicar el método de Wenner a los modelos de suelo generados, considerando como referencia los valores obtenidos en los suelos originales.

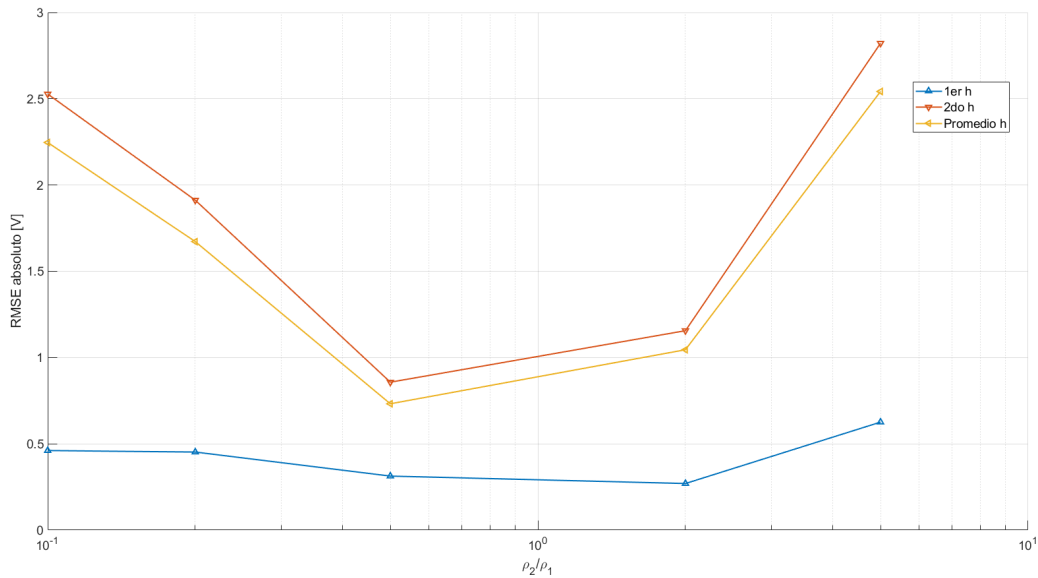
A continuación, se presentan los valores de RMSE del potencial eléctrico calculados para los modelos de suelo obtenidos mediante el método gráfico alternativo, considerando únicamente aquellos casos en que se identificaron múltiples valores de  $h$ . Se incluye una figura para cada estudio de sensibilidad realizado, donde se presenta el error obtenido al utilizar el primer valor de  $h$ , el segundo valor y el promedio de ambos.



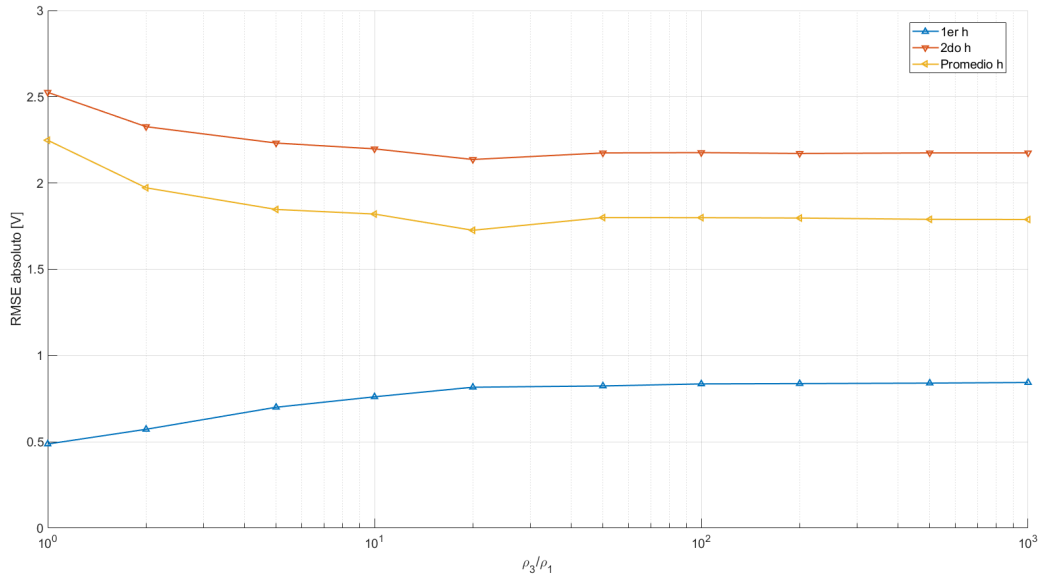
**Figura 29:** Error absoluto (RMSE) del potencial eléctrico obtenido por los modelos de suelo al aplicar el método gráfico alternativo, en el estudio de sensibilidad de  $h_1$  para suelos de tres capas que presentan múltiples valores de  $h$ .



**Figura 30:** Error absoluto (RMSE) del potencial eléctrico obtenido por los modelos de suelo al aplicar el método gráfico alternativo, en el estudio de sensibilidad de  $h_2$  para suelos de tres capas que presentan múltiples valores de  $h$ .



**Figura 31:** Error absoluto (RMSE) del potencial eléctrico obtenido por los modelos de suelo al aplicar el método gráfico alternativo, en el estudio de sensibilidad de  $\rho_2$  para suelos de tres capas que presentan múltiples valores de  $h$ .



**Figura 32:** Error absoluto (RMSE) del potencial eléctrico obtenido por los modelos de suelo al aplicar el método gráfico alternativo, en el estudio de sensibilidad de  $\rho_3$  para suelos de tres capas que presentan múltiples valores de  $h$ .

En todos los estudios realizados, el menor error absoluto (RMSE) se obtiene sistemáticamente al utilizar el primer valor de  $h$  identificado por el método gráfico alternativo. Tanto el segundo valor de  $h$  como el promedio entre ambos presentan errores absolutos consistentemente mayores. Esta tendencia se observa independientemente del parámetro de sensibilidad considerado, ya sea  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $\rho_2/\rho_1$  o  $\rho_3/\rho_1$ .

## 5.2. Comparación de métodos de modelado

En esta sección se presenta una comparación cuantitativa del desempeño de los distintos métodos de ajuste (método matemático, método gráfico de Sunde y método gráfico alternativo, cuando corresponde), a partir del error absoluto (RMSE) y relativo (RMSE%) del potencial eléctrico calculado respecto a los suelos reales simulados.

Primero, se presentan los resultados para los suelos originales de dos capas, evaluando el error asociado a cada método de ajuste. Luego, se analizan los resultados obtenidos asociados a los suelos originales de tres capas, incorporando también el método gráfico alternativo.

### 5.2.1. Resultados para suelos originales de dos capas

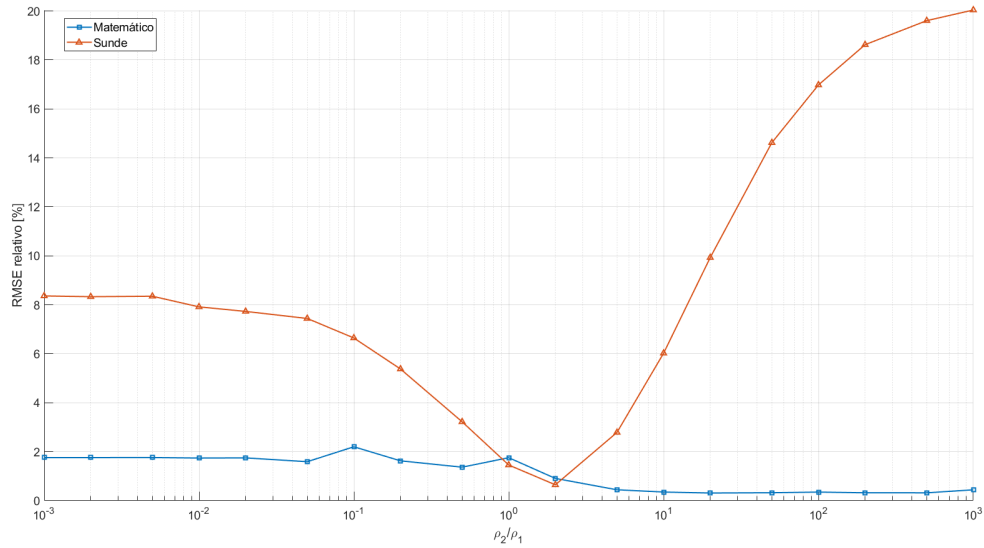
En las Tablas 12 y 13 se presentan los resultados obtenidos para los errores absolutos y relativos en el potencial eléctrico para cada estudio de sensibilidad realizado, comparando los métodos matemático y gráfico de Sunde. Para facilitar el análisis visual y comparar el desempeño de cada método, en las Figuras 33 y 34 se muestra el error relativo (RMSE%) en función de los parámetros de estudio.

$\rho_2/\rho_1$	RMSE Absoluto [V]		RMSE relativo [%]	
	Matemático	Sunde	Matemático	Sunde
0.001	0.1027	0.4878	1.8	8.4
0.002	0.1029	0.4865	1.8	8.3
0.005	0.1034	0.4893	1.8	8.4
0.01	0.1027	0.4665	1.7	7.9
0.02	0.1042	0.4606	1.7	7.7
0.05	0.0981	0.4578	1.6	7.4
0.1	0.1425	0.4297	2.2	6.6
0.2	0.1151	0.3799	1.6	5.4
0.5	0.1185	0.2787	1.4	3.2
1	0.1896	0.1575	1.8	1.5
2	0.1276	0.0910	0.9	0.7
5	0.0883	0.5504	0.4	2.8
10	0.0876	1.4843	0.4	6.0
20	0.0922	2.9028	0.3	9.9
50	0.1109	4.9520	0.3	14.6
100	0.1280	6.1315	0.4	17.0
200	0.1217	6.9803	0.3	18.6
500	0.1244	7.5360	0.3	19.6
1000	0.1730	7.7733	0.4	20.0

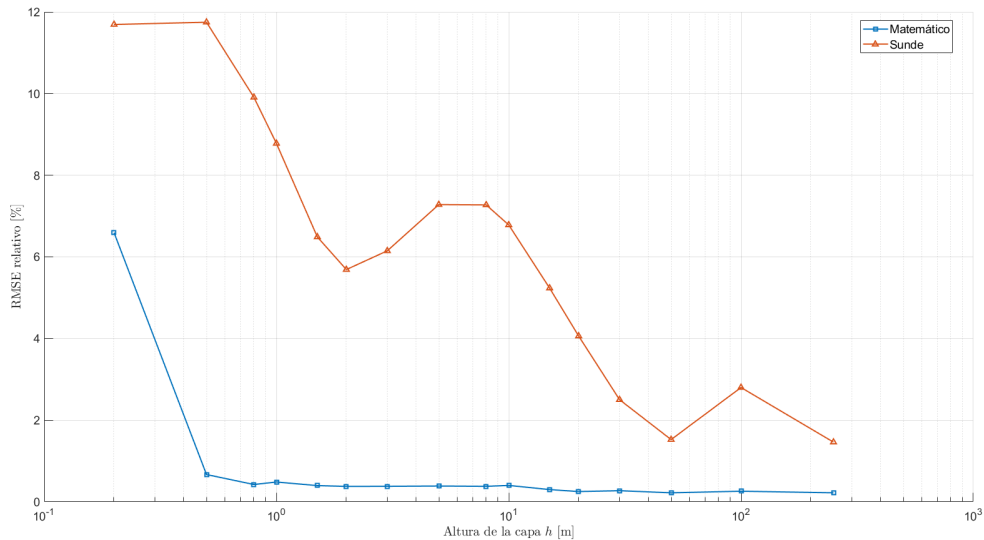
**Tabla 12:** Errores de potencial eléctrico para los distintos métodos de ajuste aplicados a los suelos originales de dos capas en estudio de sensibilidad de  $\rho_2$ , para  $\rho_1 = 500 \Omega\text{m}$  y  $h = 3 \text{ m}$ .

Altura Capa [m]	RMSE Absoluto [V]		RMSE relativo [%]	
	Matemático	Sunde	Matemático	Sunde
0.2	0.5168	0.9165	6.6	11.7
0.5	0.0386	0.6787	0.7	11.7
0.8	0.0201	0.4687	0.4	9.9
1	0.0207	0.3746	0.5	8.8
1.5	0.0139	0.2272	0.4	6.5
2	0.0114	0.1724	0.4	5.7
3	0.0094	0.1515	0.4	6.1
5	0.0074	0.1397	0.4	7.3
8	0.0060	0.1143	0.4	7.3
10	0.0058	0.0984	0.4	6.8
15	0.0039	0.0675	0.3	5.2
20	0.0031	0.0493	0.3	4.1
30	0.0031	0.0286	0.3	2.5
50	0.0024	0.0168	0.2	1.5
100	0.0028	0.0303	0.3	2.8
250	0.0024	0.0158	0.2	1.5

**Tabla 13:** Errores de potencial eléctrico para los distintos métodos de ajuste aplicados a los suelos originales de dos capas en estudio de sensibilidad de  $h$ , para  $\rho_1 = 50 \Omega\text{m}$  y  $\rho_2 = 500 \Omega\text{m}$ .



**Figura 33:** RMSE relativo (%) del potencial eléctrico para los distintos métodos de ajuste aplicados a suelos reales de dos capas en estudio de sensibilidad de  $\rho_2$ .



**Figura 34:** RMSE relativo (%) del potencial eléctrico para los distintos métodos de ajuste aplicados a suelos reales de dos capas en estudio de sensibilidad de  $h$ .

### Análisis de los errores para suelos originales de dos capas

El análisis de los errores absolutos y relativos obtenidos en el potencial eléctrico para los distintos métodos de ajuste revela tendencias claras según el parámetro de sensibilidad considerado. En el estudio de sensibilidad sobre  $\rho_2$  (Tabla 12 y Figura 33), el método matemático demuestra un desempeño notablemente superior, manteniendo errores absolutos y relativos consistentemente

bajos en todo el rango de  $\rho_2/\rho_1$  analizado. Esto evidencia su capacidad para ajustar de manera precisa el potencial eléctrico del suelo real, independientemente de la relación entre resistividades de las capas.

Por otro lado, el método gráfico de Sunde presenta errores relativos considerablemente mayores cuando la relación  $\rho_2/\rho_1$  toma valores extremos, especialmente para  $\rho_2$  mucho mayor o mucho menor que  $\rho_1$ . Sin embargo, la diferencia entre ambos métodos se atenúa en torno a  $\rho_2/\rho_1 = 1$ , donde ambos logran errores bajos y comparables. De este modo, el método gráfico permite una caracterización razonable del suelo real únicamente cuando los parámetros no adoptan valores extremos, mostrando errores aceptables en el rango  $0.001 < \rho_2/\rho_1 < 10$ . Para relaciones mayores, el error relativo del método gráfico aumenta notoriamente, principalmente porque no es posible identificar adecuadamente la resistividad de la segunda capa del suelo real dentro del rango de separaciones de electrodos estudiadas.

En el estudio de sensibilidad sobre la altura de la primera capa ( $h$ ), presentado en la Tabla 13 y la Figura 34, se observa una tendencia similar. El método matemático presenta errores absolutos y relativos notablemente más bajos que el método gráfico de Sunde a lo largo de todo el rango de alturas evaluadas. Aunque el error relativo del método gráfico disminuye a medida que  $h$  aumenta, nunca iguala la precisión alcanzada por el ajuste matemático. Particularmente, para valores pequeños de  $h$ , el método gráfico evidencia errores relativos elevados, mientras que el método matemático mantiene su bajo nivel de error de forma consistente.

Los resultados permiten concluir que el método matemático proporciona una aproximación mucho más precisa para modelar el potencial eléctrico en suelos de dos capas, siendo claramente superior al método gráfico de Sunde, excepto en un rango muy acotado de parámetros donde ambos pueden considerarse equivalentes.

### 5.2.2. Resultados para suelos originales de tres capas

En esta sección se comparan los errores obtenidos al ajustar modelos equivalentes de suelo de dos capas a los datos simulados de suelos originales de tres capas, considerando los tres métodos de ajuste estudiados: método matemático, método gráfico de Sunde y método gráfico alternativo. Tal como se estableció en la Sección 5.1, se utiliza el primer valor de  $h$  obtenido por el método gráfico alternativo, ya que este entrega sistemáticamente el mejor ajuste. A continuación, se presentan los resultados para los cuatro estudios de sensibilidad realizados:  $\rho_2$ ,  $\rho_3$ ,  $h_1$  y  $h_2$ .

$\rho_2/\rho_1$	RMSE Absoluto [V]			RMSE relativo [%]		
	Matemático	Sunde	Alternativo	Matemático	Sunde	Alternativo
0.001	0.0614	0.2361	0.2322	0.8	3.2	3.2
0.002	0.0445	0.2512	0.2387	0.6	3.4	3.3
0.005	0.0738	0.3053	0.2693	1.0	4.1	3.7
0.01	0.1835	0.3820	0.2772	2.5	5.1	3.7
0.02	0.3624	0.5535	0.3337	4.8	7.3	4.4
0.05	0.6667	0.7916	0.4109	8.4	9.9	5.1
0.1	0.8490	0.9894	0.4610	10.1	11.7	5.5
0.2	5.5893	1.0317	0.4524	61.9	11.4	5.0
0.5	2.5490	0.6666	0.3131	25.5	6.7	3.1
1	0.0208	0.1826	0.1555	0.2	1.7	1.4
2	2.9985	0.9748	0.2700	25.6	8.3	2.3
5	8.4006	1.7339	0.6258	63.4	13.1	4.7
10	2.1110	1.9796	0.9027	14.3	13.4	6.1
20	2.4177	1.9329	1.2416	14.6	11.7	7.5
50	2.2530	2.0678	1.8196	11.8	10.8	9.5
100	1.8214	2.4194	2.2309	8.7	11.6	10.7
200	1.3486	2.9076	2.7642	6.0	13.0	12.4
500	0.8500	3.5567	3.4312	3.6	14.9	14.4
1000	0.5964	3.9727	3.8526	2.4	16.2	15.7

**Tabla 14:** Errores de potencial eléctrico para los distintos métodos de ajuste aplicados a suelos reales de tres capas en estudio de sensibilidad de  $\rho_2$ , para  $\rho_1 = \rho_3 = 500 \Omega\text{m}$  y  $h_1 = h_2 = 5 \text{ m}$ .

$\rho_3/\rho_1$	RMSE Absoluto [V]			RMSE relativo [%]		
	Matemático	Sunde	Alternativo	Matemático	Sunde	Alternativo
0.001	0.1820	0.2049	0.2330	2.4	2.7	3.1
0.002	0.1808	0.1976	0.2084	2.4	2.6	2.8
0.005	0.1768	0.1963	0.2140	2.4	2.6	2.9
0.01	0.1819	0.1878	0.2034	2.4	2.5	2.7
0.02	0.1732	0.1911	0.2144	2.3	2.5	2.8
0.05	0.1432	0.1926	0.3645	1.9	2.5	4.8
0.1	0.0876	0.2125	0.2304	1.1	2.7	3.0
0.2	0.0980	0.2854	0.2966	1.2	3.6	3.7
0.5	0.5061	0.5638	0.3807	6.2	6.9	4.6
1	0.8088	1.0091	0.4873	9.6	12.0	5.8
2	7.0413	1.6162	0.5727	81.7	18.8	6.6
5	6.7494	2.6040	0.7004	76.8	29.6	8.0
10	6.6605	2.4921	0.7610	75.1	28.1	8.6
20	6.6277	2.4883	0.8165	74.4	27.9	9.2
50	6.5992	2.4860	0.8238	73.8	27.8	9.2
100	6.5959	2.4866	0.8357	73.7	27.8	9.3
200	6.5879	2.4902	0.8376	73.6	27.8	9.4
500	6.5811	2.4846	0.8404	73.5	27.7	9.4
1000	6.5812	2.4884	0.8438	73.5	27.8	9.4

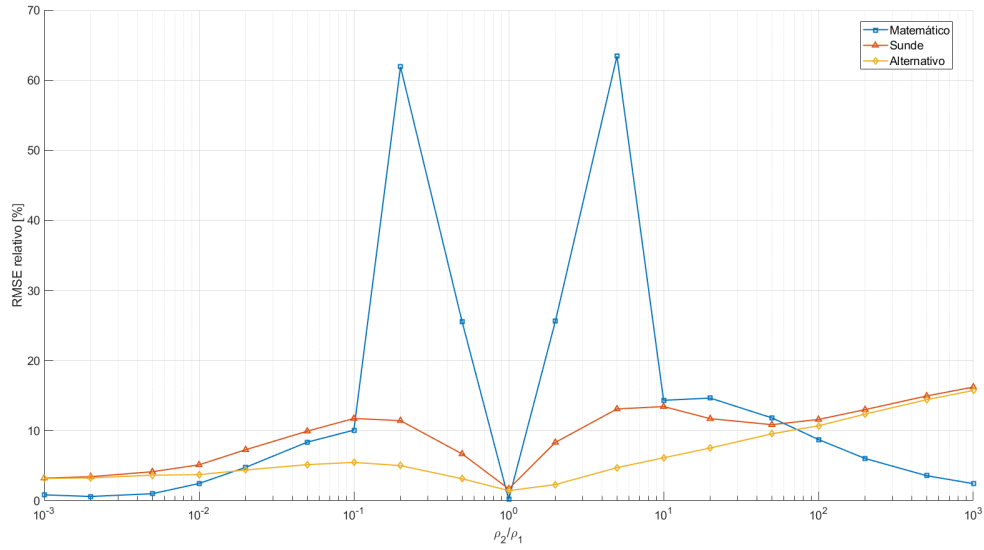
**Tabla 15:** Errores de potencial eléctrico para los distintos métodos de ajuste aplicados a suelos reales de tres capas en estudio de sensibilidad de  $\rho_3$ , para  $\rho_1 = 500 \Omega\text{m}$ ,  $\rho_2 = 50 \Omega\text{m}$  y  $h_1 = h_2 = 5 \text{ m}$ .

Altura capa 1 [m]	RMSE Absoluto [V]			RMSE relativo [%]		
	Matemático	Sunde	Alternativo	Matemático	Sunde	Alternativo
0.2	0.1554	0.2147	0.2147	7.9	11.0	11.0
0.5	2.7468	2.3090	2.3090	103.0	86.6	86.6
0.8	6.1467	4.9270	2.3659	166.3	133.3	64.0
1	7.5462	4.8668	2.4336	175.9	113.4	56.7
1.5	9.1225	3.8263	1.7857	169.5	71.1	33.2
2	9.4384	3.0502	1.1871	153.2	49.5	19.3
3	9.0726	2.0164	0.7562	125.7	27.9	10.5
5	0.8450	0.9951	0.4584	10.0	11.8	5.4
8	0.5131	0.4974	0.3335	5.5	5.3	3.6
10	0.4115	0.3932	0.2761	4.3	4.1	2.9
15	0.1996	0.2535	0.2455	2.0	2.5	2.4
20	0.0736	0.1984	0.1983	0.7	1.9	1.9
30	0.0148	0.1694	0.1710	0.1	1.6	1.6
50	0.0342	0.1565	0.1571	0.3	1.5	1.5
100	0.0298	0.1904	0.1629	0.3	1.8	1.5
250	0.2490	0.1610	0.1582	2.3	1.5	1.5

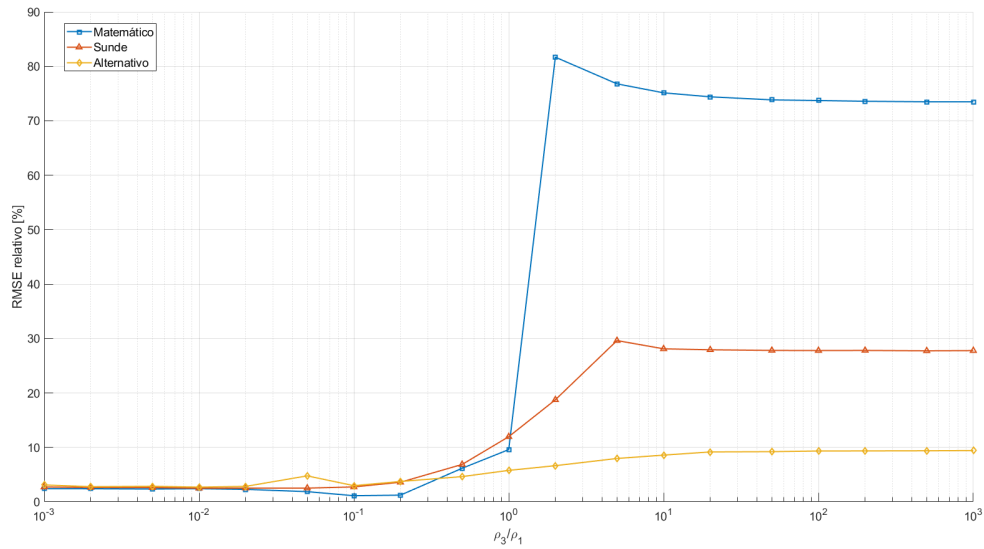
**Tabla 16:** Errores de potencial eléctrico para los distintos métodos de ajuste aplicados a suelos reales de tres capas en estudio de sensibilidad de  $h_1$ , para  $\rho_1 = \rho_3 = 500 \Omega\text{m}$ ,  $\rho_2 = 50 \Omega\text{m}$  y  $h_2 = 5 \text{ m}$ .

Altura capa 2 [m]	RMSE Absoluto [V]			RMSE relativo [%]		
	Matemático	Sunde	Alternativo	Matemático	Sunde	Alternativo
0.2	1.0595	0.4326	0.2275	10.2	4.1	2.2
0.5	2.1921	0.8186	0.3505	21.8	8.2	3.5
0.8	3.0928	1.0522	0.4084	31.7	10.8	4.2
1	3.5769	1.1574	0.4541	37.3	12.1	4.7
1.5	4.5648	1.1691	0.5014	49.1	12.6	5.4
2	5.2809	1.1729	0.5300	58.2	12.9	5.8
3	6.3446	1.1531	0.5143	72.3	13.1	5.9
5	0.8522	0.9891	0.4586	10.1	11.7	5.4
8	0.7187	0.8451	0.4245	8.8	10.3	5.2
10	0.6268	0.7577	0.3911	7.8	9.4	4.8
15	0.4314	0.6204	0.3327	5.4	7.8	4.2
20	0.3142	0.5124	0.3013	4.0	6.5	3.8
30	0.1514	0.3970	0.2531	1.9	5.1	3.2
50	0.0486	0.2661	0.2313	0.6	3.4	3.0
100	0.0661	0.2210	0.2259	0.9	2.8	2.9
250	0.0814	0.2183	0.2183	1.0	2.8	2.8

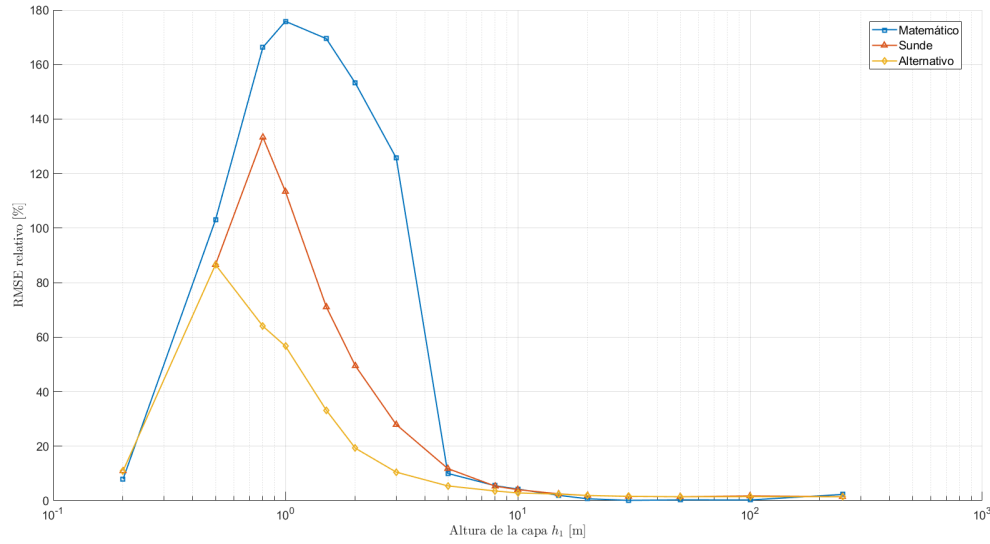
**Tabla 17:** Errores de potencial eléctrico para los distintos métodos de ajuste aplicados a suelos reales de tres capas en estudio de sensibilidad de  $h_2$ , para  $\rho_1 = \rho_3 = 500 \Omega\text{m}$ ,  $\rho_2 = 50 \Omega\text{m}$  y  $h_1 = 5 \text{ m}$ .



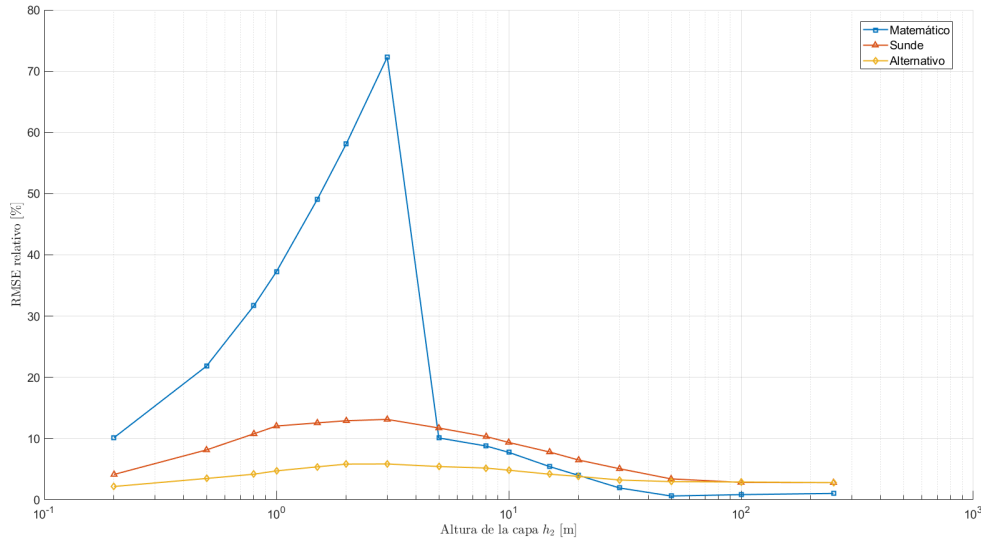
**Figura 35:** RMSE relativo (%) del potencial eléctrico para los distintos métodos de ajuste aplicados a suelos reales de tres capas en estudio de sensibilidad de  $\rho_2$ .



**Figura 36:** RMSE relativo (%) del potencial eléctrico para los distintos métodos de ajuste aplicados a suelos reales de tres capas en estudio de sensibilidad de  $\rho_3$ .



**Figura 37:** RMSE relativo (%) del potencial eléctrico para los distintos métodos de ajuste aplicados a suelos reales de tres capas en estudio de sensibilidad de  $h_1$ .



**Figura 38:** RMSE relativo (%) del potencial eléctrico para los distintos métodos de ajuste aplicados a suelos reales de tres capas en estudio de sensibilidad de  $h_2$ .

### Análisis de los errores para los suelos originales de tres capas

En la Tabla 14 y la Figura 35 se presentan los resultados del estudio de sensibilidad respecto a la relación  $\rho_2/\rho_1$ . Se observa que el método gráfico alternativo logra mantener el error relativo en valores bajos y estables para la mayoría del rango evaluado. En contraste, el método matemático muestra incrementos bruscos en el error relativo cuando la relación  $\rho_2/\rho_1$  toma valores muy altos

o muy bajos, mientras que el método gráfico de Sunde presenta errores superiores especialmente en los extremos del rango, aunque se aproxima al desempeño del método alternativo en valores cercanos a la unidad. El incremento abrupto del error presentado por el método matemático en este estudio de sensibilidad podría deberse a que, en esos modelos de suelo, la optimización matemática alcanzó el máximo definido de  $h = 100$  m para la variable de espesor.

Respecto al estudio de sensibilidad sobre la relación  $\rho_3/\rho_1$  (Tabla 15 y Figura 36), nuevamente el método alternativo se destaca por mantener un error relativo bajo en comparación con los otros métodos. El método matemático, aunque es competitivo para ciertos valores de la relación, evidencia un aumento abrupto del error para relaciones elevadas, mientras que el método gráfico de Sunde muestra un comportamiento intermedio, pero sin alcanzar la robustez del método alternativo.

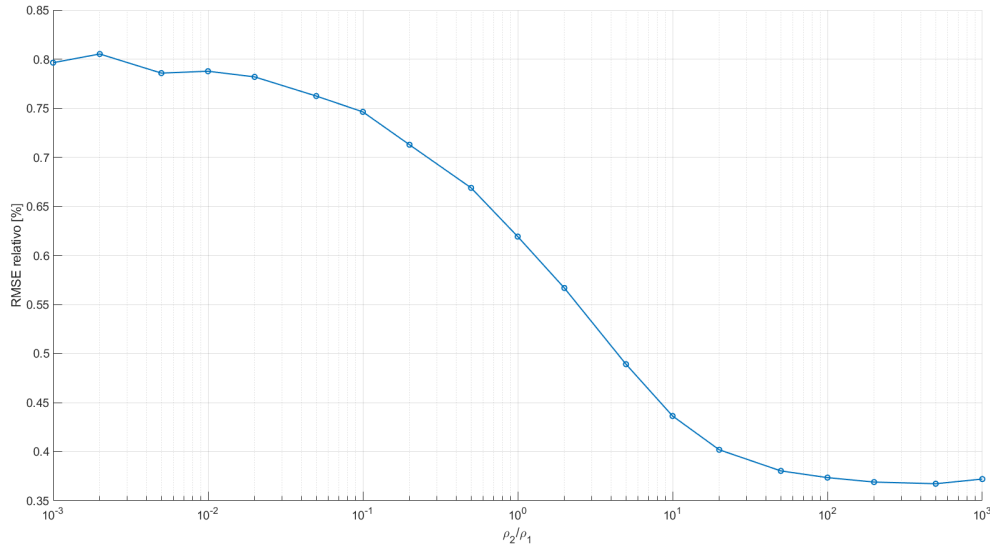
Para la variación de la altura de la primera capa  $h_1$  (Tabla 16 y Figura 37), se aprecia que el método gráfico alternativo mantiene errores relativos considerablemente más bajos en la mayor parte del rango de alturas estudiado, especialmente cuando  $h_1 < 5$  m. Por otro lado, el método matemático puede experimentar errores muy elevados para valores bajos e intermedios de  $h_1$ , mientras que el método de Sunde muestra errores intermedios, sin igualar la precisión y estabilidad del método alternativo.

Finalmente, en el estudio de sensibilidad respecto a la altura de la segunda capa  $h_2$  (Tabla 17 y Figura 38), se observa una tendencia similar: el método gráfico alternativo se comporta de forma robusta y estable, mostrando los menores errores relativos en comparación con los otros métodos para la mayoría de los valores de  $h_2$ . El método matemático presenta incrementos bruscos en el error relativo, particularmente en valores bajos e intermedios, mientras que el método gráfico de Sunde nuevamente ocupa una posición intermedia.

Los resultados obtenidos en los cuatro estudios de sensibilidad refuerzan la conclusión de que el método gráfico alternativo entrega un ajuste más preciso y consistente para la mayoría de los suelos reales de tres capas estudiados, superando a los métodos matemático y gráfico de Sunde, especialmente en condiciones de contraste marcado entre los parámetros del suelo. El método gráfico de Sunde presenta peores resultados en todos los suelos en comparación al método gráfico propuesto. A su vez, el método matemático alcanza mejores valores de precisión en algunos escenarios, pero presenta una alta variabilidad, siendo el método que muestra los peores resultados en otros casos. De esta manera, es recomendable usar el método matemático con precaución y/o trabajar en mejorar la optimización de este.

### 5.3. Análisis de heterogeneidades

Finalmente, se analiza el efecto de la presencia de un volumen rocoso como heterogeneidad en suelos de dos capas horizontales, evaluando su impacto sobre las mediciones de potencial eléctrico y la interpretación mediante el método de Wenner. La comparación se realiza entre los potenciales eléctricos obtenidos en suelos de dos capas con y sin volumen rocoso, utilizando los resultados del estudio de sensibilidad de  $\rho_2$ . El objetivo principal es determinar si la presencia de un volumen rocoso genera diferencias significativas en las mediciones de potencial eléctrico, que puedan influir en la interpretación y en la caracterización del terreno a través del método de Wenner. La Figura 39 presenta el error relativo (RMSE) de potencial eléctrico calculado para cada valor de la relación  $\rho_2/\rho_1$ , considerando como referencia el suelo de dos capas sin heterogeneidad.



**Figura 39:** RMSE relativo (%) del potencial eléctrico entre el suelo real de dos capas y el mismo suelo con volumen rocoso en función de la relación  $\rho_2/\rho_1$ , para  $\rho_1 = 500 \Omega\text{m}$ ,  $\rho_{roca} = 50000 \Omega\text{m}$ ,  $h = 3 \text{ m}$ ,  $z_{roca} = 1.5 \text{ m}$  y  $r_{roca} = 3 \text{ m}$ .

Como se observa en la Figura 39, el error relativo permanece bajo el 1% en todo el rango de relaciones  $\rho_2/\rho_1$  evaluadas, lo que indica que la presencia del volumen rocoso no introduce diferencias significativas en las mediciones de potencial eléctrico. Además, se aprecia una leve disminución del error a medida que aumenta la relación  $\rho_2/\rho_1$ , sugiriendo que la influencia del volumen rocoso es aún menor cuando la resistividad de la segunda capa es considerablemente mayor que la de la primera.

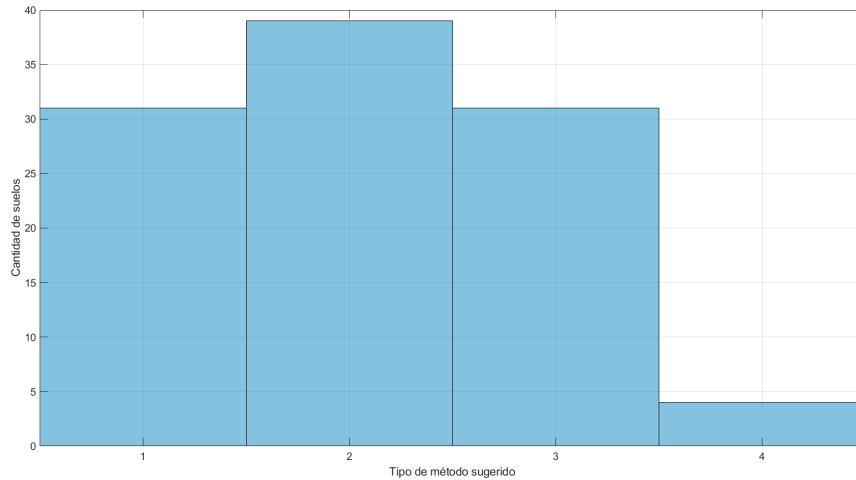
Este comportamiento evidencia que, bajo las condiciones geométricas y de escala de este estudio, el método de Wenner no es sensible a la presencia del volumen rocoso modelado, el cual queda enmascarado por la respuesta global del suelo y no logra ser detectado a través de las mediciones de resistividad aparente. No obstante, se recomienda considerar este tipo de análisis en futuros trabajos, especialmente en casos con volúmenes rocosos de mayor tamaño o con contrastes de resistividad más extremos.

## 5.4. Análisis visual de la forma de las curvas de resistividad aparente

Con el propósito de establecer una guía clara para la elección del método de ajuste más adecuado en función de la forma de la curva de resistividad aparente, se realizó un análisis detallado sobre un total de 105 curvas obtenidas a partir de las simulaciones de los distintos suelos originales modelados. Estas curvas se clasificaron en cuatro categorías, dependiendo del método de ajuste que se consideró más apropiado: método analítico (Tipo 1), ambos métodos (Tipo 2), método gráfico alternativo (Tipo 3) y necesidad de utilizar modelos más complejos (Tipo 4). Cabe destacar que el método gráfico de Sunde no se considera explícitamente en esta clasificación, ya que, en los casos donde es aplicable, sus resultados coinciden con los del método gráfico alternativo.

### 5.4.1. Distribución de curvas según tipo de método sugerido

La Figura 40 muestra cómo se distribuyen las 105 curvas analizadas, tanto para suelos de dos capas como de tres capas, según el tipo de ajuste recomendado. La decisión sobre qué método utilizar se basa en el **error relativo** obtenido en cada caso. Si ambos métodos presentan un error relativo menor al 5 %, cualquiera de ellos se considera adecuado. Si sólo uno cumple con ese umbral, se recomienda utilizar únicamente ese método. En los casos donde ambos errores superan el 5 %, se aplican umbrales sucesivos de 10 %, 15 % y 20 %. Si ninguno de los métodos logra un error menor al 20 %, se concluye que es necesario recurrir a un modelo más complejo.

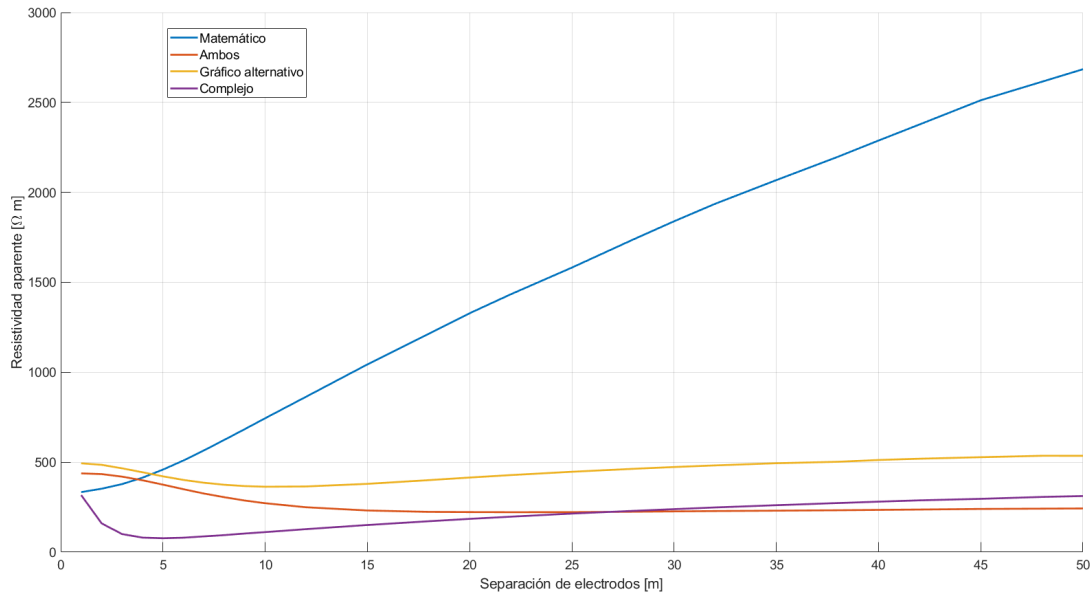


**Figura 40:** Distribución de las curvas de resistividad aparente según tipo de método de ajuste sugerido (1: Método analítico, 2: Ambos métodos, 3: Método gráfico alternativo, 4: Necesidad de utilizar un modelo de suelo más complejo).

Como se observa en la figura, la mayoría de las curvas pueden ser adecuadamente representadas utilizando ya sea el método analítico o el método gráfico alternativo. En menor proporción se identifican casos que requieren un modelo más complejo.

### 5.4.2. Análisis visual de las curvas promedio por grupo

La Figura 41 presenta la forma promedio de las curvas de resistividad aparente para cada grupo de métodos sugeridos. Para obtener estas curvas promedio, primero se agruparon todas las curvas individuales según la categoría de método asignada. Luego, para cada grupo, se calculó el promedio de los valores de resistividad aparente para cada separación de electrodos, considerando todas las curvas que pertenecen a dicha categoría. Es decir, el valor de la curva promedio en cada separación de electrodos corresponde al promedio aritmético de todos los valores registrados en ese punto para las curvas del grupo. Esta visualización permite comparar de manera cualitativa las diferencias en la forma y regularidad de las curvas promedio asociadas a cada tipo de ajuste.



**Figura 41:** Curvas promedio de resistividad aparente para cada grupo de métodos de ajuste sugeridos, obtenidas a partir del promedio punto a punto de todas las curvas clasificadas en cada categoría.

Este análisis permite identificar patrones característicos en la forma de las curvas según el tipo de ajuste más conveniente:

- Las curvas asociadas al **método matemático** presentan formas monótonas y regulares y con transiciones suaves.
- Las curvas que permiten ajuste con **ambos métodos** muestran inflexiones moderadas y comportamiento regular, teniendo una forma de "s".
- El **método gráfico alternativo** es ideal cuando se observan inflexiones y cambios de pendiente, capturando de buena manera los "codos" o transiciones.
- Las curvas que requieren **modelos complejos** destacan por su forma irregular, con múltiples inflexiones y fuertes cambios de pendiente.

## Guía de decisión para la selección del método de ajuste

En la práctica real, quienes interpretan mediciones de resistividad aparente frecuentemente se enfrentan al desafío de seleccionar el modelo de ajuste más adecuado, sin contar con información previa sobre la estructura real del subsuelo. Aplicar múltiples metodologías a cada conjunto de datos no siempre es viable, ya sea por restricciones de tiempo, recursos o capacidad computacional. Por ello, resulta fundamental contar con criterios claros que orienten dicha elección, idealmente a partir de la simple observación de la forma de la curva medida en terreno.

A partir del análisis visual realizado sobre más de 100 curvas simuladas, se propone la siguiente guía práctica para apoyar la toma de decisiones en campañas reales.

- **Curvas monótonas y suaves:** Si la curva presenta un comportamiento creciente o decreciente sin cambios abruptos, ni zonas de transición marcadas, se recomienda aplicar el **método analítico**. Este enfoque es robusto y preciso para curvas regulares, y suele ofrecer los menores errores en este tipo de configuraciones.
- **Curvas con una inflexión moderada:** En casos donde la curva adopta una forma de “S” o muestra una transición suave entre dos tramos asintóticos, ambos métodos suelen entregar resultados comparables. En la práctica, se recomienda evaluar ambos ajustes y elegir el que ofrezca menor error o mejor correspondencia visual.
- **Curvas con “codo” o cambio brusco de pendiente:** Si se detecta un quiebre en la pendiente de la curva (una forma de “V”), el **método gráfico alternativo** resulta más adecuado. Este método fue diseñado precisamente para capturar estos puntos de inflexión y representar de mejor forma la respuesta eléctrica del subsuelo.
- **Curvas complejas o irregulares:** Cuando la curva presenta múltiples inflexiones, alternancia entre tramos planos y pendientes pronunciadas, o un comportamiento errático, los modelos de dos capas no resultan suficientes. En estos casos, se sugiere optar por **modelos más complejos**.

En síntesis, esta guía ofrece una herramienta práctica para facilitar la interpretación de mediciones en terreno, permitiendo una selección del modelo eficiente y confiable frente a estructuras desconocidas del subsuelo.

---

## 6. Conclusiones

Este estudio presentó un análisis comparativo de distintos métodos de ajuste para la modelación de suelos, considerando configuraciones reales de dos y tres capas, así como escenarios con heterogeneidades como volúmenes rocosos. A continuación, se sintetizan las principales conclusiones obtenidas:

Para los **suelos de dos capas horizontales**, el método analítico demostró ser el más robusto y confiable, entregando errores relativos consistentemente bajos (por debajo del 2%) en prácticamente todos los casos analizados. Esto refleja una alta capacidad de caracterización eléctrica utilizando este enfoque. El método gráfico de Sunde, en cambio, mostró limitaciones, especialmente cuando existe un alto contraste entre las resistividades de ambas capas. Su desempeño mejora cuando la relación  $\rho_2/\rho_1$  se acerca a uno, pero pierde precisión en escenarios con diferencias más marcadas. Algo similar ocurre con el parámetro de espesor: el método analítico mantiene un buen desempeño a lo largo del rango estudiado, mientras que el gráfico presenta mayor dispersión en los extremos. En resumen, el método matemático es la opción preferente para suelos de dos capas, y el método de Sunde es útil solo cuando la forma de la curva lo permite (específicamente, cuando exhibe comportamiento asintótico al inicio y al final).

En cuanto al **método gráfico alternativo** propuesto, los resultados indican que la primera solución encontrada para el espesor  $h$  suele representar mejor el comportamiento eléctrico del suelo, por lo que se recomienda priorizar este valor en aplicaciones prácticas.

Respecto a los **suelos de tres capas horizontales**, los estudios de sensibilidad revelan que el método gráfico alternativo ofrece un ajuste más consistente y preciso en la mayoría de los casos, superando tanto al método analítico como al gráfico tradicional. Aunque el método analítico puede ofrecer buenos resultados en ciertas condiciones, su desempeño es más variable y puede arrojar errores significativos en otros escenarios. Por ello, se recomienda el método gráfico alternativo como una herramienta confiable para modelar suelos complejos. No obstante, cabe recordar que, al simplificar un suelo de tres capas en un modelo de dos, se incurre inevitablemente en una pérdida de precisión. En la mayoría de los casos analizados, esta aproximación fue aceptable (con errores menores al 10%), salvo en configuraciones particulares —como aquellas con  $h_1 < 3$  metros— donde ningún método logró un ajuste satisfactorio, sugiriendo la necesidad de modelos más complejos.

En lo que respecta a los **suelos de dos capas con volumen rocoso**, los resultados muestran que la presencia de esta heterogeneidad no influye significativamente en las mediciones de resistividad aparente bajo las condiciones del estudio. El error relativo fue inferior al 1% en todos los casos, lo que indica que la roca queda enmascarada por la respuesta global del suelo. Esta conclusión tiene implicancias tanto positivas como negativas: por un lado, se facilita la interpretación de datos en medios estratificados al no requerir ajustes por pequeñas heterogeneidades; por otro, se limita la capacidad del método de Wenner para detectar objetos discretos con propiedades muy distintas al entorno. En contextos donde la identificación de este tipo de estructuras sea relevante, se sugiere complementar la técnica con otras metodologías más sensibles a estas variaciones.

En conjunto, los resultados de este trabajo permiten concluir que la selección del método de ajuste debe considerar la complejidad y configuración del subsuelo: se recomienda el uso del método analítico en suelos de dos capas y el gráfico alternativo en terrenos más complejos. Además, se comprobó que, bajo ciertas condiciones geométricas y de escala, la influencia de heterogeneidades discretas puede despreciarse sin pérdida significativa de precisión.

Como aporte adicional, se desarrolló una guía metodológica basada en el análisis de más de

---

100 curvas simuladas, la cual permite orientar la elección del modelo de ajuste más adecuado en función de la forma observada en la curva de resistividad aparente. Esta herramienta representa un recurso práctico para mejorar la eficiencia y confiabilidad en campañas de terreno.

## **7. Trabajo futuro**

A partir de los resultados y metodologías desarrolladas en este trabajo, se abren varias líneas para investigaciones futuras. Entre ellas, destaca la aplicación y validación experimental de la guía de decisión propuesta sobre datos reales obtenidos en campañas de terreno, lo que permitiría ajustar y robustecer los criterios aquí sugeridos. Asimismo, se sugiere explorar la extensión de los modelos hacia geometrías más complejas, como terrenos con gradientes verticales continuos o heterogeneidades de mayor escala y contraste.

---

## Referencias

- [1] IEEE Power Engineering Society, *IEEE Guide for Safety in AC Substation Grounding*, IEEE Std 80-2013, 2013.
- [2] S. C. Malanda, I. E. Davidson, and E. Buraimoh, “Analysis of soil resistivity and its impact on grounding systems design,” in *IEEE PES/IAS PowerAfrica*, pp. 324–329, 2018.
- [3] B. Zhang and Z. Liu, “Applicability of Wenner’s Method for Measuring Resistivity and Permittivity of Deep Soil at High Frequency,” *Letters on Electromagnetic Compatibility Practice and Applications*, vol. 4, no. 2, pp. 40–43, Jun. 2022.
- [4] IEEE Power Engineering Society, *IEEE Guide for Measurement of Impedance and Safety Characteristics of Large, Extended or Interconnected Grounding Systems*, IEEE Std 81-2012, 2012.
- [5] E. D. Sunde, *Earth Conduction Effects in Transmission Systems*, New York: McMillan, 1968.
- [6] J. Ma and F. P. Dawalibi, “Influence of inductive coupling between leads on resistivity measurements in multilayer soils,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 13, no. 4, pp. 999–1004, Oct. 1998.
- [7] W. Ruan, R. D. Southey, S. Fortin, and F. P. Dawalibi, “Effective sounding depths for HVDC grounding electrode design: Wenner versus Schlumberger methods,” in *2005 IEEE/PES Transmission & Distribution Conference & Exposition: Asia and Pacific*, Dalian, China, Aug. 2005.
- [8] M. S. Sazali, C. L. Wooi, S. N. M. Arshad, T. S. Wong, Z. Abdul-Malek, and H. Nabipour-Afrouzi, “Study of soil resistivity using Wenner four pin method: Case study,” in *2020 IEEE International Conference on Power and Energy*, Penang, Malaysia, Dec. 2020.
- [9] F. Wenner, “A method of measuring earth resistivity,” *Bulletin of the Bureau of Standards*, vol. 12, no. 4, pp. 469–478, 1915.
- [10] S. Vujević, T. Modrić, and I. Krolo, “Computation of the field apparent resistivity of the soil for driven-rod electrodes,” in *Proc. 15th Int. Online Conf. on Applied Electromagnetics (PES 2021)*, Niš, Serbia, Aug. 2021.
- [11] G. V. Keller and F. C. Frischknecht, *Electrical Methods in Geophysical Prospecting*, Pergamon Press, 1966.
- [12] G. F. Thug, *Earth Resistances*, London: Georges Newnes Limited, 1964.
- [13] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, and J. Z. Zhu, *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*, 7th ed., Butterworth-Heinemann, 2013.
- [14] A. W. Dawalibi and D. Mukhedkar, “Parametric analysis of grounding grids,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-96, no. 4, pp. 1116–1123, Jul. 1977.

- [15] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, J. Z. Zhu, *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*, 7th ed., Elsevier, 2013.
- [16] J. Jin, *The Finite Element Method in Electromagnetics*, 3rd ed., Wiley-IEEE Press, 2015.
- [17] COMSOL Inc., “Introduction to COMSOL Multiphysics,” *COMSOL Multiphysics Documentation*, 2020. [Online]. Available: <https://www.comsol.com/intro>

---

## 8. Anexos

### 8.1. Obtención de parámetros del modelo de suelo a partir del método gráfico de Sunde

A modo de ejemplo, en este anexo se presenta la obtención de los parámetros del modelo de suelo a partir del método gráfico de Sunde, aplicado sobre el estudio de sensibilidad de la resistividad de la segunda capa ( $\rho_2$ ) en suelos de dos capas horizontales. Este procedimiento ilustra, de manera reproducible, cómo los pasos descritos en la metodología pueden implementarse en un flujo de trabajo automatizado, eliminando la subjetividad de la interpretación visual clásica y permitiendo un análisis sistemático de la respuesta del terreno frente a variaciones en  $\rho_2$ .

#### Parámetros del estudio y valores de análisis

A continuación, se presentan los parámetros empleados en las simulaciones y los valores considerados para el análisis de sensibilidad:

Parámetro	Valor
$\rho_1$	500 $\Omega \cdot \text{m}$
$\rho_2$	Variable $\Omega \cdot \text{m}$
$h$	3 m

**Tabla 18:** Parámetros considerados en el estudio de sensibilidad para el suelo de dos capas horizontales.

$\rho_2/\rho_1$	1000	500	200	100	50	20	10	5	2	1	0.5	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
$\rho_2$ [ $\Omega \cdot \text{m}$ ]	50,0000	25,0000	10,0000	5,0000	2,5000	1,0000	5000	2500	1000	500	250	100	50	25	10	5	2.5	1	0.5

**Tabla 19:** Valores de  $\rho_2/\rho_1$  y de  $\rho_2$  utilizados en el análisis de sensibilidad para el suelo de dos capas.

#### Aplicación del método gráfico de Sunde: procedimiento automatizado

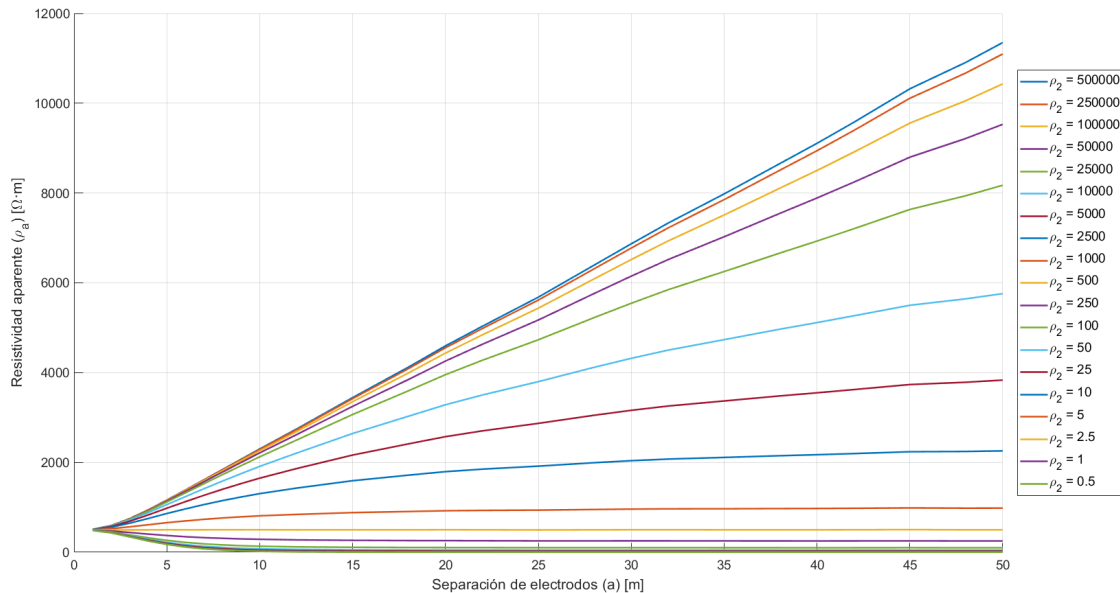
El procedimiento seguido en este ejemplo reproduce el paso a paso descrito en la metodología:

- 1. Graficar la resistividad aparente  $\rho_a$  en función del espaciamiento  $a$  entre electrodos:** Se importan los datos simulados de resistividad aparente y las separaciones de electrodos para cada caso de estudio.
- 2. Estimar visualmente  $\rho_1$  y  $\rho_2$ :** El código asigna automáticamente  $\rho_1$  al primer valor medido (menor espaciamiento) y  $\rho_2$  al último valor (mayor espaciamiento) de cada curva, en concordancia con la metodología tradicional pero evitando la subjetividad del operador.
- 3. Calcular la relación  $\rho_2/\rho_1$  y generar la curva teórica de Sunde correspondiente:** Para cada suelo, se calcula la relación  $\rho_2/\rho_1$  y se genera la curva teórica de Sunde mediante la ecuación analítica. Cuando la relación no coincide exactamente con una curva tabulada, el código realiza la interpolación adecuada.

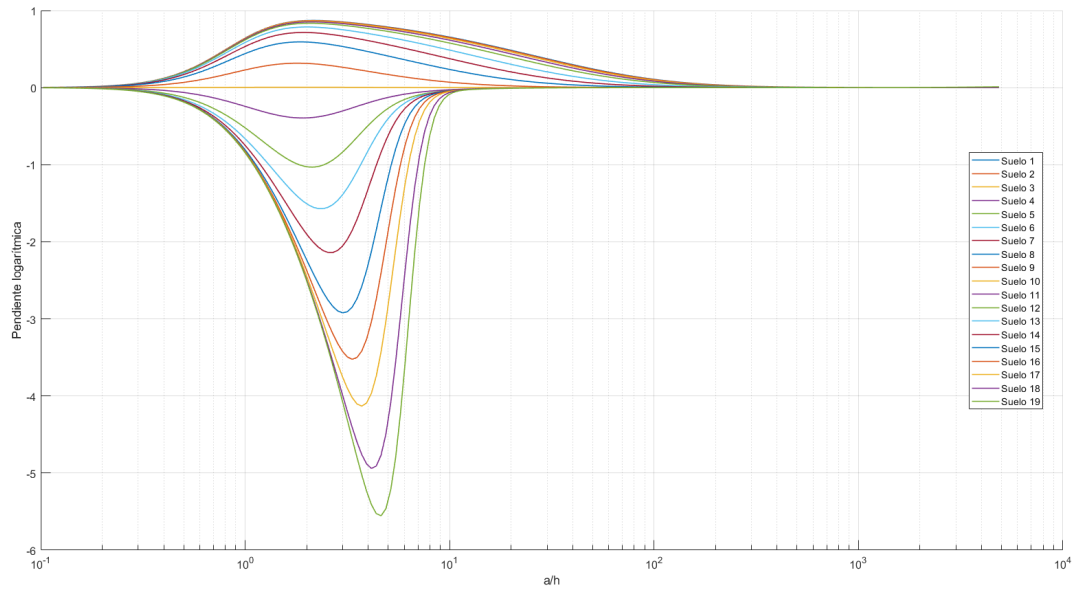
4. **Identificar la región con pendiente significativa y seleccionar el valor representativo:** Se calcula la pendiente logarítmica de la curva ( $d \log(\rho_a/\rho_1)/d \log(a/h)$ ) y se identifica de manera objetiva el tramo donde la pendiente supera un umbral de 0.05, el cual fue determinado tras un análisis de sensibilidad para este estudio. Esto permite ubicar la zona de transición entre capas y seleccionar el valor más representativo, sin intervención manual.
5. **Leer el valor de  $a/h$  en la curva:** Se registra el valor de  $a/h$  correspondiente al punto representativo seleccionado.
6. **Encontrar la separación de electrodos  $a$  asociada en los datos medidos:** Se interpola sobre los datos experimentales para determinar la separación real de electrodos que corresponde a dicho valor de resistividad aparente.
7. **Calcular la altura de la capa superficial  $h$ :** Finalmente, se estima la altura como  $h = a/(a/h)$  utilizando los valores determinados en los pasos previos.

## Resultados gráficos

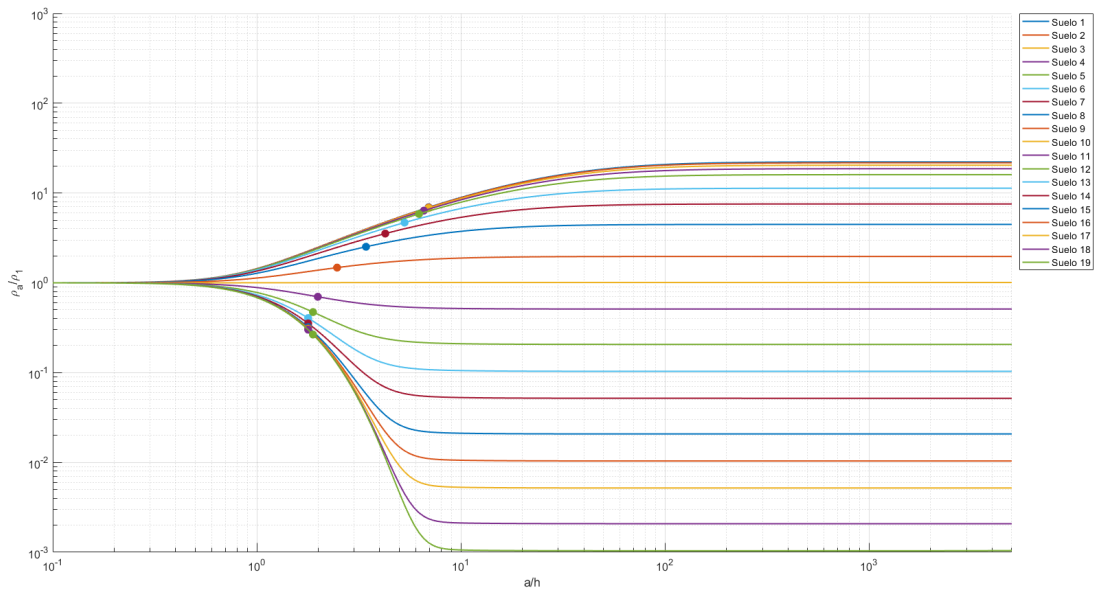
A continuación se presentan los resultados visuales del análisis, ilustrando tanto la respuesta de la resistividad aparente frente a diferentes valores de  $\rho_2$ , como los pasos automatizados de selección y ajuste según el método de Sunde:



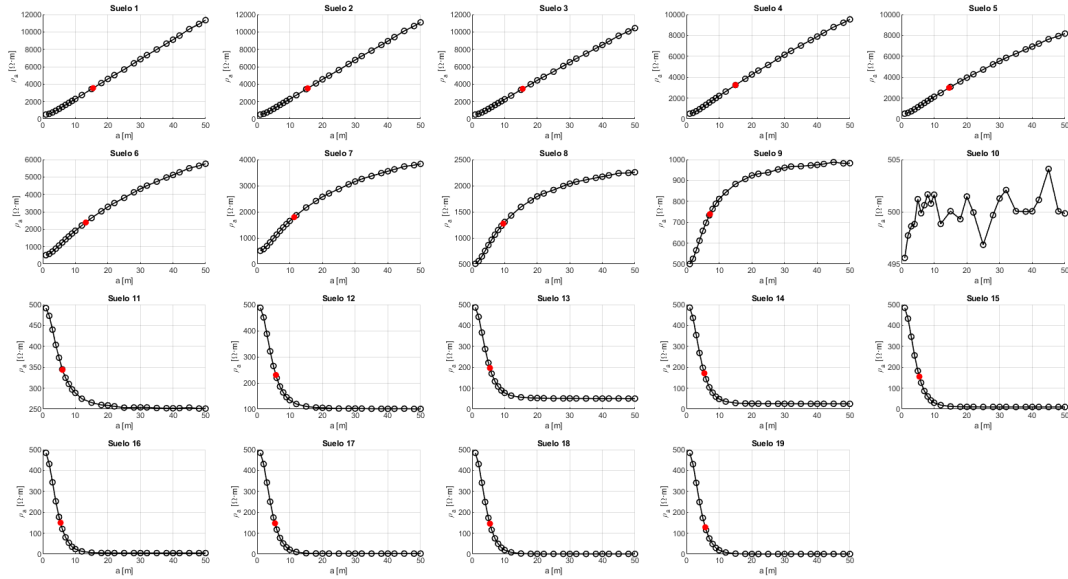
**Figura 42:** Curvas de resistividad aparente simulada en suelo de dos capas para distintos valores de  $\rho_2$ , aplicando el método de Wenner.



**Figura 43:** Pendiente logarítmica de las curvas de Sunde para distintos valores de  $\rho_2$  en el suelo de dos capas.



**Figura 44:** Curvas de Sunde con el punto representativo seleccionado para cada valor de  $\rho_2$ .



**Figura 45:** Selección de puntos representativos en las curvas de resistividad aparente mediante el método gráfico de Sunde.

La automatización del método de Sunde permite obtener de manera objetiva los parámetros característicos del modelo de suelo, estandarizando el análisis y facilitando la comparación entre distintos casos de estudio.

## 8.2. Obtención de parámetros del modelo de suelo a partir del método gráfico alternativo

A modo de ejemplo, en este anexo se presenta la obtención de los parámetros de los modelos de suelo mediante el método gráfico alternativo, aplicado al estudio de sensibilidad de la resistividad de la segunda capa ( $\rho_2$ ) en un suelo real de tres capas horizontales. Este procedimiento permite ilustrar una estrategia automatizada y objetiva para la interpretación de datos experimentales, facilitando el análisis sistemático de la influencia de  $\rho_2$  en la respuesta del terreno.

### Parámetros del estudio y valores de análisis

A continuación se muestra la configuración de parámetros empleada en las simulaciones de sensibilidad:

Parámetro	Valor	Unidad
$\rho_1$	500	$[\Omega \cdot \text{m}]$
$\rho_2$	variable	$[\Omega \cdot \text{m}]$
$\rho_3$	500	$[\Omega \cdot \text{m}]$
$h_1$	5	[m]
$h_2$	5	[m]

**Tabla 20:** Configuración de parámetros considerada en el estudio de sensibilidad de  $\rho_2$  para un suelo de tres capas horizontales.

Los valores de  $\rho_2$  analizados corresponden a los mismos utilizados en la tabla de sensibilidad de dos capas (ver Tabla 19).

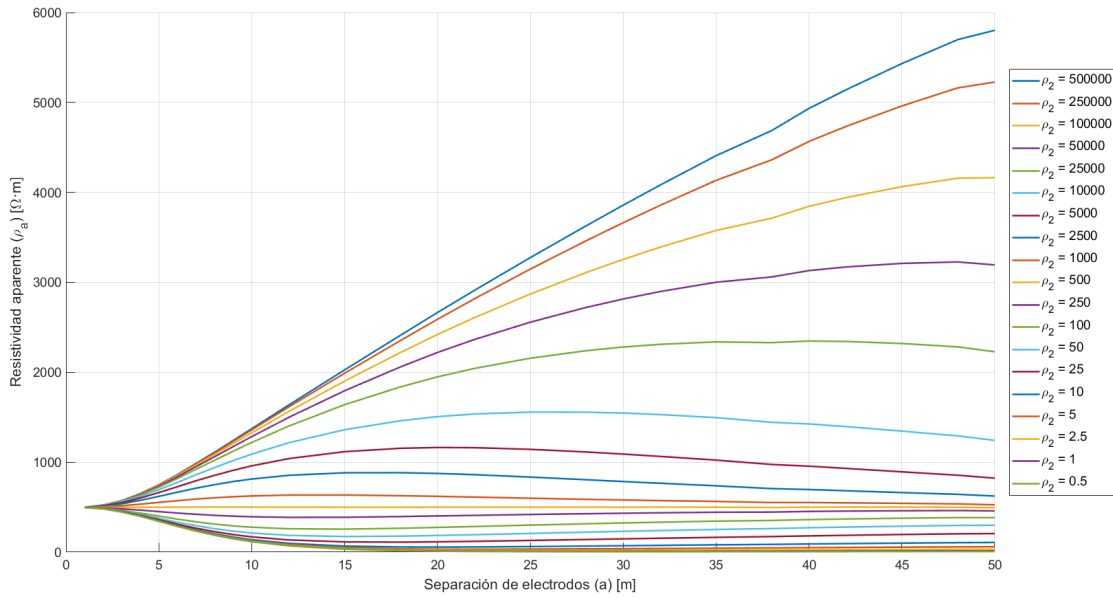
### Aplicación del método gráfico alternativo: procedimiento automatizado

El flujo de trabajo seguido para la obtención de parámetros mediante el método gráfico alternativo es el siguiente:

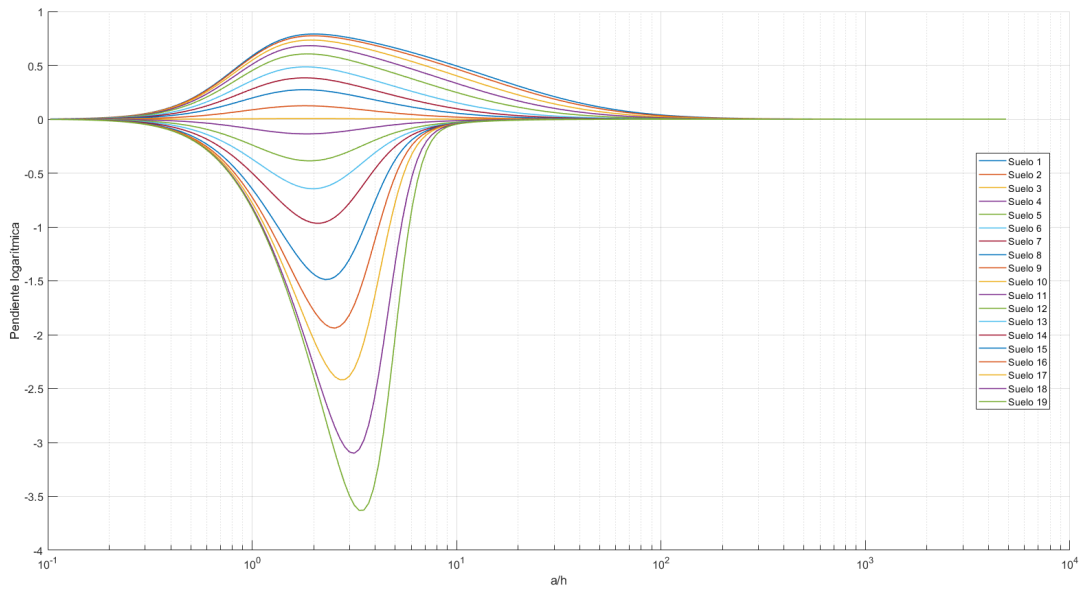
1. Se cargan los datos de resistividad aparente y separaciones de electrodos para cada suelo simulado.
2. Para cada suelo, se identifica  $\rho_1$  como el primer valor registrado y  $\rho_2$  como el valor más distinto (máximo o mínimo) respecto a  $\rho_1$  en la curva, calculando la relación  $\rho_2/\rho_1$ .
3. Se genera la curva teórica de Sunde correspondiente utilizando la ecuación analítica y la relación encontrada.
4. Se identifica la región de máxima pendiente de la curva log-log mediante un umbral predefinido (pendiente mayor a 0,05) y se selecciona el punto medio de dicha región como representativo.
5. El valor representativo de  $\rho_a/\rho_1$  y  $a/h$  se utiliza para calcular la resistividad y la separación equivalente, interpolando sobre los datos experimentales.
6. Se calcula la profundidad equivalente  $h$  como  $h = a/(a/h)$  para cada solución encontrada.

### Resultados gráficos

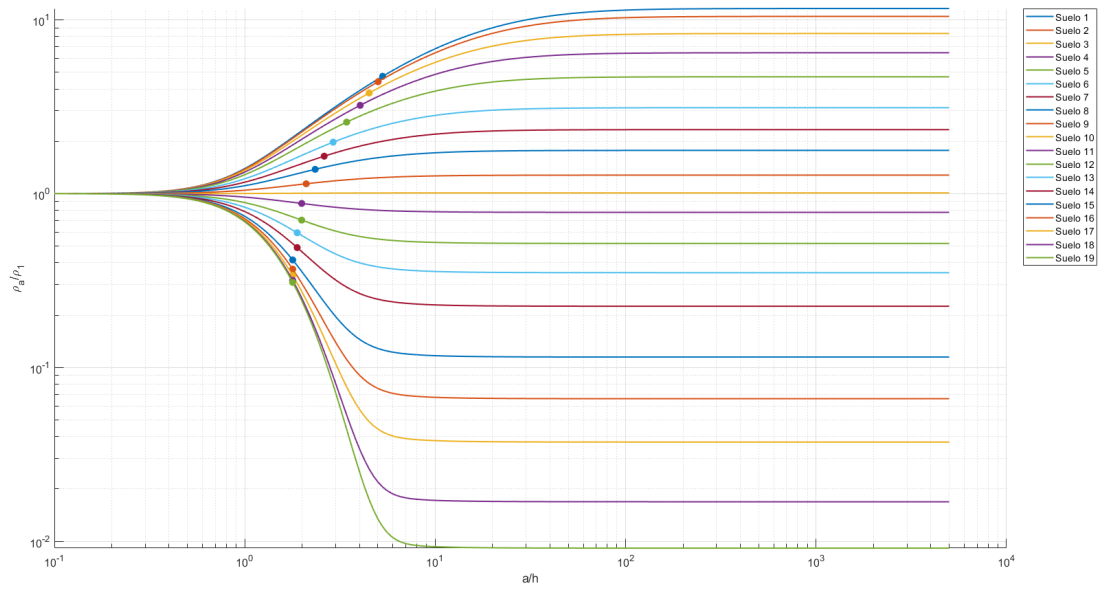
En esta sección se presentan los resultados visuales obtenidos mediante la aplicación del método gráfico alternativo sobre el estudio de sensibilidad de  $\rho_2$ . Las siguientes figuras ilustran la respuesta de la resistividad aparente, el análisis de pendiente logarítmica y la selección automatizada de puntos representativos para cada caso.



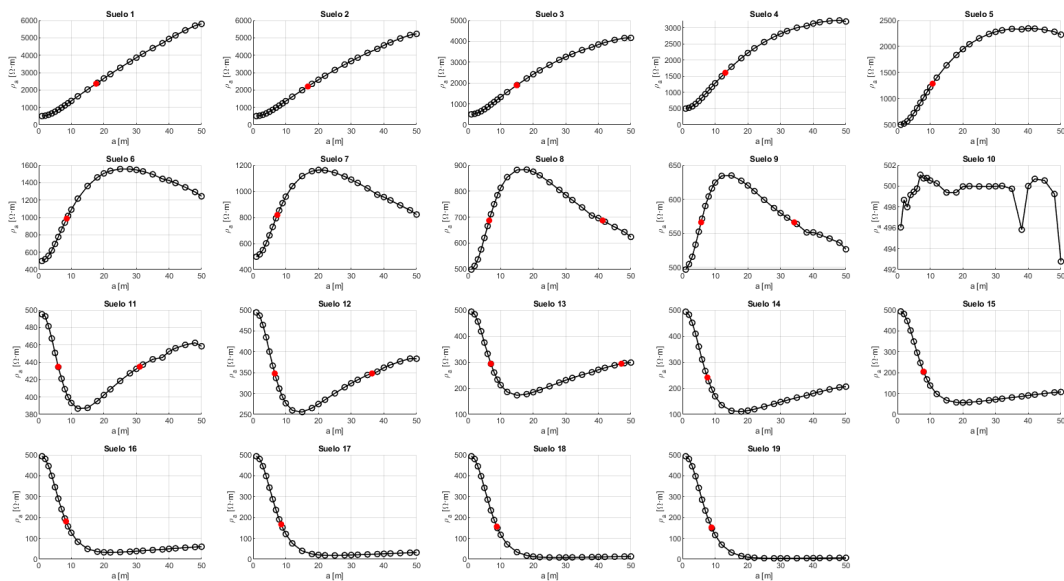
**Figura 46:** Curvas de resistividad aparente simulada en un suelo de tres capas para distintos valores de  $\rho_2$ , aplicando el método de Wenner.



**Figura 47:** Pendiente logarítmica de las curvas simuladas según el método gráfico alternativo para los distintos valores de  $\rho_2$ .



**Figura 48:** Curvas de Sunde con el punto representativo seleccionado para cada valor de  $\rho_2$ , mediante el método gráfico alternativo.



**Figura 49:** Selección de puntos representativos en las curvas de resistividad aparente mediante el método gráfico alternativo.

## 8.3. Códigos implementados en Matlab

### 8.3.1. Suelo real dos capas estudio sensibilidad $\rho_2$

```

1 import com.comsol.model.*
2 import com.comsol.model.util.*
3
4 model = mphload('D:\SIMULACIONES FINALES/revisado200.mph');
5
6 I = 1; % Valor de la corriente inyectada en Amperes
7 model.param.set('Ia', num2str(I));
8 valores_a = []; % Inicializar un vector vac o para el par metro 'a'
9 valores_r = [];
10 valores_cond = [];
11 valores_vreal= [];
12 legends = {}; % Para guardar los textos de las leyendas
13 %Definici n de parametros p1 y h.
14 r1= 500;
15 model.param.set('Cond1', num2str(1/r1));
16 h=3;
17 model.param.set('h1', num2str(h));
18 model.param.set('Ancho', num2str(1600));
19 %Distintos valores de p2 a evaluar (valores correspondientes a curvas de
20 %sunde)
21 p2p1_sunde= [1000, 500, 200, 100, 50, 20, 10, 5, 2, 1, 0.5, 0.2, 0.1, 0.05,
22 0.02, 0.01, 0.005, 0.002, 0.001];
23 r2=p2p1_sunde*r1
24 conductividades= 1 ./r2;
25 %Separaciones de electrodos
26 ases= [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.001, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 22, 25.001, 28, 30,
27 32, 35, 38, 40, 42, 45.002, 48, 50]
28 ahsunde= ases ./h
29 for cond = conductividades % Ciclo para cambiar conductividades
30 model.param.set('Cond2', num2str(cond));
31 valores_a_cond = [];
32 valores_r_cond = [];
33 valores_vreal_cond = [];
34 for a = ases % Ciclo for para cambiar espaciamento de barras
35 cont_cond=cond
36 cont_a=a
37 model.param.set('a', num2str(a));
38 model.study('std1').run(); % Ejecuta la simulaci n
39 V1 = mphinterp(model, 'V', 'coord', [-a*0.5; 0; -0.1]); % Potencial en
40 varillas
41 V2 = mphinterp(model, 'V', 'coord', [a*0.5; 0; -0.1]);
42 Vreal = V1 - V2;
43 Res = 2 * pi * a * Vreal / I;
44 % Agregar los valores de espaciamento "a" y de resistividad
45 valores_a_cond = [valores_a_cond, a];
46 valores_r_cond = [valores_r_cond, Res];
47 valores_vreal_cond = [valores_vreal_cond, Vreal];
48 end
49 % Guardar los resultados con la conductividad asociada
50 valores_a = [valores_a; valores_a_cond]; % Guardar en una nueva fila

```

```

48     valores_r = [valores_r; valores_r_cond];
49     valores_vreal = [valores_vreal; valores_vreal_cond];
50     valores_cond = [valores_cond; repmat(cond, 1, length(valores_a_cond))]; %
51 end

```

### 8.3.2. Suelo real dos capas estudio sensibilidad $h_1$

```

1 import com.comsol.model.*
2 import com.comsol.model.util.*
3
4 % Cargar el archivo del modelo
5 model=mphload('D:\SIMULACIONES FINALES/revisado200.mph');
6
7 %Definición de parametros p1 y h.
8 I = 1;
9 r1=500;
10 cond= 1/r1;
11 r2=50;
12 cond2=1/r2;
13 model.param.set('Cond2', num2str(cond)); % Cambia el parametro de
    conductividad
14 model.param.set('Cond1', num2str(cond2));
15 model.param.set('Ancho', num2str(1600));
16
17 %Distintos valores de p2 a evaluar (valores correspondientes a curvas de
18 %sunde)
19 alturas=[10, 15, 20, 30, 50, 100, 250, 1, 1.5, 2, 3, 5, 8, 0.2, 0.5, 0.8];
20 ases=[1, 2, 3, 4, 5, 6.001, 7.001, 8, 9.001, 10, 12.002, 15.001, 18, 20, 22,
    25.001, 28, 30.002, 32, 35, 38, 40.001, 42, 45.002, 48.001, 50.001];
21
22 valores_a = []; % Inicializar un vector vacio para el parametro 'a'
23 valores_r = [];
24 valores_alt = [];
25 valores_vreal= [];
26
27 legends = {}; % Para guardar los textos de las leyendas
28 for alt = alturas % Ciclo for para cambiar altura capa
29     model.param.set('h1', num2str(alt)); % Cambia el parametro de h1
30     valores_a_alt = []; % Reiniciar vector en cada ciclo de h
31     valores_r_alt = [];
32     valores_vreal_cond = [];
33     contador_alt=alt
34     for a = ases % Ciclo for para cambiar espaciamiento de barras
35         contador_a = a
36         model.param.set('a', num2str(a)); % Cambia el parametro 'a'
37         model.study('std1').run(); % Ejecuta la simulación
38         V1 = mphinterp(model, 'V', 'coord', [-a*0.5; 0; -0.1]); % Potencial en
    varillas
39         V2 = mphinterp(model, 'V', 'coord', [a*0.5; 0; -0.1]);
40         Vreal = V1 - V2;
41         Res = 2 * pi * a * Vreal / I;
42         % Agregar los valores de espaciamiento "a" y de resistividad
43         valores_a_alt = [valores_a_alt, a];

```

```

44     valores_r_alt = [valores_r_alt, Res];
45     valores_vreal_cond = [valores_vreal_cond, Vreal];
46 end
47 % Guardar los resultados con la conductividad asociada
48 valores_a = [valores_a; valores_a_alt]; % Guardar en una nueva fila
49 valores_r = [valores_r; valores_r_alt];
50 valores_alt = [valores_alt; repmat(alt, 1, length(valores_a_alt))]; %
51 valores_vreal = [valores_vreal; valores_vreal_cond];
52 end

```

### 8.3.3. Obtención de modelos de suelos de dos capas horizontales a través de ecuaciones analíticas

```

1 %% 1. Carga de datos desde Excel
2 filename = 'D:\SIMULACIONES FINALES\datos_finales.xlsx';
3 sheet = 1; % Hoja de Excel
4 % Valores cargados desde Excel
5 r2_values = xlsread(filename, sheet, 'A2:A20');
6 a = xlsread(filename, sheet, 'B1:AA1');
7 pa_all = xlsread(filename, sheet, 'B2:AA20');
8 %% 2. Configuración de optimización
9 lb = [0, 0, 0.1]; % L mites inferiores
10 ub = [1e7, 1e7, 100]; % L mites superiores
11 options = optimoptions('lsqnonlin', 'Display', 'off', 'TolFun', 1e-8, 'TolX', 1e-8);
12 %% 3. Inicialización de matrices para resultados
13 num_suelos = length(r2_values);
14 p1_opt_all = zeros(num_suelos, 1);
15 p2_opt_all = zeros(num_suelos, 1);
16 h_opt_all = zeros(num_suelos, 1);
17 rmse_all = zeros(num_suelos, 1);
18 %% 4. Optimización iterativa (cada conjunto de mediciones)
19 for i = 1:num_suelos
20     pa = pa_all(i, :); % Mediciones actuales
21     % Parámetros iniciales adaptativos
22     x0 = [mean(pa), 500000, mean(a)];
23     % Función objetivo
24     fun = @(x) modelo_dos_capas(x, a) - pa;
25     % Optimización numérica
26     [x_opt, resnorm] = lsqnonlin(fun, x0, lb, ub, options);
27     % Guardar resultados
28     p1_opt_all(i) = x_opt(1);
29     p2_opt_all(i) = x_opt(2);
30     h_opt_all(i) = x_opt(3);
31     % Cálculo del RMSE
32     rho_model = modelo_dos_capas(x_opt, a);
33     rmse_all(i) = sqrt(mean((rho_model - pa).^2));
34 % --- Gráfico comparativo ---
35 figure;
36 plot(a, pa, 'ko-', 'LineWidth', 1.5, 'DisplayName', 'Medido');
37 hold on;
38 plot(a, rho_model, 'r--o', 'LineWidth', 1.5, 'DisplayName', 'Simulado');
39 grid on;

```

```

40     xlabel('Separación de electrodos a (m)');
41     ylabel('Resistividad aparente (Ohm m)');
42     title(sprintf('Suelo %d | h = %.2f m | RMSE = %.2f', i, x_opt(3), rmse_all(
43     i)));
43     legend('Location', 'best');
44 end
45 %% 5. Mostrar resultados en consola
46 tabla_resultados = table(r2_values, p1_opt_all, p2_opt_all, h_opt_all, rmse_all
47     , ...
48     'VariableNames', {'Referencia', 'Rho1_Ohm_m', 'Rho2_Ohm_m', 'h_m', 'RMSE'})
49 ;
48 disp('Resultados finales de optimización:');
49 disp(tabla_resultados);
50 %% Función Modelo de dos capas
51 function rho = modelo_dos_capas(x, a)
52     p1 = x(1);
53     p2 = x(2);
54     h = x(3);
55     k = (p2 - p1) / (p2 + p1);
56     rho = zeros(size(a));
57     for j = 1:length(a)
58         suma = 0;
59         N = 500;
60         tol = 1e-12;
61         for n = 1:N
62             term = k^n * (1 / sqrt(1 + (2 * n * h / a(j))^2) - 1 / sqrt(4 + (2
63 * n * h / a(j))^2));
64             suma = suma + term;
65             if abs(term) < tol
66                 break;
67             end
68         end
69         rho(j) = p1 * (1 + 4 * suma);
70     end
71 end

```

#### 8.3.4. Obtención de modelos de suelos de dos capas horizontales a través de método gráfico de Sunde

```

1 %% === Cargar datos desde Excel ===
2 filename = 'D:\SIMULACIONES FINALES\datos_finales.xlsx';
3 sheet = 3;
4
5 y_real_all = xlsread(filename, sheet, 'B2:AA20');
6 x = xlsread(filename, sheet, 'B1:AA1');
7
8 p1 = y_real_all(:, 1);
9 p2 = y_real_all(:, end);
10 relaciones = p2 ./ p1;
11
12 valid_mask = isfinite(relaciones) & p1 > 0 & p2 > 0;
13 relaciones = relaciones(valid_mask);
14 y_real_all = y_real_all(valid_mask, :);

```

```

15 p1 = p1(valid_mask);
16 p2 = p2(valid_mask);
17
18 rho1 = 1;
19 a_h = logspace(-1, log10(5000), 200);
20 pendiente_umbral = 0.05;
21 colores = lines(length(relaciones));
22
23 figure(1); hold on; grid on;
24 set(gca, 'XScale', 'log', 'YScale', 'log');
25 xlabel('a/h', 'FontSize', 12); ylabel('\rho_a/\rho_1', 'FontSize', 12);
26 title('Curvas de Sunde con Punto Representativo', 'FontSize', 14);
27
28 figure(2); hold on; grid on;
29 xlabel('a/h'); ylabel('Pendiente logar tmica');
30 title('Pendiente Logar tmica'); set(gca, 'XScale', 'log');
31
32 n_suelos = length(relaciones);
33 n_cols = 5;
34 n_rows = ceil(n_suelos / n_cols);
35 figure(3);
36
37 resultadosTabla = {};
38
39 for idx = 1:n_suelos
40     rho2 = relaciones(idx) * rho1;
41     K = (rho2 - rho1) / (rho2 + rho1);
42     rho_a = zeros(size(a_h));
43
44     for j = 1:length(a_h)
45         sumatoria = 0;
46         for n = 1:5000
47             term = K^n * (1/sqrt(1 + (2*n/a_h(j))^2) - 1/sqrt(4 + (2*n/a_h(j))
48 ^2));
49             sumatoria = sumatoria + term;
50             if abs(term) < 1e-12
51                 break;
52             end
53         end
54         rho_a(j) = rho1 * (1 + 4*sumatoria);
55     end
56
57     log_ah = log10(a_h);
58     log_rho = log10(rho_a / rho1);
59     dlog_rho = diff(log_rho) ./ diff(log_ah);
60     dlog_rho_smooth = movmean(dlog_rho, 5);
61     midpoints = 10.^((log_ah(1:end-1) + log_ah(2:end))/2);
62
63     mask_pendiente = abs(dlog_rho_smooth) > pendiente_umbral;
64     idx_start = find(mask_pendiente, 1, 'first');
65     idx_end = find(mask_pendiente, 1, 'last');
66
67     if ~isempty(idx_start) && ~isempty(idx_end) && idx_end > idx_start
68         idx_medio = round((idx_start + idx_end) / 2);

```

```

68     idx_medio_original = idx_medio + 1;
69
70     a_h_sel = a_h(idx_medio_original);
71     rho_a_sel = rho_a(idx_medio_original);
72
73     fprintf('Suelo %d (      /      = %.2f): a/h = %.2f,  _a /      = %.2f\n
', ...
74         idx, relaciones(idx), a_h_sel, rho_a_sel);
75     else
76         a_h_sel = NaN;
77         rho_a_sel = NaN;
78         fprintf('Suelo %d (      /      = %.2f): no se encontr zona
significativa.\n', ...
79             idx, relaciones(idx));
80     end
81
82     figure(1);
83     plot(a_h, rho_a / rho1, '- ', 'Color', colores(idx, :), 'LineWidth', 1.5);
84     if ~isnan(a_h_sel)
85         plot(a_h_sel, rho_a_sel, 'o', 'MarkerSize', 8, ...
86             'MarkerFaceColor', colores(idx, :), 'Color', colores(idx, :));
87     end
88
89     figure(2);
90     semilogx(midpoints, dlog_rho_smooth, 'Color', colores(idx, :), 'LineWidth',
1.2);
91
92     %% Paso 1: Calcular \rho_a real
93     pa_calculado = rho_a_sel * p1(idx);
94
95     %% Paso 2: Interpolaci n por tramos monot nicos
96     y_real = y_real_all(idx, :);
97     a_interpolado = NaN;
98     dif_sign = sign(diff(y_real));
99     bloques_validos = find([true, dif_sign(1:end-1) ~= dif_sign(2:end), true]);
100
101     for k = 1:length(bloques_validos)-1
102         ini = bloques_validos(k);
103         fin = bloques_validos(k+1);
104         bloque_y = y_real(ini:fin);
105         bloque_x = x(ini:fin);
106         if all(diff(bloque_y) >= 0) || all(diff(bloque_y) <= 0)
107             if pa_calculado >= min(bloque_y) && pa_calculado <= max(bloque_y)
108                 a_interpolado = interp1(bloque_y, bloque_x, pa_calculado);
109                 break;
110             end
111         end
112     end
113
114     %% Paso 3: Calcular h
115     if ~isnan(a_interpolado) && ~isnan(a_h_sel) && a_h_sel > 0
116         h_estimado = a_interpolado / a_h_sel;
117         fprintf('      Separaci n interpolada: a = %.2f, Altura estimada h =
%.2f\n\n', a_interpolado, h_estimado);

```

```

118     else
119         h_estimado = NaN;
120         fprintf('      No se pudo estimar h para el suelo %d\n\n', idx);
121     end
122
123     %% Subplot comparativo
124     figure(3);
125     subplot(n_rows, n_cols, idx); hold on; grid on;
126     plot(x, y_real, 'k-o', 'LineWidth', 1.2);
127     if ~isnan(a_interpolado)
128         plot(a_interpolado, pa_calculado, 'ro', 'MarkerSize', 6, '
MarkerFaceColor', 'r');
129     end
130     title(sprintf('Suelo %d', idx), 'FontSize', 10);
131     xlabel('a [m]'); ylabel('\rho_a [\Omega m]');
132     set(gca, 'FontSize', 8);
133
134     %% Gráfico individual
135     figure(100 + idx); hold on; grid on;
136     plot(x, y_real, 'k-o', 'LineWidth', 1.5);
137     if ~isnan(a_interpolado)
138         plot(a_interpolado, pa_calculado, 'ro', 'MarkerSize', 8, '
MarkerFaceColor', 'r');
139     end
140     xlabel('a [m]', 'FontSize', 12);
141     ylabel('\rho_a [\Omega m]', 'FontSize', 12);
142     title(sprintf('Suelo %d: Comparaci n con dato medido', idx), 'FontSize',
14);
143     legend('Datos medidos', 'Punto estimado', 'Location', 'best');
144     set(gca, 'FontSize', 12);
145
146     %% Guardar en tabla
147     resultadosTabla{end+1, 1} = idx;
148     resultadosTabla{end, 2} = p1(idx);
149     resultadosTabla{end, 3} = p2(idx);
150     resultadosTabla{end, 4} = relaciones(idx);
151     resultadosTabla{end, 5} = a_h_sel;
152     resultadosTabla{end, 6} = rho_a_sel;
153     resultadosTabla{end, 7} = pa_calculado;
154     resultadosTabla{end, 8} = a_interpolado;
155     resultadosTabla{end, 9} = h_estimado;
156 end
157
158 figure(1); legend('Location', 'bestoutside'); axis([0.1 5000 0.001 1000]); set(
gca, 'FontSize', 12);
159 figure(2); legend('Location', 'best'); set(gca, 'FontSize', 12);
160
161 resultadosTabla = cell2table(resultadosTabla, 'VariableNames', ...
162     {'Suelo', 'rho1', 'rho2', 'rho2_rho1', 'a_h', 'pa_p1', 'pa', 'a_interpolada
', 'h'});
163
164 disp(resultadosTabla);

```

### 8.3.5. Obtención de modelos de suelos de dos capas horizontales a través de método gráfico alternativo

```

1
2 clc; clear; close all;
3
4 % === Cargar datos desde Excel ===
5 filename = 'D:\SIMULACIONES FINALES\datos_finales.xlsx';
6 sheet = 8;
7
8 % Leer resistividades aparentes y separaciones
9 y_real_all = xlsread(filename, sheet, 'B2:AA17');
10 x = xlsread(filename, sheet, 'B1:AA1');
11
12 % p1: primer valor. p2: el m s distinto
13 p1 = y_real_all(:, 1);
14 [~, idx_max_diff] = max(abs(y_real_all - p1), [], 2);
15 p2 = arrayfun(@(i) y_real_all(i, idx_max_diff(i)), 1:size(y_real_all, 1));
16
17 % Calcular relaciones y filtrar casos v lidos
18 relaciones = p2 ./ p1;
19 valid_mask = isfinite(relaciones) & p1 > 0 & p2 > 0;
20 relaciones = relaciones(valid_mask);
21 y_real_all = y_real_all(valid_mask, :);
22 p1 = p1(valid_mask);
23 p2 = p2(valid_mask);
24
25 % === Par metros de c lculo ===
26 rho1 = 1;
27 a_h = logspace(-1, log10(5000), 200);
28 pendiente_umbral = 0.05;
29 colores = lines(length(relaciones));
30
31 % Preparar figuras
32 figure(1); hold on; grid on;
33 set(gca, 'XScale', 'log', 'YScale', 'log');
34 xlabel('a/h'); ylabel('\rho_a/\rho_1');
35 title('Curvas de Sunde');
36
37 figure(2); hold on; grid on;
38 xlabel('a/h'); ylabel('Pendiente logar tmica');
39 title('Pendiente Logar tmica'); set(gca, 'XScale', 'log');
40
41 n_suelos = length(relaciones);
42 n_cols = 5;
43 n_rows = ceil(n_suelos / n_cols);
44 figure(3);
45
46 resultadosTabla = {};
47
48 % === Iterar sobre cada suelo ===
49 for idx = 1:n_suelos
50     rho2 = relaciones(idx) * rho1;
51     K = (rho2 - rho1) / (rho2 + rho1);

```

```

52 rho_a = zeros(size(a_h));
53
54 for j = 1:length(a_h)
55     sumatoria = 0;
56     for n = 1:5000
57         term = K^n * (1/sqrt(1 + (2*n/a_h(j))^2) - 1/sqrt(4 + (2*n/a_h(j))
58         ^2));
59         sumatoria = sumatoria + term;
60         if abs(term) < 1e-12
61             break;
62         end
63     end
64     rho_a(j) = rho1 * (1 + 4*sumatoria);
65 end
66
67 % Calcular pendiente log-log
68 log_ah = log10(a_h);
69 log_rho = log10(rho_a / rho1);
70 dlog_rho = diff(log_rho) ./ diff(log_ah);
71 dlog_rho_smooth = movmean(dlog_rho, 5);
72 midpoints = 10.^((log_ah(1:end-1) + log_ah(2:end))/2);
73
74 mask_pendiente = abs(dlog_rho_smooth) > pendiente_umbral;
75 idx_start = find(mask_pendiente, 1, 'first');
76 idx_end = find(mask_pendiente, 1, 'last');
77
78 if ~isempty(idx_start) && ~isempty(idx_end) && idx_end > idx_start
79     idx_medio = round((idx_start + idx_end) / 2);
80     idx_medio_original = idx_medio + 1;
81     a_h_sel = a_h(idx_medio_original);
82     rho_a_sel = rho_a(idx_medio_original);
83 else
84     a_h_sel = NaN;
85     rho_a_sel = NaN;
86 end
87
88 % === Gr ficos 1 y 2 ===
89 figure(1);
90 plot(a_h, rho_a / rho1, '-', 'Color', colores(idx,:), 'LineWidth', 1.5);
91 if ~isnan(rho_a_sel)
92     plot(a_h_sel, rho_a_sel, 'o', 'Color', colores(idx,:), 'MarkerFaceColor
93     ', colores(idx,:), 'MarkerSize', 7);
94 end
95
96 figure(2);
97 semilogx(midpoints, dlog_rho_smooth, 'Color', colores(idx,:), 'LineWidth',
98 1.2);
99
100 % === Estimar pa y buscar todas las soluciones ===
101 pa_calculado = rho_a_sel * p1(idx);
102 y_real = y_real_all(idx, :);
103 a_interpolados = [];
104 h_estimados = [];

```

```

103 dif_sign = sign(diff(y_real));
104 bloques_validos = find([true, dif_sign(1:end-1) ~= dif_sign(2:end), true]);
105
106 for k = 1:length(bloques_validos)-1
107     ini = bloques_validos(k);
108     fin = bloques_validos(k+1);
109     bloque_y = y_real(ini:fin);
110     bloque_x = x(ini:fin);
111     if all(diff(bloque_y) >= 0) || all(diff(bloque_y) <= 0)
112         if pa_calculado >= min(bloque_y) && pa_calculado <= max(bloque_y)
113             a_interp = interp1(bloque_y, bloque_x, pa_calculado);
114             h_interp = a_interp / a_h_sel;
115             a_interpolados(end+1) = a_interp;
116             h_estimados(end+1) = h_interp;
117         end
118     end
119 end
120
121 if isempty(a_interpolados)
122     [~, idx_closest] = min(abs(y_real - pa_calculado));
123     a_interp = x(idx_closest);
124     h_interp = a_interp / a_h_sel;
125     a_interpolados = a_interp;
126     h_estimados = h_interp;
127 end
128
129 % === Subplot resumen ===
130 figure(3);
131 subplot(n_rows, n_cols, idx); hold on; grid on;
132 plot(x, y_real, 'k-o', 'LineWidth', 1.2);
133 for m = 1:length(a_interpolados)
134     plot(a_interpolados(m), pa_calculado, 'ro', 'MarkerSize', 6, '
MarkerFaceColor', 'r');
135 end
136 title(sprintf('Suelo %d', idx)); xlabel('a [m]'); ylabel('\rho_a [\Omega m
]');
137 set(gca, 'FontSize', 8);
138
139 % === Gráfico individual ===
140 figure(100 + idx); hold on; grid on;
141 plot(x, y_real, 'k-o', 'LineWidth', 1.5);
142 for m = 1:length(a_interpolados)
143     plot(a_interpolados(m), pa_calculado, 'ro', 'MarkerSize', 8, '
MarkerFaceColor', 'r');
144 end
145 xlabel('a [m]'); ylabel('\rho_a [\Omega m]');
146 title(sprintf('Suelo %d: Comparación con dato medido', idx));
147 legend('Datos medidos', 'Puntos estimados', 'Location', 'best');
148 set(gca, 'FontSize', 12);
149
150 % === Guardar en tabla ===
151 resultadosTabla{end+1, 1} = idx;
152 resultadosTabla{end, 2} = p1(idx);
153 resultadosTabla{end, 3} = p2(idx);

```

```
154 resultadosTabla{end, 4} = relaciones(idx);
155 resultadosTabla{end, 5} = a_h_sel;
156 resultadosTabla{end, 6} = rho_a_sel;
157 resultadosTabla{end, 7} = pa_calculado;
158 resultadosTabla{end, 8} = length(a_interpolados);
159 resultadosTabla{end, 9} = a_interpolados(1);
160 resultadosTabla{end,10} = h_estimados(1);
161 if length(h_estimados) > 1
162     resultadosTabla{end,11} = a_interpolados(2);
163     resultadosTabla{end,12} = h_estimados(2);
164 else
165     resultadosTabla{end,11} = NaN;
166     resultadosTabla{end,12} = NaN;
167 end
168 end
169
170 % Etiquetas y tabla final
171 figure(1); legend('Location', 'bestoutside');
172 figure(2); legend('Location', 'best');
173
174 resultadosTabla = cell2table(resultadosTabla, 'VariableNames', ...
175     {'Suelo', 'rho1', 'rho2', 'rho2_rho1', 'a_h', 'pa_p1', 'pa', ...
176     'n_soluciones', 'a_1', 'h_1', 'a_2', 'h_2'});
177
178 disp(resultadosTabla);
```

### 8.4. Resultados simulaciones suelos originales.

$a$ [m]	$\rho_2/\rho_1$									
	500000	250000	100000	50000	25000	10000	5000	2500	1000	500
1	81.3294	81.3221	81.3022	81.2687	81.2057	81.0325	80.7813	80.3705	79.5778	78.8747
2	47.4999	47.4760	47.4081	47.2967	47.0822	46.4988	45.6654	44.3391	41.8018	39.6083
3	39.8444	39.8023	39.6761	39.4726	39.0867	38.0437	36.5728	34.2790	30.0202	26.4523
4	37.6664	37.6064	37.4204	37.1293	36.5747	35.0936	33.0454	29.9268	24.3431	19.8473
5	37.0528	36.9671	36.7313	36.3532	35.6423	33.7693	31.2293	27.4625	20.9677	15.9540
6	36.7790	36.6794	36.3891	35.9301	35.0699	32.8378	29.8766	25.5898	18.4941	13.2593
7	36.7070	36.5927	36.2512	35.7128	34.7146	32.1591	28.8323	24.1387	16.6629	11.3810
8	36.6622	36.5278	36.1379	35.5241	34.3937	31.5406	27.8984	22.8854	15.1919	9.9802
9	36.6336	36.4822	36.0442	35.3556	34.0992	30.9653	27.0408	21.7651	13.9467	8.8558
10	36.6172	36.4488	35.9606	35.2016	33.8244	30.4314	26.2592	20.7749	12.9154	7.9838
12	36.4555	36.2526	35.6737	34.7781	33.1751	29.3172	24.7323	18.9557	11.1757	6.6161
15	36.5398	36.2901	35.5718	34.4738	32.5439	28.0534	22.9631	16.9029	9.3662	5.3058
18	36.4415	36.1384	35.2879	34.0034	31.7834	26.7769	21.3364	15.1781	8.0203	4.4147
20	36.5736	36.2350	35.2938	33.8840	31.4712	26.1326	20.4841	14.2816	7.3523	3.9905
22	36.4315	36.0697	35.0434	33.5229	30.9426	25.3452	19.5599	13.3907	6.7397	3.6167
25	36.1658	35.7498	34.6051	32.9259	30.1202	24.1860	18.2724	12.2051	5.9707	3.1628
28	36.3401	35.8748	34.5989	32.7469	29.7006	23.4073	17.3402	11.3326	5.4146	2.8402
30	36.4387	35.9394	34.5794	32.6192	29.4149	22.9098	16.7662	10.8161	5.0974	2.6594
32	36.4718	35.9401	34.4920	32.4275	29.0881	22.3921	16.1975	10.3219	4.8068	2.4972
35	36.2866	35.7093	34.1516	31.9473	28.4245	21.5274	15.3195	9.6009	4.4012	2.2739
38	36.2540	35.6306	33.9577	31.6077	27.9054	20.8048	14.5814	9.0026	4.0714	2.0942
40	36.2339	35.5791	33.8289	31.3900	27.5731	20.3498	14.1275	8.6425	3.8776	1.9896
42	36.2988	35.6100	33.7807	31.2438	27.3093	19.9595	13.7295	8.3267	3.7091	1.8990
45	36.5022	35.7568	33.8000	31.1149	26.9987	19.4528	13.2086	7.9153	3.4918	1.7828
48	36.1647	35.3844	33.3371	30.5494	26.3215	18.7105	12.5511	7.4410	3.2551	1.6580
50	36.1324	35.3228	33.2029	30.3347	26.0167	18.3327	12.2037	7.1861	3.1278	1.5911

**Tabla 21:** Valores de potencial eléctrico obtenidos para el estudio de sensibilidad de  $\rho_2$  en el suelo de dos capas horizontales, calculados mediante simulaciones aplicando el método de Wenner (parte 1).

$a$ [m]	$\rho_2/\rho_1$								
	250	100	50	25	10	5	2.5	1	0.5
1	78.2379	77.6538	77.3991	77.2586	77.1684	77.1370	77.1224	77.1101	77.1112
2	37.6536	35.8813	35.1248	34.7048	34.4371	34.3456	34.3004	34.2715	34.2620
3	23.3477	20.5879	19.4252	18.7838	18.3776	18.2380	18.1668	18.1246	18.1102
4	16.0594	12.7826	11.4280	10.6870	10.2192	10.0591	9.9784	9.9294	9.9134
5	11.8707	8.4392	7.0472	6.2921	5.8180	5.6564	5.5748	5.5255	5.5091
6	9.1555	5.8207	4.4989	3.7896	3.3469	3.1964	3.1206	3.0750	3.0597
7	7.3849	4.2379	3.0170	2.3681	1.9656	1.8291	1.7604	1.7191	1.7054
8	6.1697	3.2561	2.1480	1.5645	1.2045	1.0827	1.0215	0.9847	0.9724
9	5.2517	2.5726	1.5731	1.0515	0.7313	0.6233	0.5691	0.5365	0.5256
10	4.5934	2.1358	1.2341	0.7670	0.4816	0.3855	0.3374	0.3084	0.2987
12	3.6450	1.5857	0.8521	0.4772	0.2498	0.1736	0.1354	0.1125	0.1048
15	2.8163	1.1681	0.5970	0.3083	0.1343	0.0762	0.0471	0.0296	0.0238
18	2.2979	0.9363	0.4715	0.2377	0.0972	0.0503	0.0268	0.0127	0.0081
20	2.0601	0.8348	0.4189	0.2102	0.0848	0.0429	0.0220	0.0095	0.0053
22	1.8563	0.7499	0.3757	0.1881	0.0755	0.0379	0.0191	0.0079	0.0041
25	1.6132	0.6497	0.3252	0.1627	0.0651	0.0326	0.0163	0.0066	0.0033
28	1.4426	0.5800	0.2902	0.1451	0.0581	0.0290	0.0145	0.0058	0.0029
30	1.3481	0.5416	0.2709	0.1355	0.0542	0.0271	0.0136	0.0054	0.0027
32	1.2634	0.5072	0.2538	0.1269	0.0508	0.0254	0.0127	0.0051	0.0025
35	1.1483	0.4607	0.2304	0.1152	0.0461	0.0230	0.0115	0.0046	0.0023
38	1.0559	0.4234	0.2118	0.1059	0.0424	0.0212	0.0106	0.0042	0.0021
40	1.0023	0.4018	0.2010	0.1005	0.0402	0.0201	0.0101	0.0040	0.0020
42	0.9560	0.3832	0.1916	0.0958	0.0383	0.0192	0.0096	0.0038	0.0019
45	0.8967	0.3593	0.1797	0.0898	0.0359	0.0180	0.0090	0.0036	0.0018
48	0.8333	0.3338	0.1670	0.0835	0.0334	0.0167	0.0083	0.0033	0.0017
50	0.7994	0.3202	0.1601	0.0801	0.0320	0.0160	0.0080	0.0032	0.0016

**Tabla 22:** Valores de potencial eléctrico obtenidos para el estudio de sensibilidad de  $\rho_2$  en el suelo de dos capas horizontales, calculados mediante simulaciones aplicando el método de Wenner (parte 2).

a [m]	Altura capa [m]															
	0.2	0.5	0.8	1	1.5	2	3	5	8	10	15	20	30	50	100	250
1	34.7045	17.8837	12.6090	10.9314	9.0853	8.4674	8.0780	7.9385	7.9103	7.9018	7.8976	7.8970	7.8963	7.8934	7.8957	7.8950
2	25.0678	14.9046	10.6134	8.9647	6.6176	5.4831	4.5665	4.1268	4.0115	3.9910	3.9770	3.9722	3.9711	3.9708	3.9702	3.9702
3	19.5900	12.7902	9.5249	8.1126	5.9692	4.8110	3.6572	2.9562	2.7368	2.6938	2.6638	2.6561	2.6516	2.6500	2.6494	2.6496
4	16.1535	11.2848	8.6181	7.4374	5.5871	4.4817	3.3052	2.4511	2.1306	2.0647	2.0126	1.9987	1.9912	1.9886	1.9880	1.9877
5	13.5593	10.0820	7.8986	6.8865	5.2526	4.2556	3.1191	2.1949	1.7945	1.7038	1.6281	1.6073	1.5957	1.5916	1.5909	1.5906
6	11.7342	9.0231	7.2511	6.4221	4.9720	4.0566	2.9877	2.0497	1.5904	1.4778	1.3773	1.3486	1.3326	1.3268	1.3254	1.3253
7	10.2985	8.1611	6.7332	5.9752	4.7045	3.8853	2.8832	1.9544	1.4598	1.3283	1.2041	1.1670	1.1459	1.1377	1.1363	1.1360
8	9.2274	7.5496	6.2590	5.6441	4.4696	3.7222	2.7897	1.8906	1.3720	1.2250	1.0790	1.0334	1.0067	0.9973	0.9945	0.9941
9	8.3287	6.9975	5.8539	5.3219	4.2622	3.5838	2.7044	1.8378	1.3099	1.1512	0.9866	0.9317	0.8994	0.8872	0.8840	0.8837
10	7.5358	6.4439	5.5257	5.0109	4.0766	3.4465	2.6259	1.7927	1.2645	1.0972	0.9150	0.8528	0.8143	0.7998	0.7959	0.7954
12	6.3341	5.6333	4.9224	4.5252	3.7544	3.2078	2.4819	1.7179	1.2016	1.0249	0.8172	0.7397	0.6890	0.6688	0.6633	0.6627
15	5.1582	4.7064	4.2147	3.9298	3.3432	2.9050	2.2954	1.6218	1.1381	0.9609	0.7319	0.6364	0.5686	0.5395	0.5314	0.5302
18	4.3385	4.0285	3.6845	3.4707	3.0121	2.6521	2.1363	1.5389	1.0915	0.9192	0.6836	0.5762	0.4933	0.4549	0.4436	0.4419
20	3.9151	3.6771	3.3976	3.2187	2.8249	2.5075	2.0428	1.4889	1.0632	0.8970	0.6616	0.5492	0.4579	0.4135	0.3999	0.3978
22	3.5698	3.3816	3.1502	2.9970	2.6584	2.3773	1.9559	1.4422	1.0376	0.8773	0.6444	0.5287	0.4306	0.3802	0.3642	0.3617
25	3.1488	3.0135	2.8357	2.7175	2.4403	2.2046	1.8378	1.3775	1.0025	0.8503	0.6240	0.5060	0.4000	0.3412	0.3214	0.3184
28	2.8180	2.7136	2.5790	2.4837	2.2554	2.0545	1.7349	1.3186	0.9703	0.8262	0.6075	0.4894	0.3778	0.3119	0.2883	0.2844
30	2.6327	2.5470	2.4317	2.3470	2.1459	1.9648	1.6718	1.2821	0.9501	0.8112	0.5979	0.4805	0.3663	0.2961	0.2699	0.2655
32	2.4707	2.4021	2.3008	2.2256	2.0463	1.8824	1.6137	1.2475	0.9307	0.7968	0.5890	0.4731	0.3568	0.2827	0.2540	0.2490
35	2.2617	2.2043	2.1233	2.0657	1.9117	1.7703	1.5319	1.1991	0.9033	0.7764	0.5772	0.4627	0.3453	0.2662	0.2336	0.2278
38	2.0835	2.0405	1.9735	1.9261	1.7925	1.6700	1.4581	1.1542	0.8775	0.7571	0.5653	0.4540	0.3363	0.2530	0.2167	0.2099
40	1.9815	1.9430	1.8843	1.8380	1.7222	1.6104	1.4137	1.1261	0.8614	0.7448	0.5585	0.4486	0.3309	0.2456	0.2070	0.1996
42	1.8877	1.8537	1.8026	1.7618	1.6562	1.5530	1.3702	1.0994	0.8456	0.7330	0.5512	0.4436	0.3268	0.2391	0.1983	0.1902
45	1.7620	1.7344	1.6902	1.6539	1.5675	1.4743	1.3112	1.0618	0.8228	0.7158	0.5411	0.4365	0.3206	0.2309	0.1866	0.1776
48	1.6538	1.6299	1.5926	1.5642	1.4839	1.4033	1.2552	1.0259	0.8017	0.6997	0.5316	0.4301	0.3154	0.2241	0.1768	0.1667
50	1.5870	1.5649	1.5314	1.5070	1.4325	1.3589	1.2223	1.0034	0.7880	0.6892	0.5254	0.4256	0.3125	0.2199	0.1710	0.1605

**Tabla 23:** Valores de potencial eléctrico obtenidos para el estudio de sensibilidad de  $h$  en el suelo de dos capas horizontales, calculados mediante simulaciones aplicando el método de Wenner.

a [m]	$\rho_2/\rho_1$									
	500000	250000	100000	50000	25000	10000	5000	2500	1000	500
1	79.5009	79.4994	79.4885	79.4755	79.4562	79.4067	79.3430	79.2510	79.0873	78.9480
2	41.7106	41.6970	41.6615	41.6139	41.5334	41.3430	41.1042	40.7688	40.1807	39.6832
3	30.3999	30.3717	30.2998	30.1990	30.0298	29.6371	29.1593	28.4937	27.3613	26.4191
4	25.9102	25.8644	25.7456	25.5783	25.3006	24.6712	23.9216	22.9042	21.2250	19.8608
5	23.8592	23.7904	23.6172	23.3743	22.9782	22.0971	21.0772	19.7302	17.5855	15.8949
6	22.8690	22.7753	22.5410	22.2191	21.6991	20.5670	19.2911	17.6606	15.1630	13.2566
7	22.4171	22.2970	21.9969	21.5887	20.9389	19.5570	18.0433	16.1681	13.4183	11.3913
8	22.1101	21.9604	21.5922	21.0963	20.3180	18.6998	16.9791	14.9172	12.0200	9.9619
9	21.9532	21.7731	21.3318	20.7461	19.8378	17.9904	16.0815	13.8687	10.8918	8.8548
10	21.8489	21.6361	21.1188	20.4408	19.4035	17.3387	15.2655	12.9381	9.9400	7.9663
12	21.7016	21.4195	20.7450	19.8794	18.5910	16.1301	13.7918	11.3285	8.4136	6.6343
15	21.4944	21.0992	20.1795	19.0359	17.3915	14.4406	11.8525	9.3573	6.7365	5.2983
18	21.3076	20.7932	19.6189	18.2030	16.2399	12.9134	10.2080	7.8085	5.5459	4.4156
20	21.2011	20.6021	19.2565	17.6649	15.5084	11.9880	9.2596	6.9634	4.9365	3.9786
22	21.0645	20.3852	18.8679	17.1075	14.7805	11.1113	8.4010	6.2304	4.4275	3.6171
25	20.8480	20.0348	18.2694	16.2767	13.7253	9.9118	7.2770	5.3126	3.8147	3.1828
28	20.6191	19.6761	17.6694	15.4621	12.7287	8.8438	6.3294	4.5763	3.3375	2.8418
30	20.4672	19.4311	17.2668	14.9320	12.1000	8.2037	5.7821	4.1646	3.0761	2.6525
32	20.3038	19.1834	16.8679	14.4118	11.4926	7.6065	5.2931	3.8084	2.8502	2.4869
35	20.0450	18.7954	16.2638	13.6460	10.6297	6.8002	4.6529	3.3533	2.5633	2.2725
38	19.6335	18.2697	15.5528	12.8156	9.7556	6.0447	4.0817	2.9573	2.3098	2.0767
40	19.6302	18.1695	15.2988	12.4551	9.3388	5.6716	3.8032	2.7702	2.1944	1.9895
42	19.4816	17.9369	14.9376	12.0157	8.8758	5.2890	3.5274	2.5860	2.0770	1.8973
45	19.2101	17.5442	14.3704	11.3534	8.2046	4.7599	3.1575	2.3416	1.9185	1.7702
48	18.8923	17.1134	13.7852	10.6984	7.5681	4.2851	2.8357	2.1308	1.7785	1.6554
50	18.4668	16.6363	13.2530	10.1648	7.0909	3.9557	2.6175	1.9855	1.6765	1.5685

**Tabla 24:** Valores de potencial eléctrico obtenidos para el estudio de sensibilidad de  $\rho_2$  en el suelo de tres capas horizontales, calculados mediante simulaciones aplicando el método de Wenner (parte 1).

a [m]	$\rho_2/\rho_1$								
	250	100	50	25	10	5	2.5	1	0.5
1	78.8157	78.6836	78.6186	78.5814	78.5557	78.5461	78.5418	78.5403	78.5376
2	39.2149	38.7395	38.5093	38.3717	38.2784	38.2449	38.2282	38.2185	38.2145
3	25.5374	24.6383	24.2002	23.9349	23.7559	23.6916	23.6587	23.6389	23.6317
4	18.5969	17.3020	16.6647	16.2750	16.0094	15.9147	15.8655	15.8361	15.8257
5	14.3446	12.7463	11.9487	11.4556	11.1162	10.9943	10.9310	10.8927	10.8798
6	11.5263	9.7281	8.8151	8.2443	7.8478	7.7041	7.6299	7.5845	7.5691
7	9.5729	7.6662	6.6801	6.0546	5.6156	5.4556	5.3724	5.3218	5.3046
8	8.1374	6.2045	5.1841	4.5268	4.0602	3.8889	3.7998	3.7451	3.7266
9	7.0702	5.1573	4.1256	3.4504	2.9656	2.7862	2.6926	2.6349	2.6156
10	6.2579	4.4038	3.3806	2.7000	2.2050	2.0204	1.9238	1.8643	1.8441
12	5.1279	3.4438	2.4688	1.7976	1.2968	1.1072	1.0072	0.9453	0.9244
15	4.1108	2.7122	1.8392	1.2066	0.7164	0.5264	0.4251	0.3621	0.3406
18	3.4954	2.3446	1.5711	0.9824	0.5094	0.3218	0.2208	0.1576	0.1360
20	3.2010	2.1871	1.4727	0.9120	0.4509	0.2654	0.1648	0.1016	0.0799
22	2.9581	2.0626	1.4017	0.8681	0.4192	0.2360	0.1360	0.0730	0.0513
25	2.6645	1.9130	1.3233	0.8265	0.3954	0.2159	0.1170	0.0542	0.0326
28	2.4286	1.7914	1.2617	0.7981	0.3836	0.2077	0.1098	0.0474	0.0258
30	2.2938	1.7223	1.2259	0.7825	0.3783	0.2055	0.1078	0.0454	0.0239
32	2.1748	1.6554	1.1926	0.7682	0.3743	0.2029	0.1064	0.0444	0.0229
35	2.0163	1.5665	1.1464	0.7482	0.3688	0.2008	0.1054	0.0437	0.0223
38	1.8656	1.4761	1.0959	0.7243	0.3612	0.1976	0.1040	0.0431	0.0218
40	1.8004	1.4402	1.0790	0.7189	0.3612	0.1983	0.1045	0.0433	0.0220
42	1.7284	1.3968	1.0555	0.7087	0.3588	0.1977	0.1044	0.0433	0.0220
45	1.6268	1.3333	1.0199	0.6925	0.3544	0.1963	0.1040	0.0432	0.0219
48	1.5329	1.2724	0.9844	0.6755	0.3494	0.1945	0.1034	0.0431	0.0218
50	1.4591	1.2207	0.9511	0.6571	0.3422	0.1911	0.1018	0.0424	0.0215

**Tabla 25:** Valores de potencial eléctrico obtenidos para el estudio de sensibilidad de  $\rho_2$  en el suelo de tres capas horizontales, calculados mediante simulaciones aplicando el método de Wenner (parte 2).

a [m]	$\rho_2/\rho_1$									
	500000	250000	100000	50000	25000	10000	5000	2500	1000	500
1	78.6246	78.6239	78.6236	78.6231	78.6243	78.6255	78.6235	78.6233	78.6224	78.6191
2	38.5293	38.5286	38.5275	38.5276	38.5276	38.5273	38.5261	38.5242	38.5179	38.5098
3	24.2418	24.2418	24.2411	24.2407	24.2403	24.2388	24.2361	24.2319	24.2180	24.2010
4	16.7331	16.7344	16.7340	16.7329	16.7327	16.7301	16.7252	16.7169	16.6951	16.6651
5	12.0522	12.0508	12.0504	12.0499	12.0486	12.0446	12.0377	12.0253	11.9922	11.9477
6	8.9549	8.9537	8.9533	8.9527	8.9506	8.9449	8.9363	8.9192	8.8752	8.8152
7	6.8580	6.8581	6.8571	6.8554	6.8529	6.8456	6.8341	6.8127	6.7563	6.6802
8	5.3997	5.3990	5.3984	5.3971	5.3940	5.3850	5.3710	5.3445	5.2761	5.1841
9	4.3795	4.3790	4.3781	4.3758	4.3723	4.3617	4.3450	4.3139	4.2331	4.1255
10	3.6673	3.6711	3.6697	3.6676	3.6632	3.6511	3.6318	3.5957	3.5031	3.3807
12	2.8311	2.8303	2.8312	2.8252	2.8197	2.8042	2.7797	2.7340	2.6188	2.4690
15	2.2939	2.2936	2.2913	2.2879	2.2809	2.2604	2.2283	2.1699	2.0238	1.8392
18	2.1093	2.1074	2.1048	2.1003	2.0915	2.0663	2.0274	1.9568	1.7838	1.5711
20	2.0604	2.0588	2.0556	2.0507	2.0408	2.0127	1.9691	1.8909	1.7014	1.4728
22	2.0342	2.0321	2.0310	2.0241	2.0129	1.9823	1.9345	1.8489	1.6445	1.4019
25	2.0185	2.0166	2.0129	2.0063	1.9938	1.9581	1.9039	1.8081	1.5833	1.3233
28	2.0120	2.0112	2.0067	1.9994	1.9852	1.9453	1.8850	1.7795	1.5362	1.2617
30	2.0111	2.0105	2.0057	1.9962	1.9826	1.9392	1.8753	1.7638	1.5087	1.2259
32	2.0122	2.0079	2.0048	1.9951	1.9801	1.9346	1.8660	1.7481	1.4829	1.1928
35	2.0122	2.0084	2.0029	1.9938	1.9760	1.9264	1.8523	1.7262	1.4461	1.1464
38	1.9965	1.9961	1.9881	1.9781	1.9585	1.9051	1.8263	1.6928	1.4012	1.0959
40	2.0135	2.0108	2.0044	1.9938	1.9735	1.9171	1.8340	1.6940	1.3915	1.0790
42	2.0165	2.0142	2.0073	1.9963	1.9749	1.9157	1.8288	1.6836	1.3726	1.0555
45	2.0165	2.0146	2.0076	1.9954	1.9725	1.9093	1.8172	1.6644	1.3421	1.0199
48	2.0129	2.0100	2.0028	1.9901	1.9657	1.8987	1.8017	1.6421	1.3102	0.9843
50	1.9557	1.9694	1.9710	1.9612	1.9375	1.8698	1.7709	1.6090	1.2750	0.9511

**Tabla 26:** Valores de potencial eléctrico obtenidos para el estudio de sensibilidad de  $\rho_3$  en el suelo de tres capas horizontales, calculados mediante simulaciones aplicando el método de Wenner (parte 1).

a [m]	$\rho_2/\rho_1$								
	250	100	50	25	10	5	2.5	1	0.5
1	78.6161	78.6103	78.6069	78.6017	78.5987	78.5959	78.5937	78.5945	78.5964
2	38.4971	38.4740	38.4565	38.4404	38.4262	38.4200	38.4167	38.4155	38.4143
3	24.1737	24.1243	24.0852	24.0514	24.0219	24.0098	24.0030	23.9985	23.9969
4	16.6191	16.5375	16.4722	16.4162	16.3682	16.3484	16.3374	16.3305	16.3278
5	11.8810	11.7624	11.6681	11.5893	11.5211	11.4933	11.4777	11.4681	11.4646
6	8.7254	8.5690	8.4458	8.3439	8.2567	8.2210	8.2013	8.1893	8.1852
7	6.5672	6.3727	6.2217	6.0983	5.9937	5.9510	5.9276	5.9131	5.9081
8	5.0490	4.8192	4.6438	4.5019	4.3827	4.3347	4.3085	4.2922	4.2866
9	3.9693	3.7072	3.5105	3.3531	3.2228	3.1704	3.1421	3.1243	3.1184
10	3.2044	2.9137	2.6988	2.5294	2.3907	2.3353	2.3055	2.2868	2.2805
12	2.2576	1.9202	1.6797	1.4953	1.3480	1.2902	1.2593	1.2401	1.2335
15	1.5878	1.2058	0.9481	0.7593	0.6139	0.5583	0.5289	0.5107	0.5045
18	1.2910	0.8860	0.6274	0.4460	0.3114	0.2611	0.2348	0.2187	0.2132
20	1.1782	0.7657	0.5115	0.3380	0.2122	0.1660	0.1420	0.1273	0.1223
22	1.0962	0.6812	0.4340	0.2695	0.1529	0.1106	0.0888	0.0754	0.0710
25	1.0054	0.5926	0.3580	0.2075	0.1037	0.0668	0.0479	0.0364	0.0325
28	0.9357	0.5293	0.3082	0.1707	0.0782	0.0457	0.0292	0.0192	0.0159
30	0.8960	0.4953	0.2834	0.1535	0.0676	0.0377	0.0225	0.0134	0.0103
32	0.8604	0.4664	0.2626	0.1402	0.0601	0.0323	0.0183	0.0099	0.0070
35	0.8120	0.4287	0.2372	0.1246	0.0520	0.0270	0.0145	0.0069	0.0044
38	0.7634	0.3941	0.2150	0.1118	0.0459	0.0234	0.0121	0.0054	0.0031
40	0.7438	0.3789	0.2051	0.1061	0.0433	0.0219	0.0112	0.0048	0.0026
42	0.7205	0.3625	0.1950	0.1004	0.0408	0.0206	0.0104	0.0044	0.0023
45	0.6866	0.3397	0.1812	0.0928	0.0375	0.0189	0.0095	0.0039	0.0020
48	0.6542	0.3189	0.1689	0.0862	0.0348	0.0174	0.0088	0.0035	0.0018
50	0.6270	0.3029	0.1598	0.0814	0.0328	0.0164	0.0084	0.0033	0.0017

**Tabla 27:** Valores de potencial eléctrico obtenidos para el estudio de sensibilidad de  $\rho_3$  en el suelo de tres capas horizontales, calculados mediante simulaciones aplicando el método de Wenner (parte 2).

a [m]	Altura capa 1 [m]															
	0.2	0.5	0.8	1	1.5	2	3	5	8	10	15	20	30	50	100	250
1	9.0622	26.2980	48.0748	57.6143	69.7928	74.4691	77.4845	78.6194	78.9021	78.9535	78.8961	78.9378	78.9837	78.9774	78.9573	78.9624
2	4.2071	5.1385	9.1839	13.5875	22.9631	29.2360	35.2277	38.5097	39.4055	39.5585	39.6670	39.6812	39.7046	39.7009	39.7052	39.6716
3	2.9333	3.1547	3.8602	5.0189	9.2365	13.5793	19.6128	24.2005	25.8660	26.1744	26.4071	26.4623	26.4896	26.4978	26.4941	26.4927
4	2.4943	2.4708	2.6956	3.0413	4.6584	7.2252	11.7441	16.6647	18.8746	19.3456	19.7231	19.8177	19.8660	19.8778	19.8771	19.8799
5	2.1754	2.2086	2.2631	2.3550	2.9935	4.2791	7.4292	11.9482	14.5134	15.1369	15.6755	15.8154	15.8826	15.9044	15.9200	15.9032
6	2.0036	2.0340	2.0633	2.0741	2.3549	3.0024	5.0135	8.8150	11.5089	12.2499	12.9320	13.1135	13.2229	13.2587	13.2524	13.2582
7	1.9496	1.9604	1.9548	1.9643	2.0695	2.3684	3.6307	6.6803	9.3096	10.1301	10.9435	11.1846	11.3141	11.3545	11.3608	11.3369
8	1.8814	1.8802	1.8714	1.8673	1.9103	2.0633	2.8382	5.1840	7.6478	8.5057	9.4234	9.7206	9.8825	9.9313	9.9421	9.9422
9	1.8321	1.8185	1.8338	1.8359	1.8308	1.8857	2.3696	4.1255	6.3619	7.2307	8.2300	8.5665	8.7753	8.8251	8.8352	8.8358
10	1.7808	1.7806	1.7674	1.7652	1.7722	1.7991	2.0750	3.3807	5.3520	6.1943	7.2575	7.6343	7.8622	7.9388	7.9513	7.9536
12	1.7125	1.7023	1.6970	1.6945	1.6858	1.6873	1.7792	2.4688	3.9222	4.6872	5.7704	6.2135	6.5023	6.6053	6.6260	6.6267
15	1.6200	1.6097	1.6011	1.6007	1.5884	1.5817	1.5894	1.8393	2.6837	3.2600	4.2595	4.7518	5.1155	5.2579	5.2898	5.2924
18	1.5403	1.5265	1.5211	1.5175	1.5084	1.5005	1.4913	1.5710	2.0329	2.4380	3.2718	3.7644	4.1794	4.3370	4.4092	4.4126
20	1.4828	1.4801	1.4736	1.4696	1.4620	1.4529	1.4420	1.4727	1.7837	2.0797	2.8031	3.2751	3.7086	3.9186	3.9762	3.9619
22	1.4316	1.4313	1.4254	1.4250	1.4179	1.4088	1.3958	1.4017	1.5946	1.8238	2.4337	2.8771	3.3169	3.5522	3.6093	3.6156
25	1.3732	1.3707	1.3755	1.3586	1.3540	1.3466	1.3352	1.3233	1.4162	1.5603	2.0156	2.4084	2.8420	3.0979	3.1736	3.1900
28	1.3136	1.3099	1.3066	1.3036	1.2949	1.2887	1.2759	1.2602	1.3013	1.3888	1.7256	2.0551	2.4692	2.7427	2.8313	2.8407
30	1.2787	1.2723	1.2718	1.2665	1.2605	1.2549	1.2435	1.2257	1.2443	1.3092	1.5769	1.8679	2.2627	2.5435	2.6403	2.6496
32	1.2450	1.2412	1.2402	1.2366	1.2233	1.2299	1.2095	1.1926	1.1978	1.2404	1.4559	1.7232	2.0833	2.3686	2.4735	2.4852
35	1.1975	1.1912	1.1878	1.1844	1.1807	1.1859	1.1710	1.1464	1.1404	1.1629	1.3155	1.5200	1.8562	2.1426	2.2581	2.2724
38	1.1546	1.1464	1.1470	1.1400	1.1371	1.1340	1.1221	1.0959	1.0927	1.1028	1.2062	1.3631	1.6683	1.9516	2.0763	2.0927
40	1.1231	1.1199	1.1171	1.1140	1.1146	1.1049	1.0954	1.0790	1.0644	1.0690	1.1488	1.2876	1.5614	1.8398	1.9700	1.9879
42	1.0986	1.1057	1.0873	1.0875	1.0834	1.0864	1.0726	1.0536	1.0380	1.0387	1.0985	1.2172	1.4659	1.7379	1.8732	1.8865
45	1.0577	1.0497	1.0514	1.0432	1.0469	1.0381	1.0356	1.0199	1.0024	0.9993	1.0371	1.1288	1.3439	1.6039	1.7452	1.7671
48	1.0241	1.0217	1.0203	1.0154	1.0123	1.0082	0.9986	0.9843	0.9670	0.9639	0.9890	1.0565	1.2404	1.4864	1.6324	1.6566
50	1.0013	0.9967	0.9945	0.9899	0.9892	0.9865	0.9789	0.9511	0.9383	0.9455	0.9504	1.0148	1.1929	1.4161	1.5662	1.5901

**Tabla 28:** Valores de potencial eléctrico obtenidos para el estudio de sensibilidad de  $h_1$  en el suelo de tres capas horizontales, calculados mediante simulaciones aplicando el método de Wenner.

a [m]	Altura capa 2 [m]															
	0.2	0.5	0.8	1	1.5	2	3	5	8	10	15	20	30	50	100	250
1	78.8646	78.7979	78.7868	78.7198	78.6998	78.6108	78.6364	78.6193	78.6196	78.6133	78.6079	78.6086	78.6087	78.6070	78.6062	78.6124
2	39.3587	39.0872	38.9244	38.8686	38.7335	38.6637	38.5779	38.5101	38.5045	38.4953	38.4944	38.4918	38.4849	38.4874	38.4848	38.4887
3	25.8926	25.3885	25.0924	24.9562	24.7142	24.5638	24.3923	24.2005	24.1777	24.1625	24.1434	24.1384	24.1351	24.1350	24.1342	24.1346
4	19.0748	18.3679	17.9411	17.7348	17.3786	17.1556	16.8907	16.6649	16.5542	16.5214	16.4910	16.4822	16.4771	16.4741	16.4732	16.4723
5	14.9916	14.1403	13.6141	13.3575	12.8974	12.6100	12.2600	11.9538	11.7824	11.7363	11.6864	11.6741	11.6658	11.6616	11.6611	11.6620
6	12.3094	11.3861	10.7862	10.4926	9.9585	9.6110	9.2019	8.8148	8.6166	8.5576	8.4951	8.4749	8.4617	8.4575	8.4560	8.4560
7	10.4020	9.4909	8.8600	8.5377	7.9653	7.5797	7.1134	6.6802	6.3387	6.2663	6.1934	6.1603	6.1488	6.1368	6.1353	6.1407
8	9.0695	8.1446	7.5016	7.1691	6.5812	6.1741	5.6681	5.1840	4.8915	4.8038	4.7070	4.6742	4.6510	4.6429	4.6407	4.6398
9	8.0326	7.1486	6.5198	6.1964	5.5927	5.1767	4.6481	4.1255	3.8019	3.7019	3.5894	3.5471	3.5225	3.5136	3.5098	3.5078
10	7.2230	6.3958	5.7840	5.4803	4.8851	4.4716	3.9218	3.3807	3.0349	2.9242	2.7976	2.7480	2.7174	2.7046	2.7010	2.7008
12	6.0415	5.3392	4.8110	4.5257	3.9683	3.5641	3.0375	2.4721	2.0914	1.9623	1.8079	1.7480	1.7073	1.6870	1.6839	1.6838
15	4.8846	4.3713	3.9414	3.7058	3.2346	2.8873	2.3909	1.8393	1.4445	1.3023	1.1191	1.0411	0.9833	0.9572	0.9495	0.9484
18	4.1239	3.7589	3.4052	3.2205	2.8236	2.5202	2.0837	1.5710	1.1835	1.0368	0.8376	0.7467	0.6745	0.6399	0.6292	0.6275
20	3.7449	3.4208	3.1423	2.9776	2.6315	2.3580	1.9581	1.4728	1.0961	0.9497	0.7450	0.6475	0.5669	0.5266	0.5137	0.5117
22	3.4283	3.1595	2.9200	2.7780	2.4738	2.2252	1.8547	1.4019	1.0390	0.8947	0.6876	0.5855	0.4980	0.4520	0.4366	0.4344
25	3.0420	2.8353	2.6440	2.5271	2.2720	2.0600	1.7361	1.3233	0.9825	0.8433	0.6371	0.5305	0.4343	0.3804	0.3615	0.3584
28	2.7355	2.5712	2.4171	2.3213	2.1057	1.9233	1.6371	1.2602	0.9427	0.8095	0.6072	0.4987	0.3962	0.3350	0.3125	0.3087
30	2.5626	2.4287	2.2877	2.2023	2.0086	1.8427	1.5922	1.2259	0.9208	0.7918	0.5931	0.4841	0.3785	0.3131	0.2880	0.2837
32	2.4107	2.2899	2.1705	2.0945	1.9203	1.7689	1.5245	1.1927	0.9008	0.7760	0.5814	0.4727	0.3648	0.2955	0.2679	0.2631
35	2.2121	2.1149	2.0157	1.9514	1.8111	1.6689	1.4507	1.1464	0.8736	0.7549	0.5669	0.4595	0.3493	0.2748	0.2435	0.2378
38	2.0458	1.9646	1.8843	1.8261	1.6963	1.5796	1.3843	1.0959	0.8487	0.7358	0.5545	0.4490	0.3377	0.2589	0.2241	0.2174
40	1.9470	1.8754	1.8007	1.7511	1.6318	1.5250	1.3425	1.0790	0.8331	0.7238	0.5471	0.4430	0.3313	0.2503	0.2131	0.2058
42	1.8599	1.7960	1.7305	1.6840	1.5746	1.4714	1.3053	1.0555	0.8192	0.7132	0.5407	0.4380	0.3265	0.2431	0.2037	0.1957
45	1.7371	1.6472	1.6258	1.5834	1.4924	1.4022	1.2357	1.0199	0.8002	0.6989	0.5323	0.4319	0.3206	0.2344	0.1916	0.1826
48	1.6321	1.5781	1.5358	1.5030	1.4188	1.3384	1.2010	0.9843	0.7779	0.6816	0.5215	0.4240	0.3140	0.2261	0.1804	0.1705
50	1.5687	1.5274	1.4822	1.4543	1.3774	1.2997	1.1687	0.9511	0.7633	0.6701	0.5143	0.4187	0.3099	0.2212	0.1737	0.1631

**Tabla 29:** Valores de potencial eléctrico obtenidos para el estudio de sensibilidad de  $h_2$  en el suelo de tres capas horizontales, calculados mediante simulaciones aplicando el método de Wenner.

a [m]	$\rho_2/\rho_1$									
	500000	250000	100000	50000	25000	10000	5000	2500	1000	500
1	81.6100	81.5991	81.5788	81.5424	81.4774	81.2983	81.0446	80.6298	79.8181	79.0981
2	47.7617	47.7392	47.6691	47.5584	47.3440	46.7562	45.9162	44.5777	42.0188	39.8025
3	39.9879	39.9464	39.8126	39.6142	39.2245	38.1786	36.7033	34.3977	30.1132	26.5225
4	37.8239	37.7555	37.5670	37.2800	36.7290	35.2329	33.1745	30.0460	24.4303	19.9108
5	37.0696	36.9950	36.7586	36.3853	35.6665	33.7908	31.2535	27.4803	20.9822	15.9702
6	36.8437	36.7446	36.4529	35.9915	35.1284	32.8917	29.9200	25.6217	18.5050	13.2577
7	36.8711	36.7540	36.4128	35.8711	34.8694	32.3012	28.9597	24.2433	16.7282	11.4120
8	36.7014	36.5619	36.1733	35.5639	34.4304	31.5756	27.9197	22.9006	15.1873	9.9661
9	36.6797	36.5261	36.0891	35.4002	34.1411	31.0167	27.0982	21.8323	14.0281	8.9351
10	36.5207	36.3507	35.8626	35.1034	33.7241	30.3307	26.1595	20.6825	12.8519	7.9461
12	36.6676	36.4635	35.8790	34.9782	33.3649	29.4870	24.8735	19.0632	11.2323	6.6417
15	36.4543	36.2019	35.4840	34.3903	32.4615	27.9767	22.9090	16.8737	9.3711	5.3228
18	36.6732	36.3676	35.5176	34.2237	31.9911	26.9594	21.4897	15.2953	8.0883	4.4497
20	36.6317	36.2967	35.3584	33.9469	31.5365	26.2036	20.5613	14.3611	7.4168	4.0340
22	36.5906	36.2100	35.1899	33.6700	31.0897	25.4953	19.7179	13.5397	6.8543	3.6925
25	36.3401	35.9142	34.7638	33.0725	30.2485	24.2838	18.3412	12.2472	5.9885	3.1697
28	36.3786	35.9118	34.6349	32.7871	29.7302	23.4337	17.3618	11.3478	5.4183	2.8358
30	36.3436	35.8501	34.4890	32.5327	29.3425	22.8594	16.7377	10.8035	5.0947	2.6561
32	36.3086	35.7791	34.3411	32.2797	28.9516	22.2876	16.1192	10.2688	4.7798	2.4819
35	36.2937	35.7089	34.1563	31.9473	28.4252	21.5225	15.3210	9.6014	4.4008	2.2735
38	36.2570	35.6299	33.9565	31.6082	27.9065	20.8039	14.5816	9.0027	4.0716	2.0944
40	36.2367	35.5807	33.8308	31.3903	27.5728	20.3505	14.1270	8.6424	3.8775	1.9894
42	36.2208	35.5326	33.7084	31.1766	27.2508	19.9146	13.6998	8.3093	3.7017	1.8954
45	36.1924	35.4590	33.5213	30.8590	26.7783	19.2936	13.1002	7.8507	3.4633	1.7682
48	36.1653	35.3858	33.3400	30.5502	26.3223	18.7104	12.5514	7.4404	3.2548	1.6579
50	36.1491	35.3397	33.2204	30.3486	26.0289	18.3401	12.2086	7.1890	3.1290	1.5916

**Tabla 30:** Valores de potencial eléctrico obtenidos para el estudio de sensibilidad de  $\rho_2$  en el suelo de dos capas horizontales con volumen rocoso, calculados mediante simulaciones aplicando el método de Wenner (parte 1).

$a$ [m]	$\rho_2/\rho_1$								
	250	100	50	25	10	5	2.5	1	0.5
1	78.4499	77.8479	77.5884	77.4411	77.3492	77.3175	77.3004	77.2937	77.2921
2	37.8243	36.0252	35.2557	34.8287	34.5570	34.4623	34.4161	34.3881	34.3782
3	23.4020	20.6191	19.4447	18.7967	18.3876	18.2474	18.1754	18.1348	18.1157
4	16.1021	12.8062	11.4440	10.6981	10.2272	10.0663	9.9848	9.9358	9.9193
5	11.8813	8.4509	7.0589	6.3046	5.8300	5.6678	5.5865	5.5375	5.5208
6	9.1453	5.8045	4.4807	3.7704	3.3273	3.1765	3.1006	3.0548	3.0396
7	7.3831	4.2033	2.9672	2.3095	1.9013	1.7628	1.6931	1.6512	1.6371
8	6.1432	3.2117	2.0989	1.5113	1.1499	1.0260	0.9643	0.9274	0.9148
9	5.3156	2.6108	1.5968	1.0662	0.7399	0.6298	0.5745	0.5412	0.5301
10	4.5738	2.1253	1.2251	0.7582	0.4725	0.3764	0.3282	0.2992	0.2895
12	3.6449	1.5664	0.8243	0.4454	0.2142	0.1382	0.0991	0.0760	0.0708
15	2.8311	1.1757	0.5999	0.3090	0.1343	0.0749	0.0456	0.0280	0.0221
18	2.3097	0.9329	0.4635	0.2277	0.0860	0.0388	0.0152	0.0010	0.0037
20	2.0839	0.8442	0.4227	0.2114	0.0840	0.0415	0.0204	0.0078	0.0035
22	1.8964	0.7658	0.3834	0.1916	0.0766	0.0382	0.0190	0.0075	0.0037
25	1.6145	0.6490	0.3246	0.1623	0.0649	0.0325	0.0163	0.0065	0.0034
28	1.4393	0.5770	0.2884	0.1442	0.0576	0.0288	0.0144	0.0057	0.0029
30	1.3440	0.5388	0.2693	0.1346	0.0538	0.0269	0.0134	0.0053	0.0027
32	1.2553	0.5038	0.2520	0.1260	0.0504	0.0252	0.0126	0.0050	0.0025
35	1.1482	0.4607	0.2304	0.1152	0.0461	0.0230	0.0115	0.0053	0.0023
38	1.0563	0.4235	0.2118	0.1059	0.0424	0.0212	0.0106	0.0042	0.0021
40	1.0022	0.4017	0.2009	0.1005	0.0402	0.0201	0.0100	0.0040	0.0020
42	0.9543	0.3825	0.1913	0.0957	0.0383	0.0191	0.0096	0.0038	0.0019
45	0.8893	0.3563	0.1782	0.0891	0.0356	0.0178	0.0086	0.0017	0.0008
48	0.8332	0.3338	0.1669	0.0835	0.0334	0.0167	0.0083	0.0033	0.0017
50	0.7996	0.3203	0.1602	0.0801	0.0320	0.0160	0.0080	0.0032	0.0016

**Tabla 31:** Valores de potencial eléctrico obtenidos para el estudio de sensibilidad de  $\rho_2$  en el suelo de dos capas horizontales con volumen rocoso, calculados mediante simulaciones aplicando el método de Wenner (parte 2).