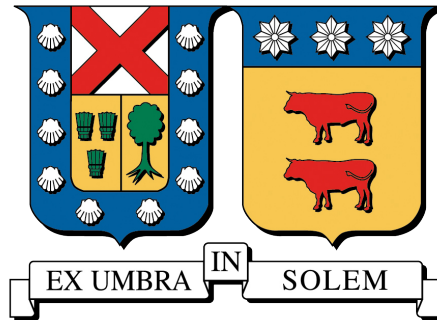


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA  
SANTIAGO - CHILE



**Estimación no-invasiva del flujo en arterias coronarias a partir de angiografías**

**Martín Antonio Morales Saldívar**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
Ingeniero Civil Mecánico

PROFESOR GUÍA : Dr. Ing. Joaquín Mura Mardones  
PROFESOR CORREFERENTE : Dr. Ing. Julio Sotelo Parraguez

ENERO 2021

---

## RESUMEN

La segmentación automática de arterias mediante algoritmos que mejoran las estructuras tubulares y la medición de distancias mediante algoritmos de Fast Marching no son un campo de estudio nuevo. Sin embargo, hasta hace poco, no se han propuesto algoritmos que estimen la velocidad dentro de las arterias utilizando ambos tipos de algoritmos en una secuencia de angiografías.

Este trabajo intenta desarrollar un método para estimar el flujo sanguíneo a través de las arterias coronarias siguiendo el movimiento del agente de contraste inyectado en una angiografía. Con este fin se estudian técnicas de segmentación automática y algoritmos de Fast Marching. Proponemos un conjunto de transformaciones geométricas para excluir movimientos no relacionados con las arterias coronarias que se encuentran en las imágenes médicas del sistema cardiovascular.

Finalmente, se implementa el algoritmo en angiografías sintéticas para evaluar su desempeño en condiciones controladas y en dos imágenes de angiografía real para observar su funcionamiento en condiciones de aplicación realistas.

**Keywords.** Segmentación de arterias, Fast Marching, Angiografías.

---

## ABSTRACT

Automatic segmentation of arteries using algorithms that enhance tubular structures and the measurement of distances using Fast Marching algorithms are both not a new field of study. However, until recently, no algorithms have been proposed that estimate the velocity inside arteries using both types of algorithms on a sequence of angiographies.

This work attempts to develop a method for estimating blood flow through coronary arteries by tracking the movement of the contrast agent injected in an angiography. For this purpose, automatic segmentation techniques and Fast Marching algorithms are studied. We propose a set of geometric transformations to exclude unrelated movements to coronary arteries found in the cardiovascular system's medical imaging.

Finally, the algorithm is implemented for synthetic angiographies to evaluate its performance under controlled conditions and for two real angiography images to observe its operation under realistic application conditions.

**Keywords.** Artery Segmentation, Fast Marching, Angiography.

# Índice de Contenidos

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Objetivos	1
1.1.1. Objetivo General	1
1.1.2. Objetivos Específicos	2
<b>2. Estado del arte</b>	<b>3</b>
2.1. Procesamiento de imágenes XRA	3
2.1.1. Clasificación de métodos de segmentación	3
2.1.1.1. Técnicas de reconocimiento de patrones	3
2.1.1.2. Enfoques basados en modelos	4
2.1.1.3. Enfoques basados en seguimiento	5
2.1.1.4. Enfoques basados en Redes Neuronales	5
2.1.2. Filtrado multiescala por realce de estructuras vasculares	6
2.1.2.1. Matriz Hessiana	6
2.1.3. Complementos al filtro de Frangi	8
2.1.3.1. Eliminación del borde del diafragma	8
2.1.3.2. Separación automática en capas	8
2.1.3.3. Utilización de bancos de filtros	9
2.2. Métodos de curvas de nivel y Fast Marching	9
2.2.1. Fast Marching	10
2.2.1.1. Formulación del algoritmo de Fast Marching	10
2.2.1.2. Aplicación de FM a medición de distancias	11
<b>3. Fast Marching y mapeo secuencial para cálculo de velocidades</b>	<b>14</b>
3.1. Pre-Procesamiento	15
3.1.1. Pasos previos a la binarización	15
3.1.1.1. Sustracción de Umbral Adaptativo	17
3.1.1.2. Sustracción de capa respiratoria	18
3.1.2. Binarización Inicial y Reconstrucción	18
3.1.3. Ponderación, Filtro de Frangi y Binarización Final	19
3.1.3.1. Ponderación	20
3.1.3.2. Filtro de Frangi	20
3.1.3.3. Binarización Final	21
3.2. Mapas de distancias	22
3.2.1. Detección automática de los puntos de partida	22
3.2.2. Fast Marching	23
3.2.3. Eliminación del catéter	24
3.2.4. Marco de referencia	27
3.3. Geometría única	28
3.3.1. Mapeo de un cuadro en el siguiente	30
3.3.2. Transformación Secuencial	35

3.4. Cálculo de las velocidades . . . . .	36
3.4.1. Detección de puntos finales . . . . .	36
3.4.2. Mapas de velocidades . . . . .	36
<b>4. Resultados</b>	<b>39</b>
4.1. Arterias artificiales . . . . .	39
4.1.1. Arteria artificial simple I . . . . .	39
4.1.2. Arteria artificial simple II . . . . .	42
4.1.3. Arteria artificial con distintos niveles de desplazamiento diagonal . . . . .	45
4.1.4. Análisis de resultados . . . . .	50
4.2. Prueba en 15 fps . . . . .	50
4.2.1. Segmentación manual . . . . .	51
4.2.2. Segmentación automática . . . . .	56
4.2.3. Análisis de resultados . . . . .	64
4.3. Prueba en 25 fps . . . . .	65
4.3.1. Segmentación manual . . . . .	66
4.3.2. Segmentación automática . . . . .	72
4.3.3. Análisis de Resultados . . . . .	83
<b>5. Discusión</b>	<b>85</b>
<b>6. Conclusión</b>	<b>86</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>87</b>
<b>A. Separación automática de ramas</b>	<b>89</b>
<b>B. Detección de puntos finales</b>	<b>91</b>

# Índice de Tablas

4.1. Tabla de Información de la primera angiografía sintética . . . . .	40
4.2. Tabla de Información de la primera angiografía sintética . . . . .	42
4.3. Tiempo de cálculo - Prueba 15 fps - Segmentación manual . . . . .	51
4.4. Tiempo de cálculo - Prueba 15 fps - Segmentación automática . . . . .	56
4.5. Tabla de Información obtenida directamente desde DICOM . . . . .	65
4.6. Tiempo de cálculo - Prueba 25 fps - Segmentación Manual . . . . .	66
4.7. Tiempo de cálculo - Prueba 25 fps - Segmentación Automática . . . . .	72

# Índice de Figuras

2.1. <i>Izquierda:</i> Angiografía sin procesar. <i>Derecha:</i> Resultado de la aplicación del filtro de Frangi. En la imagen procesada se observan también destacadas estructuras que no pertenecen a arterias, por lo que la utilización del filtro de Frangi debe ser complementada con otros métodos, como los estudiados en la siguiente sección. . . . .	7
2.2. Utilización de un umbral adaptativo. <i>Izquierda:</i> Angiografía inicial con todas sus capas. <i>Centro:</i> Imagen resultado del cerrado morfológico que representa la capa respiratoria. <i>Derecha:</i> Resultado de la sustracción de la capa respiratoria desde la angiografía . . . . .	9
2.3. Visualización en dos dimensiones del algoritmo de Fast Marching . . . . .	11
2.4. Visualización de una imagen binaria previa a la aplicación de fast marching. A la izquierda la imagen binaria y a la derecha la matriz que matlab interpreta para generar la imagen . . . . .	12
2.5. Valores adimensionales entregados por el algoritmo de fast marching . . . . .	12
2.6. Visualización en dos dimensiones del algoritmo de Fast Marching y las distancias adimensionales entregadas . . . . .	13
3.1. Diagrama de bloques del algoritmo propuesto. Se representa el algoritmo propuesto en dos columnas para diferenciar la etapa de procesamiento de la etapa de pre-procesamiento. Si es que la secuencia de angiografías está previamente segmentada, la etapa de pre-procesamiento puede ser descartada. . . . .	15
3.2. Comparación entre los valores numéricos de dos sectores de intensidades distintas en una misma imagen del tipo escala de grises. Los mayores valores se asocian a mayor intensidad de luz y los menores valores se asocian a la ausencia de luz. . . . .	16
3.3. Problemas con la utilización de un umbral uniforme en toda la imagen. <i>Izquierda:</i> Angiografía previa a la binarización. <i>Derecha:</i> Resultado del proceso de binarización de la imagen a la izquierda. En el resultado se observa que sectores que visiblemente no representan vasos sanguíneos están presentes después de la binarización. Por lo tanto, este proceso debe ser refinado. . . . .	17
3.4. Utilización de un umbral adaptativo. <i>Izquierda:</i> Angiografía previa al proceso de binarización. <i>Centro:</i> Umbral adaptativo obtenido desde la imagen a la izquierda. <i>Derecha:</i> Resultado de la sustracción del umbral adaptativo en la angiografía inicial . . . . .	17
3.5. <i>Izquierda:</i> Angiografía a la que se le ha sustraído el umbral adaptativo y la capa respiratoria. <i>Centro:</i> Resultado directo de la binarización. <i>Derecha:</i> Binarización una vez que se han eliminado los cúmulos de puntos pequeños. . . . .	18
3.6. Elemento estructurante . . . . .	19
3.7. <i>Izquierda:</i> Resultado de la eliminación de cúmulos de puntos en una binarización. <i>Derecha:</i> Resultado de reconstruir la imagen de la izquierda utilizando el elemento estructurante creado a la medida . . . . .	19
3.8. <i>Izquierda:</i> Resultado de la binarización de la Imagen a la que se le sustrajo el umbral adaptativo. <i>Centro:</i> Imagen a la que se le sustrajo el umbral adaptativo. <i>Derecha:</i> Resultado de la ponderación entre ambas imágenes. El resultado de la binarización que se ocupa como input en este proceso presenta artefactos que cuya influencia es disminuida luego de la ponderación. . . . .	20

3.9. *Izquierda*: Resultado de la ponderación. *Derecha*: Resultado de la aplicación del filtro de Frangi a la imagen ponderada. Las flechas indican estructuras con altas posibilidades de no ser eliminadas debido a la intensidad de sus pixeles. . . . . 21

3.10. *Izquierda*: Resultado del filtro de Frangi. *Derecha* Resultado de la binarización final. Se observa que existen casos en que ciertas estructuras logran sobrevivir a la binarización de la imagen . . . . . 21

3.11. Acercamiento al sector donde se encuentran los puntos de partida. En el borde de la imagen, los únicos puntos distintos de rojo son los puntos que son seleccionados automáticamente como puntos de partida de la medición. . . . . 22

3.12. Superposición de dos cuadros adyacentes temporalmente binarizados. En la figura se observa que a pesar de ser cercanas temporalmente, son muy pocos los puntos que tienen ubicaciones en común desde un cuadro al siguiente. . . . . 24

3.13. Representación en dos cuadros distintos arbitrarios en donde se puede observar el punto que se busca establecer como el nuevo punto de partida. . . . . 25

3.14. Rectas Tangentes. En blanco se muestran distintas rectas tangentes a la arteria y en rojo se muestra la recta tangente al punto que se busca establacer como nuevo punto de partida. . . . 26

3.15. Recta tangente y eliminación del catéter. A la izquierda se muestra la intersección del catéter con la línea central ponderada de las arterias detectadas y a la derecha se muestra aislada la porción correspondiente al cateter . . . . . 27

3.16. Resultado final de la detección del catéter. De izquierda a derecha se muestran: Las arterias detectadas, su catéter y las arterias sin la presencia del catéter . . . . . 27

3.17. Mapa de distancias obtenido desde el nuevo punto de partida . . . . . 28

3.18. Esta figura muestra la dificultad de transformar la geometría de un cuadro en la geometría de uno que esté muy lejano temporalmente. . . . . 29

3.19. Esta figura muestra lo similares que son dos cuadros adyacentes temporalmente. . . . . 30

3.20. Representación de la linea central de la segmentación. . . . . 31

3.21. Línea central ponderada . . . . . 32

3.22. Superposición de imágenes en la que se observa cuáles como los puntos de un cuadro anterior pueden ser ubicados en un cuadro posterior modificando su geometría pero conservando la información de distancia. . . . . 33

3.23. Superposición de imagenes en la que se observa cuáles puntos de la arteria estudiada existen sobre la siguiente arteria. . . . . 34

3.24. Representación de la imagen de salida en la que se transforman las distancias medidas hacia la disposición geométrica de la figura patrón. . . . . 35

3.25. Determinación del punto adecuado que se debe restar al máximo actual para estimar la velocidad de avance. Esta figura representa en rojo los puntos más lejanos en los que detectó tinte en el cuadro anterior y el punto verde es uno de todos los puntos que representan hasta donde se detectó tinte en el cuadro actual. En la figura se presenta solo un único punto verde dado que este procedimiento se realiza por separado para cada uno de los puntos de avance del cuadro actual. En el algoritmo se calcula un mapa de distancia, utilizando FM, desde el punto verde y utilizando como dominio la arteria. El punto más cercano, entonces, es el punto que se define como avance anterior y es el que se utiliza para el calculo de velocidad local. . . 37

4.1. Representación artificial de una restricción simple . . . . . 40

4.2. Representación de un avance intermedio a través de la restricción simple . . . . . 41

4.3. Representación del avance total a través de una restrucción simple . . . . . 41

4.4. Mapa de velocidades obtenido a través de una restricción simple . . . . . 42

4.5. Arteria artificial que presenta una bifurcación y dos constricciones . . . . . 43

4.6. FM aplicado a un avance intermedio . . . . . 43

4.7. FM aplicado al avance final . . . . . 44

4.8. Mapa de velocidades calculado a partir de los avances detectados cuadro a cuadro en el avance del tinte a través de la arteria artificial . . . . . 44

4.9. Visualización que muestra qué tanto se desplaza cada cuadro de la figura patrón y el resultado de su transformación geométrica hacia la geometría patrón, en el caso de un desplazamiento diagonal de 10 pixeles. . . . . 45

4.10. Mapa de velocidades obtenido para el desplazamiento del tinte a través de una arteria sintética con un desplazamiento diagonal de 10 pixeles . . . . . 46

4.11. Visualización que muestra qué tanto se desplaza cada cuadro de la figura patrón y el resultado de su transformación geométrica hacia la geometría patrón, en el caso de un desplazamiento diagonal de 20 pixeles. . . . . 47

4.12. Mapa de velocidades obtenido para el desplazamiento del tinte a través de una arteria sintética con un desplazamiento diagonal de 20 pixeles . . . . . 48

4.13. Visualización que muestra qué tanto se desplaza cada cuadro de la figura patrón y el resultado de su transformación geométrica hacia la geometría patrón, en el caso de un desplazamiento diagonal de 30 pixeles. . . . . 49

4.14. Mapa de velocidades obtenido para el desplazamiento del tinte a través de una arteria sintética con un desplazamiento diagonal de 30 pixeles . . . . . 50

4.15. *Izquierda:* Cuadro en que se detectó visualmente que comienza a avanzar el tinte fuera del catéter *Derecha:* Cuadro final, en el que se detectó visualmente que el tinte había completado su recorrido. . . . . 51

4.16. *Izquierda:* Segmentación manual del primer cuadro de la secuencia angiográfica.*Derecha:* Segmentación manual del último cuadro de la secuencia. . . . . 51

4.17. *Izquierda:* FM aplicado al cuadro inicial.*Derecha:* FM aplicado al cuadro final. El propósito de este FM es la determinación de la longitud del catéter en cada cuadro . . . . . 52

4.18. *Izquierda:* Segmentación del cuadro inicial con la longitud del cateter eliminada.*Derecha:*Segmentación del cuadro final con la longitud del cateter eliminada. . . . . 52

4.19. *Izquierda:* FM aplicado a la segmentación del cuadro inicial.*Derecha:* FM aplicado a la segmentación del cuadro final. Esta es la información de distancias utilizada para calcular velocidades . . . . . 53

4.20. Representación de un cuadro arbitrario sobre la figura patrón . . . . . 53

4.21. Representación del cuadro arbitrario ya transformado en la figura patrón . . . . . 54

4.22. Representación de dos puntos de avance pertenecientes a cuadros distintos utilizados para el cálculo de velocidades en ese sector . . . . . 55

4.23. Velocidad de avance calculada a través de todo la trayectoria recorrida por el tinte representada en la figura patrón. . . . . 56

4.24. *Izquierda:* Cuadro en que se detectó visualmente que comienza a avanzar el tinte fuera del catéter *Derecha:* Cuadro final, en el que se detectó visualmente que el tinte había completado su recorrido. . . . . 57

4.25. *Izquierda:* Cuadro final *Derecha:* Umbral adaptativo calculado a partir del cuadro final . . . 57

4.26. *Izquierda:* Cuadro final *Derecha:* Cuadro final luego de que se le resta el umbral adaptativo . 58

4.27. Cerrado morfológico del cuadro final . . . . . 58

4.28. *Izquierda:* Cuadro final *Derecha:* Cuadro final una vez que se le resta el cerrado morfológico 59

4.29. *Izquierda:* Filtro de frangi aplicado al cuadro inicial *Derecha:* Filtro de frangi aplicado al cuadro final . . . . . 59

4.30. *Izquierda:* Binarización del cuadro inicial *Derecha:* Binarización del cuadro final. De esta manera se obtienen las segmentaciones a utilizar. . . . . 60

4.31. *Izquierda:* FM aplicado al cuadro inicial *Derecha:* FM aplicado al cuadro final . . . . . 60

4.32. *Izquierda:* Segmentación del cuadro inicial una vez eliminada la longitud correspondiente al catéter *Derecha:* Segmentación del cuadro final una vez eliminada la longitud correspondiente al catéter . . . . . 61

4.33. *Izquierda:* FM aplicado al cuadro inicial sin catéter *Derecha:* FM aplicado al cuadro final sin catéter . . . . . 61

4.34. Representación de un cuadro arbitrario sobre la geometría patrón . . . . . 62

4.35. Representación de la transformación geométrica de un cuadro arbitrario en la geometría patrón 63

4.36. Mapa de velocidades final representado en la figura patrón . . . . . 64

4.37. *Izquierda*: Cuadro en que se detectó visualmente que comienza a avanzar el tinte fuera del catéter *Derecha*: Cuadro final, en el que se detectó visualmente que el tinte había completado su recorrido. . . . . 66

4.38. *Izquierda*: Primer cuadro del conjunto estudiado, segmentado manualmente. *Derecha*: Último cuadro del conjunto estudiado, segmentado manualmente. . . . . 67

4.39. *Izquierda*: Mapa de distancias obtenido por FM del primer cuadro *Derecha*: Mapa de Fast Marching obtenido en el cuadro final. La única utilidad de este fast Marching es la detección del largo del catéter para su posterior eliminación. . . . . 67

4.40. *Izquierda*: Segmentación del cuadro inicial en que se ha logrado eliminar la presencia del catéter *Derecha*: Segmentación del cuadro final en que se ha eliminado la presencia del catéter. 68

4.41. *Izquierda*: FM sin catéter del primer cuadro de la secuencia *Derecha*: FM sin catéter del último cuadro de la secuencia . . . . . 68

4.42. Representación de un cuadro arbitrario contrastado con el cuadro final utilizado como geometría patrón . . . . . 69

4.43. Representación de la transformación geométrica del cuadro arbitrario en el cuadro patrón . . . . . 70

4.44. Representación de dos puntos utilizados para determinar el avance del tinte desde un cuadro al otro . . . . . 71

4.45. Representación final de las velocidades calculadas en base a una segmentación manual sobre la figura patrón . . . . . 72

4.46. *Izquierda*: Cuadro final *Derecha*: Umbral adaptativo calculado en base al cuadro final . . . . . 73

4.47. *Izquierda*: Cuadro Final *Derecha*: Resultado de restar al cuadro final el umbral adaptativo . . . . . 73

4.48. Estructuras estáticas detectadas en el cuadro inicial . . . . . 74

4.49. *Izquierda*: Cuadro inicial *Derecha*: Cuadro inicial con al que se le han restado todas las estructuras que no son vasculares . . . . . 74

4.50. Segmentación automática del cuadro final . . . . . 75

4.51. Ponderación entre el cuadro final y la segmentación automática del cuadro final . . . . . 76

4.52. Filtro de frangi aplicado a la ponderación . . . . . 77

4.53. Segmentación automática final . . . . . 78

4.54. *Izquierda*: FM aplicado al cuadro inicial *Derecha*: FM aplicado al cuadro final. El fin de este FM es detectar la longitud del catéter . . . . . 78

4.55. *Izquierda*: Segmentación del cuadro inicial con el cateter eliminado *Derecha*: Segmentación del cuadro final con el catéter eliminado . . . . . 79

4.56. *Izquierda*: Mapa de distancia del cuadro inicial una vez eliminado el cateter. *Derecha*: Mapa de distancia obtenido una vez eliminado el cateter del cuadro final . . . . . 79

4.57. Comparación entre las posiciones de un cuadro arbitrario y el cuadro final utilizado como patrón geométrico . . . . . 80

4.58. Resultado de la transformación geométrica de un cuadro arbitrario en el cuadro final . . . . . 81

4.59. Representación de dos puntos distintos pertenecientes a cuadros distintos desde los cuales se obtiene el desplazamiento de un cuadro a otro en ese sector de la figura patrón . . . . . 82

4.60. Mapa de velocidades que representa las distintas velocidades de avance del tinte sobre la figura patrón . . . . . 83

A.1. Detección de bifurcación y separación en ramas . . . . . 89

A.2. Mapa de velocidades ensamblado . . . . . 90

B.1. Representación del algoritmo de detección de puntos finales . . . . . 91

B.2. caso 1 . . . . . 92

B.3. caso 2 . . . . . 92

# 1 | Introducción

Según el Instituto Nacional de Estadísticas, durante el año 2018, las enfermedades del sistema circulatorio causaron un total de 28, 199 fallecimientos, convirtiendo este grupo de padecimientos en la principal causa de muerte a nivel nacional INE (2018). En particular, las arterias coronarias que irrigan a los músculos cardíacos, pueden verse afectadas por la acumulación de placas ateroscleróticas, lo que tiene una alta prevalencia en Chile. Actualmente, este proceso lo realiza un médico altamente calificado de manera cualitativa a partir de una secuencia de imágenes angiográficas. Sin embargo, la presencia de esta condición podría ser detectada por medio de la observación en los cambios del flujo en arterias coronarias.

Los cardiólogos cuentan con una amplia variedad de métodos obtener imágenes angiográficas, pero para encontrar lesiones como las que se presentan con la enfermedad de arteria coronaria (CAD)<sup>1</sup> el método más confiable es la angiografía por medio de rayos X (XRA)<sup>2</sup>. Aún así, las imágenes obtenidas por medio de XRA son, generalmente, difíciles de manejar debido al ruido, al bajo contraste y a la variación de intensidad que provoca la presencia de algunos órganos del paciente en la angiografía.

Existen distintas formas de tratar las imágenes angiográficas para destacar las estructuras tubulares que pueden ser identificadas como vasos sanguíneos, los métodos Hessianos, como el filtro de Frangi, son particularmente eficaces para lograr este propósito.

Debido a los movimientos internos que presentan las angiografías, la medición de longitudes es un desafío. Esto se debe a la dificultad de definir un marco de referencia coherente desde un cuadro al siguiente desde el cual realizar la medición. Además, las distancias obtenidas deben ser medidas a lo largo de las arterias por lo que se requiere una forma de medir distancias geodésicas y no euclidianas.

En este trabajo se propone una secuencia de distintos algoritmos de pre-procesamiento de imágenes, de medición de longitudes a través de las arterias y transformación geométrica de arterias a una arteria patrón con el fin de estimar velocidades de avance del tinte radio-opaco a través de arterias.

Con este propósito es que este trabajo se propone cumplir los siguientes objetivos.

## 1.1. Objetivos

### 1.1.1. Objetivo General

Desarrollar un modelo computacional de estimación de parámetros de flujo en arterias coronarias y aplicarlo a una secuencia de angiografías real.

<sup>1</sup>por sus siglas en inglés *Coronary Artery Disease*

<sup>2</sup>por sus siglas en inglés *X Ray Angiography*

### 1.1.2. Objetivos Específicos

- Revisar las metodologías y algoritmos computacionales más recientes para la segmentación de imágenes angiográficas.
- Desarrollar un algoritmo computacional de segmentación de imágenes enfocado en la detección del avance del flujo en arterias coronarias, que incorpore una medida geodésica sobre las arterias segmentadas, con el fin de medir distancias en una secuencia sucesiva de angiografías.
- A partir del conjunto de datos de distancia obtenidos con los algoritmos desarrollados, estimar velocidades de avance en una secuencia de angiografías reales y comparar los resultados con secuencias de angiografías desarrolladas sintéticamente.

## 2 | Estado del arte

El problema de determinar parámetros de flujo a través de secuencias de imágenes angiográficas requiere de distintas herramientas desarrolladas en distintas dos áreas de la computación. Estas son el procesamiento de imágenes XRA para la delimitación de los caminos por dónde debe realizarse la medición y los métodos de curvas de nivel para calcular posición y avance. Por lo tanto, es necesario revisar los avances más relevantes para el presente trabajo en ambas áreas.

### 2.1. Procesamiento de imágenes XRA

Según [Kato et al. \(2010\)](#), las imágenes XRA son actualmente el test de mayor fiabilidad al momento de diagnosticar una CAD. Este método de obtención de imágenes médicas requiere de la inserción de un tubo externo, llamado catéter, a través de la ingle, cuello o el brazo del paciente hasta alcanzar la arteria que se quiere estudiar. En este punto un agente radio-opaco es inyectado y se capturan secuencias de imágenes en las que el avance del contraste puede indicar la presencia de lesiones en las arterias.

A pesar de su amplio uso ([Fazlali et al., 2018](#)), hasta el momento no se han desarrollado algoritmos que puedan obtener campos de velocidades a partir de secuencias de angiografías. En general, las imágenes XRA se procesan para facilitar la determinación de características geométricas particulares de un vaso o del comportamiento del flujo sanguíneo a través de este.

#### 2.1.1. Clasificación de métodos de segmentación

Actualmente, existen variadas técnicas de extracción vascular que han sido probadas y documentadas exhaustivamente. En la etapa de pre-procesamiento de las imágenes de este trabajo se ocupan principalmente métodos de realce de estructuras tubulares junto con métodos de segmentación, pero estos no son los únicos métodos existentes. La siguiente clasificación de técnicas y métodos está basada principalmente en el trabajo presentado por [Kirbas and Quek \(2004\)](#).

##### 2.1.1.1. Técnicas de reconocimiento de patrones

Este tipo de técnicas se basan en tratar de replicar, por medio de algoritmos, la forma en que la visión humana reconoce patrones. De esta manera, los algoritmos de reconocimiento de patrones buscan identificar estructuras vasculares automáticamente a través de sus características.

Las Técnicas de reconocimiento de patrones se dividen en:

- A. *Enfoques multiescala*. Los algoritmos multiescala son algoritmos rápidos y eficientes que dividen su búsqueda de características en distintos niveles de detalle. Las estructuras más grandes se encuentran en imágenes de baja resolución y una vez segmentadas, se procede a encontrar las estructuras más pequeñas procesando imágenes de menor resolución. El trabajo de [Sarwal and Dhawan \(2001\)](#) muestra

la detección de arterias en tres procesos sucesivos en los que la resolución aumenta a cada iteración, encontrando de esta manera arterias de distinto tamaño.

- B. *Enfoques basados en esqueletos*. Este tipo de métodos encuentran la línea central de las arterias y reconstruyen la geometría de las arterias conectando estas líneas centrales. El proceso para encontrar las líneas centrales de arterias de basa en procesos de umbralización seguidos por procesos de estrechamiento.
- C. *Enfoques de crecimiento de región*. En estos algoritmos, a partir de una locación semilla definida el algoritmo barre a través de la imagen encontrando los puntos que tengan intensidades y ubicaciones similares. Esto se realiza bajo la premisa de que dos puntos adyacentes con intensidades similares deben pertenecer al mismo objeto. El problema con este tipo de métodos es que requieren que el usuario entregue puntos de partida. Además, debido a la superposición de estructuras y la variación de intensidad que esto puede causar, este tipo de algoritmos es propenso a entregar agujeros en las arteria. Así, este tipo de enfoques necesita procesamiento posterior para llegar al resultado deseado.
- D. *Enfoques de detección de cimas*. Los métodos que se basan en la detección de cimas tratan las imágenes grises como un mapa de elevación en donde los puntos de cresta son encontrados recorriendo el mapa de elevación desde cualquier punto en dirección de el gradiente de elevación más elevado. Un ejemplo de este tipo de procedimientos es lo presentado en el trabajo [Guo and Richardson \(1998\)](#). En su trabajo se ocupan angiografías como mapas de elevación. Una vez pre-procesadas por filtros, un proceso de umbralización adaptativo encuentra las regiones de interés a ser procesadas. Esto reduce la posibilidad de falsos positivos en la detección de arterias.
- E. *Enfoques basados en geometría diferencial*. En los enfoques basados en geometría diferencial, las imágenes médicas de dos y tres dimensiones definen a hipersuperficies <sup>3</sup> de tres y cuatro dimensiones respectivamente. La información se obtiene a partir de analizar la curvatura de la superficie, en donde las cimas corresponden a las líneas centrales de las estructuras vasculares.
- F. *Enfoques de coincidencia de filtros*. Este tipo de métodos aplican una operación de convolución a la imagen junto con una serie de distintos filtros para obtener la distintas estructuras que se buscan. Es importante que los filtros de detección sean diseñados con el objetivo de encontrar vasos sanguíneos en distintas direcciones. En general, este tipo de procedimientos precede a una etapa de angostamiento y binarización para obtener líneas centrales y los contornos de las arterias.
- G. *Esquemas de morfología matemática*. Las operaciones morfológicas matemáticas más utilizadas son dilatación y erosión. En estas operaciones se define un elemento estructurante que se añade a los objetos para tapar agujeros resultando en una dilatación de la imagen, o se remueve de los objetos resultando en una erosión de la imagen. Combinaciones de estas operaciones dan lugar a operaciones más complejas como el cerrado, que es dilatación seguida por erosión o la apertura, que es erosión seguida por dilatación. [Figueiredo and Leitao \(1995\)](#) aplican operaciones morfológicas para detectar el contorno de vasos sanguíneos con el beneficio de no tener que suavizar la superficie, evitando el ruido añadido, y no necesitar un fondo homogéneo, lo que facilita su utilización en imágenes sin procesar.

### 2.1.1.2. Enfoques basados en modelos

Este tipo de algoritmos aplican modelos de estructuras vasculares para extraerla desde las imágenes y se dividen en:

#### A. Modelos deformables

- a. *Modelos paramétricos deformables* Estos modelos deformables encuentran los contornos de los objetos deformando curvas paramétricas definidas para deformarse bajo la acción de fuerzas internas y externas. Las fuerzas internas son las que imponen la suavidad de la curva y las fuerzas externas son las encargadas de llevar la curva hacia la forma definida por la imagen. Una

<sup>3</sup>Las hipersuperficies son una generalización en  $n$ -dimensiones del concepto clásico de una superficie en 3 dimensiones. La dimensión de una hipersuperficie es uno menos que el espacio que la contiene

desventaja de este tipo de algoritmos es que se requiere que el usuario entregue un gran cantidad de puntos iniciales.

- b. *Modelos de geometría deformable y propagación de frente* Este tipo de algoritmos utilizan el método de conjunto de nivel para detectar formas en la imagen. Según [Osher and Sethian \(1988\)](#) este método permite realizar cálculos numéricos en superficies y las curvas que las delimitan sin necesidad de parametrizarlas. El método computacionalmente eficiente propuesto por [Sethian \(1996\)](#) es el algoritmo en que se basa este trabajo, por lo tanto, en la sección siguiente se profundiza mucho más en él.
- B. *Modelos paramétricos* La utilización de este tipo de algoritmos depende de la obtención, desde la imagen, de distintos parámetros que se ingresan a modelos que describen a las arterias y vasos como conjuntos de elipses o círculos. Dado que la forma general de los vasos sanguíneos está definida previa a la implementación del método, su aplicación es útil solo con arterias sanas y falla al momento de detectar arterias que presenten algún tipo de irregularidad patológica.
- C. *Enfoques de coincidencia de plantillas* Este enfoque requiere de la definición previa de una plantilla geométrica que es posteriormente deformada para alcanzar la forma del objeto estudiado.

### 2.1.1.3. Enfoques basados en seguimiento

Los métodos basados en seguimiento se diferencian de los métodos de reconocimiento de patrones en que los primeros se enfocan en sectores y objetos de la imagen ya definidos como arterias para seguir su comportamiento y los segundos aplican sus operadores a la totalidad de la imagen para lograr destacar estructuras que terminan siendo catalogadas como tubulares.

El trabajo de [Hart and Holley \(1993\)](#) muestra el desarrollo de un sistema de seguimiento automático de arterias por bloques, en el que la información extraída en un bloque como grosor y orientación es utilizada en el siguiente bloque. Problemas con este método son la necesidad de valores semilla para la orientación y grosor de arterias dadas por el usuario, su lentitud y que tiene problemas en seguir bifurcaciones.

### 2.1.1.4. Enfoques basados en Redes Neuronales

Según [van Gerven and Bohte \(2017\)](#) las redes neuronales artificiales son un modelo computacional inspirado en el comportamiento de las redes neuronales que constituyen los cerebros animales. Este tipo de redes simula el aprendizaje utilizado en el reconocimiento de patrones.

En el procesamiento de imágenes médicas, las redes neuronales artificiales se ocupan principalmente como un método de clasificación y segmentación de imágenes en que los criterios de clasificación son refinados a través del aprendizaje.

Un importante problema con este tipo de métodos es que el aprendizaje está supeditado a la calidad y el tamaño del conjunto de datos con el que se entrena el algoritmo. Añadir más datos implica entrenar nuevamente al algoritmo y supervisararlo durante el proceso. Este problema se soluciona con algoritmos que se entrenen a sí mismos como se muestra en el trabajo de [Kohonen \(2001\)](#)

Recientemente, [Islam et al. \(2020\)](#) presentaron un análisis de los modelos en segmentación de estructuras vasculares retinales. En este estudio se midió el desempeño de 31 algoritmos distintos y se encontró que los algoritmos que utilizan Deep Learning resultaron ser de alta eficacia, incluso comparable con la de un humano experto.

De este estudio se destacan los siguientes trabajos:

- A. *A Three-Stage Deep Learning Model for Accurate Retinal Vessel Segmentation*. En este trabajo [Yan et al. \(2019\)](#) buscaron combatir la baja precisión con que se segmentan los vasos más delgados en comparación a los vasos más gruesos por medio de un modelo Deep Learning de tres etapas: Segmentación de arterias gruesas, segmentación de arterias delgadas y fusión de vasos. La separación

en distintas etapas permite que el aprendizaje del modelo sea más eficiente al enfocarse en solo un orden de tamaños por etapa.

- B. *Retinal blood vessel segmentation from diabetic retinopathy images using tandem PCNN model and deep learning based SVM*. El trabajo de [Jebaseeli et al. \(2019\)](#) utilizada histogramas adaptativos de contraste limitado (CLAHE)<sup>4</sup> para eliminar el fondo de las imágenes y destacar las estructuras de vasos sanguíneos. También utiliza el modelo de Redes Neuronales acopladas en tándem por pulso (TPCNN)<sup>5</sup> y una máquina de vectores de apoyos basada en Deep Learning (DLBSVM)<sup>6</sup> para clasificar y extraer vasos sanguíneos. Todo esto aplicado a la Retinopatía Diabética.

## 2.1.2. Filtrado multiescala por realce de estructuras vasculares

El Filtrado multiescala por realce de estructuras vasculares (Multiscale vessel enhancement filtering) es un procedimiento propuesto por [Frangi et al. \(1998\)](#) que destaca las estructuras visibles con forma de vasos sanguíneos con el propósito de una eventual segmentación. El filtro propuesto por Frangi destaca las estructuras geométricas que puedan ser catalogadas como tubulares. Para esto se analizan los valores propios de la matriz hessiana obtenida al estudiar, por medio de una expansión de Taylor de segundo orden, el comportamiento local de cada punto perteneciente a la imagen a filtrar.

En la siguiente sección, basada en el análisis por [Pita \(1995\)](#) se explica qué es la matriz Hessiana y posteriormente se utilizan los conceptos desarrollados para explicar el funcionamiento del filtro de Frangi.

### 2.1.2.1. Matriz Hessiana

Sea  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  con derivadas parciales de segundo orden  $\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}$  continuas, la expansión de Taylor local en  $n$  dimensiones es:

$$f(\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{x}) = \bar{\mathbf{x}} + \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_i} (\bar{\mathbf{x}} + \xi \mathbf{x}) x_i x_j \quad (2.1)$$

En la expresión 2.1 es de especial importancia el término:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_i} (\bar{\mathbf{x}} + \xi \mathbf{x}) x_i x_j \quad (2.2)$$

Dado que los los valores  $\frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_i} (\bar{\mathbf{x}} + \xi \mathbf{x})$  son números reales, por simplificación serán llamados  $h_{ij}$ . Se define entonces  $H$  como la matriz  $n \times n$  cuyos elementos son  $h_{ij}$  con  $i, j = 1, 2, \dots, n$  y que cumple con:

$$\mathbf{x} H \mathbf{x}' = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1n} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{n1} & h_{n2} & \cdots & h_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

La matriz  $H$  compuesta de las derivadas parciales de segundo orden de la función  $f$  es llamada **Matriz Hessiana** o **Hessiano** de la función  $f$ .

<sup>4</sup>Contrast Limited Adaptive Histogram Equalization

<sup>5</sup>Tandem Pulse Coupled Neural Network

<sup>6</sup>Deep Learning Based Support Vector Machine

En el trabajo de Frangi la expansión de Taylor local de segundo de un punto  $x$  dentro de una imagen  $L$  se plantea de la siguiente manera:

$$L(x_0 + \delta x_0, s) \approx L(x_0, s) + \delta(x_0)^t \nabla_{0,s} + \delta(x_0)^t H_{0,s} \delta x_0 \quad (2.4)$$

Donde  $\nabla_{0,s}$  y  $H_{0,s}$  son el vector gradiente y la matrix Hessiana de la imagen en  $x_0$  respectivamente a escala  $s$ .

Intuitivamente, el sentido de analizar la matrix Hessiana para detectar estructuras tubulares es medir el contraste entre regiones que se encuentren dentro del rango  $(-s, s)$  en la dirección de la derivada. Para lograr esto es que la descomposición de valores propios extrae tres direcciones ortonormales que son independientes del escalamiento de la imagen.

Estas direcciones sirven para representar todo vecindario de la imagen centrado en  $x_0$  en un elipsoide cuyos ejes están alineados con los vectores propios de la matrix Hessiana y la longitud de cada semieje es el valor propio correspondiente a la dirección.

Dado que la matrix Hessiana en general describe la curvatura local de una función, la matrix Hessiana de una imagen cuyos valores corresponden a intensidades de luz entrega una medida de la tendencia que tienen las intensidades locales a variar.

De esta manera, los valores propios de la matrix Hessiana en un punto local determinan que un punto pertenece a una región tubular si:

- El primero de los valores propios, el encargado de la orientación del elipsoide, es mínimo y de preferencia cero. Esto indica que en esa dirección no existe una variación de intensidad, lo que es de esperar si es que el elipsoide está alineado con una estructura tubular localmente continua.
- El segundo de los valores propios, el encargado de indicar la tendencia a la variación de la intensidad de los píxeles en dirección perpendicular al vaso sanguíneo, es mucho mayor que el primer valor propio. Esto indica que en un espacio reducido la intensidad local varía rápidamente, lo que concuerda con lo observado al recorrer un vaso sanguíneo desde la línea central radialmente hacia afuera.
- Si es que el análisis está siendo realizado en tres dimensiones, se espera que el tercer valor propio tenga un comportamiento similar al segundo, indicando una variación rápida de intensidad en un corto espacio. Este resultado es intuitivamente esperable dada la simetría radial que poseen las estructuras tubulares.



**Figura 2.1:** Izquierda: Angiografía sin procesar. Derecha: Resultado de la aplicación del filtro de Frangi. En la imagen procesada se observan también destacadas estructuras que no pertenecen a arterias, por lo que la utilización del filtro de Frangi debe ser complementada con otros métodos, como los estudiados en la siguiente sección.

### 2.1.3. Complementos al filtro de Frangi

Dado que los enfoques hessianos más clásicos son sensibles al ruido, los resultados pueden mostrar errores de discontinuidad. Debido a esto es que se han propuesto métodos complementarios al filtro de frangi para mejorar la segmentación de las arterias. Los siguientes son los más relevantes para el presente trabajo.

#### 2.1.3.1. Eliminación del borde del diafragma

En las angiografías de rayos X, el movimiento del diafragma y el latido del corazón se visualizan como variaciones del nivel de gris. Con estas indicaciones visuales presentes es posible que una perforación al miocardio pueda no ser detectada por algoritmos que evalúen cuantitativamente el nivel de gris de algún sector. Esta dificultad afecta tanto a la detección visual como a la automática.

Cuando el tinte radio-opaco pasa a través del miocardio, indicando alguna lesión en el sector, el flujo es distinguible ya que es más oscuro que el fondo de la imagen, pero su detección es dificultada por la superposición periódica del miocardio y el diafragma, que en la angiografía son más oscuros que el tinte radio-opaco. De esta manera, el diafragma puede ser confundido con un vaso sanguíneo.

Existen distintos métodos para eliminar la presencia del diafragma en las angiografías. Algunas de estas prácticas se basan simplemente en que el diafragma no esté presente, lo que implica que el paciente deba aguantar su respiración mientras se obtienen las imágenes de un ciclo completo de análisis del miocardio, pero como es de esperar, no todos los pacientes son capaces de eso.

Otros métodos buscan eliminar la presencia del diafragma de manera automática al momento de procesar una imagen angiográfica. Se ha propuesto modelar el diafragma como el arco de una circunferencia y buscar entre todas los arcos detectables en la imagen el que sea más similar al arco modelado. Los métodos más actuales que siguen esta misma línea proponen modelar el diafragma como un polinomio, lo que lleva a resultados cada vez más acertados a medida que aumenta el grado del mismo.

Para secuencias de imágenes angiográficas se ha propuesto agregar un paso más en el que se estudian los caminos que siguen los bordes de las arterias y diferenciar a los bordes cuyo comportamiento se asemeje al movimiento respiratorio.

Petkov et al. (2014) proponen eliminar el diafragma digitalmente conociendo previamente la forma de este, modificando el enfoque polinomial hacia uno más flexible y disminuyendo la posibilidad de que bordes y objetos similares no pertenecientes al diafragma sean considerados añadiendo criterios probabilísticos para juzgar la forma detectada del diafragma. La forma del diafragma varía poco de paciente en paciente, por lo tanto, una vez elegido uno de los modelos para estimar la forma del borde del diafragma, la distribución de los distintos parámetros del modelo en se estima utilizando modelos de mezcla gaussiana. Para evitar que la detección de bordes de diafragma se vea afectada por la presencia en la imagen de las arterias, las arterias se cierran morfológicamente con un elemento estructurante circular cuyo radio es uno de los parámetros a optimizar en el método.

Cuando se procesa una imagen angiográfica, a través de un filtro que resalta estructuras vasculares, el borde del diafragma es generalmente detectado como un vaso sanguíneo. Por lo tanto, un método eficaz de detección de borde de diafragma es especialmente útil para refinar el resultado.

Dado que en las angiografías se proyectan objetos tridimensionales en archivos bidimensionales, los tejidos interiores son representados como capas semitransparentes. Las distintas formas en que estas representaciones pueden superponerse complican el diseño de algoritmos de detección de vasos sanguíneos la detección automática de vasos sanguíneos.

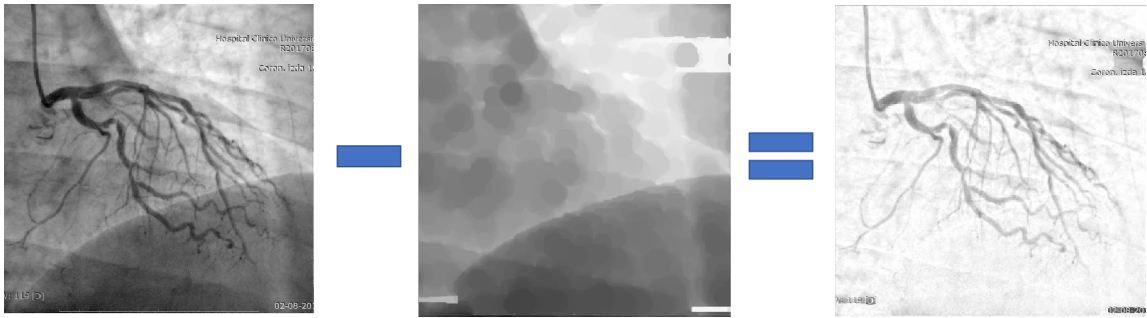
#### 2.1.3.2. Separación automática en capas

Ma et al. (2017) propone separar las imágenes angiográficas en tres distintas capas: una capa respirato-

ria, una capa semiestática y una capa que contenga la información de los vasos sanguíneos y la instrumentación médica. Este procedimiento se lleva a cabo en dos etapas:

En la primera etapa se genera una capa que contenga las grandes estructuras encargadas de la respiración, como el diafragma. Esta se obtiene eliminando de la imagen los objetos pequeños, como vasos sanguíneos, catéteres, puntos quirúrgicos y cables. Para esto se aplica una operación de cerrado morfológico con un elemento estructurante de un tamaño similar a las estructuras que se busca eliminar.

La imagen obtenida es denominada *capa respiratoria*. Una vez obtenida, esta imagen es sustraída de la imagen original.



**Figura 2.2:** Utilización de un umbral adaptativo. *Izquierda:* Angiografía inicial con todas sus capas. *Centro:* Imagen resultado del cerrado morfológico que representa la capa respiratoria. *Derecha:* Resultado de la sustracción de la capa respiratoria desde la angiografía

En la siguiente etapa se remueven las estructuras más pequeñas en movimiento, como los vasos sanguíneos y catéteres.

### 2.1.3.3. Utilización de bancos de filtros

Truc et al. (2009) propone la utilización de la información direccional presente en la imagen como ayuda al proceso de realce vascular en imágenes angiográficas y fotografías retinales. A pesar de que imágenes en tres dimensiones entregan mucha más información, los resultados obtenidos en evaluaciones médicas utilizando imágenes en 2D son lo suficientemente buenas.

Normalmente, los filtros utilizados para destacar arterias basados en el cálculo de valores propios de matrices hessianas tienen que realizar sus cálculos en imágenes con una considerable cantidad de ruido. En cambio, lo que se propone es que la imagen sea deconstruida direccionalmente. Esto es separar todas las características lineales de la imagen original en un conjunto de imágenes que contengan pequeños rangos direccionales, llamadas imágenes unidireccionales. Específicamente, se generan a partir de la imagen distintas imágenes, cada una con un conjunto de arterias con direcciones similares. La operación descrita es realizada al filtrar la imagen a través de un banco de filtros direccionales libres de decimaciones (decimation-free directional filter bank o DDFB).

Dado que el ruido es naturalmente omnidireccional, la descomposición direccional disminuye el ruido en cada una de las imágenes unidireccionales. Así, los valores propios de la matriz hessiana pueden obtenerse en un ambiente libre de ruido y mucho más rápido debido a que el cálculo es realizado en una dirección. Una vez procesadas, las imágenes libres de ruido vuelven a ensamblarse en una imagen final.

## 2.2. Métodos de curvas de nivel y Fast Marching

Los métodos de curvas de nivel de nivel son un conjunto de técnicas para resolver problemas que requieren modelar el comportamiento de una frontera que separa una o más regiones. Estos métodos tratan la

propagación de interfaz como un problema de valor inicial dependiente del tiempo. En el presente trabajo se utiliza un método conocido como fast marching (FMM) para medir la distancia a la que se encuentra cada punto de un dominio de una región de puntos de partida.

### 2.2.1. Fast Marching

El algoritmo Fast Marching, presentado por Sethian (1996), es un método numérico para la resolución ecuación de la Eikonal:

$$|\nabla u(x)| = \frac{1}{f(x)} \text{ for } x \in \Omega \quad (2.5)$$

$$u(x) = 0 \text{ for } x \in \partial\Omega$$

Donde  $\Omega$  corresponde a un subdominio en  $\mathbb{R}^n$  y  $\partial\Omega$  a su frontera. En general,  $f(x) > 0$  es conocida.

La Eikonal es una ecuación diferencial parcial no lineal que aparece, entre otros, en problemas de propagación de onda. Físicamente, la solución de esta ecuación,  $u(x)$  entrega el menor tiempo necesario para para viajar desde cada punto  $x$  perteneciente al dominio hasta una región del borde  $\partial\Omega$  por dentro del dominio  $\Omega$  a una velocidad  $f(x)$ . Si se asume  $f(x) = 1$ ,  $u(x)$  corresponde a la distancia mínima desde los puntos de partida hasta el punto  $x$ .

Lógicamente, si se que se están midiendo sucesivamente distancias mínimas, el valor a elegir de un conjunto de valores posibles debe ser el menor. Esto es mencionado para justificar, intuitivamente, algunas de las decisiones detalladas en el siguiente algoritmo descrito por Sethian.

#### 2.2.1.1. Formulación del algoritmo de Fast Marching

El algoritmo propuesto por Sethian resuelve la ecuación 2.5 de manera discreta.

En una malla de dos dimensiones, donde  $i$  y  $j$  denotan filas y columnas respectivamente, la discretización de 2.5, corresponde a:

$$\max(D_{ij}^{-x}u, -D_{ij}^{+x}u)^2 + \max(D_{ij}^{-y}u, -D_{ij}^{+y}u)^2 = \frac{1}{F_{ij}^2} \quad (2.6)$$

Donde  $D_{ij}^{-x}u = \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{h}$  y  $D_{ij}^{+x}u = \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{h}$ , que es la notación estándar utilizada en diferencias finitas.

La innovación del algoritmo de fast marching radica en que en su desarrollo se consideraron las condiciones entrópicas del movimiento de interfaces. Como consecuencia de esto, la información se propaga en una sola dirección, desde los valores más pequeños de  $u(x)$  hasta los valores más grandes. Considerando esto, el algoritmo construye la solución en el dominio completo resolviendo paso a paso el avance del frente de onda utilizando solo los valores adyacentes a este, resultando en una cantidad mucho más pequeña de puntos para manejar cada vez que se resuelve la ecuación.

Si se busca propagar una solución a través de una malla de  $N$  por  $N$  a una velocidad  $F_{ij}$ , cuando ya se conoce un conjunto de valores de  $u(x)$  aceptados, el algoritmo es el siguiente:

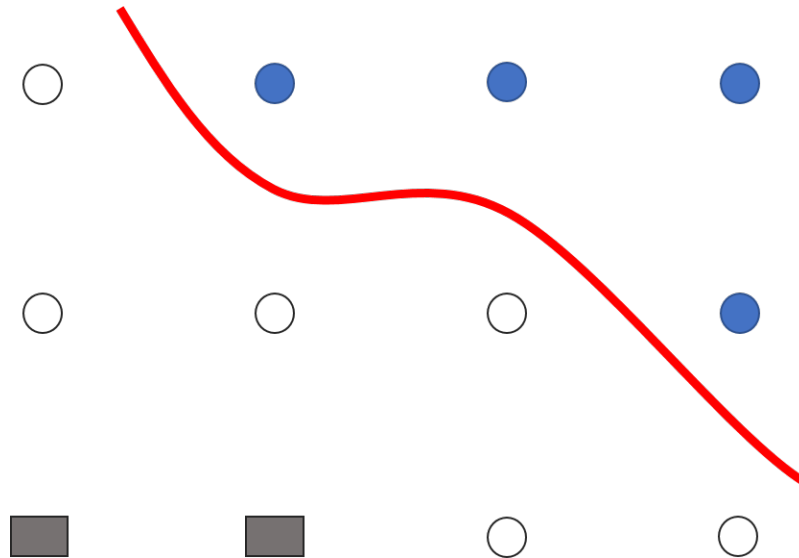
#### 1. Inicio

- a) (Puntos vivos: Discos azules): Sea  $A$  el conjunto de todos los puntos  $i, j = 1$  donde  $T_{i,1} = 0$  para todos los puntos en  $A$

- b) (Puntos del frente de onda: discos blancos): Sea *Frente de onda* el conjunto de puntos  $i, j = 2$  donde  $T_{ij} = \partial y / F_{ij}$  para todos los puntos pertenecientes a *Frente de onda*
- c) (Puntos Lejanos: Rectángulos grises): Sea *Puntos Lejanos* el conjunto de todos puntos  $i, j > 2$  donde  $T_{ij} = \infty$ .

## 2. Avance

- a) Comienzo del ciclo: Sea  $(i_{min}, j_{min})$  el punto en el *Frente de Onda* con el valor más pequeño de  $T$ .
- b) Se añade el punto  $(i_{min}, j_{min})$  a  $A$  y se elimina del *Frente de Onda*.
- c) Se marca como adyacente cualquier punto  $(i_{min} - 1, j_{min}), (i_{min} + 1, j_{min}), (i_{min}, j_{min} + 1), (i_{min}, j_{min} - 1)$  que pertenezca al *Frente de Onda* o a *Puntos Lejanos*, Si el nuevo punto adyacente pertenece a *Puntos Lejanos* debe ser removido y ser añadido a *Frente de Onda*.
- d) Se recalculan los valores de  $u$  en todos los puntos adyacentes de acuerdo con la ecuación (2.6), seleccionado el valor más grande de la ecuación cuadrática.
- e) Regresar al principio del ciclo.

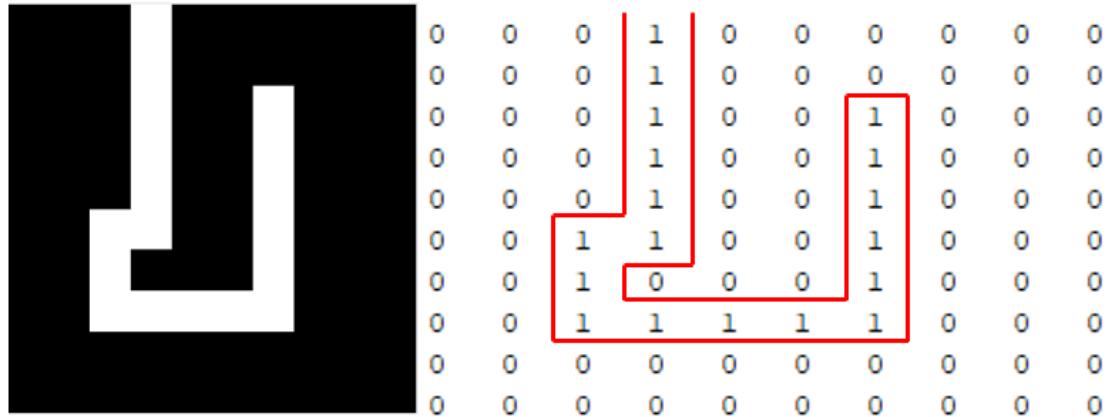


**Figura 2.3:** Visualización en dos dimensiones del algoritmo de Fast Marching

### 2.2.1.2. Aplicación de FM a medición de distancias

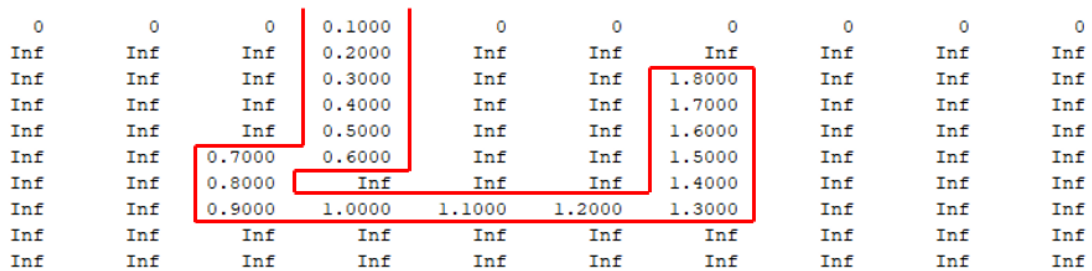
En este trabajo se utilizó el paquete de fast marching para Matlab "Toolbox Fast Marching" desarrollado por [Peyre \(2020\)](#). Este paquete permite resolver la ecuación eikonal en el entorno de matlab utilizando el algoritmo descrito anteriormente y es capaz de entregar mapas de distancias para geometrías de 2 y 3 dimensiones. El valor de distancias encontrado por el paquete entrega sus resultados midiendo la distancia en pixeles de un punto al origen y dividiendo el resultado por la cantidad de pixeles que conforman el lado de la matriz cuadrada utilizada como imagen. De esto se desprende que las distancias medidas con el paquete fast marching son en realidad adimensionales.

Para mostrar el funcionamiento de este paquete es que a continuación se aplica a una geometría arbitraria en una imagen de 10x10 pixeles.



**Figura 2.4:** Visualización de una imagen binaria previa a la aplicación de fast marching. A la izquierda la imagen binaria y a la derecha la matriz que matlab interpreta para generar la imagen

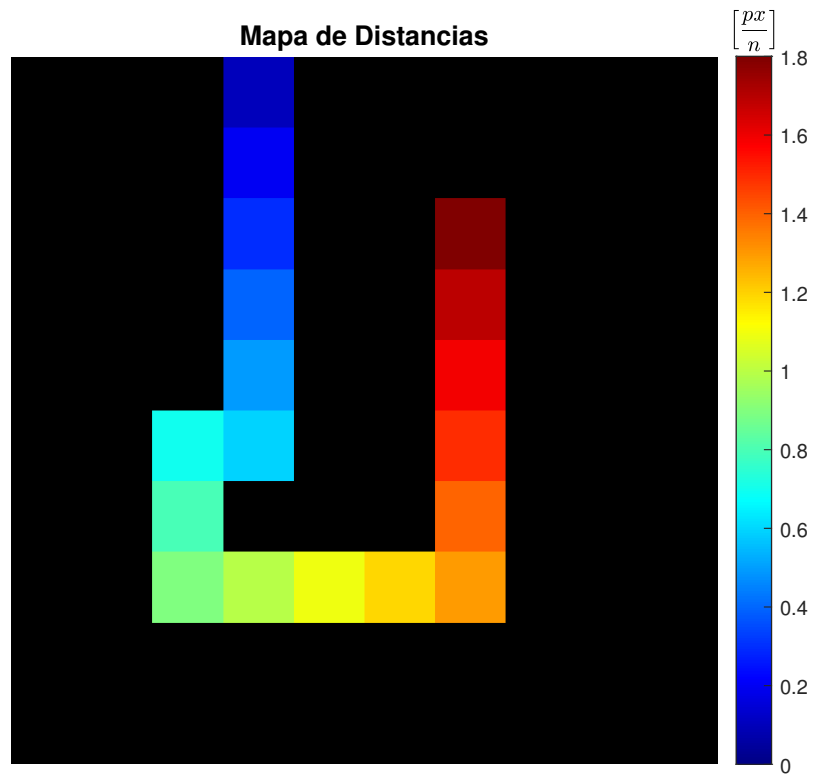
En la imagen binaria original 2.4, el conjunto de puntos no nulos representado por las celdas cuyo valor es 1 el camino por el que se permite que avance la onda desde su punto de partida. Dado que se busca determinar mapas de distancia, este es el camino a través del cual es posible medir la distancia a los puntos de partida.



**Figura 2.5:** Valores adimensionales entregados por el algoritmo de fast marching

Una vez realizado el fast marching sobre la matriz original todos los valores iguales a cero en son transformados en inf. Esto indica que ese sector estaba fuera del dominio. Por otro lado, los valores iguales a 1 en la matriz original son transformados en la distancia al origen que se mide desde su posición. En concordancia con la forma en que los valores se adimensionalizan es que en 2.5, los valores de distancia obtenidos van desde 0,1 para el punto más cercano al punto de partida hasta 1,8 para el pixel número 12.

La particular forma de este camino de ejemplo, aunque arbitraria, tiene la función de mostrar cómo las distancias que entrega el fast marching dependen del camino por el cual es posible recorrer la geometría. De esta manera, aunque visualmente el punto final del camino está más cerca del punto de partida que la mayoría de los puntos, su valor es el más alto de todos. Intuitivamente, esto indica que el fast marching entrega la distancia recorrida y no el desplazamiento total.



**Figura 2.6:** Visualización en dos dimensiones del algoritmo de Fast Marching y las distancias adimensionales entregadas

Luego de haber estudiado todos estos distintos métodos, se decide que el trabajo combinará el filtro de frangi con los complementos de eliminación del borde del diafragma y la separación automática en capas. Posteriormente, se utilizará Fast Marching para medir distancias. Además de los métodos estudiados, se requiere desarrollar un método que transforme los resultados obtenida con Fast Marching en información que permita calcular velocidades en un conjunto de angiografías de manera coherente.

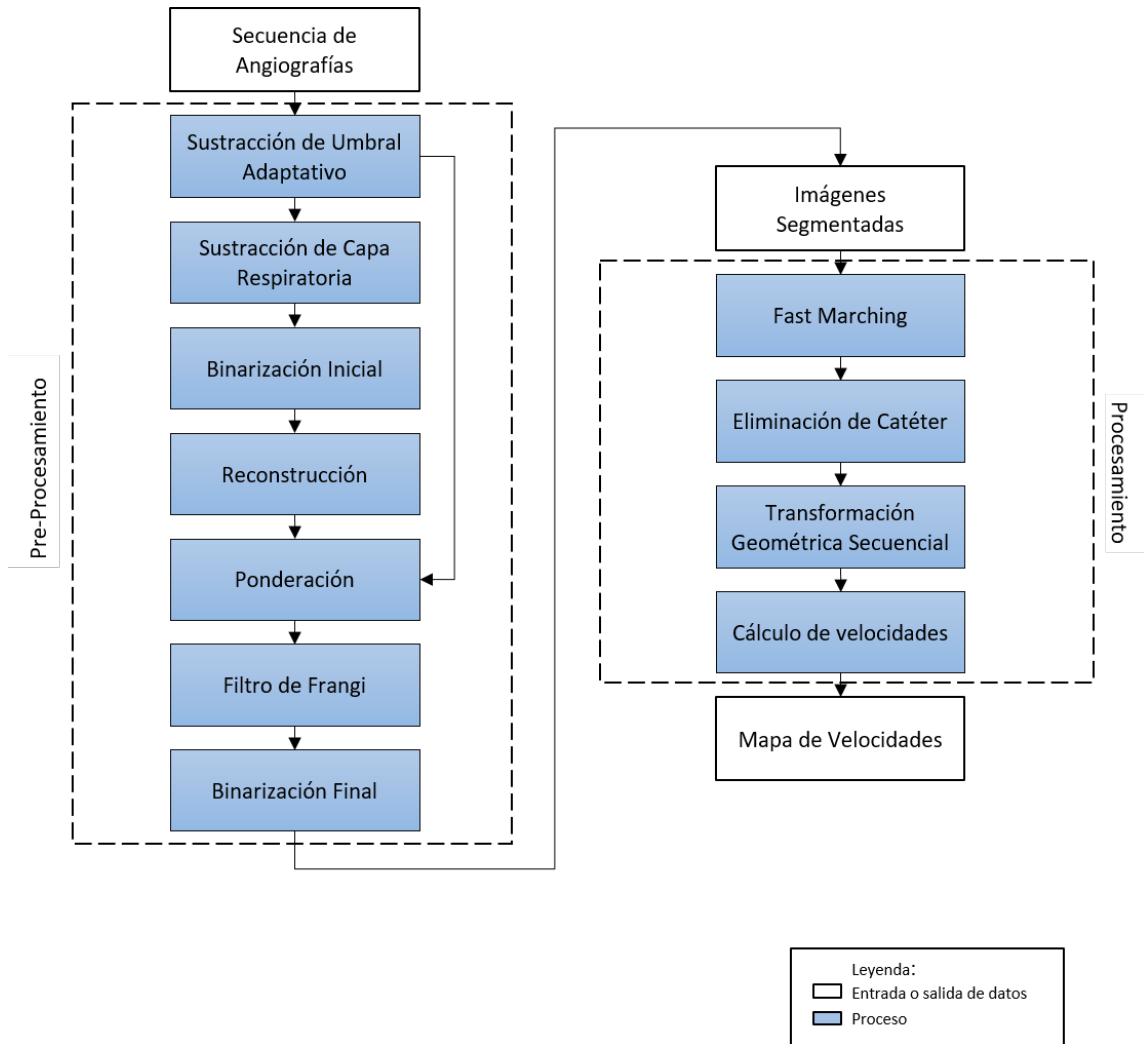
## 3 | Fast Marching y mapeo secuencial para cálculo de velocidades

Hasta este momento se ha presentado el algoritmo Fast Marching como herramienta de medición de distancias en imágenes únicas, no necesariamente pertenecientes a un conjunto más grande. En este capítulo se desarrolla la aplicación del algoritmo Fast Marching sobre un grupo de angiografías secuenciales con el fin de poder determinar la velocidad a la que fluye el contraste en cada una de las arterias por las que pasa. Esto es, Desde su inyección en el catéter hasta su llegada a los vasos más sanguíneos más pequeños. El diagrama de bloques del código se muestra en la figura 3.1

Para obtener una estimación del mapa de velocidades, es necesario obtener una serie de mapas de distancias que indiquen qué tan alejado se encuentra cada punto perteneciente al tinte inyectado de un punto de partida común. Una vez obtenido estos mapas de distancias, se procede en cada vaso sanguíneo visible a seguir un punto representativo del avance local del tinte. La estimación de velocidad local se obtendrá al dividir la variación de distancia del punto representativo en el número de cuadros necesarios para realizar el avance.

Los problemas surgen al tratar de definir un punto de partida común para cada uno de los cuadros. Debido a los movimientos inherentes de los órganos y tejidos presentes en la angiografía, nunca un punto que físicamente se encuentre en una posición definida estará en la misma ubicación en el cuadro siguiente de la secuencia. Es entonces necesario encontrar la forma de llevar todas las distancias medidas a una figura patrón que permita la definición de un marco de referencia coherente en cada uno de los cuadros. Sin este marco de referencia único, es imposible el cálculo de velocidades.

Otro problema es la determinación cuantitativa de cuáles píxeles de las imágenes pertenecen o no al contraste inyectado en la imagen. El proceso en que se separan las zonas de interés de una imagen de la información de fondo se conoce como segmentación y es parte vital de este trabajo. Visualmente, el conjunto de arterias que ya han recibido el tinte es fácil de detectar, basta con observar cuáles píxeles son más oscuros en la imagen y cuáles de estos parecen tener una estructura tipo tubular, por esto, parte del desarrollo inicial de este trabajo se realizó basado en una segmentación manual. Una vez comprobado el funcionamiento para esta segmentación manual, se procedió a refinar el proceso de segmentación automática que se detalla en la siguiente sección.



**Figura 3.1:** Diagrama de bloques del algoritmo propuesto. Se representa el algoritmo propuesto en dos columnas para diferenciar la etapa de procesamiento de la etapa de pre-procesamiento. Si es que la secuencia de angiografías está previamente segmentada, la etapa de pre-procesamiento puede ser descartada.

### 3.1. Pre-Procesamiento

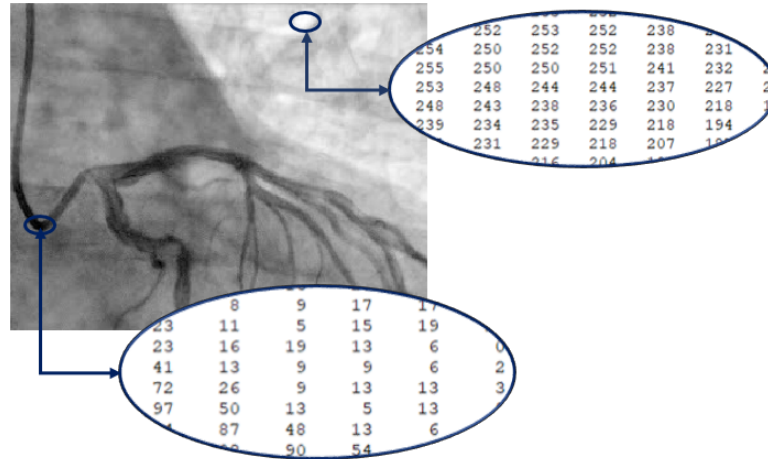
En esta sección se describen la secuencia de procesos que permiten llevar una angiografía a una imagen binaria en donde los únicos valores distintos de cero son los píxeles pertenecientes al contraste inyectado. La binarización de la imagen es particularmente útil porque le indica al resto del código, cuál información es la información útil, dónde actuar y dónde no actuar.

#### 3.1.1. Pasos previos a la binarización

La segmentación de una imagen requiere que exista un criterio claro que debe ser cumplido por los píxeles que estarán presentes una vez binarizada la imagen. Los píxeles que cumplan serán representados en la imagen resultante por un 1 y los que no cumplan, serán representados con un 0.

Durante la mayor parte del procesamiento de cada una de los cuadros del video, las imágenes con las que se trabaja son del tipo escala de grises. En este tipo de imágenes digitales, cada una de las celdas de la

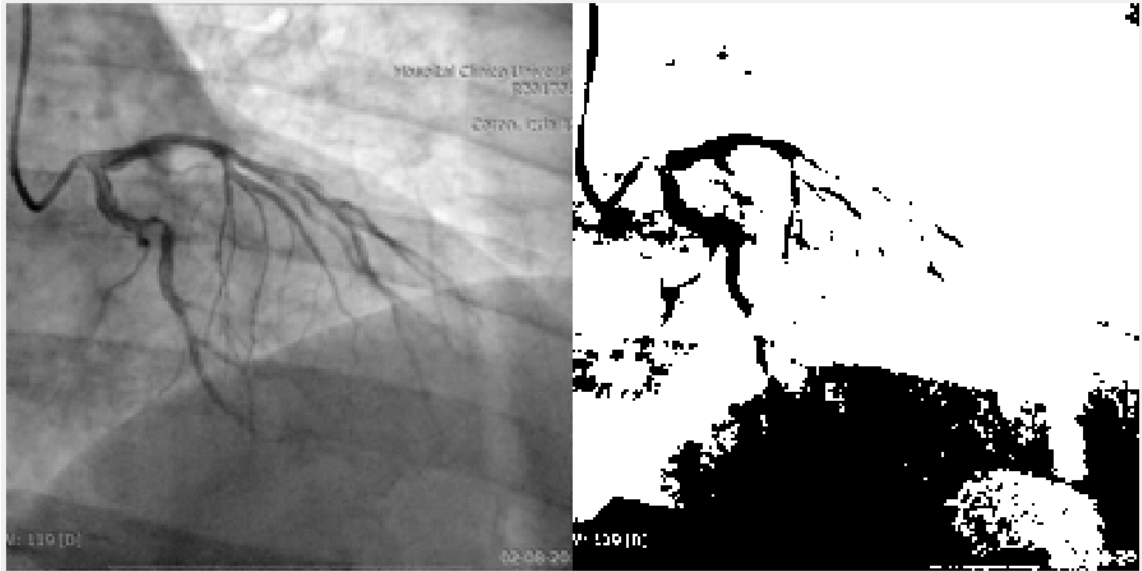
matriz almacena la información correspondiente a un único pixel de la imagen. La información almacenada es un valor que indica la intensidad de luz que representa ese pixel, los valores más bajos corresponden a intensidades de luz más baja y por lo tanto a pixeles más oscuros. Por otro lado, mientras más cercano esté la intensidad asociada de un pixel a los valores más altos del rango, el pixel se verá cada vez más cercano al blanco. Una comparación entre ambos casos es presentada en la figura 3.2



**Figura 3.2:** Comparación entre los valores numéricos de dos sectores de intensidades distintas en una misma imagen del tipo escala de grises. Los mayores valores se asocian a mayor intensidad de luz y los menores valores se asocian a la ausencia de luz.

En las angiografías los vasos sanguíneos se ven más oscuros que los tejidos de los demás órganos visibles en la imagen y por lo tanto, presentan valores de intensidad más cercanos a cero. Lógicamente, la definición de un valor de intensidad fijo como umbral es un criterio poderoso para la binarización de una imagen. Aquellos pixeles cuya intensidad sea mayor que el umbral serán descartados y los que estén bajo el umbral, serán conservados.

Este simple criterio de binarización presenta muchos problemas. Al observar la figura 3.3 se puede notar que pixeles no pertenecientes a la arteria cumplen con el criterio de binarización y por lo tanto prevalecen erróneamente luego de procesada la imagen. Esto se debe a que aunque no haya llegado contraste a estos sectores, las distintas capas de tejido presentes en la imagen se superponen dificultando el paso de los rayos, lo que se representa en la angiografía como un sector oscuro. Por lo tanto, es necesario encontrar la forma de disminuir la influencia de los tejidos presentes en la angiografía y de destacar las estructuras que presenten formas similares a las de un vaso sanguíneo.

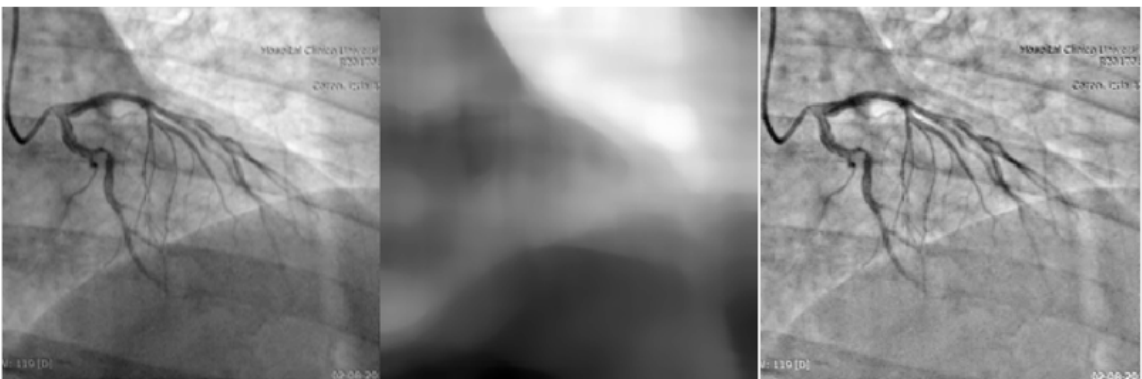


**Figura 3.3:** Problemas con la utilización de un umbral uniforme en toda la imagen. *Izquierda:* Angiografía previa a la binarización. *Derecha:* Resultado del proceso de binarización de la imagen a la izquierda. En el resultado se observa que sectores que visiblemente no representan vasos sanguíneos están presentes después de la binarización. Por lo tanto, este proceso debe ser refinado.

#### 3.1.1.1. Sustracción de Umbral Adaptativo

Dado que el problema principal detectado hasta el momento es la unicidad del umbral a través de toda la imagen, surge como alternativa determinar un umbral que varíe a través de toda la imagen. Un umbral del tipo adaptativo obtiene el valor local del umbral de la imagen basándose en los valores de intensidad de los píxeles aledaños para obtener un promedio local. Así, el umbral deja de ser un punto único y se transforma en una matriz con un umbral distinto para cada punto.

El umbral adaptativo es una versión de características suavizadas de la imagen original. En esta imagen desaparecen las arterias y todas las estructuras finas, pero sí se mantienen los gradientes de color asociados a la superposición de órganos y tejidos. Por lo tanto, un uso novedoso para el umbral adaptativo es sustraerlo de la angiografía original. El resultado de esta operación es visible en la figura 3.4.



**Figura 3.4:** Utilización de un umbral adaptativo. *Izquierda:* Angiografía previa al proceso de binarización. *Centro:* Umbral adaptativo obtenido desde la imagen a la izquierda. *Derecha:* Resultado de la sustracción del umbral adaptativo en la angiografía inicial.

El proceso de restar el umbral adaptativo a la imagen tiene motivación y resultados comparables al proceso propuesto por [Ma et al. \(2017\)](#) como separación de capas. Este proceso también es utilizado y su aplicación se detalla en la siguiente sección.

### 3.1.1.2. Sustracción de capa respiratoria

Según lo visto en 2.1.3.2, la capa respiratoria puede obtenerse cerrando morfológicamente una angiografía y restando la imagen cerrada desde la angiografía. En este trabajo, la imagen resultante de la resta del umbral adaptativo es la que se utiliza en el cerrado morfológico.

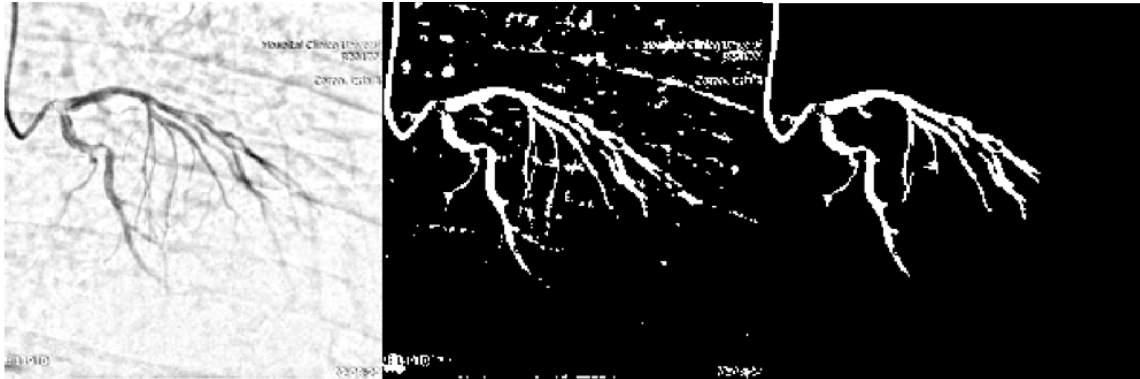
La efectividad de este proceso depende del tamaño del elemento estructurante que tiene como posibles valores: 5, 10 y 15 píxeles. El resultado es una imagen carente de la mayoría de los píxeles cuya intensidad y ubicación puedan asociarse con el fondo de la imagen. Dado que el algoritmo es similar al descrito en 2.1.3.2, la imagen 2.2 muestra exactamente lo que ocurre en este paso.

### 3.1.2. Binarización Inicial y Reconstrucción

Al comenzar esta etapa, ya son mucho más distinguibles las estructuras correspondientes a las arterias. Sin embargo, también están muy presentes otras estructuras oscuras más pequeñas, cuya intensidad indica que no se verían afectadas por una binarización.

Convenientemente, la geometría mucho más irregular y cercana a islas de estos sectores oscuros, los hace notoriamente distintos a las estructuras tubulares que son inmediatamente asociadas con arterias.

Para lograr la eliminación de cúmulos de puntos, se añade un proceso en el que se cuenta la cantidad de puntos pertenecientes a cada uno de los cúmulos y los cúmulos que no cumplan con una cantidad mínima, son eliminados <sup>7</sup>.



**Figura 3.5:** *Izquierda:* Angiografía a la que se le ha sustraído el umbral adaptativo y la capa respiratoria. *Centro:* Resultado directo de la binarización *Derecha:* Binarización una vez que se han eliminado los cúmulos de puntos pequeños.

La segmentación obtenida indica de manera bastante efectiva la ubicación de los puntos pertenecientes a las arterias. Sin embargo, si al avanzar en la sucesión de angiografías en un punto perteneciente a una arteria disminuye su intensidad de contraste, se podría generar una discontinuidad en este punto. El resultado de esta discontinuidad es el truncamiento de las distancias medidas con Fast Marching.

Con el fin de evitar esto es que las imágenes binarizadas moderadamente pasan por otro proceso de cerrado morfológico basado en un elemento estructurante, como el que se puede observar en la figura 3.6. Este elemento es generado a la medida para que tenga la forma necesaria para cerrar los agujeros presentes

<sup>7</sup>Este proceso está implementado en la función de matlab `bwareaopen`

en la imagen. Con un elemento estructurante a la medida se evita expandir el área en direcciones que no sean necesarias.

1	1	0	0	0
1	1	1	0	0
0	1	1	1	0
0	0	1	1	1
0	0	0	1	1

**Figura 3.6:** Elemento estructurante

La imagen reconstruida (figura 3.7) logra remover los agujeros interiores, pero un resultado indeseado del proceso de cerrado morfológico es que algunos sectores que no deberían estar conectados fueron conectados involuntariamente. Estos nuevos puntos añadidos no respetan la forma de los arterias, por lo tanto, ocupar esta imagen para medir distancias geodésicas sería un error. Para solucionar este problema, se requiere de una forma de asegurar que los valores segmentados respeten las estructuras tubulares de las arterias.



**Figura 3.7:** *Izquierda:* Resultado de la eliminación de cúmulos de puntos en una binarización *Derecha:* Resultado de reconstruir la imagen de la izquierda utilizando el elemento estructurante creado a la medida

### 3.1.3. Ponderación, Filtro de Frangi y Binarización Final

El filtro de Frangi es el encargado de garantizar que la geometría de las arterias segmentadas mantenga la forma original de las arterias. Sin embargo, aplicar este filtro a una imagen binarizada no tiene sentido. Esto se debe a que el filtro de frangi necesita la información que entregan las segundas derivadas de la intensidad de la imagen y esta información no es fidedigna en una imagen binaria.

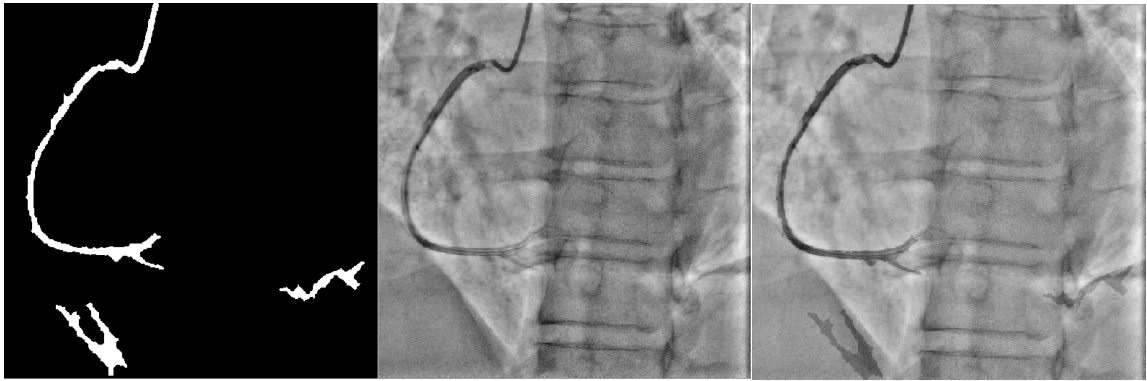
Por otro lado, aplicar el filtro de frangi a una imagen sin procesar, aunque efectivo, puede destacar estructuras que aparentan ser tubulares pero en realidad no lo son.

Fazlali et al. (2018), propusieron realizar una ponderación entre las imágenes que entregaba el algoritmo de superpixel y el resultado del fast marching para obtener una medida de la probabilidad de que un punto pertenezca a una arteria<sup>8</sup>. En este trabajo, la ponderación es realizada antes de aplicar el filtro de Frangi.

### 3.1.3.1. Ponderación

A diferencia del trabajo de Fazlali et al. (2018), donde la ponderación es un promedio entre las imágenes, en este trabajo se opta por una relación de 1 : 9 a favor de la imagen obtenida desde la substracción del umbral adaptativo, como puede ser observado en la figura 3.1.

Esto se debe a que la imagen binarizada es categórica al momento de indicar qué puntos pertenecen o no a una arteria. Esto implica que darle más peso a la imagen binarizada resultaría en una disminución importante de las características que se busca preservar de la imagen original para una correcta aplicación del filtro de Frangi.

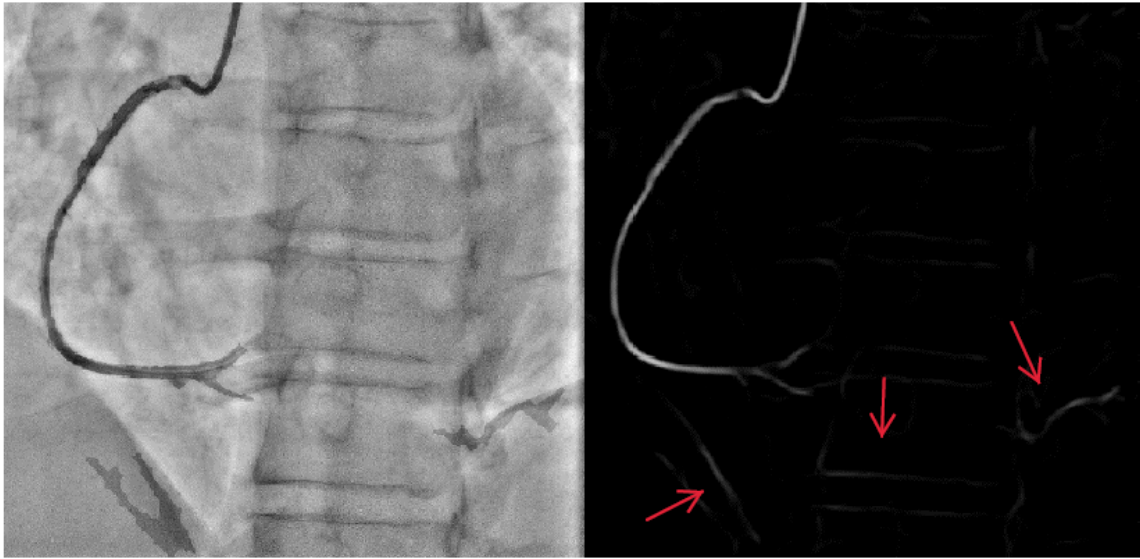


**Figura 3.8:** *Izquierda:* Resultado de la binarización de la Imagen a la que se le sustrajo el umbral adaptativo. *Centro:* Imagen a la que se le sustrajo el umbral adaptativo. *Derecha:* Resultado de la ponderación entre ambas imágenes. El resultado de la binarización que se ocupa como input en este proceso presenta artefactos que cuya influencia es disminuida luego de la ponderación.

### 3.1.3.2. Filtro de Frangi

Dado que el filtro de Frangi es aplicado a una imagen en que las estructuras más importantes han sido destacadas previamente, el proceso no tiene problemas al destacar las estructuras tubulares correctas.

<sup>8</sup>Fazlali et al. (2018) lo denominan *vesselness*



**Figura 3.9:** *Izquierda:* Resultado de la ponderación. *Derecha:* Resultado de la aplicación del filtro de Frangi a la imagen ponderada. Las flechas indican estructuras con altas posibilidades de no ser eliminadas debido a la intensidad de sus píxeles.

### 3.1.3.3. Binarización Final

Ahora se tiene una imagen cuyas estructuras tubulares han sido destacadas. Entonces, para tener la segmentación más exacta posible basta con binarizar esta imagen.



**Figura 3.10:** *Izquierda:* Resultado del filtro de Frangi. *Derecha:* Resultado de la binarización final. Se observa que existen casos en que ciertas estructuras logran sobrevivir a la binarización de la imagen

Es importante destacar que las distancias medidas utilizando Fast Marching no se verán alteradas por los artefactos no conectados a las arterias, que existen una vez realizada la segmentación. El algoritmo Fast Marching se detiene una vez que alcanza el borde del dominio que contiene a la región (o puntos) de

partida. Por lo tanto, mientras no se definan puntos de partida en las regiones que se desea evitar, no existirán problemas.

## 3.2. Mapas de distancias

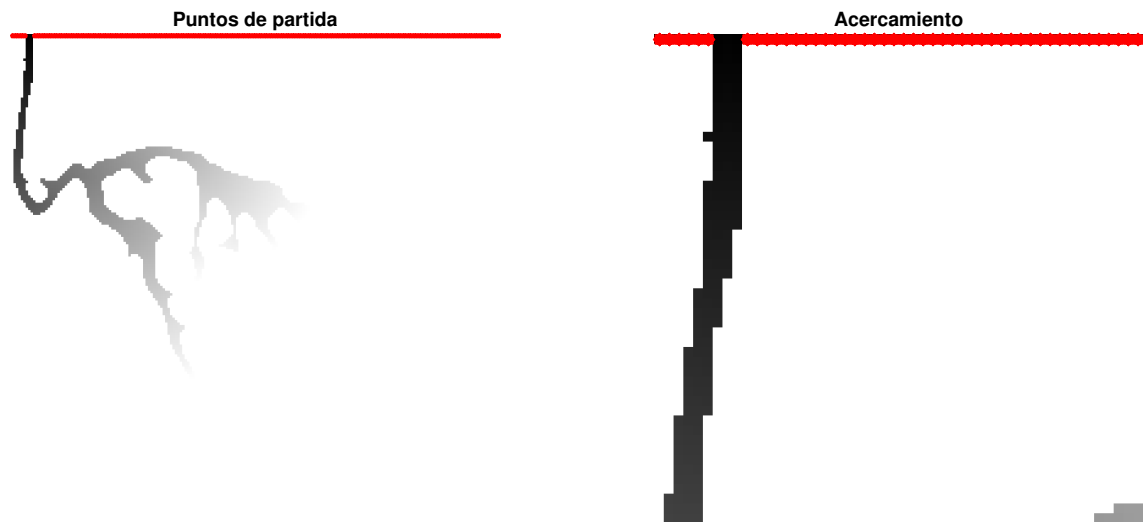
Luego de obtenidas las imágenes binarizadas se puede realizar la medición de distancias. El algoritmo de Fast Marching es el encargado de entregar la información de a qué distancia geodésica cada punto perteneciente a la arteria se encuentra de un punto o una región de puntos de partida. A diferencia de una distancia euclidiana, las distancias geodésicas están restringidas por la superficie a través de la cual se debe realizar la medición.

### 3.2.1. Detección automática de los puntos de partida

Existen diversas formas de seleccionar las regiones de puntos de partida para la medición., una de ellas es que el usuario ingrese manualmente la posición de esos puntos. El problema con esta solución es que para una secuencia de imágenes el usuario tendría que indicar una región de punto de partida en cada cuadro, haciendo el proceso lento y tedioso. En el futuro, algoritmos que ocupen Machine Learning serían muy útiles para esta tarea.

A pesar de esto, es interesante la idea de desarrollar un algoritmo que permita la detección automática de los puntos de partida de la medición.<sup>9</sup>

La imagen binarizada agresivamente tiene la particularidad de que sus bordes conservan claramente las regiones por donde está ingresando el tinte a la imagen. Numéricamente, los puntos que simbolizan el área donde existe arteria son los únicos puntos distintos de cero en la imagen. De esta manera, los puntos de partida a utilizar se detectan automáticamente sin necesidad de que sean indicados por el usuario, basta con copiar la primera fila de cada una de las imágenes binarizadas agresivamente.



**Figura 3.11:** Acercamiento al sector donde se encuentran los puntos de partida. En el borde de la imagen, los únicos puntos distintos de rojo son los puntos que son seleccionados automáticamente como puntos de partida de la medición.

Es importante mencionar que esta parte del código también es capaz de detectar el ingreso del catéter cuando este ingresa desde los lados.

<sup>9</sup>Cabe destacar que el propósito de esta sección del algoritmo no es seleccionar estos puntos de partida y mantenerlos durante todo el proceso. La idea es detectar estos puntos para saber donde está el catéter y eventualmente medirlo.

```

for i=1:frames

    % M = im_final_bin(:,:,i);
    Borders(:,1)=M(:,1); %primera columna
    Borders(1,:)=M(1,:); %primera fila
    % Borders corresponde a los bordes de la imagen a estudiar

    % Esta Parte del código encuentra los puntos de partida
    start_points = start_points_finder(M);

    mapas(:,:,i) = mms_fm(M,start_points,n); %Fast Marching

    if sum(Borders(1,:))==0
        % El cumplimiento de esta condición
        % implica que no se encontraron puntos de partida
        % en la cara superior
        % Por lo tanto, se buscan en la cara vertical izquierda
        start_points = start_points_finder2(M);
        mapas(:,:,i) = mms_fm(M,start_points,n); %Fast Marching
    end

end

```

### 3.2.2. Fast Marching

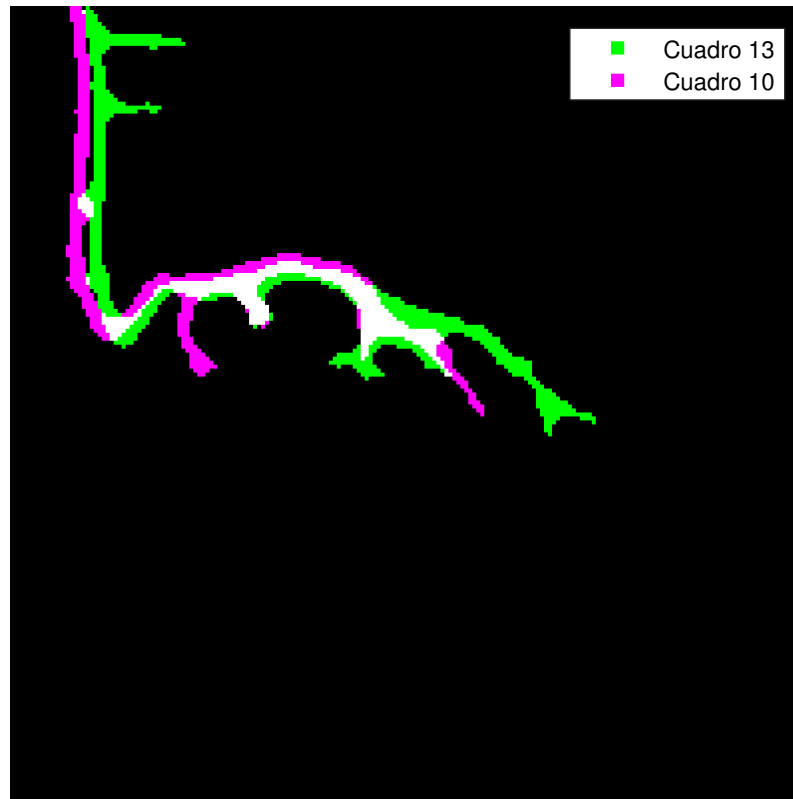
Dado que se está partiendo la medición desde un punto tan arbitrario como el ingreso del catéter a la imagen, las distancias obtenidas en esta sección no son coherentes entre sí y no son útiles para calcular velocidades. El propósito de Fast Marching en este momento es medir la distancia desde el borde de la imagen hasta un punto especial que se definirá como el origen de las mediciones en la sección siguiente.

Una vez definida la región correspondiente a los puntos de partida de la medición, el algoritmo de fast marching se encarga de asignarle a cada punto válido de la imagen binaria valores que indiquen a qué distancia geodésica se encuentran del punto de partida.

A pesar de que este proceso se realiza secuencialmente en un conjunto de imágenes en que la forma de las arterias es similar, hasta este momento del proceso, no existe forma de relacionar la posición de un punto con la posición del mismo punto en el cuadro siguiente. Esto se debe a que la región de partida de la medición es en realidad totalmente arbitraria y su ubicación en el paciente varía cuadro a cuadro.

Por lo tanto, las distancias obtenidas en cada uno de los cuadros no tienen coherencia con los cuadros adyacentes y dado que la obtención de velocidad depende precisamente de la variación de la posición del tinte, es imposible hasta el momento obtener distancias. Sin embargo, este no es el propósito de este Fast Marching, como se verá en la sección siguiente.

### Diferencia de ubicación entre dos mapas cercanos



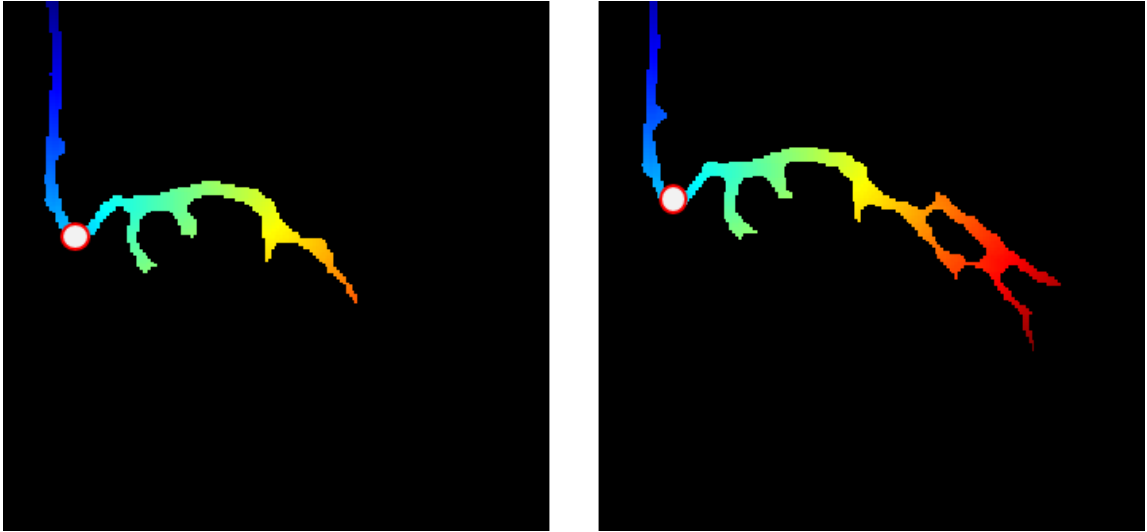
**Figura 3.12:** Superposición de dos cuadros adyacentes temporalmente binarizados. En la figura se observa que a pesar de ser cercanas temporalmente, son muy pocos los puntos que tienen ubicaciones en común desde un cuadro al siguiente.

El problema anterior se soluciona si es que es posible definir un único punto físico y real para las mediciones en cada uno de los cuadros. Así, a pesar de que este punto cambie de posición cuadro a cuadro, las distancias medidas tendrán un único marco de referencia, siendo entonces comparables. La dificultad con esta idea es que nada garantiza que exista una forma de identificar este punto en cada una de las imágenes ya las estructuras orgánicas presentes además de trasladarse sufren pequeñas deformaciones. Por suerte, en las angiografías estudiadas está presente el catéter, estructura que mantiene su forma prácticamente intacta durante toda la secuencia de imágenes.

### 3.2.3. Eliminación del catéter

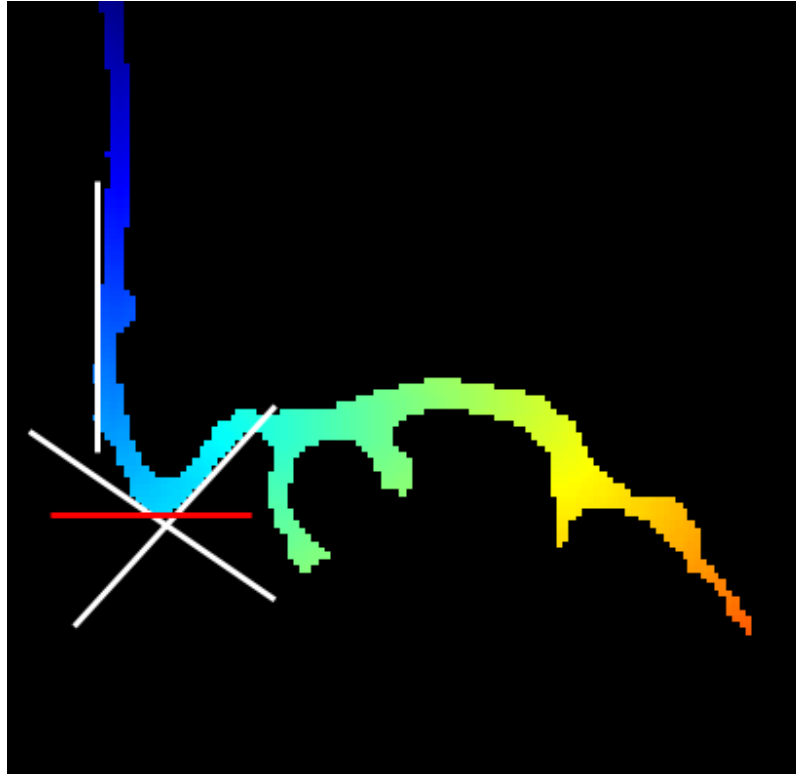
Esta sección del código es útil solo en un pequeño número de videos en que las arterias compartan las características geométricas que se describen en esta sección. Se espera que en el futuro existan algoritmos más sofisticados que permitan la eliminación del catéter y la simultánea determinación de un punto de referencia coherente para cada cuadro, pero que funcionen para un número más amplio de videos.

Durante la totalidad de los cuadros estudiados se encuentra presente el catéter por el cual es inyectado el tinte radio-opaco de la angiografía. Algo que no varía perceptiblemente de cuadro a cuadro es la curvatura que presenta este objeto en el extremo por el que sale el líquido. Si se logra detectar este punto en cada uno de los cuadros, se tendría un punto físico desde donde comenzar las mediciones y se eliminaría la total incertidumbre que presentan los datos de distancia hasta el momento.



**Figura 3.13:** Representación en dos cuadros distintos arbitrarios en donde se puede observar el punto que se busca establecer como el nuevo punto de partida.

Al observar el catéter, se puede notar que su curvatura no presenta variaciones drásticas, excepto en el punto en donde la punta del catéter se dobla. Existen distintas formas de encontrar este punto, sería posible parametrizar la curva y buscar el punto donde su curvatura varíe tan rápidamente como la imagen lo sugiere. Otra forma de hacerlo es considerar la línea del catéter como una curva en dos dimensiones y observar la pendiente de la recta tangente a cada uno de los puntos que la componen. En el momento en que esta pendiente se anule, significando esto una recta tangente horizontal (como se puede observar en la figura 3.1), es cuando se habrá encontrado el punto del final del catéter.



**Figura 3.14:** Rectas Tangentes. En blanco se muestran distintas rectas tangentes a la arteria y en rojo se muestra la recta tangente al punto que se busca establecer como nuevo punto de partida.

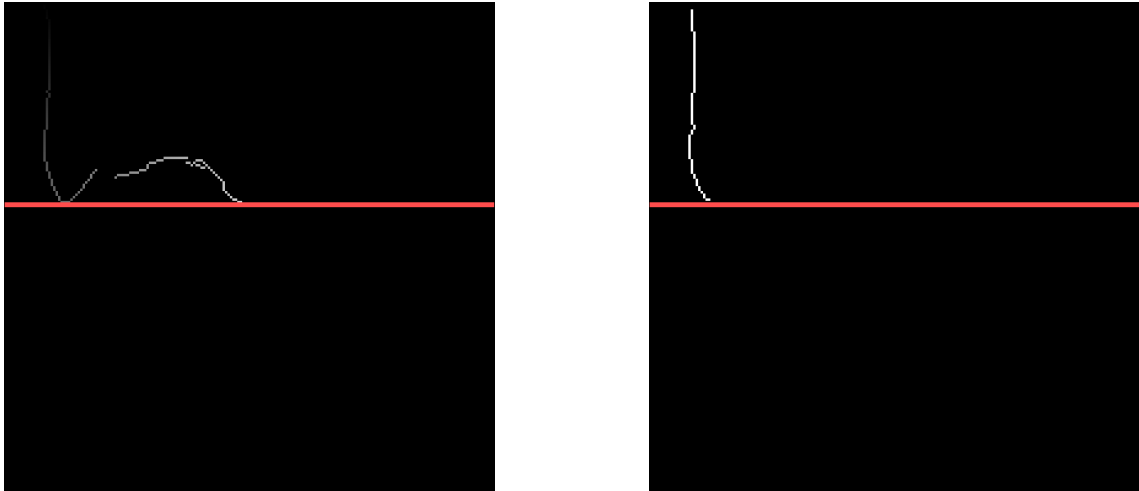
Para detectar el extremo del catéter es que se estudia nuevamente la imagen binarizada agresivamente. A pesar de lo restrictivo del umbral aplicado para la binarización, el catéter de la imagen permanece presente en cada una de las imágenes. Además, debido a lo conexo de la región asociada con el catéter y a la delgadez de su estructura tubular, es que esta sección del código puede tratarse como una curva.

Con el propósito de transformar la imagen binaria en un conjunto de curvas se extrae la línea central de las arterias, obteniéndose líneas que tienen solo un pixel de grosor. El proceso de esqueletonización no afecta la estructura de la imagen y preserva su topología y número de Euler.

Al multiplicar el esqueleto de la imagen por el mapas de distancia estudiado se obtiene una medida de qué tan cerca está cada uno de los puntos del esqueleto de la región inicial de medición de la imagen, pero dado que el esqueleto tiene por grosor un único pixel, ahora cada uno de estos pixeles está ordenado desde menor a mayor y la curva puede ser entonces recorrida en ese sentido. Esto es similar a parametrizar la curva de acuerdo a su distancia al origen.

Con el propósito de manipular esta curva matemáticamente, se obtiene la información de posición de todos los valores no nulos de la imagen y se resumen en un único vector de 3 columnas correspondientes a fila, columna y distancia del punto no nulo al origen. Posteriormente, las filas de este vector se ordenan de menor a mayor distancia al origen.

Al recorrer la curva desde la menor distancia a la mayor distancia existirá siempre un punto en que su valor de fila sea menor que el anterior, es en este punto donde el recorrido a través de la curva debe detenerse y el punto en que ocurrió este cambio debe declararse como el extremo del catéter. El beneficio de hacer esto ordenadamente es que a pesar de que puedan existir todo tipo de valores para la pendiente de la recta tangente a lo largo de la arteria, visualmente es apreciable que solo el primero y menor de estos valores de distancia encontrados es el correcto.



**Figura 3.15:** Recta tangente y eliminación del catéter. A la izquierda se muestra la intersección del catéter con la línea central ponderada de las arterias detectadas y a la derecha se muestra aislada la porción correspondiente al catéter

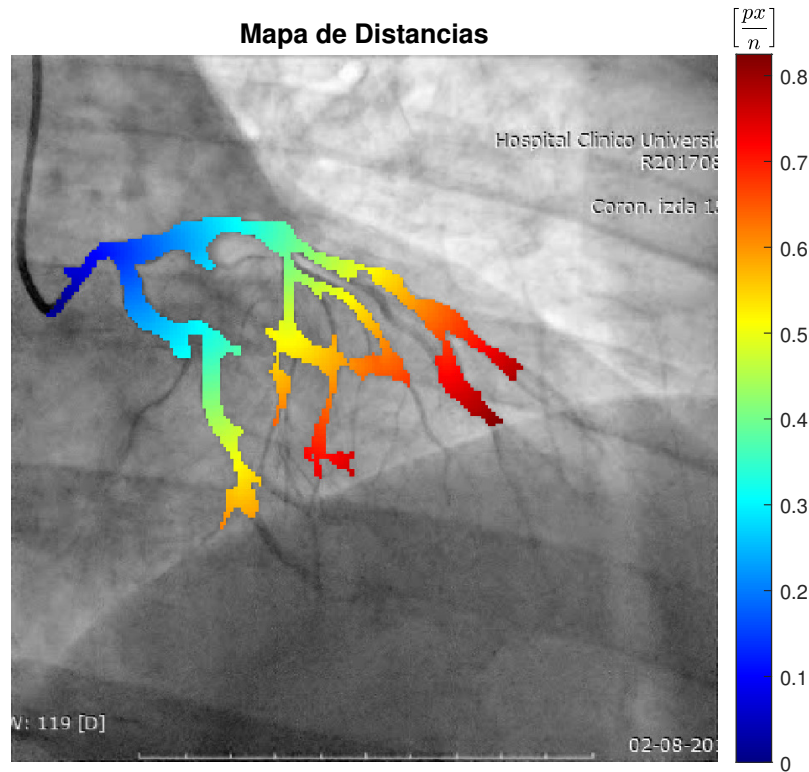
La distancia encontrada se denomina "largo del catéter" y es distinta para cada uno de los cuadros y es la fuente de incertidumbre para todas las mediciones de distancias obtenidas hasta el momento. Lo único que este valor indica es a qué distancia del origen definido arbitrariamente en la imagen se encuentra el final del catéter, por lo tanto, dice a qué distancia del marco de referencia inicial se encuentra el nuevo marco de referencia. Para eliminar la presencia del catéter en las imágenes basta con eliminar todos los valores que sean menores al largo del catéter.



**Figura 3.16:** Resultado final de la detección del catéter. De izquierda a derecha se muestran: Las arterias detectadas, su catéter y las arterias sin la presencia del catéter

### 3.2.4. Marco de referencia

La eliminación de los píxeles asociados al catéter no es suficiente para eliminar la incertidumbre de las distancias medidas a través de fast marching. Una solución es restar el largo del catéter a cada una de las distancias geodésicas que forman el mapa de distancia y aunque funciona ya que corresponde simplemente a un cambio de marco de referencia, se optó por hacer un nuevo fast marching y obtener un nuevo mapa de distancia donde el punto de partida es el punto inmediatamente mayor al largo del catéter.



**Figura 3.17:** Mapa de distancias obtenido desde el nuevo punto de partida

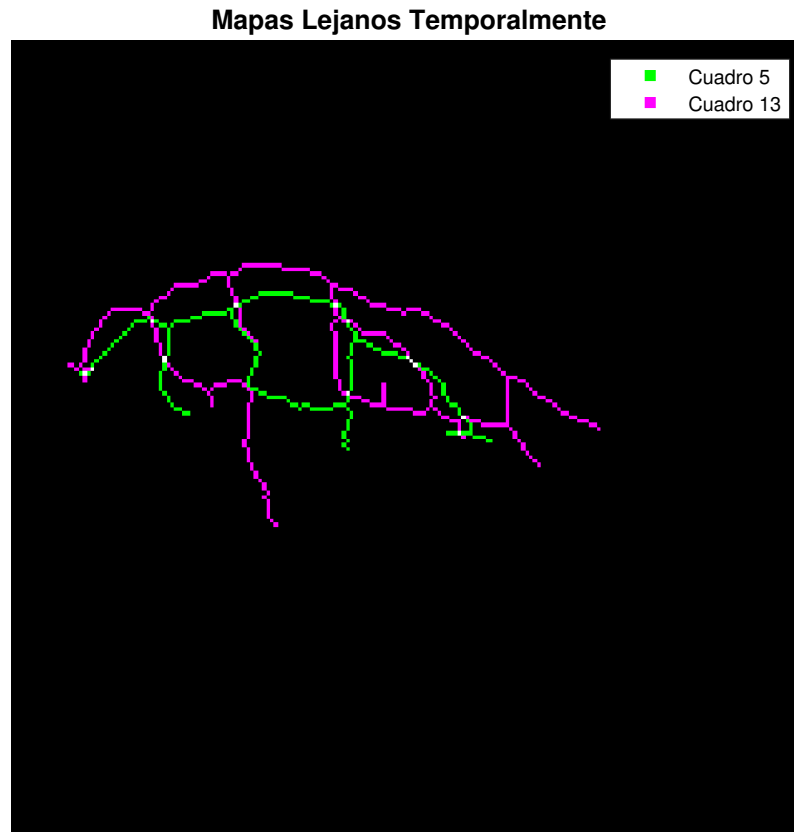
Ahora se tiene un mapa de distancias coherente desde un cuadro al siguiente, pero aún así, es imposible calcular velocidades debido a que no hay forma de relacionar el avance del tinte de un cuadro con el avance en un cuadro siguiente. Una forma de seguir el avance del tinte sería encontrar los puntos más lejanos al nuevo origen en cada uno de los cuadros y restarlos a los puntos más lejanos del cuadro anterior, pero debido a los movimientos de traslación que afectan a cada uno de los puntos, nada garantiza que un punto cuya distancia sea menor a la de un punto cercano en el cuadro siguiente sea en realidad un punto adyacente.

### 3.3. Geometría única

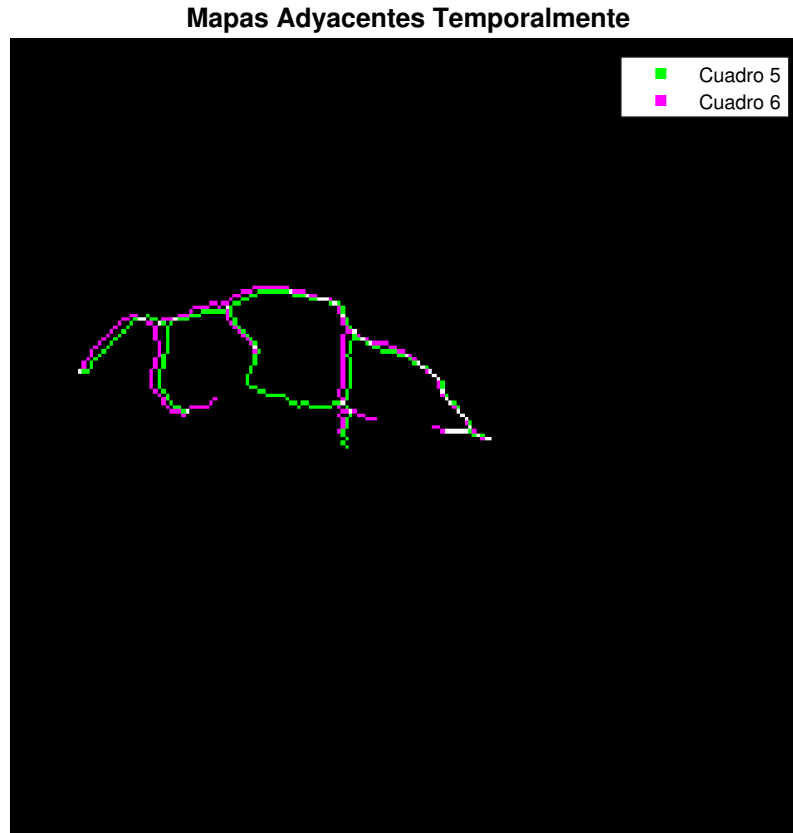
La solución por la que se optó en este trabajo para disminuir la incertidumbre sobre la continuidad del avance del tinte, fue transformar la geometría presente en cada uno de los cuadros en una única geometría patrón. En general, es conveniente que la figura patrón seleccionada sea la que se observa cuando el tinte alcanza su mayor avance, destacando la mayor cantidad de arterias posibles. Así, la figura seleccionada es la correspondiente a la última angiografía de la secuencia.

Una vez reducidas todas las distancias medidas a una única geometría, el cálculo de velocidades instantáneas en cada punto se vuelve una operación unidimensional a lo largo de la arteria.

Una dificultad añadida de esta idea es que mientras más alejada esté temporalmente una imagen de la otra, más difícil será de transformar. La similitud geométrica de un conjunto de arterias es máxima cuando se compara con la geometría del cuadro inmediatamente posterior o anterior. Mientras más cuadros temporales hayan entre una imagen y otra, el resultado de una transformación directa requerirá más deformación y por lo tanto tendrá cada vez más fuentes de error.



**Figura 3.18:** Esta figura muestra la dificultad de transformar la geometría de un cuadro en la geometría de uno que esté muy lejano temporalmente.



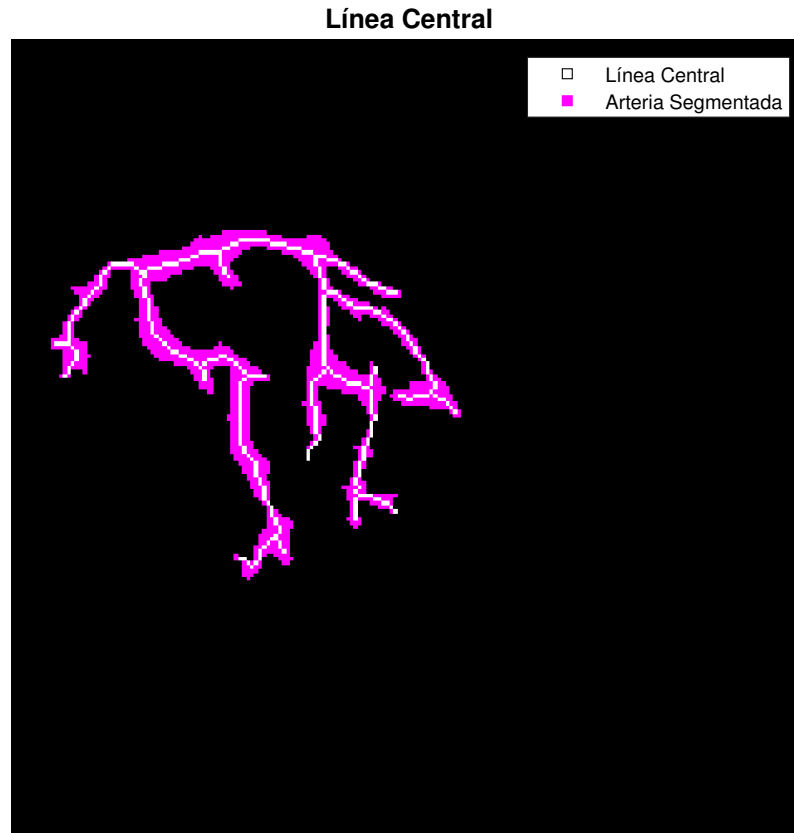
**Figura 3.19:** Esta figura muestra lo similares que son dos cuadros adyacentes temporalmente.

Con esto en mente es que se desarrolla un proceso para transformar cada imagen secuencialmente en el tiempo. Es decir, cada geometría será transformada en la siguiente, sucesivamente hasta que cada una de las geometrías sea transformada en la figura patrón. Así, para transformar una imagen en la geometría presente  $n$  cuadros después, la imagen deberá transformarse  $n$  veces pasando por todas las geometrías existentes en cada uno de los cuadros.

### 3.3.1. Mapeo de un cuadro en el siguiente

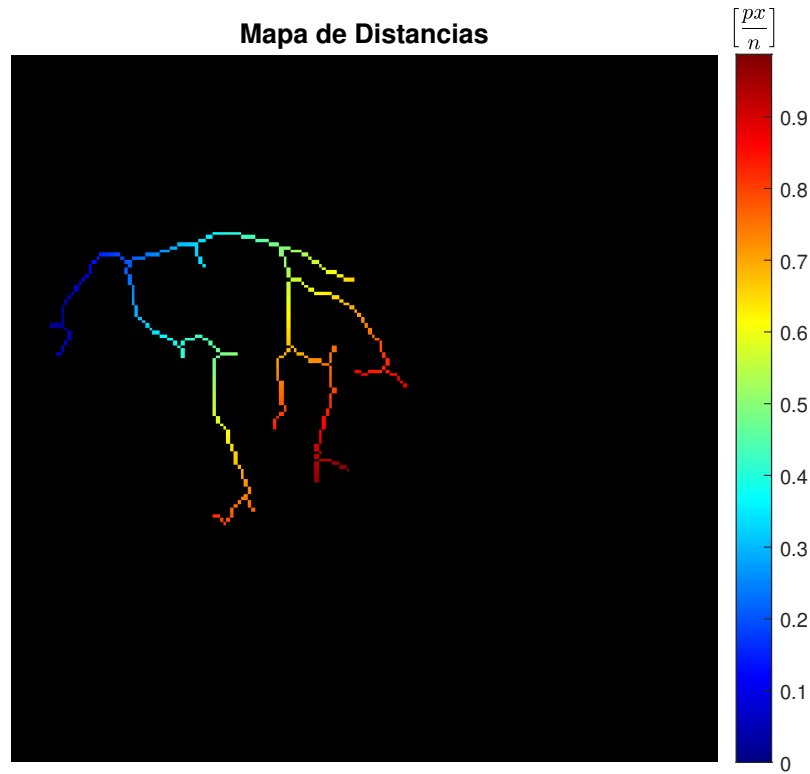
Antes de explicar el método en que se transformó la totalidad de los cuadros en un único cuadro patrón, se explica el método en el cual cada imagen será transformada en la siguiente.

Dado que la información relevante es la distancia desde una sección de la arteria hasta el origen de las mediciones, no tiene sentido operar con la información de distancias de todo el frente de avance del tinte. Para determinar velocidades basta con un único punto representativo que tenga la información de distancia al origen. Para lograr esto es que se extrae la línea central de cada una de las arterias.



**Figura 3.20:** Representación de la línea central de la segmentación.

Normalmente, la operación para obtener líneas centrales es binaria y por lo tanto no tiene información de distancia recorrida. Multiplicando celda a celda cada mapa de distancia por su línea central binaria se obtiene una línea central que a su vez tiene la información de distancia. Esto es similar a lo realizado en el proceso de detección del catéter.



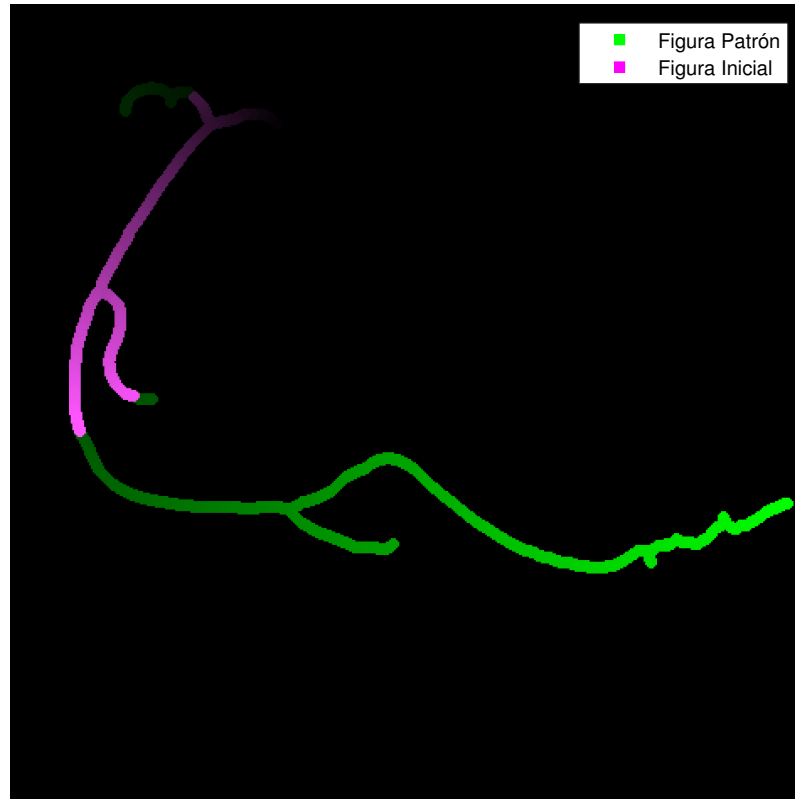
**Figura 3.21:** Línea central ponderada

La transformación propuesta se basa en la suposición de que para cada punto medido desde el origen en una imagen, existe un número finito de puntos con la misma distancia al origen en la imagen siguiente.

Lógicamente, los puntos del cuadro siguiente pertenecen a la geometría del cuadro siguiente. Así, cada punto del cuadro inicial que tenga un equivalente en distancia en la geometría del cuadro siguiente será ubicado en un nuevo cuadro con la posición del punto del cuadro siguiente.

De esta manera se obtiene una geometría similar a la del cuadro siguiente, pero truncada por la información de distancia del cuadro inicial. Coloquialmente, se tendrá una versión más corta del cuadro siguiente.

La virtud de esta transformación es que mantiene la información de distancia medida desde el Fast Marching, pero modifica la geometría para hacer posible el cálculo de velocidades.

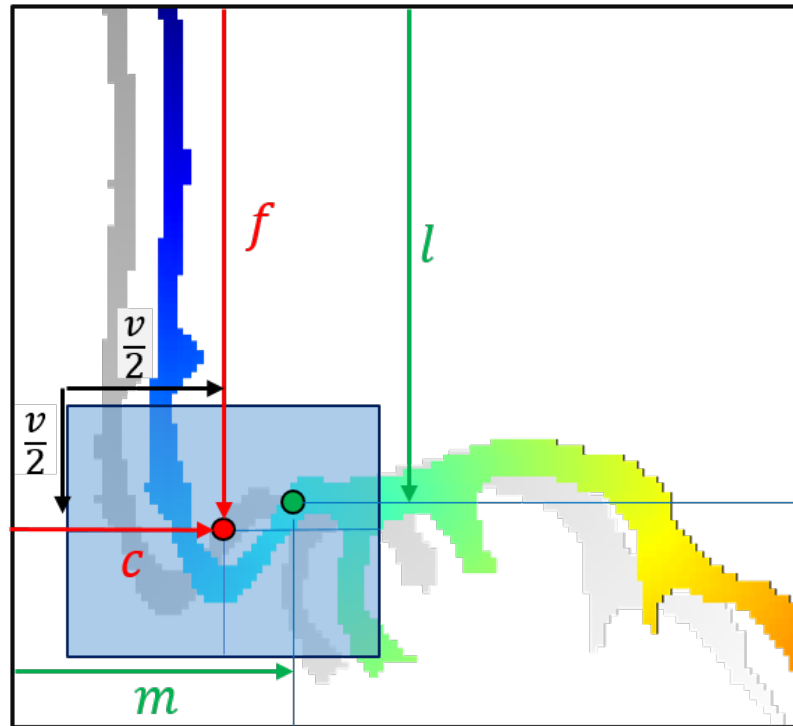


**Figura 3.22:** Superposición de imágenes en la que se observa cuáles como los puntos de un cuadro anterior pueden ser ubicados en un cuadro posterior modificando su geometría pero conservando la información de distancia.

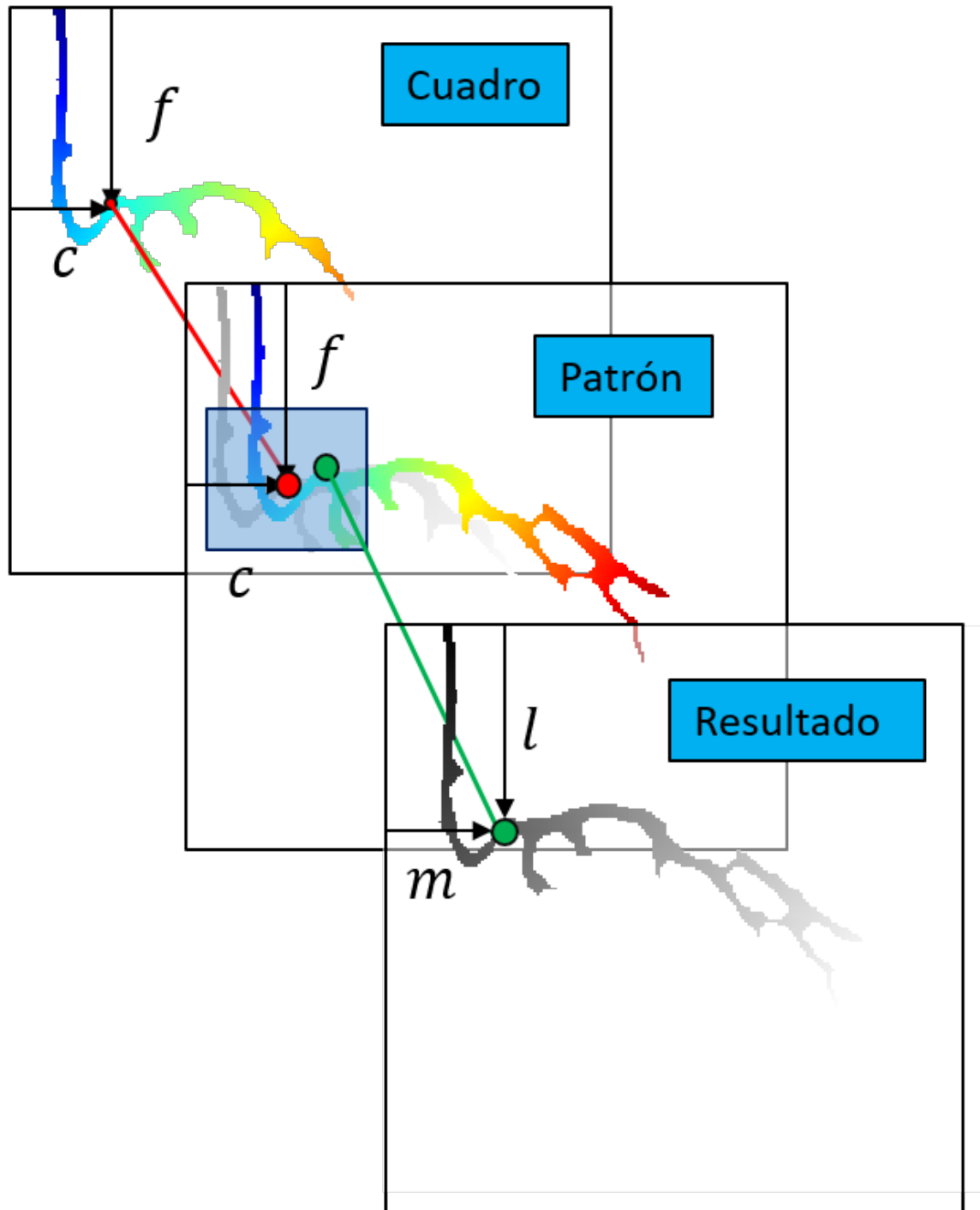
El algoritmo es el siguiente:

- Para cada punto  $a_{fc}$  perteneciente a la arteria del cuadro inicial de fila  $f$  y columna  $c$  se genera en el cuadro siguiente una vecindad cuadrada de lado  $v^{10}$  centrada en el punto  $(f, c)$ .
- Una vez definida la vecindad se busca determinar si es que en su interior existe al menos un punto que tenga la misma distancia que tiene  $a_{fc}$  su origen.
- Si es que existe al menos un punto, se genera en la matriz de salida un punto de cordenadas  $b_{ij}$  con la misma distancia al origen que  $a_{fc}$ , pero con la posición del punto detectado en la vecindad.
- Este proceso es terminado una vez que todos los puntos no nulos en el cuadro original son traspasados a la figura patrón, manteniendo su información de distancia al origen. Cabe destacar que la posición inicial de la distancia  $a_{fc}$  no es la misma posición  $b_{ml}$  que tendrá en el cuadro final.

<sup>10</sup>Por vecindario



**Figura 3.23:** Superposición de imágenes en la que se observa cuáles puntos de la arteria estudiada existen sobre la siguiente arteria.



**Figura 3.24:** Representación de la imagen de salida en la que se transforman las distancias medidas hacia la disposición geométrica de la figura patrón.

### 3.3.2. Transformación Secuencial

Ahora que se tiene un algoritmo de representación de una geometría en otra, el paso siguiente es utilizarlo para transformar todas las geometrías de una secuencia de angiografías en una geometría patrón.

En general, la geometría final es la geometría de la última angiografía.

La transformación de todos los cuadros en un único patrón es denominada secuencial porque cada una de las imágenes, exceptuando la última, es transformada a la geometría inmediatamente posterior. Esto ocurre sucesivamente hasta que cada imagen llegue a la geometría final. Así, por ejemplo, para llevar la geometría inicial a la geometría final, esta debe ser transformada tantas veces como cuadros menos uno hayan en la secuencia angiográfica.

Esto garantiza que se pueda realizar la transformación sin tener que definir vecindades extremadamente grandes, dado que la diferencia geométrica entre dos cuadros adyacentes, es mínima.

La virtud de este procedimiento es que disminuye considerablemente el efecto que tienen las traslaciones y deformaciones propias de las secuencias de angiografías.

### 3.4. Calculo de las velocidades

En cada cuadro al que se le ha aplicado Fast Marching existe una pequeña cantidad de puntos que indican la máxima distancia que el tinte ha avanzado hasta este punto.

El método desarrollado se basa en la suposición de que dos puntos que pertenecen a la misma rama si es que la distancia geodésica entre ambos es mínima, independiente del cuadro temporal al que pertenezcan. Así, la estimación de velocidades se realiza restando a cada uno de estos máximos la información de distancia del máximo más cercano del cuadro anterior.

Una vez que la información de distancias ha sido llevada a la geometría patrón, es posible visualizar el avance del tinte sin tener interferencia de los movimientos propios de cada imagen. Esto posibilita la realización de cálculos y la determinación de un mapa de velocidades.

En el caso simplificado en que se estuviera midiendo la velocidad en una única arteria, bastaría con conocer la distancia más lejana medida en cada cuadro de la secuencia, restarle la distancia máxima del cuadro anterior y dividirlo por una unidad de tiempo. El problema es que dado que en una misma angiografía existen múltiples arterias, no basta con determinar un único máximo. Esto se debe a que nada garantiza que ese máximo siempre ocurra en la misma arteria.

#### 3.4.1. Detección de puntos finales

Como resultado de la ponderación de las líneas centrales de cada arteria, la información de distancia está contenida en líneas de no más de un pixel de grosor. Esto permite determinar los puntos más lejanos al origen en cada uno de los cuadros con solo determinar los extremos de cada esqueleto<sup>11</sup>. En este trabajo se desarrolló un algoritmo simple para la detección de puntos finales que entrega resultados más adecuados para este algoritmo que la función propia de Matlab. Sin embargo, con algunos pasos extra, ambos algoritmos son intercambiables. El algoritmo puede ser revisado en el anexo B.

#### 3.4.2. Mapas de velocidades

Ahora que se tienen los puntos que indican la posición de avance del tinte en cada cuadro, cada uno de estos puntos debe ser procesado con su adyacente del cuadro anterior para la obtención de velocidades. Aquí es donde es necesario definir un criterio para decidir cuál de todos los avances detectados en el cuadro anterior corresponde a cada avance detectado en el cuadro estudiado.

<sup>11</sup> Matlab cuenta con una potente función para determinar los puntos finales de una imagen del tipo skel. `bwmorph(I,'endpoints')` entrega la posición de los extremos del esqueleto representado a una imagen I.

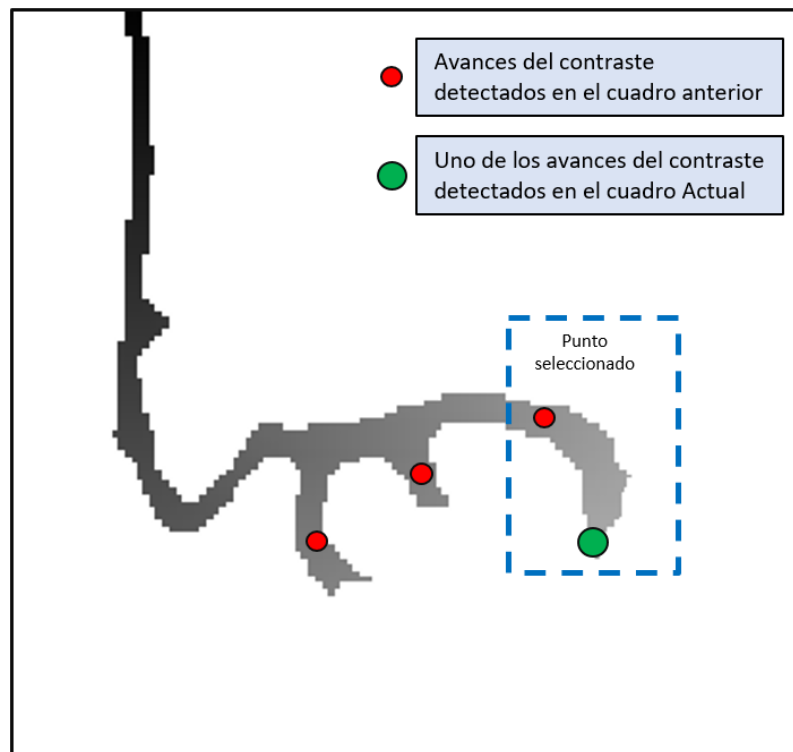
Dado que los máximos locales son pocos puntos, se compara la distancia de todos los máximos locales del mapa anterior y se conservará solo el que esté más cercano.

Para cada punto distinto de cero en el mapa de máximos locales se calcula un mapa de distancias utilizando la geometría patrón como dominio y el punto distinto de cero como punto de partida. De esta manera se generan cuantos mapas de distancia para cada cuadro como puntos distintos de cero existan.

Una vez calculados los mapas de distancia, el mapa se multiplica por los puntos distintos de cero del mapa anterior. De esta manera se obtiene una medida de qué tan cercanos se encuentran al máximo estudiado los máximos del punto anterior.

Para decidir qué punto utilizar para el calculo de velocidades es que se define una distancia arbitrariamente grande con la cual se compara cada uno de las distancias geodésicas obtenidas. Cada punto menor que la distancia de prueba se convierte en la nueva distancia de prueba, de esta manera Cada distancia calculada que sea menor a la anterior irá reemplazando a la distancia que se tiene guardada. Esto garantiza que una vez terminada la iteración, la distancia entre el punto actual y el punto del cuadro anterior será la mínima posible. Dado que las velocidades son calculadas utilizando la arteria como dominio, esto garantiza que el máximo del cuadro anterior esté dentro de la misma arteria que el máximo actual.

La utilización del algoritmo de fast marching para determinar las distancias del punto anterior previene el problema de catalogar como puntos cercanos puntos que estén euclidianamente cerca, pero que se encuentren en alguna otra rama de la arteria.



**Figura 3.25:** Determinación del punto adecuado que se debe restar al máximo actual para estimar la velocidad de avance. Esta figura representa en rojo los puntos más lejanos en los que detectó tinte en el cuadro anterior y el punto verde es uno de todos los puntos que representan hasta donde se detectó tinte en el cuadro actual. En la figura se presenta solo un único punto verde dado que este procedimiento se realiza por separado para cada uno de los puntos de avance del cuadro actual.

En el algoritmo se calcula un mapa de distancia, utilizando FM, desde el punto verde y utilizando como dominio la arteria. El punto más cercano, entonces, es el punto que se define como avance anterior y es el que se utiliza para el calculo de velocidad local.

Así, a cada distancia geodésica correspondiente al máximo local se le resta la distancia geodésica

medida del cuadro anterior más cercana euclidianamente. Este valor es dividido por la cantidad de cuadros que hay entre un cuadro y otro, por lo tanto se divide por 1 [*frame*] y se obtiene un símil de la velocidad local en unidades  $\frac{px}{n} \cdot \frac{1}{frame}$

El algoritmo es el siguiente:

1. Sea  $M_i \in M(n, \mathbb{R})$  una matriz cuadrada representando las distancias máximas encontradas en el cuadro  $i$  de la sucesión de angiografías y sea  $m_{fc} \in M_i$  tal que  $m_{fc} \neq 0$  los puntos que representan a las distancias máximas encontradas en  $M_i$
2. Sea  $M_{i-1} \in M(n, \mathbb{R})$  una matriz cuadrada representando las distancias máximas encontradas en el cuadro anterior a  $i$  de la sucesión de angiografías y sean  $n_{fc} \in M_{i-1}$  tal que  $n_{fc} \neq 0$  los puntos que representan a las distancias máximas encontradas en la imagen anterior.
3. para cada  $m_{fc}$  se calculan las distancias geodésicas a través de las arterias a todos los puntos  $n_{fc}$  utilizando nuevamente el algoritmo de Fast Marching, pero esta vez utilizando  $m_{fc}$  como el punto de partida. Una vez encontrado el punto más cercano en el cuadro anterior, este se denomina  $n_{cercano}$ .
4. una vez determinado el punto más cercano se procede a calcular la velocidad local  $v_{fc}$  :

$$v_{fc} = \frac{m_{fc} - n_{cercano}}{1} \left[ \frac{px}{n} \cdot \frac{1}{frame} \right] \quad (3.1)$$

Es prudente preguntarse si es que el cálculo de un nuevo Fast Marching para cada punto catalogado como máximo presenta un riesgo a la hora de calcular distancias, pero este riesgo es inexistente dado que en ningún momento esta nueva información de fast marching reemplaza a la información de distancias medidas hacia el punto de partida ubicado en el final del catéter.

La unidad de medida obtenida es totalmente funcional a la hora de comparar en qué puntos se encuentran las velocidades máximas en el mapa. Sin embargo, una unidad de medida más clásica es mucho más comprensible. Con este fin es que se busca dentro de la información del DICOM del paciente y se pueden encontrar la velocidad a la que avanza el video en cuadros por segundo, *FrameRate*, y el tamaño real de la separación entre los centros de cada pixel, *ImagerPixelSpacing*. Además, el valor *size* presente en la ecuación 3.2 corresponde a la longitud en pixeles de los lados de las matrices utilizadas a través del código.

Por lo tanto, se pueden calcular velocidades en  $\left[ \frac{mm}{s} \right]$  de la siguientes manera:

$$v \left[ \frac{px}{n} \cdot \frac{1}{frame} \right] \cdot FrameRate \left[ \frac{frames}{s} \right] \cdot ImagerPixelSpacing \left[ \frac{mm}{px} \right] \cdot size [n] = v \left[ \frac{mm}{s} \right] \quad (3.2)$$

Finalmente, las velocidades puntuales calculadas son representadas sobre la arteria patrón multiplicando cada punto no nulo de una arteria binarizada por la velocidad más cercana calculada más cercana. Esta representación tiene un fin estrictamente estético y sirve solo para facilitar la interpretación de las velocidades obtenidas.

## 4 | Resultados

El algoritmo de cálculo de mapas de velocidad descrito se prueba en distintos casos con el propósito de comprobar su efectividad en distintas condiciones de funcionamiento.

Se probará en primera instancia un conjunto de angiografías creadas artificialmente. Estas angiografías son lo más cercano a un caso ideal ya que la forma de las arterias está diseñada para facilitar la aplicación del código. Una vez verificado que el código funciona para geometrías idealizadas, se procede a probar una geometría real segmentada artificialmente. Con esto se busca eliminar la fuente de error que puede significar una mala segmentación. Finalmente, una vez comprobado el funcionamiento del código en el caso idealizado en que la segmentación se realiza adecuadamente, el último caso a estudiar es el de una secuencia de angiografías sin ningún tipo de pre proceso. Es en esta parte donde se prueban en su totalidad las capacidades del código.

### 4.1. Arterias artificiales

Las arterias artificiales en las que se aplicó el código están ordenadas de menor a mayor complejidad geométrica. Estas animaciones fueron generadas creando primero la forma física completa para luego animar el avance del tinte cuadro a cuadro. Para garantizar que la velocidad varíe con respecto al área transversal de la arteria es que se cuenta la cantidad de pixeles distintos de cero al momento de iniciar el avance y se multiplican por una velocidad arbitraria para generar un caudal bidimensional que debe mantenerse constante a lo largo del avance. En los puntos de las arterias donde se aprecia una disminución del área transversal, la velocidad de avance aumentará para mantener constante el caudal. Con esto se busca que los videos, dentro de todas sus limitaciones puedan cumplir con la conservación del caudal.

#### 4.1.1. Arteria artificial simple I

El primero de los ensayos corresponde a una simulación del tinte avanzando horizontalmente en una arteria que presenta una única obstrucción central. No existen movimientos de traslación en la imagen y tampoco deformaciones de la arteria.

Teniendo en cuenta que la geometría de la arteria es muy simple y que no existen gradientes de intensidad es que toda la sección del código encargada de realizar una segmentación detallada es descartada. En este caso basta con una segmentación simple con un único umbral. De la misma manera, tampoco fue necesario habilitar la parte del código que transforma las distintas geometrías en una única arteria patrón.

Para simular la velocidad de avance se definió que el avance del tinte debía cumplir con la conservación de caudal propia de un fluido incompresible. De esta manera, se definió arbitrariamente que la velocidad de avance en la sección más ancha fuera de 2 pixeles por cuadro y el área transversal, que en su equivalente en dos dimensiones es solo una longitud, fuera de 36 pixeles, entregando un caudal bidimensional de 72

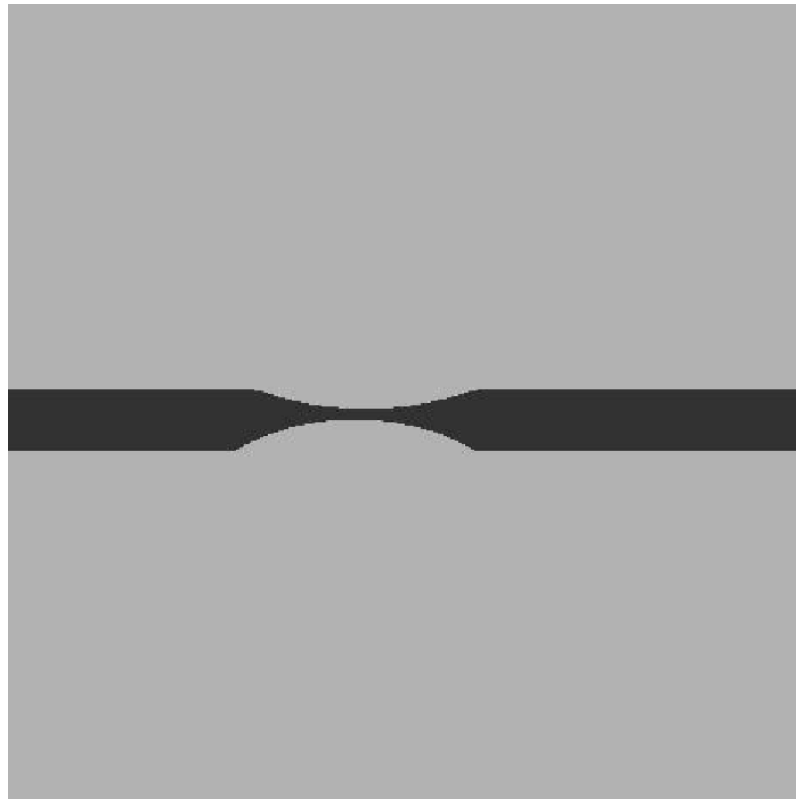
$$\left[ \frac{px^2}{frames} \right]$$

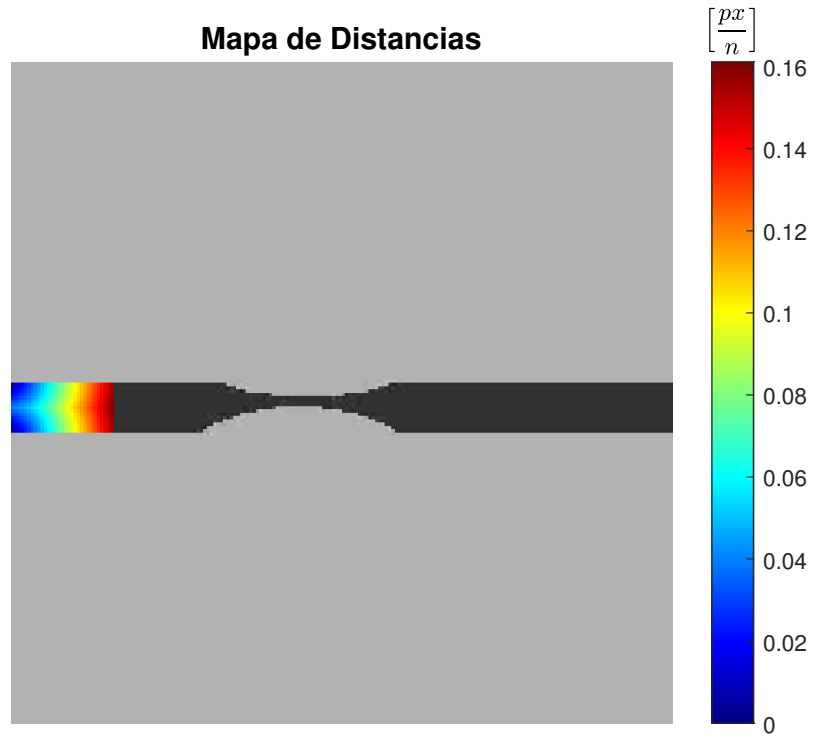
**Tabla 4.1:** Tabla de Información de la primera angiografía sintética

PARÁMETRO	VALOR	UNIDAD	RESUMEN
NumberOfFrames	195	-	Número de cuadros. Cantidad de imágenes angiográficas contenidas en el archivo.
RecommendedDisplayFrameRate	30	[fps]	Velocidad de fotogramas. Cantidad de imágenes que se tomaron por segundo.
Size	200	-	Tamaño de la imagen. Cantidad de filas y columnas de la matriz que forma la imagen estudiada.

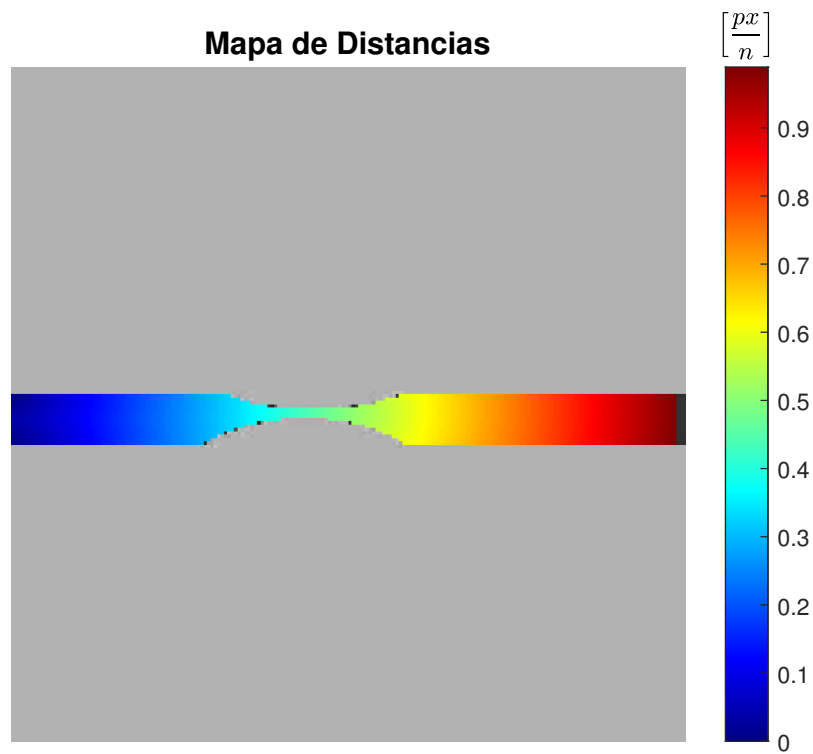
En la sección más angosta de esta arteria la longitud transversal es de 6 píxeles, lo que entrega una velocidad real de avance de  $12 \left[ \frac{px}{frames} \right]$ . En el capítulo 2 se estableció que las distancias medidas utilizando FM se obtienen en la unidad  $\left[ \frac{px}{n} \right]$ , ya que están divididas por la longitud del lado de la imagen. Por lo tanto, para mantener la coherencia de unidades, la velocidad máxima que se espera obtener será de  $\left[ \frac{12}{200} \right] = 0,06 \left[ \frac{px}{n} \cdot \frac{1}{frame} \right]$

Debido a la cantidad excesiva de cuadros que toma al tinte realizar el recorrido completo, se determinó que al algoritmo solo ingresaran 1 de cada 4 cuadros. Los resultados mostrados a continuación corresponden a los obtenidos luego de realizar esa optimización.

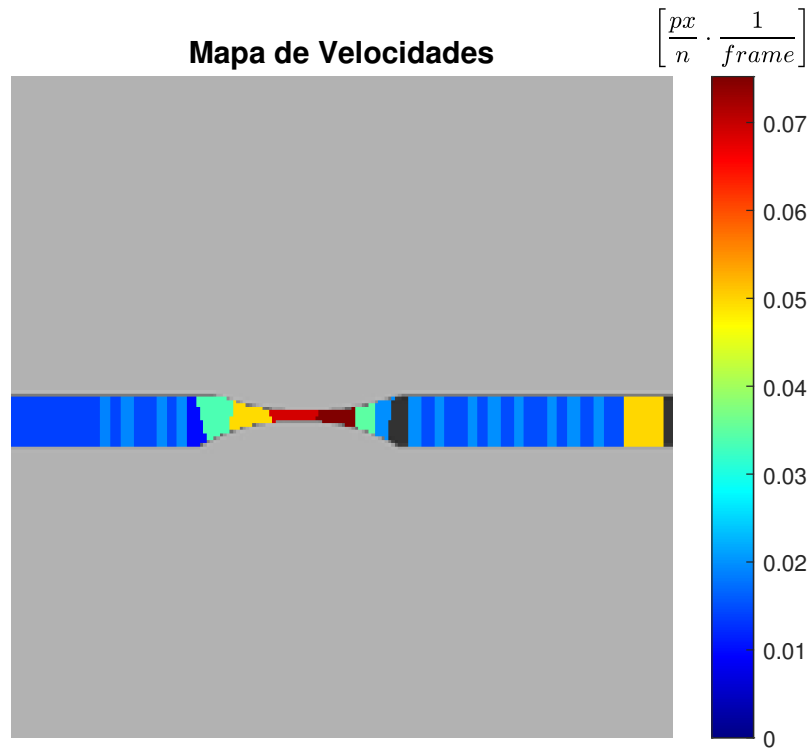
**Figura 4.1:** Representación artificial de una restricción simple



**Figura 4.2:** Representación de un avance intermedio a través de la restricción simple



**Figura 4.3:** Representación del avance total a través de una restricción simple



**Figura 4.4:** Mapa de velocidades obtenido a través de una restricción simple

**Tabla 4.2:** Tabla de Información de la primera angiografía sintética

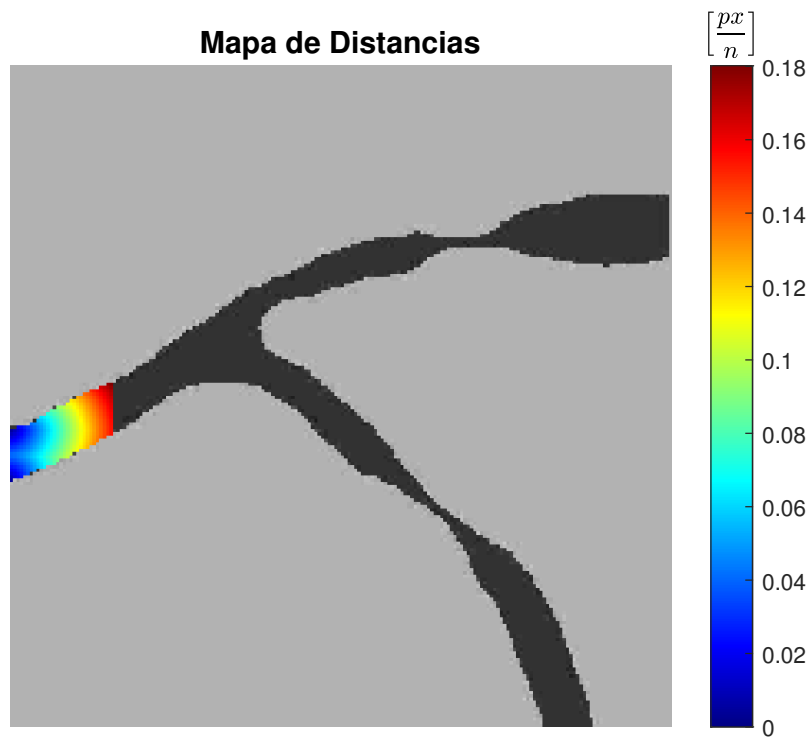
PARÁMETRO	VALOR	UNIDAD	RESUMEN
VelMax1	0,0752	$\frac{px}{frame} \cdot \frac{1}{frame}$	Velocidad de avance del tinte estudiando 1 cada 4 cuadros.
VelMax2	0,0600	$\frac{px}{frame} \cdot \frac{1}{frame}$	Velocidad de avance del tinte estudiando 1 cada 2 cuadros

### 4.1.2. Arteria artificial simple II

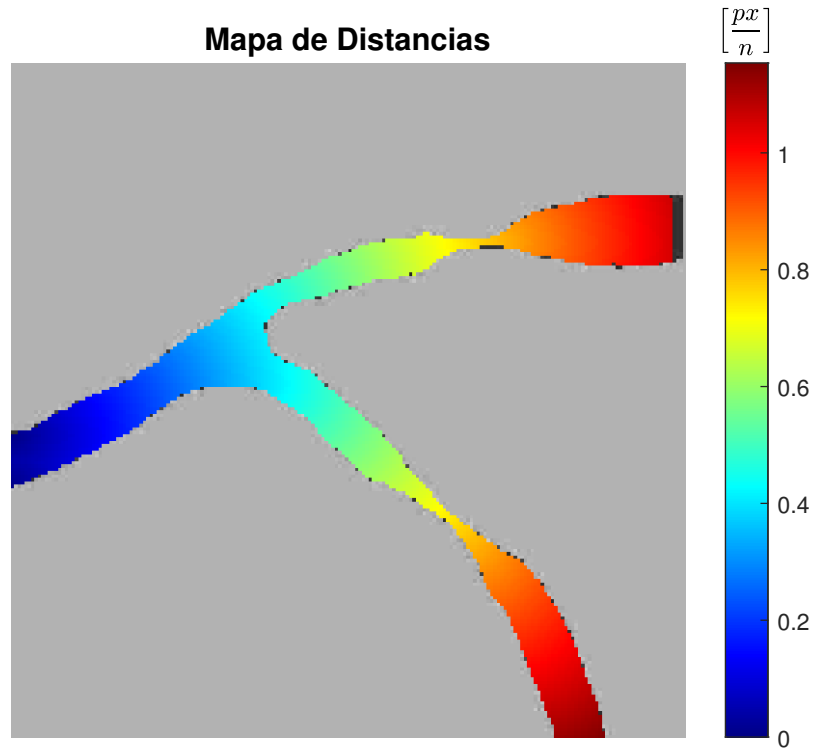
En este ensayo se aumenta la dificultad que presenta la arteria artificial añadiendo una bifurcación y dos constricciones. En este ensayo, la posición de la arteria sigue siendo estática, por lo que lo único que importa es la detección de avance para el cálculo final de velocidades. El traslado y transformación de arterias a una figura común será tratado en la siguiente sección.



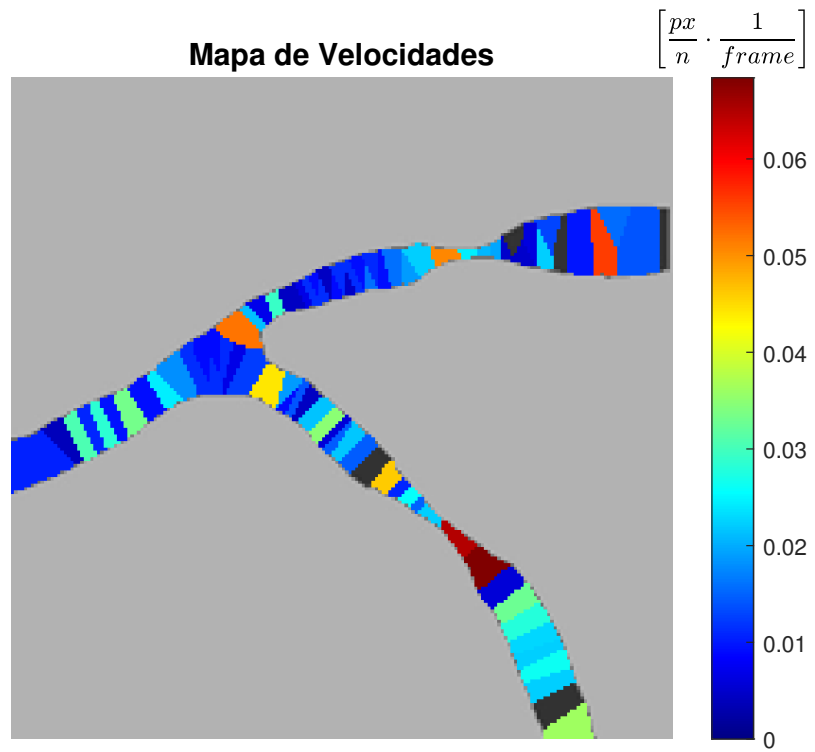
**Figura 4.5:** Arteria artificial que presenta una bifurcación y dos constricciones



**Figura 4.6:** FM aplicado a un avance intermedio



**Figura 4.7:** FM aplicado al avance final

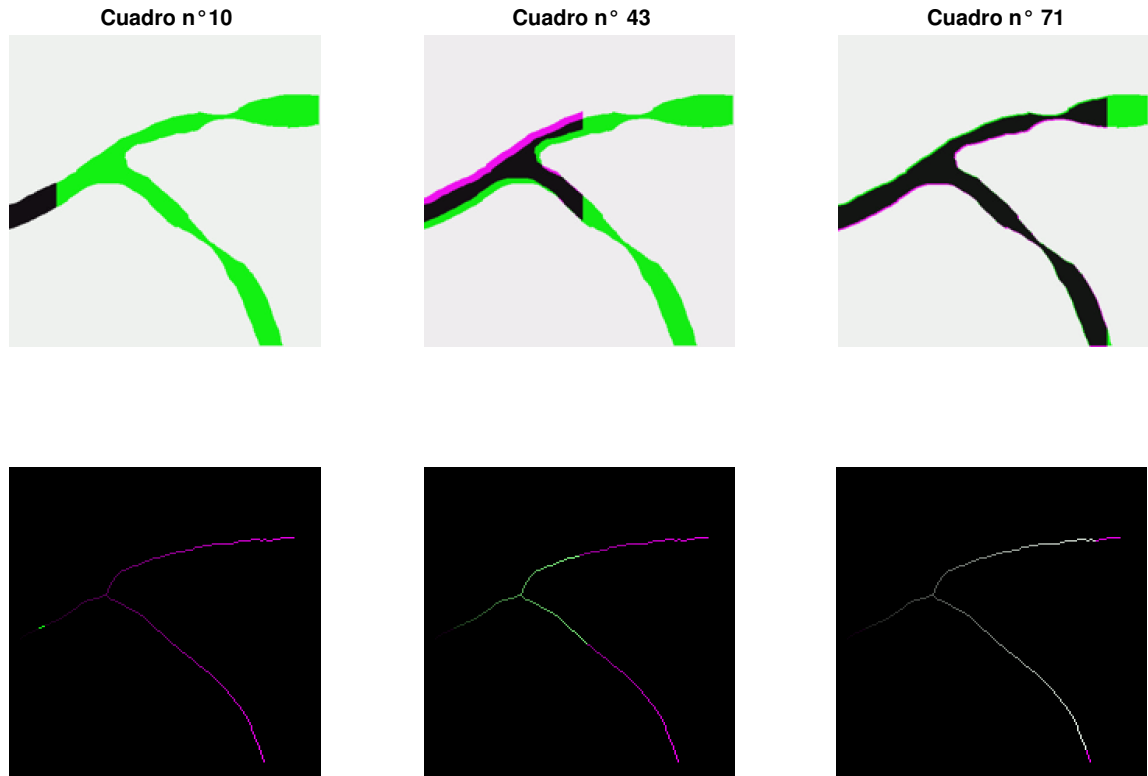


**Figura 4.8:** Mapa de velocidades calculado a partir de los avances detectados cuadro a cuadro en el avance del tinte a través de la arteria artificial

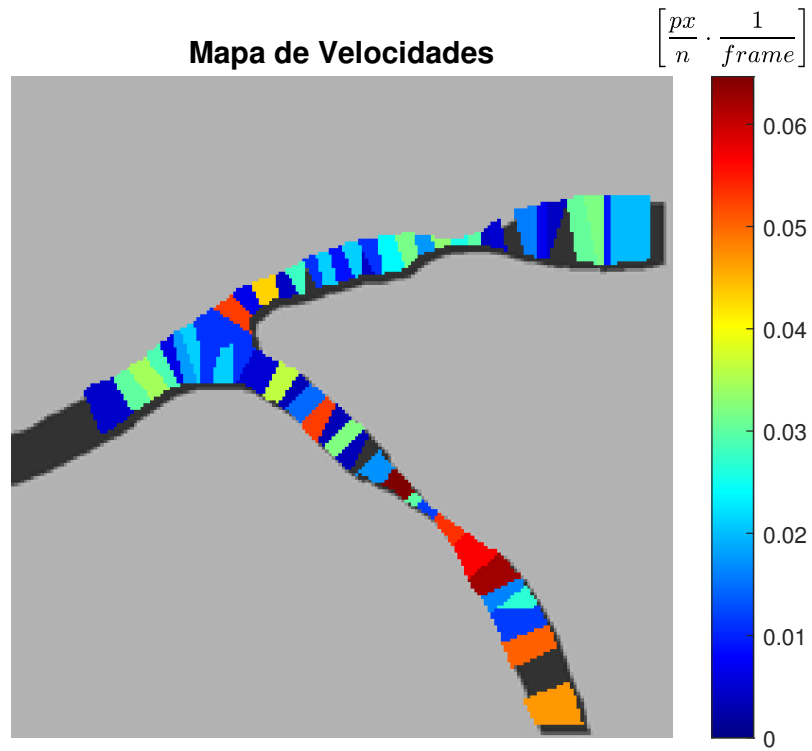
### 4.1.3. Arteria artificial con distintos niveles de desplazamiento diagonal

En esta sección el código se prueba en casi toda su capacidad antes de ser utilizado en angiografías reales.

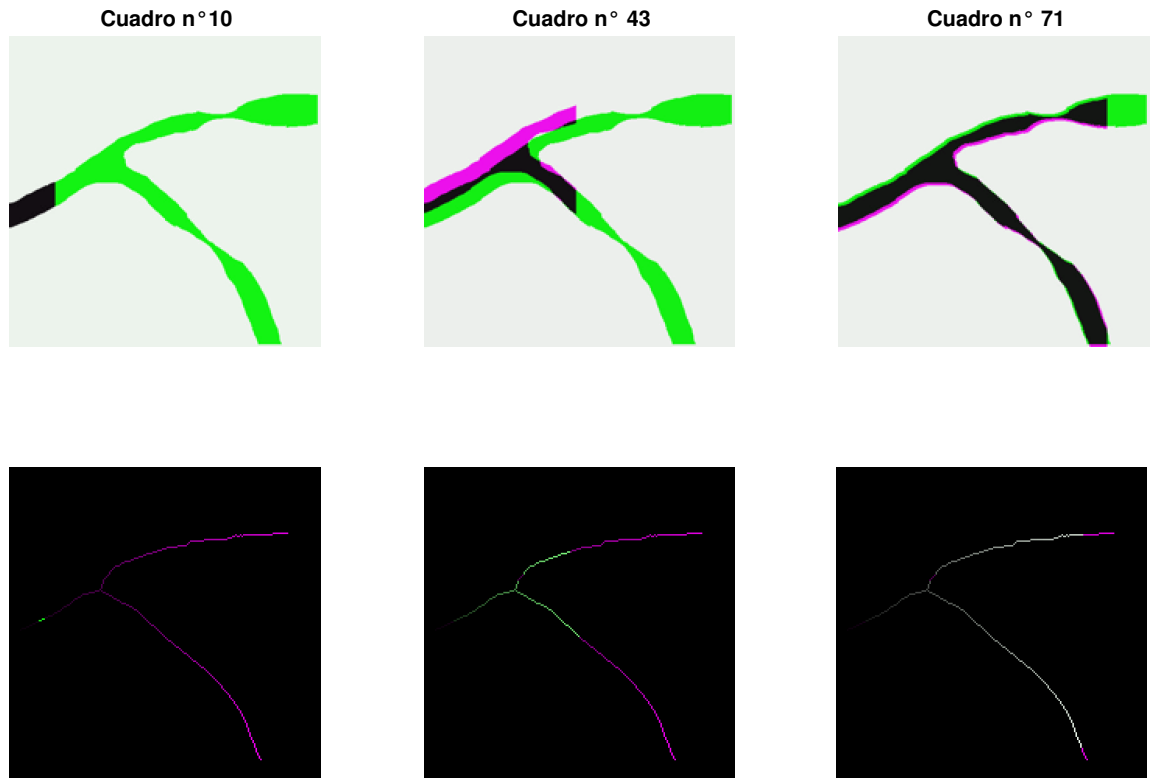
Con este fin es que se añaden desplazamientos periódicos al video para simular los movimientos inherentes a las angiografías reales. Estos desplazamientos son diagonales, es decir, se recorre la diagonal equivalente a avanzar horizontalmente y verticalmente, 10, 20 y 30 píxeles en la prueba indicada.



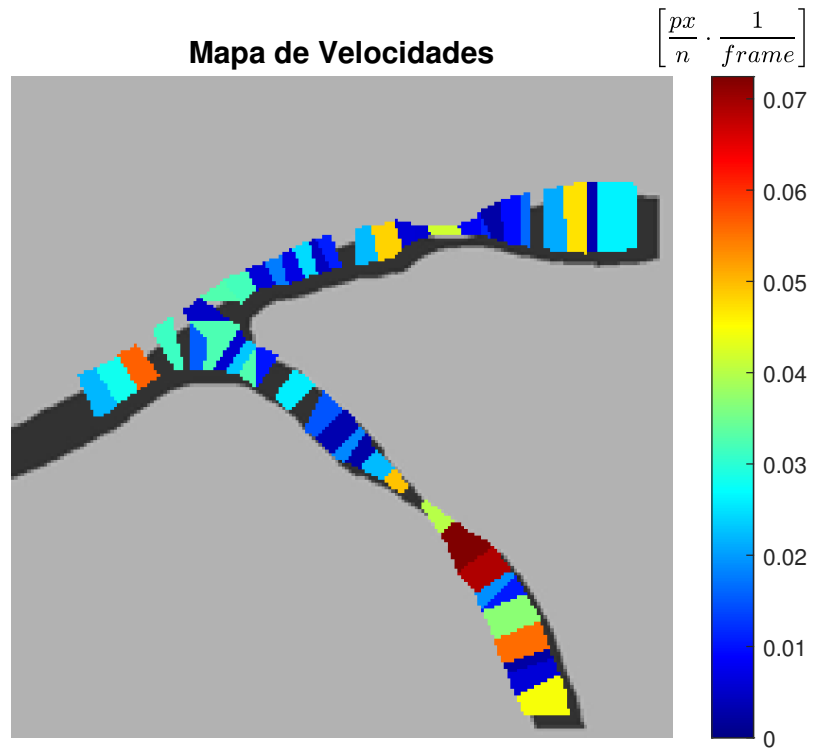
**Figura 4.9:** Visualización que muestra qué tanto se desplaza cada cuadro de la figura patrón y el resultado de su transformación geométrica hacia la geometría patrón, en el caso de un desplazamiento diagonal de 10 píxeles.



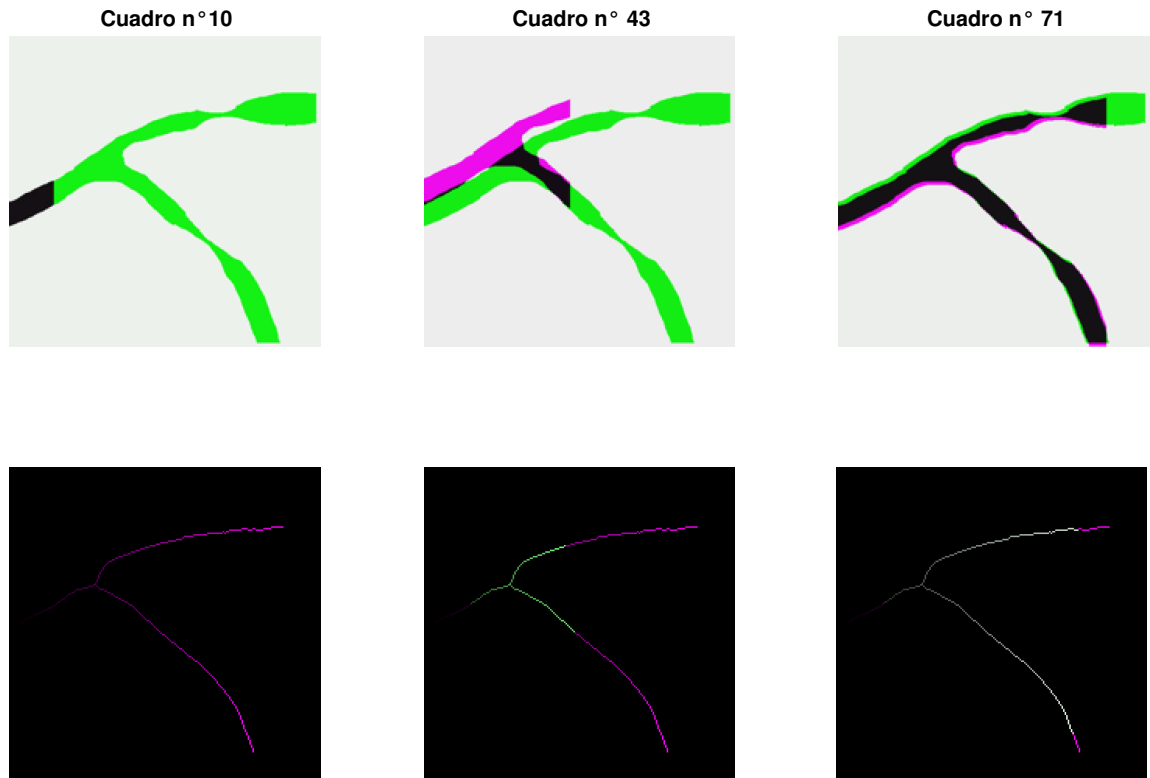
**Figura 4.10:** Mapa de velocidades obtenido para el desplazamiento del tinte a través de una arteria sintética con un desplazamiento diagonal de 10 píxeles



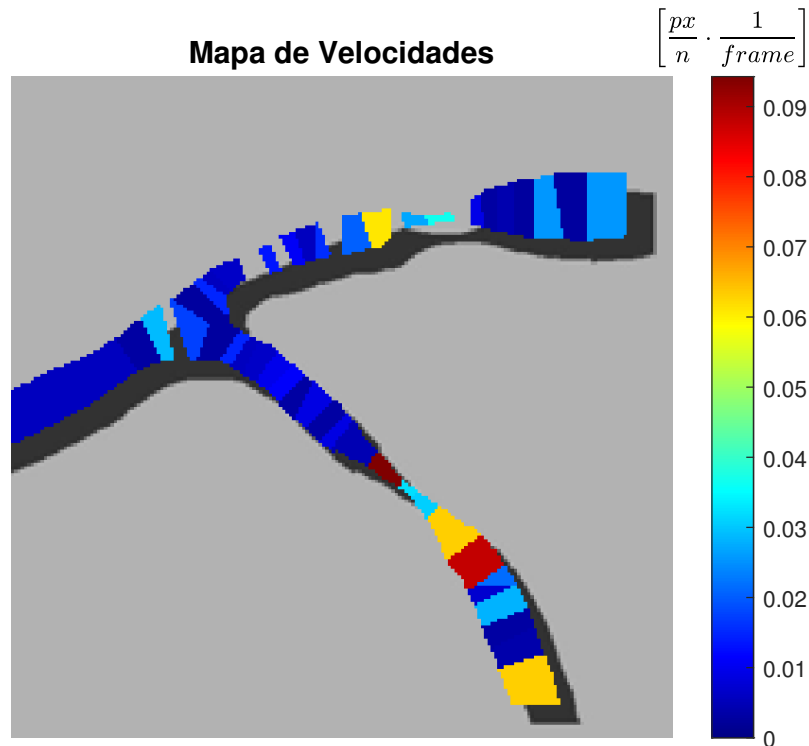
**Figura 4.11:** Visualización que muestra qué tanto se desplaza cada cuadro de la figura patrón y el resultado de su transformación geométrica hacia la geometría patrón, en el caso de un desplazamiento diagonal de 20 píxeles.



**Figura 4.12:** Mapa de velocidades obtenido para el desplazamiento del tinte a través de una arteria sintética con un desplazamiento diagonal de 20 píxeles



**Figura 4.13:** Visualización que muestra qué tanto se desplaza cada cuadro de la figura patrón y el resultado de su transformación geométrica hacia la geometría patrón, en el caso de un desplazamiento diagonal de 30 píxeles.



**Figura 4.14:** Mapa de velocidades obtenido para el desplazamiento del tinte a través de una arteria sintética con un desplazamiento diagonal de 30 píxeles

#### 4.1.4. Análisis de resultados

En todos los mapas de velocidades obtenidos el algoritmo logra detectar los estrechamientos que representarían algún tipo de lesión en las arterias que serán visualizadas en angiografías reales en los siguientes ensayos.

En 4.1.1 la velocidad máxima esperada corresponde a 0,0752 cuando se toman un cuarto de los cuadros para realizar el cálculo, lo que corresponde a un 25,33 % de error. Por otro lado, si se ocupan 1 de cada 2 cuadros se obtiene 0,0600 que es exactamente la velocidad esperada.

Al momento de añadir desplazamientos a los videos el algoritmo sigue funcionando, es decir, sigue detectando los estrechamientos pero con cada vez menos precisión, lo que es evidente la figura 4.14.

## 4.2. Prueba en 15 fps

A continuación se muestran los resultados obtenidos en una secuencia de angiografías a 15 cuadros por segundo. Se muestran primero los resultados obtenidos utilizando una segmentación manual de las arterias y luego los resultados obtenidos cuando el algoritmo segmenta las imágenes automáticamente.

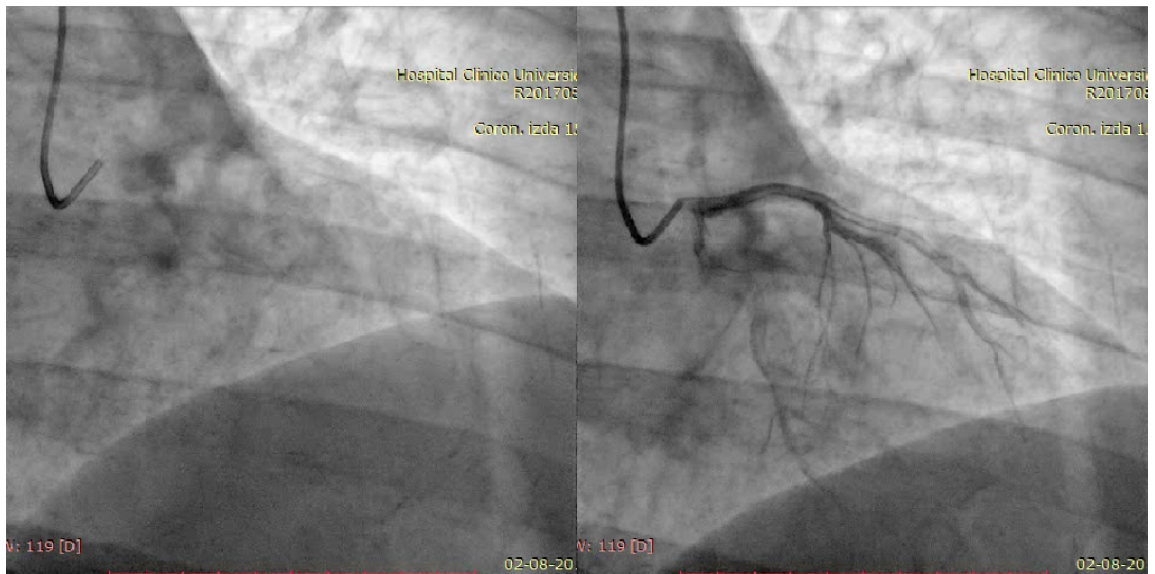
En esta prueba no es posible conocer velocidades en  $\left[ \frac{mm}{s} \right]$  dado que se carece de la información de distancias entre píxeles y la cantidad original de píxeles que forman la imagen. En la siguiente prueba, 4.3, esto se soluciona porque se cuenta con toda la información del DICOM.

En esta prueba, en ambas secciones se seleccionaron distintos cuadros para representar el avance. Esto se debe a que la segmentación manual indica que el tinte recorrió su camino completo mucho antes (entre los cuadros 8 y 24) que lo que indicó la segmentación automática (entre los cuadros 21 y 36).

### 4.2.1. Segmentación manual

**Tabla 4.3:** Tiempo de cálculo - Prueba 15 fps - Segmentación manual

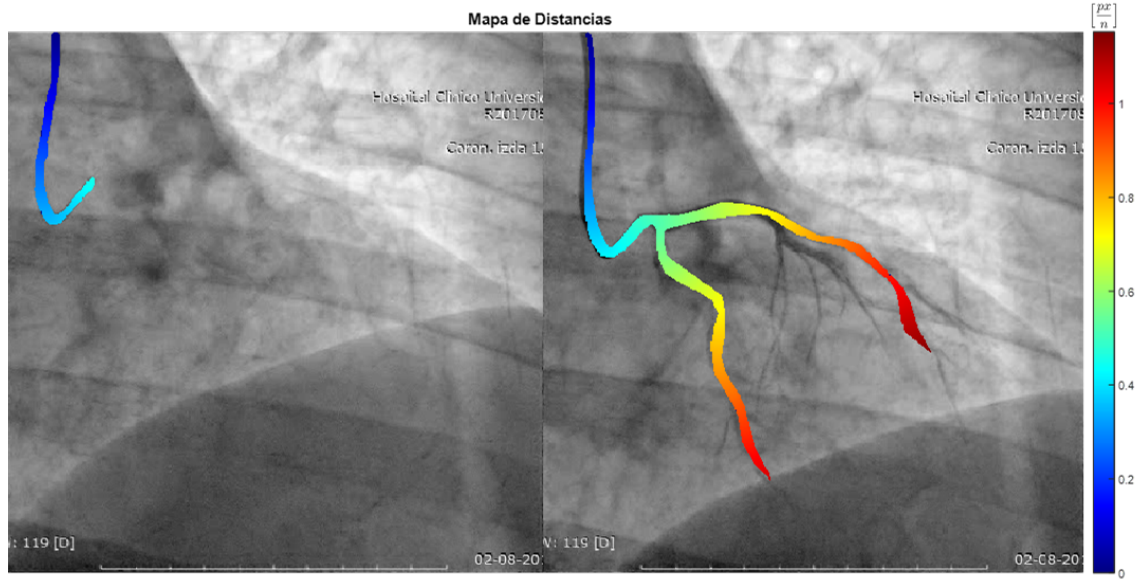
PARÁMETRO	VALOR	UNIDAD	RESUMEN
Time Elapsed	115.509363	[s]	Tiempo transcurrido entre el inicio y el final del código omitiendo la creación de figuras



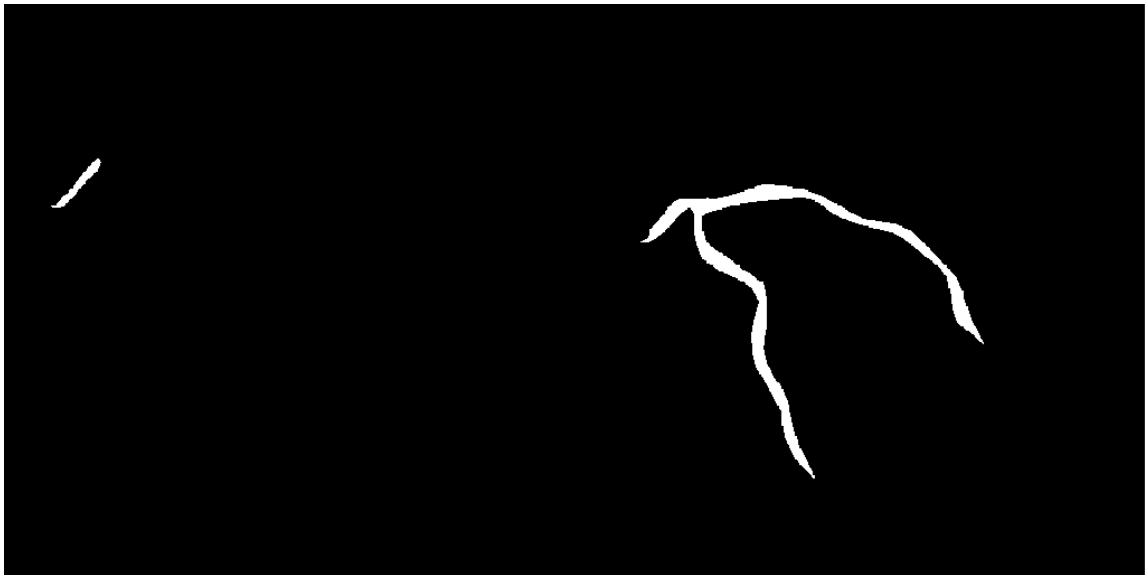
**Figura 4.15:** *Izquierda:* Cuadro en que se detectó visualmente que comienza a avanzar el tinte fuera del catéter *Derecha:* Cuadro final, en el que se detectó visualmente que el tinte había completado su recorrido.



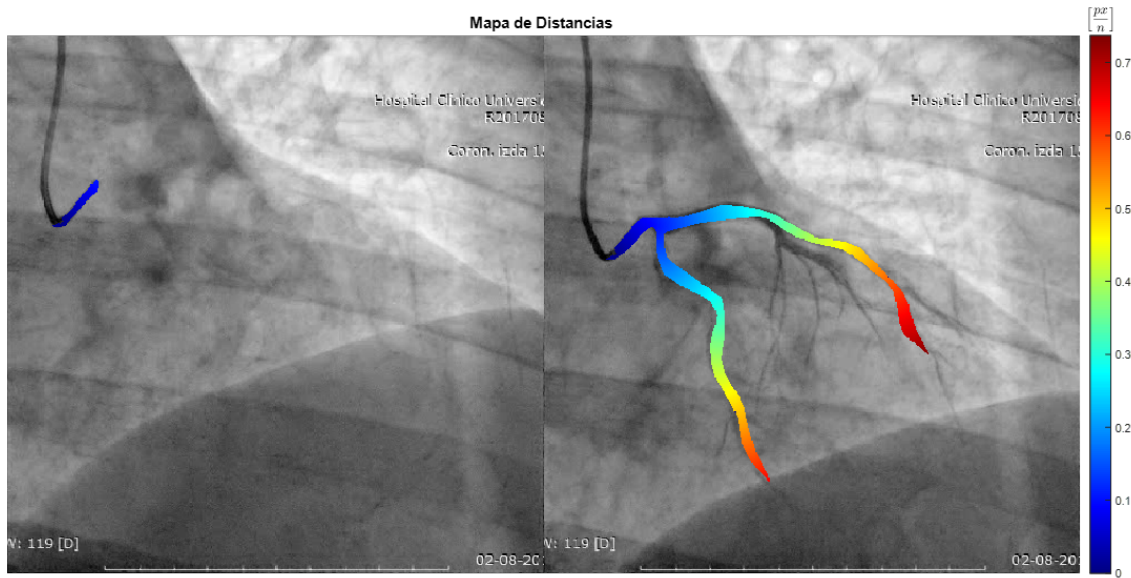
**Figura 4.16:** *Izquierda:* Segmentación manual del primer cuadro de la secuencia angiográfica. *Derecha:* Segmentación manual del último cuadro de la secuencia.



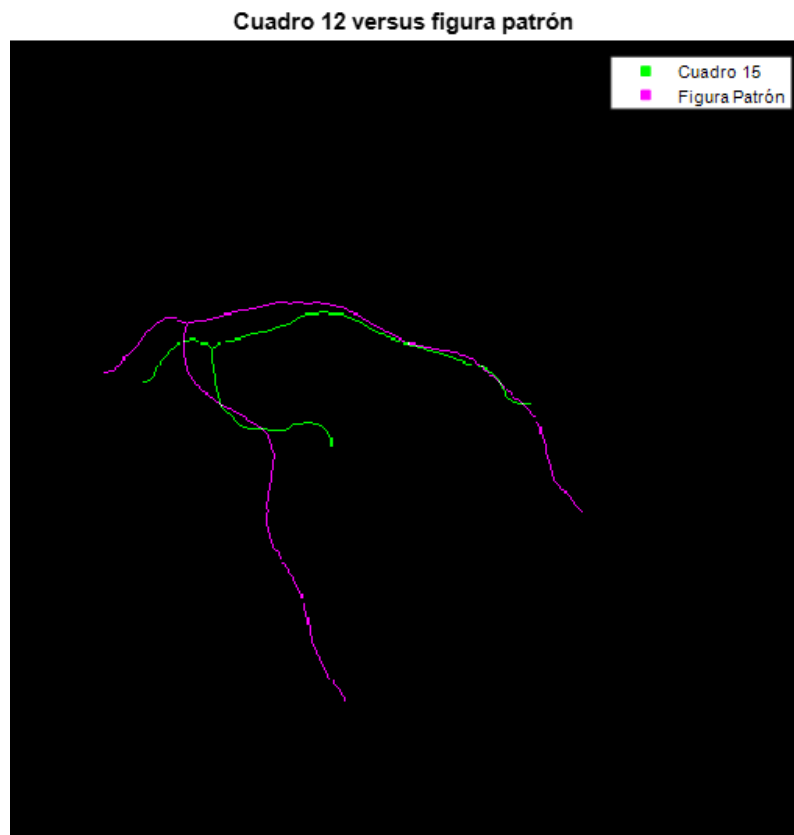
**Figura 4.17:** *Izquierda:* FM aplicado al cuadro inicial. *Derecha:* FM aplicado al cuadro final. El propósito de este FM es la determinación de la longitud del catéter en cada cuadro



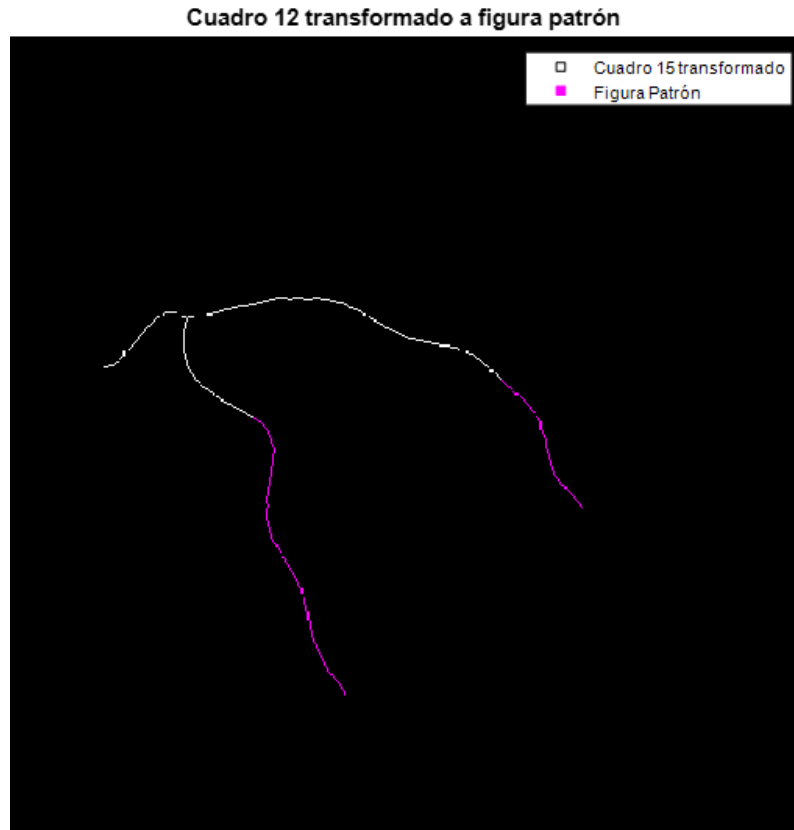
**Figura 4.18:** *Izquierda:* Segmantación del cuadro inicial con la longitud del cateter eliminada. *Derecha:* Segmantación del cuadro final con la longitud del cateter eliminada.



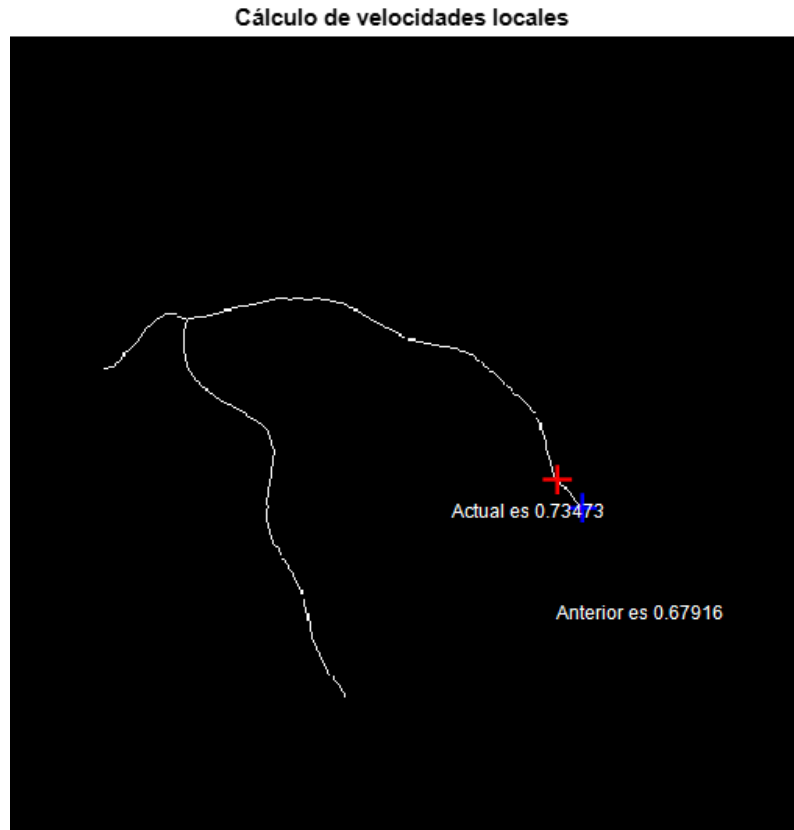
**Figura 4.19:** *Izquierda:* FM aplicado a la segmentación del cuadro inicial. *Derecha:* FM aplicado a la segmentación del cuadro final. Esta es la información de distancias utilizada para calcular velocidades



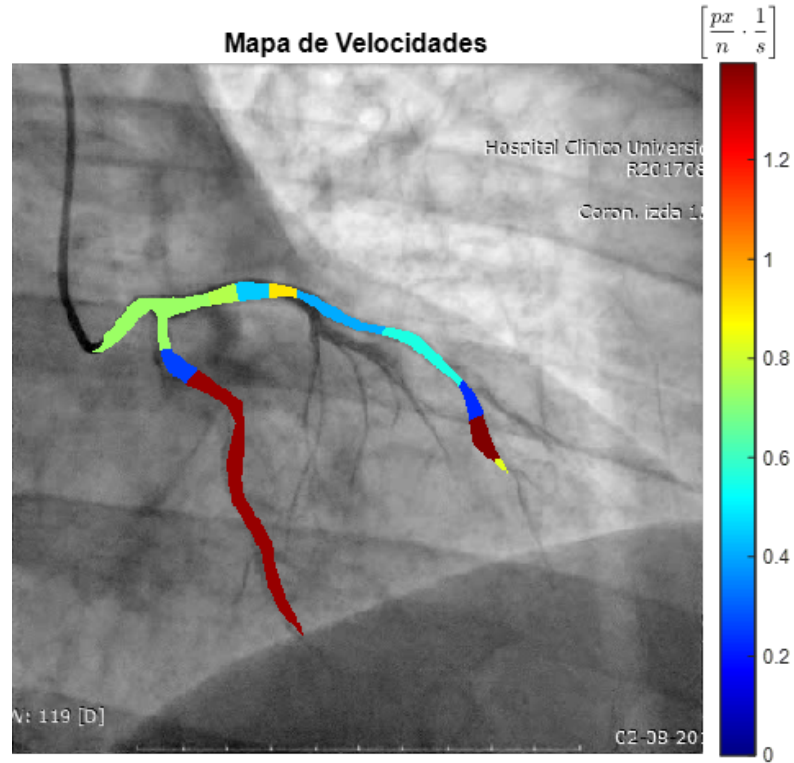
**Figura 4.20:** Representación de un cuadro arbitrario sobre la figura patrón



**Figura 4.21:** Representación del cuadro arbitrario ya transformado en la figura patrón



**Figura 4.22:** Representación de dos puntos de avance pertenecientes a cuadros distintos utilizados para el cálculo de velocidades en ese sector

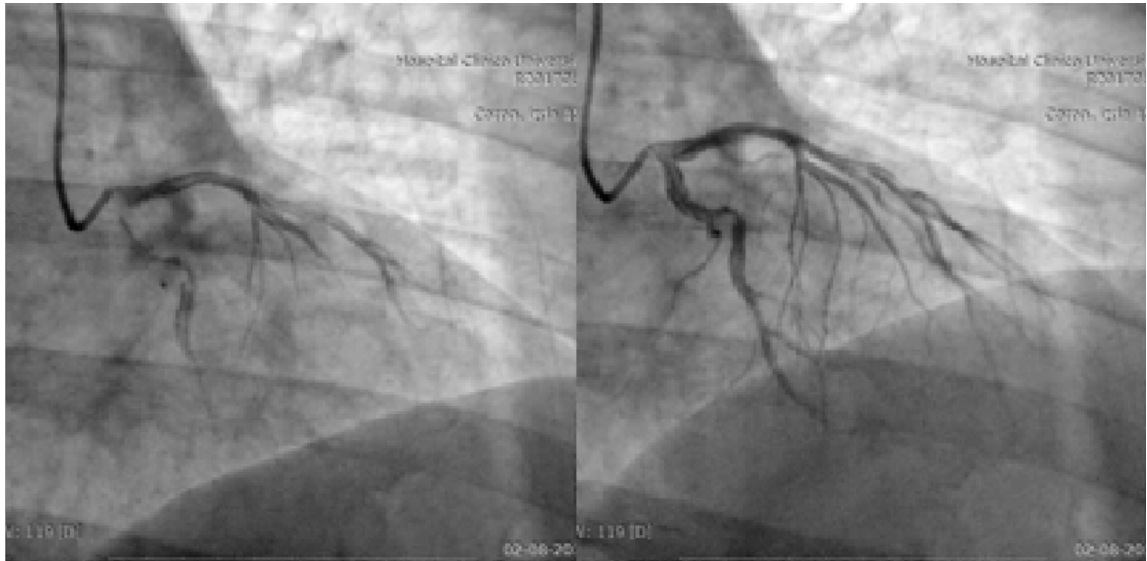


**Figura 4.23:** Velocidad de avance calculada a través de toda la trayectoria recorrida por el tinte representada en la figura patrón.

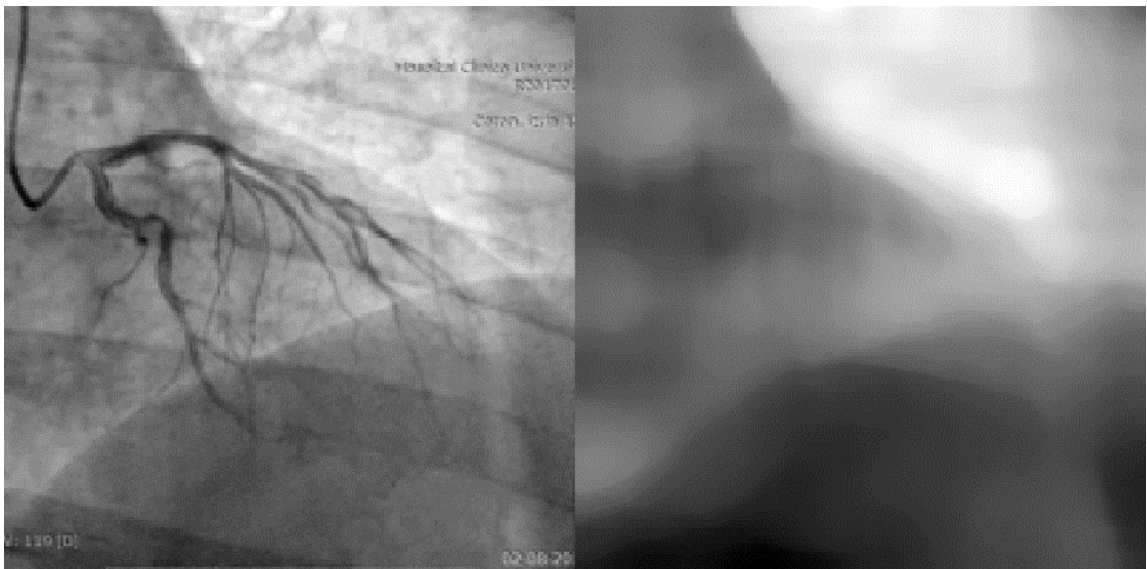
#### 4.2.2. Segmentación automática

**Tabla 4.4:** Tiempo de cálculo - Prueba 15 fps - Segmentación automática

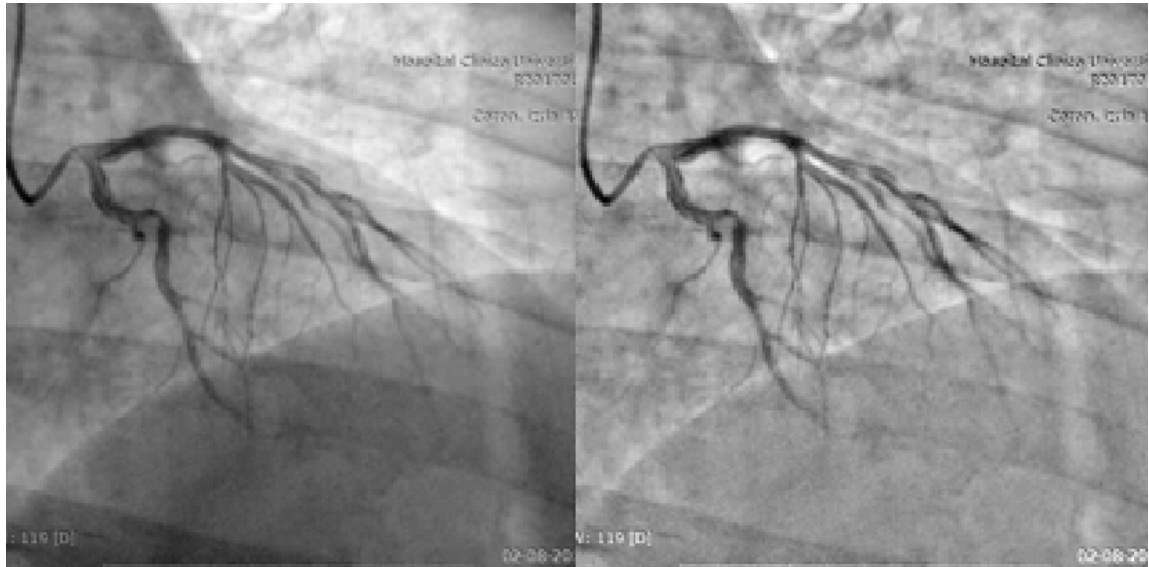
PARÁMETRO	VALOR	UNIDAD	RESUMEN
Time Elapsed	111.298260	[s]	Tiempo transcurrido entre el inicio y el final del código omitiendo la creación de figuras



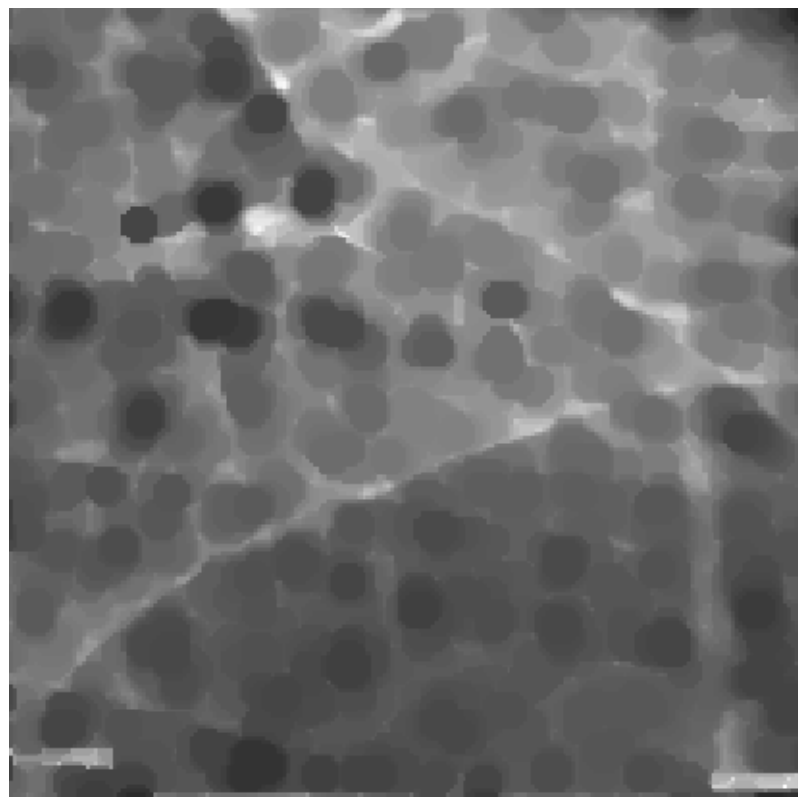
**Figura 4.24:** *Izquierda:* Cuadro en que se detectó visualmente que comienza a avanzar el tinte fuera del catéter *Derecha:* Cuadro final, en el que se detectó visualmente que el tinte había completado su recorrido.



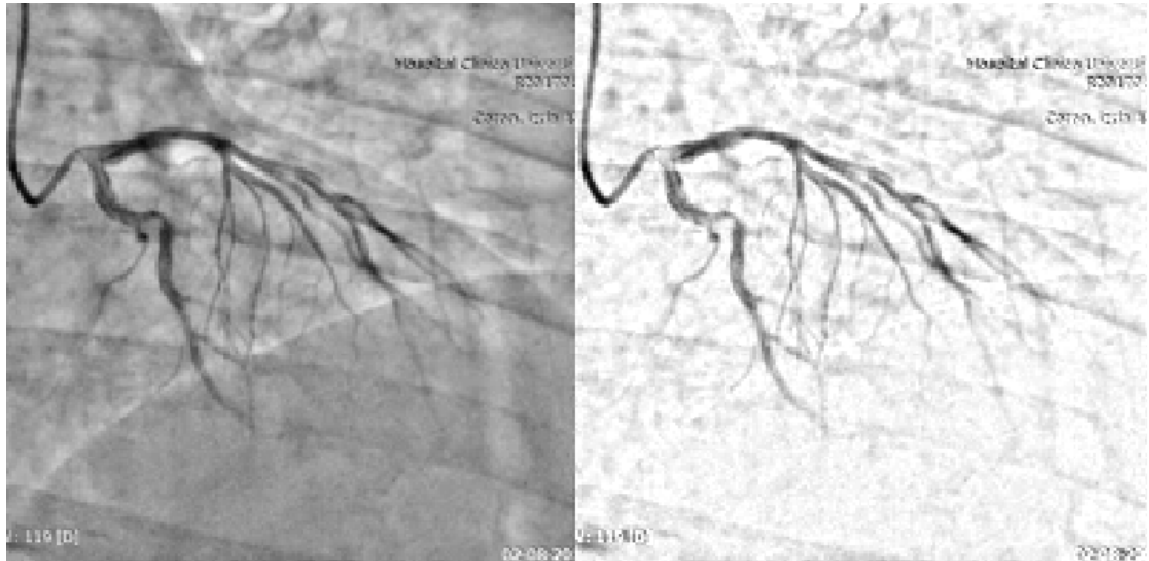
**Figura 4.25:** *Izquierda:* Cuadro final *Derecha:* Umbral adaptativo calculado a partir del cuadro final



**Figura 4.26:** Izquierda: Cuadro final Derecha: Cuadro final luego de que se le resta el umbral adaptativo



**Figura 4.27:** Cerrado morfológico del cuadro final



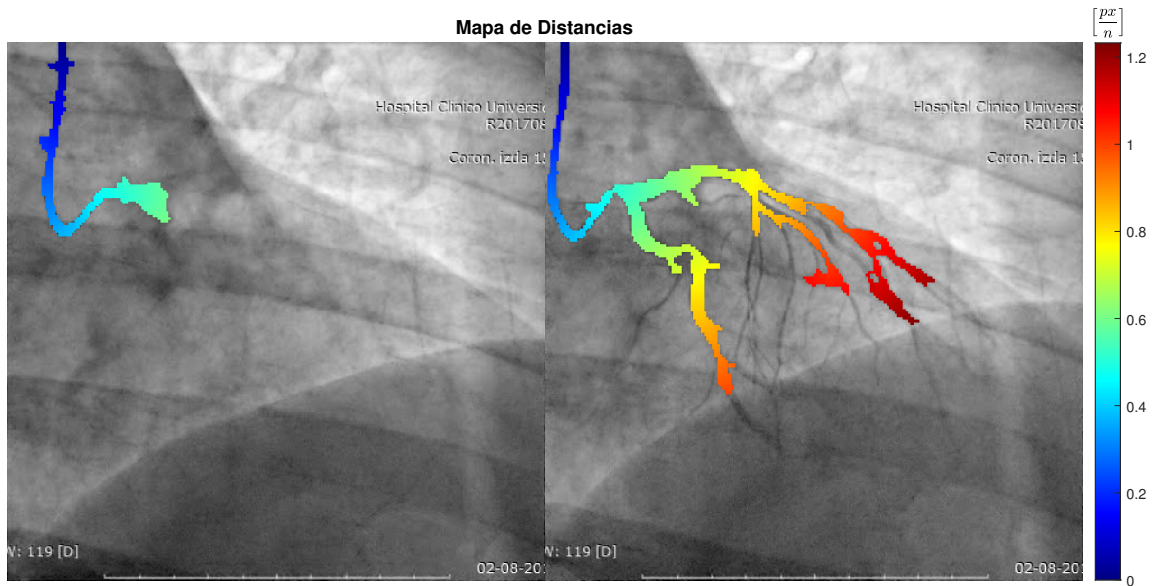
**Figura 4.28:** *Izquierda:* Cuadro final *Derecha:* Cuadro final una vez que se le resta el cerrado morfológico



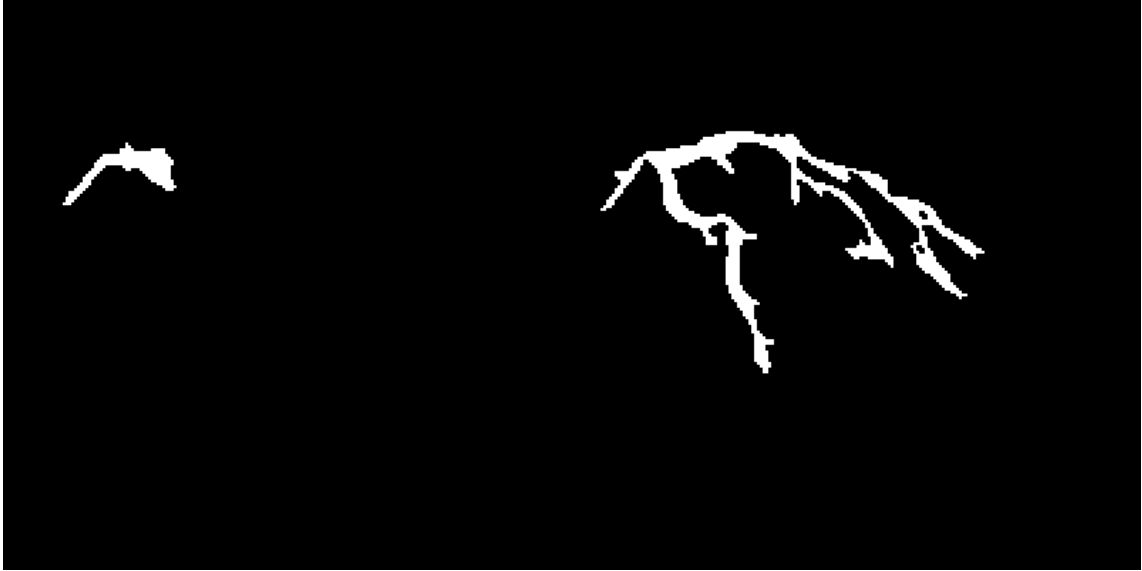
**Figura 4.29:** *Izquierda:* Filtro de frangi aplicado al cuadro inicial *Derecha:* Filtro de frangi aplicado al cuadro final



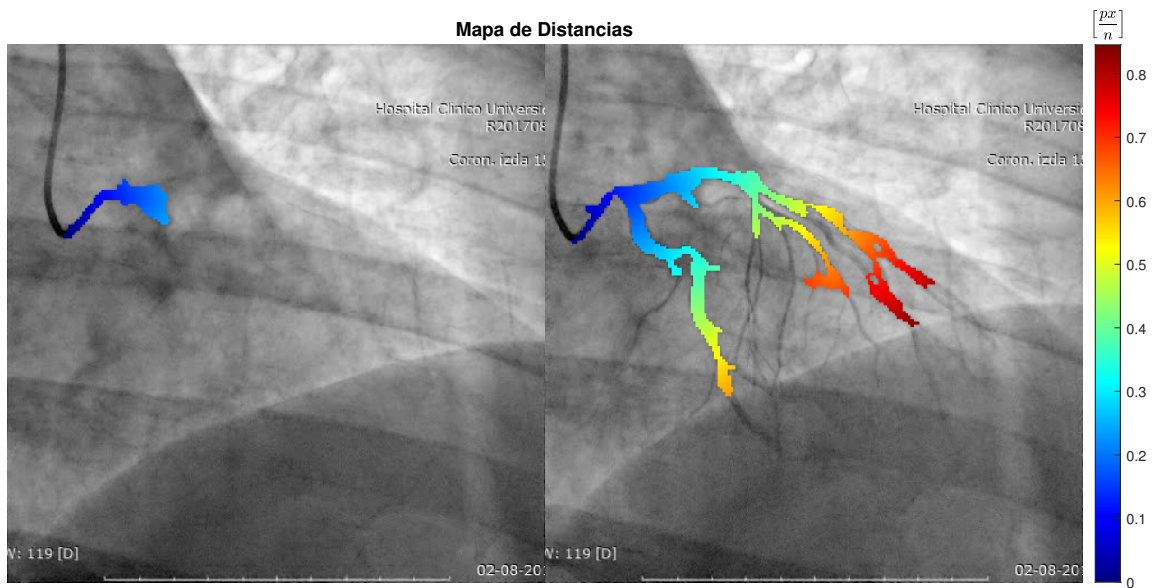
**Figura 4.30:** *Izquierda:* Binarización del cuadro inicial *Derecha:* Binarización del cuadro final. De esta manera se obtienen las segmentaciones a utilizar.



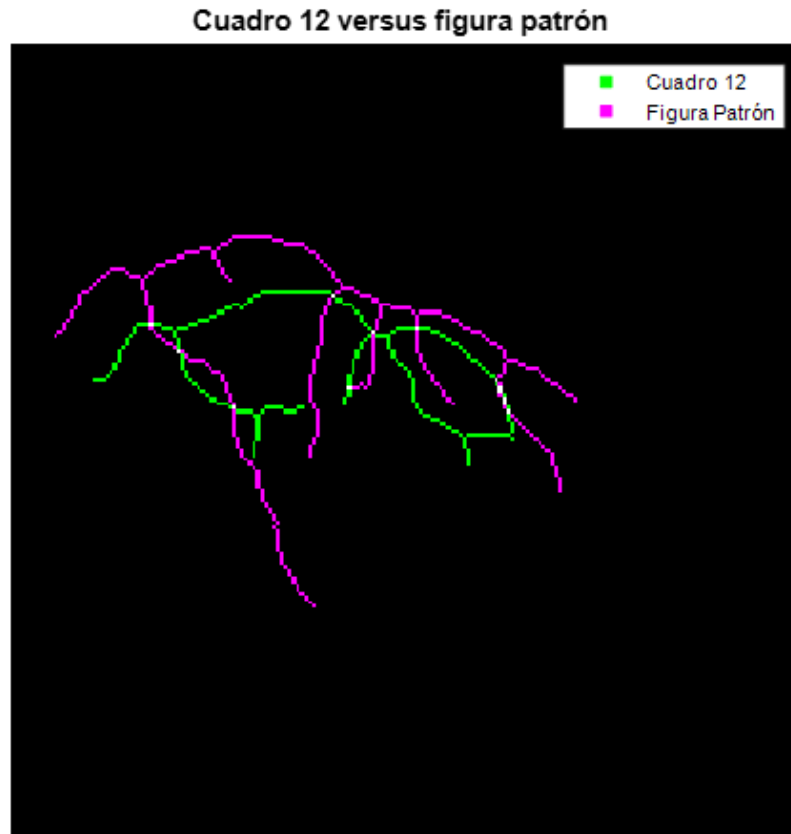
**Figura 4.31:** *Izquierda:* FM aplicado al cuadro inicial *Derecha:* FM aplicado al cuadro final



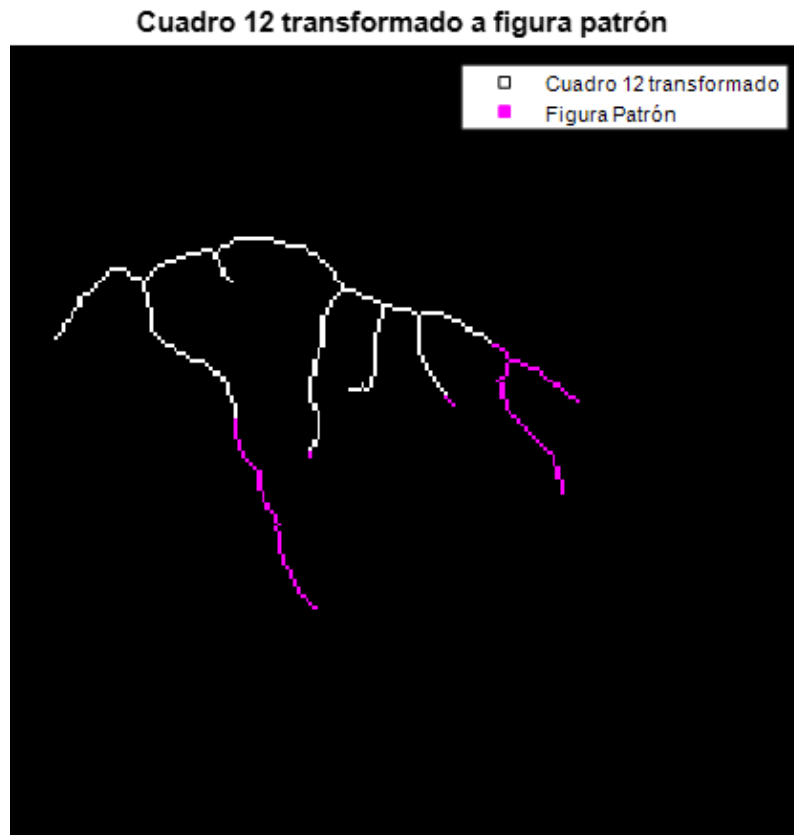
**Figura 4.32:** *Izquierda:* Segmentación del cuadro inicial una vez eliminada la longitud correspondiente al catéter  
*Derecha:* Segmentación del cuadro final una vez eliminada la longitud correspondiente al catéter



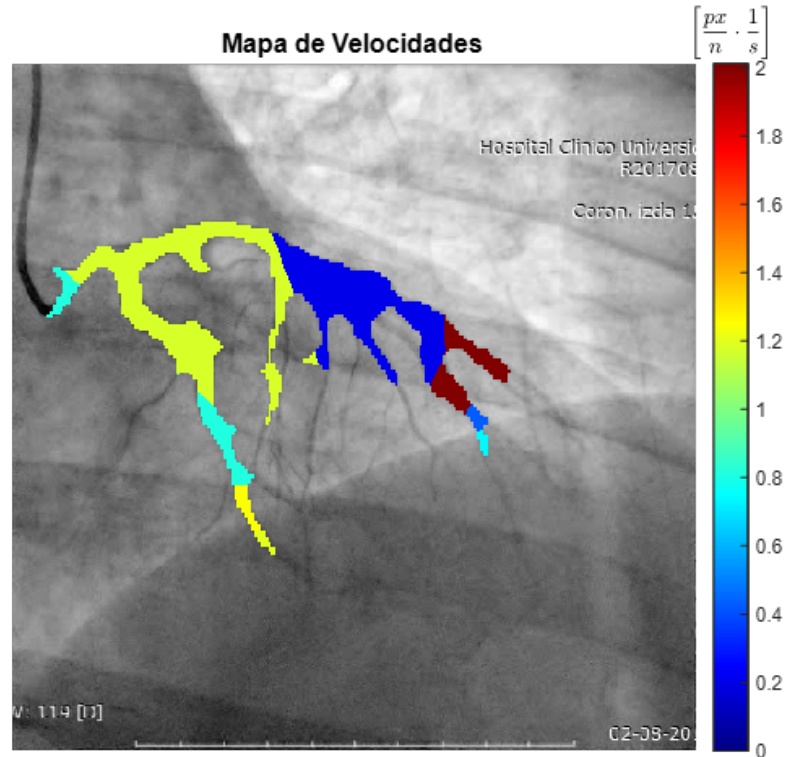
**Figura 4.33:** *Izquierda:* FM aplicado al cuadro inicial sin catéter  
*Derecha:* FM aplicado al cuadro final sin catéter



**Figura 4.34:** Representación de un cuadro arbitrario sobre la geometría patrón



**Figura 4.35:** Representación de la transformación geométrica de un cuadro arbitrario en la geometría patrón



**Figura 4.36:** Mapa de velocidades final representado en la figura patrón

### 4.2.3. Análisis de resultados

El trabajo previo al filtro de Frangi en la segmentación automática logra eliminar en su mayoría las estructuras que no son vasculares. La eliminación del umbral adaptativo elimina las diferencias más grandes de intensidad correspondientes a los tejidos de órganos, como se observa en la figura 4.26. Luego, el cerrado morfológico logra eliminar los bordes de estas estructuras no vasculares y ataca levemente las costillas, esto es visible en la figura 4.28.

Una vez realizado el trabajo previo, el filtro de frangi logra detectar satisfactoriamente las estructuras vasculares en la angiografía, pero los parámetros utilizados son demasiado agresivos con ciertos sectores que parecen desconectados en la figura 4.29. Esto se soluciona con las operaciones binarias de reconstrucción adecuadas detalladas en el capítulo 3. Esta reconstrucción no alarga los vasos sanguíneos ya detectados, por lo que es posible medir distancias sin perder precisión. Además, ahora que se han eliminado todas las discontinuidades, como se observa en la figura 4.30, es posible utilizar fast marching sin problemas.

Antes de aplicar fast marching a la segmentación manual o a la segmentación automática es conveniente comparar sus resultados. Estos es posible de hacer observando las imágenes 4.16 y 4.30 en donde se observa que la segmentación automática es mucho menos precisa, generando estructuras de forma no vascular.

La longitud del catéter es detectada satisfactoriamente en ambas pruebas por lo que existe un punto real en el cual colocar el origen del sistema para cada medición y este será coherente de cuadro a cuadro.

Las figuras 4.34 y 4.35, muestran que se logra transformar geométricamente cada una de las geometrías en la geometría patrón. La gracia de este paso es que las distancias son conservadas desde el fast marching, por lo que la transformación geométrica no implica una variación en las distancias medidas.

Finalmente, los mapas de velocidades obtenidos a través de segmentación manual y segmentación

automática, 4.23 y 4.36 respectivamente, entregan velocidades en el mismo orden de magnitud y a pesar de la diferencia de colores, en una de las ramas en ambas segmentaciones se mide la misma velocidad de  $1,3 \left[ \frac{px}{n} \cdot \frac{1}{s} \right]$ .

El tiempo de calculo aumentó en un 3 % en la prueba segmentada automáticamente, esto se debe a que la cantidad de cuadros analizados es mayor.

### 4.3. Prueba en 25 fps

En esta sección se aplica el algoritmo descrito en el capítulo 3 en una secuencia de angiografías obtenidas a 25 cuadros por segundo. El algoritmo es aplicado en dos oportunidades bajo distintas condiciones. Al igual que en la prueba en 15 fps, en la primera ocasión la segmentación aplicada a la secuencia angiográfica es manual, por lo es posible omitir la aplicación de la sección del algoritmo destinada a generar la segmentación. Esta implementación reducida es útil para enfocar el análisis de resultados en la la medición de distancias y cálculo de velocidades.

La segunda vez que el código es aplicado no se utiliza ningún tipo de procesamiento previo, por lo que el código es en el encargado de generar la segmentación.

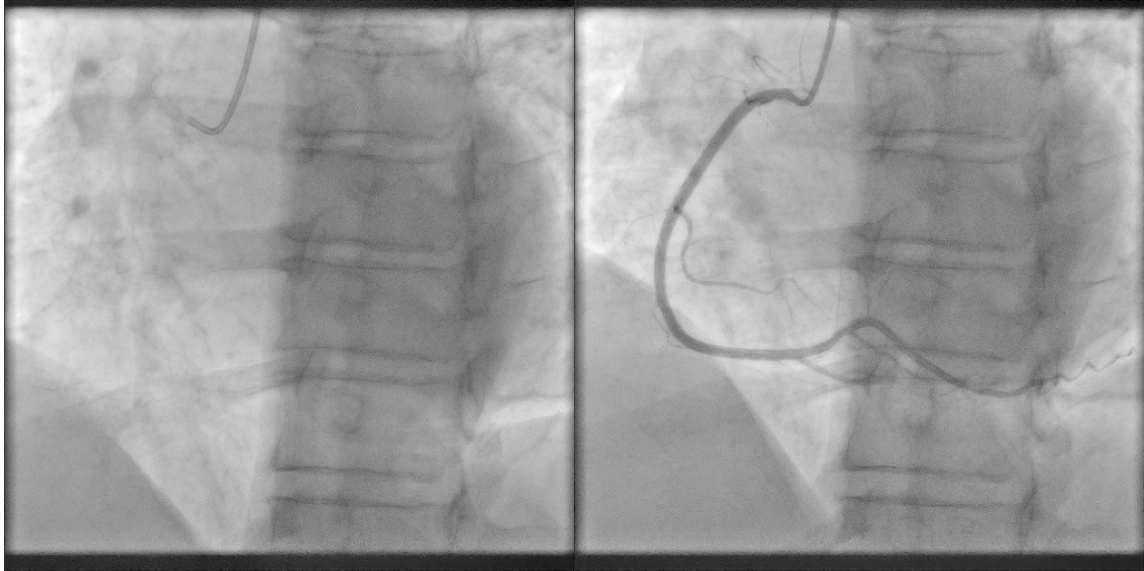
Desde el archivo DICOM se obtienen las siguientes características técnicas de la secuencia angiográfica:

**Tabla 4.5:** Tabla de Información obtenida directamente desde DICOM

PARÁMETRO	VALOR	UNIDAD	RESUMEN
NumberOfFrames	110	-	Número de cuadros. Cantidad de imágenes angiográficas contenidas en el archivo.
RecommendedDisplayFrameRate	25	[fps]	Velocidad de fotogramas. Cantidad de imágenes que se tomaron por segundo.
ImagerPixelSpacing	0.3035	[mm]	Distancia entre los centros de cada pixel en la imagen.

Dado que se conocen todos los parámetros necesarios, en esta prueba es posible conocer velocidades en  $\frac{mm}{s}$ .

En concordancia con el procedimiento descrito, en cada una de las pruebas se muestra secuencialmente el resultado de los distintos procesos por los que pasa el conjunto de imágenes angiográficas. Para visualizar cómo afectan estos procesos a las distintas imágenes es que se muestran, cuando es necesario, la imagen inicial junto con la imagen final del conjunto.



**Figura 4.37:** *Izquierda:* Cuadro en que se detectó visualmente que comienza a avanzar el tinte fuera del catéter *Derecha:* Cuadro final, en el que se detectó visualmente que el tinte había completado su recorrido.

De un total de 110 cuadros se detectó que para determinar distancias y velocidades de avance son solo necesarios los cuadros desde el 22 hasta el 52

En las siguientes dos secciones se presentan los resultados para el avance, primero para segmentación manual y finalmente para segmentación automática.

### 4.3.1. Segmentación manual

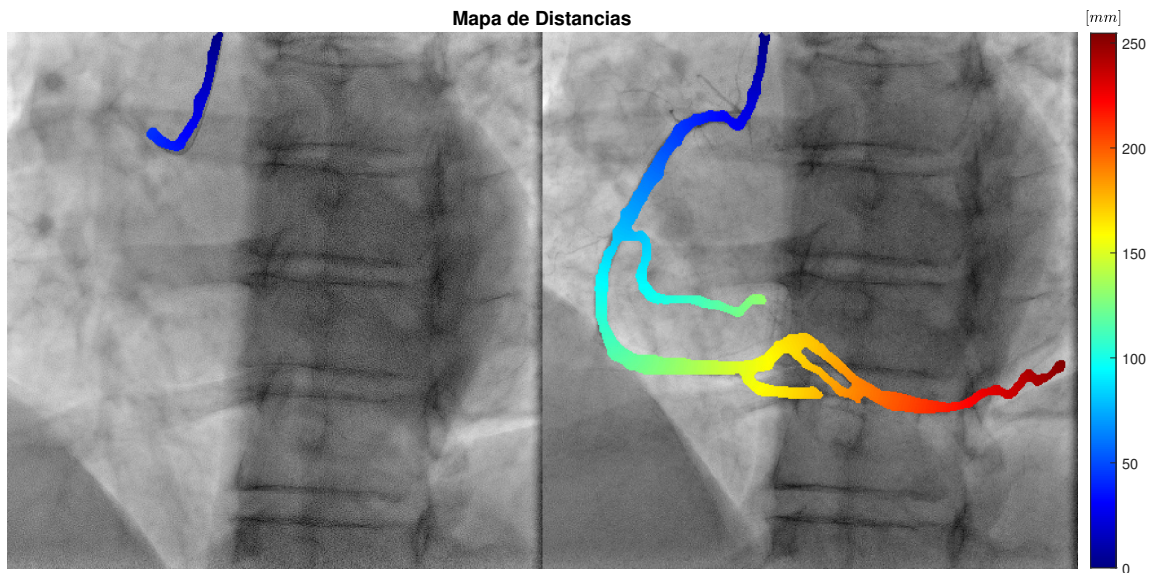
Dado que en esta parte de la prueba la segmentación es realizada manualmente es que se omiten todos los resultados visuales que podría haber entregado la segmentación automática.

**Tabla 4.6:** Tiempo de cálculo - Prueba 25 fps - Segmentación Manual

PARÁMETRO	VALOR	UNIDAD	RESUMEN
Time Elapsed	371.138629	[s]	Tiempo transcurrido entre el inicio y el final del código omitiendo la creación de figuras



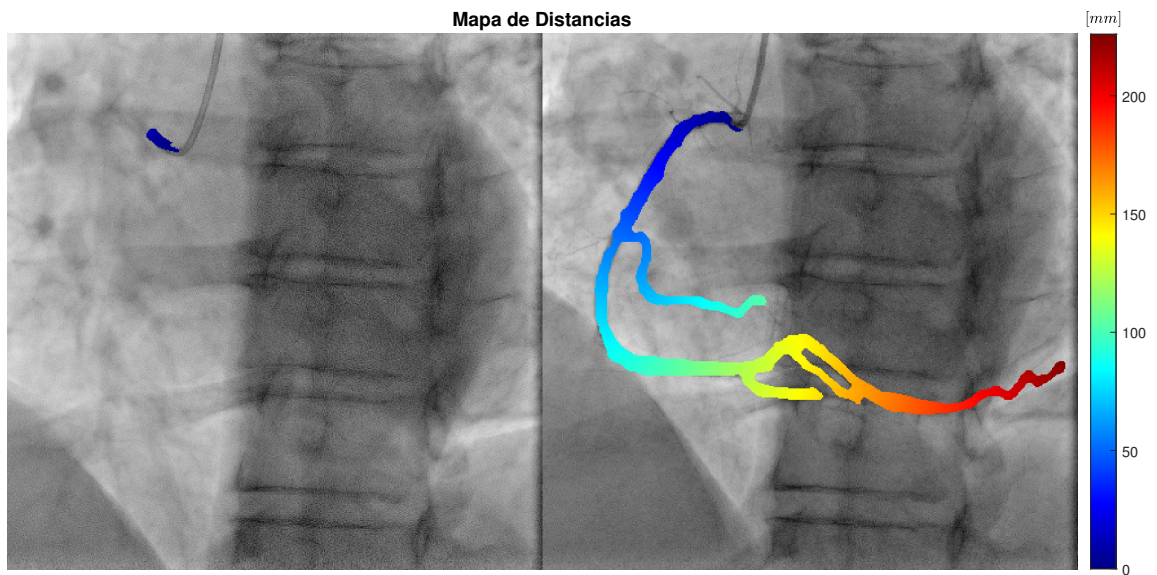
**Figura 4.38:** *Izquierda:* Primer cuadro del conjunto estudiado, segmentado manualmente. *Derecha:* Último cuadro del conjunto estudiado, segmentado manualmente.



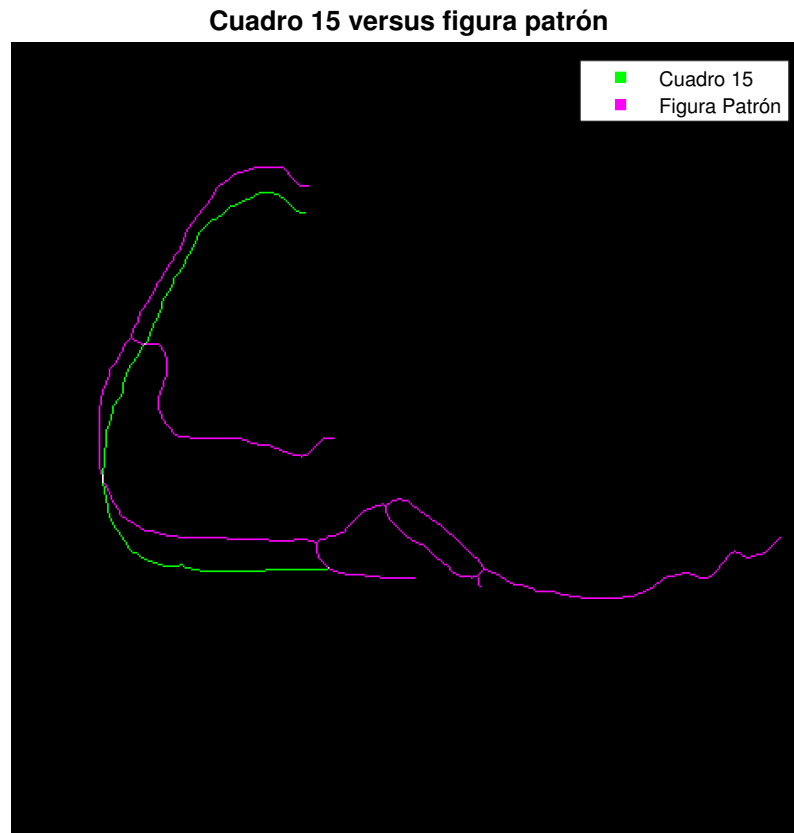
**Figura 4.39:** *Izquierda:* Mapa de distancias obtenido por FM del primer cuadro *Derecha:* Mapa de Fast Marching obtenido en el cuadro final. La única utilidad de este fast Marching es la detección del largo del catéter para su posterior eliminación.



**Figura 4.40:** *Izquierda:* Segmentación del cuadro inicial en que se ha logrado eliminar la presencia del catéter *Derecha:* Segmentación del cuadro final en que se ha eliminado la presencia del catéter.



**Figura 4.41:** *Izquierda:* FM sin catéter del primer cuadro de la secuencia *Derecha:* FM sin catéter del último cuadro de la secuencia

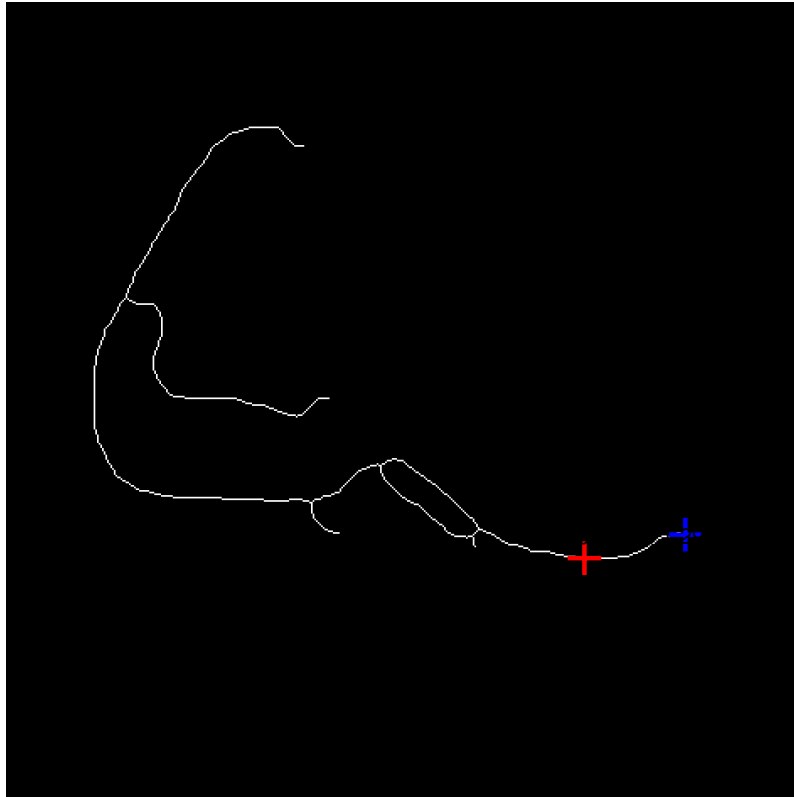


**Figura 4.42:** Representación de un cuadro arbitrario contrastado con el cuadro final utilizado como geometría patrón

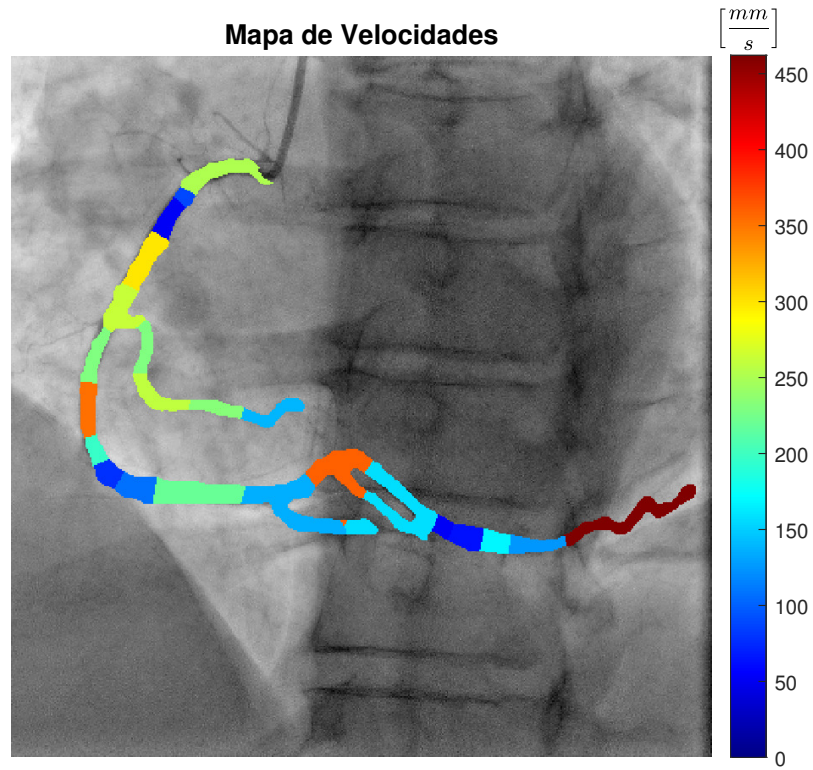
**Cuadro 15 transformado a figura patrón**

**Figura 4.43:** Representación de la transformación geométrica del cuadro arbitrario en el cuadro patrón

### Cálculo de velocidades locales



**Figura 4.44:** Representación de dos puntos utilizados para determinar el avance del tinte desde un cuadro al otro

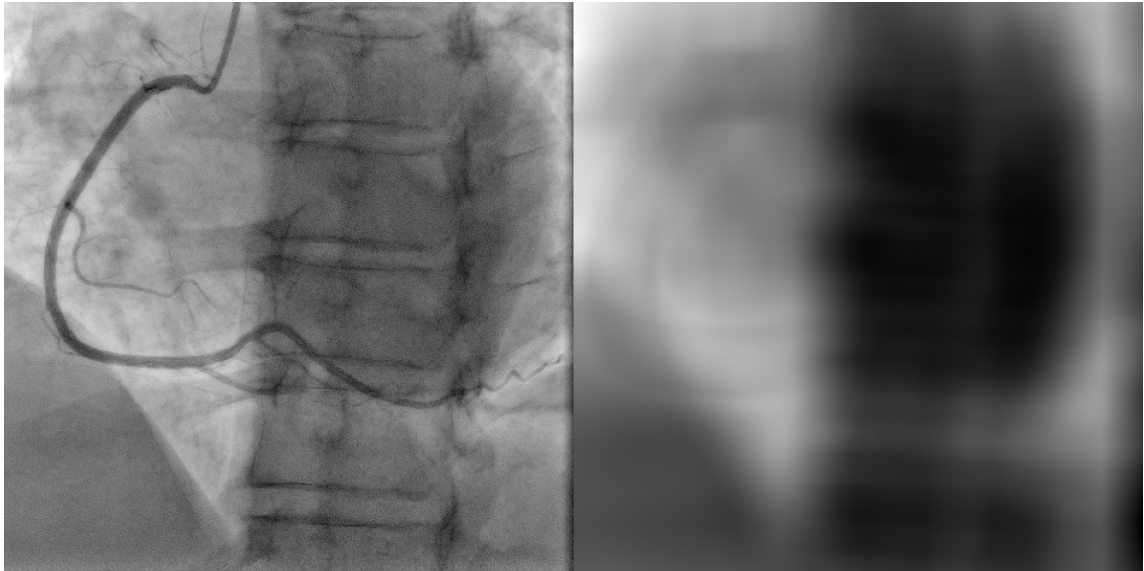


**Figura 4.45:** Representación final de las velocidades calculadas en base a una segmentación manual sobre la figura patrón

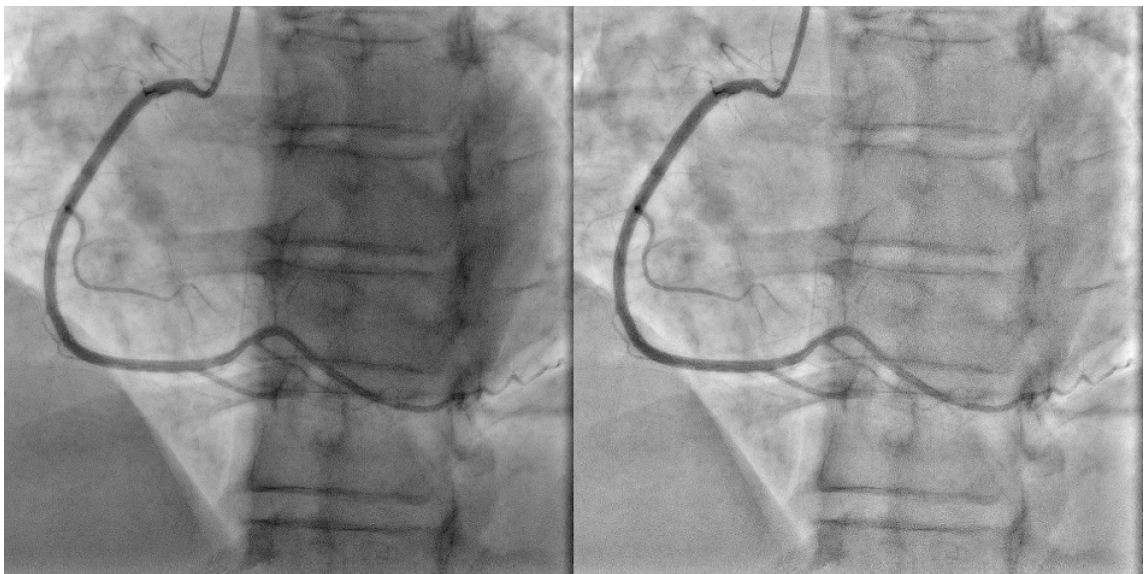
### 4.3.2. Segmentación automática

**Tabla 4.7:** Tiempo de cálculo - Prueba 25 fps - Segmentación Automática

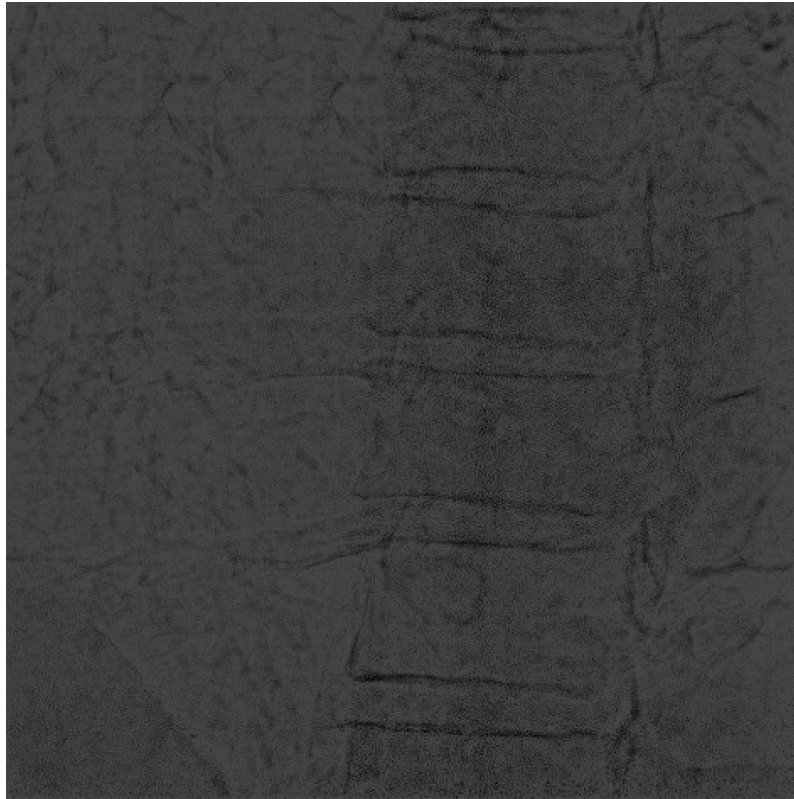
PARÁMETRO	VALOR	UNIDAD	RESUMEN
Time Elapsed	441.789441	[s]	Tiempo transcurrido entre el inicio y el final del código omitiendo la creación de figuras



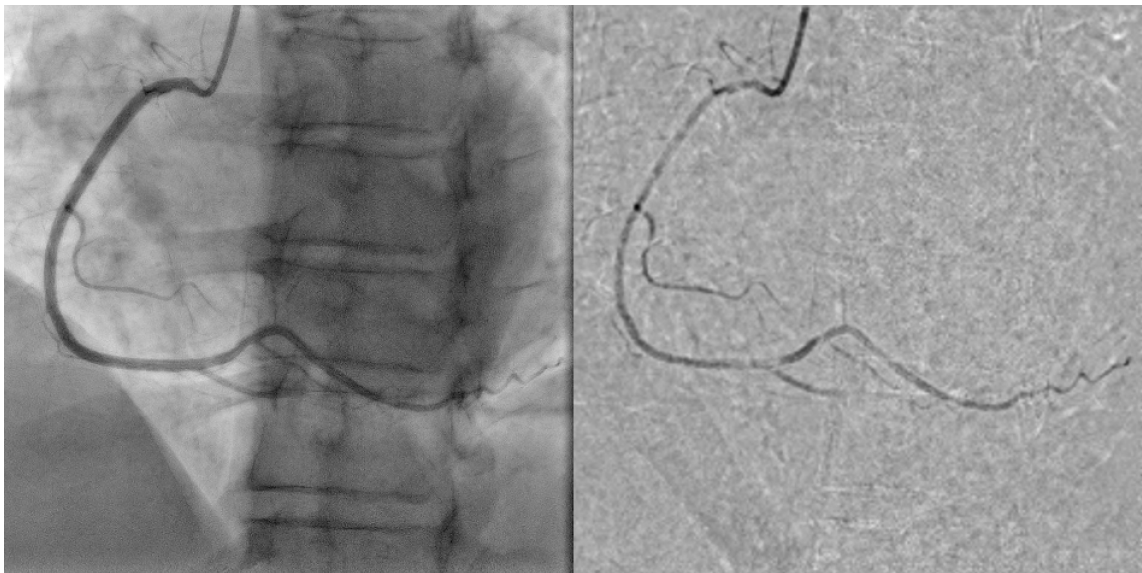
**Figura 4.46:** *Izquierda:* Cuadro final *Derecha:* Umbral adaptativo calculado en base al cuadro final



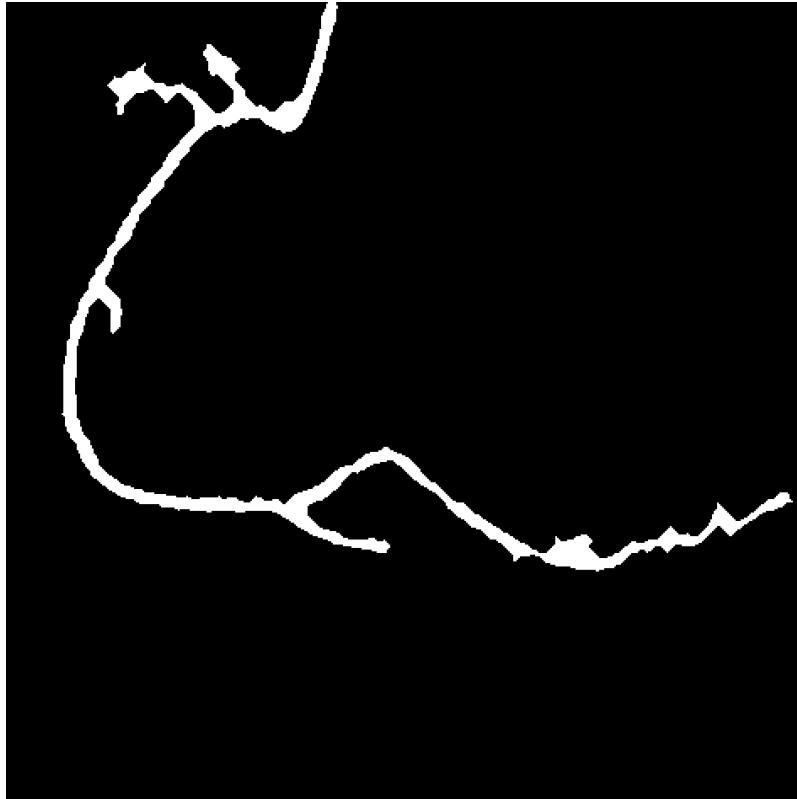
**Figura 4.47:** *Izquierda:* Cuadro Final *Derecha:* Resultado de restar al cuadro final el umbral adaptativo



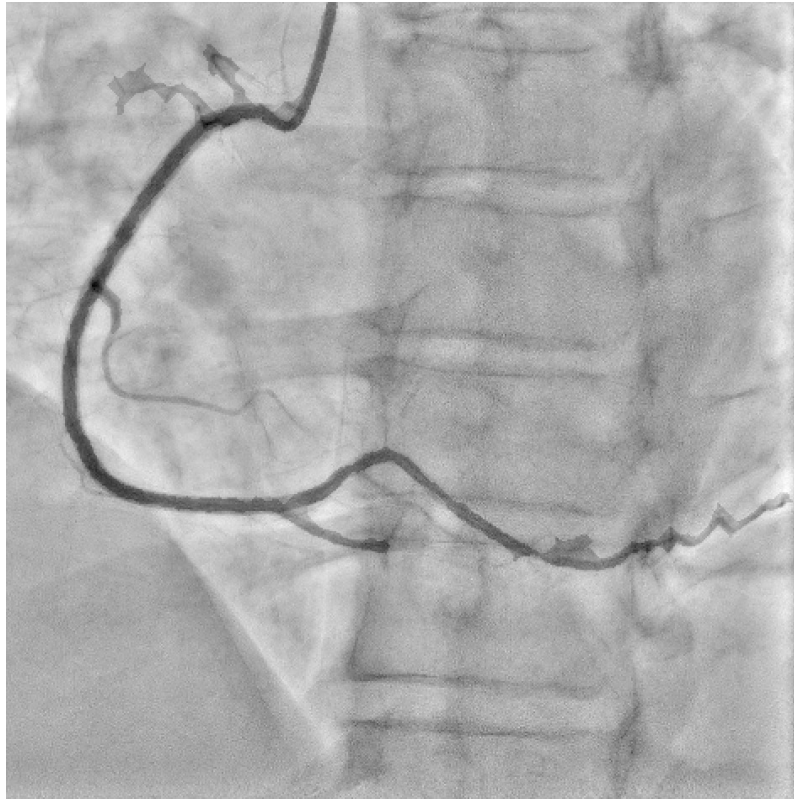
**Figura 4.48:** Estructuras estáticas detectadas en el cuadro inicial



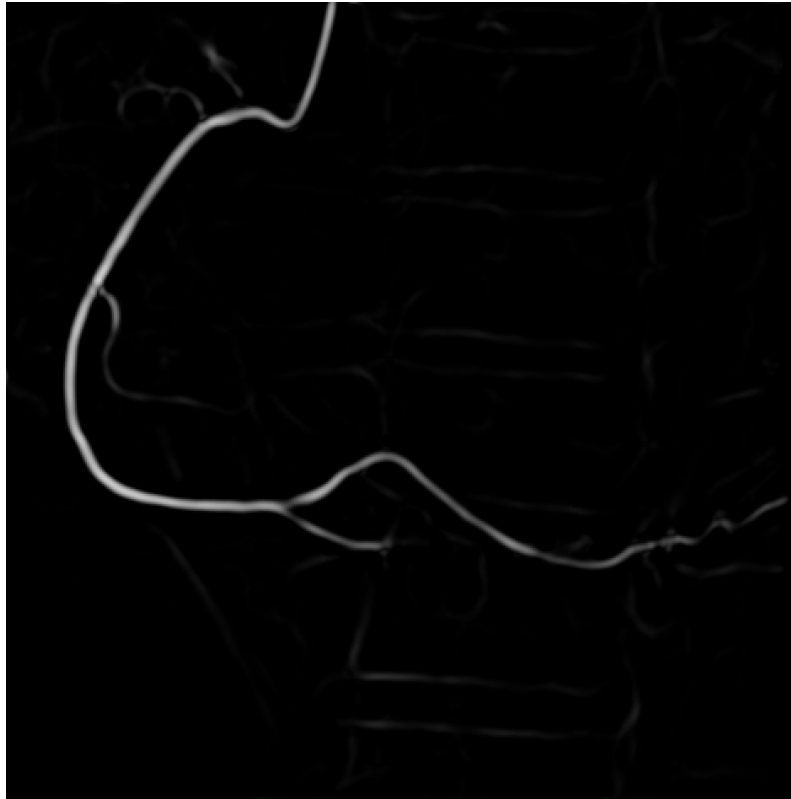
**Figura 4.49:** *Izquierda:* Cuadro inicial *Derecha:* Cuadro inicial con al que se le han restado todas las estructuras que no son vasculares



**Figura 4.50:** Segmentación automática del cuadro final



**Figura 4.51:** Ponderación entre el cuadro final y la segmentación automática del cuadro final



**Figura 4.52:** Filtro de frangi aplicado a la ponderación

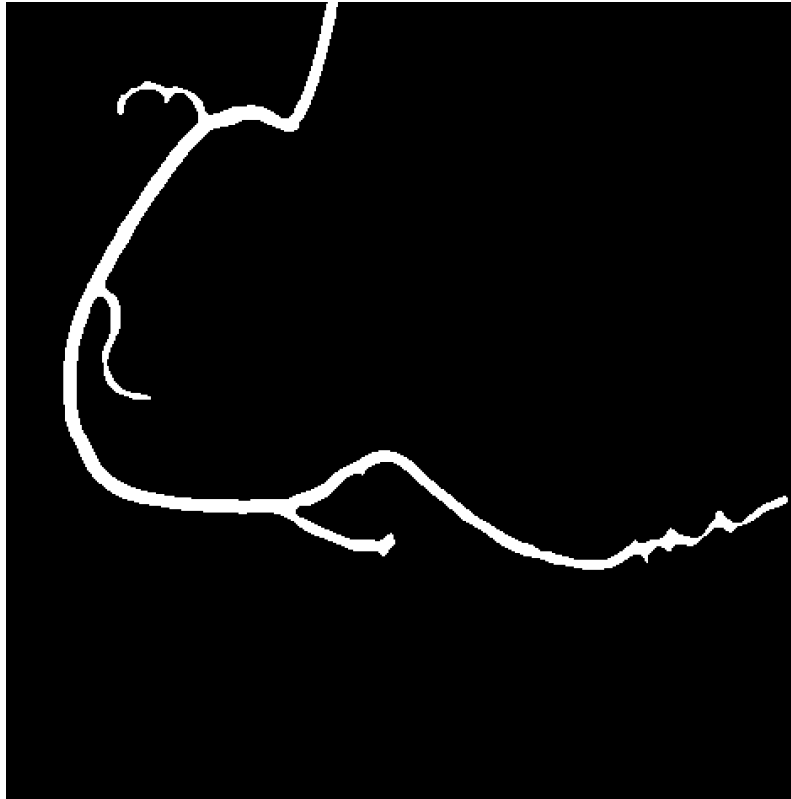


Figura 4.53: Segmentación automática final

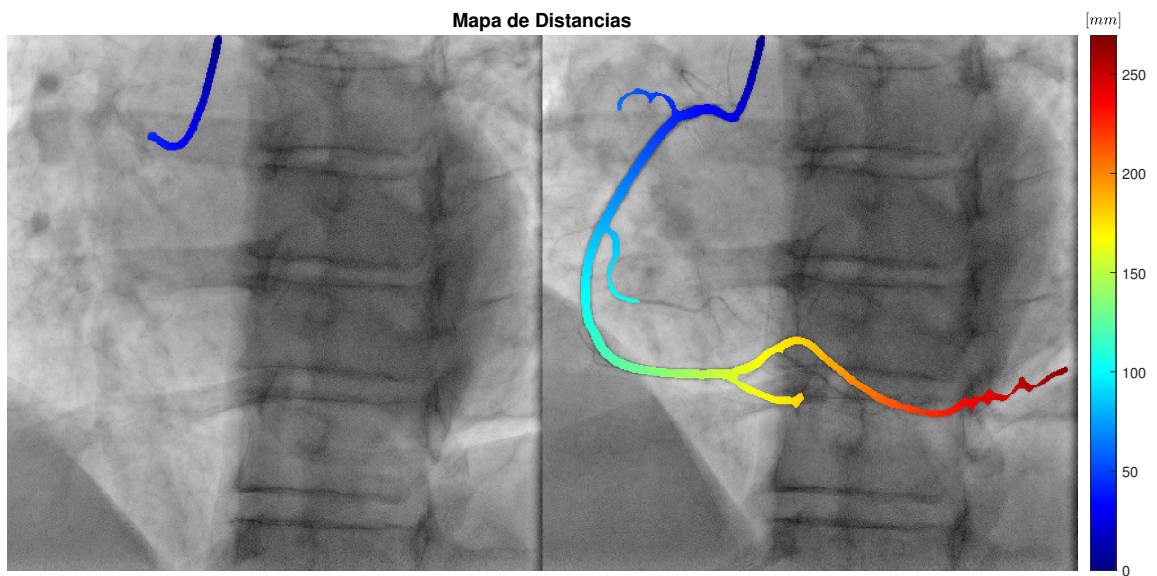
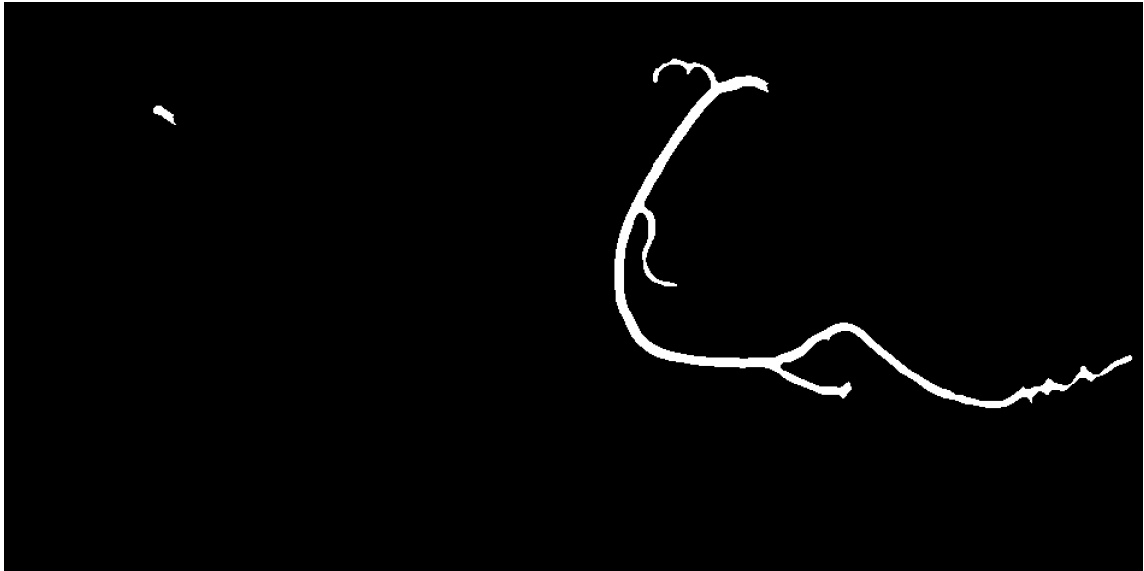
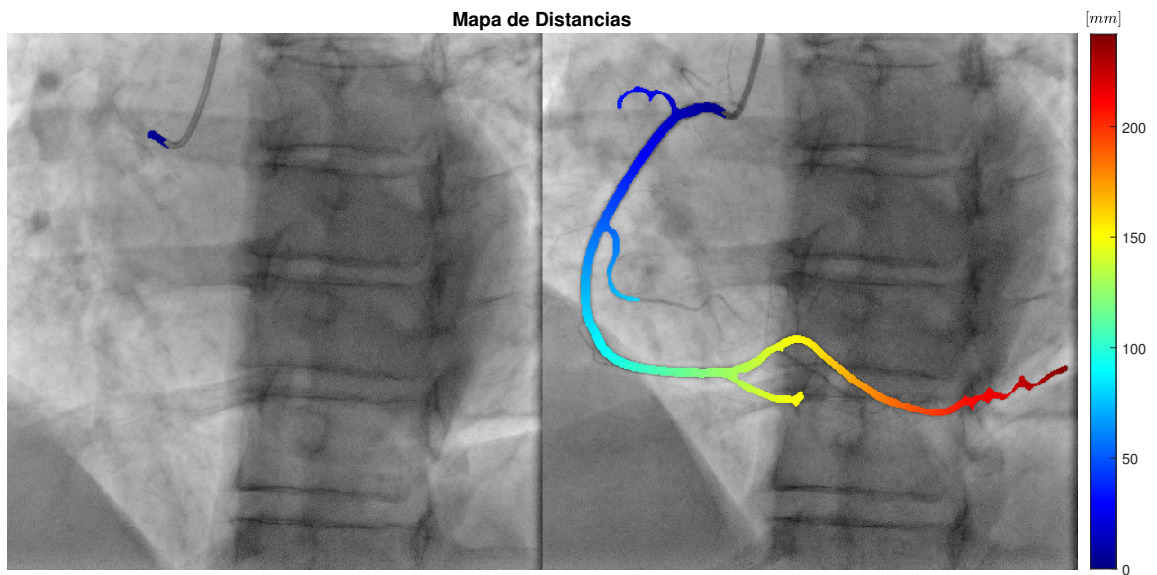


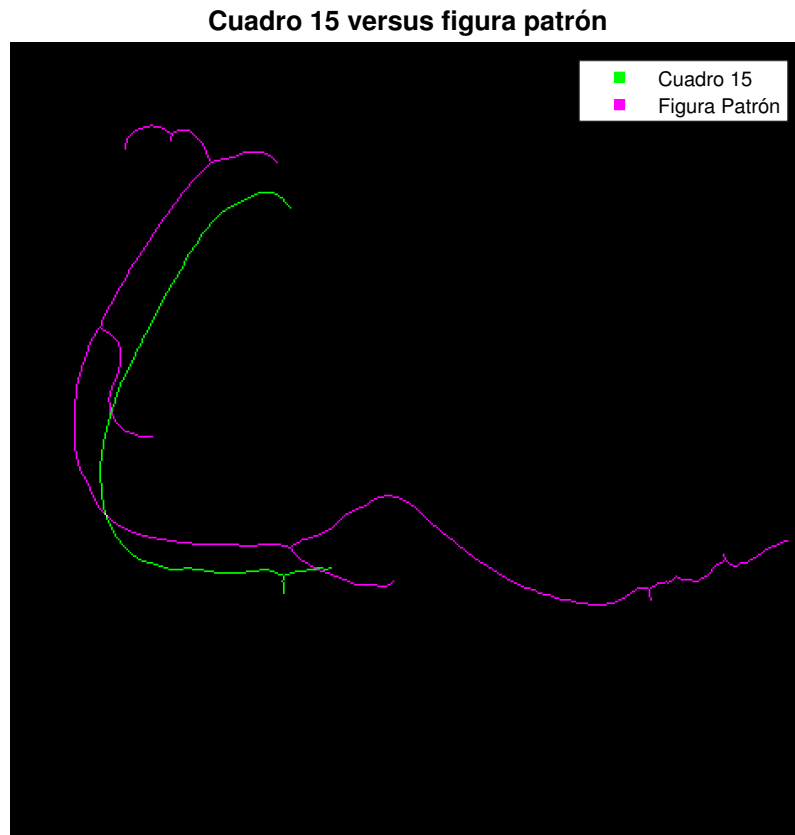
Figura 4.54: Izquierda: FM aplicado al cuadro inicial Derecha: FM aplicado al cuadro final. El fin de este FM es detectar la longitud del catéter



**Figura 4.55:** *Izquierda:* Segmentación del cuadro inicial con el cateter eliminado *Derecha:* Segmentación del cuadro final con el catéter eliminado



**Figura 4.56:** *Izquierda:* Mapa de distancia del cuadro inicial una vez eliminado el cateter. *Derecha:* Mapa de distancia obtenido una vez eliminado el cateter del cuadro final

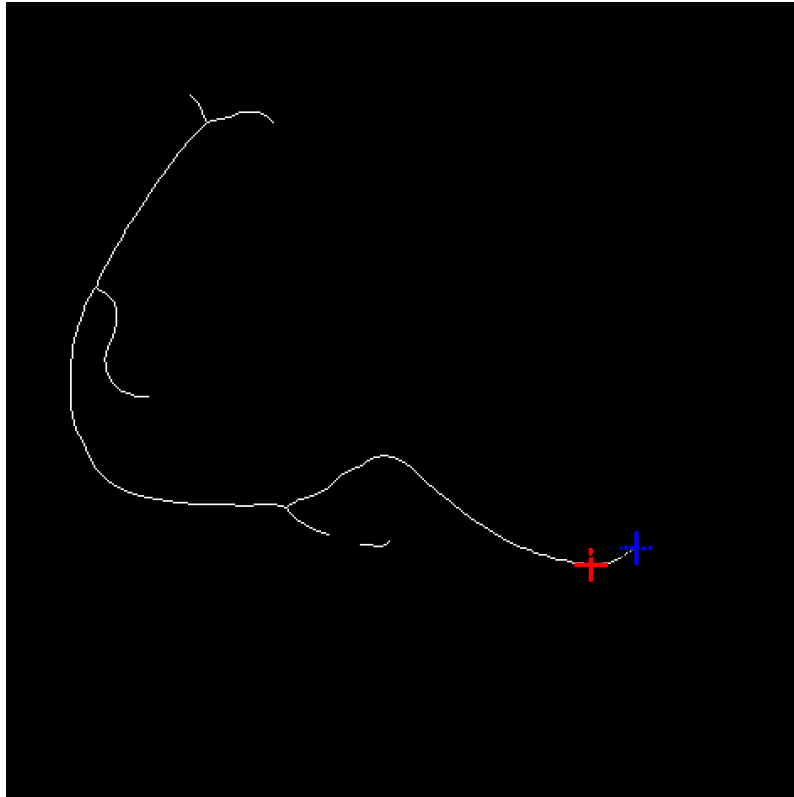


**Figura 4.57:** Comparación entre las posiciones de un cuadro arbitrario y el cuadro final utilizado como patrón geométrico

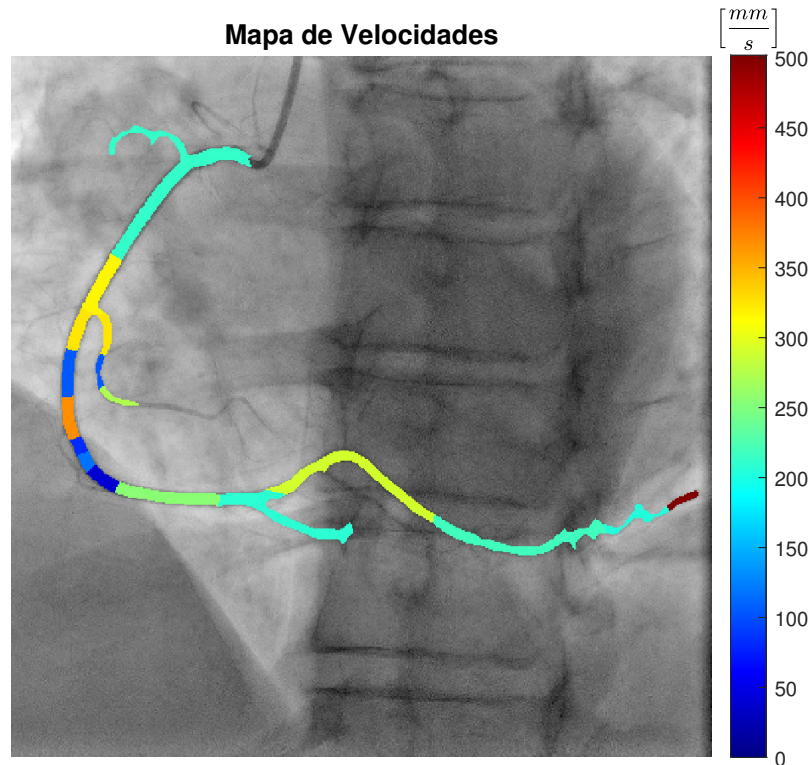
**Cuadro 15 transformado a figura patrón**

**Figura 4.58:** Resultado de la transformación geométrica de un cuadro arbitrario en el cuadro final

### Cálculo de velocidades locales



**Figura 4.59:** Representación de dos puntos distintos pertenecientes a cuadros distintos desde los cuales se obtiene el desplazamiento de un cuadro a otro en ese sector de la figura patrón



**Figura 4.60:** Mapa de velocidades que representa las distintas velocidades de avance del tinte sobre la figura patrón

### 4.3.3. Análisis de Resultados

En este conjunto de angiografías en particular se utilizaron procedimientos especiales para la eliminación de estructuras no vasculares. Dada la presencia de la columna vertebral del paciente y que esta no se mueve, es posible detectar estructuras estáticas invariantes en cada una de las imágenes. Con el fin de sacar ventaja de esta situación es que se eliminó manualmente el catéter presente en el primer cuadro de la angiografía y esta imagen resultante, la imagen 4.48, se restó a cada una de las imágenes siguientes.

El resultado de este procedimiento, aunque satisfactorio, es demasiado agresivo e ingresa a las imágenes resultantes altos niveles de ruido, por lo que es imposible aplicar el filtro de Frangi directamente a esta imagen. La solución entonces es la binarización clásica y el cerrado morfológico para la eliminación de islas de píxeles.

El resultado de esto se pondera con la imagen inicial y se vuelve entonces al código descrito en el capítulo 3.

Cómo se puede observar en las imágenes 4.38 y 4.53, el resultado de la segmentación automática es similar al resultado de la segmentación manual.

En ambas pruebas se presentan dos mapas de distancia distintos, el primero de estos, imágenes 4.39 y 4.54 tienen como propósito detectar la longitud que tiene el catéter en la imagen, una vez eliminado el catéter se puede presentar el fast marching que sí será utilizado para determinar el avance del tinte, las imágenes 4.41 y 4.56. Cabe destacar que este segundo conjunto de mapas de distancias presenta longitudes menores a los mapas originales, lo que indica que efectivamente se eliminó la longitud correspondiente al catéter.

Ambas pruebas se comportan de manera similar frente al proceso de transformación geométrica de cada cuadro a la figura patrón.

Con respecto a los dos mapas de velocidades obtenidos, figuras 4.60 y 4.45, es importante destacar

que las velocidades más altas se encontraron en el mismo sector en ambos casos y que este sector es el de menor diámetro por el que el tinte tuvo que avanzar. Además, los resultados se encuentran en el mismo orden de magnitud.

Finalmente, el tiempo de cálculo aumenta en un 18,87 % una vez que se habilita el código para segmentar automáticamente en la prueba de 25 fps.

## 5 | Discusión

Los videos sintéticos presentados en el capítulo anterior tienen el problema de que, a pesar de los desplazamientos añadidos, éstos no logran representar la deformación a la que se somete la geometría de una arteria real detectada en una angiografía. Por otro lado, programar angiografías con ese nivel de realismo es una tarea demasiado compleja y no tan necesaria cuando se cuenta con las angiografías reales que se analizaron posteriormente.

Otro problema con las angiografías sintéticas de este trabajo, es que en el afán de que fueran detalladas, se hicieron demasiado lentas y largas con más de 100 cuadros cada una. Esto en muchos casos hizo imposible que pudieran ser calculadas sin tener que optimizar el código para que no tomara todos los cuadros, de lo contrario matlab entregaba un mensaje de error advirtiendo que las matrices generadas eran muy grandes para la memoria disponible.

Esta decisión entregó errores al momento de la determinación de velocidades. En la primera arteria sintética el avance en la obstrucción ocurrió 6 veces más rápido que el avance durante la sección más ancha. Por lo tanto, al omitir algún cuadro del avance durante la obstrucción es posible que se mida una velocidad más alta que la real. De la misma manera, cuando se realizó el cálculo con una mayor cantidad de cuadros se obtuvo la velocidad correcta definida al momento de crear la angiografía sintética.

Esto no es un problema cuando se estudian las angiografías reales, dado que el recorrido completo ocurre en no más de 20 cuadros. Así, en las angiografías reales no se requirió de ningún tipo de optimización.

Las pruebas realizadas en arterias artificiales utilizadas para probar el funcionamiento en geometrías controladas mostraron que mientras más grande es el desplazamiento provocado por el movimiento de los órganos del paciente, el método es cada vez menos confiable. Es importante destacar que estos desplazamientos extremos nunca fueron observados en los videos reales, por lo que no es causal de preocupación que en estas condiciones el código comience a mostrar problemas.

La incertidumbre de resultados que provoca la ausencia de un punto físico estático en donde fijar un marco de referencia fue minimizada al seleccionar la punta del catéter como punto de partida y al eliminar del dominio en donde realizaron las mediciones toda el área correspondiente al catéter. De esta manera, Las distancias medidas utilizando Fast Marching, se volvieron coherentes desde un cuadro al otro.

Dado que el método basa sus cálculos en la determinación previa de un punto de referencia para fijar marcos de referencias que es generalmente la punta del catéter, es que en ausencia de alguna estructura similar el método fallará completamente, a menos que manualmente se ingrese un punto de referencia en cada uno de los cuadros.

Otro problema detectado es que la segmentación automática de arterias puede en ocasiones determinar como parte de la arteria una pequeña nube de puntos con menor intensidad que esté cercano a la arteria. Esto se debe a que el cerrado morfológico es isotrópico y conecta en algunos lugares puntos que pertenecen a distintas ramas de las arterias. Si es que estos no están conectados a la arteria, no hay problema, porque no existe en ellos punto de partida por el que Fast Marching pueda comenzar a medir. El problema ocurre cuando estos puntos están lo suficientemente cercanos a la arteria y generan regiones que no tienen forma de vaso sanguíneo.

## 6 | Conclusión

En este trabajo se presentó una nueva metodología capaz de estimar las distintas velocidades locales de avance del tinte radio-opaco presente en una secuencia de imágenes angiográficas. Para lograrlo se estudiaron las técnicas de segmentación y medición de distancias más utilizadas, las más eficaces y las más recientes a nivel mundial.

Utilizando técnicas de pre-procesamiento como el filtro de Frangi, el cerrado morfológico y la sustracción del umbral adaptativo es que se logró segmentar el avance del tinte radio-opaco a través de las arterias presentes en la angiografía.

El algoritmo utilizado fue capaz de detectar por sí mismo los puntos en donde el tinte ingresaba a la imagen y utilizarlos como punto de partida para medición de distancias geodésicas utilizando como dominio el avance del tinte segmentado automáticamente por el mismo código.

Fue posible calcular velocidades de avance del tinte a lo largo de las arterias utilizando el método propuesto en este trabajo de *transformación geométrica secuencial*. Este procedimiento transforma cada geometría en la del cuadro siguiente hasta transformar cada una de las distintas disposiciones en que se encuentran las arterias a lo largo de la secuencia en la geometría final. Este método conserva las distancias medidas utilizando Fast Marching y permite incluso eliminar errores de segmentación mientras estos no persistan en el tiempo.

Las velocidades calculadas se encuentran en el orden de magnitud de las presentadas en los trabajos de [Anderson et al. \(2000\)](#) y [Klarhöfer et al. \(2001\)](#).

# Bibliografía

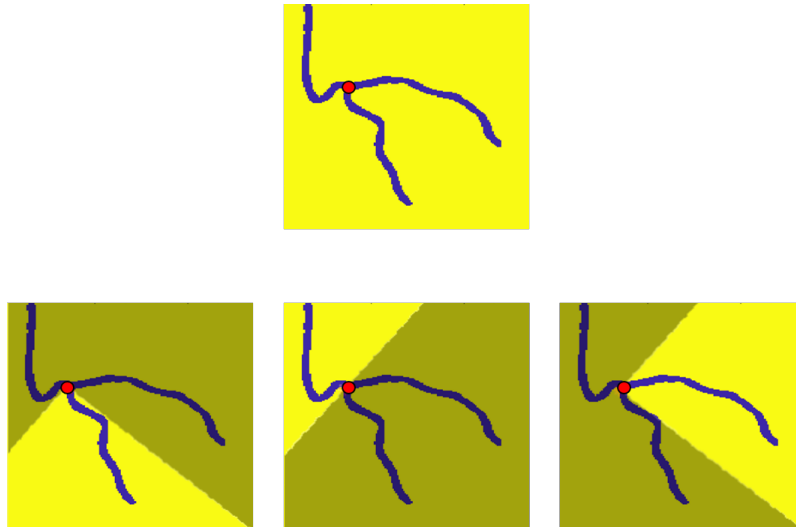
- Anderson, H. V., Stokes, M. J., Leon, M., Abu-Halawa, S. A., Stuart, Y., and Kirkeeide, R. L. (2000). Coronary artery flow velocity is related to lumen area and regional left ventricular mass. *Circulation*, 102(1):48–54. 6
- Fazlali, H. R., Karimi, N., Soroushmehr, S. M. R., Shirani, S., Nallamothu, B. K., Ward, K. R., Samavi, S., and Najarian, K. (2018). Vessel segmentation and catheter detection in x-ray angiograms using superpixels. *Medical & Biological Engineering & Computing*, 56(9):1515–1530. 2.1, 3.1.3, 3.1.3.1, 8
- Figueiredo, M. and Leitao, J. (1995). A nonsmoothing approach to the estimation of vessel contours in angiograms. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 14(1):162–172. G.
- Frangi, A. F., Niessen, W. J., Vincken, K. L., and Viergever, M. A. (1998). Multiscale vessel enhancement filtering. In Wells, W. M., Colchester, A., and Delp, S., editors, *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention — MICCAI'98*, pages 130–137, Berlin, Heidelberg. Springer Berlin Heidelberg. 2.1.2
- Guo, D. and Richardson, P. (1998). Automatic vessel extraction from angiogram images. In *Computers in Cardiology 1998. Vol. 25 (Cat. No.98CH36292)*. IEEE. D.
- Hart, M. and Holley, L. (1993). A method of automated coronary artery tracking in unsubtracted angiograms. In *Proceedings of Computers in Cardiology Conference*. IEEE Comput. Soc. Press. 2.1.1.3
- INE (2018). Anuario de estadísticas vitales 2018 - síntesis. <https://www.ine.cl/estadisticas/sociales/demografia-y-vitales/nacimientos-matrimonios-y-defunciones>. 1
- Islam, M. M., Poly, T. N., Walther, B. A., Yang, H. C., and Li, Y.-C. J. (2020). Artificial intelligence in ophthalmology: A meta-analysis of deep learning models for retinal vessels segmentation. *Journal of Clinical Medicine*, 9(4):1018. 2.1.1.4
- Jebaseeli, T. J., Durai, C. A. D., and Peter, J. D. (2019). Retinal blood vessel segmentation from diabetic retinopathy images using tandem PCNN model and deep learning based SVM. *Optik*, 199:163328. B.
- Kato, S., Kitagawa, K., Ishida, N., Ishida, M., Nagata, M., Ichikawa, Y., Katahira, K., Matsumoto, Y., Seo, K., Ochiai, R., Kobayashi, Y., and Sakuma, H. (2010). Assessment of coronary artery disease using magnetic resonance coronary angiography. *Journal of the American College of Cardiology*, 56(12):983–991. 2.1
- Kirbas, C. and Quek, F. (2004). A review of vessel extraction techniques and algorithms. *ACM Computing Surveys*, 36(2):81–121. 2.1.1
- Klarhöfer, M., Csapo, B., Balassy, C., Szeles, J., and Moser, E. (2001). High-resolution blood flow velocity measurements in the human finger. *Magnetic Resonance in Medicine*, 45(4):716–719. 6
- Kohonen, T. (2001). *Self-Organizing Maps*. Springer Berlin Heidelberg. 2.1.1.4
- Ma, H., Hoogendoorn, A., Regar, E., Niessen, W. J., and van Walsum, T. (2017). Automatic online layer separation for vessel enhancement in x-ray angiograms for percutaneous coronary interventions. *Medical Image Analysis*, 39:145–161. 2.1.3.2, 3.1.1.1

- Osher, S. and Sethian, J. A. (1988). Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on hamilton-jacobi formulations. *Journal of Computational Physics*, 79(1):12–49. b.
- Petkov, S., Carrillo, X., Radeva, P., and Gatta, C. (2014). Diaphragm border detection in coronary x-ray angiographies: New method and applications. *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 38(4):296–305. 2.1.3.1
- Peyre, G. (2020). Toolbox fast marching. <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/6110-toolbox-fast-marching>. 2.2.1.2
- Pita, C. (1995). *Cálculo Vectorial*. Prentice Hall Hispanoamericana S.A. 2.1.2
- Sarwal, A. and Dhawan, A. P. (2001). Three dimensional reconstruction of coronary arteries from two views. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 65(1):25–43. A.
- Sethian, J. A. (1996). A fast marching level set method for monotonically advancing fronts. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 93(4):1591–1595. b., 2.2.1
- Truc, P. T., Khan, M. A., Lee, Y.-K., Lee, S., and Kim, T.-S. (2009). Vessel enhancement filter using directional filter bank. *Computer Vision and Image Understanding*, 113(1):101–112. 2.1.3.3
- van Gerven, M. and Bohte, S. (2017). Editorial: Artificial neural networks as models of neural information processing. *Frontiers in Computational Neuroscience*, 11. 2.1.1.4
- Yan, Z., Yang, X., and Cheng, K.-T. (2019). A three-stage deep learning model for accurate retinal vessel segmentation. *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*, 23(4):1427–1436. A.

## A | Separación automática de ramas

Una aproximación inicial <sup>12</sup> para la resolución de este problema se intentó a modo de prueba con una segmentación manual que solo reconocía dos arterias. En esta aproximación un único máximo de distancia en cada cuadro no podía entregar la información necesaria para calcular velocidades, por lo que se decidió dividir el mapa de distancia en 3 sectores, uno de entrada correspondiente al catéter y dos sectores distintos correspondientes a cada una de las ramas.

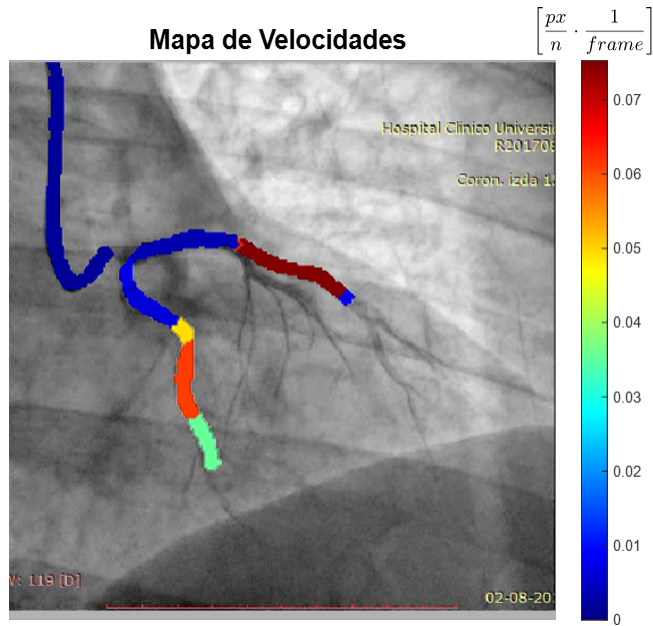
Conservando solo la línea central de cada uno de los mapas de distancias, encontrar la bifurcación consistía simplemente en encontrar un punto que tuviera más dos píxeles no nulos adyacentes a él. Una vez encontrado ese punto, se trazaron dos fronteras correspondientes a segmentos de recta que nacían en las esquinas de la imagen y terminaban en el punto de bifurcación.



**Figura A.1:** Detección de bifurcación y separación en ramas

Luego, cada mapa de distancia era segmentado en distintas matrices y el problema de calcular velocidades en más de una rama se volvían 3 problemas separados de cálculos de velocidad en una sola rama. La solución a estos 3 problemas simultáneos se ensamblaba en una matriz final y se obtenía así un mapa de velocidades.

<sup>12</sup>Esta aproximación no es parte del código final. Es mencionada para mostrar como se llegó al final algoritmo mostrado en el capítulo 3.



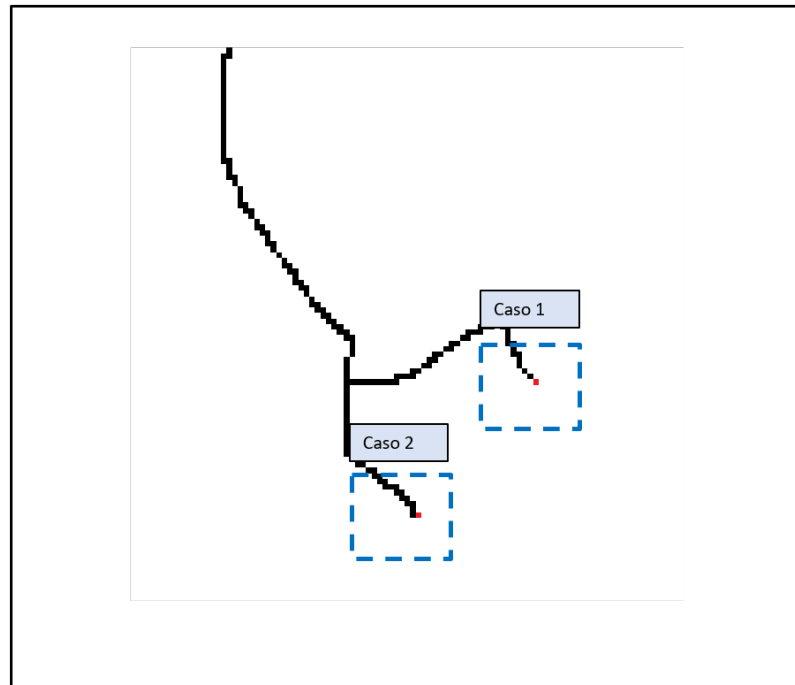
**Figura A.2:** Mapa de velocidades ensamblado

Al intentar esta solución con una segmentación automática que detectaba consistentemente más de dos ramas y mucho más que un solo punto de bifurcación, la utilización de esta solución se tornó inviable.

De todas formas, el concepto subyacente detrás de esta solución seguía siendo llamativo: Utilizar la ubicación espacial de las arterias en conjunto con las distancias geodésicas. En el límite, el máximo número de zonas cada vez más pequeñas en las que se puede dividir una matriz coincide con la matriz misma. Por lo tanto, basta con la información de posición de cada punto y se abandona entonces la idea de separar en submatrices estáticas en cada cuadro. Esta es la idea detrás del mapeo secuencial en el capítulo 3.

## B | Detección de puntos finales

1. Para cada punto distinto de cero se genera una vecindad de 3 por 3 celdas.
2. En esta vecindad, máximo 2 puntos pueden ser distintos de cero. Por lo tanto, se descartan todas las vecindades que tengan más de 3 puntos no nulos en total.
3. Dado que el algoritmo fast marching mide en orden desde el punto más cercano hasta el más lejano, la detección de un punto que esté rodeado de al menos 6 celdas nulas, implica inmediatamente que este es un máximo, los casos posibles que pueden ser detectados en este paso pueden ser observados en B.2 y B.3. Luego, este punto queda marcado como máximo y se guardan su posición y distancia.
4. Se genera un arreglo de imágenes del mismo tamaño que los mapas de distancia, donde la mayoría de las celdas son nulas, exceptuando a los máximos encontrados que son ubicados en el cuadro temporal que les corresponde.



**Figura B.1:** Representación del algoritmo de detección de puntos finales

0.75	0	0
0	0.78	0
0	0	0

**Figura B.2:** caso 1

0.75	0	0
0.76	0.78	0
0	0	0

**Figura B.3:** caso 2