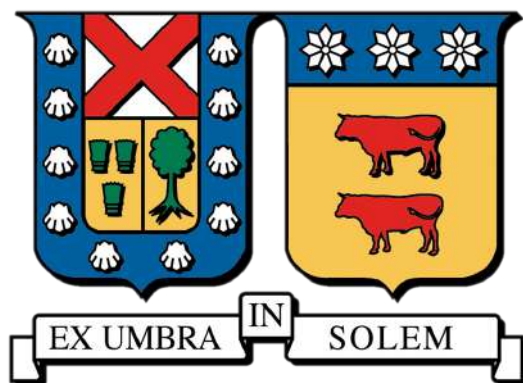


Universidad Técnica Federico Santa María

Departamento de Física



**Efectos viscosos en simulaciones hidrodinámicas
de vientos estelares impulsados por radiación**

Juan José Castro Salgado

Tesina para optar al grado académico de Licenciado en Astrofísica

Profesor Guía: Dr. Matías Montesinos Armijo

JULIO-2026



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): ☒ Memoria o trabajo de título ☐ Tesis de Postgrado

Título del trabajo: Efectos viscosos en simulaciones hidrodinámicas de vientos estelares impulsados por radiación.

Nombre del candidato(a): Juan José Castro Salgado

Carrera / Grado: Licenciatura en Astrofísica

Campus: San Joaquín

Departamento: Departamento de Física

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Matias Montesinos Armijo, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

☒ El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

☐ El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por (**marcar una opción**):

☐ 6 meses ☐ 12 meses ☐ 2 años ☐ 3 años ☐ 5 años ☐ 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

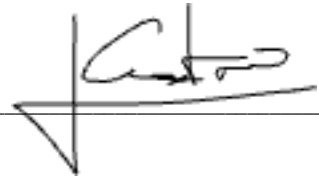
Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 05-10-2026

Firma: 

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 05-10-2026

Firma: 

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.

Abstract

Los vientos de estrellas masivas impulsados por radiación suelen modelarse como flujos no viscosos. En este trabajo, utilizamos simulaciones hidrodinámicas dependientes del tiempo basadas en el formalismo m-CAK. Inicialmente, demostramos que este enfoque no estacionario permite encontrar soluciones continuas y estables en las denominadas regiones prohibidas” del espacio de parámetros, superando las limitaciones de convergencia numéricas características de los modelos estacionarios tradicionales. Posteriormente, abordamos las limitaciones de la prescripción alfa estándar de [Shakura & Sunyaev \(1973\)](#), la cual está ligada a flujos dominados por cizalla y resulta inapropiada para vientos donde la velocidad radial se vuelve supersónica y domina sobre la rotación. Para ello, implementamos una viscosidad alfa generalizada limitada por deformación que incluye expansión radial, cizalla rotacional y una longitud de mezcla turbulenta máxima para evaluar cómo cambian la velocidad radial, la densidad, la tasa de pérdida de masa y la velocidad terminal a medida que varían la viscosidad y la rotación estelar. La viscosidad produce cambios hidrodinámicos medibles: aumentarla conduce a mayores velocidades exteriores del viento, pero por encima de cierto régimen de rotación esta proporcionalidad se revierte. Los modelos viscosos también modifican sistemáticamente la densidad del viento y la tasa de pérdida de masa. Finalmente, postprocesamos estos modelos con el código de transferencia radiativa NLTE “FASTWIND”. Los espectros sintéticos muestran variaciones sistemáticas con la viscosidad, incluyendo cambios en la intensidad de las líneas de Balmer, conectando exitosamente los modelos hidrodinámicos viscosos con firmas espectroscópicas potencialmente observables.

Agradecimientos

Quiero agradecer a mi entorno familiar, primeramente a quienes me han apoyado desde que la opción de estudiar esta carrera era un simple sueño de niño: mi querida madre, mi hermano mayor, mi padre, que me han dado su apoyo y cariño a lo largo de toda mi vida y principalmente durante estos años de carrera que seguramente fueron cuando más los necesité. Sin embargo, también quiero agradecer a quienes llegaron un poco después, los Ferreira Oyaneder: Tami, Richi, Tío Ricardo y Tía Vero, a quienes considero parte de mi círculo familiar desde que tuvimos la oportunidad de conocernos, y sobretodo ahora que llegó un pequeño que nos une definitivamente, mi querido sobrino Thiago, que con la sonrisa que lo caracteriza es capaz de quitarle el estrés a quien sea, y que quiero con todo mi corazón. Por supuesto, no pueden faltar tampoco mi gata Luna, quien me acompañó innumerables noches de desvelo estudiando, y que considero se le debiese otorgar el título igual que a mí porque imagino que de acostarse tanto en mis apuntes eventualmente debió aprender algo, y mi gato Queso, quien no pudo llegar a vivir conmigo este momento, pero en mis recuerdos y corazón seguirá conmigo desde siempre y para siempre.

Agradecer por supuesto a mis amigos que quiero con el alma, no me atrevo a mencionarlos uno por uno porque probablemente se enojarían si escribo a alguien primero que otro, pero a pesar de eso confío en que saben perfectamente quienes son. Sin ustedes, no logro pensar cómo habría podido terminar la carrera, y de quienes también me siento muy orgulloso, porque creo que todos fuimos creciendo a lo largo de los años y hoy me toca verlos a todos con sus proyectos e ideas impulsadas por sus propias motivaciones. Los quiero mucho, y espero poder contar con ustedes más allá de estos años de academia.

Por supuesto, agradecer también a los académicos y académicas que fui conociendo a lo largo de la carrera. Me siento afortunado de haber tenido a los profesores que tuve, pues más allá de limitarse a solo explicar bien las materias, se preocupaban genuinamente de formarnos de la mejor manera posible como científicos y como personas. Agradezco especialmente al Dr. Matías Montesinos el haberme dado la oportunidad de trabajar en investigación en etapas relativamente tempranas de carrera, y que me permitió experimentar de primera mano el trabajo de un astrofísico como tal y hasta publicar un paper, cosa que cuando entré a la carrera era impensable para mí y lo veía muy lejano, este logro me hizo finalmente creer en que sí soy capaz de ejercer y aportar en la carrera que me apasiona.

Sé que me estoy extendiendo quizás demasiado, pero me gustaría cerrar esta etapa con una frase del Archivo de las Tormentas, serie de libros escrita por Brandon Sanderson que me leí a lo largo de la carrera, desde primer año hasta el último:

“Un viaje incluirá dolor y fracaso. No son solo los pasos adelante los que debemos aceptar, sino también los traspiés. Las dificultades. El conocimiento de que fracasaremos. De que haremos daño a quienes nos rodean. Pero si nos detenemos, si aceptamos la persona que somos al caer, el viaje concluye. Ese fracaso *pasa a ser* nuestro destino. Amar el viaje implica no aceptar ese final. He descubierto, por medio de dolorosas experiencias, que el paso más importante que puede dar alguien es siempre el siguiente.

Las palabras más importantes que puede pronunciar un hombre son: «Lo haré mejor». No son las palabras más importantes que pueda pronunciar *cualquier* hombre. Yo soy hombre, y son ellas las que necesitaba decir.”

– de Juramentada, 3er libro del Archivo de las Tormentas.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Vientos Estelares	1
1.2.1. Vientos impulsados por radiación	2
1.2.2. Viscosidad en vientos estelares	4
2. Marco Teórico	6
2.1. Aproximación de Sobolev	6
2.2. Teoría m-CAK	7
2.2.1. Primer acercamiento: teoría CAK	7
2.2.2. Teoría CAK modificada (m-CAK)	7
2.2.3. Ecuaciones hidrodinámicas	8
2.3. Viscosidad Turbulenta	10
2.3.1. Prescripción de Shakura & Sunyaev	11
2.3.2. Régimen de validez y limitaciones hidrodinámicas	11
2.3.3. Prescripción generalizada usando Teoría de Longitud de Mezcla	12
2.3.4. Nuevo régimen de validez	12
2.4. Simulaciones Hidrodinámicas	13
2.4.1. Modelos estelares	14
2.4.2. Espectros sintéticos con FASTWIND	14
3. Resultados y discusión	17
3.1. Soluciones no-estacionarias en regiones prohibidas	17
3.1.1. Transición entre regimenes rápido-lento	19
3.1.2. Estructura del flujo	21
3.1.3. El régimen de Conducción Débil ($k = 0,1$)	22
3.2. Efectos viscosos en simulaciones	27
3.2.1. Comportamiento bimodal de velocidad terminal v_∞	28
3.3. Efectos viscosos observacionales	30

4. Conclusiones	34
4.1. Simulaciones 1D no-estacionarias	34
4.2. Simulaciones con viscosidad	35
4.3. Trabajo a futuro	36

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

Los vientos estelares son flujos de material que emergen desde las zonas externas de las atmósferas estelares hacia el medio interestelar, teniendo un papel muy importante en la evolución del entorno. Conocer y medir estos vientos nos permite estudiar diversos fenómenos, un ejemplo es la evolución de la estrella que los emite: a medida que la estrella avanza por la secuencia principal, cambia sus propiedades internas y por tanto es de esperar que se vea afectada en alguna forma su tasa de pérdida de masa, lo cual se ve reflejado en cambios en los vientos estelares que podemos observar con nuestros instrumentos actuales.

Los vientos también juegan un papel importante en la abundancia química del medio interestelar, pues junto con las explosiones de supernovas, son el principal mecanismo de inyección de metales desde el interior de una estrella al ISM.

De la mano del punto anterior, la abundancia química en el ISM es crucial para estudiar, por ejemplo, las regiones de formación estelar en una galaxia y cómo la presencia de estos metales en el ISM altera el equilibrio térmico en una región específica. Por lo tanto, para modelar con precisión el impacto que tienen estos vientos en el medio interestelar, es fundamental estudiar y entender la física interna que gobierna el motor de estos fenómenos. Abordar los fenómenos como la turbulencia y efectos de fricción hidrodinámica es crucial para poder predecir las pérdidas de masa que luego se usan para los modelos de evolución galáctica.

1.2. Vientos Estelares

Como se mencionó brevemente en el inciso anterior, los vientos estelares son flujos de masa que surgen desde la atmósfera de una estrella y viajan desde su superficie hacia el medio circunestelar. El mecanismo que crea este flujo de material depende de qué tan masiva y caliente es una estrella: los vientos de una estrella supergigante OB, que son principalmente impulsados por una transferencia de momentum desde el campo radiativo, no son generados de la misma forma que los de una estrella tipo sol, donde se cree que son movidos por diferencias de presión debido a la presencia de regiones con gradientes de temperatura como la corona solar. En este trabajo, nos preocuparemos del primer tipo de estrella, y describiremos dicho mecanismo en mayor profundidad en un inciso posterior.

Estos vientos se pueden observar a través de espectroscopía cuantitativa, donde dependiendo de la frecuencia observada se pueden notar distintos *features*: al observar en el UV, los perfiles de las líneas de resonancia como C IV, N V y Si IV pueden presentar los denominados perfiles "P Cygni", lo cual es indicador de la emisión de viento por la estrella y, midiendo el desplazamiento y ensanchamiento de estas líneas, se puede estimar la velocidad terminal de dicho viento.

En el rango óptico, la línea de $H\alpha$ puede servir como indicadora de vientos estelares, pues la presencia de estos aumenta la profundidad de la línea. Por otro lado, si la línea de HeII en 4686Å presenta emisión, es un fuerte indicador de que la estrella presenta pérdida de masa.

La caracterización de estos vientos se hace a través de la obtención de dos parámetros fundamentales: la velocidad terminal v_∞ y la tasa de pérdida de masa $\dot{M}$. La velocidad terminal se toma como la velocidad a la que viaja el material por el medio interestelar, es decir, una vez que salió de la interacción de cualquier campo que le agregase aceleración a sus partículas, mientras que la tasa de pérdida de masa es sencillamente la cantidad de masa que mueve el viento (y que por tanto pierde la estrella) en una cierta cantidad de tiempo, se suele expresar en $\frac{M_\odot}{\text{yrs}}$.

1.2.1. Vientos impulsados por radiación

Las propiedades de estos vientos nacen de las características de la estrella que los genera. Para estrellas masivas, los vientos estelares son capaces de absorber el momento de los fotones, por tanto, son impulsados por la radiación electromagnética de la estrella central (ver figura 1.1). Estos vientos constituyen uno de los mecanismos más críticos para la pérdida tanto de masa como de momento angular a lo largo de la evolución estelar.

La descripción teórica de estos flujos hacia afuera (outflows) se basa fundamentalmente en la teoría modificada de Castor, Abbott y Klein (teoría m-CAK) (Castor et al., 1975; Friend & Abbott, 1986; Pauldrach et al., 1986), presentando un marco teórico que describe cómo la transferencia de momento desde el campo radiativo estelar al plasma a través de líneas de absorción ultravioletas aceleran el material hasta velocidades supersónicas. En las estrellas masivas, la rotación puede tener un rol significativo, por lo que una interacción entre la rotación y la aceleración radiativa vuelve más complejo este sistema. La rotación modifica la gravedad efectiva al añadir una componente de aceleración centrífuga, lo que reduce la velocidad de los vientos en las regiones ecuatoriales, y puede mejorar sustancialmente las tasas de pérdida de masa ecuatoriales debido al mecanismo de las soluciones " Ω -slow" (Curé, 2004). Predicciones teóricas anteriores demuestran que los vientos de estrellas supergigantes rotantes B[e] presentan diferencias muy marcadas que dependen de la latitud, con fuertes contrastes de densidad entre las regiones polares y ecuatoriales (Pelupessy et al., 2000).

El estudio de la estabilidad de estos vientos en años recientes han encontrado un desafío crítico: el descubrimiento de regiones prohibidas" (o gaps) en el espacio de parámetros. Usando el código hidrodinámico estacionario Hydwind (Curé, 2004), Venero et al. (2016) demostró que al cambiar el parámetro de ionización δ de la teoría m-CAK, que da cuenta de la sensibilidad de la fuerza de líneas al cambio de la densidad local, y el parámetro de rotación $\Omega \equiv v_{\text{rot}}(R_\star)/v_{\text{crit}}$, no se encuentran soluciones estacionarias dentro del marco teórico m-CAK. Estos gaps se interpretaron como regiones potenciales de inestabilidad física o de transiciones abruptas de biestabilidad (Lammers et al., 1995; Vink et al., 1999). Sin embargo observaciones espectroscópicas cuantitativas y multiwavelength recientes de las colaboraciones ULLYSES y XShooter ponen a prueba esta interpretación, al no encontrar evidencia empírica de un salto abrupto de pérdida de masa en el rango

The principle of radiatively driven winds

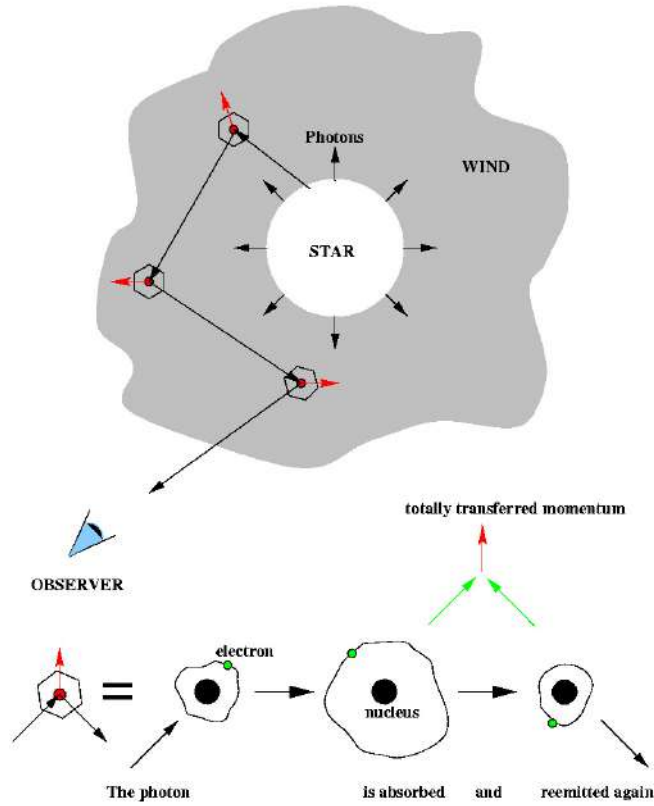


Figura 1.1: Esquema de la transferencia de momento fotónico a un electron que forma parte del plasma del viento estelar.

de temperaturas de las supergigantes B (Bernini-Peron, M. et al., 2024; de Burgos, A. et al., 2024; Verhamme, O. et al., 2024).

La existencia de estas regiones prohibidas genera preguntas importantes: son manifestaciones de inestabilidades físicas genuinas en la dinámica de los vientos radiativos, o son artefactos numéricos producto de las limitaciones de los métodos estacionarios al resolver estructuras de flujo complejas? Responder estas preguntas es crucial para predecir con precisión las tasas de pérdida de masa para la evolución estelar e interpretar observaciones de estrellas masivas rotantes.

Trabajos posteriores han realizado importantes observaciones en la transición entre las soluciones rápidas y lentas. Araya et al. (2018) llevó a cabo simulaciones numéricas para investigar el comportamiento cambiante entre soluciones para vientos rápidos y Ω -slow en estrellas Be de alta rotación, revelando que perturbaciones en la densidad base del viento puede gatillar transiciones entre distintas ramas de soluciones. Recientemente, soluciones analíticas para el régimen δ -slow fueron desarrolladas usando perfiles de velocidad *closed-form* (Araya et al., 2021). A pesar de estos avances, sigue sin haber una investigación sistemática de la naturaleza física de la region prohibida en la totalidad del espacio de parámetros. Además, estudios observacionales de supergigantes tipo B confirman la ubicuidad de estructuras complejas en el viento y de una variabilidad intrínseca (Markova & Markov, 2009; Markova, N. et al., 2008). Fotometría espacial de alta precisión

y espectroscopía de larga duración han revelado que pulsaciones fotosféricas pueden propagarse en el viento, gatillando outflows dinámicos y no-esféricos (Aerts et al., 2018; Simón-Díaz et al., 2018), fenómeno que los modelos estacionarios son incapaces de capturar. Por otro lado, estudios recientes con modelos hidrodinámicos estacionarios por Venero et al. (2024) exploran el régimen de impulso débil (weak driving), caracterizado por valores bajos para el multiplicador de fuerzas m-CAK ($k \approx 0,1$). En dicho régimen, la tasa de pérdida de masa exhibe una dependencia inversa a los cambios de ionización, donde $\dot{M}$ decrece a medida que aumenta δ , efecto contrario a lo que se obtiene en los casos estándar de alto k . A pesar de las densidades de viento significativamente menores, los modelos estacionarios siguen prediciendo una region prohibida o gap en el espacio de parámetros. Para proveer un análisis de estabilidad estable, extendemos nuestro estudio para incluir este escenario de impulso débil (weak driving) para un modelo de supergigante B en la fase media de su vida, probando si simulaciones dependientes del tiempo pueden resolver soluciones estables incluso en estos regímenes de outflows tenues y de poco momento.

La innovación clave del presente trabajo es la aplicación de simulaciones hidrodinámicas dependientes del tiempo para explorar el espacio de parámetros (Ω, δ) sin necesitar métodos estacionarios. Simulaciones tiempo-dependientes permiten al viento evolucionar naturalmente desde las condiciones iniciales hasta un estado estacionario, potencialmente revelando soluciones estables que los métodos estacionarios no pueden acceder por limitaciones de sus algoritmos (por ejemplo, topología con múltiples puntos críticos).

Se utilizó el código hidrodinámico FARGO3D (Benítez-Llambay & Masset, 2016) para realizar simulaciones tiempo-dependientes 1D para vientos estelares generados por supergigantes B en rotación.

1.2.2. Viscosidad en vientos estelares

Sin embargo, para modelar de forma fidedigna la dinámica de una atmósfera estelar extendida en rápida rotación, no basta con evaluar el balance entre gravedad y empuje radiativo; es indispensable considerar los diferentes mecanismos de transporte de momentum y disipación. Históricamente, el estudio de los efectos viscosos en entornos de estrellas masivas se ha concentrado casi exclusivamente en el curioso fenómeno de los discos de decreción alrededor de estrellas Be. El modelo fundacional de Lee et al. (1991) demostró que la viscosidad del plasma forma parte importante de la dinámica que permite transferir el momento angular específico desde la superficie estelar hasta las capas externas, logrando empujar el material y construir un disco gaseoso con órbita Kepleriana. Trabajos posteriores (Okazaki, 2001; Haubois et al., 2012) profundizan en la evolución temporal de estas estructuras, analizando cómo el tensor de estrés viscoso define el crecimiento, disipación y truncamiento de estos discos circunestelares.

El punto de intersección y balance entre la fricción viscosa y las fuerzas radiativas m-CAK comenzó a ser explorado formalmente en estudios topológicos recientes de discos de decreción transónicos (Curé et al., 2022). Estas investigaciones revelan que en las regiones externas del disco, donde el material rompe el régimen Kepleriano y es acelerado por la radiación hacia velocidades radiales supersónicas, la viscosidad altera profundamente la ubicación del punto sónico y por tanto redefine la topología matemática de las soluciones hidrodinámicas.

A pesar de esta sólida literatura en el área de los discos estelares, existe un vacío de estudios a la hora de analizar cómo impacta la viscosidad turbulenta en los extendidos vientos estelares de las estrellas supergigantes B. Como estas estrellas no poseen un disco desacoplado (el fenómeno

de decreción es exclusivo de las estrellas Be), la suposición utilizada en la teoría m-CAK donde los gradientes inerciales radiales dominan de forma abrumadora en las capas supersónicas dejan de ser dominantes cuando ahora consideramos que estas supergigantes poseen altas tasas de rotación y fuertes gradientes internos de velocidad fotosférica que generan cizalle turbulento (shear).

Numéricamente, abordar este escenario presenta un desafío por sí mismo. La prescripción clásica de viscosidad α de [Shakura & Sunyaev \(1973\)](#), diseñada principalmente para discos delgados con rotación diferencial, no es válida para estos regímenes de velocidad y genera singularidades divergentes cuando se aplica en un viento supersónico en expansión radial, desestabilizando las convergencias numéricas de los códigos de integración.

De esta forma, a modo de extensión del trabajo presentando en la subsección anterior, se buscaron soluciones numéricas utilizando la Teoría de Longitud de Mezcla (MLT) para desarrollar una nueva prescripción generalizada de la viscosidad turbulenta ν , la cual luego fue implementada en las simulaciones numéricas de FARGO3D mencionadas anteriormente, y se exploró cómo se relaciona la viscosidad turbulenta con una variación del parámetro de rotación Ω . Esto nos permite mapear cómo la disipación viscosa macroscópica perturba el balance de momento en la base del viento y cómo este quiebre dinámico altera de forma no lineal la fuerza radiativa m-CAK. Para cerrar, se utilizó el código de transporte radiativo NLTE FASTWIND ([Puls et al., 2005](#)) para relacionar estas perturbaciones de densidad hidrodinámicas con observables espectroscópicos sintéticos en la serie de Balmer, tendiendo un puente entre los modelos numéricos de disipación viscosa turbulenta y la espectroscopía cuantitativa.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Aproximación de Sobolev

La aproximación de Sobolev, también conocida como aproximación de alta velocidad o supersónica, es un método analítico para resolver el problema de transferencia radiativa en medios que presentan grandes gradientes de velocidad. Para las teorías CAK, esto presenta una ventaja porque permite calcular las variables termodinámicas de forma local, sin necesidad de resolver numéricamente el transporte radiativo en todo el flujo a la vez

En un plasma que se expande rápidamente, un fotón que viaja por esa región se verá eventualmente afectado por el efecto Doppler provocado por la expansión del medio, lo cual alterará su longitud de onda respecto al sistema de referencia comóvil del gas. Por otro lado, la interacción del fotón con los átomos (es decir, absorción o emisión) ocurre en zonas donde la frecuencia del fotón coincide con la energía de ionización. Entonces, como existe un fenómeno Doppler dentro del medio, eventualmente este desplazamiento de la longitud de onda hará que supere la semianchura de la línea que se determina según la velocidad térmica del gas, en ese instante, el fotón dejará de interactuar con esa línea espectral.

Por tanto, la interacción radiativa en un radio r se determina solo por su vecindad local. Se define esta vecindad con la longitud de Sobolev:

$$L_s = \frac{v_{th}}{dv/dr} \quad (2.1)$$

con v_{th} velocidad térmica de los iones, y dv/dr el gradiente de la velocidad del gas. Se puede notar entonces que si el gradiente de velocidad es muy alto, la longitud de Sobolev tenderá a valores muy pequeños.

En los vientos estelares de estrellas supergigantes, la velocidad térmica suele ser supersónica, lo que provoca que la longitud de Sobolev sea mucho menor que el tamaño total del viento ($L_s \ll R$), entonces, Sobolev propuso que en esa pequeña zona de interacción, las variables físicas asociadas a la transferencia radiativa como la opacidad y la función fuente sean constantes dentro de esa longitud, lo que facilita enormemente los cálculos asociados a la aceleración radiativa.

A partir de esta zona de resonancia acotada, se define la profundidad óptica de Sobolev para una línea espectral específica τ_L , que se obtiene al integrar la opacidad del plasma en la longitud

de Sobolev L_s :

$$\tau_L \propto \chi_L L_s = \chi_L \frac{v_{th}}{|dv/dr|} \quad (2.2)$$

donde $\chi_L \propto \rho$ representa la opacidad local de la línea. Esta formulación es fundamental para modelar los vientos estelares impulsados por radiación, donde al reducir el problema del transporte radiativo a una cantidad meramente local, la interacción entre los fotones y el plasma pasa a depender únicamente de la densidad ρ y del gradiente de velocidad dv/dr en cada parcela del fluido.

2.2. Teoría m-CAK

2.2.1. Primer acercamiento: teoría CAK

En 1975, los autores Castor, Abbott y Klein postulan la teoría CAK como primer acercamiento para entender la magnitud de las tasas de pérdida de masa de las estrellas calientes y masivas que presentaban vientos, la cual describe y explica la aceleración por radiación de los vientos a través de la absorción de fotones en distintas líneas espectrales.

Al ser un primer acercamiento, presentan un sistema "sencillo": Asumen la estrella como una fuente puntual, lo que reduce las dimensiones del problema a solo radial, es decir, podemos tratar el flujo de fotones que ejercen presión en el plasma como una contribución que viene únicamente desde la dirección radial. Para el viento, lo describen únicamente como unidimensional, de simetría esférica, estacionario y sin considerar rotación estelar.

Con esta descripción, obtuvieron los valores de $\dot{M}$ y v_∞ para una estrella O5 f (de unos 49920K), donde fueron capaces de estimar un tasa de pérdida de masa del orden de $\sim 10^{-6} M_\odot/\text{yr}$ que es justamente el mismo orden de las observaciones de esas estrellas, sin embargo, fallan al estimar las velocidades terminales, siendo las observadas aproximadamente un orden de magnitud menores que las obtenidas por los autores.

Esta importante diferencia entre la teoría y la observación gatilló la búsqueda de mejores teorías, con el enfoque de querer expandir el modelo e irlo complejizando.

2.2.2. Teoría CAK modificada (m-CAK)

En 1986, Friend & Abbott y Pauldrach et al. expanden el modelo de viento anterior, considerando ahora distintos factores:

Dejan de representar a la estrella como una fuente puntual y comienzan a considerar una geometría más realista de disco finito, y agregan una corrección de ángulo sólido de la proyección de la superficie estelar hacia el punto del observador. Naturalmente esto permite ahora expandir la contribución de los fotones que ahora llegan desde distintas direcciones en lugar de solo radial como antes. Además, implementan un nuevo parámetro de ionización δ , que da cuenta de los cambios del nivel de ionización en el gas a medida que cambia la densidad del viento durante su expansión. A mayor densidad, disminuye el nivel de ionización, lo que aumenta la cantidad de transiciones de líneas disponibles y, por ende, potencia el efecto del empuje por radiación.

Una vez implementados estas correcciones y aportes al modelo, finalmente se logra obtener las magnitudes de las observaciones que falló en explicar la teoría anterior. Es importante mencionar

que ambas teorías se sostienen fuertemente en la aproximación de Sobolev para poder encontrar soluciones matemáticas coherentes.

2.2.3. Ecuaciones hidrodinámicas

La ecuación de conservación de masa en un fluido está dada por:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) = 0 \quad (2.3)$$

Y la ecuación de conservación del momentum:

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho v \cdot \nabla v + \nabla \cdot \tau + \nabla P - \rho g = 0 \quad (2.4)$$

Donde ρ es la densidad de masa, v es la velocidad, τ es el tensor viscoso, P es la presión y g es la aceleración de gravedad.

La ecuación 2.4 es una suma de distintas contribuciones, que son (de izquierda a derecha): aceleración local, advección del fluido, transporte viscoso, gradientes de presión y aceleraciones por efectos gravitatorios.

Podemos ir asumiendo distintos modelos de fluidos e ir observando cómo cambian estas ecuaciones. Si ahora el flujo solo depende de la dirección radial, es decir, asumiendo axisimetría y simetría azimutal ($\partial/\partial\theta = \partial/\partial\phi \sim 0$) en una simetría cilíndrica, la ecuación de la conservación de masa pasa a ser de la forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v_r) = 0 \quad (2.5)$$

Y la ecuación de conservación del momento radial:

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\phi^2}{r} = -\frac{1}{\rho} (\nabla \cdot \tau)_r - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + g \quad (2.6)$$

Con v_r , v_ϕ las velocidades del gas en dirección radial y azimutal respectivamente, ρ la densidad del flujo, P es la presión y g la fuerza de gravedad actuando sobre una parcela de gas.

La divergencia del tensor viscoso en la dirección del flujo bajo geometría cilíndrica asumiendo axisimetría y simetría azimutal ($\partial/\partial\theta = \partial/\partial\phi \sim 0$):

$$(\nabla \cdot \tau)_r = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rr}) - \frac{\tau_{\theta\theta}}{r} \quad (2.7)$$

Al estar en presencia de un campo radiativo capaz de acelerar los iones del medio circunestelar, la componente gravitacional debe considerar ahora efectos relacionados al scattering de Thomson lo que reducirá la gravedad de la estrella a una gravedad efectiva $g_{eff} = g(1 - \Gamma_e)$ y también a la aceleración radiativa, por lo tanto, el término gravitatorio se descompone en $g = g_{eff} + g_{line}$:

$$g = -\frac{GM_*(1 - \Gamma_e)}{r^2} + g_{line} \quad (2.8)$$

donde Γ_e es el factor de Eddington para scattering de electrones, que se define como

$$\Gamma_e = \frac{\sigma_e L_*}{4\pi c G M_*} \quad (2.9)$$

donde M_* , L_* son la masa y luminosidad estelar respectivamente, σ_e es la sección eficaz electrónica de Thompson, G la constante gravitacional y c la velocidad de la luz.

El término g_{line} que representa la componente de fuerza radiativa es descrito por la teoría m-CAK, y para nuestra implementación queda de la forma:

$$g_{line} = \frac{\sigma_e L_*}{4\pi c r^2} M(t) f_{disk}(r, v_r, v'_r) \quad (2.10)$$

La función multiplicadora de fuerzas M se define como:

$$M(t) = k t^{-\alpha} \left(\frac{n_e}{W(r)} \right)^\delta \quad (2.11)$$

con n_e la densidad de electrones, k , α y δ los parámetros multiplicadores de fuerza de línea de m-CAK, y el factor geométrico de dilución W :

$$W(r) = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R_*}{r} \right)^2} \right) \quad (2.12)$$

El factor t del multiplicador de fuerzas corresponde a un parámetro adimensional de profundidad óptica que engloba el efecto acumulativo de varias líneas espectrales que actúan de forma simultánea sobre el plasma, el cual se obtiene utilizando las variables termodinámicas locales del viento (por tanto se sostiene en la aproximación de Sobolev abordada en la sección 2.1):

$$t = \frac{\sigma_e \rho v_{th}}{|dv_r/dr|} \quad (2.13)$$

Físicamente, los parámetros libres multiplicadores de fuerza de línea (parámetros m-CAK α , δ y k) encapsulan la física atómica y estadística de miles de líneas espectrales que contribuyen a la aceleración por radiación del viento:

- **Parámetro k (Constante de fuerza):** factor de normalización general. Físicamente representa el número total de líneas espectrales efectivas que están disponibles para absorber fotones e impulsar el plasma. Como depende de número de iones pesados presentes, está directamente relacionado con la metalicidad de la estrella.
- **Parámetro α (Distribución de intensidad):** representa el valor de el exponente de la ley de potencias que describe estadísticamente la distribución de las fuerzas de línea. Físicamente, indica la fracción del impulso radiativo que proviene de líneas ópticamente gruesas en comparación con ópticamente delgadas. Va a tomar valores entre 0 y 1: un valor alto implica que las líneas fuertes (gruesas) dominan la radiación, lo que acoplará fuertemente el empuje radiativo con el gradiente de velocidad del viento dv_r/dr .

- **Parámetro δ (Efecto de ionización):** da cuenta de cómo la fuerza radiativa reacciona a los cambios espaciales del estado de ionización del plasma. A medida que el viento se expande y por ende disminuye su densidad, la tasa de recombinación atómica también cae, alterando las poblaciones iónicas disponibles. Este parámetro cuantifica ese efecto: típicamente toma valores bajos ($\delta \sim 0,1$), lo que indica que un cambio en la densidad local modificará levemente la eficiencia del empuje radiativo al cambiar qué iones están presentes para absorber el momento de los fotones.

La ecuación 2.10 incluye también el factor de corrección de disco finito f_{disk} que da cuenta de la naturaleza no-puntual de la estrella que genera el campo radiativo:

$$f_{disk} = \frac{(1 + \sigma)^{1+\alpha} - (1 + \sigma\mu_*^2)^{1+\alpha}}{(1 + \alpha)\sigma(1 + \sigma)^\alpha(1 - \mu_*^2)} \quad (2.14)$$

con $\mu_* = \sqrt{1 - (R_*/r)^2}$ es el coseno del ángulo de cono finito subtendido por la estrella, y la función σ se define como:

$$\sigma = \frac{d \ln v_r}{d \ln r} - 1 = \frac{r}{v_r} \frac{dv_r}{dr} - 1 \quad (2.15)$$

Desarrollando la ecuación 2.6 para un estado estacionario ($\partial/\partial t = 0$), y reemplazando la expresión 2.8, se obtiene:

$$v_r \frac{\partial V_r}{\partial r} = \left(\frac{V_\phi^2}{r} + g_{line} \right) - \left(\frac{1}{\rho} (\nabla \cdot \tau)_r + \frac{GM_\star(1 - \Gamma_e)}{r^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} \right) \quad (2.16)$$

Esta ecuación hace clara las distintas componentes que dominan la aceleración radial del fluido, donde los términos positivos corresponden a las aceleraciones centrífuga y radiativa respectivamente, mientras que los términos negativos son las desaceleraciones viscosas y gravitatorias. Por su parte el gradiente de presión puede cambiar su dirección en función de la distribución del gas en el sistema.

Otra forma útil de expresar la aceleración radiativa (ecuación 38 de Curé & Araya (2023)):

$$g_{line} = \frac{C}{r^2} f_{disk}(r, v, dv/dr) \left(r^2 v \frac{dv}{dr} \right)^{\alpha_{CAK}} \left(\frac{n_e}{W(r)} \right)^\delta \quad (2.17)$$

donde C es un coeficiente dado como $C = \Gamma_e GM_\star K (4\pi/\sigma_e v_{th} \dot{M})^{\alpha_{CAK}}$ con K una cantidad constante. Esta ecuación nos permite visualizar más claramente la dependencia directa de g_{line} con los parámetros libres del modelo m-CAK, al sustituir el valor de C en la ecuación 2.17:

$$g_{line} \propto \frac{1}{r^2} f_{disk} \left(\frac{r^2 v_r}{\dot{M}} \frac{dv}{dr} \right)^{\alpha_{CAK}} \left(\frac{n_e}{W(r)} \right)^\delta \quad (2.18)$$

2.3. Viscosidad Turbulenta

La viscosidad tiene efectos directos en la hidrodinámica de un fluido, como se muestra según las ecuaciones 2.6 y 2.7. En astrofísica, generalmente se utiliza la prescripción de viscosidad presentada por Shakura & Sunyaev (1973) para modelar el transporte de momento angular en un disco de

acreción, sin embargo, no es la prescripción más apropiada para modelar los efectos viscosos en los vientos radiativos impulsados por radiación, por lo que necesitaremos una nueva forma de tratar la viscosidad en estos sistemas. Para entender esto, vamos a revisar la derivación de estas ecuaciones:

2.3.1. Prescripción de Shakura & Sunyaev

En un marco hidrodinámico multidimensional, asumiendo un flujo axisimétrico ($\partial/\partial\phi = 0$), la componente azimutal del tensor de estrés de Navier-Stokes está dado como:

$$\tau_{r\phi} = \rho\nu r \frac{\partial\Omega}{\partial r} \quad (2.19)$$

con ρ la densidad del gas, ν la viscosidad cinemática y $\Omega = V_\phi/r$ la velocidad angular.

La parametrización estándar de [Shakura & Sunyaev \(1973\)](#) para discos de acreción postula que el estrés viscoso escala de manera lineal con la presión térmica local P . Para un gas isotérmico, donde se tiene que $P = \rho c_s^2$, esto sigue como:

$$\tau_{r\phi} = -\alpha P = -\alpha \rho c_s^2 \quad (2.20)$$

Podemos igualar entonces ambas expresiones para la componente azimutal del tensor viscoso dentro de un código euleriano 3D para que resuelva ν :

$$\rho\nu r \frac{\partial\Omega}{\partial r} = -\alpha \rho c_s^2 \quad (2.21)$$

Obteniendo de esta igualdad una ecuación para la viscosidad cinemática:

$$\nu = -\frac{\alpha c_s^2}{r \frac{\partial\Omega}{\partial r}} \quad (2.22)$$

2.3.2. Régimen de validez y limitaciones hidrodinámicas

Notemos que la ecuación 2.22 es válida estrictamente en el interior de discos geoméricamente delgados con equilibrio hidrostático vertical. En este régimen, la cinemática es dominada completamente por la rotación diferencial ($V_\phi \gg V_r$), donde el estrés azimutal previene que el denominador tienda a cero.

Sin embargo, esa prescripción deja de ser física y numéricamente válida en el régimen de velocidades radiales supersónicas que caracterizan un viento (m-CAK) impulsado por radiación. Cuando el fluido cruza el punto sónico, pasa a ser un flujo inercial que tiende a conservar el momento angular específico ($V_\phi \propto r^{-1} \Rightarrow \Omega \propto r^{-2}$). Como consecuencia, el estrés rotacional $\partial\Omega/\partial r$ se esfuma a medida que el fluido se aproxima o a una rotación de cuerpo rígido o simplemente a una expansión radial. Esto genera una indeterminación matemática en el denominador de la ecuación 2.22, lo que dispara los valores para $\nu \rightarrow \infty$. En un código hidrodinámico 3D que esté evaluando el tensor de estrés completo, este escalar divergente provocará que se amplifique masivamente la componente normal radial del tensor de estrés ($\tau_{rr} \propto \nu \partial V_r / \partial r$), suprimiendo de manera artificial la aceleración m-CAK y violando la condición de estabilidad de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL).

2.3.3. Prescripción generalizada usando Teoría de Longitud de Mezcla

Para evitar la singularidad asociada a la ecuación 2.22, la viscosidad cinemática puede ser reformulada utilizando la Teoría de Longitud de Mezcla (TLM) aplicada a la hidrodinámica compresible. Entonces, el factor ν se puede redefinir como el producto de una velocidad turbulenta característica (v_{turb}) y una escala de longitud de mezcla (l_{mix}):

$$\nu = v_{turb} l_{mix} \quad (2.23)$$

La velocidad de los remolinos turbulentos está limitada por la velocidad del sonido local a través del parámetro adimensional α :

$$v_{turb} = \alpha c_s \quad (2.24)$$

En un fluido sin límites verticales estáticos, l_{mix} se define según la escala acústica de la deformación macroscópica. Utilizaremos la magnitud invariante del tensor de velocidad de deformación para un flujo axisimétrico, denotado como $|S|$:

$$|S| = \sqrt{\left(\frac{\partial V_r}{\partial r}\right)^2 + \left(r \frac{\partial \Omega}{\partial r}\right)^2} \quad (2.25)$$

Definiendo entonces la longitud de mezcla $l_{mix} = c_s/|S|$, reemplazando en la ecuación 2.23, obtenemos que la viscosidad cinemática unificada:

$$\nu = \frac{\alpha c_s^2}{\sqrt{\left(\frac{\partial V_r}{\partial r}\right)^2 + \left(r \frac{\partial \Omega}{\partial r}\right)^2}} \quad (2.26)$$

A medida que el flujo acelera en el régimen supersónico impulsado por fuerzas de línea radiativas, la componente cinemática radial domina completamente por sobre la componente rotacional ($V_r \gg V_\phi$). Esta inyección continua de momento fotónico genera un significativo gradiente de velocidades radiales, por ende, bajo esta condición asintótica, el término de estrés azimutal se vuelve despreciable:

$$\left(\frac{\partial V_r}{\partial r}\right)^2 \gg \left(r \frac{\partial \Omega}{\partial r}\right)^2 \quad (2.27)$$

Aplicando entonces la condición 2.27 a la ecuación 2.26, la prescripción general colapsa a una forma más simple gobernada completamente por la cinemática de la expansión:

$$\nu \approx \frac{\alpha c_s^2}{\left|\frac{\partial V_r}{\partial r}\right|} \quad (2.28)$$

2.3.4. Nuevo régimen de validez

La ecuación 2.26 presenta validez global a lo largo de todo el dominio de la simulación. En un disco Kepleriano subsónico, el gradiente radial es despreciable, y la ecuación recupera naturalmente la física descrita por la ecuación 2.22, mientras que para un viento supersónico, transiciona sin complicaciones a la ecuación 2.28.

Esta formulación es hidrodinámicamente rigurosa para modelos de flujo m-CAK, pues desaco-

pla la longitud característica de los remolinos turbulentos de las limitaciones producidas por la gravedad estelar, como por ejemplo la altura de escala hidrostática $H = c_s/\Omega_K$. Como depende estrictamente de los gradientes de velocidad locales, asegura que la disipación viscosa y los componentes normales de estrés (τ_{rr}) operen en escalas espaciales coherentes con la morfología actual del gas en expansión. Esto previene un crecimiento espontáneo de la viscosidad, estabiliza el integrador por diferencias finitas, y permite que el viento alcance su velocidad terminal pertinente.

2.4. Simulaciones Hidrodinámicas

Para modelar la evolución temporal de los vientos impulsados por radiación, se utilizó el código hidrodinámico FARGO3D (Benítez-Llambay & Masset, 2016), el cual consiste en un código enfocado en resolver numéricamente sistemas gobernados por ecuaciones hidrodinámicas, como por ejemplo discos protoplanetarios, que es para lo que se diseñó en un inicio.

En este trabajo, FARGO3D se centra en resolver las ecuaciones de conservación 2.5 y 2.6, sobre un dominio unidimensional radial con simetrías latitudinal y azimutal completas. Para garantizar buena resolución, se utilizó una grilla logarítmica unidimensional compuesta por $N_r = 2048$ celdas radiales, y se extiende desde la superficie estelar $R_{in} = R_*$ hasta un límite exterior de $R_{out} = 100R_*$.

El sistema es inicializado utilizando un perfil de velocidades "β-law", con una velocidad radial $v_r(r) = v_\infty(1 - R_*/r)^\beta$. Para los modelos estelares estándar (con $k \approx 0,32$), se adoptó un valor $\beta = 1,0$. Por otro lado, para el régimen de conducción débil ($k = 0,1$), se observa que el estado estacionario final es mínimamente influenciado por el perfil inicial de aceleración. Para reproducir de forma consistente las soluciones rápidas y lentas reportadas por Venero et al. (2024), se adoptaron condiciones iniciales específicas para cada régimen de velocidad: $\beta = 1,0$ se usa para acceder a la rama de soluciones rápidas, mientras que para las regiones de viento lento se usó $\beta = 2,0$.

El perfil inicial de densidad se deriva de la conservación de masa $\rho(r) = \dot{M}/(4\pi r^2 v_r)$. La velocidad azimutal se inicializa como $v_\phi = v_{rot}(R_*/r)$, donde v_{rot} es la velocidad de rotación en la superficie estelar ($r = R_*$). De este punto se define el parámetro adimensional de rotación $\Omega = v_{rot}/v_{crit}$, con v_{crit} la velocidad crítica de ruptura definida como $v_{crit} = \sqrt{GM(1 - \Gamma_e)/R_*}$, que corresponde a $v_{crit} = v_{esc}/\sqrt{2}$, con v_{esc} la velocidad de escape efectiva (Puls et al., 2008).

Respecto a las condiciones de borde, se fijó explícitamente la fotosfera como el borde interior ($r = R_*$), siguiendo la propuesta de Venero et al. (2016). En dicho borde, se impone una condición de valor fijo al prescribir una densidad de masa constante $\rho_0 = 10^{-11} g cm^{-3}$ y una velocidad de inyección subsónica $v_0 = c_s/4$ para todos los modelos. Es importante destacar que ρ_0 es un parametro de entrada independiente utilizado para asegurar una base subsónica estable, más que un valor derivado de la velocidad de inyección. Para caracterizar físicamente la ubicación de este límite, se calculó la profundidad óptica de Rosseland τ_{Ros} correspondiente, encontrando que $\tau_{Ros}(R_*)$ varía de aproximadamente 0,086 hasta 0,132 a lo largo de los modelos (con $\tau_{Ros} \approx 0,096$ para el caso T19). Estos valores indican que el dominio numérico de las simulaciones comienza en el régimen ópticamente delgado. Siguiendo a Araya et al. (2018), este método de fijar una densidad en el régimen delgado es una configuración necesaria para asegurar un reservorio subsónico estable, permitiendo que el viento se relaje de forma autoconsistente hacia un estado estacionario evitando a la vez inestabilidades numéricas en la base que suelen ocurrir cuando el punto de conexión se coloca en capas ópticamente gruesas mucho más profundas (Josiek, J. et al., 2025). Esta configuración permite que el viento acelere y pase a través del punto sónico más lejos en el dominio sin ser

contaminado por feedback artificial de la estructura sub-fotosférica.

Posteriormente para estudiar los efectos de la viscosidad en los vientos estelares, se modificaron los módulos de FARGO3D encargados de calcular numéricamente las componentes del tensor viscoso en coordenadas cilíndricas para que ahora resuelvan las ecuaciones de la sección anterior, específicamente la ecuación 2.26 que da el nuevo parámetro de viscosidad.

2.4.1. Modelos estelares

Para modelar la estrella, se adoptaron parámetros utilizados en Montesinos et al. (2026) basados en modelos utilizados en la literatura para caracterizar distintas etapas evolutivas de una estrella supergigante B. Se seleccionaron tres modelos representativos que cubren el rango espectral de una estrella supergigante B: T15 (fase tardía, $T_{eff} = 15000K$), T19 (fase media, $T_{eff} = 19000K$) y T25 (fase temprana, $T_{eff} = 25000K$). Las propiedades físicas y los parámetros de fuerza de

Model	T_{eff} (K)	$\log g$	$R_{\star}$ ($R_{\odot}$)	$M_{\star}$ ($M_{\odot}$)	$\log(L/L_{\odot})$	Γ_e	α	k
T15	15,000	2.11	52	12.70	5.09	0.25	0.50	0.32
T19	19,000	2.50	40	18.45	5.27	0.27	0.50	0.1-0.32
T25	25,000	2.90	35	35.49	5.63	0.32	0.55	0.34

Cuadro 2.1: Parámetros estelares y m-CAK para los modelos representativos. Los valores de la masa ($M_{\star}$), luminosidad ($L_{\star}$) y el parámetro de Eddington (Γ_e) son derivados de los valores de entrada T_{eff} , $\log g$ y $R_{\star}$ siguiendo las relaciones estándar para una atmósfera de hidrógeno ionizado.

línea (α , k) correspondientes a cada modelo son enlistados en la tabla 2.1. Se exploró el espacio de parámetros al realizar un total de 567 simulaciones hidrodinámicas dependientes del tiempo. Para cada configuración estelar, se varió la tasa de rotación para un total de nueve valores, $\Omega \in \{0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9\}$, y el parámetro de ionización δ en el rango $[0,0; 0,40]$ con una resolución uniforme de $\Delta\delta = 0,02$.

Respecto a la composición química, se adoptaron abundancias solares para todos los modelos, con una razón numérica de helio-hidrógeno de $N_{He}/N_H = 0,1$. Para el rango de temperaturas de los modelos supergigantes B (15000 a 25000 K), se asumió que el viento permanece totalmente ionizado, lo que resulta en un peso molecular medio de $\mu \approx 0,62$ y una opacidad de electrones fija de $\kappa_e = 0,34 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$. Esta opacidad se utiliza para definir el factor de Eddington de electrones $\Gamma_e = \kappa_e L / (4\pi G M c)$, que caracteriza el soporte radiativo contra la gravedad en la base del viento.

2.4.2. Espectros sintéticos con FASTWIND

Para poder conectar los resultados de las simulaciones hidrodinámicas con observables astrofísicos, se recurrió al código de modelado de atmósferas estelares NLTE FASTWIND (Puls et al., 2005; Santolaya-Rey et al., 1997; Rivero González et al., 2011). Consiste en un código unidimensional que calcula la estructura de la atmósfera de la estrella, sus campos de radiación y las poblaciones de los niveles atómicos siempre bajo la suposición de simetría esférica y fuera del equilibrio térmico local (en NLTE). Este código está diseñado con el objetivo de modelar con precisión estrellas masivas calientes (principalmente tipos O, B y supergigantes A), donde su campo de radiación presenta vientos estelares intensos. FASTWIND implementa distintas técnicas para poder tratar la

alta demanda computacional y realizar los cálculos en tiempos razonables, como el Level Packing donde agrupa subniveles de energía cercanos en un átomo y los trata como uno solo, esto permite acelerar los cálculos sin perder precisión en los resultados.

Luego, para analizar el impacto de las variaciones hidrodinámicas de la viscosidad calculadas con FARGO3D sobre la emisión estelar, se trabajó con la versión v11 de FASTWIND. Dicha versión incorpora la resolución completa de la ecuación de transporte radiativo en el marco comóvil (CMF). Se procesaron los datos con el siguiente orden: a partir de los resultados de FARGO3D, se configuran las propiedades fotosféricas base (temperatura efectiva T_{eff} , gravedad superficial $\log(g)$ y radio estelar $R_\star$) y las perturbaciones del viento estelar en el archivo de entrada principal que pide el código INDAT.DAT (ver tabla 2.2). El modelo atómico utilizado incluyó un tratamiento explícito de los datos atómicos para el hidrógeno y el helio. Luego, el código resuelve iterativamente el estado de la atmósfera, donde en cada paso se calcula de forma autoconsistente las poblaciones de los niveles cuánticos y el campo de radiación interno. La importancia de la rigurosidad de este cálculo en NLTE radica en la dependencia que tiene la emisión espectral con la estratificación de densidad del viento. Para una transición bound-bound (como la serie de Balmer), el coeficiente de emisión local j_ν desde un nivel cuántico superior u a uno inferior l está dado por, según Puls et al. (2024):

$$j_\nu = \frac{h\nu}{4\pi} n_u A_{ul} \phi(\nu) \quad (2.29)$$

con n_u la densidad numérica poblacional del nivel superior u , A_{ul} el coeficiente de Einstein de emisión espontánea, y $\phi(\nu)$ el perfil de línea. De acuerdo con Lamers & Cassinelli (1999), para envolturas circunestelares altamente ionizadas de estrellas masivas, la población n_u de los niveles de excitación es gobernada por el equilibrio estadístico de recombinación en cascada, donde en estas condiciones, la población escala con el producto de las densidades de electrones n_e y protones n_p . Como la masa del plasma está dominada principalmente por hidrógeno, ambas densidades son proporcionales a la densidad de masa total del fluido ρ :

$$n_u \propto n_e n_p \propto \left(\frac{\rho}{m_H} \right)^2 \quad (2.30)$$

Reemplazando en la ecuación del coeficiente de emisión (ecuación 2.29), podemos rescatar entonces la proporcionalidad mencionada::

$$j_\nu \propto \rho^2 \quad (2.31)$$

Esta relación demuestra que las líneas de emisión actúan como trazadores sensibles al cuadrado de la densidad del viento, por lo que cualquier alteración en la dinámica del flujo (y que por tanto altere esta densidad) va a tener un impacto directo en el espectro emergente. Una vez alcanzada la convergencia atmosférica, se ejecuta el módulo de solución formal (`pformalsol.eo`) para sintetizar el espectro emergente hacia el observador. Este paso se configuró para obtener tanto el espectro de energía (SED) en el rango óptico continuo (3400 – 7000 Å) como perfiles de emisión de alta resolución estadarizados al flujo del continuo para líneas individuales. Finalmente, dichos espectros sintéticos resultantes fueron procesados con Python para evaluar los cambios morfológicos en la emisión producto de la variación del parámetro α de viscosidad. En este trabajo, se presenta el impacto de dicha variación para las líneas de Balmer $H\alpha$, $H\beta$, $H\gamma$, $H\delta$ y también para el espectro de energía absoluto para la simulación de FARGO3D con el parámetro estelar $\Omega = 0,5$ y

Parámetro	Valor		
<i>Parámetros fijos</i>			
T_{eff} (K)	19,000		
$\log g$	2.50		
R_* ($R_{\odot}$)	40		
R_{max} (R_*)	120.0		
Y_{He} ($n_{\text{He}}/n_{\text{H}}$)	0.1		
$Z/Z_{\odot}$	1.0		
v_{turb} (km s ⁻¹)	10.0		
β	1.0		
f_{cl}	1.0		
$v_{\text{cl,start}}$ (v_{∞})	0.1		
$v_{\text{cl,max}}$ (km s ⁻¹)	0.2		
<i>Parámetros variables</i>			
	$\alpha = 0,0$	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 1,0$
$\dot{M}$ ($10^{-6} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$)	3.83	2.74	2.02
v_{∞} (km s ⁻¹)	212.0	183.0	168.0

Cuadro 2.2: Parámetros de entrada del código FASTWIND para modelar las simulaciones de FAR-GO3D hechas para los parámetros $\Omega = 0,5$ y $\delta = 0,35$. Los parámetros estelares y de la estructura del viento fijados se enlistan en la sección superior, mientras que las variables obtenidas de las simulaciones hidrodinámicas se muestran en la sección inferior.

el parámetro m-CAK $\delta = 0,35$.

Capítulo 3

Resultados y discusión

3.1. Soluciones no-estacionarias en regiones prohibidas

Las simulaciones no-estacionarias realizadas revelan una familia de soluciones continua y numéricamente estables en el espacio de parámetros m-CAK (Ω, δ). La figura 3.1 muestra el impacto de estos parámetros en las velocidades terminales v_∞ y tasas de pérdida de masa $\dot{M}$ para los tres modelos representativos de una estrella supergigante B (T15, T19 y T25). Los bloques sólidos con bordes blancos para los mapas de T15 Y T19 señalan las zonas "prohibidas" (gaps) reportadas en Venero et al. (2016), la existencia de estas regiones para nuestras simulaciones demuestra que los gaps fueron provocados por el código hidrodinámico HYDWIND (Curé, 2004) utilizado por los autores, el cual no era capaz de converger a una solución estable debido a su naturaleza estacionaria. La existencia continua e ininterrumpida de soluciones estables (sin importar el tipo de estrella o la tasa de rotación) es indicador de la validez física de nuestro enfoque tiempo-dependiente al ser capaz de alcanzar un estado estacionario de forma natural.

Observando los mapas T15 y T19 (paneles superiores y centrales de la figura 3.1), se obtiene que la velocidad terminal decrece de forma monótona a medida que aumenta el parámetro δ , presentando una transición suave desde un viento rápido hacia un régimen más lento, sin discontinuidades en las soluciones. Los gradientes de color de los mapas de calor evidencian que la transición entre regiones toma lugar justamente en las soluciones que forman los "gaps". Esto reafirma la idea de que estas regiones no representan una inexistencia de soluciones físicas, si no una región del espacio de parámetros donde la topología de las soluciones se vuelve más compleja, probablemente relacionado a la aparición de múltiples puntos críticos o la coexistencia de soluciones que impiden la convergencia de los modelos estacionarios utilizados tradicionalmente para estos vientos.

Respecto a la tasa de pérdida de masa, las simulaciones revelan una fuerte dependencia a los parámetros estelares, la velocidad de rotación y la variación en la ionización del medio (variación en δ). En el mapa de T15 (con $k = 0,32$), $\dot{M}$ varía de forma continua pero se mantiene en un orden de magnitud de $10^{-6} M_\odot/\text{yr}$. En ausencia de rotación ($\Omega = 0$), la tasa decae en una cantidad $\sim 0,52 \times 10^{-6} M_\odot/\text{yr}$ a medida que δ aumenta. Se observa lo contrario para casos de rotación extrema ($\Omega = 0,9$), donde la tasa de pérdida de masa aumenta hasta un valor de $2,01 \times 10^{-6} M_\odot/\text{yr}$. Esta relación se mantiene coherente a través de los modelos estelares, donde la aceleración por radiación posee la eficacia suficiente para mantener un flujo masivo hacia el exterior.

Para el modelo estelar T25 (supergigante B temprana), estudios previos (Venero et al. (2016)) reportan solo la existencia de soluciones rápidas. Sin embargo, en el mapa de soluciones para

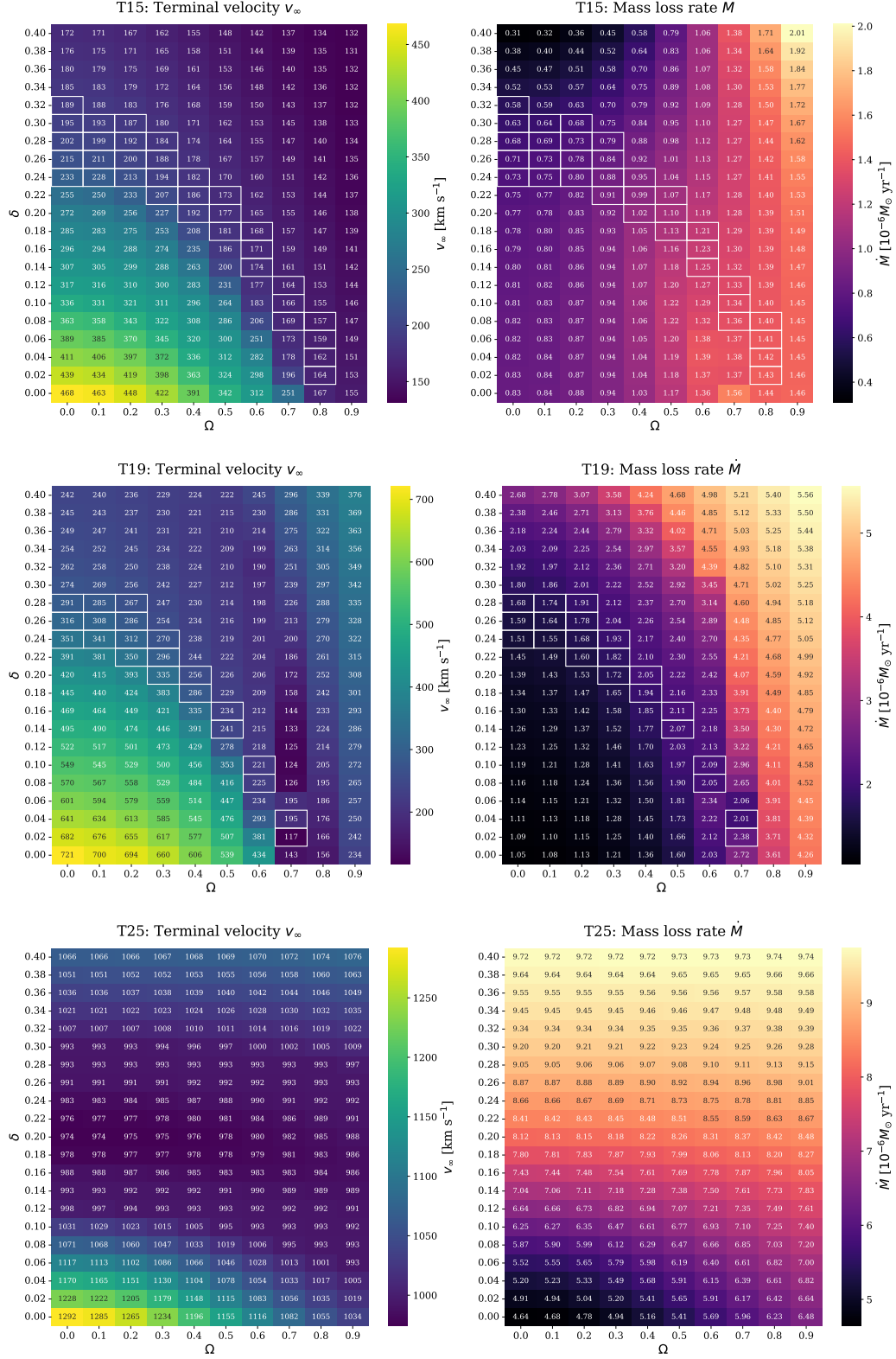


Figura 3.1: Mapa de velocidad terminal v_∞ y tasa de pérdida de masa $\dot{M}$ en el espacio de parámetros (Ω, δ) para los modelos estelares T15, T19 y T25 (supergigantes B en fases tardía, media y temprana de vida respectivamente). El gradiente de color indica la magnitud asociada a las soluciones no-estacionarias encontradas con FARGO3D. Los rectángulos con bordes blancos representan regiones del espacio de parámetros que estudios anteriores (Venero et al. (2016)) basados en simulaciones estacionarias no encontraban solución.

nuestras simulaciones (panel inferior figura 3.1) se observa la existencia de soluciones estables hasta $\delta = 0,40$. No obstante, se presenta una diferencia importante respecto a los valores obtenidos en trabajos anteriores, que consiste en la obtención de valores elevados para la velocidad terminal ($v_\infty \sim 1000$ km/s) incluso para altos δ . Esto implicaría que, para estrellas de alta luminosidad como T25, la fuerza radiativa es lo suficientemente efectiva para evitar que el flujo decaiga a un régimen de velocidades lento ($v_\infty \leq 500$ km/s) en todo el espacio de parámetros clásicos m-CAK.

Otro resultado importante de este trabajo fue la demostración de la existencia de soluciones en todo el espacio de parámetros, inclusive en regiones que trabajos anteriores reportaron no haber podido encontrar soluciones numéricas estables. Nuestras soluciones para estos “gaps” encuentran vientos con perfiles de aceleración complejos y no monótonos, caracterizados por una meseta (o *kink*) en la velocidad dentro de la región supersónica. Sugerimos entonces que la aparición de esta meseta (donde $\partial v / \partial r \approx 0$) genera múltiples puntos críticos que provocarían la divergencia de los algoritmos numéricos de integración estándar, lo que posiblemente explicaría la incapacidad de los códigos hidrodinámicos estacionarios de encontrar soluciones en estas regiones. En contraste, nuestro enfoque no-estacionario permite que el sistema se relaje naturalmente, ajustando su estructura de densidad para conservar el flujo de masa. No obstante, el surgimiento de esta estructura cinemática indica que el viento presenta un equilibrio “metaestable”, lo que sugiere un panorama hidrodinámico donde podrían existir diferentes ramas de solución, de manera similar a la biestabilidad en el dominio rotacional reportada por Araya et al. (2018).

3.1.1. Transición entre regímenes rápido-lento

Para validar nuestra implementación tiempo-dependiente y cuantificar el comportamiento del viento en la fase transitoria del régimen rápido al lento, se compararon los resultados obtenidos con las soluciones estacionarias reportadas por Venero et al. (2016) para el modelo T19 (con $\Omega = 0,0$). A lo largo del espacio de parámetros, tanto para el régimen de vientos rápidos ($\delta \leq 0,20$) como para el régimen de vientos lentos ($\delta \geq 0,30$), se obtiene una concordancia con las predicciones estacionarias: los valores de la velocidad terminal son idénticos para los resultados m-CAK, lo que confirma que nuestra implementación dependiente del tiempo recupera la física estacionaria. Esto valida que la velocidad de inyección fotosférica adoptada ($v_0 = c_s/4$) y la condición de borde de densidad fija ajustan efectivamente el flujo dependiente del tiempo con las condiciones de regularidad m-CAK.

En la región previamente identificada como una brecha o *gap* (área gris en la figura 3.2, $0,21 \leq \delta \leq 0,28$), la velocidad terminal sigue una trayectoria continua que coincide con la rama teórica m-CAK. El cambio en la curva de v_∞ observado (panel superior, figura 3.2) es entonces una propiedad intrínseca de la topología de las soluciones m-CAK y no un artefacto numérico, demostrando que esta transición es hidrodinámicamente estable y se puede alcanzar de forma continua y coherente, actuando como puente entre los regímenes rápido y lento, y resolviendo los problemas de convergencia de los métodos estacionarios.

Una diferencia física fundamental aparece en el comportamiento de la tasa de pérdida de masa dentro del régimen de viento lento ($\delta \geq 0,30$). En el panel inferior de la figura 3.2, los resultados estacionarios indican un aumento repentino y exponencial para $\dot{M}$ después del *gap* donde hay un gran aumento por un factor de ~ 4 a través de la transición, sin embargo, nuestras simulaciones dependientes del tiempo muestran un aumento más moderado y suave, de aproximadamente 1,10 a $2,37 \times 10^{-6} M_\odot/\text{yr}$. Esta diferencia surge de las condiciones de borde: el código hidrodinámico

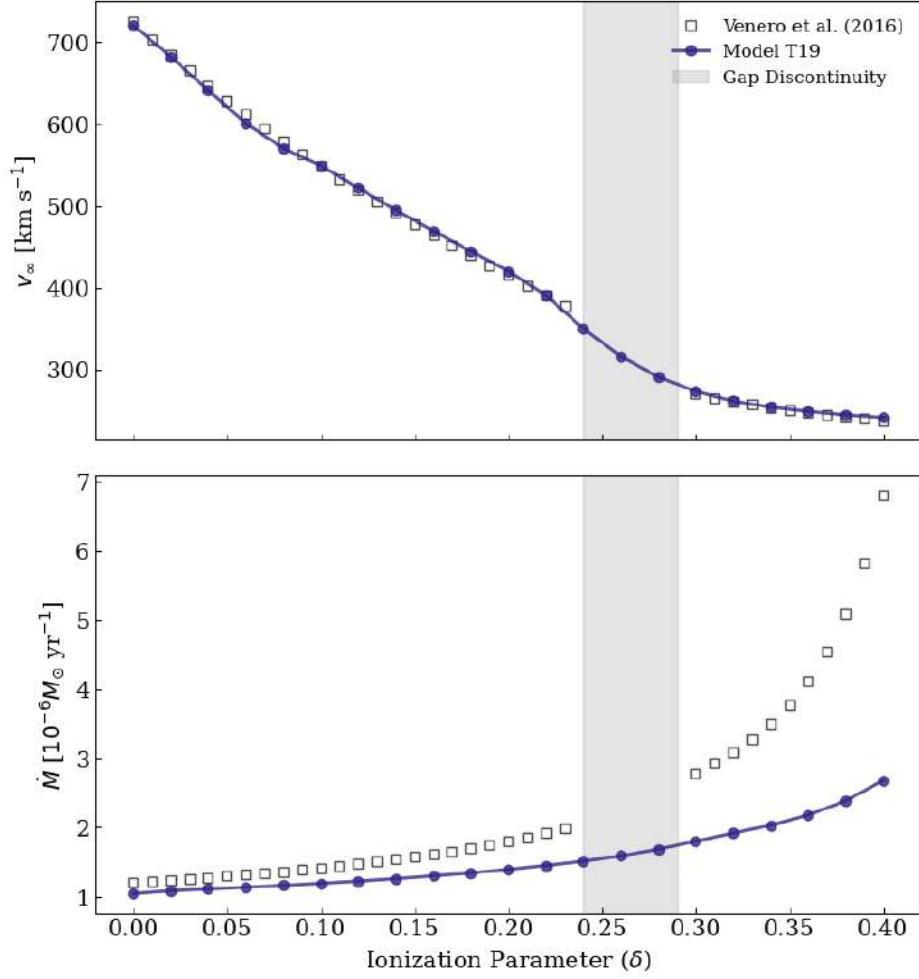


Figura 3.2: Comparación entre simulaciones dependientes del tiempo (líneas/puntos azules) y resultados estacionarios de [Venero et al. \(2016\)](#) (cuadrados negros), para el modelo T19 sin rotación $\Omega = 0,0$. El panel superior entrega la velocidad terminal en función del parámetro de ionización δ . El panel inferior muestra la tasa de pé de masa en función de δ . El área demarcada gris representa el "gap" reportado por las simulaciones estacionarias. Se observa una inflexión en la curva de velocidad a través del gap, y un incremento acotado para $\dot{M}$ en el viento lento, contrastando con el salto estacionario.

estacionario fija la profundidad óptica τ_* , lo que fuerza un aumento artificial de la densidad en la base cuando los gradientes de velocidad son pequeños. Acorde a [Araya et al. \(2018\)](#), cuando se fija la densidad fotosférica ρ_0 se tiene como una condición física más robusta para un reservorio subsónico estable, el flujo de masa se determina de forma autoconsistente según los requerimientos del punto sónico. Esto resultará en un aumento estable y acotado en la pérdida de masa en lugar de contribuciones artificiales que resulten en aumentos exponenciales.

Este comportamiento monótono y continuo de $\dot{M}$ concuerda con las observaciones empíricas recientes basadas en espectroscopía cuantitativa multicanal, específicamente en los rangos ultravioleta (UV) y óptico. Estos estudios se apoyan en datos provenientes de proyectos observacionales de alta resolución como ULLYSES (que utiliza espectrógrafos del telescopio Hubble) y el proyecto XShootU (utilizando el instrumento X-Shooter del telescopio VLT) ([Verhamme, O. et al., 2024](#); [de Burgos, A. et al., 2024](#); [Bernini-Peron, M. et al., 2024](#)). El análisis de estos espectros demuestra la ausencia de un salto abrupto de biestabilidad en supergigantes B para distintas metalicidades. Esto sugiere que las sobreestimaciones de la tasa de pérdida de masa en modelos estacionarios y proyectos recientes de espectroscopía cuantitativa ([Araya, I. et al., 2025](#)) pueden tener un origen metodológico asociado a su naturaleza estacionaria en lugar de un origen más físico.

3.1.2. Estructura del flujo

Podemos analizar la estructura radial del viento para estudiar la física que permite la estabilidad en las zonas de transición. La figura 3.3 muestra los perfiles de velocidad $v(r)$ (panel superior) y la distribución radial de densidad $\rho(r)$ (panel inferior) para el modelo T19 sin rotación ($\Omega = 0,0$) para tres distintos estados de ionización (es decir, distintos regímenes de velocidad). La solución asociada al régimen rápido ($\delta = 0,10$) muestra una topología convexa estándar, típica de los vientos estelares m-CAK. Su perfil de velocidad presenta una aceleración rápida y constante cerca de la superficie estelar ($r \leq 2R_*$), y transita suavemente hacia un aplanamiento asintótico alrededor de los $10R_*$ mientras se acerca al valor de la velocidad terminal. Como consecuencia, el perfil de densidad correspondiente presenta un declive pronunciado, impulsado tanto por la expansión esférica como por la aceleración del viento ($\rho \propto r^{-2}v^{-1}$).

Por su parte, la solución del *gap* ($\delta = 0,26$) muestra una estructura más compleja e interesante. Se observa que el viento se acelera inicialmente en las regiones cercanas a la fotosfera, pero presenta un marcado “quiebre” o *kink* en la velocidad en la región entre $2 - 10R_*$. En esta región, la aceleración radiativa es suprimida localmente por el término $(n_e/W)^\delta$ presente en el multiplicador de fuerza (ecuación 2.11), como $n_e \propto \rho$, esto implica una dependencia de $g_{line} \propto \rho^\delta$, lo que reduce la eficiencia del impulso a medida que disminuye la densidad del viento, provocando el estancamiento observado antes de la fase de aceleración final. Esta característica cinemática provoca un efecto en su estructura de densidad correspondiente: en la región del *kink*, donde $\partial v / \partial r \approx 0$, la caída de la densidad se vuelve estrictamente geométrica ($\rho \propto r^{-2}$). Los perfiles de densidad resultantes se mantienen consistentes con sus respectivos regímenes de velocidad; para satisfacer la conservación de masa, las velocidades de expansión más bajas en el *gap* y en el régimen lento conducen a densidades de masa más altas a lo largo de todo el viento en comparación con la solución rápida.

Por último, la solución lenta ($\delta = 0,40$) representa un régimen estable distinto. A diferencia de la solución del *gap*, no presenta la meseta en la velocidad. En su lugar, exhibe un perfil de aceleración monótono pero significativamente más plano en todo el dominio. La velocidad terminal es baja ($v_\infty \approx 260$ km/s), y la densidad se mantiene más alta que en los regímenes de alta velocidad y

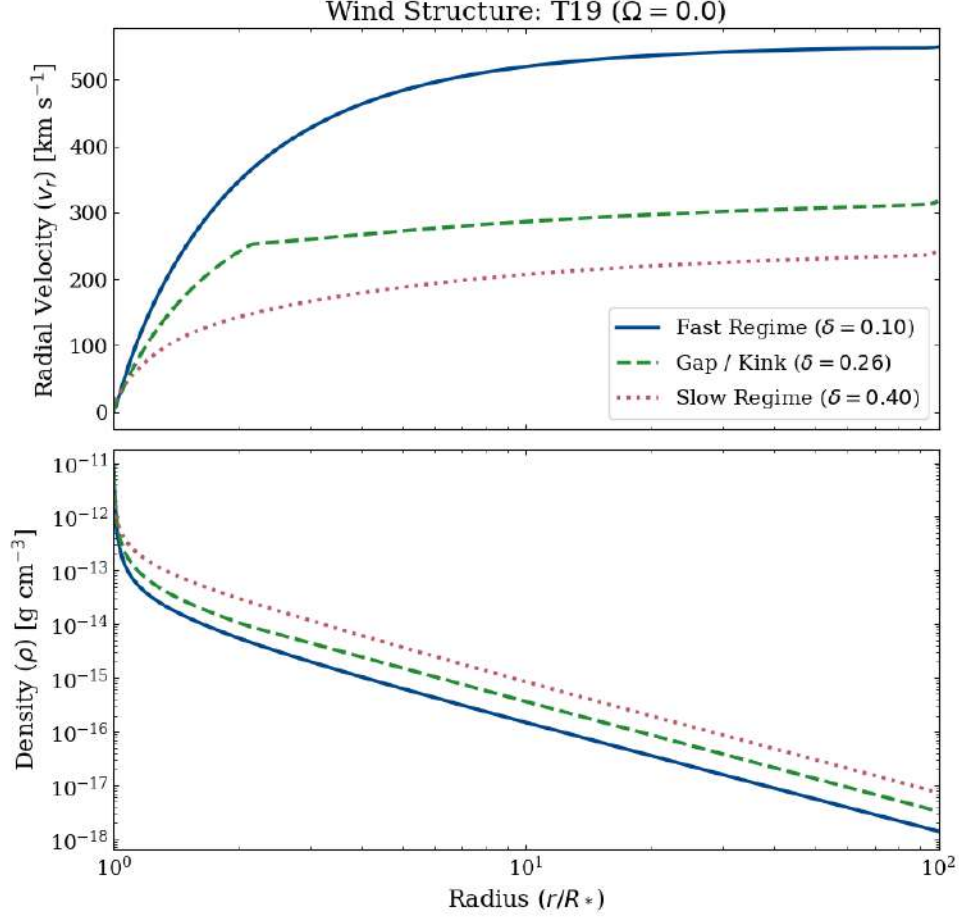


Figura 3.3: Estructura radial del viento para el modelo estelar T19 con $\Omega = 0,0$ para el régimen rápido ($\delta = 0,10$, línea azul continua), el régimen del *gap* ($\delta = 0,26$, línea verde discontinua) y el régimen lento ($\delta = 0,40$). El panel superior muestra los perfiles de velocidad radial, donde se logra apreciar la meseta o *kink* de velocidad que se extiende entre $2 - 10R_*$. El panel inferior presenta los perfiles de densidad de masa en escala logarítmica, los cuales presentan consistencia con sus respectivas velocidades: velocidades altas, densidades bajas y viceversa, para mantener la conservación de la masa.

del *gap* fruto de su menor velocidad. Esto confirma que la rama "lenta" es una solución robusta y continua, donde el empuje radiativo es menos eficiente pero estable.

3.1.3. El régimen de Conducción Débil ($k = 0,1$)

Extendimos nuestras simulaciones al régimen de impulso débil ("weak driving", $k = 0,1$) para el modelo T19. Estudios estacionarios recientes (Venero et al. (2024)) han encontrado que, para valores bajos del multiplicador de fuerza, las propiedades del viento cambian drásticamente, evi-

denciando una disminución en la tasa de pérdida de masa a medida que aumenta el parámetro de ionización δ .

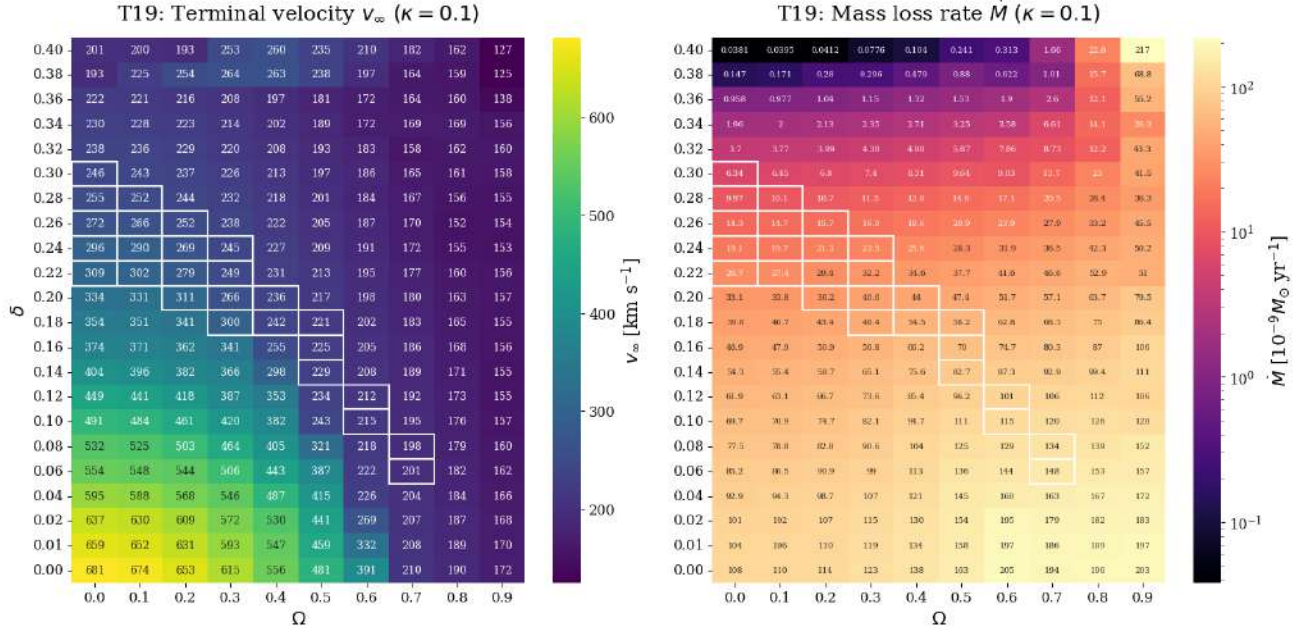


Figura 3.4: Mapa de soluciones globales para el régimen de impulso débil (T19 con $k = 0,1$) para la velocidad terminal v_∞ (panel izquierdo) y la tasa de pérdida de masa $\dot{M}$ (panel derecho). Se ve una diferencia respecto a los modelos estándar anteriores, donde ahora $\dot{M}$ disminuye drásticamente a medida que aumenta δ , disminuyendo en varios órdenes de magnitud hasta alcanzar un estado de viento "muerto" para $\delta \geq 0,30$. Se obtienen soluciones estables en todo el dominio de parámetros.

Como se puede observar en la figura 3.4, nuestras simulaciones hidrodinámicas tiempo-dependientes son capaces de encontrar soluciones para todo el espacio de parámetros, poblando las "regiones prohibidas" reportadas por los trabajos estacionarios. De la misma forma que el caso estándar, la velocidad terminal decrece con el aumento de δ . Sin embargo, el comportamiento de $\dot{M}$ confirma la inversión teórica predicha para vientos con un bajo factor k . Mientras δ aumenta, $\dot{M}$ decae de forma significativa. Para el régimen de viento rápido ($\delta \leq 0,20$), la tasa de pérdida de masa se mantiene en el orden de $10^{-7} M_\odot/\text{yr}$, pero sufre una caída exponencial de varios órdenes de magnitud por debajo de 10^{-9} al pasar al régimen lento ($\delta \geq 0,30$). Eventualmente, alcanza un mínimo de aproximadamente $4 \times 10^{-11} M_\odot/\text{yr}$ en $\delta = 0,40$, acercándose efectivamente a un estado de "viento muerto" (*dead wind*).

La figura 3.5 muestra la estructura del viento para el modelo sin rotación ($\Omega = 0,0$) a través de la región prohibida reportada por estudios estacionarios ($0,22 \leq \delta \leq 0,30$). Nuestras simulaciones presentan un perfil de velocidad que desarrolla un claro cambio de pendiente (panel superior) dentro de este *gap*. Por otro lado, para la tasa de pérdida de masa, se observa una transición estable en el *gap* que funciona como puente entre las soluciones rápida y lenta, con una caída abrupta para altos valores de ionización.

En cuanto a la convergencia de estos modelos de impulso débil ($k = 0,1$), investigamos de qué forma la selección de condiciones iniciales afecta el estado estacionario final. Como se muestra

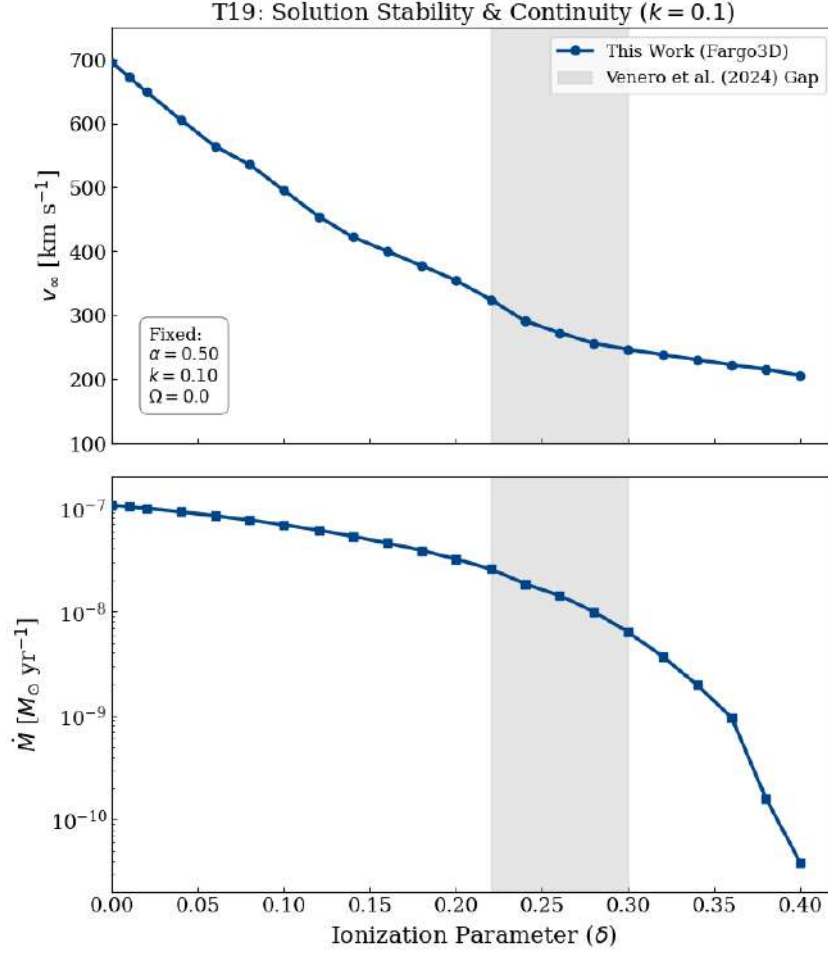


Figura 3.5: Estructura del viento para el régimen de impulso débil ($k = 0,1, \Omega = 0,0$). El panel superior muestra la velocidad terminal vs. δ . Nótese la suave inflexión en la pendiente dentro de la región gris (la brecha reportada en Venero et al. (2024)). El panel inferior presenta la tasa de pérdida de masa vs. δ . La simulación captura el pronunciado declive en $\dot{M}$ asociado con la discontinuidad estructural característica de los vientos débiles.

en las pruebas de sensibilidad (figura 3.6), los modelos inicializados con distintos gradientes de velocidad ($\beta = 1,0$ y $\beta = 2,0$) alcanzan ramas estacionarias que son estables pero presentan diferencias numéricas. Si bien la discrepancia en la velocidad terminal final es pequeña ($\sim 4\%$), su persistencia tras varios años de evolución indica la que la relajación temporal es capaz de aislar diferentes equilibrios estables dentro del mismo espacio de parámetros físicos. Esto sugiere que la configuración final del estado estacionario cerca de las regiones de transición de la teoría m-CAK está ligeramente influenciada por el estado cinemático inicial (el parámetro β). Nuestra exploración del régimen de impulso débil ($k = 0,1$) confirma entonces la tendencia predicha por Venero et al. (2024), donde la tasa de pérdida de masa exhibe una dependencia inversa con la ionización. Esto

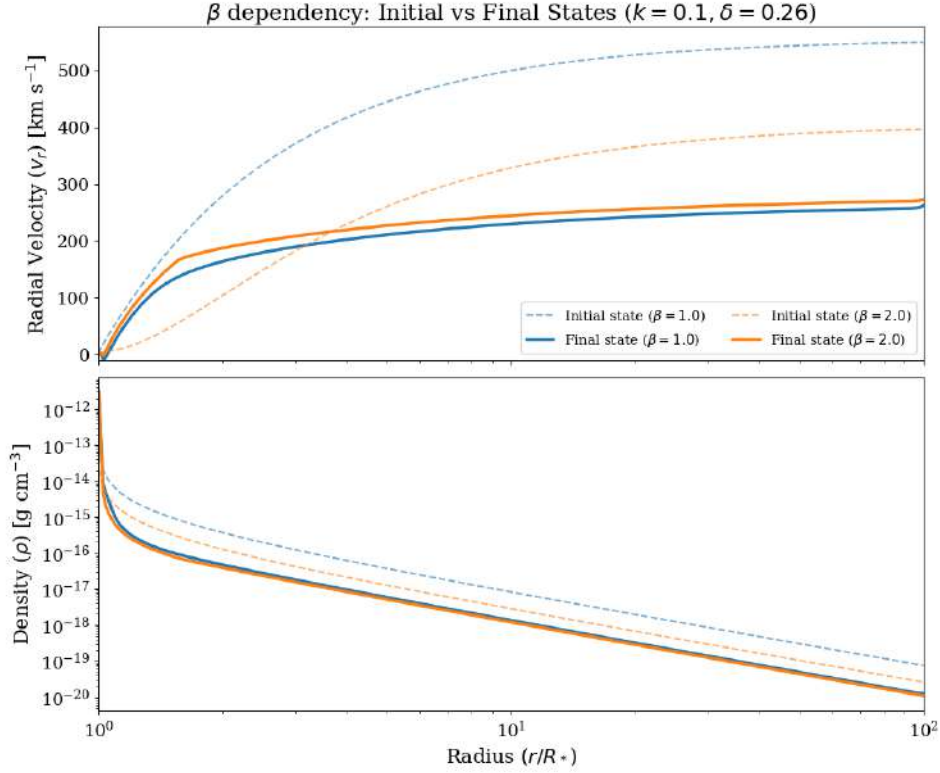


Figura 3.6: Discrepancias en el "weak driving regime" con respecto a las condiciones iniciales ($k = 0,1, \Omega = 0,0, \delta = 0,26$). El panel superior muestra perfiles de velocidad radial, y el panel inferior presenta perfiles de densidad. Las líneas punteadas representan los estados iniciales en $t = 0$ para $\beta = 1,0$ (azul) y $\beta = 2,0$ (naranja). Las líneas sólidas muestran los estados finales estacionarios correspondientes después de $t = 4,0$ yr. El modelo inicializado con el perfil más rápido se relaja a un estado estacionario más lento, mientras la que parte de un perfil más lento llega a un estado más rápido, confirmando la existencia de múltiples soluciones estables.

contrasta fuertemente con el régimen estándar ($k \approx 0,32$), donde un aumento en δ suele mantener o incrementar el flujo de masa.

Otro resultado importante en este régimen es la alta sensibilidad a las condiciones iniciales: obtener soluciones en la rama lenta requiere inicializar el flujo con un gradiente cinemático más suave ($\beta = 2,0$). Esto sugiere la presencia de múltiples equilibrios hidrodinámicos determinados según la evolución del flujo. Para $\delta = 0,30$, $\dot{M}$ decae a valores despreciables ($\sim 4 \times 10^{-11} M_{\odot}/yr$), representando el límite físico de un "viento muerto". En síntesis, demostramos que el espacio de soluciones de m-CAK para impulsos débiles es continuo y conexo entre ramas rápidas y lentas, inobtenibles mediante modelos estacionarios.

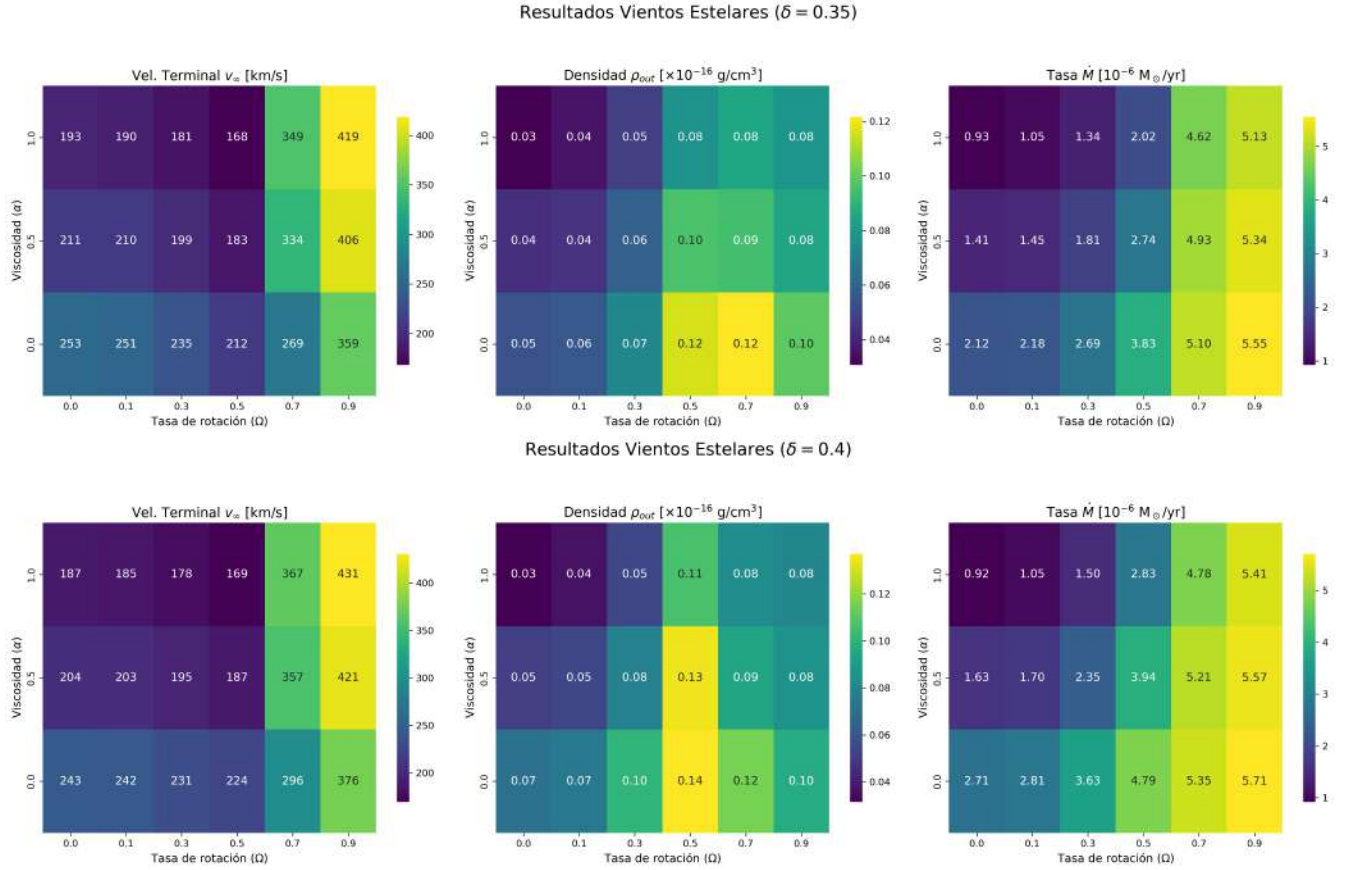


Figura 3.7: Mapas de calor de v_∞ , $\dot{M}$ y la densidad exterior ρ_{out} en función del parámetro estelar Ω y el parámetro viscoso ν , para dos simulaciones de delta fijado, $\delta = 0,35$ (panel superior) y $\delta = 0,40$ (panel inferior). Se observa una proporcionalidad inversa con la viscosidad para los $\Omega \leq 0,5$, sin embargo al pasar este límite, la proporcionalidad se invierte para la velocidad y la densidad.

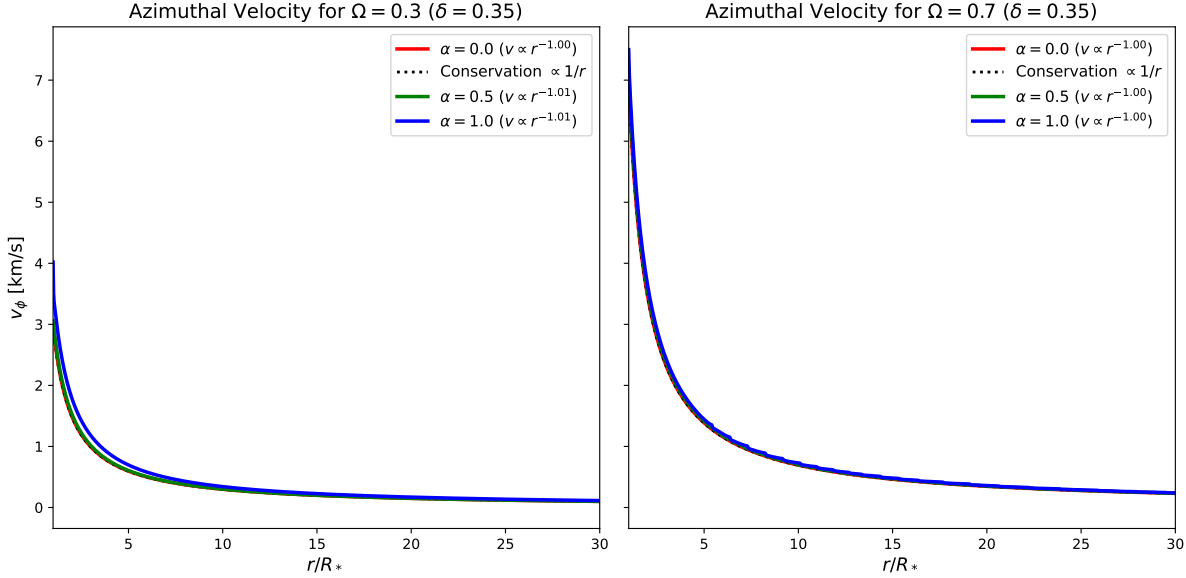


Figura 3.8: Perfiles de velocidades azimutales para las simulaciones viscosas con el parámetro $\delta = 0,35$. En el panel izquierdo, se presentan las velocidades del régimen de rotación lento ($\Omega = 0,3$), y en el panel derecho las velocidades del régimen de rotación rápida ($\Omega = 0,7$). Para ambas simulaciones, la velocidad azimutal conserva el momento angular específico, es decir, $v_\phi(r) \propto r^{-1}$, con lo cual se entiende que no presentan rotación Kepleriana.

3.2. Efectos viscosos en simulaciones

Se realizaron un total de 90 simulaciones sobre el modelo T19 con los parámetros estelares presentados en la tabla 2.1. Para cada delta fijo, se obtuvieron resultados numéricos razonables y coherentes entre sí. En la gráfica 3.7, se presentan las simulaciones para $\delta \in [0,35, 0,40]$ al ser las soluciones menos contaminadas por ruidos numéricos. Podemos observar que, para cualquier valor tanto de ν como de Ω , las tasas de pérdida de masa $\dot{M}$ disminuyen bruscamente a medida que aumenta la viscosidad ν hasta alcanzar la unidad. Por ejemplo, para $(\delta, \Omega) = (0,35, 0,0)$, la pérdida decae fuertemente desde $2,12 \times 10^{-6} M_\odot/\text{yr}$ para el caso inviscid hasta $0,93 \times 10^{-6} M_\odot/\text{yr}$ para el caso de máxima viscosidad. El mismo comportamiento se observa para ambos valores de δ .

En un viento impulsado por radiación, se define la tasa de pérdida de masa en regiones muy cercanas a la fotosfera, como son la zona subsónica y el punto crítico sónico. Cuando introducimos una componente de viscosidad cinemática al sistema, el tensor de estrés (y específicamente la componente normal radial) actúa esencialmente como una fuerza de arraste o disipación viscosa en el gas que frena su aceleración inicial. Entonces, al haber menos empuje neto en la base del viento, la densidad que se requiere para cruzar el punto sónico se ajusta a este cambio para mantener el equilibrio de momento, lo que se traduce en un flujo total de masa menor, como demuestran en [Curé & Araya \(2023\)](#) donde un menor gradiente de velocidad en la base del viento provoca una reducción en el flujo de masa.

La velocidad terminal presenta un comportamiento muy interesante, pues se observa que la relación de v_∞ con la viscosidad depende del régimen de rotación que estemos analizando: para valores de $\Omega \in [0,0, 0,1, 0,3, 0,5]$, la cinemática decrece a medida que aumenta la viscosidad. Sin

embargo, para $\Omega \in [0,7, 0,9]$, esta proporción se invierte, y ahora v_∞ aumenta junto con la viscosidad. Esto implica que la magnitud de la velocidad terminal del viento va a depender de si el sistema está en un régimen de alta o baja rotación, lo cual demuestra un acoplamiento complejo entre la viscosidad y la rotación estelar.

La densidad exterior ρ_{out} es un reflejo de la combinación de las dos cantidades anteriores, que están relacionadas por la ecuación de continuidad ($\dot{M} = 4\pi r^2 \rho v$). Se observa que un aumento en la viscosidad tiende a disminuir la densidad exterior en todo el espacio de parámetros, para ambos valores de δ .

Luego, el aumento en el parámetro de fuerza δ implica sistemáticamente vientos con una pérdida de masa $\dot{M}$ mayor, y con velocidades terminales v_∞ ligeramente menores, resultado que se condice con lo reportado tanto en secciones anteriores de este trabajo como otros trabajos (Curé & Araya, 2023) que utilizan la teoría m-CAK.

Como se puede apreciar en la figura 3.8, al agregar viscosidad al sistema las velocidades azimutales continúan obedeciendo la ley de potencia $V_\phi \propto r^{-1}$, es decir, los vientos viscosos conservan el momento angular, de la misma manera que los vientos impulsados por radiación invíscidos, de lo que se entiende que la viscosidad por sí sola no es capaz de alterar la transferencia de momento angular como para que el sistema presente rotación Kepleriana.

3.2.1. Comportamiento bimodal de velocidad terminal v_∞

Como se discutió en secciones anteriores, la aceleración radiativa g_{line} no es constante en todo el flujo: depende de las cantidades locales como la densidad de masa ρ y el gradiente de velocidad dv/dr , según la ecuación 2.18, donde al utilizar la ecuación de continuidad, se obtiene la nueva proporción de $g_{line} \propto (\frac{1}{\rho} dv/dr)^{\alpha_{CAK}}$. Esta relación muestra de forma explícita que la aceleración radiativa es favorecida por un gradiente de velocidad dv/dr de forma proporcional elevada a la potencia del parámetro α_{CAK} , donde un viento que se expande rápidamente expone a los iones a fotones del continuo no atenuados, aumentando el empuje. Como la densidad es inversamente proporcional, para un plasma más tenue habrá menor inercia, por lo que es más fácil de acelerar por el mismo campo radiativo.

En un viento estelar con viscosidad, el tensor de estrés viscoso actuará como una fricción macroscópica en las capas subsónicas más profundas, lo que limita de forma importante la cantidad de masa que la radiación logra desplazar de la estrella, como consecuencia, la tasa de pérdida de masa decae y por ende la densidad del flujo decae para todos los regímenes de rotación (ver figura 3.7). Por lo tanto, según las proporciones de g_{line} , una densidad que decae provoca que la aceleración radiativa tienda a aumentar, dejando al gradiente de velocidad dv/dr como la única variable que puede alterar cómo se va a comportar la aceleración radiativa, por lo que una diferencia de este gradiente entre los regímenes rápido y lento sería capaz de explicar el comportamiento bimodal visible en los mapas de calor.

Lo siguiente correspondería a estudiar estas cantidades para distintos valores de Ω . En la figura 3.9 se observan la tasa de pérdida de masa, la densidad, la aceleración radiativa y el gradiente de velocidad dv_r/dr para un viento viscoso en el régimen de rotación lento. Se puede apreciar un gradiente de velocidad que decae de forma abrupta muy cerca de la estrella para la simulación viscosa (curva roja, $\alpha = 1$), posiblemente dado que el viento sufre un arrastre severo producto de la disipación viscosa que frena la aceleración radial inicial, como se ve que ocurre para el g_{line} viscoso. Como no posee un gradiente cinemático alto y estable y la densidad decae constantemente, la

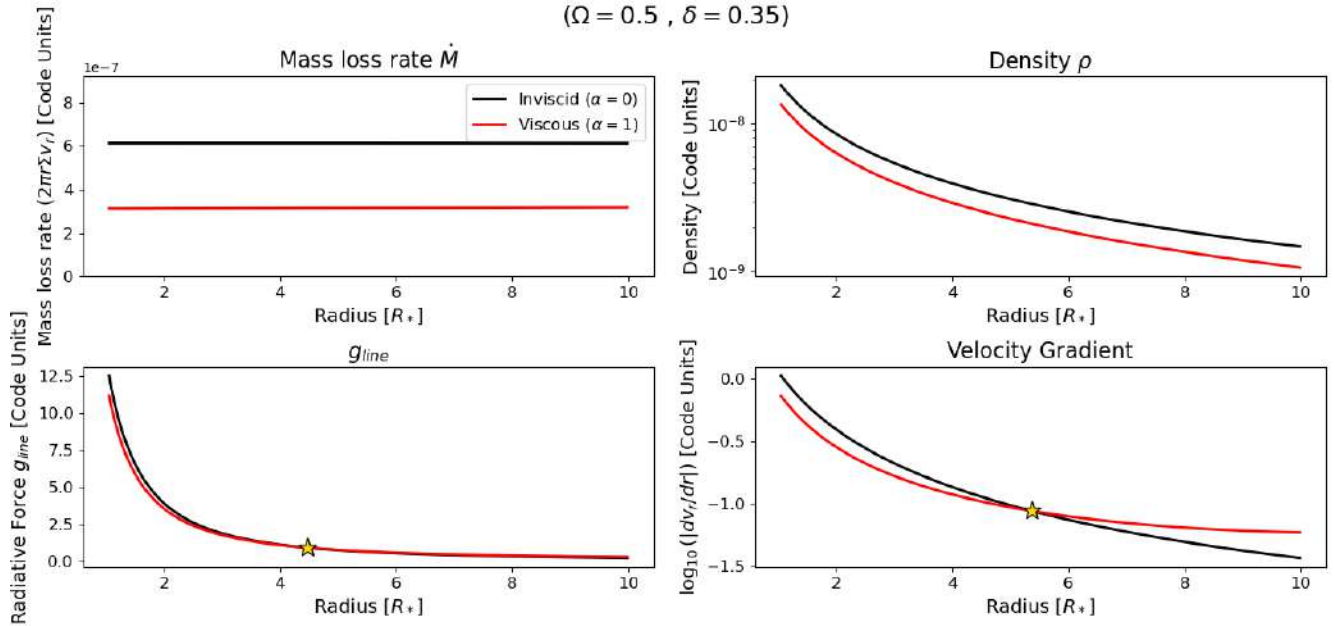


Figura 3.9: Pérdida de masa, densidad, aceleración radiativa y gradiente de velocidad para un viento viscoso en el régimen de rotación lento ($\Omega = 0,5$). La estrella amarilla representa el radio donde se igualan las cantidades pertinentes para las simulaciones viscosa e inviscid, teniendo un valor de $R_{\star} = 4,4704$ donde se igualan los g_{line} y de $R_{\star} = 5,3640$ para igualar los gradientes de velocidad. Se aprecia el rápido decaimiento de la aceleración radiativa y del gradiente de velocidad en las regiones internas más cercanas a la estrella central.

aceleración radiativa g_{line} es incapaz de incrementar, por lo que el flujo nunca recupera el momento que pierde producto de la fricción inicial, resultando en una rama de soluciones donde un aumento en la viscosidad implica vientos globalmente más lentos.

Por otro lado, al analizar las soluciones en el régimen de alta rotación ($\Omega \geq 0,7$), hay que tener en cuenta la inyección de fuerza centrífuga que debiese tener un efecto en reducir el arrastre viscoso en las capas internas. Como se observa en la figura 3.10, el gradiente de velocidad viscoso es capaz de sobrevivir a la caída abrupta en las regiones internas y de mantenerse de forma sostenida y robusta a lo largo de todo el dominio radial. Esto puede ser producto de que, aunque la viscosidad sigue queriendo frenar al viento, ahora empieza con un fuerte impulso centrífugo que efectivamente logra evitar el colapso que presentan los gradientes en el régimen de rotación bajo o el gradiente inviscido. Como ahora sobrevive el gradiente de velocidad, la caída constante de la densidad ρ (en el denominador de la proporción) provocará un aumento general en el término de aceleración radiativa g_{line} , que es precisamente lo que se observa en el panel inferior izquierdo. Físicamente, esto representa que un viento viscoso y con cizalle resulta ser ópticamente idóneo para absorber el momento fotónico.

Esto refleja una especie de ciclo de retroalimentación no lineal: la escasez de masa aumenta la aceleración radiativa, luego este aumento inducido por el efecto inicial de la viscosidad sobrecompensa el arrastre por fricción, acabando con que el empuje neto radial ahora es dominado por el empuje radiativo, acelerando la velocidad del viento e invirtiendo la tendencia con la viscosidad que presentaban los vientos viscosos en rotación lenta.

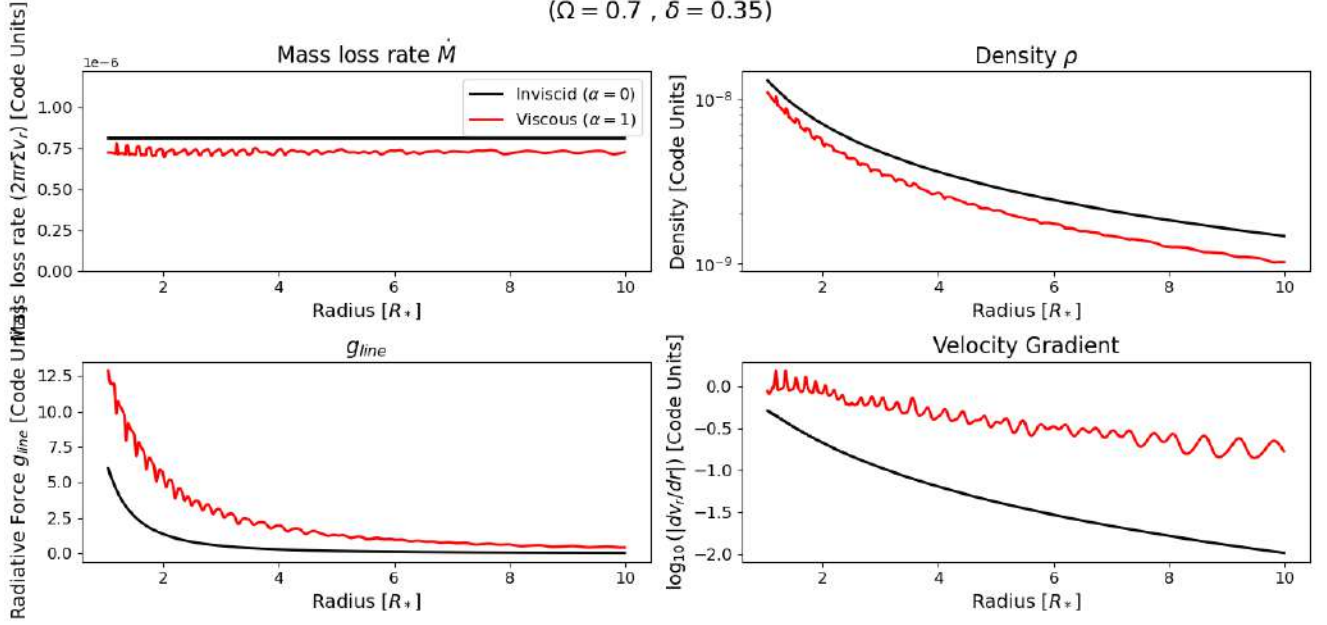


Figura 3.10: Pérdida de masa, densidad, aceleración radiativa y gradiente de velocidad para un viento viscoso en el régimen de rotación rápido ($\Omega = 0,7$). Presenta una importante diferencia con el viento de rotación lenta, pues se aprecia que el gradiente de velocidad se mantiene aprox. constante y, por tanto, la fuerza radiativa sobrevive a mayores radios, y que no hay radios donde las cantidades se igualen entre simulaciones viscosa e inviscid.

3.3. Efectos viscosos observacionales

Visualmente, todas las líneas reaccionan de forma similar ante la variación del parámetro viscoso α (Figura 3.11). Al comparar numéricamente los valores de cada característica mencionada (Tabla 3.1), se puede notar que, en efecto, las líneas de Balmer presentan una disminución del máximo de emisión, una profundización de la línea de absorción y un aumento positivo del ancho equivalente (que está directamente relacionado con la fuerza de la emisión).

La reducción en el peak de emisión desde $\alpha = 0$ hasta $\alpha = 1$ se mantiene casi constante para todas las líneas, rondando valores cercanos al $\sim 17\%$. Por otro lado, el cambio en el valle de absorción es más fuerte para $H\alpha$ con una profundización del 13,2% para α entre 0 y 1, mientras que $H\gamma$ es la línea que más resistió este efecto con una profundización del 6,9%. Finalmente, es interesante observar el cambio en el ancho equivalente (EW) para cada línea, pues se observa que esta diferencia aumenta para líneas más energéticas, desde $H\alpha$ presentando el aumento más pequeño de un 43,5% hasta $H\delta$ que sufre un aumento significativo del 205,7%, prácticamente doblando el ancho equivalente del modelo inviscid.

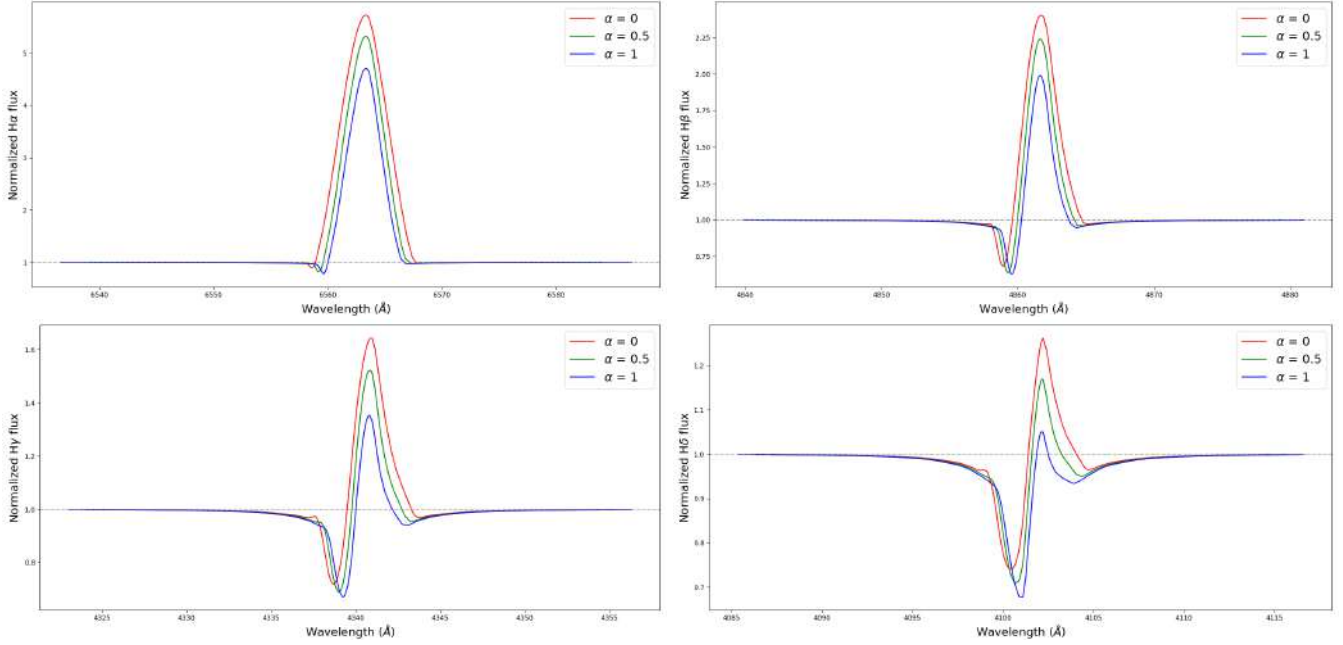


Figura 3.11: De izquierda a derecha, de arriba hacia abajo: perfiles sintéticos de líneas para $H\alpha$, $H\beta$, $H\gamma$, $H\delta$ de vientos estelares impulsados por radiación para la simulación de una estrella T19 con parámetros $\Omega = 0,5$ y $\delta = 0,35$, asumiendo $vsini = 0$ y una velocidad turbulenta $v_{turb} = 10$ km/s, con la variación del parámetro viscoso $\alpha \in [0, 0, 0,5, 1, 0]$. Se logra apreciar una relación proporcionalmente inversa entre la viscosidad y el flujo normalizado, donde el flujo decae a medida que aumenta el parámetro α .

Línea	Parámetro	$\alpha = 0$	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 1,0$	$\Delta_{0 \rightarrow 0,5}$	$\Delta_{0 \rightarrow 1,0}$
H- α	Pico de Emisión (flujo norm.)	5.727	5.318	4.708	-7,1 %	-17,8 %
	Valle de Absorción (flujo norm.)	0.891	0.812	0.773	-8,9 %	-13,2 %
	Ancho Equivalente EW (Å)	-21,642	-16,410	-12,225	+24,2 %	+43,5 %
H- β	Pico de Emisión (flujo norm.)	2.403	2.240	1.991	-6,8 %	-17,2 %
	Valle de Absorción (flujo norm.)	0.685	0.639	0.629	-6,6 %	-8,2 %
	Ancho Equivalente EW (Å)	-3,225	-2,040	-1,054	+36,7 %	+67,3 %
H- γ	Pico de Emisión (flujo norm.)	1.643	1.523	1.353	-7,3 %	-17,7 %
	Valle de Absorción (flujo norm.)	0.719	0.690	0.670	-4,1 %	-6,9 %
	Ancho Equivalente EW (Å)	-0,718	-0,163	0.331	+77,3 %	+146,1 %
H- δ	Pico de Emisión (flujo norm.)	1.262	1.170	1.050	-7,3 %	-16,7 %
	Valle de Absorción (flujo norm.)	0.740	0.709	0.677	-4,2 %	-8,5 %
	Ancho Equivalente EW (Å)	0.266	0.553	0.814	+107,9 %	+205,7 %

Cuadro 3.1: Cuantificación morfológica de las líneas de Balmer para distintos valores del parámetro α y su variación porcentual respecto al modelo de referencia.

Los efectos de la viscosidad en los perfiles de hidrógeno muestran una clara estratificación espacial en la formación de líneas en la atmósfera. De la ecuación 2.31, entendemos que hay una

relación cuadrática entre la emisividad y la densidad de masa del plasma que forma un viento ópticamente grueso y NLTE. Este acoplamiento no lineal podría explicar la caída en el pico de emisión de la línea $H\alpha$ al variar de un caso inviscid a uno viscoso (panel superior izquierdo de la figura 3.11). Al agregarle viscosidad al sistema, el tensor de estrés normal radial actúa como un mecanismo de frenado macroscópico que suprime la tasa de pérdida de masa $\dot{M}$ junto con la reducción de la velocidad terminal v_∞ , lo que provocará una disminución en la densidad ρ según la ecuación de continuidad ($\dot{M} = 4\pi r^2 \rho v_r$). Esta disminución de la densidad del flujo provocará una disminución cuadrática del coeficiente de emisión j_ν con respecto al caso inviscid, que es lo que se observa para la línea $H\alpha$.

A medida que nos movemos hacia líneas más energéticas en la serie de Balmer (por tanto a líneas con menores probabilidades de emisión espontánea como $H\beta$ y $H\gamma$), el viento se irá volviendo ópticamente delgado a radios cada vez más cercanos a la estrella. Los perfiles de $H\beta$ (panel superior derecho), $H\gamma$ (panel inferior izquierdo) y $H\delta$ (panel inferior derecho) ya son notoriamente perfiles P-Cygni propios de un viento estelar al estar ahora dominados principalmente por el perfil de absorción de la fotosfera pero el viento aún aporta una componente de emisión que forma la parte derecha del perfil, y se tiene el mismo comportamiento que para $H\alpha$, donde al ir aumentando la viscosidad, la escasez de densidad asociada a cada valor de α debilita la emisión de esa componente, provocando que las simulaciones viscosas presenten picos de emisión menores y valles de absorción más profundos.

Luego, la distribución espectral de energía (SED) sintetizada para el rango óptico continuo (3500 – 7000 Å) complementa de forma consistente la discusión realizada sobre lo observado en las líneas de Balmer. En todo el continuo por encima de los 4000 Å se observa que las curvas para cada viscosidad prácticamente se superponen, sin variaciones perceptibles sensibles a un cambio del parámetro α , lo que indica que el continuo está en efecto dominado por la emisión de la fotosfera estelar (dictada por los parámetros estelares fijos tabulados en 2.2) más que por la emisión del propio viento.

Sin embargo, si se observa una diferencia asociada a la viscosidad alrededor del salto de Balmer (más detallado en el panel inferior de la figura 3.12). El modelo inviscid (curva roja) al tener mayor densidad, presenta una contribución en la emisión mayor a los casos viscosos justo antes del salto, lo que se ve reflejado en que es la curva menos profunda de las tres simulaciones. Luego después del salto, se ve una inversión en las emisiones de los distintos modelos, donde ahora el modelo viscoso pasa a ser el de mayor emisión. Esto coincide con lo propuesto antes, donde el poseer más viscosidad implica una densidad menor, con lo cual el viento será más ópticamente delgado para la emisión del continuo estelar, por lo que logramos observar hasta capas más calientes lo que se traduce en emisiones más altas.

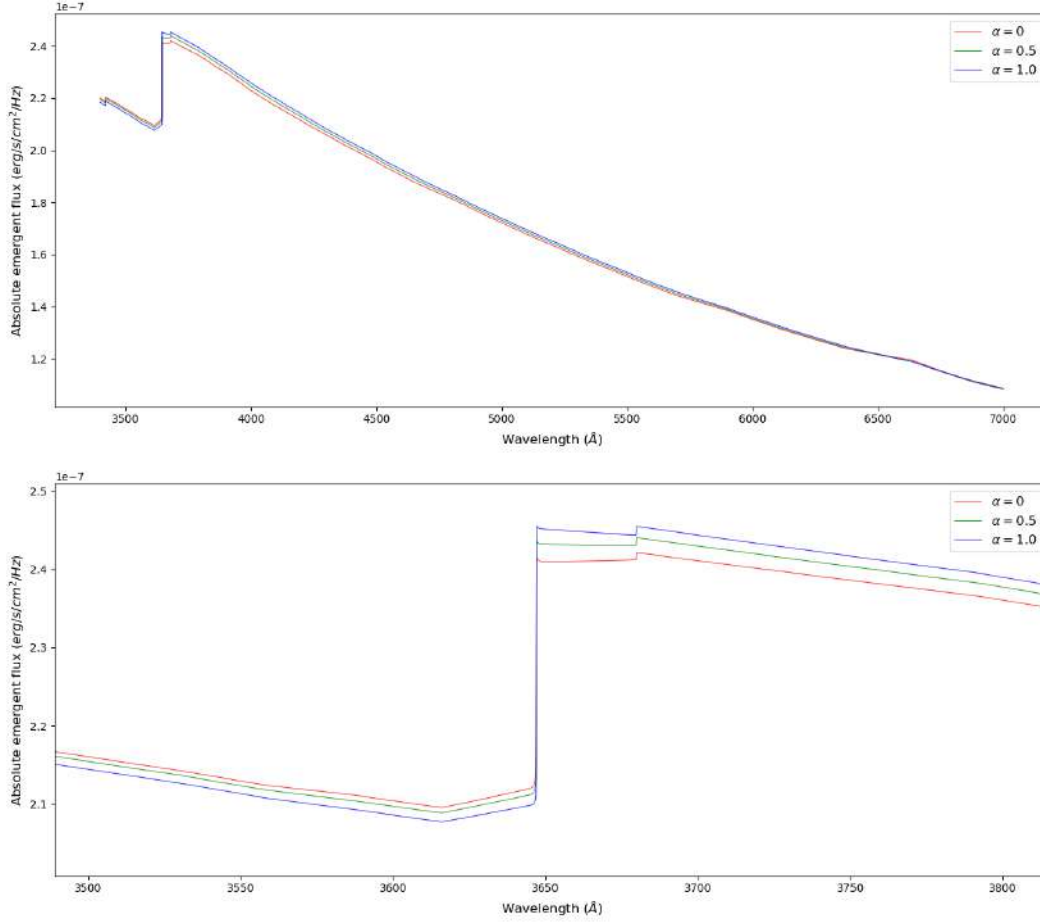


Figura 3.12: El panel superior muestra la distribución espectral de energía (SED) calculada por FASTWIND para las simulaciones de FARGO3D de una estrella T19 con parámetros $\Omega = 0,5$ y $\delta = 0,35$, asumiendo $v_{\text{ini}} = 0$ y una velocidad turbulenta $v_{\text{turb}} = 10$ km/s, con la variación del parámetro viscoso $\alpha \in [0, 0, 0,5, 1, 0]$. El panel inferior es un zoom alrededor del salto de Balmer en la SED.

Capítulo 4

Conclusiones

En el presente trabajo se desarrolló e implementó una nueva metodología hidrodinámica para el modelado de vientos estelares impulsados por radiación en estrellas supergigantes B. A través de la utilización de simulaciones numéricas dependientes del tiempo, se resolvió el sistema de ecuaciones de Navier-Stokes acoplando de forma consistente la aceleración por líneas descrita por la teoría m-CAK. Esta metodología permitió una exploración completa del espacio de parámetros (Ω, δ) , resolviendo discontinuidades topológicas reportadas por trabajos anteriores que utilizaban un enfoque estacionario. Además, este método de trabajo permitió introducir una nueva prescripción de la viscosidad cinemática turbulenta basada en la Teoría de Longitud de Mezcla (Mixing Length Theory) adaptada a flujos radiales supersónicos. Finalmente, se estudiaron los efectos observacionales de la viscosidad turbulenta en los vientos estelares a través de síntesis espectral utilizando FASTWIND. Los resultados obtenidos a partir de esta implementación nos permiten concluir lo siguiente respecto a ambos análisis:

4.1. Simulaciones 1D no-estacionarias

Con los resultados presentados para las simulaciones tiempodependientes se demostró que las regiones sin soluciones (gaps) reportadas en trabajos donde se utilizaron códigos hidrodinámicos estacionarios no representan una ausencia de soluciones físicas. El haber involucrado una componente temporal que permitía al sistema evolucionar de forma natural hacia un estado estacionario permitió encontrar soluciones que logran resolver el problema del espacio de parámetros sin resultados reportado en estudios anteriores, y que además coinciden con las predicciones de estos modelos para las soluciones fuera de esta región prohibida, demostrando así que existe un puente en el espacio de parámetros que rellena esos gaps entre soluciones rápidas y lentas, junto con indicar que el motivo por el que los códigos independientes del tiempo no lograban converger a soluciones es debido al surgimiento de estructuras cinemáticas complejas imposibles de resolver para los algoritmos numéricos de los códigos estacionarios. En estas regiones de transición, el perfil de velocidad exhibe un quiebre (kink) de velocidad supersónico inducido por la supresión local del impulso radiativo. Esta topología actúa como singularidades matemáticas que provoca la divergencia de los métodos numéricos estacionarios clásicos, pero que se pueden resolver al considerar una evolución temporal del sistema. Utilizando esta implementación, se obtuvo que, a diferencia de los modelos estacionarios que predicen un salto abrupto de biestabilidad exponencial en la tasa de pérdida de

masa al transitar hacia el régimen lento, el modelo tiempo-dependiente predice un aumento moderado, coherente y continuo. Esta continuidad estructural obtenida al fijar una densidad fotosférica (ρ_0) se alinea de buena manera con las observaciones empíricas recientes (ULLYSES, XShootU), lo que sugiere que las sobreestimaciones previas reportadas en la literatura son de origen artificial numérico. Finalmente, la exploración del régimen de impulso débil ($k = 0,1$), en el cual se confirmó la predicción de una caída exponencial en el flujo de masa hacia un estado de viento "muerto", se reveló además que la solución estacionaria final depende fuertemente de las condiciones iniciales de inyección, evidenciando la existencia de múltiples equilibrios hidrodinámicos.

4.2. Simulaciones con viscosidad

Por su lado, la incorporación de la prescripción generalizada para la viscosidad turbulenta mediante el uso de la Teoría de Longitud de Mezcla (MLT) en el código hidrodinámico FARGO3D permitió explorar por primera vez el impacto de la fricción macroscópica en vientos impulsados por radiación (m-CAK) en rotación, demostrando que el tensor de estrés altera profundamente la estructura del flujo en expansión.

Los mapas de parámetros globales revelan un efecto universal e independiente del parámetro de rotación Ω : la presencia de viscosidad actúa como un mecanismo de disipación y frenado inercial en las capas subsónicas fotosféricas, poniendo un límite en la inyección de momento y provocando una supresión sistemática de la tasa de pérdida de masa. Según la ecuación de continuidad, este fenómeno provoca una disminución global de la densidad del viento circunestelar.

A pesar de esta reducción general de densidad, el comportamiento de la velocidad terminal exhibe una bimodalidad hidrodinámica determinada según el régimen de rotación del sistema. Para baja rotación ($\Omega \leq 0,5$), el arrastre viscoso debilita el gradiente de velocidad dv_r/dr en las regiones internas, lo que debilita la aceleración radiativa en la misma región resultando en un viento terminalmente más lento. Por el contrario, en el régimen de alta rotación ($\Omega \geq 0,7$), la inyección de fuerza centrífuga permite al gradiente de velocidad dv_r/dr sobrevivir al arrastre viscoso en las capas más internas, por lo que se mantiene casi constante a lo largo del dominio de expansión. Esto provoca que la aceleración radiativa sea modulada por el inverso de la densidad que decae constantemente ($g_{line} \propto \rho^{-\alpha_{CAK}}$), provocando un aumento del empuje radiativo en las capas más internas y, por tanto, un aumento de la velocidad terminal del viento.

Finalmente, el análisis de estas estructuras alteradas por la viscosidad con el código de transporte radiativo NLTE FASTWIND demuestra que la disipación por viscosidad turbulenta interna presenta firmas espectroscópicas directas y medibles en los perfiles de las líneas de Balmer y en la distribución espectral de energía (SED). Como la emisividad de la envoltura en las líneas de Balmer es proporcional al cuadrado de la densidad del plasma, la disminución global de la masa producto de la viscosidad provoca un colapso en el peak de emisión de la línea $H\alpha$. Para transiciones más energéticas, formadas en regiones más internas y ópticamente delgada, la falta de gas circunestelar debilita la componente de emisión, resultando en perfiles con núcleos de absorción sistemáticamente más profundos. Por su parte, la SED mantiene su flujo continuo visual prácticamente idéntico pero profundiza el salto de Balmer producto de la reducción de la opacidad ligada al viento, concluyendo que la viscosidad turbulenta altera fuertemente la estructura hidrodinámica y el balance de momento del viento pero deja prácticamente intacta la integridad fotosférica profunda de una estrella supergigante B.

4.3. Trabajo a futuro

Los resultados de este trabajo abren muchos caminos a seguir explorando. Respecto a las simulaciones 1D tiempo-dependientes, una opción es expandir el análisis sobre la existencia de estas múltiples soluciones hidrodinámicas dada la emergencia de topologías complejas, donde ligeras perturbaciones podrían desencadenar cambios entre estados estables o evolucionar hasta generar las inestabilidades físicas observadas. Respecto a las simulaciones viscosas, queda mucho por investigar y ahondar, por ejemplo, se puede complejizar el sistema expandiendo las dimensiones físicas en lugar de trabajar solo con la dimension radial, haciendo que ahora sean importantes los efectos dependientes de la latitud, como el gravity darkening o diferencias de velocidades azimutales, lo que podría apuntar en la dirección de los *viscous decretion disks*. También se podría expandir el estudio viscoso al régimen de impulso débil $k = 0,1$ y observar qué ocurre con el comportamiento bimodal de las velocidades terminales.

Bibliografía

- Aerts, C., Bowman, D. M., S  mon-Díaz, S., et al. 2018, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 476, 1234, doi: [10.1093/mnras/sty308](https://doi.org/10.1093/mnras/sty308)
- Araya, I., Cur  , M., ud Doula, A., Santillán, A., & Cidale, L. 2018, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 477, 755, doi: [10.1093/mnras/sty678](https://doi.org/10.1093/mnras/sty678)
- Araya, I., Christen, A., Cur  , M., et al. 2021, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 504, 2550
- Araya, I., Curé, M., Machuca, N., et al. 2025, AA, 704, A77, doi: [10.1051/0004-6361/202555509](https://doi.org/10.1051/0004-6361/202555509)
- Benítez-Llambay, P., & Masset, F. S. 2016, The Astrophysical Journal Supplement Series, 223, 11. <http://stacks.iop.org/0067-0049/223/i=1/a=11>
- Bernini-Peron, M., Sander, A. A. C., Ramachandran, V., et al. 2024, AA, 692, A89, doi: [10.1051/0004-6361/202450475](https://doi.org/10.1051/0004-6361/202450475)
- Castor, J. I., Abbott, D. C., & Klein, R. I. 1975, The Astrophysical Journal, 195, 157
- Curé, M., & Araya, I. 2023, Galaxies, 11, 68, doi: [10.3390/galaxies11030068](https://doi.org/10.3390/galaxies11030068)
- Curé, M., Meneses, R., Araya, I., et al. 2022, , 664, A185, doi: [10.1051/0004-6361/202243620](https://doi.org/10.1051/0004-6361/202243620)
- Curé, M. 2004, The Astrophysical Journal, 614, 929, doi: [10.1086/423776](https://doi.org/10.1086/423776)
- de Burgos, A., Keszthelyi, Z., Simón-Díaz, S., & Urbaneja, M. A. 2024, AA, 687, L16, doi: [10.1051/0004-6361/202450301](https://doi.org/10.1051/0004-6361/202450301)
- Friend, D. B., & Abbott, D. C. 1986, , 311, 701, doi: [10.1086/164809](https://doi.org/10.1086/164809)
- Haubois, X., Carciofi, A., Rivinius, T., Okazaki, A., & Bjorkman, J. 2012, The Astrophysical Journal, 756, 156
- Josiek, J., Sander, A. A. C., Bernini-Peron, M., et al. 2025, AA, 697, A193, doi: [10.1051/0004-6361/202554078](https://doi.org/10.1051/0004-6361/202554078)
- Lamers, H. J., & Cassinelli, J. P. 1999, Introduction to stellar winds (Cambridge University Press)
- Lamers, H. J. G. L. M., Snow, T. P., & Lindholm, D. M. 1995, , 455, 269, doi: [10.1086/176575](https://doi.org/10.1086/176575)
- Lee, U., Saio, H., & Osaki, Y. 1991, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 250, 432

- Markova, N., & Markov, H. 2009, Wind structure in late-B supergiants. <https://arxiv.org/abs/0907.1218>
- Markova, N., Prinja, R. K., Markov, H., et al. 2008, AA, 487, 211, doi: [10.1051/0004-6361:200809376](https://doi.org/10.1051/0004-6361:200809376)
- Montesinos, M., Zabala-Arroyo, E., Castro-Salgado, J. J., Curé, M., & Araya, I. 2026, The Astrophysical Journal, 1003, 14, doi: [10.3847/1538-4357/ae5239](https://doi.org/10.3847/1538-4357/ae5239)
- Okazaki, A. T. 2001, Publications of the Astronomical Society of Japan, 53, 119–125, doi: [10.1093/pasj/53.1.119](https://doi.org/10.1093/pasj/53.1.119)
- Pauldrach, A., Puls, J., & Kudritzki, R. 1986, Astronomy and Astrophysics, 164, 86
- Pelupessy, I., Lamers, H. J. G. L. M., & Vink, J. S. 2000, The radiation driven winds of rotating B[e] supergiants. <https://arxiv.org/abs/astro-ph/0005300>
- Puls, J., Herrero, A., & Prieto, C. A. 2024, Stellar Atmospheres. <https://arxiv.org/abs/2409.03329>
- Puls, J., Urbaneja, M., Venero, R., et al. 2005, Astronomy & Astrophysics, 435, 669
- Puls, J., Urbaneja, M. A., Venero, R., et al. 2005, , 435, 669, doi: [10.1051/0004-6361:20042365](https://doi.org/10.1051/0004-6361:20042365)
- Puls, J., Vink, J. S., & Najarro, F. 2008, , 16, 209, doi: [10.1007/s00159-008-0015-8](https://doi.org/10.1007/s00159-008-0015-8)
- Rivero González, J. G., Puls, J., & Najarro, F. 2011, , 536, A58, doi: [10.1051/0004-6361/201117101](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201117101)
- Santolaya-Rey, A. E., Puls, J., & Herrero, A. 1997, , 323, 488
- Shakura, N. I., & Sunyaev, R. A. 1973, Astronomy and Astrophysics, 24, 337
- Simón-Díaz, S., Aerts, C., Urbaneja, M. A., et al. 2018, , 612, A40, doi: [10.1051/0004-6361/201732160](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201732160)
- Venero, R. O. J., Curé, M., Cidale, L. S., & Araya, I. 2016, The Astrophysical Journal, 822, 28, doi: [10.3847/0004-637X/822/1/28](https://doi.org/10.3847/0004-637X/822/1/28)
- Venero, R. O. J., Curé, M., Puls, J., et al. 2024, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 527, 93, doi: [10.1093/mnras/stad3030](https://doi.org/10.1093/mnras/stad3030)
- Verhamme, O., Sundqvist, J., de Koter, A., et al. 2024, AA, 692, A91, doi: [10.1051/0004-6361/202451169](https://doi.org/10.1051/0004-6361/202451169)
- Vink, J. S., de Koter, A., & Lamers, H. J. G. L. M. 1999, On the nature of the bi-stability jump in the winds of early-type supergiants. <https://arxiv.org/abs/astro-ph/9908196>