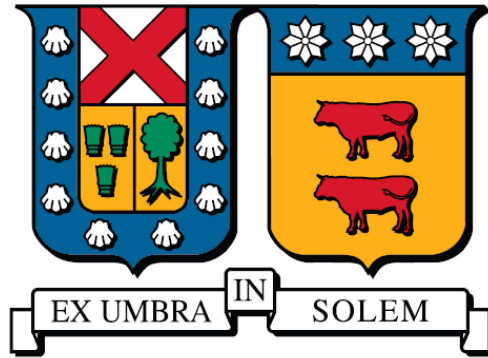


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA METALÚRGICA Y MATERIALES

SANTIAGO DE CHILE



**DESCRIPCIÓN NUMÉRICA DEL FRACTURAMIENTO
INDUCIDO POR COMPRESIÓN DE MEDIOS
GRANULARES**

ALEJANDRO NICOLÁS GALLOSO OLIVARES

Memoria para optar al Título Profesional de

INGENIERO CIVIL DE MINAS

Profesor Guía:

Dr. Sergio Palma M.

Profesor Correferente:

Dr (c). Álvaro Vergara B.

NOVIEMBRE 2024

Dedicatoria

A mi hijo Maximiliano.

“Sé fuerte, hijo mío.

Busca el amor y la bondad en los demás,

perdónate cuando cometas errores

y disfruta de este viaje que es la vida”

- Kirsten Wreggitt

Resumen

Este estudio analizó el comportamiento mecánico de la fractura de partículas irregulares sometidas a compresión lenta, utilizando métodos de elementos discretos (DEM, por sus siglas en inglés). El material granular se recreó utilizando el modelo de partículas enlazadas (BPM, por sus siglas en inglés) en el software EDEM. Se investigó cómo la forma de la partícula y la masa estudiada influyen en la resistencia a la compresión. Además, se analizó el comportamiento de la ruptura de enlace al aplicar diferentes fuerzas compresivas.

Se modelaron partículas irregulares compuestas por meta-partículas esféricas, unidas unas a otras a través de enlaces paralelos cementados. Los casos de estudio fueron masas de partículas de 35, 70 y 105 kg, a las que se aplicaron distintas fuerzas compresivas. Esto permitió estudiar la distribución de fuerzas, el comportamiento de enlaces rotos y la transmisión de fuerzas a través de los enlaces entre partículas, generando una fractura.

Los resultados obtenidos indican que las partículas irregulares presentaron una menor resistencia en comparación con las partículas esféricas, puesto que presentaron una distribución desigual de esfuerzos. Conforme se incrementó la fuerza aplicada, el porcentaje de enlaces rotos aumentó. Se observó una mayor concentración de esfuerzos en los enlaces ubicados en los puntos de contactos, entre partículas madre y la placa. De manera similar, se obtuvo que la masa de estudio tiene gran influencia en la resistencia a la compresión, porque se generaba mayor distribución de las fuerzas, resultando en menor concentración de esfuerzos. Además, el tamaño de las meta-partículas resultó ser un factor relevante en la resistencia a la fractura, destacando la importancia de encontrar un equilibrio adecuado en su definición para optimizar la simulación.

Estos hallazgos tienen implicaciones en diversas industrias, como la minería. En la que, comprender el comportamiento de la fractura puede llevar al desarrollo de métodos de extracción que consideren el fracturamiento secundario presente en los métodos de “*caving*”. Sin embargo, la utilización del método BPM en este trabajo presentó algunas limitaciones, como la necesidad de mayor capacidad computacional para representar de manera más detallada el grano de una roca.

PALABRAS CLAVE: modelo de partículas enlazadas, método de elementos discretos, prueba de compresión uniaxial, partícula irregular.

Abstract

This study sought to analyze the fracture mechanics behavior of irregular particles subjected to slow compression using discrete element methods (DEM). The granular material was recreated using the bonded particle model (BPM) in EDEM software. How the particle shape and mass studied influence the compressive strength was investigated. In addition, the bond-breaking behavior upon application of different compressive forces was analyzed.

Irregular particles composed of spherical meta-particles, bonded to each other through cemented parallel bonds, were modeled. The case studies were particle masses of 35, 70 and 105 kg, to which different compressive forces were applied. This made it possible to study the distribution of forces, the behavior of broken bonds and the transmission of forces through the bonds between particles, generating a fracture.

The results obtained indicate that the irregular particles presented a lower resistance compared to the spherical particles, since they presented an unequal stress distribution. As the applied force increased, the percentage of broken bonds increased. A higher stress concentration was observed in the bonds located at the contact points between the parent particles and the plate. Similarly, it was obtained that the study mass has a great influence on the compressive strength, because a greater distribution of forces was generated, resulting in a lower stress concentration. In addition, the size of the meta-particles turned out to be a relevant factor in the fracture toughness, highlighting the importance of finding an adequate balance in its definition to optimize the simulation.

These findings have implications in various industries, such as mining. In which, understanding fracture behavior can lead to the development of extraction methods that consider the secondary fracturing present in caving methods. However, the use of the BPM method in this work presented some limitations, such as the need for more computational capacity to represent the grain of a rock in more detail.

Keywords: bonded particle model, discrete element method, uniaxial compression test, irregularly shaped particle.

Nomenclatura

Área transversal de enlace	A_{cb}
Coeficiente de fricción	μ
Coeficiente de Poisson	ν
Coeficiente de restitución	e
Coeficiente de roce estático	μ_r
Densidad partícula	ρ_p
Esfuerzo normal	σ
Esfuerzo tangencial	τ
Esfuerzo normal critico	σ_c
Esfuerzo tangencial critico	τ_c
Fuerza normal	F_n
Fuerza tangencial	F_t
Masa	m
Masa equivalente	m^*
Módulo de Young	E
Momento de inercia	I
Momento polar de inercia	J
Módulo de corte equivalente	G^*
Radio de enlace	R_b
Rigidez normal	β_n
Rigidez tangencial	β_t
Rigidez al corte del enlace	k_b^s
Rigidez normal del enlace	k_b^n
Solapamiento entre partículas	φ_n
Torque neto	$\vec{T}_i$
Velocidad normal	v^n
Velocidad tangencial	v^t
Velocidad relativa partícula “i”	v_i
Volumen partícula	V_p
Velocidad angular	ω_i

Abreviaturas

DEM	Método de elementos discretos
BPM	Modelo de partícula enlazada
PRM	Modelo de reemplazo de partícula
FBM	Modelo de rotura rápida
API	Interfaz de programación de aplicaciones
PD	Peridinámica híbrida
NSCD	Dinámica de contacto suave

Lista de contenidos

1. INTRODUCCIÓN	11
1.1. Objetivos.....	13
1.1.1. Objetivo general	13
1.1.2. Objetivos específicos.....	13
1.2. Alcances.....	14
2. MARCO TEÓRICO	15
2.1. Estudios Experimentales.....	15
2.2. Método de elementos discretos (DEM)	16
2.2.1. Caracterización del material y calibración de los parámetros	18
2.2.2. Aspectos técnicos del método	19
2.2.3. Ecuaciones gobernantes del método.....	21
2.2.4. Comparación de métodos	22
2.2.5. Efecto del tamaño y forma de la partícula.....	23
2.3. Modelo de partículas enlazadas (BPM)	25
2.3.1. Aspecto numérico del modelo BPM.....	28
3. METODOLOGÍA	30
3.1. Geometrías y dominio computacional	30
3.2. Características de la simulación.....	32
3.2.1. Tipo de partículas utilizadas	32
3.2.2. Propiedades mecánicas y calibración del modelo	33
3.3. Procedimiento paso a paso de las simulaciones.....	36
3.3.1. Simulación 1: Creación de partícula irregular	37
3.3.2. Creación interfaz de aplicaciones (API).....	37
3.3.3. Simulación 2: Compresión lenta	38
3.4. Variables de estudio	39

4.	RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	40
4.1.	Compresión una partícula simple	40
4.2.	Compresión múltiple.....	43
4.2.1.	Compresión Masa 1	44
4.2.2.	Compresión Masa 2	46
4.2.3.	Compresión Masa 3	48
4.2.4.	Comparación cruzada compresión múltiple	50
5.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	55
6.	BIBLIOGRAFÍA.....	58

Índice de las figuras

Figura 1. Cavidades elípticas e interacciones entre grietas (Bombolakis, 1964).	16
Figura 2. Cadenas de fuerzas (Modificado de Cundall & Strack, 1979).	17
Figura 3. Diagrama prueba de compresión mediante una visualización de enlaces y como partículas (Chen et al., 2021).	19
Figura 4. Representación gráfica del contacto entre partícula en un método DEM (Duque A., 2016).	21
Figura 5. Comparación del comportamiento descrito mediante BPM, PRM, FBM y experimental. a) Perfil de Esfuerzo-Deformación bajo compresión lenta. b) Comparación del tamaño de las meta-partículas (extraídas de Jiménez-Herrera et al., 2018).	23
Figura 6. Resultados modificados de Zhu & Zhao (2021), describen comportamiento de diferentes esfuerzos de compresión a) Índice de elongación; b) Índice de aplanamiento; c) Relación de aspecto; d) Esfericidad.	24
Figura 7. Porcentaje de fractura. a) Partículas d50 inicial=10.8 mm. b) Partículas d50 inicial=8.6 mm (modificado de Gómez et al., 2017).	25
Figura 8. Comportamiento fuerza-desplazamiento del sistema grano-cemento (Potyondy & Cundall, 2004).	26
Figura 9. Distribución de fuerzas y momento bajo compresión no confinada (modificada de Potyondy & Cundall, 2004).	27
Figura 10. Fuerzas que actúan sobre los enlaces cementados (modificado de Jiménez-Herrera et al., 2018).	28
Figura 11. Esquema computacional del enfoque BPM para simular ruptura de enlace.	29
Figura 12. Cilindro de acero ocupado en la simulación de llenado de partícula.	31
Figura 13. Representación del cilindro ocupado en la simulación de aplicación de compresión.	31
Figura 14. Partícula irregular ocupada la cual tiene un radio equivalente de 103 mm. y sus distintas vistas a) Superior; b) Frontal; c) Izquierda; d) Derecha; e) Inferior; f) Posterior	32
Figura 15. Simulación de calibración. a) Antes del impacto. b) Después del impacto (caso energía 0.0762 J).	35
Figura 16. Resultados obtenidos de la calibración (modificado de Jiménez-Herrera et al., 2018). ..	36
Figura 17. Compresión una partícula irregular bajo distintas fuerzas compresivas.	40
Figura 18. Compresión de una partícula variando la fuerza. a) Probabilidad supervivencia partícula irregular. b) Fuerza compresiva partícula esférica. c) Fuerza compresiva partícula irregular.	41

Figura 19. Compresión una partícula al variar la velocidad compresiva sobre una partícula irregular.	42
Figura 20. Probabilidad de supervivencia. a) Variando la velocidad compresiva b) Variando la fuerza compresiva.	43
Figura 21. Representación gráfica de la evolución de la ruptura de enlaces en el caso 1.	45
Figura 22. Comportamiento de los enlaces rotos al variar la fuerza en el caso 1. a) Evolución respecto al tiempo. b) Resultado final de ruptura de enlaces obtenido caso 1.	46
Figura 23. Representación gráfica de la evolución de la ruptura de enlaces en el caso 2.	47
Figura 24. Comportamiento de los enlaces rotos al variar la fuerza en el caso 2. a) Evolución respecto al tiempo. b) Resultado final de ruptura de enlaces obtenido caso 2.	48
Figura 25. Representación gráfica de la evolución de la ruptura de enlaces en el caso 3.	49
Figura 26. Comportamiento de los enlaces rotos al variar la fuerza en el caso 3. a) Evolución respecto al tiempo. b) Resultado final de ruptura de enlaces obtenido caso 3.	50
Figura 27. Ajuste exponencial a la evolución de enlaces rotos en el instante 2.5 segundos.	51
Figura 28. Variación del comportamiento del porcentaje de enlaces rotos. a) Al modificar el parámetro “a”. b) Al variar el parámetro “b”.	52
Figura 29. Evolución del número de coordinación.	53
Figura 30. Evolución de la fuerza compresiva total experimentada por las meta-partículas.	54

1. INTRODUCCIÓN

Los medios granulares están presentes en diversas industrias a nivel mundial, entre las que se encuentra la minería, obras civiles, la industria química, entre otras. Actualmente, se estima que está involucrado en la producción de más del 50% de los productos fabricados, siendo el segundo material más utilizado (Andreotti et al., 2013).

Los esfuerzos de investigación de medios granulares buscan describir y predecir una gran variedad de amenazas naturales, entre ellas se tiene las avalanchas, deslizamiento de tierra, erosión y desertificación (Andreotti et al., 2013).

Sin embargo, su estudio no es un procedimiento trivial, puesto que estos presentan distintos comportamientos al variar la densidad o los límites elásticos. A nivel microscópico tienen un comportamiento sólido, regido por las leyes de la mecánica clásica. Sin embargo, a nivel macroscópico, se pueden comportar como sólidos o fluidos. Los principales puntos clave que dificultan la representación de la física de los medios son los siguientes (Andreotti et al., 2013):

- Estos medios están compuestos por un gran número de partículas sólidas, por lo que la representación de su movimiento es un desafío.
- Las partículas tienen un gran tamaño para experimentar un movimiento browniano, en consecuencia, no se puede promediar sus diferentes configuraciones, haciendo que sean sistemas atómicos.
- Las interacciones entre partículas no es un análisis trivial, pues presentan una alta no linealidad, como ocurre en la fricción y los choques inelásticos.
- Los medios granulares disipan la energía fácilmente, por ejemplo, la energía cinética es disipada casi instantáneamente en una colisión.
- Los medios granulares se presentan en distintos estados, como sólido, líquido y gas, las cuales pueden coexistir en una misma configuración.

La industria minera es uno de los sectores donde los medios granulares tienen una gran importancia. En la última década, experimenta un cambio a nivel mundial, y Chile no ha sido la excepción, avanzando hacia una minería sustentable, con mayor conciencia de los pasivos ambientales. Este cambio ha llevado a la industria a migrar de la minería de superficie hacia la minería subterránea (Consejo Minero, 2023).

Junto con lo anterior, se ha evidenciado una disminución de las leyes cobre, la que se acentúa a medida se profundiza en el macizo mineralizado. Por lo que, la gran minería ha optado por métodos de explotación subterráneos de hundimiento, que tienen menores costos operativos. Los métodos más ocupados son “*Block Caving*”, “*Panel Caving*” y “*Sublevel Caving*”. En estos métodos, el primer fracturamiento se realiza por socavación basal o tronadura. Posteriormente, la extracción realizada por los equipos de carguío permite el flujo de material hasta los puntos de extracción. Durante este flujo, el material interactúa entre sí, produciendo quiebres en la roca, proceso que se denomina fragmentación secundaria (Gómez et al., 2021).

La fragmentación secundaria es decisiva en el diseño del nivel de producción. Afecta a numerosas variables operacionales y de diseño, como tamaño de los puntos de extracción, selección de equipos, tasas de producción, entrada de dilución, entre otros. Por esto, tiene una gran importancia el estudio del comportamiento de la fractura de medios granulares. Pues a comprender su comportamiento, se podrá predecir la respuesta mecánica frente a distintos ambientes compresivos (Gómez et al., 2017).

Es en este contexto, el modelamiento numérico computacional surge como una herramienta para entender y predecir, el comportamiento de medios granulares bajo distintas condiciones de compresión. En el presente trabajo se utiliza el método de elementos discretos (DEM, por sus siglas en inglés) introducido por Cundall (1971), con el objetivo de estudiar el comportamiento de materiales rocosos bajo compresión lenta. Este método describe al macizo rocoso como un conjunto de bloques discretos, separados por conjuntos de discontinuidades que permiten solapamiento en los puntos de contactos.

A posteriori, este método se utilizó para crear distintos modelos de discretización del macizo, como el modelo de partículas enlazadas (BPM, por sus siglas en inglés) introducido por Potyondy & Cundall (2004). En este modelo, el macizo rocoso se representa como un conjunto de partículas esféricas unidas unas a otras mediante enlaces paralelos. Este modelo que ha demostrado describir de gran manera la fractura por tensión. Actualmente, se han ajustado sus parámetros de radio de enlace, con los cuales se han obtenido grandes resultados en la compresión uniaxial.

Se utiliza el modelo BPM en el software EDEM, para analizar el comportamiento de una partícula irregular cuando es sometida a compresión. Se analizan diferentes masas de partículas irregulares, a las cuales se aplican distintas fuerzas compresivas. Estas partículas se generan mediante código en Matlab, con el objetivo de que recrear partículas amorfas. La velocidad de la placa está limitada a 0.05 m/s, con el objetivo de comprender el comportamiento de la fractura por compresión, representada en el modelo BPM como la ruptura de enlaces.

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo general

Aplicar herramientas del modelamiento de elementos discretos para realizar una descripción de la fractura de medios rocosos bajo compresión, utilizando el software EDEM.

1.1.2. Objetivos específicos

- Definir la influencia de distintos parámetros geométricos en el patrón de fractura de medios granulares.
- Determinar el comportamiento de granos sujetos a compresión.
- Determinar la confiabilidad de la modelación numérica para describir el comportamiento de medios rocosos bajo compresión.

1.2. Alcances

- La fractura será modelada y validada mediante el uso de herramientas computacionales aplicando el método de elementos discretos BPM emulando el modelo experimental.
- El estudio se enfocará en comprender el comportamiento de la fractura durante una compresión de medios rocosos, sin enfatizar en el trasfondo físico matemático implementado por el método BPM.
- Las simulaciones se llevarán a cabo utilizando partículas irregulares generadas mediante código en MATLAB y estará compuesta por meta-partículas perfectamente esféricas.

2. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se revisan los fundamentos teóricos que sustentan el trabajo. Inicialmente, se aborda algunos estudios realizados sobre suelos, mediante ensayos de laboratorio y análisis numéricos. Estos primeros estudios crean las bases y conceptos claves para el análisis del comportamiento mecánico de los suelos bajo distintos esfuerzos compresivos.

2.1. Estudios Experimentales

Inicialmente, el estudio del comportamiento de medios granules se centró en ensayos experimentales y análisis numérico. Estos primeros análisis se basaban en estudios del comportamiento de suelos. Introdujeron conceptos que influyen en el análisis de la fractura, como los siguientes estudios:

Griffith, (1921) realizó un estudio experimental con materiales fotoelástico para analizar el efecto que producen las grietas en la resistencia del material a distintas cargas. Su teoría de fractura de materiales establece que la presencia de defectos o grietas reduce significativamente su resistencia. Estas fallas proporcionan fuentes locales de concentración de tensión, por lo que influye en el comportamiento de la ruptura. Esta teoría sugiere que la energía liberada durante la fractura está directamente relacionada con la longitud de la grieta y la tensión aplicada.

Por otro lado, se realizaron estudios enfocados en el comportamiento de los suelos bajo diferentes estados de carga. Estos estudios proporcionan una comprensión cuantitativa de como los suelos se comprimen bajo la aplicación de una carga, basándose en principios físicos (Terzaghi et al., 1996).

Los autores introdujeron el concepto de esfuerzo efectivo, que es la porción del esfuerzo total que efectivamente contribuye a la resistencia al corte del suelo. Este concepto fue utilizado posteriormente por otros autores, ya que la resistencia al corte no depende del esfuerzo total. Por lo tanto, este concepto es básico para comprender el comportamiento mecánico del suelo bajo diferentes estados de carga (Terzaghi, 1924).

Posteriormente, estos y otros conceptos fueron utilizados para realizar diferentes estudios experimentales, entre ellos se encuentran los siguientes.

Bombolakis, (1964) realizó experimentos para evaluar el efecto de superposiciones en condiciones de compresión uniaxial. Creó cavidades elípticas en un material fotoelástico, con las cuales para simular grietas y observar su comportamiento.

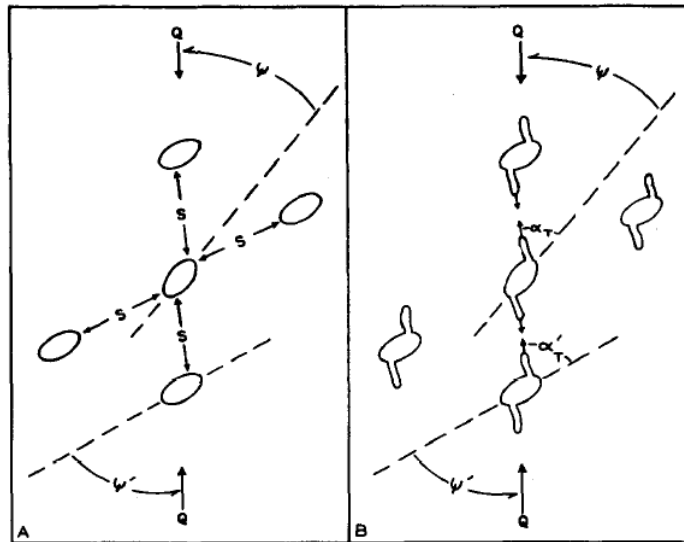


Figura 1. Cavidades elípticas e interacciones entre grietas (Bombolakis, 1964).

En la Figura 1 se observan las cavidades elípticas con diferentes grados de superposición. Además, se puede apreciar las interacciones entre dichas cavidades, causantes de las superposiciones de grietas.

Bombolakis (1964) determinó que las grietas en un curso de colisión no siempre se superponen, especialmente cuando estaban separadas por distancias mayores a un par de longitudes de grieta. De forma similar, las grietas no se propagaron en zonas de bajo estrés, lo que sugiere que la propagación depende tanto de las condiciones locales de estrés como de la proximidad entre las grietas.

Por otro lado, realizaron estudios del comportamiento a macroescala, comparando el comportamiento de deformación de tres tipos de rocas bajo condiciones estáticas y dinámicas. Se observaron dos tipos de comportamientos: comportamiento elástico recuperable, sugiriendo que las rocas soportan tensiones moderadas sin sufrir deformaciones permanentes significativas. Y otro comportamiento de deformaciones permanentes bajo todas las tenciones aplicadas (Brace & Jones, 1971).

Sin embargo, los estudios experimentales presentan limitaciones, como la dificultad de controlar y reproducir las condiciones exactas en cada experimento. Además, el análisis del comportamiento a nivel microscópico resulta complejo.

2.2. Método de elementos discretos (DEM)

Como se mencionó anteriormente, en algunos estudios es necesario analizar la distribución de esfuerzos en situaciones donde no fue posible determinar de forma experimental. Estas limitaciones han llevado a crear diferentes formas de realizar una discretización del macizo rocoso.

Entre las cuales se encuentran las técnicas numéricas computacionales, que son clasificados en métodos diferenciales y métodos integrales. Dentro de los métodos diferenciales se encuentra el método propuesto por Cundall (1971), denominado métodos de elementos discretos (DEM, por sus siglas en inglés).

Este método propone una discretización del macizo rocoso, representándolo como un conjunto de bloques discretos separados por conjuntos de discontinuidades. Estas discontinuidades se consideran con una rigidez finita, lo cual permite el solapamiento de los bloques en los puntos de contacto (Cundall, 1971). Estas discontinuidades representan interfaces entre cuerpos distintos, estableciendo así condiciones de borde (Antillo, 2010).

Las fuerzas de contacto y desplazamientos de estos bloques se determinan mediante las leyes de fuerza-desplazamiento en cada contacto, y la segunda ley de Newton en el conjunto de bloques. Estos cálculos son realizados mediante bloques de tiempos pequeños (Antillo, 2010).

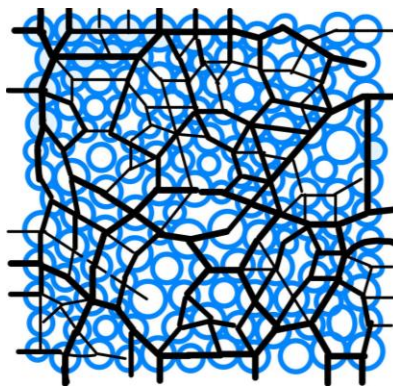


Figura 2. Cadenas de fuerzas (Modificado de Cundall & Strack, 1979).

Cundall & Strack (1979) realizaron la validación de este método mediante la comparación de los vectores de fuerzas obtenidas a partir de su implementación y un análisis fotoelástico. Determinan que el comportamiento de vectores de fuerzas obtenido por el método, el que se aprecia en la Figura 2, es similar al obtenido de forma experimental.

Los autores describen el comportamiento de medios granulares bajo condiciones de compresión y corte. Concluyeron que el método de elementos discretos es una herramienta válida para el análisis del comportamiento de la deformación y ruptura en medios granulares.

El DEM considera los elementos como no deformables, por lo que su movimiento está regido por las leyes de la mecánica de sólidos rígidos. Por lo que, las ecuaciones que describen el movimiento son las ecuaciones de Newton-Euler, formuladas de forma general para cuerpos de cualquier geometría.

En cuanto al movimiento de traslación, como se mencionó anteriormente, está regido por la segunda ley de Newton, en la que:

$$m_i \frac{d^2}{dt^2} \vec{x}_i = \vec{F}_i + m_i \vec{g} \quad (1)$$

Donde m_i , $\vec{x}_i$, $\vec{F}_i$ y $\vec{g}$, corresponden a la masa de la partícula, posición de la partícula, fuerza neta sin considerar la gravedad y aceleración de gravedad, respectivamente.

Por otro lado, el comportamiento dinámico se representa numéricamente mediante un algoritmo basado en intervalos de tiempo. El tamaño del paso está limitado por la suposición de que las velocidades y aceleraciones permanecen constantes dentro de cada intervalo. Esto permite utilizar un método de bajo orden pues las escalas de tiempo de simulación son pequeñas para percibir errores de conservación de energía y momento. Para determinar el movimiento de rotacional de la partícula, se utiliza un esquema de integración temporal de Euler explícito (Duque, 2016):

$$I_i \frac{d}{dt} \vec{\omega}_i = \vec{T}_i \quad (2)$$

En que $\vec{T}_i$, I_i y $\vec{\omega}_i$, corresponden al torque neto, momento de inercia y velocidad angular, respectivamente. Para utilizar estas ecuaciones se necesita conocer las masas, momento de inercia, fuerzas y torques totales, que actúan sobre cada una de las partículas.

Por otro lado, para realizar modelamiento numérico computacional mediante método de elementos discretos existe una amplia forma de software y códigos. Estos se clasifican en códigos abiertos, como código YADE y LIGGGHTS, y software comercial, como EDEM, ROCKY, PFC y BFA, entre otros.

2.2.1. Caracterización del material y calibración de los parámetros

El método DEM ha sido utilizado por diversos autores para realizar modelamiento numérico computacionales de medios rocosos, obteniendo buenos resultados. Estos resultados describen de buena forma una gran variedad de fenómenos estudiados.

De igual forma, mediante la utilización de este método, se desarrollan una gran cantidad de estudios en los que se logran describir de manera efectiva el comportamiento de materiales granulares. Entre los cuales se encuentra una variedad de distintos materiales, como el granito Lac du Bonnet (Potyondy & Cundall, 2004), minerales de cobre (Jiménez-Herrera et al., 2018) entre otros.

Para realizar una simulación en la que el comportamiento del material sea fiel con la realidad, es necesario caracterizar y calibrar los parámetros de cada material. Además, se debe definir las interacciones entre dichos materiales.

Diversos autores indican la importancia de definir correctamente los valores de las propiedades mecánicas, para representar fielmente el comportamiento cinemático y dinámico del material. Estos parámetros no son necesariamente valores cercanos a los experimentales, deben ser ajustados para lograr un comportamiento similar al real (Duque, 2016). La correcta definición de las micropropiedades es crucial para obtener buenos resultados mediante BPM (Kazerani & Zhao, 2010).

Debido a una incorrecta caracterización y calibración de las propiedades del material al utilizar el modelo FBM, no se describió el comportamiento del perfil de Esfuerzo-Deformación (Jiménez-Herrera et al., 2018).

Existen dos principales maneras de realizar la calibración del material:

- Ensayos experimentales: Este método es el más ocupado por los autores de la bibliografía consultada. Dentro de los que encontramos simulaciones de compresión por chancador giratorio (Quist & Evertsson, 2016). También se ocupan ensayos uniaxiales, triaxial y ensayo brasileño, como se aprecia en la Figura 3 (Kazerani & Zhao, 2010, Chen et al., 2021).

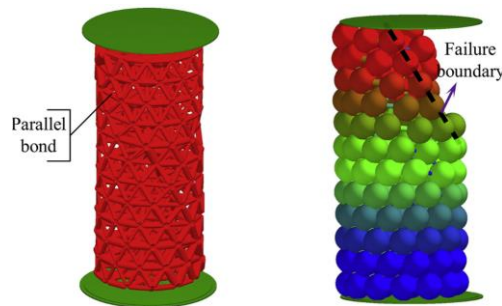


Figura 3. Diagrama prueba de compresión mediante una visualización de enlaces y como partículas (Chen et al., 2021).

- Datos tabulados: Este método es ocupado por diversos autores para basar sus modelos en información empírica y teórica acumulado. Encontramos estudios sobre el granito Lac du Bonnet (Manso et al., 2019; Potyondy & Cundall, 2004) y minerales de cobre (Jiménez-Herrera et al., 2018), entre otros materiales.

2.2.2. Aspectos técnicos del método

Tal como se indicó previamente, existe una gran cantidad de software en los cuales se pueden realizar modelamiento numérico computacional, entre los cuales se encuentra EDEM. Este es un software comercial de método de elementos discreto (DEM) perteneciente a ALTAIR. Este software

se ha utilizado para modelar el comportamiento de una gran variedad de materiales granulares. Con el objetivo comprender y predecir tanto su comportamiento como interacciones con otros equipos. EDEM al ser un software de alto rendimiento, abarca desde ingreso y procesamiento de datos hasta la visualización y análisis de resultados (Duque, 2016).

De igual forma, como se mencionó en el apartado 2.2.1, para realizar una correcta simulación DEM se deben escoger adecuadamente las propiedades de los materiales. Estas deben representar el comportamiento cinemático y dinámico del material estudiado. Esto implica la utilización de parámetros que aseguren un comportamiento de las partículas similar a la real.

Tabla 1. Parámetros de la partícula.

Parámetro	Símbolo	Unidad SI
Radio de Poisson	ν	
Densidad partícula	ρ_p	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Módulo de Young	E	Pa
Masa partícula	m_p	kg
Volumen partícula	V_p	m^3
Momento de inercia	I	kg m^2

La Tabla 1 presenta los parámetros que se deben definir antes de empezar una simulación en el software EDEM. Estos parámetros se definen tanto para las partículas como para los materiales de las geometrías presentes.

Tabla 2. Interacciones entre materiales en EDEM.

Parámetro	Símbolo
Coefficiente de Restitución	e
Coefficiente de fricción estática	μ
Coefficiente de roce	μ_r

De igual forma, es necesario definir las interacciones que se muestran en la Tabla 2. Estas interacciones se definen tanto para interacciones partícula-partícula como partícula-geometría, considerando como geometría a todos los demás equipos.

2.2.3. Ecuaciones gobernantes del método

El modelo de contacto utilizado es el modelo Hertz-Mindlin sin deslizamiento, el cual es el modelo predeterminado utilizado por EDEM, debido a su eficiencia de cálculo. Además, el modelo de fuerza tangencial está basado en el trabajo realizado por Mindlin-Deresiewicz.

Tanto las fuerzas de normales como las fuerzas tangenciales tienen componentes de amortiguación, las que están relacionadas entre sí mediante el coeficiente de restitución (Jiménez-Herrera et al., 2018).

Por otro lado, la fuerza de fricción se calcula a través de la ley de Coulomb, mientras que la fricción de roce se determina mediante el modelo de par constante direccional, que es independiente del contacto.

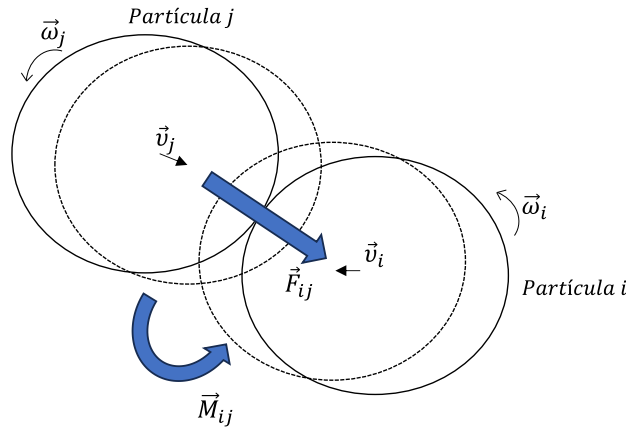


Figura 4. Representación gráfica del contacto entre partícula en un método DEM (Duque A., 2016).

En la Figura 4 se aprecia una representación de la interacción simulada entre dos partículas que están en contacto. Las líneas sólidas indican la posición inicial de las partículas, mientras que las líneas punteadas representan el solapamiento recíproco tras el contacto.

Mediante el nivel de solapamiento, el programa calcula la resistencia y las fuerzas de contacto entre ambas partículas. El cálculo de estas fuerzas se puede apreciar en las siguientes ecuaciones, obtenidas de la web oficial de Altair EDEM, donde el subíndice “i” y “j”, se refiere a dos partículas distintas.

$$F_n = \frac{4}{3} E \sqrt{R} \delta_n^{\frac{3}{2}} \quad (3)$$

$$\frac{1}{E^*} = \frac{(1 - \nu_i^2)}{E_i} + \frac{(1 - \nu_j^2)}{E_j} \quad (4)$$

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_j} \quad (5)$$

Donde la fuerza normal F_n es calculada en función del solapamiento normal δ_n . Por otra parte, el módulo de Young equivalente E^* y el radio R^* equivalente son definidos. De igual forma existe una fuerza amortiguadora dada por:

$$m^* = \left(\frac{1}{m_i} + \frac{1}{m_j} \right)^{-1} \quad (6)$$

$$\beta = \frac{-\ln e}{\sqrt{\ln^2 e + \pi^2}} \quad (7)$$

$$S_n = 2 E^* \sqrt{R^* \delta_n} \quad (8)$$

$$F_t = -S_t \delta_t \quad (9)$$

Donde m^* es la masa equivalente, la rigidez normal está dada por β y S_n . Con un coeficiente de restitución e , la fuerza tangencial F_t depende solamente del solapamiento tangencial δ_t y de la rigidez tangencial S_t .

$$S_t = 8G^* \sqrt{R \delta_n} \quad (10)$$

$$F_t^d = -2 \sqrt{\frac{5}{6}} \beta \sqrt{S_t m^*} \vec{v}_t \quad (11)$$

Donde $\vec{v}_t$ es la velocidad tangencial relativa, además, la fuerza tangencial está limitada por el coeficiente de fricción de Coulomb.

Por otro lado, el coeficiente de fricción estándar predeterminado por el software de elementos discretos esta dado por:

$$\tau_i = -\mu_r F_n R_i \omega_i \quad (12)$$

Donde μ_r y R_i son el coeficiente de fricción de roce y la distancia del punto de contacto al centro de masa, respectivamente. Por otro lado, ω_i es el vector de velocidad angular del objeto, el que puede ser geometría o partícula, en el punto de contacto.

2.2.4. Comparación de métodos

Una vez establecido el método DEM como herramienta para describir correctamente el comportamiento de diferentes materiales. Se ha utilizado este método con diferentes enfoques para crear distintos modelos de discretización del macizo rocoso. Entre los modelos propuestos, destacan el modelo de partículas enlazadas (BPM), el modelo de fractura rápida (FBM) y el modelo de reemplazo de partículas (PRM). Estos modelos representan la fractura y posterior generación de progenie, ocupando un enfoque distinto.

Jiménez-Herrera et al. (2018) analizaron la rotura de una cama de partículas no confinadas impactadas por una esfera de acero. Utilizaron un modelo experimental y tres modelos computacionales: el modelo de enlace de partícula (BPM), modelo de sustitución de partícula (PRM) modelo de rotura rápida (FBM). Con el objetivo de determinar cuál de estos tres modelos describen de mejor manera el comportamiento realidad.

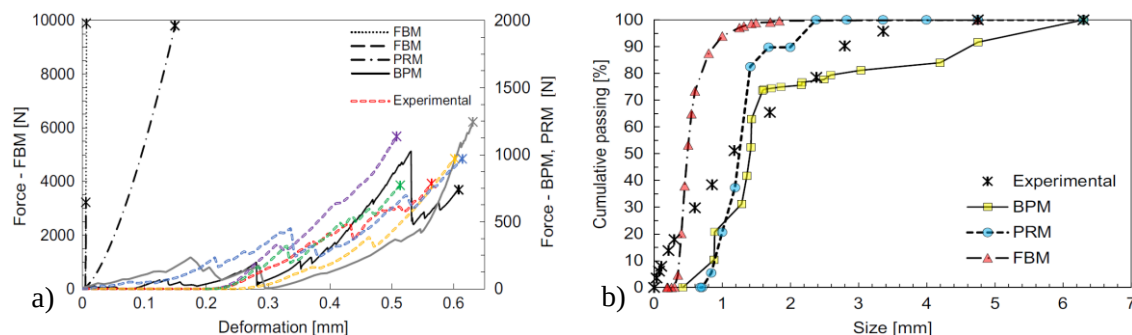


Figura 5. Comparación del comportamiento descrito mediante BPM, PRM, FBM y experimental. a) Perfil de Esfuerzo-Deformación bajo compresión lenta. b) Comparación del tamaño de las meta-partículas (extraídas de Jiménez-Herrera et al., 2018).

El resultado obtenido en la Figura 5(a) muestra que el modelo BPM y el modelo FBM fueron capaces de reproducir la energía de fractura de la partícula. El modelo BPM fue el que más se ajustó al comportamiento experimental, con las propiedades de partículas ajustadas en el estudio.

Por otro lado, los resultados obtenidos en la Figura 5(b) muestra que el modelo BPM y el modelo PRM describen adecuadamente la distribución de tamaño de los fragmentos generados tras el impacto.

Por otro lado, los autores obtuvieron que el modelo BPM fue el que mejor describió la masa de la partícula que es destruida al impactar la esfera de acero sobre la capa de partículas. Este resultado se obtuvo para las propiedades de partículas ajustadas en el estudio.

Según los autores, cada uno de los modelos utilizados en el estudio tiene sus respectivas ventajas y desventajas. El modelo BPM fue capaz de describir gran parte de los aspectos de la rotura de la partícula. No obstante, el mayor problema que encontraron fue el esfuerzo computacional requerido, siendo su mayor limitante para la aplicación.

2.2.5. Efecto del tamaño y forma de la partícula

Otro aspecto a considerados por lo modelos mencionados en el apartado anterior es la influencia del tamaño y forma de la partícula en el comportamiento mecánico de los materiales.

Diversos estudios han analizado la influencia de la forma y el tamaño de la partícula en la resistencia a la compresión. Esto con el objetivo de comprender el comportamiento de distintos materiales bajo diferentes condiciones de esfuerzo. A continuación, se exponen algunos de estos estudios:

Zhu & Zhao (2021) realizaron un estudio sobre la evaluación de la forma de las partículas y su fragmentación en materiales granulares sometidos a compresión confinada. Para esto emplearon un enfoque de peridinámica híbrida (PD, por sus siglas en inglés) y dinámica de contacto suave (NSCD, por sus siglas en inglés).

Los autores lograron describir el comportamiento del material granular bajo compresión lineal, describiendo tres principales zonas: compresión elástica, punto de fluencia y zona plástica. Demostraron una relación entre el tamaño de la partícula y la resistencia a la compresión de esta misma, observando que, a menor tamaño de la partícula, mayor es su resistencia a la compresión.

La Figura 6; **Error! No se encuentra el origen de la referencia.** muestra cómo se modificó la forma de la partícula a diferentes valores de compresión. Los autores demostraron que las razones dimensionales de una partícula disminuyen a medida que disminuye el tamaño de la partícula. Por lo que, determinaron que la forma de la partícula influye profundamente en la resistencia de la partícula, siendo la esfericidad el parámetro con mayor influencia. (Zhu & Zhao, 2021).

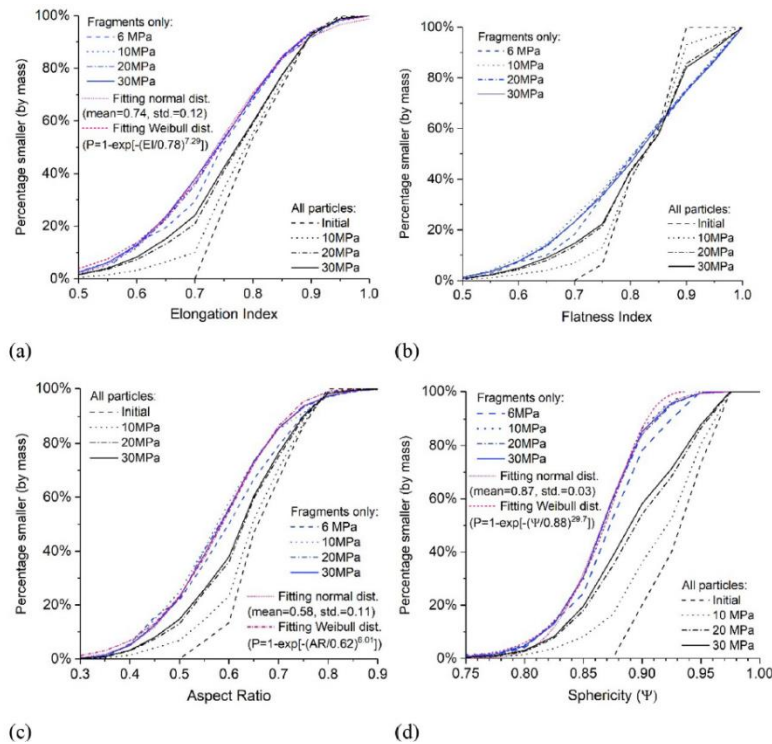


Figura 6. Resultados modificados de Zhu & Zhao (2021), describen comportamiento de diferentes esfuerzos de compresión a) Índice de elongación; b) Índice de aplanamiento; c) Relación de aspecto; d) Esfericidad.

De igual forma, Gómez et al., (2017) realizaron 18 experimentos en condiciones de flujo gravitacional bajo confinamiento, con el objetivo de evaluar la fragmentación secundaria en el proceso de “caving”.

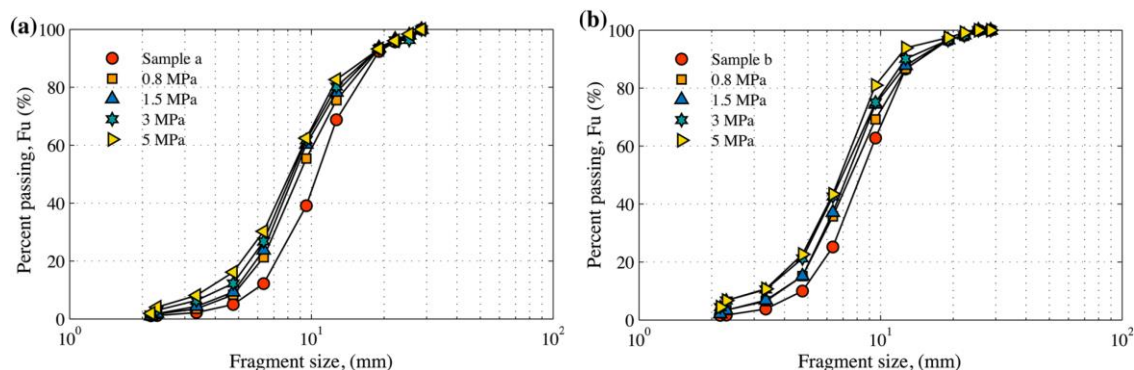


Figura 7. Porcentaje de fractura. a) Partículas d50 inicial=10.8 mm. b) Partículas d50 inicial=8.6 mm (modificado de Gómez et al., 2017).

En la Figura 7 ilustra el porcentaje de fractura en presencia de dos partículas de diferente tamaño. Las partículas de diámetro mayor presentan un nivel mayor de fracturamiento, debido a una menor resistencia a la compresión (Gómez et al., 2017).

Los autores concluyeron que la probabilidad de rotura de partículas depende en gran medida de las propiedades de resistencia, tamaño y forma. Cuanto menos esférico sea la partícula, es decir, su relación entre altura, longitud y ancho, mayor fue la probabilidad de rotura. Además, las partículas de mayor tamaño presentaron una mayor probabilidad de fractura que las partículas más pequeñas.

De forma similar, Wong & Zhang (2014) utilizaron el modelo BPM para investigar el efecto del tamaño de la partícula en los procesos de agrietamiento. Definieron la resolución de las grietas en función del tamaño de las partículas. Obtuvieron las primeras grietas y grietas secundarias, se pueden analizar con mayor resolución a medida disminuye el tamaño de la partícula. Concluyeron que el tamaño de la partícula, puede ser un parámetro con el cual controlaron la resolución, es decir, el nivel de detalle, en los análisis realizados a medios granulares.

2.3. Modelo de partículas enlazadas (BPM)

El modelo de partículas enlazadas BPM publicado por Potyondy & Cundall (2004), ha sido ampliamente utilizado para comprender y predecir el comportamiento de sistemas rocosos. Este modelo de discretización consiste en representar el material rocoso como un conjunto de partículas que están unidas entre sí, mediante enlaces paralelos cementados.

Establecieron un símil con los granos de una roca, donde los granos son representados por partículas y la matriz de la roca como enlaces cementados. Proporcionaron una herramienta para investigar la influencia de los micromecanismos en los comportamientos macroscópicos complejos y predecir su comportamiento.

En el modelo BPM, el daño es representado mediante ruptura de enlaces, que se forman y se fusionan en fracturas macroscópicas al aplica diferentes cargas. Para describir este comportamiento, se definen dos tipos de contactos: el contacto relleno, este contacto ocurre entre partículas que tienen presentes sus enlaces cementados. Este tipo de contacto puede experimentar cargas de compresión, tracción y cizallamiento, también pueden transmitir momento de flexión entre los granos. Por otro lado, el contacto vacío, ocurre entre partículas que ya no presentan enlaces, este tipo de contacto solo puede transmitir compresión y cizallamiento. Cada uno de los fenómenos que puede experimentar las partículas y los enlaces se pueden apreciar en la Figura 8.

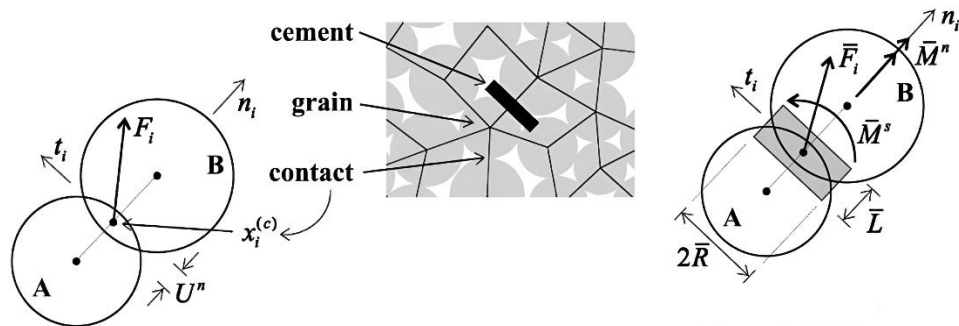


Figura 8. Comportamiento fuerza-desplazamiento del sistema grano-cemento (Potyondy & Cundall, 2004).

En la Figura 9 se aprecia cómo se transporta una carga macroscópica que se transmite a través de cadenas de fuerzas propagadas de un grano al grano vecino, mediante los enlaces paralelos. Esta transmisión es heterogénea, formando así cadenas de fuerza poco uniforme.

Los autores lograron describir los patrones de ruptura de enlaces, obteniendo resultados cualitativamente similares a las microfracturas y grietas extendidas observadas en los ensayos experimentales.

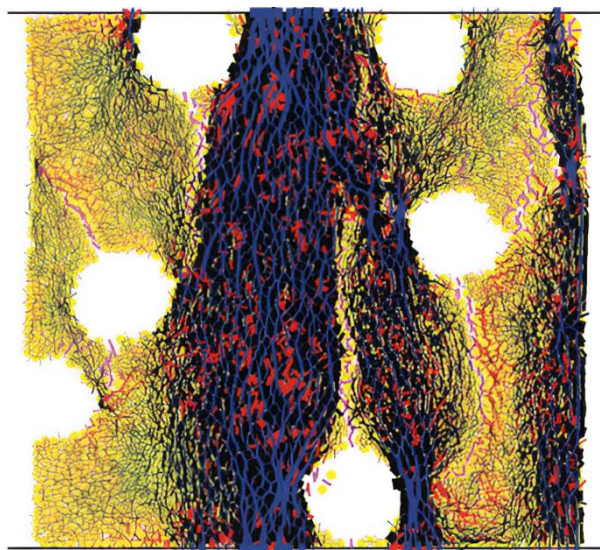


Figura 9. Distribución de fuerzas y momento bajo compresión no confinada (modificada de Potyondy & Cundall, 2004).

Los autores concluyeron que el comportamiento mecánico del material granular es descrito correctamente al utilizar el modelo BPM. La resistencia del material en los ensayos de carga uniaxial coincide con las del granito de “Lac du Bonnet”, estudiado mediante ensayos experimentales. Lograron analizar el comportamiento de materiales a macroescala a partir de sus interacciones a microescala (Potyondy & Cundall, 2004).

Mediante el modelo BPM, se ha descrito correctamente el comportamiento de una gran variedad de materiales granulares, como la arenisca y granito (Kazerani & Zhao, 2010), minerales de cobre (Jiménez-Herrera et al., 2018), el granito Lac du Bonnet (Manso et al., 2019), entre otros.

Además, este modelo se ha empleado para describir diferentes tipos de aplicaciones. Tales como el estudio de impacto sobre capas de partículas (Jiménez-Herrera et al., 2018), la compresión de capas de partículas (Zhu & Zhao, 2021) y la trituración mediante un chancador giratorio (Quist & Evertsson, 2016), entre otros.

De forma similar, mediante este método se han realizado estudios con diferentes formas de partículas y diferente tamaño de meta-partículas. Entre los estudios tenemos: probetas compuestas por meta-partículas esféricas (Chen et al., 2021), partículas madres conformadas con meta-partículas que siguen una distribución de tamaño (Jiménez-Herrera et al., 2018; Quist & Evertsson, 2016) y estudios con capas de meta-partícula irregulares (Zhu & Zhao, 2021).

Algunos autores afirman que el modelo describe de buena forma el fracturamiento por tensión. No obstante, en estudios de compresión uniaxial, los resultados obtenidos no han sido óptimos. Debido

a que los microparámetros definidos, no describieron correctamente la naturaleza micromecánica del material (Kazerani & Zhao, 2010).

Por último, a medida se realizaron nuevos estudios, se ha observado que para aumentar la precisión y reducir el error relativo, las meta-partículas deben tener un diámetro cercano al grano de la roca. Esto incrementa considerablemente los recursos computacionales requeridos para el modelamiento numérico (Chen et al., 2021; Jiménez-Herrera et al., 2018; Manso et al., 2019).

2.3.1. Aspecto numérico del modelo BPM

En la Figura 11 se aprecia cómo se representa la fractura en el modelo, el cual es representado mediante la ruptura de enlaces. Para poder entender el proceso de ruptura de enlaces, se debe tener en cuenta primero las fuerzas y momentos que actúan sobre cada uno de los enlaces ilustrados en la Figura 10.

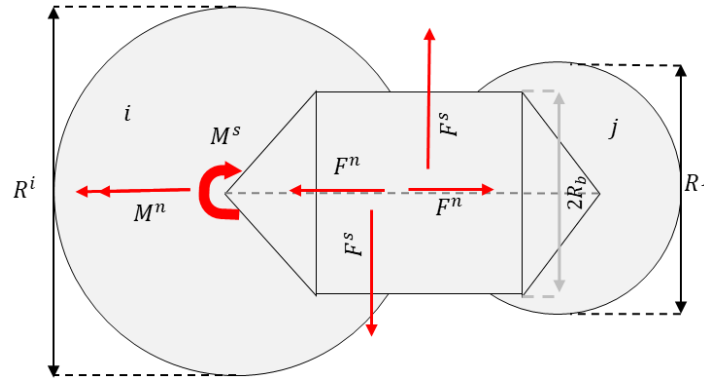


Figura 10. Fuerzas que actúan sobre los enlaces cementados (modificado de Jiménez-Herrera et al., 2018).

Estas fuerzas y momentos se rigen por:

$$\Delta F_b^n = -K_b^n A_b v^n \Delta t \quad (12)$$

$$\Delta F_b^s = -K_b^s A_b v^t \Delta t \quad (13)$$

$$\Delta M_b^n = -K_b^n J \omega^n \Delta t \quad (14)$$

$$\Delta M_b^s = -K_b^s I \omega^t \Delta t \quad (15)$$

Donde

$$A_b = \pi R_b^2 \quad (16)$$

$$J = \frac{1}{2} \pi R_b^4 \quad (17)$$

$$I = \frac{1}{4} \pi R_b^4 \quad (18)$$

Donde K_b^s y K_b^n representan la rigidez al corte y la rigidez normal, respectivamente. Por otro lado, v^n , v^t , ω^n y ω^t representan, la velocidad normal, tangencial, velocidad angular normal y velocidad angular tangencial, respectivamente. A_b , I y J , son el área transversal del enlace, momento de inercia y momento polar de inercia, respectivamente. R_b es el radio de enlace, el que depende del diámetro de la meta-partícula más pequeña de cada contacto. La fuerza F_b y el momento M_b , que actúan en la dirección normal y la dirección tangencial, varían debido al desplazamiento normal y de corte relativo de las esferas, y a la rotación normal y de corte de la esfera (Jiménez-Herrera et al., 2018).

$$\sigma = \frac{F_b^{n,Total}}{A_b} + \frac{2 M_b^n}{J} R_b \quad (19)$$

$$\tau = \frac{F_b^{s,Total}}{A_b} + \frac{2 M_b^s}{J} R_b \quad (20)$$

Cuando el esfuerzo normal σ sea mayor que el esfuerzo normal critico predefinido σ_c o cuando el esfuerzo de corte τ sea mayor que el esfuerzo de corte critico predefinido τ_c , entonces el enlace se romperá (Jiménez-Herrera et al., 2018).

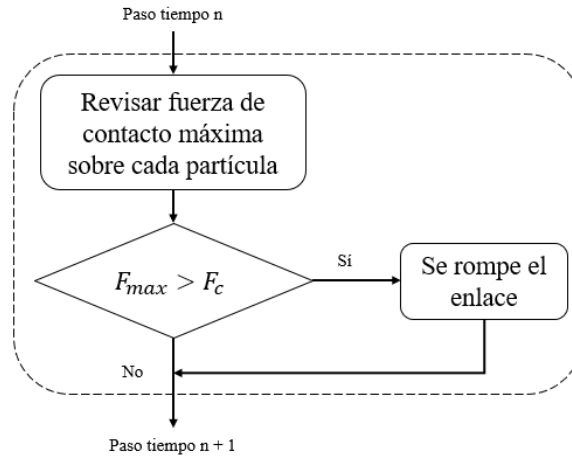


Figura 11. Esquema computacional del enfoque BPM para simular ruptura de enlace.

3. METODOLOGÍA

En este capítulo, se detallaron los procedimientos utilizados para llevar a cabo los ensayos de compresión lenta. Estos procedimientos se desarrollaron con el objetivo de crear capas de partículas irregulares, las que debían estar en estado de reposo y presentar el menor daño por fricción al inicio de la compresión.

Para realizar la simulación de compresión, fue necesario realizar una simulación previa de creación de partícula irregular. Esta consistió en el llenado de un cilindro con partículas esféricas de tamaño uniforme, donde fue necesario esperar que estas partículas estén en estado de reposo. Posteriormente, se exportó una geometría de selección, en la que se creó una forma irregular para representar un grano amorfo. El objetivo fue exportar los datos de la posición de todas las partículas que estén dentro de esta selección.

A continuación, con los datos de las coordenadas de cada una de las partículas esféricas en el interior de la selección, se realizó una aplicación de interfaz de programación (API). Esta API permitió crear partículas irregulares compuestas por partículas esféricas, las cuales estarán unidas unas a otras con enlaces paralelos.

Una vez realizada la creación de partícula irregular, se realizó una segunda simulación la que consistió en la compresión lenta. En esta simulación, se varió tanto la fuerza aplicada sobre las partículas como la masa sometida a compresión. Cada uno de los procedimientos anteriores, son explicados de forma más detallada en el apartado 3.3.

3.1. Geometrías y dominio computacional

Como fue mencionado en el punto anterior, para poder realizar este análisis computacional fue necesario realizar dos simulaciones distintas en el software EDEM. La primera simulación consistió en la creación de la partícula irregular, mientras que la segunda simulación consistió en la compresión lenta de partículas irregulares.

La geometría que se ocupó en la primera simulación consta de un cilindro, el que se puede apreciar en la Figura 12, con un radio de 300 mm y una altura de 600 mm. Además, fue necesario utilizar un cilindro del tipo virtual, el cual estará superpuesto. En este cilindro virtual se creó la fábrica de partículas, con las que se generó las partículas esféricas.

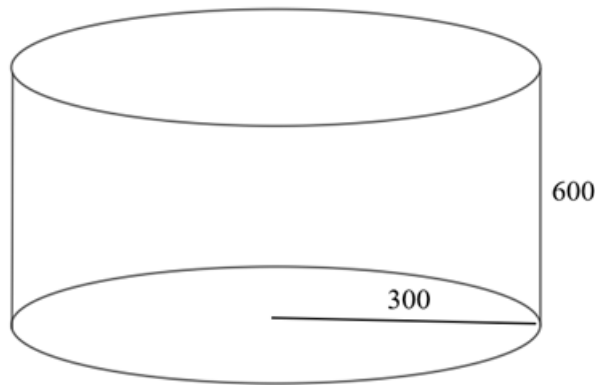


Figura 12. Cilindro de acero ocupado en la simulación de llenado de partícula.

La segunda simulación, se realizó la compresión aplicación de la fuerza compresiva, como se aprecia en la Figura 13, se creó un cilindro con un diámetro de 500 mm y una altura de 600 mm. Similar al caso anterior, se ocupó un cilindro virtual, en el que se creó la fábrica de partículas. También, se ocupó una placa encargada de realizar la compresión, con un diámetro 500 mm y una altura de 20 mm.

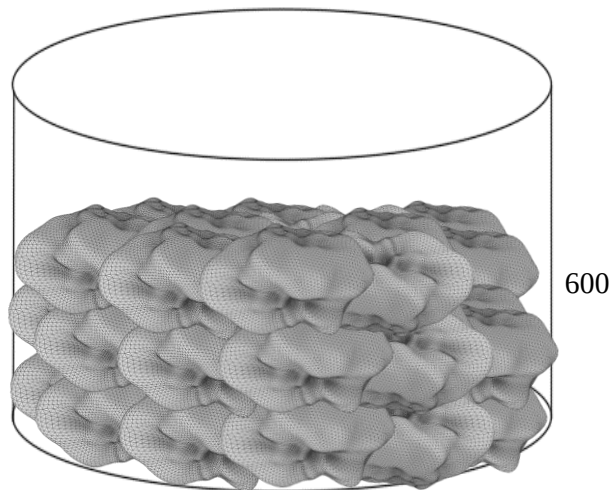


Figura 13. Representación del cilindro ocupado en la simulación de aplicación de compresión.

3.2. Características de la simulación

3.2.1. Tipo de partículas utilizadas

En la simulación previa, correspondiente a la creación de la partícula irregular, se utilizaron partículas esféricas de tamaño uniforme, con un diámetro de 10 mm. En la segunda simulación, correspondiente a la simulación de compresión, se ocuparon partículas con forma irregular y un diámetro equivalente de 103 mm, como se aprecia en la Figura 14. Esta geometría fue generada en Matlab, mediante un código generador a partir de parámetros iniciales.

La partícula, se utilizó como geometría de selección del tipo “.stp” para crear una partícula irregular compuesta por un conjunto de partículas esféricas, unidas mediante enlaces paralelos. Con el objetivo de recrear una roca amorfa.

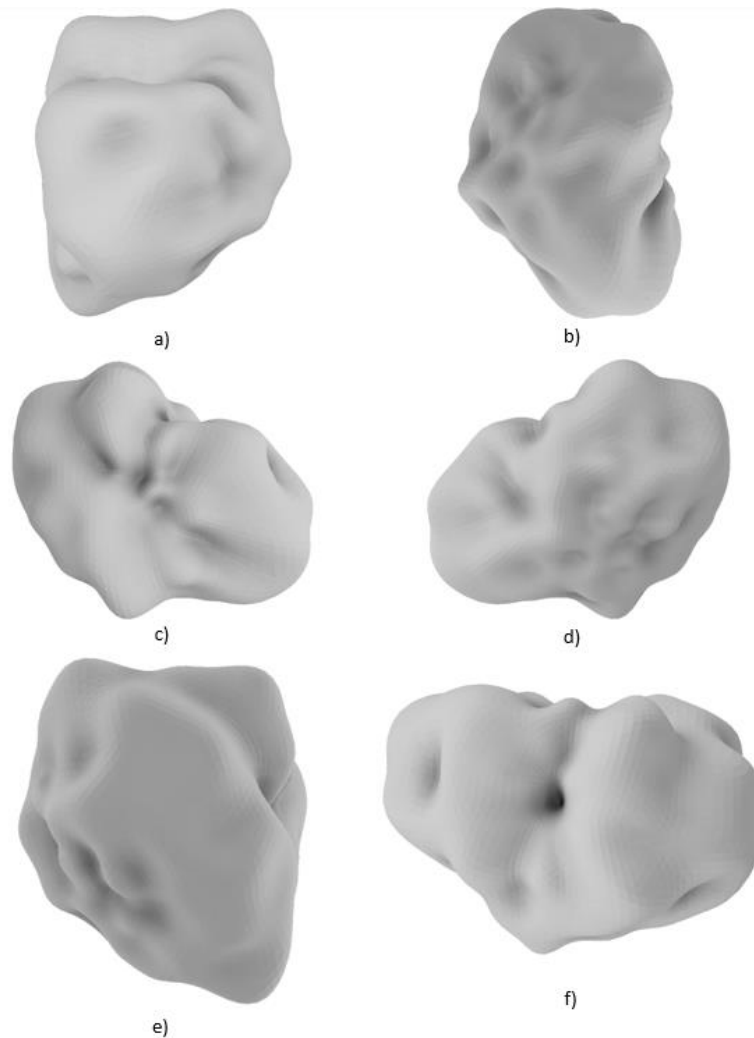


Figura 14. Partícula irregular ocupada la cual tiene un radio equivalente de 103 mm. y sus distintas vistas a) Superior; b) Frontal; c) Izquierda; d) Derecha; e) Inferior; f) Posterior

3.2.2. Propiedades mecánicas y calibración del modelo

En cuanto a las propiedades mecánicas, se ocuparon los mismos parámetros en ambas simulaciones, tanto para las partículas como para el acero. Estas propiedades se pueden encontrar en la Tabla 3, las cuales corresponden a propiedades de minerales de cobre que han sido calibradas mediante ensayos de laboratorio.

Tabla 3. Parámetros de la partícula y del acero (Jiménez-Herrera et al., 2018).

Parámetro	Mineral de cobre	Acero
Módulo de Young, GPa	52	182
Radio de Poisson, -	0.25	0.3
Gravedad específica, g/cm ³	2.93	7.80

De igual forma, las interacciones entre materiales ocupadas son las mismas en ambas simulaciones, las cuales corresponden a interacción entre cobre y acero, las cuales se pueden ver en la Tabla 4.

Tabla 4. Interacciones entre los materiales (Jiménez-Herrera et al., 2018).

Interacción	Cobre/cobre	Cobre/Acero	Acero/Acero
Coeficiente de fricción estático	0.49	0.5	0.5
Coeficiente de fricción de roce	0.02	0.01	0.1
Coeficiente de restitución	0.48	0.39	0.5

Por otro lado, en la simulación de compresión, las partículas irregulares se compusieron por partículas esféricas unidas una a otras mediante enlaces paralelos. Estos enlaces tienen parámetros críticos definidos en la Tabla 5, los que determinan las condiciones bajo las cuales se produce ruptura de enlaces.

Tabla 5. Parámetros del enlace entre partículas.

Parámetro	Descripción	Valor
K_b^n	Rigidez normal, N/m ³	$1 \cdot 10^8$
K_b^s	Rigidez de corte, N/m ³	$5 \cdot 10^7$
σ_c	Esfuerzo normal crítico, Pa	$5 \cdot 10^4$
τ_c	Esfuerzo tangencial crítico, Pa	$2.5 \cdot 10^4$
bdr	Radio de enlace, mm	10

Así mismo, para verificar la precisión de las simulaciones realizadas, fue necesario llevar a cabo una calibración del modelo numérico computacional. Este proceso consistió en rehacer el trabajo realizado por Jiménez-Herrera et al. (2018), en el que se realizaron ensayos de impacto de una esfera de acero sobre una partícula irregular.

Estos ensayos fueron realizados de forma experimental y numérico computacional. Se ocuparon tres modelos: el modelo de partícula enlazadas (BPM), el modelo de reemplazo de partícula (PRM), y el modelo de rotura rápida (FBM), descritos en el capítulo anterior.

Para realizar las simulaciones de calibración, fue necesario escalar por diez la geometría y la partícula, pues los tamaños ocupados por los autores eran bastante pequeños, por lo que dificultaba la realización de un análisis en el software. Debido que se escaló la geometría, también fue necesario escalar la energía de impacto a un décimo de la energía utilizada por los autores.

En cuanto a las propiedades mecánicas de los materiales, fue necesario ocupar los mismos valores ocupados por los autores. Los valores de estas propiedades se pueden ver en la Tabla 3 y Tabla 4, respectivamente.

De igual forma, fue necesario ocupar las propiedades mecánicas de los enlaces ocupadas por los autores. Los valores de estas propiedades se aprecian en la Tabla 6. Sin embargo, no se pudo escalar por diez el radio de enlace, pues su tamaño máximo debía ser igual al tamaño de la meta-partícula, por lo que el radio de enlace ocupado es de 8 mm.

Tabla 6. Parámetros del enlace entre partículas (Jiménez-Herrera et al., 2018).

Parámetro	Descripción	Valor
K_b^n	Rigidez normal, N/m ³	$9 \cdot 10^{11}$
K_b^s	Rigidez de corte, N/m ³	$9 \cdot 10^{11}$
σ_c	Esfuerzo normal crítica, Pa	$1 \cdot 10^7$
τ_c	Esfuerzo tangencial crítica, Pa	$9 \cdot 10^6$
bdr	Radio de enlace, mm	8

La calibración se centró en asegurar que las propiedades mecánicas, tales como la rigidez y la resistencia de los materiales, reflejaran de manera precisa el comportamiento observado en ensayos de laboratorio obtenido por los autores.

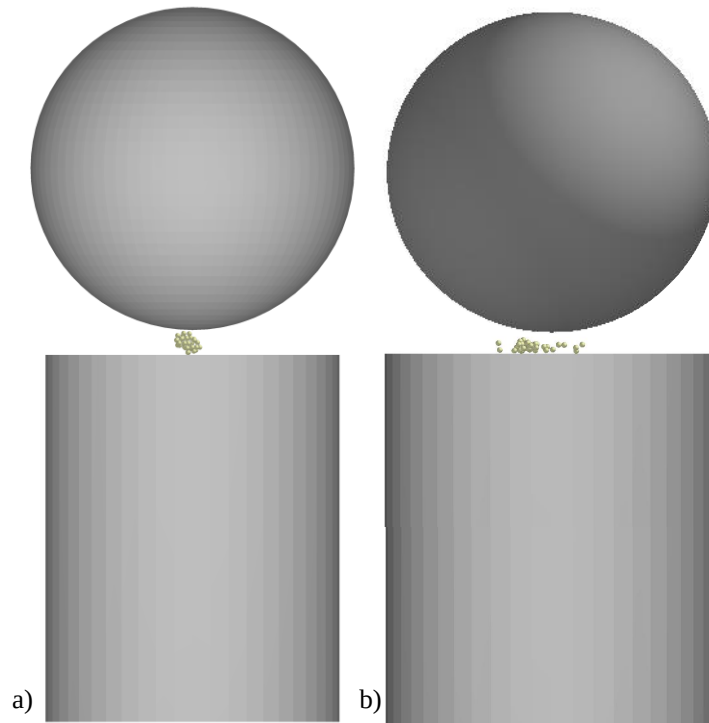


Figura 15. Simulación de calibración. a) Antes del impacto. b) Después del impacto (caso energía 0.0762 J).

En la Figura 15(a), se muestra la simulación base ocupada para todas las simulaciones de impactos que realizadas. También, se apreciar que la esfera de acero está ubicada justo sobre la partícula irregular.

Por otro lado, en la Figura 15(b), se aprecia el instante posterior al impacto de la esfera, donde se obtuvo una posibilidad de fracturamiento del 28.4%. En este trabajo, esta probabilidad de fractura fue redefinida y se trabajó como el porcentaje de enlaces rotos en las partículas madres durante una simulación. Este impacto de la esfera fue controlado mediante la asignación de una velocidad inicial a la esfera de acero.

En la Figura 16, se aprecian los resultados obtenidos por los autores. Además, se agregó “BPM A.G”, que representa los resultados obtenidos en las simulaciones de calibración realizadas. Se aprecia que en los primeros 4 puntos existe un porcentaje muy bajo de enlaces rotos, sin embargo, en el caso experimental no existe daño. Esto se debió a que el radio de enlace no fue escalado con el mismo valor que la geometría.

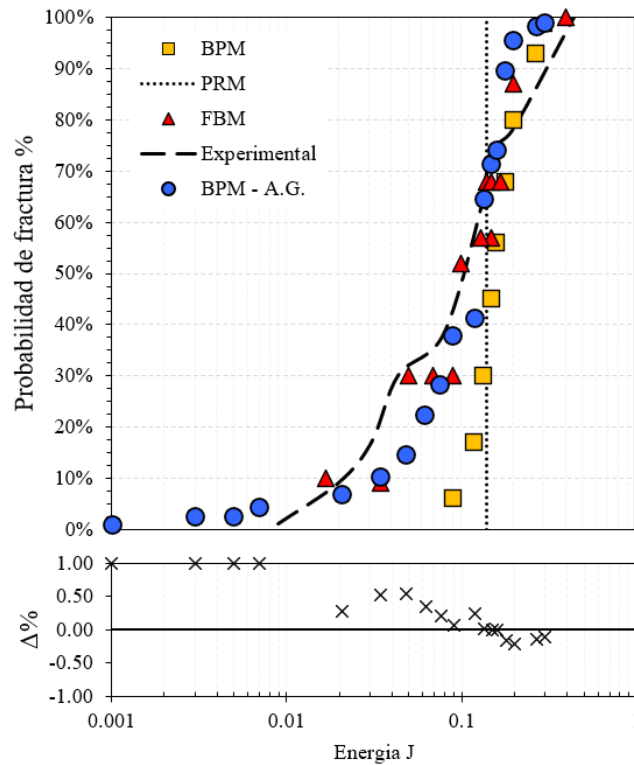


Figura 16. Resultados obtenidos de la calibración (modificado de Jiménez-Herrera et al., 2018).

Por otro lado, para energías desde 0.0208 J a 0.12 J, se observó una sobrestimación de la resistencia a impactos. No obstante, los resultados obtenidos describieron de mejor manera el comportamiento de la fractura en comparación con el modelo BPM ocupado por los autores. Esto es debido a que los autores ocupan un radio de enlace equivalente al 18.2% del tamaño de la partícula madre, a diferencia del 14.5% ocupado en esta calibración.

A energías superiores de 0.12 J, el comportamiento descrito por la calibración subestimó la resistencia al impacto de la partícula. mismo comportamiento ocurrido en el modelo BPM ocupado por los autores.

3.3. Procedimiento paso a paso de las simulaciones

Para desarrollar una correcta simulación de compresión de partículas irregulares mediante el modelo BPM en el software EDEM, se siguió una serie de pasos. Primero, fue necesario realizar una simulación previa, la cual corresponde a la creación de la partícula irregular compuesta por partículas esféricas de tamaño uniforme.

3.3.1. Simulación 1: Creación de partícula irregular

Inicialmente, se definieron los parámetros mecánicos de los materiales presentes en la simulación, incluyendo minerales de cobre y geometrías de acero, sus valores se presentes en la Tabla 3. Luego, se definieron las interacciones entre acero-partícula y partícula-partícula, cuyos valores se encuentran en la Tabla 4.

Una vez definido lo anterior, se definieron las partículas, escogiendo el tipo partícula simple, con un diámetro uniforme de 10 mm. Posteriormente, fue creada la geometría cilíndrica del tipo físico, a la que se le asignó el material de acero, con los parámetros previamente definidos, esta geometría se aprecia en la Figura 12. Luego, se copió esta geometría y se cambió el tipo de geometría, pasando de físico a virtual.

En la geometría del tipo virtual, se agregó una fábrica de partículas estática con el método de creación llenado de sección, con el objetivo llenar la totalidad de la geometría. Luego, se dejó corriendo la simulación hasta que las partículas alcanzaron un estado de reposo.

Una vez terminada la simulación, en el apartado analista del software se agregó una selección de configuración, donde se importó un archivo del tipo “stp” correspondiente a una geometría de partícula irregular. Esta geometría se puede apreciar en la Figura 16, la que fue generada mediante código de MATLAB, con el objetivo de crear una roca amorfa. Por último, se exportó los resultados, incluyendo el número de partículas y las posiciones “x”, “y” y “z”, generando así un “cluster”.

3.3.2. Creación interfaz de aplicaciones (API)

Luego de crear este “cluster”, se compilo una interfaz de programación de aplicaciones (API) en el software “Visual Studio” con el lenguaje C++. La API creada es del tipo reemplazo de partícula, siguiendo el tutorial proporcionado por la empresa ALTAIR EDEM en su tutorial número 1 sobre API. Para realizar la compilación de la solución, se necesitaron una gran cantidad de bibliotecas, las que fueron obtenidas del foro oficial de ALTAIR EDEM.

Una vez realizada la compilación de solución, se obtendrán dos carpetas principales: una con archivos de depuración. Sin embargo, solo se ocupará la solución contenida en este último, donde se extrajo el archivo del tipo “.dll”.

3.3.3. Simulación 2: Compresión lenta

Al igual que en la simulación 1 explicada en el apartado 3.3.1, primero se crearon y definieron los parámetros mecánicos de los materiales presentes en la simulación. A continuación, se definieron las interacciones entre materiales, en ambos casos se ocupó los mismos datos utilizados en la simulación 1, cuyos valores se encuentran en la Tabla 4 y Tabla 5.

En cuanto a las partículas, fue necesario crear dos materiales llamados “fracción” y “completa”, el caso de la primera partícula se definió un radio físico de 0.5 mm y agregar un radio de contacto de 1.5 mm. Por otro lado, para la partícula “completa” se definió un radio de 155 mm, la que luego es reemplazada por la partícula irregular.

Luego, se creó una geometría cilíndrica del tipo físico. De forma similar al caso anterior, se creó otro cilindro del tipo virtual, con unas dimensiones de 450 mm de radio y 1,000 mm de altura. Es en este último, en el que se agregó una fábrica de partículas del tipo estática, a la cual se asignó la partícula completa.

Posteriormente, se definieron las físicas de la simulación, como Hertz-Mindlin sin deslizamiento y fricción de rodadura estándar, las cuales son las predeterminadas por el programa. Sin embargo, se agregó la física de partícula a partícula denominada “enlazados”, la cual se encarga de crear y asignar los parámetros mecánicos a los enlaces. La partícula completa es reemplazada en el tiempo 0.5 segundos por la partícula irregular, donde se crearon los enlaces entre partículas con los parámetros que se encuentran en la Tabla 5.

Después, se empezó a simular hasta el segundo 1.2, donde las partículas alcanzaron un estado de reposo. En este instante, se agregó una nueva geometría cilíndrica del tipo físico posicionada justo sobre las partículas, que correspondía a la placa compresiva. Este cilindro se definió con el material llamado “Acero”, y con una dimensión de 500 mm de radio y una altura de 20 mm. A esta placa se agregó un movimiento del tipo controlador de fuerza, lo que permitió aplicar una fuerza durante un tiempo preestablecido, limitando su velocidad de compresión.

Por último, se realizó la simulación de compresión durante 3 segundos. Una vez terminada la compresión, se extrajeron los datos del porcentaje de enlaces rotos, esfuerzo normal sobre el enlace y esfuerzo tangencial sobre el enlace. Por otro lado, se analizó el número de coordinación y la fuerza compresiva ejercida sobre las partículas.

3.4. Variables de estudio

En la simulación se variaron dos parámetros, los cuales son la fuerza compresiva aplicada y la masa comprimida.

- Fuerza compresiva aplicada

La fuerza ejercida fue controlada a través el movimiento del tipo controlador de fuerza explicado en el punto anterior. Esta fuerza obtuvo los siguientes valores: 5 kN, 7.5 kN, 8.5 kN, 9.5 kN, 10 kN, 15 kN. Esto con el objetivo de ver el comportamiento de la fractura al aumentar la fuerza compresiva.

- Masa comprimida

La masa comprimida fue controlada al momento de generar las partículas irregulares limitando la masa creada por la “*Factory*”. Esta masa tendrá los siguientes valores: 35 kg, 70 kg, 105 kg.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este apartado se presentan los principales resultados obtenidos de cada simulación realizada. Primero, se exponen los resultados de cada caso de estudio por separado. A continuación, se realizará un análisis combinado entre los 3 casos de estudio, además de aplicar una regresión exponencial.

Sin embargo, antes de realizar las simulaciones de compresión de estas masas, se realizó un experimento básico. Este experimento consistió en la aplicación de diferentes fuerzas compresivas sobre una partícula simple, la cual tenían una forma irregular y esférica.

4.1. Compresión una partícula simple

En primer lugar, se realizó la compresión de una única partícula simple, con el objetivo de analizar el comportamiento de la fractura bajo compresión, incluyendo su distribución del estrés. Así mismo, se buscó comprobar los parámetros mecánicos e interacciones entre materiales. A continuación, se presentan los principales resultados.

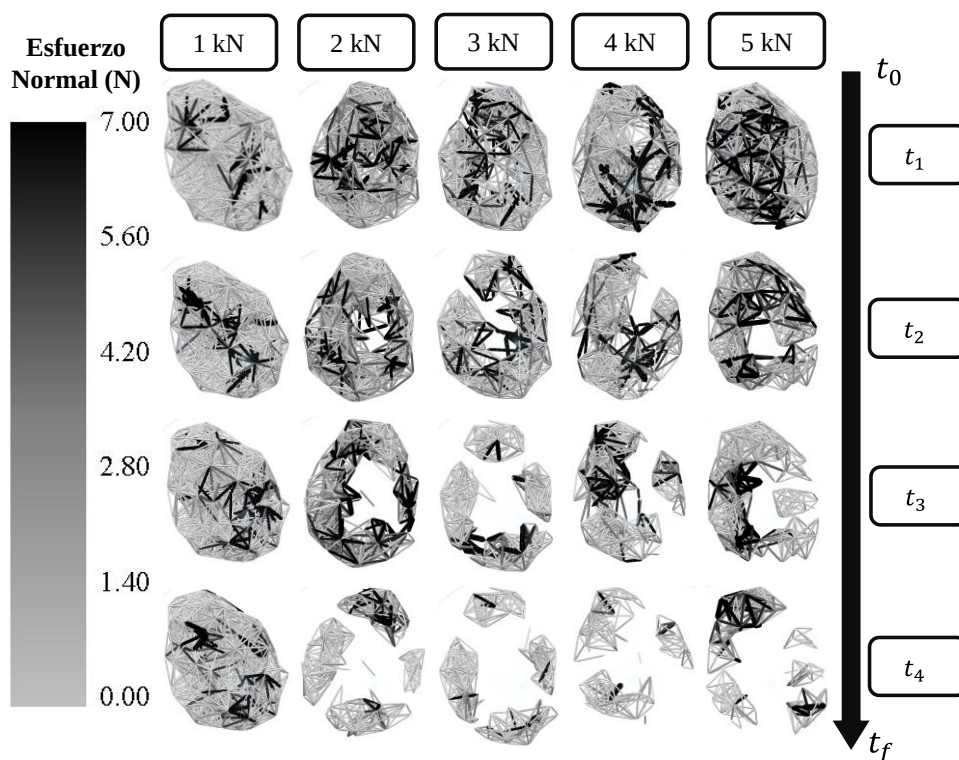


Figura 17. Compresión una partícula irregular bajo distintas fuerzas compresivas.

En general, se observó un comportamiento inicial de la compresión, en el que se apreció un movimiento de la partícula, generando una reubicación de la partícula madre. En estos primeros movimientos, se observó la ruptura de los primeros enlaces, principalmente por fricción.

En la Figura 17 se muestra que al aplicar una fuerza compresiva de 1 kN no generó una fractura, sin embargo, se observaron enlaces rotos y una disminución en el tamaño de la partícula. Por otro lado, en las fuerzas compresivas de 2 kN a 5 kN sí se generó fracturamiento de la partícula, formando fragmentos de diferentes tamaños.

Inicialmente, se apreció que la fractura inició mediante la concentración de esfuerzos en los puntos de contacto principales, siendo estos la placa compresiva y el cilindro. Estos esfuerzos se transmiten partícula a partícula mediante los enlaces paralelos que las unen, generando una red de esfuerzos. Esta concentración de esfuerzos llega a un punto en el cual se iguala o supera la resistencia normal crítica preestablecida, momento donde se rompe el enlace, generando las primeras microgrietas. La unión de estas microgrietas formó una macrofractura, por la cual se fracturó la partícula madre, generando fragmentos de diferentes tamaños.

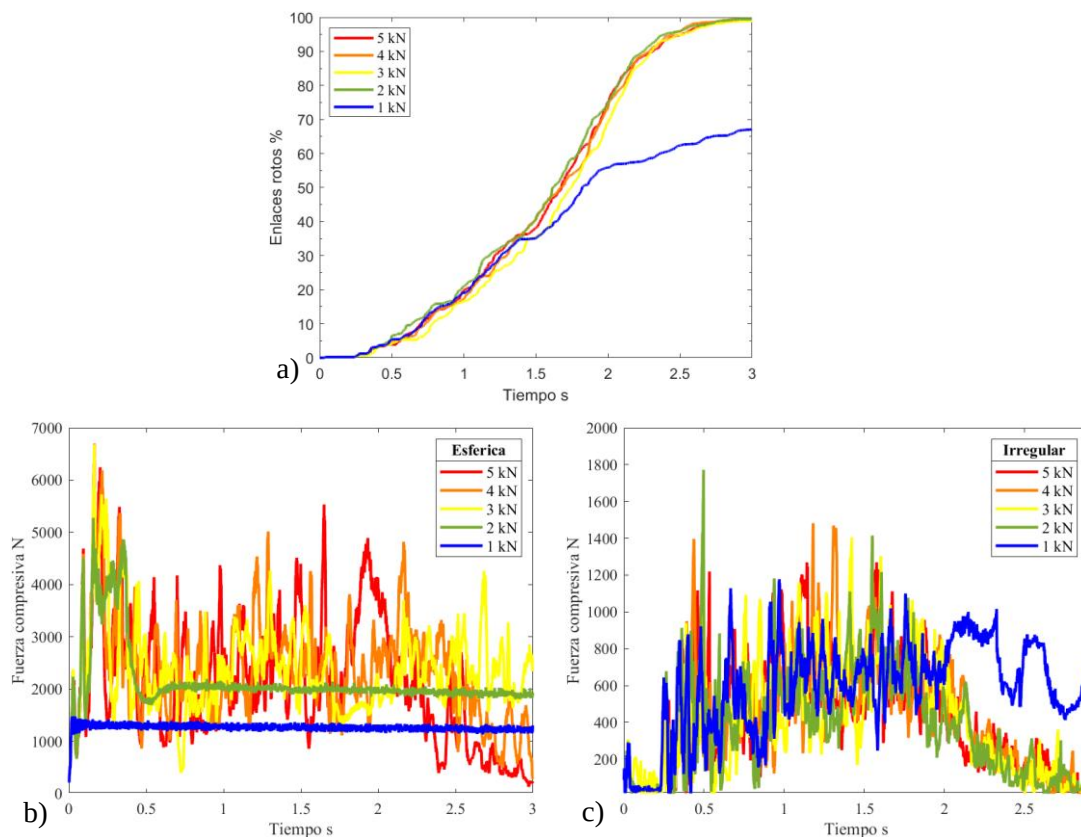


Figura 18. Compresión de una partícula variando la fuerza. a) Probabilidad supervivencia partícula irregular. b) Fuerza compresiva partícula esférica. c) Fuerza compresiva partícula irregular.

Como se observa en la Figura 18(a), se presentó un comportamiento esperado: a medida aumenta la fuerza compresiva, el número de enlaces rotos aumentó. También, se observó al inicio de la compresión, el incremento los enlaces rotos es menor. Estos primeros enlaces se rompieron por fricción con las geometrías presentes en la simulación.

Por otro lado, en la Figura 18(b), se aprecia el comportamiento de la fuerza compresiva ejercida sobre las meta-partículas cuando la partícula madre tenía forma esférica. Se apreció que la fuerza llega a un “peak”, seguido de una meseta donde la fuerza compresiva tiene un comportamiento relativamente constante.

En la Figura 18(c), se aprecia el comportamiento de la fuerza compresiva sobre las partículas cuando la partícula madre es una partícula irregular. Se apreció un comportamiento parecido entre sí en todas las curvas. Esto se debe a que una fuerza compresiva superiores a 2 kN es excesivo para someter una única partícula irregular con las propiedades mecánica ocupadas. En todos estos casos, la partícula se fractura casi por completo dejando unos pocos enlaces intactos.

También, como se observa en la Figura 18(c), se alcanza un “peak” de fuerza compresiva, luego del que se apreció un gran descenso. Este comportamiento se puede explicar con la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**(b), en el caso irregular, donde a fuerzas mayores a 2 kN, la probabilidad de fractura es muy grande. Por lo que, en el último segundo de compresión, no quedan enlaces que generen una resistencia.

Por otro lado, se realizó un pequeño análisis del efecto de la velocidad de la placa en el comportamiento de la fractura bajo compresión.

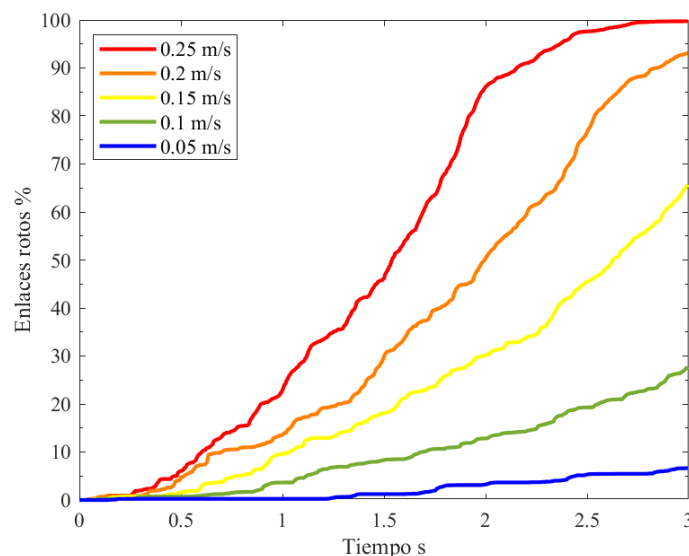


Figura 19. Compresión una partícula al variar la velocidad compresiva sobre una partícula irregular.

Como se aprecia en la Figura 19, se observó un comportamiento esperable, donde al aumentar la velocidad de compresión, aumentó el porcentaje de enlaces rotos. Sin embargo, este incremento en la velocidad generó un comportamiento similar al impactó, lo que se aleja del objetivo del trabajo. Por lo que, en las simulaciones de compresión posteriores se limitó la velocidad a 0.05 m/s.

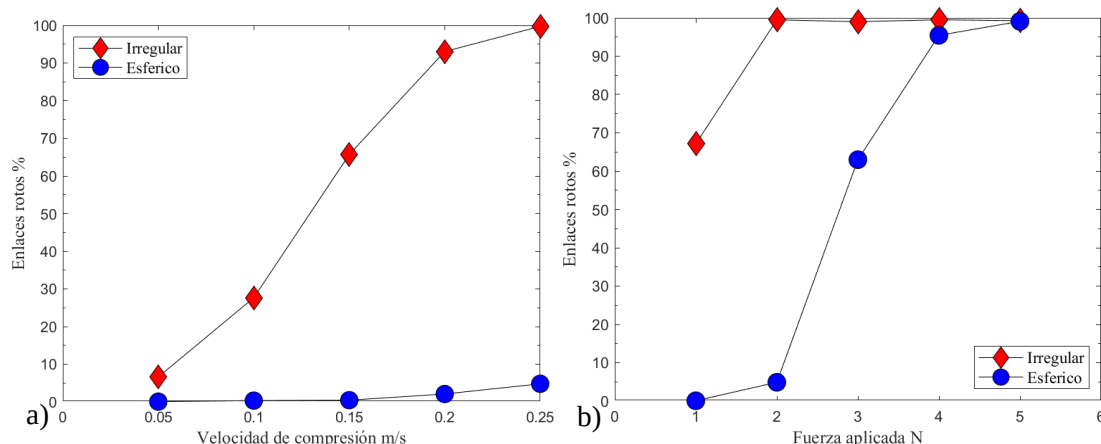


Figura 20. Probabilidad de supervivencia. a) Variando la velocidad compresiva b) Variando la fuerza compresiva.

Si comparamos el porcentaje de enlaces rotos entre partículas irregular y esféricas, como se aprecia en la Figura 20(a), a medida aumentó la velocidad aumentó este el número de enlaces rotos. Sin embargo, en el caso de la partícula esférica, estos enlaces rotos son mínimos en comparación con el caso irregular, pues la partícula esférica presenta una mayor resistente. Debido a que la partícula esférica realiza una mejor distribución de la fuerza aplicada, generando menores concentraciones de esfuerzos en zonas puntuales.

Por otro lado, en Figura 20(b) aprecia que a medida se aumentó la fuerza compresiva, aumentó la probabilidad de fracturamiento. A fuerzas compresivas de 4 kN y 5 kN, el porcentaje de enlaces rotos son muy cercanos entre partícula esférica e irregular. Esto se debe a que la partícula esférica presenta una mayor resistencia en el inicio de la compresión, pero pasando un esfuerzo critico sus enlaces empiezan a colapsar y comienza la ruptura de enlaces.

4.2. Compresión múltiple

En este apartado son analizados los principales resultados obtenidos al aplicar diferentes fuerzas compresivas sobre tres casos de estudios distintos. Cada uno de estos casos presenta una cantidad de partículas diferentes, sobre las que se aplicaron varios valores de fuerzas compresivas.

Además, se realizó un análisis comparativo combinado del comportamiento obtenido en el instante de compresión de 2.5 segundos, con el objetivo de distinguir tendencias comunes y diferencias entre los tres casos de estudios.

4.2.1. Compresión Masa 1

En esta sección son presentados los principales resultados obtenidos en el caso de estudio 1, que consistió en aplicar seis diferentes fuerzas compresivas sobre una masa de 35 kg de partículas irregulares. Esta variación se realizó con el objetivo de analizar cómo evoluciona el comportamiento de la ruptura de enlaces a medida que incrementa la fuerza aplicada.

En la Figura 21 se muestra el estado de las partículas posterior a 3 segundos de compresión, utilizando esta representación también en la Figura 23 y Figura 25. Esta visualización representa la partícula a través de enlaces paralelos que unen cada una de las meta-partículas esféricas. Los enlaces fueron coloreados de negro cuando la fuerza compresiva sobre el enlace es superior a 7 N.

Esta representación es de gran utilidad para visualizar la distribución de las cadenas de fuerzas a lo largo de la partícula, y cómo estas cadenas generaron concentración de esfuerzos en los puntos de contacto partícula-placa, provocando la ruptura de enlaces.

En la primera imagen de la Figura 21, se muestra la distribución inicial de las partículas madre previa a la aplicación de la fuerza compresiva, configuración utilizada como base para la simulación de compresión. Por otro lado, conforme se aplicaron las primeras tres fuerzas, se observó un aumento del número de enlaces negro en los puntos de contactos entre las partículas madre y la placa. Además, se observó una reducción progresiva del tamaño de las partículas madre. En el caso de la fuerza de 8.5 kN, se observó la primera fractura de una partícula madre.

Asimismo, conforme se aplicaron las últimas tres fuerzas, se detectó un cambio significativo en el número de enlaces sobrevivientes en comparación con las fuerzas anteriores. Se observa que los fragmentos sobrevivientes tienen un tamaño sustancialmente menor que las partículas iniciales. Del mismo modo que en las fuerzas anteriores, al aumentar la fuerza aplicada, el tamaño de estos fragmentos disminuye, siendo el caso de 15 kN en el que los fragmentos se reducen a unos pocos enlaces.

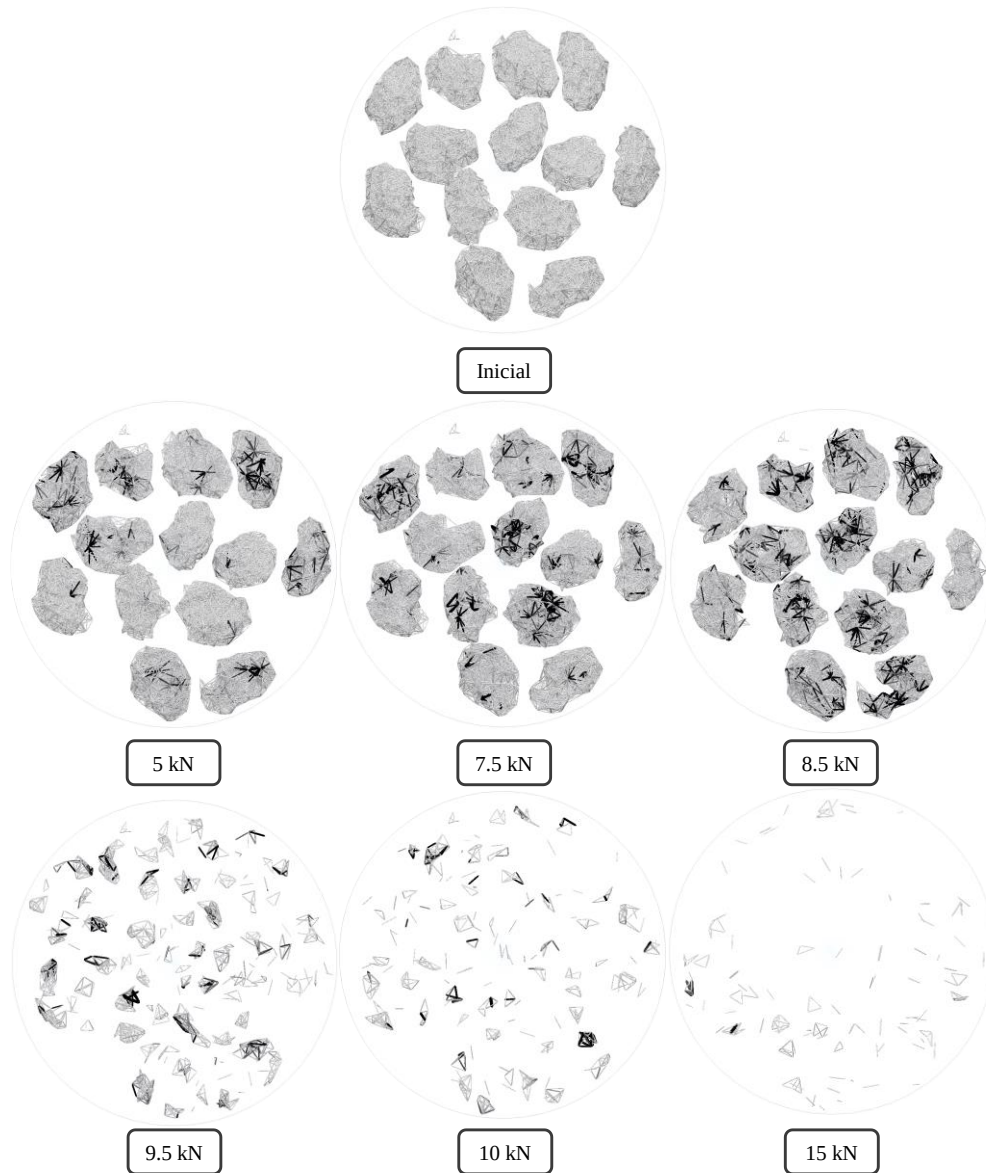


Figura 21. Representación gráfica de la evolución de la ruptura de enlaces en el caso 1.

Este mismo comportamiento se observa en la Figura 22(a), donde la evolución del porcentaje de enlaces rotos tiene una relación directa con la fuerza compresiva, alcanzando a una meseta en la cercanía de 100%. De igual forma, durante el primer segundo de compresión se obtuvo que el porcentaje de enlaces rotos tiene un valor muy bajo y creció lentamente. Esto se debe a que, durante este primer segundo, la mayor cantidad de esfuerzo ejercido sobre la partícula se pierde en el reordenamiento la partícula.

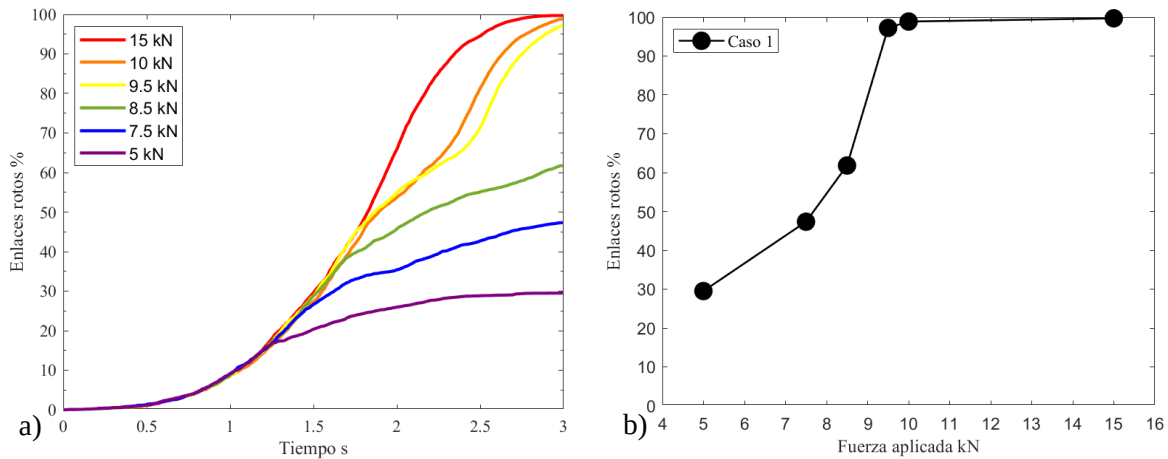


Figura 22. Comportamiento de los enlaces rotos al variar la fuerza en el caso 1. a) Evolución respecto al tiempo. b) Resultado final de ruptura de enlaces obtenido caso 1.

De manera similar, en la Figura 22(b) se aprecia que el número de enlaces rotos incrementa conforme aumenta la fuerza aplicada. Además, en los casos de fuerzas 9.5, 10 y 15 kN, los valores obtenidos fueron similares entre sí, alcanzando valores cercanos al 100%.

4.2.2. Compresión Masa 2

En este apartado, se incrementó la masa de partículas estudiadas a 70 kg. Con el objetivo de analizar cómo una mayor cantidad de material influye en la respuesta mecánica bajo compresión. Al igual que en el caso anterior, se aplicaron las mismas fuerzas compresivas, permitiendo así una comparación directa. De igual forma, se describieron los cambios observados en los puntos críticos de ruptura.

En la Figura 23, se presenta la evolución del comportamiento tras aplicar distintas fuerzas. La primera imagen muestra la configuración inicial de las partículas irregulares previo aplicar las fuerzas, ocupando esta disposición como base para la aplicación de fuerzas. Por otro lado, conforme se aumenta la fuerza aplicada existe un aumento notable de los enlaces negros ubicados en los puntos de contactos entre partícula madre y la placa.

Así mismo, se apreció un incremento en el número de enlaces rotos en los puntos de contactos entre partículas madres. Esto sugiere que, al aplicar una fuerza existe una redistribución de las partículas madres, generando ruptura de enlaces por fricción induciendo una mayor redondez en las partículas madres.

De modo similar, conforme aumentó la fuerza aplicada, se observó una disminución del tamaño de las partículas madres. Esto se debe a la gran ruptura de enlaces, lo que resultaba en el desprendimiento de un gran número de las meta-partículas.

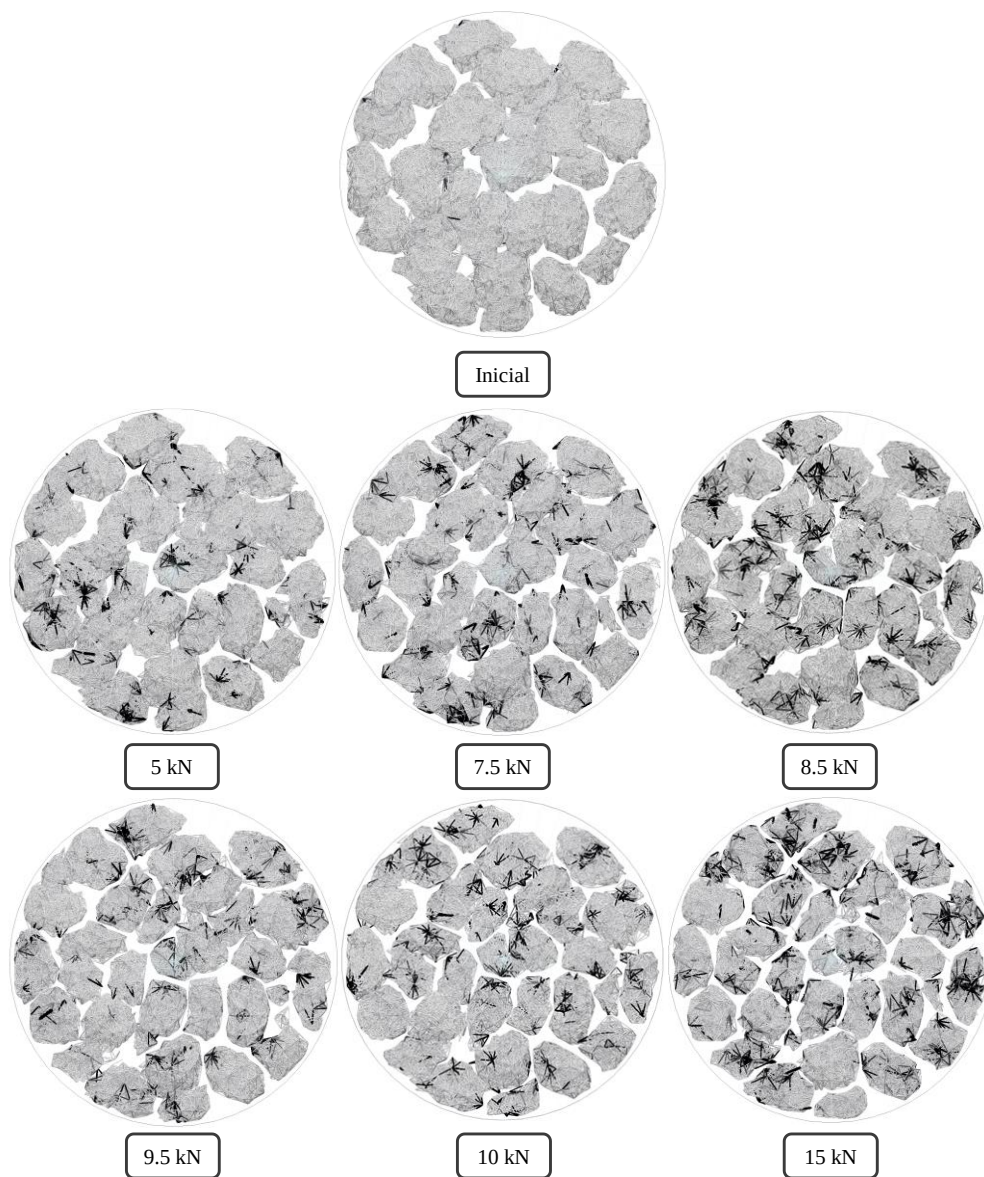


Figura 23. Representación gráfica de la evolución de la ruptura de enlaces en el caso 2.

El aumento del número de enlaces de negro conforme aumenta la fuerza aplicada indica que va aumentando el número de enlaces sometidos a esfuerzo normal de mayor magnitud. Este comportamiento se aprecia en la Figura 24(a), donde a medida aumenta la fuerza aplicada, también incrementa el porcentaje de enlaces rotos.

Inicialmente durante la compresión, se apreció que el comportamiento entre las curvas es bastante similar sin cambios significativos. Sin embargo, después de 1.5 s de compresión, se apreció que el aumento de enlaces rotos va disminuyendo, llegando eventualmente a una meseta, en la que el aumento es bastante menor.

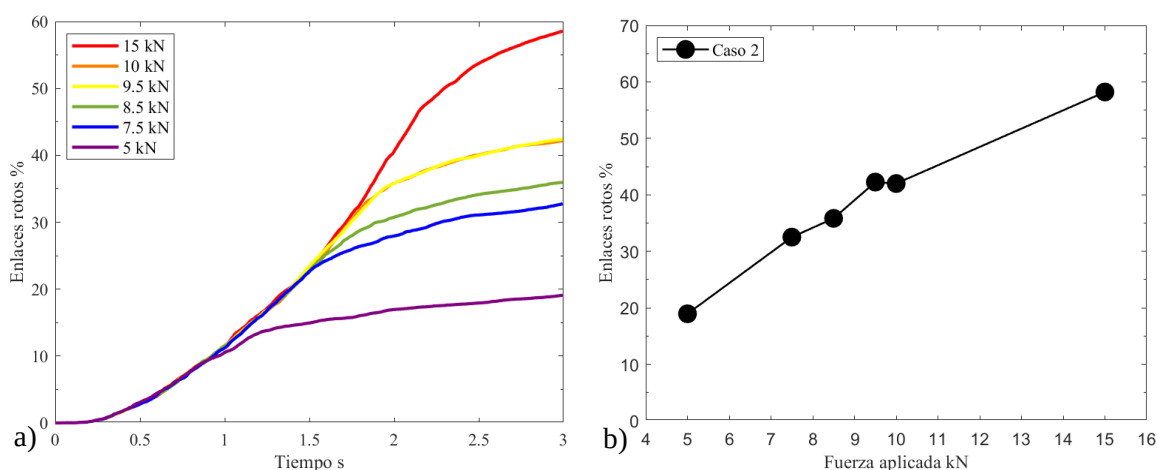


Figura 24. Comportamiento de los enlaces rotos al variar la fuerza en el caso 2. a) Evolución respecto al tiempo. b) Resultado final de ruptura de enlaces obtenido caso 2.

De manera similar, en la Figura 24(b) se aprecia que el número de enlaces rotos finales incrementó progresivamente con el aumento de la fuerza aplicada. Esto se debe a que acorde se incrementa la fuerza aplicada, se produce en los enlaces una mayor concentración de esfuerzo normal.

4.2.3. Compresión Masa 3

Por último, se analizó una masa mayor, con un valor de 105 kg. Con el objetivo de evaluar si el comportamiento observado en los dos casos anteriores se mantiene, o si se presentaban nuevos comportamientos, debido al aumento en la masa.

De igual forma, fueron ocupadas las mismas seis fuerzas compresivas utilizadas en los casos anteriores. También, se analizó la evolución de la estructura de enlaces. Sin embargo, debido a la gran masa utilizada, era de esperar que el porcentaje de enlaces rotos sea bastante menor que en los casos anteriores, pues gran parte de la fuerza se distribuye entre una mayor cantidad de partículas.

En la Figura 25, se observa sucesivamente el comportamiento obtenido al aplicar fuerzas compresivas. La primera imagen muestra la disposición inicial de las partículas irregulares antes de realizar la compresión, donde todos los enlaces son de color gris, indicando que no existen esfuerzos

compresivos sobre los enlaces. A medida se aplicaron fuerzas de mayor magnitud, se observó un incremento de enlaces negros en los puntos de contacto entre las meta-partículas y la placa.

De manera similar, conforme aumentó la magnitud de la fuerza aplicada, se observó un incremento de enlaces negros en los puntos de contactos entre partículas madre. Esto sugiere que a medida al aumenta la carga, se genera una mayor ruptura de enlaces, y también un mayor empaquetamiento, incrementando los contactos entre meta-partículas.

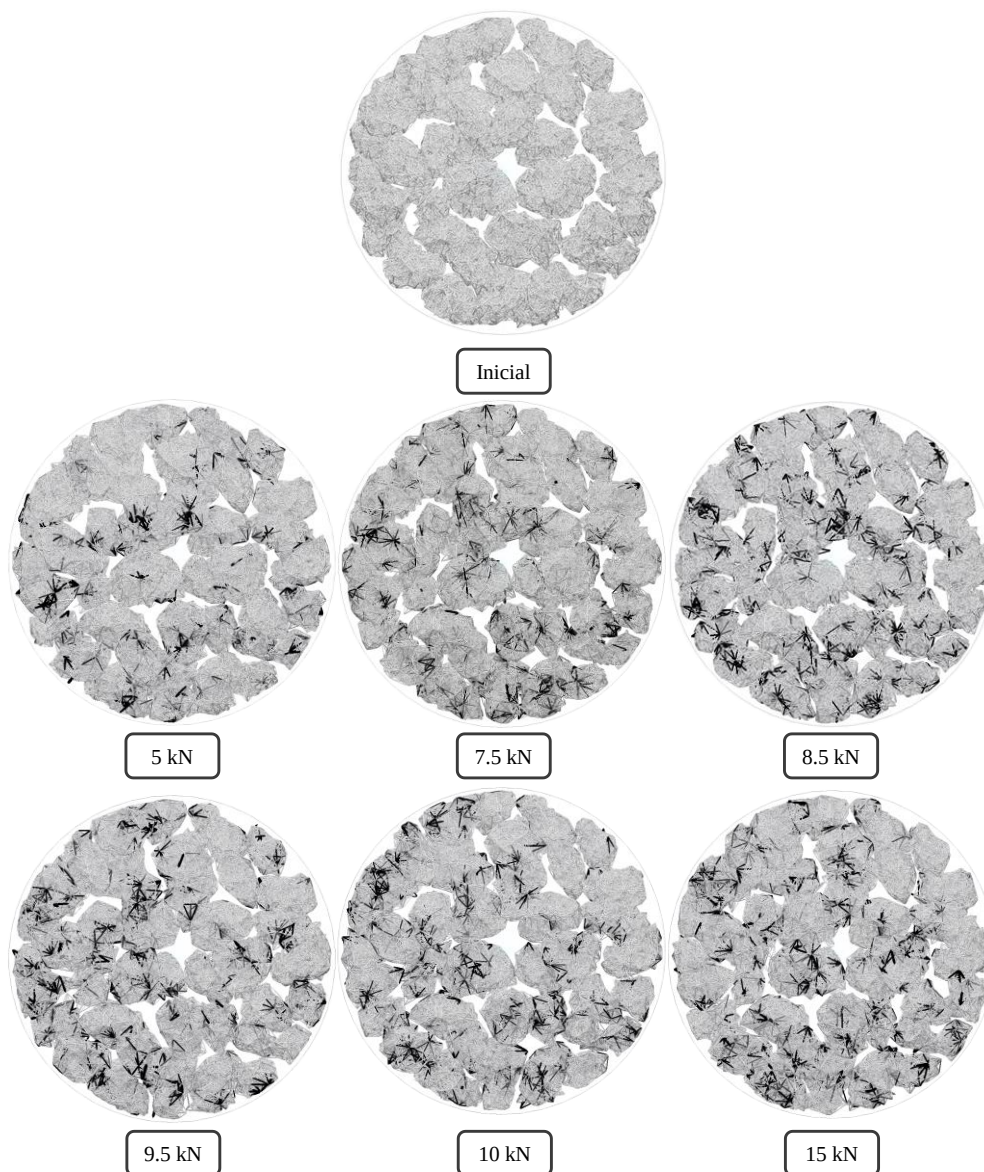


Figura 25. Representación gráfica de la evolución de la ruptura de enlaces en el caso 3.

Esta evolución en el comportamiento de ruptura de enlaces se puede apreciar también en la Figura 26(a), donde se observó un comportamiento similar entre todas las fuerzas aplicadas. Este

comportamiento durante el primer segundo consistió en un lento crecimiento de los enlaces rotos, principalmente por fricción entre las partículas madres y el cilindro. Posteriormente, se observó un crecimiento importante en la tasa de enlaces rotos, indicando una mayor ruptura de los enlaces.

Sin embargo, el porcentaje de enlaces rotos es notablemente pequeño, obteniendo valores comparativamente bajos respecto con los comportamientos descritos en la Figura 22(b) y Figura 24(b), describiendo solo el inicio de las curvas de estas mismas. Esto sugiere que, para poder describir una curva completa, es necesario aplicar fuerzas de mayor magnitud.

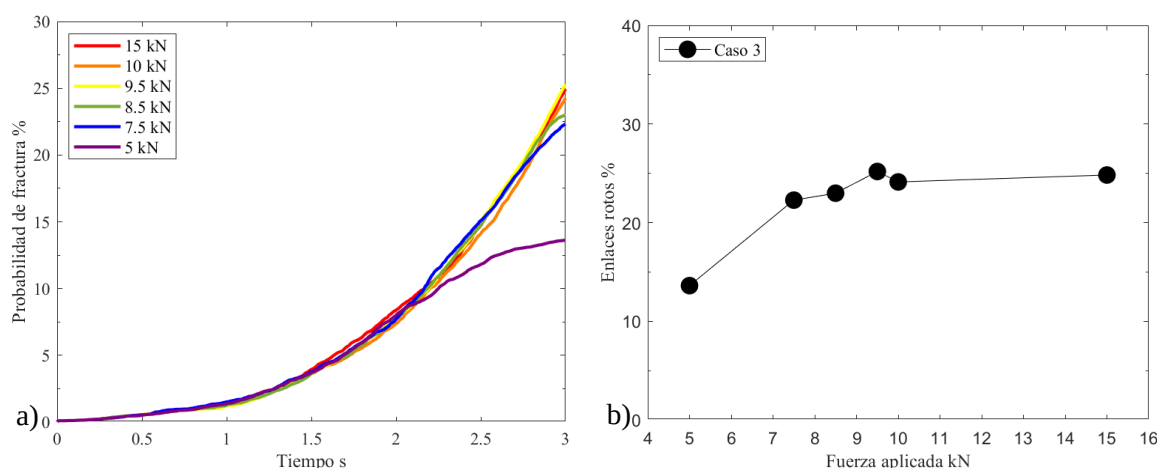


Figura 26. Comportamiento de los enlaces rotos al variar la fuerza en el caso 3. a) Evolución respecto al tiempo. b) Resultado final de ruptura de enlaces obtenido caso 3.

De manera similar, en la Figura 26(b) se puede apreciar que la evolución enlaces rotos no presentó una diferencia notable entre las fuerzas 7.5 kN y 15 kN. Esto se debe a que estas magnitudes de fuerzas fueron insuficientes para ocasionar fracturamiento a una masa de 105 kg, ya que no alcanzaron a crear una zona de compresión para inducir fracturamiento.

4.2.4. Comparación cruzada compresión múltiple

Finalmente, en este apartado se presenta un análisis combinado entre los tres casos de estudios, con el objetivo de identificar similitudes y diferencias en la respuesta mecánica de las partículas al aplicar fuerzas compresivas.

Esta comparación cruzada se realizó a los 2.5 segundos de compresión, momento en el cual existe una diferenciación entre las curvas de enlaces rotos en cada uno de los casos de estudios. En este instante, se comparó el número de coordinación, el porcentaje de enlaces rotos y la fuerza compresiva total sobre las partículas madre. También, se realizó un ajuste exponencial obtenido del trabajo de

Jiménez-Herrera et al. (2018), además se analizó el comportamiento del ajuste al realizar la variación de los parámetros “a” y “b” del ajuste.

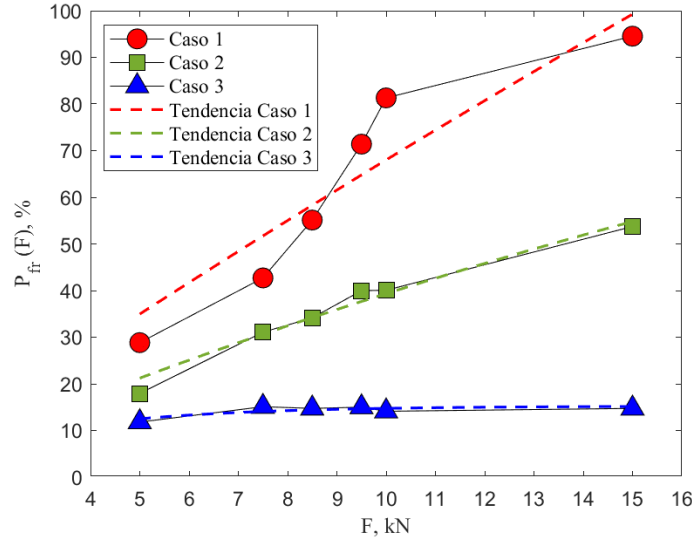


Figura 27. Ajuste exponencial a la evolución de enlaces rotos en el instante 2.5 segundos.

En la Figura 27 se observa la evolución de los enlaces rotos en los tres casos de estudio. Se obtuvo un comportamiento esperable, donde al incrementar la fuerza compresiva aplicada, el porcentaje de enlaces rotos aumentó. Este comportamiento es debido a una mayor concentración de esfuerzos en los enlaces que unen las meta-partículas en los puntos de contactos entre la partícula madre y la placa.

Asimismo, el aumento en la masa de estudio generó una disminución del porcentaje de enlaces rotos. Esto se debe a que la fuerza compresiva se distribuye entre enlaces de un mayor número de partículas. Como resultado, la concentración de esfuerzos en áreas específicas fue menor, por lo que, disminuyó la ruptura de enlaces total.

Por otro lado, se aplicó un ajuste exponencial a cada una de las curvas, este ajuste se realizó a partir de los puntos obtenidos en cada uno de los casos. Este ajuste fue obtenido del trabajo de Jiménez-Herrera et al., (2018). Además, se calculó el R^2 en cada uno de los casos. La ecuación general utilizada para el ajuste fue la siguiente:

$$P_{fr}(F) = \alpha [1 - e^{-\beta F}] \quad (21)$$

Donde $P_{fr}(F)$ representa el porcentaje de enlaces rotos en función de la fuerza aplicada F , mientras que α y β , son parámetros que se obtuvieron a través de un ajuste a cada conjunto de datos.

$$P_{fr1}(F) = 640.9 [1 - e^{-0.01122F}] \quad R_1^2 = 0.87781 \quad (22)$$

$$P_{fr2}(F) = 144.9 [1 - e^{-0.03167F}] \quad R_2^2 = 0.97415 \quad (23)$$

$$P_{fr3}(F) = 15.23 [1 - e^{-0.3431F}] \quad R_3^2 = 0.70101 \quad (24)$$

Debido a que el ajuste se realizó a cada curva, se obtuvieron diferentes valores para los parámetros α y β . Además, para analizar la precisión del ajuste se calculó “ R^2 ”, donde el caso tres fue el que menor ajuste tuvo, aunque sigue siendo una correlación aceptable. Esto se debe a que la fuerza compresiva aplicada fue muy pequeña para la gran masa estudiada, resultando en la ruptura de pocos enlaces.

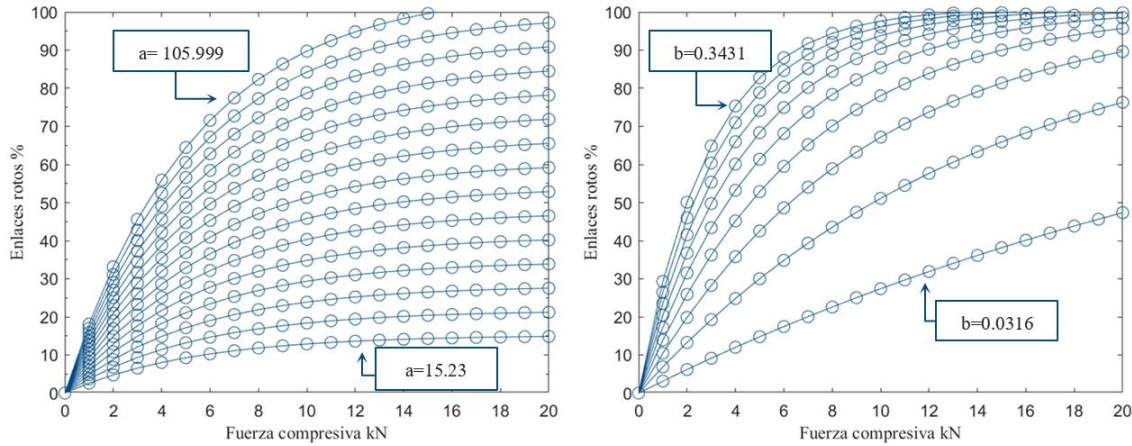


Figura 28. Variación del comportamiento del porcentaje de enlaces rotos. a) Al modificar el parámetro “a”. b) Al variar el parámetro “b”.

En la Figura 28(a) se observa la variación del comportamiento obtenido al modificar el parámetro α desde 15.23 a 105.999 en intervalos de 6.483. Utilizando un valor de β aproximado de 0.187, siendo el promedio de los tres casos de estudio. Se observó que al incrementar el valor de α , aumenta el porcentaje de enlaces rotos, con una pendiente mayor al inicio de la curva, llegando a una meseta al final. Sin embargo, esta pendiente es menor que al variar β .

Por otro lado, en la Figura 28(b) se observa la variación del comportamiento obtenido al modificar el parámetro β desde 0.03167 a 0.3431, en intervalos de 0.039, con un valor de α aproximado de 100.9. Se observó que al incrementar el valor de β , el aumento del porcentaje de enlaces rotos es bastante mayor, mostrando una curva considerablemente más pronunciada.

Esto indica que al aumentar β , el porcentaje de enlaces rotos incrementa más rápido, en especial en las primeras etapas de la curva. Esto sugiere que el material experimenta una mayor ruptura en las fases iniciales de la compresión.

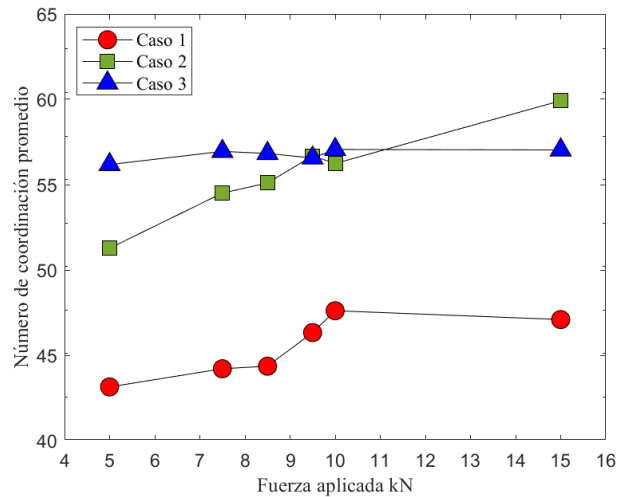


Figura 29. Evolución del número de coordinación.

También, se analizó la evolución comportamiento del número de coordinación promedio, como se puede apreciar en la Figura 29. Se observaron dos principales comportamientos. El primero está relacionado con la masa de estudio, puesto que, al tener una mayor masa en una misma geometría cilíndrica, se generó un mayor empaquetamiento. Esto debido al mayor número de partículas madres presentes.

Por otro lado, el segundo comportamiento está relacionado con la fuerza aplicada. Al aumentar la fuerza aplicada, incrementa el número de coordinación. Este comportamiento se debe a que, durante el primer segundo de compresión, la fuerza aplicada generó un reordenamiento de las partículas madres. Además, provocó la ruptura de enlaces por fricción entre las partículas y la placa. Esta ruptura de enlaces generó el desprendimiento de las meta-partículas, aumentando así el número de coordinación.

Sin embargo, el caso tres no sigue un comportamiento tan similar a los dos casos anteriores. Esto se debe a que las fuerzas aplicadas no generaron ruptura de enlaces significativas, como se puede apreciar en Figura 26(a). Por lo tanto, no se desprendieron muchas meta-partículas, manteniendo así más o menos constante el número de coordinación en este caso en particular.

Así mismo, se extrajeron los datos de la evolución del comportamiento de la fuerza compresiva total percibida por las meta-partículas. Este comportamiento se puede observar en la Figura 30, donde se apreció un comportamiento similar en los tres casos. A medida se aumentó la fuerza aplicada, también

aumentó la fuerza sentida por las partículas. Sin embargo, en el primer caso, se observó una notable disminución de la fuerza compresiva, debido a la ruptura de una gran parte de los enlaces entre las meta-partículas. Esto generó que no haya resistencia a esta fuerza aplicada.

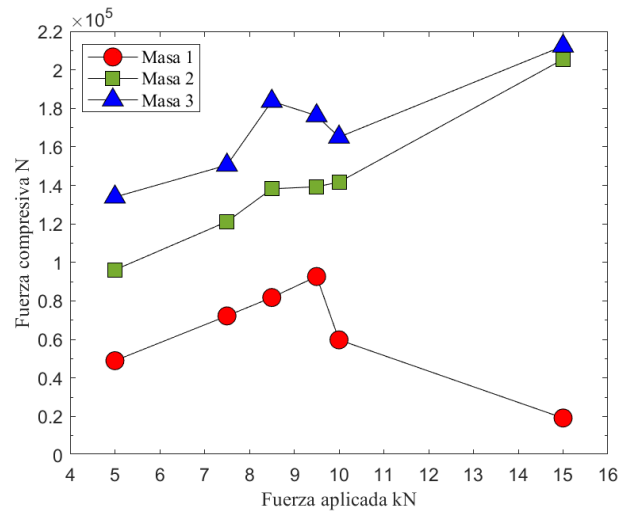


Figura 30. Evolución de la fuerza compresiva total experimentada por las meta-partículas.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El presente trabajo muestra la utilización del modelo BPM en el software EDEM para analizar el comportamiento de la fractura de partículas irregulares al variar la fuerza compresiva y la masa. Se inicia con un modelo de calibración y validación, en el que se recrean las simulaciones de impacto realizadas por Jiménez-Herrera et al. (2018). Se comparan los resultados obtenidos, con el objetivo de garantizar que las propiedades mecánicas reflejen de manera precisa el comportamiento.

Posteriormente, se comienzan los modelos de prueba, los que consisten en la compresión de una única partícula irregular simple. Esto permite de identificar los mecanismos básicos de deformación y fractura, sin la influencia de interacciones más complejas. A continuación, se desarrollan simulaciones más complejas, aplicando seis fuerzas compresivas a tres masas diferentes. El objetivo es analizar cómo varía el comportamiento de los enlaces rotos conforme aumenta las fuerzas compresivas, y cómo influye la variación de la masa.

Respecto a los resultados obtenidos, se pueden extraer las siguientes conclusiones referentes al comportamiento de las meta-partículas y de los enlaces.

- Meta-partículas
 - Tal como se esperaba, la forma de la partícula influye en la resistencia a la compresión de la partícula, donde a mayor esfericidad, mayor resistencia. Este comportamiento se debe a que las partículas irregulares pueden que experimenten una distribución de esfuerzos de forma desigual, lo que provoca fallas en zonas específicas.
 - El tamaño de la meta-partícula está relacionado con el radio de enlaces, por lo influye en la resistencia de la partícula. En consecuencia, es importante encontrar un equilibrio al definir este tamaño. El radio de enlace no debe ser muy grande, para mantener la similitud con los granos de la roca. A su vez, no puede ser muy pequeña, pues limitaría el tamaño del radio de enlace, resultando en partículas frágiles.
 - Durante la compresión del tercer caso, se visualiza cómo se generan redes de contacto entre las meta-partículas, debido a la presencia de una mayor cantidad de partículas madre. Lo que sugiere que un mayor número de contactos entre las meta-partículas pueden mejorar la resistencia del conjunto.

- Enlaces
 - Las fuerzas se transmiten de meta-partícula a meta-partícula, a través de los enlaces paralelos que unen a cada una. Esto genera cadenas que recorren la estructura de partícula madre de extremo a extremo.
 - Como era de esperar, a medida se aumenta la fuerza compresiva, el porcentaje de enlaces rotos incrementa gradualmente durante los primeros segundos de compresión. La ruptura de estos primeros enlaces en su mayoría es por fricción. Posteriormente, este incremento se acelera, para luego disminuir su pendiente acercándose asintóticamente al 100%, alcanzando una meseta en los casos más extremos.
 - Cuando el empaquetamiento es bajo, la concentración principal de esfuerzos en los enlaces se da en los puntos de contactos entre las partículas madres y la placa. Sin embargo, durante la compresión, dos factores cambian este comportamiento. Primero, ocurre una redistribución de las partículas madres. Segundo, la ruptura de enlaces genera el desprendimiento de meta-partículas, lo que incrementa el número de coordinación. Estos factores inducen la creación de nuevos puntos de contacto, en los que los esfuerzos sobre los enlaces aumentan, provocando eventualmente su ruptura.

En general, se observa una menor resistencia en los casos de partículas irregulares en comparación de las partículas esféricas, debido a la distribución desigual de los esfuerzos. Los resultados también muestran que, conforme aumenta la fuerza aplicada a una misma masa, el porcentaje de enlaces rotos incrementa. Esto se debe a una mayor concentración de esfuerzos en los enlaces ubicados en las cercanías de los puntos de contacto. Además, al aplicar la misma fuerza a una mayor masa, se obtiene una mayor distribución de las fuerzas, lo que resulta en menores concentraciones de esfuerzos y, por ende, un menor porcentaje de enlaces rotos.

La aplicación del modelo BPM en el software EDEM puede presentar limitaciones en relación con el tamaño de las meta-partículas. Puesto que para representar con mayor precisión el comportamiento de las rocas, es importante ajustar el tamaño de las meta-partículas al de los granos de una roca, lo que exige un gran requerimiento computacional.

No obstante, el modelo logra describir el comportamiento mecánico de la fractura bajo compresión, permitiendo una sencilla visualización de las cadenas de fuerzas formadas en el interior de la partícula. De igual forma, logró representar la influencia que tiene la forma de la partícula en la resistencia a la compresión y describir la influencia del empaquetamiento en la concentración de esfuerzos.

Sin embargo, no fue posible medir la granulometría final de los fragmentos de forma sencilla, ya que los modelos físicos de partícula a partícula del software EDEM aún están en proceso de optimización. Por lo tanto, es necesario esperar futuras versiones en las que las meta-partículas sean reconocidas por el software como una partícula diferente a la partícula madre.

Los resultados obtenidos en este estudio tienen implicaciones en la comprensión del comportamiento mecánico de fractura en materiales granulares. Esto resulta útil en distintas áreas, como la minería, la mecánica de suelos y rocas, entre otras. Este trabajo proporciona una base sobre el comportamiento de partículas irregulares bajo compresión lenta. Además, puede influir en el desarrollo de modelos más realistas, contribuyendo a mejorar estudios experimentales y análisis numérico-computacionales de sistemas granulares. El comportamiento de los enlaces descritos promueve avances en la modelización de materiales mediante la utilización de geometrías más complejas y heterogéneas.

En futuros trabajos, resulta interesante incorporar un conjunto de diferentes geometrías de partículas madres. Esto permitiría acercarse a una representación más realista del comportamiento del material, reflejando la variabilidad de formas que se encuentran en la naturaleza. De igual forma, se podría ocupar una curva granulométrica de partículas madres, para realizar una compresión con una mayor densidad de empaquetamiento. Esto permitiría un análisis más profundo de la influencia del empaquetamiento en el comportamiento a la compresión.

De igual forma, sería interesante utilizar una curva granulométrica para el tamaño de las meta-partículas para poder representar de mejor forma la geometría irregular de las rocas. Sin embargo, esto traería problemas al momento de definir el radio de enlace, para el que sería necesario definir un rango.

Por otro lado, poder incorporar microfisuras internas en las partículas madres. Esto permitiría simular de manera más realista las fallas preexistentes en los materiales naturales. Con el objetivo de describir cómo se inician y propagan las fracturas bajo diferentes cargas compresivas mediante el modelo BPM.

6. BIBLIOGRAFÍA

- Andreotti, B., Forterre, Y., & Pouliquen, O. (2013). Granular Media Between Fluid and Solid.
- Antillo, D. (2010). Estudio de esfuerzos en roca hundida por medio de elementos discretos. Universidad de Chile.
- Bombolakis, E. G. (1964). Photoelastic investigation of brittle crack growth within a field of uniaxial compression.
- Brace, W. F., & Jones, A. H. (1971). Comparison of uniaxial deformation in shock and static loading of three rocks. *Journal of Geophysical Research*, 76 (20), 4913–4921.
- Chen, Z., Wang, G., & Xue, D. (2021). An approach to calibration of BPM bonding parameters for iron ore. *Powder Technology*, 381, 245–254.
- Consejo Minero. (2023). Cifras actualizadas de la minería.
- Cundall, P. A. (1971). A computer model for simulating progressive, large-scale movements in blocky rock systems. *Proc. Symp. Znt. Sot. Rock Mech.*, Nancy 2, NO. 8.
- Cundall, P., & Strack, O. (1979). A discrete numerical model for granular assemblies (Vol. 29, Issue 1).
- Duque, A. (2016). Rediseño de punto de transferencia en sistema de correas transportadoras de mineral de cobre, mediante método de elementos discretos (DEM). Universidad de Chile.
- Gómez, R., Castro, R., Betancourt, F., & Moncada, M. (2021). Comparison of normalized and non-normalized block caving comminution models. *The Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 121.
- Gómez, R., Castro, R. L., Casali, A., Palma, S., & Hekmat, A. (2017). A Comminution Model for Secondary Fragmentation Assessment for Block Caving. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 50(11), 3073–3084.
- Griffith, A. (1921). The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions Of The Royal Society*, 221(1), 163–198. <https://doi.org/10.1098/rsta.1921.0006>
- Jiménez-Herrera, N., Barrios, G. K. P., & Tavares, L. M. (2018). Comparison of breakage models in DEM in simulating impact on particle beds. *Advanced Powder Technology*, 29(3), 692–706.

- Kazerani, T., & Zhao, J. (2010). Micromechanical parameters in bonded particle method for modelling of brittle material failure. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 34(18), 1877–1895.
- Manso, J., Marcelino, J., & Caldeira, L. (2019). Effect of the clump size for bonded particle model on the uniaxial and tensile strength ratio of rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 114, 131–140.
- Potyondy, D. O., & Cundall, P. A. (2004). A bonded-particle model for rock. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 41(8 SPEC.ISS.), 1329–1364.
- Quist, J., & Evertsson, C. M. (2016). Cone crusher modelling and simulation using DEM. *Minerals Engineering*, 85, 92–105.
- Terzaghi, Karl., Peck, R. B. ., & Mesri, Gholamreza. (1996). *Soil mechanics in engineering practice*. Wiley.
- Wong, L. N. Y., & Zhang, X. P. (2014). Size effects on cracking behavior of flaw-containing specimens under compressive loading. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 47(5), 1921–1930.
- Zhu, F., & Zhao, J. (2021). Interplays between particle shape and particle breakage in confined continuous crushing of granular media. *Powder Technology*, 378, 455–467.