

Universidad Técnica Federico Santa María

Departamento de Ingeniería Eléctrica

Valparaíso - Chile



“OPTIMIZACIÓN BINIVEL APLICADA A SUBASTAS DE SERVICIOS
COMPLEMENTARIOS EN CHILE”.

ESTEBAN NICOLÁS SEBASTIAN UTRERAS PATIÑO

**MEMORIA DE TITULACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL ELECTRICISTA**

Profesores Guía

Alejandro Angulo Cárdenas

Esteban Gil Sagas

29 de agosto de 2022

Universidad Técnica Federico Santa María

Departamento de Ingeniería Eléctrica

Valparaíso - Chile



“OPTIMIZACIÓN BINIVEL APLICADA A SUBASTAS DE SERVICIOS
COMPLEMENTARIOS EN CHILE”.

ESTEBAN NICOLÁS SEBASTIAN UTRERAS PATIÑO

2022

Material de referencia, su uso no involucra responsabilidad del autor o de la Institución.

Agradecimientos

A mis padres, María Carolina Elizabeth Patiño Kaufer y Julio Alejandro Utreras Marin. Por su incondicional apoyo durante toda mi vida.

Agradezco además a ANID, que por medio del proyecto basal FB0008 “Advanced Center for Electrical and Electronic Engineering, AC3E” y el proyecto Fondecyt Regular N° 1210625, colaboró con el desarrollo de este trabajo

Índice general

Nomenclatura	1
1. Introducción	6
1.1. Definición del problema	8
1.2. Soluciones alternativas	9
1.3. Solución propuesta	9
2. Regulación del Mercado de Subastas	11
2.1. Contexto normativo del control secundario de frecuencia	11
2.1.1. Identificación del servicio	12
2.1.2. Cuantificación del servicio	13
2.1.3. Remuneración del servicio	14
2.1.4. Administración de las subastas	15
2.1.5. Difusión de información pública	17
2.2. Estructura del mercado de control secundario de frecuencia	18
2.3. Regulación del mercado de energía de corto plazo	20
2.3.1. Contratos de suministro de energía	21
3. Programación binivel	22
3.1. El problema de optimización	22
3.1.1. Problema de optimización lineal	23
3.1.2. Condiciones de optimalidad	24
3.2. Programación binivel	25
3.2.1. Juegos de Stackelberg	25

ÍNDICE GENERAL

3.2.2.	Problema de programación binivel optimista	27
3.2.3.	Transformación a problema de un nivel	29
3.2.4.	Problema binivel estocástico en el contexto del mercado eléctrico	30
4.	Modelamiento Matemático	31
4.1.	Modelo del operador y agente	31
4.1.1.	Despacho económico - Problema de nivel inferior	32
4.1.2.	Oferta óptima - Problema de nivel superior	33
4.2.	Modelamiento binivel	34
4.2.1.	Programa binivel estocástico	34
4.2.2.	Transformación del problema binivel a un problema de un nivel	35
4.2.3.	Formulación entera mixta del problema MPPDC	36
5.	Experimentos	39
5.1.	Setup experimental	39
5.2.	Primer caso de estudio: Sistema de 2 barras	40
5.2.1.	Datos	40
5.2.2.	Análisis del caso	40
5.2.3.	Resultados experimentales	45
5.3.	Segundo caso de estudio: Sistema de 39 barras	49
5.3.1.	Datos	49
5.3.2.	Resultados	51
5.3.3.	Modificación del nivel de potencia contratada	53
5.3.4.	Considerando distintos números de escenarios	54
5.3.5.	Pruebas de escalabilidad	55
5.4.	Tercer caso de estudio: Sistema de 118 barras	56
5.4.1.	Datos	56
5.4.2.	Resultados	58

6. Conclusiones	60
7. Anexos	64
7.1. Contexto histórico del mercado de subastas	64
7.2. Componentes de remuneración del servicio de control de frecuencia	66
7.3. Costos de desgaste considerados para la prestación del servicio de control de frecuencia secundario	67
7.4. Segundo caso de estudio: Demanda por barra y periodo.	68
7.5. Segundo caso de estudio: Escenarios de oferta.	69
7.6. Segundo caso de estudio: Utilidades para distintos niveles de contrato	70
7.7. Segundo caso de estudio: Datos numéricos del experimento de escalabilidad	71
7.8. Tercer caso de estudio: Datos numéricos del experimento	72
7.9. Tercer caso de estudio: Escenarios de oferta	75

Índice de figuras

1.1. Porcentajes de recurso adjudicado en subasta mensualmente durante el año 2021, diferenciado por conglomerado. Fuente: elaboración propia a partir de datos del Coordinador Eléctrico Nacional.	6
1.2. Porcentaje de la remuneración asociado al valor ofertado en subasta. Fuente: CEN [1].	7
1.3. Proceso de obtención de la utilidad de los generadores. Fuente: elaboración propia. .	8
1.4. Interacción del algoritmo desarrollado con la información y decisión del agente en un contexto real.	9
2.1. Tiempo total de activación y de entrega por categoría de servicio de control de frecuencia. Fuente CEN [2].	12
2.2. Respuesta dinámica tipo de un sistema eléctrico ante contingencia y posterior actuación de control de frecuencia. Fuente: elaboración propia a partir de [3].	13
2.3. Esquema de remuneración del control secundario de frecuencia según mecanismo y subcategoría. El valor de la oferta se incorpora en el concepto de disponibilidad para el CSF+ y en el de activación para el CSF-. Fuente: elaboración propia.	14
2.4. Proceso de subasta para el día “N”. Fuente: CEN [4].	15
2.5. Diagrama de flujo de validación de oferta con discriminación de grupo empresarial pivotal. Fuente: Elaboración propia a partir de [5].	16
2.6. Izquierda: Distribución del del recurso de CSF+ por grupo empresarial. Derecha: Distribución del aporte de recurso de CSF+ por tecnología. Fuente: elaboración propia a partir de datos del Coordinador Eléctrico Nacional.	18
2.7. Ofertas adjudicadas de control secundario de frecuencia de subfrecuencia desde febrero hasta julio de 2021. Fuente: elaboración propia a partir de datos del Coordinador Eléctrico Nacional.	19
2.8. Interacción entre los generadores, distribuidoras y clientes en el mercado de corto plazo de la energía. Fuente: elaboración propia a partir de elaboración propia a partir de [6].	20

ÍNDICE DE FIGURAS

2.9. Los riesgos de cambios tecnológicos pueden ser reducidos por contratos de largo plazo. Fuente: [7].	21
3.1. Región factible y dirección de minimización del problema de nivel inferior.	27
3.2. Función objetivo del líder en función de su decisión y.	28
5.1. Diagrama unilineal del sistema de dos barras.	40
5.2. Resultados del despacho en función de la oferta de los generadores. Para el desarrollo de este plano se emplearon las relaciones: $D \leq \bar{g}_a \leq D + R \leq \bar{g}_a + \bar{g}_b$ y $c_a \leq c_b$	41
5.3. Composición de la utilidad y oferta óptima en función de b_b	45
5.4. Composición de la utilidad y oferta óptima considerando un contrato.	46
5.5. Oferta óptima y utilidad esperada en función de la probabilidad de ocurrencia del Escenario 2.	48
5.6. Diagrama unilineal correspondiente al Case 39 New England system. Fuente: Researchgate [8].	49
5.7. Curva de demanda del sistema de 39 barras.	50
5.8. Aumento porcentual total de la utilidad por escenario desglosado en conceptos de energía y reserva.	51
5.9. Aumento porcentual de la utilidad por escenario y esperado.	52
5.10. Aumento porcentual de la utilidad para distintos niveles de potencia contratada.	53
5.11. Histograma de la oferta óptima del generador g01 al considerar distinto número de escenarios.	54
5.12. Experimento de escalabilidad	55
5.13. Sistema eléctrico de 118 barras. Fuente: [9]	56
5.14. Curva de demanda del sistema.	57
5.15. Composición del aumento porcentual de la utilidad por nivel de potencia contratada.	58
5.16. Aumento porcentual de la utilidad total por escenario	59
7.1. Pagos por SSCC a partir de 2020 en MMUS\$ y US\$/MWh. Fuente: Systep [10]	64
7.2. Principales modificaciones al proceso de subasta. Fuente: Coordinador Eléctrico Nacional [4].	65
7.3. Valor de oferta de la competencia por escenario.	69

Índice de Tablas

2.1. Servicios de control de frecuencia requeridos para el año 2021. Fuente: elaboración propia.	11
2.2. Bloques horarios de la subasta	16
5.1. Tabla resumen del dominio de la oferta y la utilidad en función de ellas.	44
5.2. Escenarios posibles de oferta y su consecuente utilidad.	47
5.3. Parámetros de los generadores del segundo caso de estudio.	50
5.4. Oferta óptima y oferta de precio máximo por generador.	51
5.5. Resultados del algoritmo sistema de 39 barras.	52
5.6. Porcentaje de suministro contratado para cada nivel de potencia contratada considerado.	53
5.7. Valores estadísticos del histograma de la Figura 5.11.	54
5.8. Parámetros técnicos de los generadores pertenecientes al agente.	57
5.9. Composición del aumento porcentual de la utilidad por nivel de potencia contratada.	58
5.10. Resultados experimentales para el tercer caso de estudio.	59
7.1. Costos de desgaste representativos por tecnología. Fuente: [5]	67
7.2. Valores de demanda de energía en cada barra y periodo.	68
7.3. Valor de oferta de la competencia. Segundo caso de estudio.	69
7.4. Experimentos de escalabilidad del algoritmo en función del número de escenarios y variables binarias consideradas para modelar la oferta de cada generador perteneciente al agente.	71
7.5. Parámetros técnicos de los generadores empleados en el tercer caso de estudio. . . .	72
7.6. Demanda horaria en barra.	73
7.7. Porcentaje de suministro contratado para cada nivel de potencia contratada considerado.	74
7.8. Escenarios de ofertas considerados para el tercer caso de estudio.	75

Nomenclatura

Conjuntos

\mathcal{G}	Todos los generadores
\mathcal{G}_A	Generadores del agente
\mathcal{G}_B	Generadores que ofertan
\mathcal{G}_{Bx}	Generadores que no ofertan
\mathcal{K}	Conjunto de variables discretas empleadas en expansión binaria
\mathcal{L}	Líneas del sistema de eléctrico
\mathcal{N}	Nodos del sistema eléctrico
\mathcal{S}	Escenarios de oferta
\mathcal{T}	Periodos que comprende la subasta

Índices

i, j	Generadores
k	Variable discreta asociada del conjunto \mathcal{K}
l	Líneas
n	Nodos del sistema eléctrico
s	Escenarios
t	Periodo

Parámetros

β	Factores de distribución de transferencia de energía
Δb	Mínimo valor posible entre dos valores discretos de oferta
\bar{b}	Precio máximo de la subasta

NOMENCLATURA

\bar{f}	Límite térmico
\bar{g}	Potencia máxima del generador
cq	Proporción contratada de la demanda nodal
d	Demanda nodal
K	Define el número de variables binarias empleadas en la expansión binaria ($K+1$)
M	Big M
p	Probabilidad de ocurrencia
R	Requerimiento sistemico de reserva

Acrónimos/Abreviaturas

AGC	Control Automático de Generación
CEN	Coordinador Eléctrico Nacional
CSF	Control Secundario de Frecuencia
CSF+	Control Secundario de Frecuencia por Sobrefrecuencia
CSF-	Control Secundario de Frecuencia por Subfrecuencia
LOC	Costo de pérdida de oportunidad
MPPDC	Programa Matemático con Restricciones Primales y Duales
SSCC	Servicio(s) Complementario(s)

Variables

α	Variable auxiliar del método Big M aplicado a los pagos <i>expost</i>
γ	Variable auxiliar del método Big M aplicado en la expansión binaria de la oferta
λ	Variable dual de la restricción de potencia máxima
$\mu_{+,-}$	Variable dual de la restricción de límite térmico
π_D	Variable dual de la restricción de satisfacción de requerimiento de energía del sistema
π_n	Costo marginal de la energía en el nodo n
π_R	Variable dual de la restricción de satisfacción de requerimiento de reserva

NOMENCLATURA

EU_A	Utilidad esperada por el agente
g	Potencia asignada
r	Reserva asignada
u	Variable binaria que toma el valor 1 si el generador del agente oferta y cero si no lo hace
x	Variable binaria auxiliar del método Big M aplicado a la expansión binaria de la oferta
z	Variable binaria auxiliar del método Big M aplicado a los pagos <i>expost</i>

Resumen

El presente trabajo aborda la regulación del mercado de subastas de servicios complementarios en Chile, revisando exigencias en los tiempos de prestación de servicio, cuantificación del requerimiento sistémico, administración de la subasta, proceso de determinación de precio máximo, difusión de información pública y deberes y derechos de los generadores participantes del mercado eléctrico de corto plazo.

En este contexto, el problema de oferta óptima que enfrenta un agente con múltiples generadores que participa del mercado de subastas en Chile, se modela como un problema binivel optimista estocástico, cuyo nivel superior corresponde al agente que desea maximizar su utilidad esperada y nivel inferior al modelo de despacho del Operador Independiente del Sistema (ISO).

Con el objetivo de que el problema pueda ser resuelto como un problema lineal entero mixto, el modelo binivel es transformado a un programa matemático con condiciones de equilibrio (MPEC) y le es aplicada una expansión binaria a la decisión del agente. Para la comprensión del desarrollo del algoritmo se presenta una breve introducción a la teoría de programación lineal y binivel, analizando los supuestos empleados en el modelo.

Los experimentos muestran que: i) el algoritmo posee una alta adaptabilidad dando resultados coherentes con la teoría en cada situación estudiada y ii) que el nivel de potencia contratada puede influir en la estrategia de oferta óptima, ya que el agente en escenarios de alta potencia contratada opta por ofertar de tal manera de disminuir el valor de la energía retirada por sus clientes. Por otra parte, la alta adaptabilidad es consecuencia directa de que el agente no impone restricciones sobre el problema del ISO, por lo que calculará la oferta óptima para cada configuración factible del problema de despacho.

Para obtener datos numéricos se compara el desempeño del algoritmo con un caso base donde el agente oferta a precio máximo de subasta. Para todos los escenarios empleados la solución óptima obtiene una mayor utilidad y una baja variabilidad entre escenarios, por lo que se considera que es una solución de bajo riesgo.

En cuanto a los experimentos de escalabilidad, el método muestra una capacidad de respuesta estable al aumentar los escenarios de oferta y la diferencia mínima entre los posibles valores de oferta del agente. Respecto al número de variables binarias, variables continuas y restricciones del problema, estas crecen linealmente con la cantidad de escenarios y periodos de la subasta, siendo estas las variables de mayor importancia al momento de determinar el tamaño del modelo.

Abstract

This paper addresses regulating the ancillary services auction market in Chile, reviewing requirements in terms of service provision times, quantifying the systemic requirement, auction administration, maximum price determination process, dissemination of public information, and rights and duties of generators participating in the short-term electricity market.

In this context, the optimal supply problem faced by an agent that owns multiple generators that participates in the auction market in Chile is modeled as a stochastic optimistic bilevel problem, whose upper level corresponds to the agent who wishes to maximize his expected utility and lower level to the dispatch model of the Independent System Operator (ISO).

This model is transformed into a mathematical program with equilibrium conditions (MPEC), and then a binary expansion is applied to the agent's decision. A brief introduction to the theory of linear and bilevel programming is presented to understand the development of the algorithm and to analyze the necessary assumptions that the optimal bidding model must meet for the algorithm to be used correctly.

The experiments show that: i) the algorithm has high adaptability giving results consistent with the theory in each situation studied, and ii) That the contracted energy level influences the optimal offer strategy since, for high levels, the agent chooses to offer in a way that reduces the value of the energy consumed by its contracted loads. The high adaptability is explained because the agent does not impose restrictions on the ISO problem so that it will calculate the optimal bid for each feasible configuration of the lower level problem.

The algorithm's performance is compared with a base case where the agent bids at the maximum auction price to obtain numerical data. For all the scenarios used, the optimal solution obtains a higher utility and a low variability between scenarios, which is considered a low-risk solution.

Regarding the scalability experiments, the method shows a stable response capacity when increasing the offer scenarios and the minimum difference between the possible offer values of the agent. The number of binary variables, continuous variables, and constraints of the problem grows linearly with the number of scenarios and auction periods, which are the most critical variables when determining the model's size.

Capítulo 1

Introducción

El mercado eléctrico de corto plazo en Chile posee una configuración única en el mundo. Los generadores participan de un sistema cooptimizado de energía, basado en costos con esquema *pay as clear* y de reserva basado en subastas con esquema *pay as bid*, conformando así una amalgama entre un mercado regulado y competitivo. Esto se produce debido a un proceso de desregularización del mercado de servicios complementarios iniciado el año 2020.

Si bien, cualquier actor habilitado técnicamente para proveer el servicio de control de frecuencia puede hacerlo, este es prestado principalmente por generadores, ya que concentran la mayor cantidad de recurso técnico disponible en el Sistema Eléctrico Nacional. Esto provoca que el mercado de reserva tenga una concentración similar a la del mercado de energía (ver sección 2.2) resultando un escenario de baja competencia.

En la misma línea, la participación en las subastas es relativamente baja desde que el Coordinador Eléctrico Nacional y la Comisión Nacional de Energía modificaron la regulación en diciembre de 2020. Esto se aprecia en la Figura 1.1 que muestra el porcentaje de servicio que fue adjudicado entre febrero y julio de 2021. El resto del servicio fue prestado bajo instrucción directa, es decir, por agentes que no participaron de una subasta.

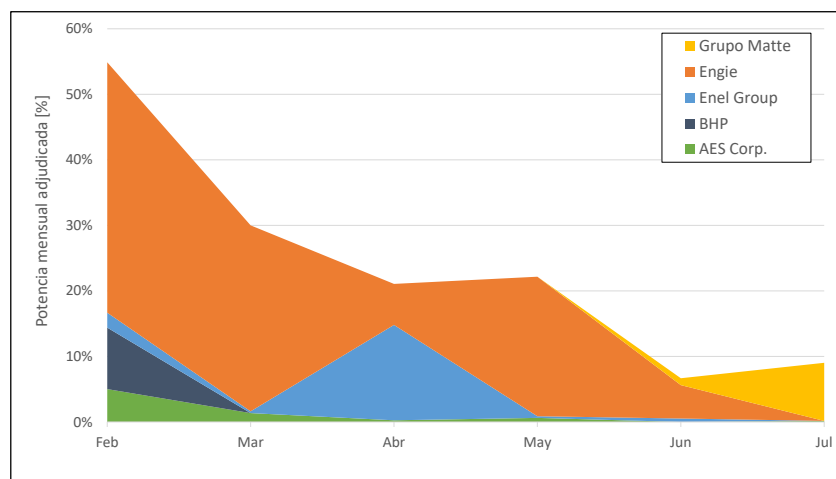


Figura 1.1: Porcentajes de recurso adjudicado en subasta mensualmente durante el año 2021, diferenciado por conglomerado. Fuente: elaboración propia a partir de datos del Coordinador Eléctrico Nacional.

Cabe destacar que la principal fuente de ingresos de los prestadores de este servicio no proviene del valor ofertado en subastas, si no de pagos *expost* que compensan estados subóptimos de operación de las unidades. Al sumarle los costos asociados a la habilitación de nuevos recursos técnicos (nueva infraestructura), estos representaron más del 97 % de los costos asociados al servicio durante el primer semestre de 2021. Actualmente, los costos de los servicios complementarios bordean los 250 millones de dólares anuales, lo que corresponde al 3.5 % de los costos totales del sistema eléctrico [11].

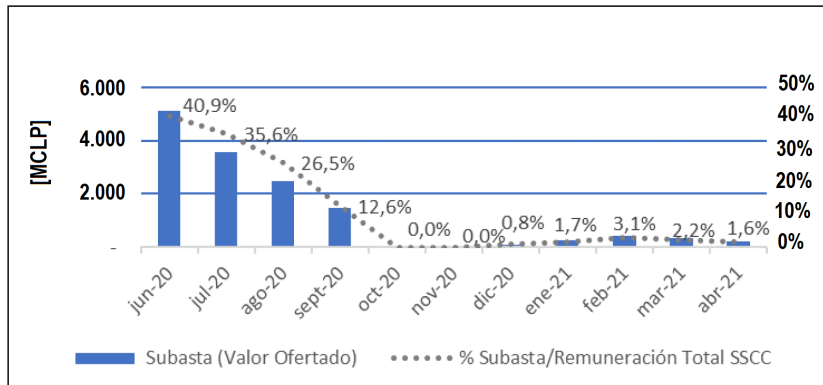


Figura 1.2: Porcentaje de la remuneración asociado al valor ofertado en subasta. Fuente: CEN [1].

En cuanto a la estrategia de los agentes, debido a que los recursos de reserva y energía son asignados y valorizados mediante un único proceso de cooptimización, los valores ofertados en subasta de reserva afectan al precio de la energía y, por consiguiente, a todas las fuentes de egresos e ingresos de los generadores, desde sus ingresos por reserva hasta el valor que tendrán los retiros de energía de sus clientes contratados.

Además del alto acoplamiento del problema, la estrategia con la que ofertan las compañías generadoras debe integrar la incertidumbre de variables cuyo valor solo se conocerá una vez terminado el proceso de coordinación del mercado, como el precio de la energía y el valor de las ofertas de la competencia. Una vez que la información es pública es posible simular la subasta y sensibilizar la utilidad recibida con la oferta realizada. Lamentablemente, un algoritmo de este tipo resulta muy ineficiente, pues el costo computacional de resolver muchas veces el problema de despacho realizado por el ISO se transforma en un problema intratable cuando crece el número de ofertas.

Un enfoque más adecuado es la aplicación de programación binivel, donde el ISO se modela como un agente secundario que reacciona frente a las ofertas de un agente principal que busca optimizar su utilidad. De este modo no es necesario iterar, requiriendo solo de las herramientas estándar para resolver este tipo de problemas. No obstante, para utilizar este algoritmo en procesos de subasta es necesario estimar la oferta de la competencia. Con este fin, el presente trabajo propone incorporar un enfoque estocástico al modelo, donde tanto el valor como el tamaño de las ofertas de la competencia se asumen inciertos y se estiman a partir de la información histórica (generación de escenarios).

1.1. Definición del problema

El problema se compone de dos subproblemas de optimización secuenciales. Primero el agente debe decidir el valor de su oferta y luego el ISO debe asignar la provisión de recursos a mínimo costo, proceso que tiene como *output* además el valor de los productos. En la literatura, a esto se le conoce como problema de oferta óptima.

1. **El problema de minimización de costos del ISO.** El ISO debe asignar niveles de energía y reserva a las unidades generadoras de tal manera de satisfacer el requerimiento de dichos productos a mínimo costo. Además, el estado de operación de las unidades debe respetar restricciones del sistema de tal forma de asegurar su factibilidad técnica.

Los parámetros técnicos de los generadores empleados en el modelo del ISO son reales y públicos, por lo que los agentes no pueden modificar su valor, con excepción del costo variable de reserva; el cual es una decisión que corresponde a cada prestador del servicio y puede ser modificado hasta justo antes del proceso de minimización de costos.

2. **El problema de maximización de la utilidad del agente.** El problema de minimización de costos del ISO tiene como resultado la asignación de potencia (g), reserva (r) y la valorización de la energía (π). Dichas variables definen los ingresos y egresos de cada generador.

Un agente que posee múltiples generadores debe escoger el costo asociado a la prestación de reserva de sus unidades (b), de tal forma de que la respuesta del ISO produzca la mayor utilidad posible (U), considerando que el valor de oferta de la competencia es un dato desconocido.

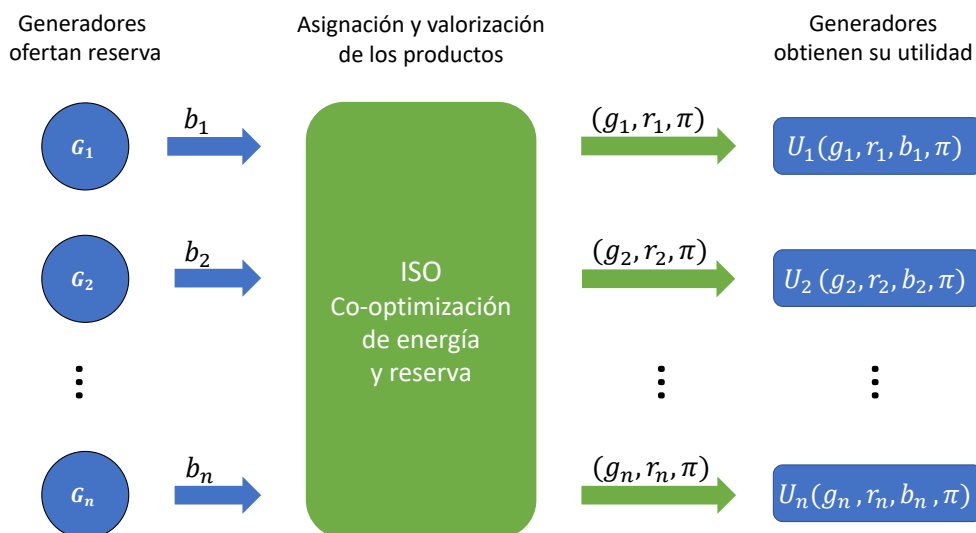


Figura 1.3: Proceso de obtención de la utilidad de los generadores. Fuente: elaboración propia.

1.2. Soluciones alternativas

En general, existen tres aproximaciones básicas para modelar el problema de oferta óptima [12]:

- Estimar el precio al cual se vende el producto: Castronuovo [13] genera escenarios de precios y de potencial eólico mediante simulación de Monte Carlo para resolver el problema que enfrenta una central eólica con capacidad de almacenamiento, que participa en un mercado de energía basado en ofertas. Por otra parte Yu Jie [14] utiliza datos históricos para estimar la distribución probabilística del precio del carbono que afecta a un generador, con el objetivo de construir una estrategia de oferta que considere gestión de riesgo.
- Estimar la oferta de la competencia: Eftychia [15] modela el problema de oferta óptima como un problema binivel con variables de estado de las máquinas en un mercado solo de energía. Por otra parte, Youfei [16] modela el proceso de decisión de la competencia como un sistema de retroalimentación dinámica que observa el precio del producto.
- Emplear teoría de juegos: algunos autores han propuesto modelar el problema de oferta óptima como un juego no cooperativo y resolver mediante la obtención del Equilibrio de Nash. Para aquello, Barroso [17] implementa un algoritmo de oferta discreta restringiendo solo una oferta por agente, mientras Ferrero [18] caracteriza a las compañías generadoras mediante curvas de oferta.

1.3. Solución propuesta

La solución propuesta en esta memoria es modelar el problema de oferta óptima como un problema binivel optimista estocástico, donde el nivel superior representa al agente que desea maximizar su utilidad y el nivel inferior al ISO que busca minimizar costos. Este último modelo se representa mediante un problema lineal, lo que permite transformar el problema binivel a un programa matemático con condiciones de equilibrio (MPEC). Luego los términos bilineales son linealizados mediante expansión binaria, de tal forma que el problema final sea un problema lineal entero mixto (MILP) que puede ser resuelto con técnicas estándar.

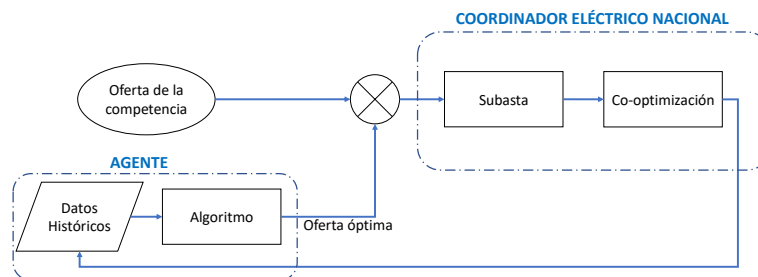


Figura 1.4: Interacción del algoritmo desarrollado con la información y decisión del agente en un contexto real.

Objetivo principal

Implementar un algoritmo que determine la oferta que maximiza la utilidad de un agente con múltiples generadores en la subasta de control secundario de frecuencia de Chile.

Objetivos específicos

- Identificar en la literatura las metodologías utilizadas para enfrentar el problema de oferta óptima en subastas de mercados eléctricos, seleccionando aquellas que sean aplicables a la regulación del mercado chileno de subastas de control secundario de frecuencia.
- Dimensionar y parametrizar el mercado de subastas de corto plazo (energía y servicios complementarios), en función de la caracterización de todos los agentes involucrados.
- Proponer e implementar un algoritmo para la obtención de una oferta que maximice la utilidad de un agente en la subasta de control secundario de frecuencia por subfrecuencia en Chile, utilizando técnicas de programación binivel.
- Analizar la relación tiempo-exactitud del algoritmo propuesto, considerando instancias de tamaño reducido e identificando potenciales problemas de escalabilidad.
- Analizar el desempeño y la calidad de los resultados del algoritmo, considerando instancias de gran tamaño que se basen en información disponible del Sistema Eléctrico Nacional.

Estructura del documento

- En el capítulo 2 se presentan los principales aspectos regulatorios del mercado de subasta y energía.
- En el capítulo 3 se presentan conceptos matemáticos de optimización binivel necesarios para la comprensión de la solución propuesta.
- En el capítulo 4 se presenta el desarrollo e implementación del modelo matemático.
- En el capítulo 5 se presentan resultados experimentales obtenidos.
- En el capítulo 6 se presentan las conclusiones del trabajo realizado.

Capítulo 2

Regulación del Mercado de Subastas

En el presente capítulo se describen las principales características de la regulación del mercado de control secundario de frecuencia, con énfasis en el proceso de subasta. Además, se revisa brevemente la regulación del mercado de energía de corto plazo incluyendo los contratos de suministro.

2.1. Contexto normativo del control secundario de frecuencia

Los servicios complementarios (SSCC) se encuentran regulados en la Ley General de Servicios Eléctricos, el Decreto Supremo N° 113 del Ministerio de Energía y la Norma Técnica de SSCC. Son definidos por la Comisión Nacional de Energía, previo informe del Coordinador Eléctrico Nacional (CEN), clasificándose según su aporte al cumplimiento de los estándares establecidos en la Norma Técnica de Seguridad y Calidad de Servicio. Actualmente se distingue el servicio de control de frecuencia, control de tensión, control de contingencia y plan de recuperación de servicio.

Cada año, durante junio el CEN elabora un informe sobre SSCC, indicando los servicios requeridos y el mecanismo a través del cual se materializará su prestación y/o instalación. Los servicios de control de frecuencia requeridos para el año 2021 se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 2.1: Servicios de control de frecuencia requeridos para el año 2021. Fuente: elaboración propia.

Categoría	Subcategoría	Mecanismo de materialización
Control Primario de Frecuencia	Control Primario de Frecuencia por Subfrecuencia	Instr. Directa
	Control Primario de Frecuencia por Sobrefrecuencia	Subasta
Control Secundario de Frecuencia (CSF)	Control Secundario de Frecuencia por Subfrecuencia (CSF+)	Subasta
	Control Secundario de Frecuencia por Sobrefrecuencia (CSF-)	Subasta
Control Terciario de Frecuencia	Control Terciario de Frecuencia por Subfrecuencia	Subasta
	Control Terciario de Frecuencia por Sobrefrecuencia	Subasta

2.1.1. Identificación del servicio

El servicio de control de frecuencia se define como el conjunto de acciones destinadas a mantener la frecuencia de operación dentro de una banda predefinida en torno a la frecuencia de referencia, corrigiendo los desequilibrios instantáneos entre la potencia generada y la potencia demandada en el sistema eléctrico. Puede ser provisto por cualquier coordinado habilitado tecnológicamente para ello. De este servicio se distinguen cinco categorías que se caracterizan principalmente por el tiempo total de activación y tiempo de entrega exigido para su prestación.

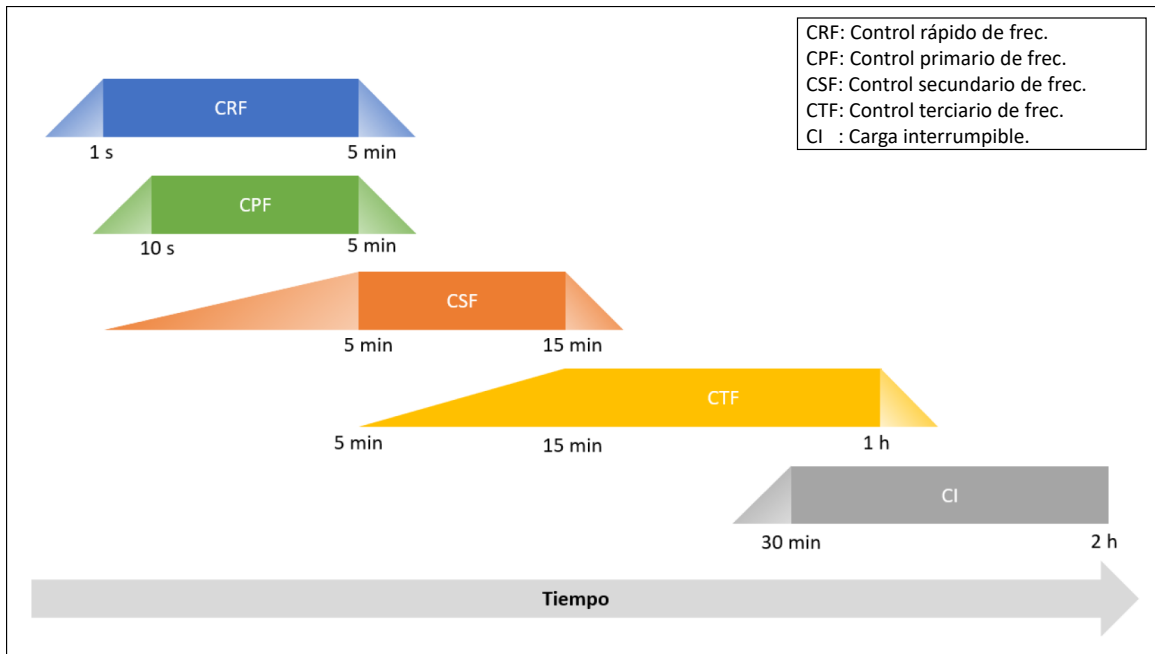


Figura 2.1: Tiempo total de activación y de entrega por categoría de servicio de control de frecuencia. Fuente CEN [2].

El servicio de control secundario de frecuencia (CSF) se caracteriza por:

- Tener un tiempo total de activación menor a 5 minutos y un tiempo de entrega mayor a 15 minutos.
- Ser de naturaleza sistémica y por tanto sin distinción por zona geográfica.
- Ser controlado por el CEN mediante control automático de generación (AGC). En consecuencia su prestación posee exigencias específicas asociadas a la eficiencia del control, como la instalación de equipos especializados, supervisión y sistemas de comunicaciones.

2.1.2. Cuantificación del servicio

El CSF debe cubrir al menos la variación intrahoraria que experimenta la demanda neta del Sistema Eléctrico Nacional y la reserva exigida en la programación del AGC, la cual considera al bias¹ del sistema. En consecuencia la cantidad de CSF requerida será el mayor valor entre estas dos demandas del servicio. Según el Estudio de Control de Frecuencia y Determinación de Reservas [19], la reserva asociada al AGC es la de mayor cuantía para 2021², por lo tanto:

$$\begin{aligned}
 RCSF &= \text{Max}\{R_{VI}, R_{AGC}\} \\
 &= R_{AGC} = \text{BIAS} \times \text{Banda Permitida} = (65\text{MW}/0.1\text{Hz}) \times (200\text{mHz}) = 130\text{MW}
 \end{aligned}$$

Donde $RCSF$ es el requerimiento de reserva sistémico, R_{VI} es la reserva requerida para cubrir las variaciones intrahorarias y R_{AGC} es la reserva requerida para la operación del AGC.

Por lo tanto, se establece que el Sistema Eléctrico Nacional requiere permanentemente 130 MW de recurso técnico disponible para proveer control secundario de frecuencia. Este servicio se divide en control secundario de frecuencia por subfrecuencia (CSF+) y control secundario de frecuencia por sobrefrecuencia (CSF-), donde el primero busca corregir desequilibrios por déficit de inyección de energía, mientras el segundo busca corregir desequilibrios por sobre inyección. Al ser un servicio simétrico, ambas subcategorías son requeridas en igual cantidad.

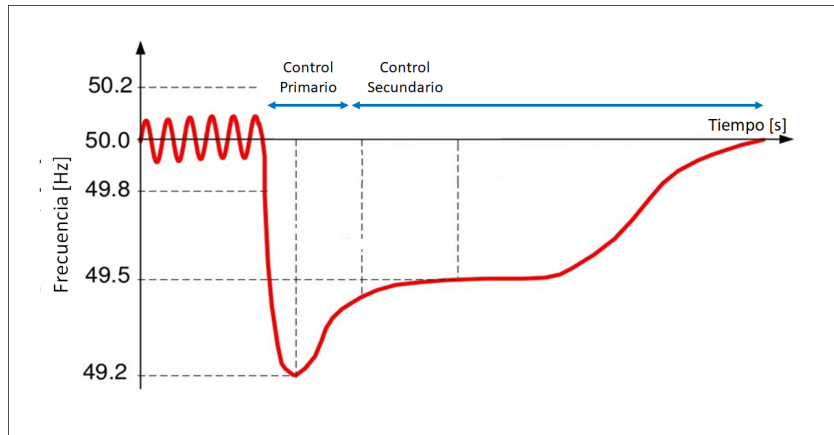


Figura 2.2: Respuesta dinámica tipo de un sistema eléctrico ante contingencia y posterior actuación de control de frecuencia. Fuente: elaboración propia a partir de [3].

¹El detalle puede ser revisado en el informe técnico “Procedimiento para determinar el Bias del AGC del Sistema Eléctrico Nacional”, disponible en el sitio web del CEN en la siguiente ruta:<https://www.coordinador.cl/wp-content>

²En 2022 el Coordinador Eléctrico Nacional incorpora bloques horarios y requerimientos de rampa.

2.1.3. Remuneración del servicio

Debido a la naturaleza de los servicios de subida (CSF+) y de bajada (CSF-) su prestación es remunerada considerando distintos conceptos:

- **CSF+:** Su remuneración considera los conceptos de disponibilidad y activación. Disponibilidad: se remunerará al valor adjudicado por mantener la reserva comprometida por el periodo requerido. Activación: la energía inyectada al sistema se valoriza al costo marginal de la barra de inyección.
- **CSF-:** A diferencia del CSF+ su remuneración solo considera el concepto de activación. Activación: se remunerará al valor adjudicado por el tiempo equivalente en que se mantuvo activo el servicio.

En las subastas de control de frecuencia, el prestador del servicio no solo será remunerado por el precio ofertado en la subasta, sino que además se le será asignado un pago *expost* por concepto de: costos de oportunidad, operación con un costo variable mayor al costo marginal real (sobrecosto) y costos de operación al operar en puntos ineficientes³, siendo el valor adjudicado la suma de todos estos componentes. En caso de que el servicio sea materializado mediante instrucción directa el coordinado asignado solo recibirá los pagos *expost* antes mencionado. De esta forma se crea un incentivo a participar en la subasta.

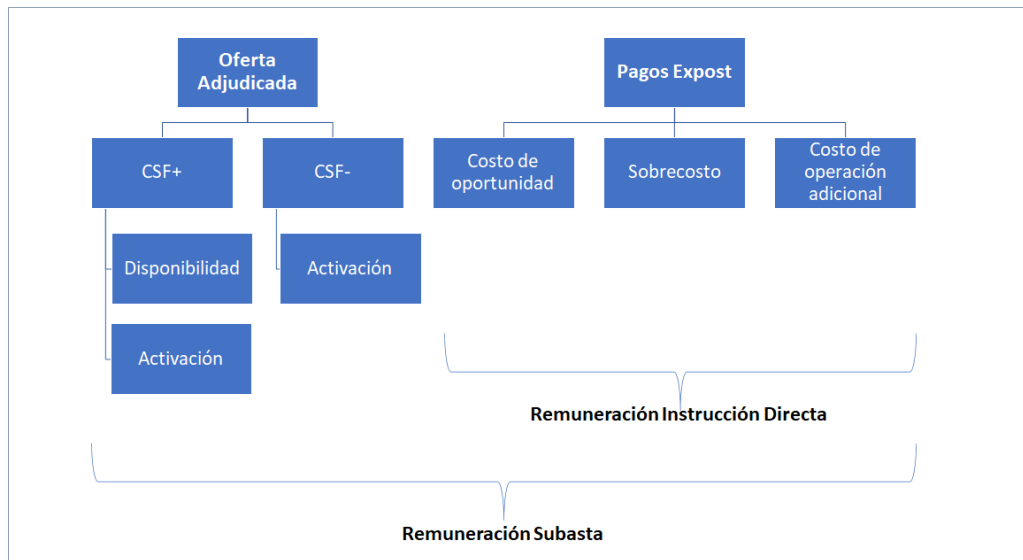


Figura 2.3: Esquema de remuneración del control secundario de frecuencia según mecanismo y subcategoría. El valor de la oferta se incorpora en el concepto de disponibilidad para el CSF+ y en el de activación para el CSF-. Fuente: elaboración propia.

³La definición formal de los costos considerados en la remuneración del control secundario de frecuencia se encuentra en el Anexo 7.2.

2.1.4. Administración de las subastas

El proceso de subasta comienza dos días hábiles antes a la fecha de operación de las reservas (día N). La recepción de ofertas es a partir de las 09:00 horas del día N-2 y termina a las 09:00 horas del día N-1. Cada oferta debe referirse a un bloque horario y a una configuración del respectivo generador en específico. Posterior a esto el CEN procesa la información para determinar el precio máximo oculto asignado a cada bloque y tecnología de la subasta.

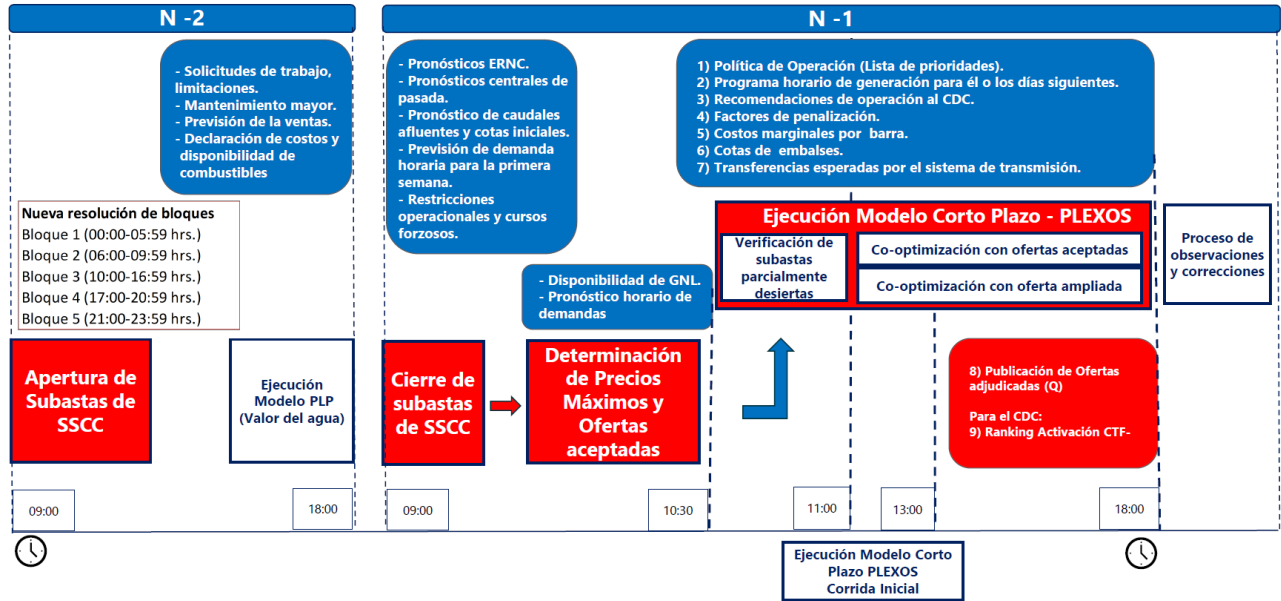


Figura 2.4: Proceso de subasta para el día “N”. Fuente: CEN [4].

Respecto al precio máximo oculto de la subasta, este se compone de dos factores:

$$Vmax_{t,sc,b} = \theta_{t,sc} + \delta_{sc,b} \tag{2.1}$$

Donde $\theta_{t,sc}$ es un costo representativo de desgaste de las instalaciones de tecnología t , provocado por la prestación del servicio complementario sc , mientras que $\delta_{sc,b}$ es una función creciente y positiva cuyo argumento corresponde a la cantidad de recursos técnicos ofertados en la subasta respectiva para la prestación del servicio complementario sc en el bloque b . Su aplicación es a través de oficio reservado. Además de discriminar por tecnología los precios máximos de la subasta discriminan por pertenencia a grupos empresariales pivotaes, restringiendo su valor a solo su componente de desgaste tecnológico⁴ ($\theta_{t,sc}$). Para determinar que empresas son restringidas el CEN utiliza el índice RSI⁵.

⁴El valor de asociado a cada tecnología se muestra en el Anexo 7.3

⁵Residual Supply Index 3. Su aplicación es explicada en el Artículo 2 de la resolución exenta N°433 de la CNE [5]

Las ofertas aceptadas son utilizadas en la programación central del despacho co-optimizando los niveles de energía y reserva asignados a cada central. En caso de que las ofertas no fuesen suficientes para satisfacer los requerimientos de reserva, la subasta se declara parcial o totalmente desierta y se procede a utilizar un programa de cooptimización con oferta extendida, el cual incluye a todo el parque de generación técnicamente habilitado para participar, asociándoles un costo de desgaste ($\theta_{t,sc}$) a las reservas de las unidades que no ofertaron. De ser asignadas será a través de instrucción directa. En la Figura 2.5 se muestra el esquema de validación de ofertas por precio máximo.

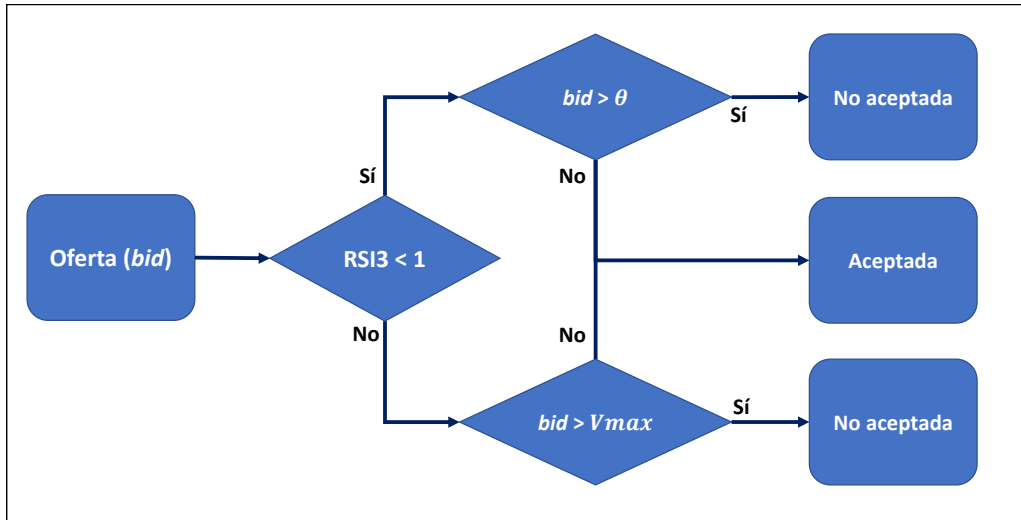


Figura 2.5: Diagrama de flujo de validación de oferta con discriminación de grupo empresarial pivotal. Fuente: Elaboración propia a partir de [5].

Las ofertas están asociadas a bloques horarios, cada uno tiene un precio máximo de subasta y las generadoras deberán ofertar un único precio por bloque. Aunque las ofertas sean por bloque horario las adjudicaciones son horarias, por lo que es factible que una generadora logre adjudicar en las primeras horas del bloque y en las últimas no.

Tabla 2.2: Bloques horarios de la subasta

Bloque	Periodo
Bloque 1	00:00-05:59
Bloque 2	06:00-09:59
Bloque 3	10:00-16:59
Bloque 4	17:00-20:59
Bloque 5	21:00-23:59

2.1.5. Difusión de información pública

Son públicos todos los parámetros técnicos de generadores y del Sistema Eléctrico Nacional que sean necesarios para la implementación del algoritmo de coordinación de la operación, incluyendo el propio algoritmo, de tal manera que cualquier interesado puede replicar la coordinación del sistema. No obstante, hay datos de carácter privado que solo son conocidos por el titular y el CEN, porque en algunos casos revelar información provocaría ineficiencias económicas en el proceso; por ejemplo, publicar el valor del precio máximo de una subasta crearía un incentivo a focalizar las ofertas en torno a dicho punto.

La publicación de la información relacionada al proceso de subasta es regulada por las resoluciones exentas N°443 y N°493 de la CNE, por el Decreto Supremo N°113 del Ministerio de Energía y por las bases administrativas de la subasta del CEN. Estas en resumen establecen que:

- El CEN publicará en su sitio web, a más tardar al día hábil siguiente de la adjudicación, los precios y cantidades de las ofertas adjudicadas.
- Para los casos en que la subasta sea declarada total o parcialmente desierta, se publicarán los valores máximos y los grupos empresariales pivotaes, al día hábil siguiente.
- El CEN publicará el valor adjudicado junto con los resultados del balance de transferencias económicas entre empresas del mercado de generación de corto plazo (reporte mensual).
- Transcurridos tres meses desde la respectiva adjudicación el CEN publicará en la plataforma de subastas, tanto las ofertas adjudicadas como la información agregada relevante para las ofertas no adjudicadas.

Si bien es de conocimiento público el valor adjudicado en subasta, no lo es el valor de oferta no adjudicada. No obstante, el CEN es responsable de dar información relevante sobre estas. En periodos anteriores ha revelado el precio no adjudicado promedio por bloque horario y la desviación estándar entre estas ofertas, por lo que es de esperar que a corto plazo no revele el valor explícitamente sino mediante métricas estadísticas.

2.2. Estructura del mercado de control secundario de frecuencia

El mercado de control secundario de frecuencia se caracteriza principalmente por:

- **Estar acoplado al mercado de energía.** El precio al cual se compra/vende la energía, las ofertas en subasta y los niveles asignados de energía y reserva de las unidades están acoplados, debido que la operación del sistema eléctrico es programada cooptimizando energía y reserva.
- **Poseer barreras de entrada similares al del mercado de energía.** Actualmente los prestadores del servicio de CSF son centrales generadoras con capacidad de gestionar su nivel de inyección a través de AGC.
- **En el corto plazo posee una demanda inelástica.** Su demanda es definida en base a requerimientos de confiabilidad calculados por el CEN cada año.
- **Generalmente su prestación implica costos fijos muy bajos y altos costos de oportunidad.** El mayor componente de los costos de operación es el costo de oportunidad, debido a la reducción de la participación en el mercado de energía.

Cualquier coordinado puede participar de este mercado, siempre y cuando este habilitado tecnológicamente para ello. Sin embargo, en la actualidad solo lo proveen las generadoras, lo que produce una concentración en el mercado CSF similar a la del mercado de energía. Según datos del CEN, en enero de 2021 el total de aporte de CSF+ (recurso que se es capaz de proveer) es de 3663 MW, pertenecientes en su mayoría a Enel Group. Además, la mayoría del recurso disponible es de tecnología térmica.

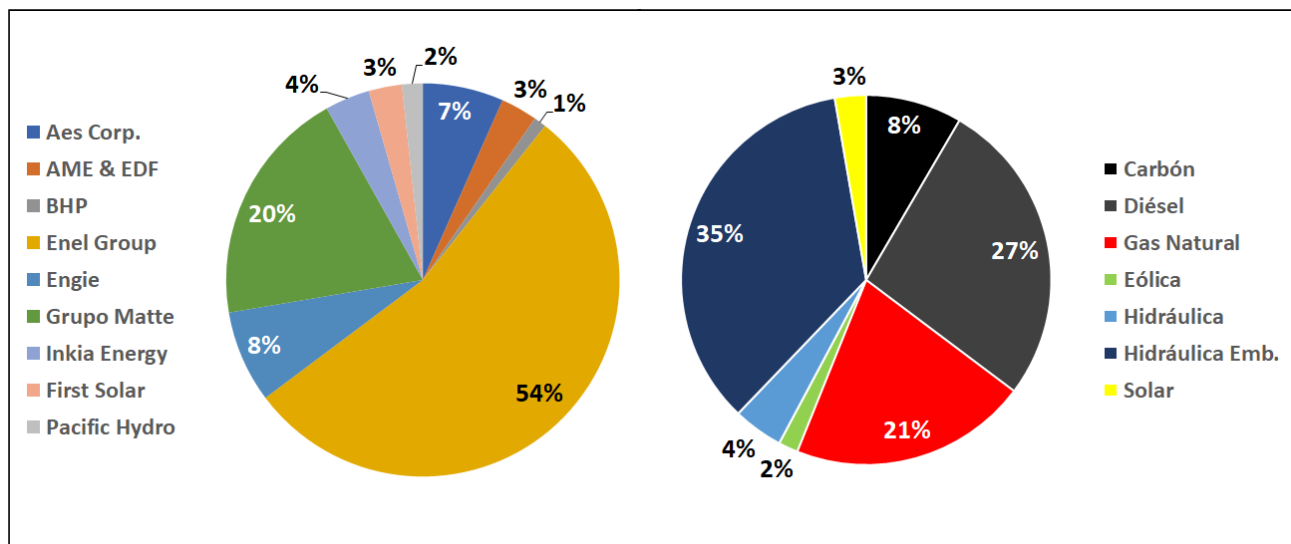


Figura 2.6: Izquierda: Distribución del del recurso de CSF+ por grupo empresarial. Derecha: Distribución del aporte de recurso de CSF+ por tecnología. Fuente: elaboración propia a partir de datos del Coordinador Eléctrico Nacional.

Capítulo 2. Regulación del Mercado de Subastas

La Figura 2.7 muestra la evolución de las ofertas adjudicadas en subastas de CSF+ durante el primer semestre del año 2021. En ella se observa una disminución progresiva en la participación de las centrales. Este comportamiento de las ofertas se ve con mayor detalle en el Anexo 7.1.

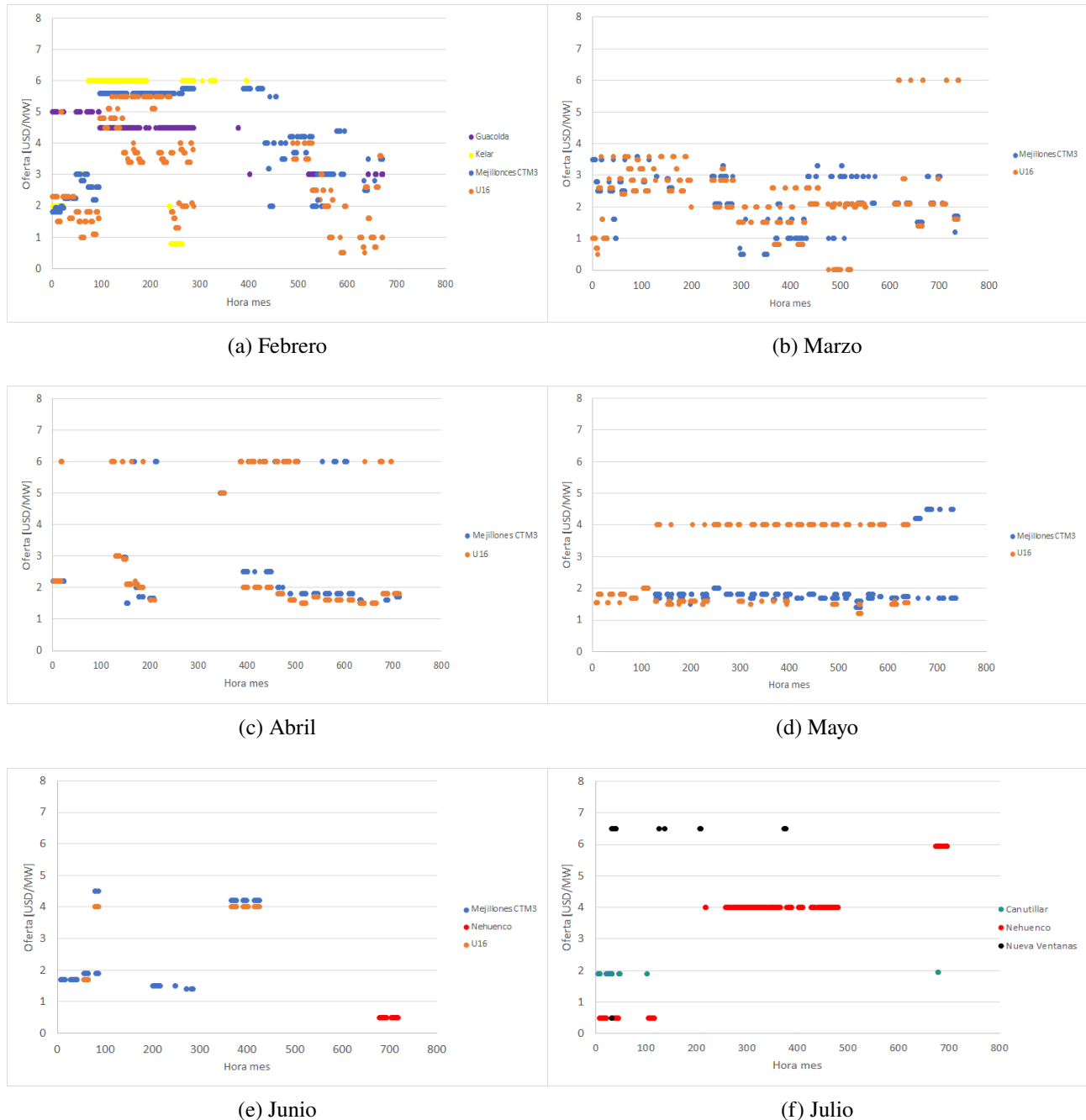


Figura 2.7: Ofertas adjudicadas de control secundario de frecuencia de subfrecuencia desde febrero hasta julio de 2021. Fuente: elaboración propia a partir de datos del Coordinador Eléctrico Nacional.

2.3. Regulación del mercado de energía de corto plazo

El DS N°125 regula la coordinación y operación del Sistema Eléctrico Nacional y brinda lineamientos específicos al mercado de corto plazo, entre ellos el de energía. En dicho mercado se realizan transferencias de energía entre generadores, sistemas de almacenamiento y sistemas de transmisión. Tanto el valor como la cantidad del producto asignado a cada actor es fijado por el CEN.

Los participantes de este mercado tienen derecho a vender la energía que inyecten al sistema eléctrico al costo marginal de la energía de la barra correspondiente. Este valor es calculado en cada hora como el precio sombra de la restricción de balance de generación y demanda en cada nodo del SEN, en la operación real del sistema, considerando restricciones y factores de pérdidas del sistema de transmisión.

Las empresas generadoras que suscriban contratos de suministro de energía eléctrica deberán reconocer los respectivos retiros de energía de sus clientes, valorizados al costo marginal de la correspondiente barra de retiro, independiente de sus niveles de generación.

Todos los meses a cada participante se le determina un saldo como la diferencia entre la energía valorizada inyectada y la energía valorizada retirada. A partir de estos montos el CEN establece las transferencias económicas de energía, de manera tal que las empresas que resulten con saldos totales negativos (empresas deficitarias) paguen a aquellas empresas con saldos totales positivos (empresas excedentarias).

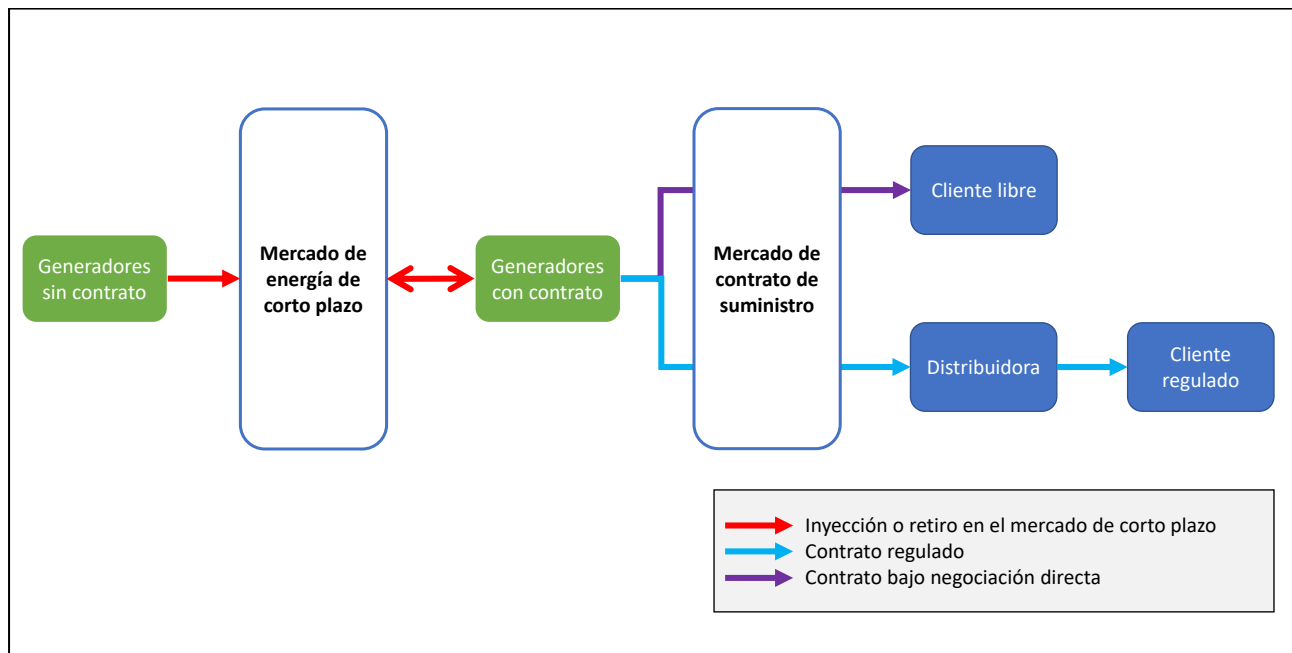


Figura 2.8: Interacción entre los generadores, distribuidoras y clientes en el mercado de corto plazo de la energía.

Fuente: elaboración propia a partir de elaboración propia a partir de [6].

2.3.1. Contratos de suministro de energía

El contrato de suministro de energía eléctrica es aquel negocio en el cual una empresa se obliga a proporcionar energía y otra a comprarla a un precio acordado por un tiempo determinado. Los contratos de suministros entre clientes libres y generadores no son regulados, aunque son de carácter obligatorio para realizar retiros de energía desde el sistema eléctrico. Si bien cada contrato tiene sus propias cláusulas adecuadas a las necesidades de sus participantes, es posible diferenciar tres tipos de contratos representativos en Chile [20]:

- Pague lo generado: el cliente compra toda la energía generada a un precio acordado. Este tipo de contrato se da generalmente entre generadores, donde un generador quiere aumentar su capacidad de producción cerca de los retiros de energía de sus clientes.
- Pague lo contratado: el cliente compra una curva de carga fija, la cual se le obliga a adquirir independiente de su perfil de consumo. Este tipo de contrato se da generalmente entre generadores y es el menos usado de los tres.
- Pague lo demandado: el cliente contrata su curva de carga real a un precio acordado. Este tipo de contrato es el más común y se da entre clientes no regulados y generadoras, además se utiliza en las licitaciones de energía para el suministro de clientes regulados.

Con respecto a la incertidumbre asociada a la volatilidad del costo marginal de la energía, los contratos de suministro son una herramienta de control de riesgo que utilizan las empresas generadoras, ya que estos permiten homogeneizar flujos de caja en el largo plazo (facilitando el financiamiento de los proyectos) y evitar los riesgos asociados a cambios tecnológicos en el mercado, brindando solidez a proyectos cuya vida útil es mayor que las dinámicas tecnológicas.

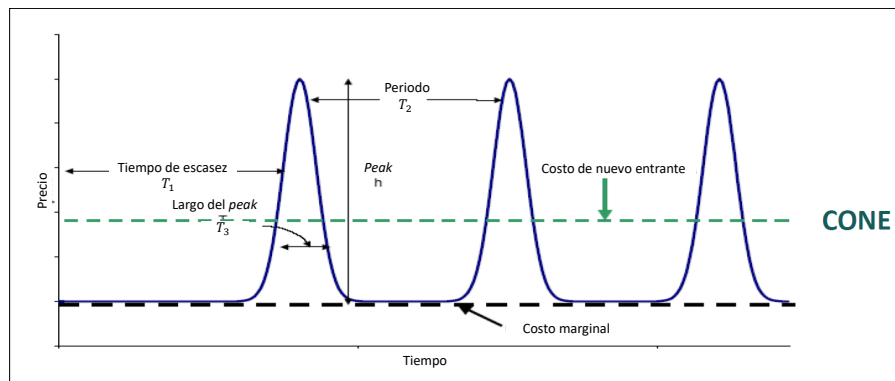


Figura 2.9: Los riesgos de cambios tecnológicos pueden ser reducidos por contratos de largo plazo. Fuente: [7].

Capítulo 3

Programación binivel

El presente capítulo expone una breve introducción a la teoría de programación binivel. Además se presentan las principales consideraciones para transformar un modelo binivel en un problema de un solo nivel utilizando condiciones de optimalidad.

3.1. El problema de optimización

Un problema de optimización es una abstracción matemática del problema de toma de decisiones. Este se puede escribir de la siguiente forma: dada una función $f : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$ con $\mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}^N$ se desea encontrar un elemento $x^* \in \mathcal{X}$, tal que para todo $x \in \mathcal{X}$ se cumpla que $f(x^*) \leq f(x)$ o $f(x^*) \geq f(x)$ según se trate de un problema de minimización o maximización, respectivamente. Cuando se cumple esta condición se dice que x^* es una solución óptima del problema.

A cualquier valor factible de la variable de decisión x se le denomina solución factible, siendo la región factible \mathcal{X} el conjunto de todas estas posibles soluciones. Dicha región \mathcal{X} se define a través de restricciones en forma de inecuaciones y/o ecuaciones que modelan la naturaleza de las variables de decisión $x \geq 0$ y condiciones del problema $g(x) \leq 0$ y $h(x) = 0$ con $g : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^P$ y $h : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^Q$ [21]. Empleando estos elementos el problema de minimización puede ser escrito de la siguiente forma:

$$\min_{x \geq 0} f(x) \tag{3.1}$$

$$s.t. \quad g(x) \leq 0 \tag{3.2}$$

$$h(x) = 0 \tag{3.3}$$

Notar que la ecuación (3.3) puede ser expresada a través de las inecuaciones $h(x) \leq 0 \wedge -h(x) \leq 0$, por lo que se puede escribir el mismo problema de optimización general solo empleando como restricción a (3.2), ya que esta contiene a todas las restricciones de este tipo. No obstante, en favor de una mejor comprensión del desarrollo del algoritmo, este trabajo utiliza una forma menos compacta pero más detallada del problema de optimización.

3.1.1. Problema de optimización lineal

El problema de optimización lineal se obtiene de (3.1)-(3.3) si todas las funciones involucradas son restringidas a ser afines [22]. Este problema puede ser escrito empleando matrices de dimensiones adecuadas compuestas por constantes denominadas parámetros (a , b , c , d y e), tal como se presenta a continuación:

(primal)

$$\min_x f(x) = \sum_{i \in \mathcal{N}} c_i x_i \quad (3.4)$$

$$s.t. \sum_{i \in \mathcal{N}} a_{ij} x_i \leq b_j \quad \forall j \in \mathcal{P} \quad (3.5)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{N}} d_{ij} x_i = e_j \quad \forall j \in \mathcal{Q} \quad (3.6)$$

$$x_j \geq 0 \quad \forall j \in \mathcal{N} \quad (3.7)$$

Cada problema de programación lineal está estrechamente relacionado con otro problema simétrico a él, denominado problema dual. En el caso del problema **(primal)** su equivalente dual puede ser escrito como se describe a continuación:

(dual)

$$\max_{\mu, \lambda} z(\mu, \lambda) = \sum_{j \in \mathcal{P}} b_j \mu_j + \sum_{j \in \mathcal{Q}} e_j \lambda_j \quad (3.8)$$

$$s.t. \sum_{j \in \mathcal{P}} a_{ij} \mu_j + \sum_{j \in \mathcal{Q}} d_{ij} \lambda_j \leq c_i \quad \forall i \in \mathcal{N} \quad (3.9)$$

$$\mu_j \leq 0 \quad \forall j \in \mathcal{P} \quad (3.10)$$

$$\lambda_j : \text{variable irrestricta} \quad \forall j \in \mathcal{Q} \quad (3.11)$$

Las regiones factibles \mathcal{X}^p y \mathcal{X}^d del problema **(primal)** y **(dual)**, respectivamente, se definen matemáticamente como:

$$\mathcal{X}^p \equiv \left\{ x : x \geq 0, \sum_{i \in \mathcal{N}} a_{ij} x_i \leq b_j \quad \forall j \in \mathcal{P}, \sum_{i \in \mathcal{N}} d_{ij} x_i = e_j \quad \forall j \in \mathcal{Q} \right\} \quad (3.12)$$

$$\mathcal{X}^d \equiv \left\{ (\mu, \lambda) : \mu \leq 0, \mu_j + \sum_{j \in \mathcal{Q}} d_{ij} \lambda_j \leq c_i \quad \forall i \in \mathcal{N} \right\} \quad (3.13)$$

Empleando dichas regiones los problemas pueden ser expresados de forma compacta, tal como se muestra a continuación:

$$\textbf{(primal):} \quad \min_x \{f(x) : x \in \mathcal{X}^p\}$$

$$\textbf{(dual):} \quad \max_{\mu, \lambda} \{z(\mu, \lambda) : (\mu, \lambda) \in \mathcal{X}^d\}$$

3.1.2. Condiciones de optimalidad

Las condiciones de optimalidad corresponden al conjunto de condiciones que deben cumplir las variables de los problemas de optimización para asegurar que son soluciones óptimas de dicho problema. El conjunto de soluciones óptimas Ψ^p y Ψ^d del problema **(primal)** y **(dual)**, respectivamente, se definen matemáticamente como:

$$\Psi^p \equiv \underset{x}{\operatorname{argmín}}\{f(x) : x \in \mathcal{X}^p\} \quad (3.14)$$

$$\Psi^d \equiv \underset{\mu, \lambda}{\operatorname{argmáx}}\{z(\mu, \lambda) : x \in \mathcal{X}^d\} \quad (3.15)$$

Si el problema **(primal)** es factible y cerrado los valores óptimos de las funciones f y z son iguales. Esta propiedad se denomina dualidad fuerte y para **(primal)** y **(dual)** es condición suficiente y necesaria para determinar la optimalidad de la solución [23].

$$x^* \in \Psi^p \wedge (\mu^*, \lambda^*) \in \Psi^d \iff f(x^*) = z(\mu^*, \lambda^*) \wedge x^* \in \mathcal{X}^p \wedge (\mu^*, \lambda^*) \in \mathcal{X}^d \quad (3.16)$$

Además existe otro conjunto de condiciones de optimalidad denominadas condiciones de holgura complementaria¹. Estas establecen que \hat{x} y $(\hat{\mu}, \hat{\lambda})$ son soluciones óptimas si y solo si cumplen el siguiente conjunto de condiciones [24]:

$$\hat{x} \in \mathcal{X}^p, (\hat{\mu}, \hat{\lambda}) \in \mathcal{X}^d \quad (3.17)$$

$$\left(b_j - \sum_{i \in \mathcal{N}} a_{ij} \hat{x}_i \right) \hat{\mu}_j = 0 \quad \forall j \in \mathcal{P} \quad (3.18)$$

$$\left(\sum_{j \in \mathcal{P}} a_{ij} \hat{\mu}_j + \sum_{j \in \mathcal{Q}} d_{ij} \hat{\lambda}_j - c_i \right) \hat{x}_i = 0 \quad \forall i \in \mathcal{N} \quad (3.19)$$

Si bien los problemas **(primal)** y **(dual)** pueden tener múltiples soluciones óptimas, al ser encontrada una se encontrará el óptimo global de la función objetivo² [25].

$$f(x') = f(x'') \leq f(x) \quad \forall x \in \mathcal{X}^p, \quad \forall x', x'' \in \Psi^p \quad (3.20)$$

$$z(\mu', \lambda') = z(\mu'', \lambda'') \geq z(\mu, \lambda) \quad \forall z(\mu, \lambda) \in \mathcal{X}^d, \quad \forall z(\mu', \lambda'), z(\mu'', \lambda'') \in \Psi^d \quad (3.21)$$

¹Las condiciones de holgura complementaria y de dualidad fuerte son equivalentes para soluciones factibles de problemas lineales.

²Esta propiedad es característica de los problemas convexos, a los cuales pertenecen los problemas lineales.

3.2. Programación binivel

Los problemas de programación binivel son problemas de optimización cuyas variables se agrupan en dos vectores x e y , donde x es solución óptima de un segundo problema de optimización parametrizado en y [26]. Dentro de sus aplicaciones en la teoría económica destacan los juegos de Stackelberg, descritos brevemente a continuación.

3.2.1. Juegos de Stackelberg

En el libro sobre economía de mercado [27] Heinrich von Stackelberg usó por primera vez un modelo jerárquico para describir situaciones reales del mercado [22]. En este libro se estudian casos de diferentes agentes con relaciones jerárquicas que buscan tomar su mejor decisión, considerando distintos objetivos. El caso más simple describe una situación de dos agentes donde uno puede tomar decisiones de forma independiente (líder), mientras el segundo debe actuar de manera dependiente del otro (seguidor); siendo el líder capaz de integrar en su estrategia la reacción del seguidor, con el objetivo de obtener una mayor utilidad. Este problema se conoce como “juego de Stackelberg” y puede ser formulado como se describe a continuación:

Sean \mathcal{X} e \mathcal{Y} el conjunto de estrategias admisibles x e y del seguidor y líder, respectivamente, se asume que las decisiones de los agentes pueden ser evaluadas mediante las funciones de utilidad $F(x, y)$ y $f(x, y)$, y que ambos problemas son de maximización. Entonces, conociendo la elección y del líder, el seguidor debe seleccionar su mejor estrategia $x(y)$ de tal forma que su utilidad sea óptima en x .

$$x(y) \in \Psi(y) \equiv \underset{x}{\operatorname{argm\acute{a}x}}\{f(x, y) : x \in \mathcal{X}\} \quad (3.22)$$

Por lo que teniendo en cuenta la reacción del seguidor el líder debe escoger el valor óptimo de su decisión y .

$$\underset{y \in \mathcal{Y}}{\operatorname{m\acute{a}x}}\{F(x, y) : y \in \mathcal{Y}, x(y) \in \Psi(y)\} \quad (3.23)$$

Los juegos de Stackelberg son un caso particular de los problemas binivel, en el sentido que en estos últimos la región factible de algún agente puede depender de la decisión de otro. En el presente trabajo se emplea el siguiente problema binivel:

(BL)

$$\underset{y \in \mathcal{Y}}{\operatorname{m\acute{a}x}} F(x, y) \quad (3.24)$$

$$s.t. \ x \in \Psi(y) \equiv \underset{x}{\operatorname{argm\acute{i}n}}\{f(x, y) : x \in \mathcal{X}(y)\} \quad (3.25)$$

Notar que la región factible del problema del seguidor \mathcal{X} es función de y , y que dicho problema es de minimización.

En la programación binivel al problema del seguidor también se le refiere como problema de nivel inferior y al del líder como de nivel superior. Considerando la relación secuencial que poseen ambos, en el sentido de que la decisión del seguidor puede ser vista como una función de la decisión del líder, es conveniente realizar el siguiente conjunto de definiciones [28]:

- **Región factible del nivel inferior:** se define una región factible del problema de nivel inferior para cada $y \in \mathcal{Y}$.

$$\Omega(y) \equiv \{x \in \mathcal{X}(y)\} \quad (3.26)$$

- **Proyección de Ω sobre la decisión del líder:** este conjunto define a todos los valores $y \in \mathcal{Y}$ que hacen no vacío a la región factible del problema de nivel inferior.

$$\Omega(\mathcal{Y}) \equiv \{y \in \mathcal{Y} : \exists x \in \mathcal{X}(y)\} \quad (3.27)$$

- **Reacción racional del seguidor:** es el conjunto de soluciones óptimas del problema de nivel inferior una vez sea fijado el valor de $y \in \Omega(\mathcal{Y})$.

$$\Psi(y) \equiv \underset{x}{\operatorname{argmin}}\{f(x, y) : x \in \mathcal{X}(y)\} \quad (3.28)$$

- **Región inducida:** Es la región sobre la que el líder optimiza su problema.

$$\mathcal{I} \equiv \{(x, y) : y \in \mathcal{Y}, x \in \Psi(y)\} \quad (3.29)$$

- **Formulación sintetizada del problema binivel:** Utilizando estas definiciones el problema binivel puede ser escrito como se describe a continuación:

$$\underset{y}{\operatorname{máx}}\{F(x, y) : (x, y) \in \mathcal{I}\} \quad (3.30)$$

Para decir que el problema binivel esta bien formulado es común exigir que para cada posible decisión que tome el líder, el seguidor tenga una región factible disponible donde optimizar ($P(x) \neq \emptyset$). Es decir que Ω sea un conjunto no vacío y compacto [28]. Además, cuando el problema de nivel superior considera restricciones sobre x (no siendo el caso de **(BL)**), es importante verificar que \mathcal{I} sea un conjunto conexo, de tal forma de que el algoritmo empleando para resolver el problema sea capaz de distinguir entre una restricción sobre el conjunto de $x \in \Psi$ o $x \in \mathcal{X}$.

Aunque **(BL)** este bien formulado y ambos niveles sean problemas de optimización lineal el problema es NP-hard [29]. En el libro de Di Pillo & Giannessi [30] se muestra un algoritmo basado en factores de penalización para generar heurísticas, el cual es usado por Fampa [31] para mejorar y comparar su desempeño en contraste al método de discretización binaria utilizado en [32], el cual será utilizado en el algoritmo central del presente trabajo.

3.2.2. Problema de programación binivel optimista

Es un problema binivel que asume el control del líder sobre la variable de decisión del seguidor. Como consecuencia, si es el problema de nivel inferior tiene múltiples soluciones óptimas para un valor fijo de y , el líder será capaz de seleccionar el valor de x dentro de los posibles $x \in \Psi(y)$. Este problema puede ser escrito como se describe a continuación:

(BLO)

$$\max_{x,y} \{F(x,y) : y \in \mathcal{Y}, x \in \Psi(y)\} \quad (3.31)$$

Ejemplo: Considere el siguiente problema de optimización binivel con $y \in \mathbb{R}^1$ y $x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$.

$$\max_y F(x,y) = yx_1 \quad (3.32)$$

$$s.t. \quad 0 \leq y \leq 2 \quad (3.33)$$

$$x \in \Psi(x) \equiv \operatorname{argmín}_x \{f(x,y) = yx_1 + x_2 : x \geq 0, x_1 + x_2 \geq 1, x_1 + x_2 \leq 2\} \quad (3.34)$$

La región factible del problema de nivel inferior Ω y la dirección de minimización para la función f se muestran en la Figura 3.1.

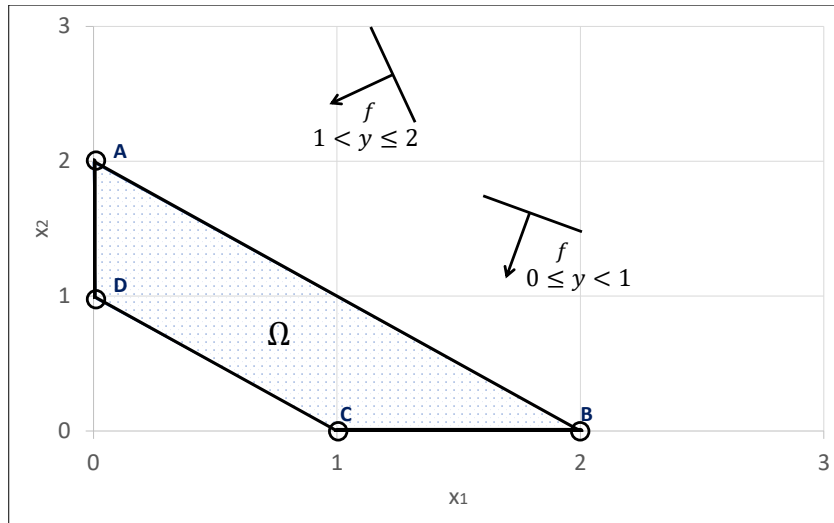


Figura 3.1: Región factible y dirección de minimización del problema de nivel inferior.

El gradiente de f depende del valor de y y por ende afecta al valor de la solución óptima del problema del seguidor. Para los valores posibles de y la reacción racional del seguidor será:

$$(x_1, x_2) \in \Psi(y) = \begin{cases} (1, 0), & \text{sí } 0 \leq y < 1 \\ \operatorname{conv} \{(1, 0), (0, 1)\}, & \text{sí } y = 1 \\ (0, 1), & \text{sí } 1 < y \leq 2 \end{cases}$$

Donde $conv\{\}$ es el operador envoltura convexa, es decir $\Psi(y = 1)$ es el conjunto de puntos que pertenecen al segmento definido por los vértices C y D del poliedro Ω definidos en la Figura 3.1. Empleando el valor de $\Psi(y)$ directamente en el problema binivel se reemplaza el problema de nivel inferior por la reacción del seguidor en función de la decisión del líder. De esta forma se obtienen tres problemas de optimización, cada uno para un rango específico de valores de y .

Para valores de $y \in [0, 1]$	Para valores de $y = 1$	Para valores de $y \in (1, 2]$
$\max_y F(x, y) = x_1 y$ $s.t. \quad 0 \leq y < 1$ $(x_1, x_2) = (1, 0)$	$\max_y F(x, y) = x_1 y$ $s.t. \quad y = 1$ $(x_1, x_2) \in conv\{(1, 0), (0, 1)\}$	$\max_y F(x, y) = x_1 y$ $s.t. \quad 1 < y \leq 2$ $(x_1, x_2) = (0, 1)$

La Figura 3.2 muestra el valor de $F(x(y), y)$ en función de y . En ella se observa que el valor óptimo de F se obtiene para $y = 1$. No obstante, debido a que para dicho valor el problema del seguidor tiene múltiples soluciones óptimas, el valor de $F(x(1), 1)$ será algún valor dentro del intervalo $[0, 1]$ y no es posible asegurar su optimalidad. Por otra parte, el problema binivel optimista asume que el líder sí tiene control sobre el valor de x , por lo tanto sí es posible asegurar que el valor de F para $y = 1$ es óptimo, ya que puede seleccionar el par (x, y) que optimice F .

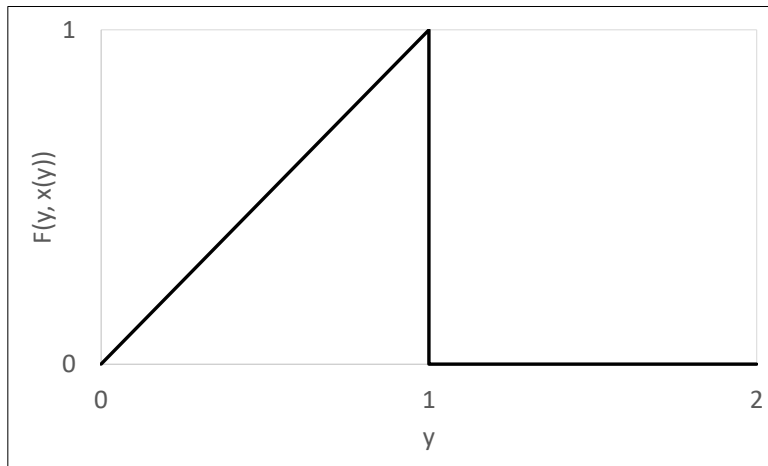


Figura 3.2: Función objetivo del líder en función de su decisión y .

3.2.3. Transformación a problema de un nivel

Sea el siguiente problema binivel optimista:

(BLOL)

$$\max_{x,y} F(x, y) \quad (3.35)$$

$$s.t. G(y) \leq 0 \quad (3.36)$$

$$y \geq 0 \quad (3.37)$$

$$x \in \Psi(y) \equiv \arg \left\{ \begin{array}{l} \min_x f(x, y) = \sum_{i \in \mathcal{N}} c_i(y) x_i \\ s.t. \quad \sum_{i \in \mathcal{N}} a_{ij} x_i \leq b_j(y) \quad \forall j \in \mathcal{P} \\ \sum_{i \in \mathcal{N}} d_{ij} x_i = e_j(y) \quad \forall j \in \mathcal{Q} \\ x_j \geq 0 \quad \forall j \in \mathcal{N} \end{array} \right\} \quad (3.38)$$

Donde los parámetros c , b y e son función de y . Además se asume que:

- El problema de nivel inferior es lineal para un valor fijo de y .
- El problema de nivel inferior tiene una región factible para todo valor factible de y .
- No existen restricciones de x en el problema de nivel superior (esta condición se cumple por la estructura propuesta del problema).

Entonces la reacción del seguidor $\Psi(y)$ puede ser reemplazada por las condiciones de optimalidad del problema de nivel inferior [28]. Es decir que **(BLOL)** es equivalente a:

$$\max_{x,y} F(x, y) \quad (3.39)$$

$$s.t. G(y) \leq 0 \quad (3.40)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{N}} a_{ij} x_i \leq b_j(y) \quad \forall j \in \mathcal{P} \quad (3.41)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{N}} d_{ij} x_i = e_j(y) \quad \forall j \in \mathcal{Q} \quad (3.42)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{P}} a_{ij} \mu_j + \sum_{j \in \mathcal{Q}} d_{ij} \lambda_j \leq c_i(y) \quad \forall i \in \mathcal{N} \quad (3.43)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{N}} c_i(y) x_i = \sum_{j \in \mathcal{P}} b_j(y) \mu_j + \sum_{j \in \mathcal{Q}} e_j(y) \lambda_j \quad (3.44)$$

$$x, y \geq 0 \quad (3.45)$$

$$\mu \leq 0 \quad (3.46)$$

$$\lambda : \text{variable irrestricta} \quad (3.47)$$

3.2.4. Problema binivel estocástico en el contexto del mercado eléctrico

Uno de los desafíos del problema de toma de decisiones en el mercado eléctrico es que la utilidad de un agente depende de la oferta de su competencia. Lamentablemente esta información no siempre está disponible, por lo que la estrategia del agente debe tomar en cuenta la incertidumbre de estas variables.

Una forma de modelar la oferta de la competencia en un mercado multiagente es a través de la obtención del equilibrio de Nash, el cual ocurre cuando ningún agente puede mejorar su utilidad modificando sus decisiones. Para su obtención se pueden emplear distintos algoritmos. Barroso [17] lo obtiene en una subasta de energía aproximando la oferta continua a una discreta, restringiendo solo una oferta por agente. También es posible usar un algoritmo de un agente con múltiples generadores y resolver de forma iterativa [33]. En el algoritmo desarrollado en el presente trabajo se utiliza un acercamiento diferente, que consiste en definir un conjunto de escenarios probabilísticos que suponen conocida la oferta de la competencia, optimizando sobre una métrica estadística de la utilidad, tal como propuso Fampa [31].

De esta forma se define a este problema binivel estocástico como un problema de optimización de nivel superior sujeto a un conjunto de problemas de optimización de nivel inferior, indexados por escenarios probabilísticos independientes. Este problema se puede escribir como se describe a continuación:

(BLes)

$$\max_y F_E = \sum_{s \in \mathcal{S}} p_s F(x_s, y) \quad (3.48)$$

$$s.t. G(y) \leq 0 \quad (3.49)$$

$$x_s \in \arg \left\{ \begin{array}{l} \min_{x_s} f_s(x_s, y) \\ s.t. g(x_s, y) \leq 0 \end{array} \right\} \quad \forall s \in \mathcal{S} \quad (3.50)$$

$$y \equiv \{y_s : s \in \mathcal{S}\} \quad (3.51)$$

Siendo F_E una métrica de los s posibles valores de F cuya probabilidad de ocurrencia es de p_s . En el presente trabajo, tal como se muestra en (3.48), se utiliza el criterio del valor esperado. También es posible emplear otras técnicas, como *conditional value at risk* o criterio de mínima varianza para optimizar, considerando distintos niveles de aversión al riesgo.

Capítulo 4

Modelamiento Matemático

En el presente capítulo se desarrolla un modelo de programación matemática con condiciones de complementariedad, que estima el vector de oferta óptimo de un agente con múltiples generadores que participa en el mercado de subastas. Además, se detallan características del mercado eléctrico que se busca representar en el modelo de programación matemática y las ecuaciones físicas que modelan a las variables eléctricas consideradas.

4.1. Modelo del operador y agente

La operación de los generadores es coordinada por un operador del sistema independiente (ISO) que asigna niveles de energía y reserva a las unidades, con el fin de satisfacer la demanda de estos productos a mínimo costo. Para cumplir dicho objetivo realiza un despacho óptimo, considerando solo el costo variable de provisión de recurso. A la energía, en tanto, le asigna el costo variable declarado (costo real de la unidad); y a la reserva, el valor ofertado en subasta.

Los titulares interesados en participar en la subasta deben enviar al ISO el precio unitario al cual desean vender su servicio. Este valor no puede ser modificado y es el mismo para todo el bloque horario que comprenda la subasta. Las ofertas no pueden tener un valor mayor al precio máximo de la subasta definido para cada tipo de tecnología.

En este mercado existen solo dos productos eléctricos: energía y reserva. El primero se valoriza al costo marginal de la energía en la barra de inyección o retiro (*pay as clear*), mientras el segundo al valor de oferta adjudicado en subasta (*pay as bid*). Si la prestación de reserva implica un costo de oportunidad por limitar la venta de energía, la unidad afectada recibirá un pago *expost* equivalente a dicho costo. Por otra parte, el estado de operación del sistema impuesto por el ISO debe respetar el dominio de factibilidad técnica, restringido por el límite de potencia máxima de los generadores y el límite térmico de las líneas.

4.1.1. Despacho económico - Problema de nivel inferior

El ISO lleva a cabo la coordinación de unidades a través de un despacho económico cooptimizado de energía y reserva. Este proceso se representa a través de un modelo *Direct Current- Optimal Power Flow* con costos lineales. Siendo el *output* del modelo la asignación de energía y reserva óptima, así como el precio sombra de las restricciones del modelo.

(DE)

$$\min_{g,r \geq 0} Z = \sum_{t \in \mathcal{T}} \left(\sum_{j \in \mathcal{G}} c_j g_{jt} + \sum_{j \in \mathcal{G}_B} b_j r_{jt} \right) \quad (4.1)$$

$$s.t. \sum_{j \in \mathcal{G}} g_{jt} = \sum_{n \in \mathcal{N}} d_{nt} \quad (\pi_{Dt}) \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (4.2)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{G}_B} r_{jt} = R \quad (\pi_{Rt}) \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (4.3)$$

$$g_{jt} + r_{jt} \leq \bar{g}_{jt} \quad (\lambda_{jt}) \quad \forall j \in \mathcal{G}_B, \forall t \in \mathcal{T} \quad (4.4)$$

$$g_{jt} \leq \bar{g}_{jt} \quad (\lambda_{jt}) \quad \forall j \in \mathcal{G}_{Bx}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (4.5)$$

$$- \sum_{n \in \mathcal{N}} \beta_{ln} \left(\sum_{j \in \mathcal{G}^n} g_{jt} - d_{nt} \right) \leq \bar{f}_l \quad (\mu_{lt}^-) \quad \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (4.6)$$

$$\sum_{n \in \mathcal{N}} \beta_{ln} \left(\sum_{j \in \mathcal{G}^n} g_{jt} - d_{nt} \right) \leq \bar{f}_l \quad (\mu_{lt}^+) \quad \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (4.7)$$

La ecuación (4.1) refiere a la minimización de costos asociados a proveer energía (4.2) y reserva (4.3) restringida a los límites de potencia de los generadores (4.4)-(4.5), y al límite térmico de las líneas del sistema (4.6)-(4.7), las cuales están modeladas a partir de los factores de distribución de transferencia de energía β_{ln} [34].

Después de cada despacho económico, el ISO calcula el costo marginal horario de la energía en cada barra π_{nt} y asigna pagos *expost* con el objetivo de compensar costos de oportunidad por prestación de reserva LOC_{jt} (*Lost Opportunity Cost*).

$$\pi_{nt} = \pi_{Dt} + \sum_{l \in \mathcal{L}} \beta_{ln} (\mu_{lt}^+ + \mu_{lt}^-) \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (4.8)$$

$$LOC_{jt} = \max\{(\pi_{nt} - c_j) (\bar{g}_j - g_{jt}), 0\} \quad \forall j \in \mathcal{G}_B, \forall t \in \mathcal{T} \quad (4.9)$$

Cabe mencionar que el problema (DE) es un problema optimización lineal, por lo que el conjunto de soluciones óptimas satisface necesariamente las condiciones de holgura complementaria (Ver sección 3.2.3).

4.1.2. Oferta óptima - Problema de nivel superior

Un agente A propietario de \mathcal{G}_A generadores y contratos de compraventa de energía desea maximizar su utilidad total U definida como:

$$U = \sum_{t \in \mathcal{T}} U_t = \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{j \in \mathcal{G}_A} U_{jt}^g + \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{n \in \mathcal{N}} U_{nt}^c \quad (4.10)$$

Donde U_t es la utilidad total recibida en el periodo t durante el horizonte \mathcal{T} , la cual se compone de la utilidad U_{jt}^g de los $j \in \mathcal{G}_A$ generadores y la utilidad U_{nt}^c de los contratos definidos para cada nodo n del sistema. A su vez la utilidad U_{jt}^g se define como:

$$U_{jt}^g = (\pi_{n_{jt}} - c_j) g_{jt} + b_j r_{jt} + LOC_{jt} \quad (4.11)$$

Donde el primer termino del lado derecho de la ecuación (4.11) refiere al ingreso neto por inyección de energía, es decir el ingreso recibido por inyectar g_{jt} unidades de energía a un valor $\pi_{n_{jt}}$ de la barra de inyección n del generador j , menos el costo $c_j g_{jt}$ por producir dicha energía. El producto $b_j r_{jt}$ corresponde al ingreso recibido por adjudicar r_{jt} unidades de reserva a un valor de b_j . Por último LOC_{jt} refiere a los posibles ingresos por pagos *expost* asignados por el ISO al generador.

Por otra parte, la utilidad U_{nt}^c es el ingreso neto que recibe el agente por sus contratos. Matemáticamente este se define como:

$$U_{nt}^c = (p_n^c - \pi_{nt}) q_n^c d_{nt} \quad (4.12)$$

Donde π_{nt} es el valor de la energía en la barra n durante el periodo t , p_n^c es el precio del contrato de suministro en el nodo n , q_n^c es el porcentaje de demanda contratada en la barra n y d_{nt} es la cantidad de energía demandada en la barra n durante el periodo t .

Entonces el agente A debe determinar el valor de oferta óptimo $b_A = \{b_j : j \in \mathcal{G}_A\}$ que optimiza su utilidad U . La cual depende de un conjunto de variables sujetas a ser solución óptima del problema de **(DE)** representado por el vector x .

$$\max_{b_A} U(b_A, x) = \sum_{t \in \mathcal{T}} U_t(b_A, x) \quad (4.13)$$

$$s.t \ 0 \leq b_j \leq \bar{b}_j \quad \forall j \in \mathcal{G}_A \quad (4.14)$$

La ecuación (4.14) refiere a que la subasta solo acepta ofertas cuyo valor este dentro del rango $[0, \bar{b}_j]$, donde \bar{b}_j es el precio máximo de la subasta para el tipo de tecnología del generador j .

4.2. Modelamiento binivel

El problema de toma de decisión del agente tiene una estructura binivel el cual puede ser escrito de la siguiente forma:

(Bi)

$$\max_{b_A} U(b_A, x) = \sum_{t \in \mathcal{T}} U_t(b_A, x) \quad (4.15)$$

$$s.t. \quad 0 \leq b_j \leq \bar{b}_j \quad \forall j \in \mathcal{G}_A \quad (4.16)$$

$$x \in \Psi(b_A) \equiv \arg \left\{ \begin{array}{l} \min_{g,r} \quad Z = \sum_{t \in \mathcal{T}} \left(\sum_{j \in \mathcal{G}} c_j g_{jt} + \sum_{j \in \mathcal{G}_B} b_j r_{jt} \right) \\ s.t. \quad (4.2) - (4.7) \end{array} \right\} \quad (4.17)$$

Siendo $x = (g, r, \pi, \lambda, \mu)$ el vector de variables primales y duales de nivel inferior. La ecuación (4.15) refiere a la maximización de la utilidad total usando como variable de decisión b_A . Mientras (4.17) modela completamente el problema de nivel inferior **(DE)** del cual x debe ser solución óptima.

4.2.1. Programa binivel estocástico

Para considerar la incertidumbre del valor ofertado de la competencia en la estrategia de toma de decisiones del agente A , se emplea un modelo probabilístico donde se definen s escenarios deterministas con probabilidad de ocurrencia p_s con valor de oferta de la competencia conocida. Como función objetivo se utiliza el valor esperado de la utilidad del agente. Por lo que el problema binivel estocástico se escribe como:

(BiEs)

$$\max_{b_A} EU(b, x) = \sum_{s \in \mathcal{S}} p_s \sum_{t \in \mathcal{T}} U_{ts}(b_A, x_s) \quad (4.18)$$

$$s.t. \quad 0 \leq b_j \leq \bar{b}_j \quad \forall j \in \mathcal{G}_A \quad (4.19)$$

$$x_s \in \Psi^s(b_A) \equiv \arg \left\{ \begin{array}{l} \min_{g_s, r_s} \quad Z_s = \sum_{t \in \mathcal{T}} \left(\sum_{j \in \mathcal{G}} c_j g_{jts} + \sum_{j \in \mathcal{G}_B} b_{js} r_{jts} \right) \\ s.t. \quad (4.2) - (4.7) \\ b_{js} = b_j \quad \forall j \in \mathcal{G}_A, \forall s \in \mathcal{S} \end{array} \right\} \quad (4.20)$$

Siendo $x_s = (g_s, r_s, \mu_s, \lambda_s, \pi_s)$ el vector que contiene las variables de nivel inferior para el escenario $s \in \mathcal{S}$. Con respecto a los problemas de nivel inferior, estos se representan mediante un único **(DE)** con variables indexadas por escenario, donde el único parámetro que se modifica es el valor ofertado de la competencia.

4.2.2. Transformación del problema binivel a un problema de un nivel

Para transformar el problema binivel a un problema de un solo nivel se realizan las siguientes suposiciones:

1. El problema **(BiEs)** es un programa binivel optimista (ver Sección 3.2.2).
2. El problema **(DE)** es factible y cerrado.

Empleando estas suposiciones es posible reemplazar el conjunto de soluciones óptimas $\{\Psi^s(b_A) : \forall s \in \mathcal{S}\}$ por las condiciones de optimalidad de los $s \in \mathcal{S}$ problemas de nivel inferior (ver Sección 3.2.3). Estas condiciones son:

$$\sum_{j \in \mathcal{G}} g_{jts} = \sum_{n \in \mathcal{N}} d_{nt} \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall s \in \mathcal{S} \quad (4.21)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{B}} r_{jts} = R \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall s \in \mathcal{S} \quad (4.22)$$

$$\bar{g}_j - g_{jts} \geq 0 \quad \forall j \in \mathcal{G}_{Bx}, \forall t \in \mathcal{T}, \forall s \in \mathcal{S} \quad (4.23)$$

$$\bar{g}_j - g_{jts} - r_{jts} \geq 0 \quad \forall j \in \mathcal{G}_B, \forall t \in \mathcal{T}, \forall s \in \mathcal{S} \quad (4.24)$$

$$\sum_{n \in \mathcal{N}} \beta_{ln} \left(d_{nt} - \sum_{j \in \mathcal{G}^n} g_{jts} \right) - \bar{f}_l \leq 0 \quad \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T}, \forall s \in \mathcal{S} \quad (4.25)$$

$$\sum_{n \in \mathcal{N}} \beta_{ln} \left(d_{nt} - \sum_{j \in \mathcal{G}^n} g_{jts} \right) + \bar{f}_l \geq 0 \quad \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T}, \forall s \in \mathcal{S} \quad (4.26)$$

$$\pi_{Dts} + \lambda_{jts} + \sum_{l \in \mathcal{L}} \beta_{lnj} (\mu_{lts}^- + \mu_{lts}^+) - c_j \leq 0 \quad \forall j \in \mathcal{G}, \forall t \in \mathcal{T}, \forall s \in \mathcal{S} \quad (4.27)$$

$$\pi_{Rts} + \lambda_{jts} - b_j^s \leq 0 \quad \forall j \in \mathcal{G}_B, \forall t \in \mathcal{T}, \forall s \in \mathcal{S} \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j \in \mathcal{G}} c_j g_{jts} + \sum_{j \in \mathcal{G}_B} b_j^s r_{jts} = \\ & \sum_{l \in \mathcal{L}} \left((\mu_{lts}^+ - \mu_{lts}^-) \bar{f}_l + (\mu_{lts}^+ + \mu_{lts}^-) \sum_{n \in \mathcal{N}} \beta_{ln} d_{nt} \right) + \\ & \pi_{Dts} \sum_{n \in \mathcal{N}} d_{nt} + \pi_{Rts} R + \sum_{j \in \mathcal{G}} \bar{g}_j \lambda_{jt}^s \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall s \in \mathcal{S} \end{aligned} \quad (4.29)$$

$$\lambda, \mu^- \leq 0 \quad (4.30)$$

$$g, r, \mu^+ \geq 0 \quad (4.31)$$

Siendo (4.21)-(4.26) las condiciones de factibilidad primal, (4.27)-(4.28) las condiciones de factibilidad dual, (4.29) la condición de dualidad fuerte y (4.30)-(4.31) inecuaciones referente a la naturaleza de las variables, al reemplazar $\Psi^s(b_A)$ por (4.21)-(4.31) el problema **(BiEs)** optimista se transforma en un programa matemático con restricciones primales y duales (MPPDC).

4.2.3. Formulación entera mixta del problema MPPDC

El problema (BiEs) en su forma MPPDC tiene multiplicaciones entre variables en su función objetivo y restricciones. Para abordar esta complejidad se utiliza un método de discretización binaria [32] junto al método *Big M* [35]. De esta forma se transforma el problema MPPDC en un problema entero mixto (MILP), que puede ser resuelto mediante técnicas estándar.

Redefinición de la función objetivo del líder

La función que el líder desea maximizar EU_A se compone de la suma ponderada de las utilidades U_{jts} , los cuales a su vez se componen de la utilidad U_{jts}^g correspondiente a generadores y la utilidad U_{nts}^c correspondiente a contratos. Con respecto a U_{jts}^g esta es definida matemáticamente como:

$$U_{jts}^g = \left(\pi_{n_{jts}} - c_j \right) g_{jts} + \max\{(\pi_{n_{jts}} - c_j)(\bar{g}_j - g_{jts}), 0\} + b_j r_{jts} \quad (4.32)$$

La suma de los dos primeros términos del lado derecho de (4.32) se puede reescribir de forma equivalente utilizando el método *Big M* descrito a continuación. Para entregar más claridad, se omitirán los subíndices t y s .

$$U_j^g = \bar{g}_j \alpha_j + b_j r_j \quad (4.33)$$

Esto se debe a que la suma de los primeros dos términos del lado derecho de (4.32) tendrá un valor u otro dependiendo de la relación de π_{n_j} y c_j :

$$(\pi_{n_j} - c_j) g_j + \max\{(\pi_{n_j} - c_j)(\bar{g}_j - g_j), 0\} = \begin{cases} (\pi_{n_j} - c_j) \bar{g}_j, & \text{si } \pi_{n_j} \geq c_j \\ 0, & \text{si } \pi_{n_j} \leq c_j \end{cases}$$

Dicha situación se puede modelar mediante el siguiente conjunto de inecuaciones y variables:

$$0 \leq \alpha_j - (\pi_{n_j} - c_j) \leq M (1 - z_j) \quad (4.34)$$

$$0 \leq \alpha_j \leq M z_j \quad (4.35)$$

$$z_j \in \{0, 1\} \quad (4.36)$$

$$\alpha_j \geq 0 \quad (4.37)$$

Donde M es una constante lo suficientemente grande tal que para todo valor factible de π_{n_j} se cumpla que $(\pi_{n_j} - c_j) < M$. Su valor puede ser fijado para cada $j \in \mathcal{G}_A$ generador; En el presente trabajo se empleo el criterio $M_j = \bar{c} - c_j + \bar{b}$. Siendo \bar{c} el mayor costo variable de generación y \bar{b} el mayor precio máximo de la subasta.

Con respecto a la utilidad de los contratos U_n^c , esta es una función lineal que depende solamente del valor de la energía π_n en la barra n :

$$U_n^c(\pi_n) = \underbrace{p_n^c q_n^c d_n}_{\text{Ingresos por contrato}} - \underbrace{\pi_n q_n^c d_n}_{\text{Egresos por contrato}} \quad (4.38)$$

Ya que los ingresos por contrato se presentan como una constante del problema son omitidos en la función objetivo, mientras que los egresos por contrato, al ser una función lineal, son incluidos sin modificación. En este sentido, la función objetivo del líder se transforma a la siguiente expresión matemática equivalente:

$$\max_{b_A, x, \alpha, z} EU(b_A, x, \alpha) = \sum_{s \in \mathcal{S}} p_s \sum_{t \in \mathcal{T}} \left[\sum_{j \in \mathcal{G}_A} (\bar{g}_j \alpha_{jts} + b_j r_{jts}) - \sum_{n \in \mathcal{N}} (q_n^c d_{nt} \pi_{nts}) \right] \quad (4.39)$$

Expansión binaria de la decisión del líder

El problema (BiEs) en su forma MPPDC presenta la multiplicación de variables $\{b_j r_j : j \in \mathcal{G}_A\}$ tanto en su función objetivo EU como en la restricción de dualidad fuerte (4.29). Para abordar dicha complejidad se emplea el método de discretización binaria en la decisión del líder $\{b_j : j \in \mathcal{G}_A\}$. Este método consiste en descomponer la oferta del líder en una suma de $K + 1$ variables binarias, con el objetivo de linealizar los términos bilineales $b_j r_j$. Para ello se define el conjunto $\mathcal{K} = 0, 1, \dots, K$ donde $K \in \mathbb{N}$, de tal forma que la oferta ahora discreta es expresada como se describe a continuación:

$$b_j = \Delta b_j \sum_{k \in \mathcal{K}} 2^k x_{jk} \quad \forall j \in \mathcal{G}_A \quad (4.40)$$

$$x_{jk} \in \{0, 1\} \quad \forall k \in \mathcal{K}, \forall j \in \mathcal{G}_A \quad (4.41)$$

Siendo Δb_j la mínima diferencia entre los valores que puede tomar b_j (ahora discreto), su valor se define como la razón entre la mayor oferta posible y la mayor potencia de 2 considerada.

$$\Delta b_j = \frac{\bar{b}_j}{2^K} \quad (4.42)$$

Luego el término bilineal $\{b_j r_j : j \in \mathcal{G}_A\}$ con oferta discreta se puede linealizar a través de la suma de $K + 1$ variables lineales (4.43) y cuatro inecuaciones (4.44) y (4.45).

$$b_j r_j = \Delta b \sum_{k \in \mathcal{K}} 2^k \gamma_{jk} \quad \forall j \in A \quad (4.43)$$

$$0 \leq r_j - \gamma_{jk} \leq M'_j (1 - x_{jk}) \quad \forall k \in \mathcal{K}, \forall j \in A \quad (4.44)$$

$$0 \leq \gamma_{jk} \leq M'_j x_{jk} \quad \forall k \in \mathcal{K}, \forall j \in A \quad (4.45)$$

Siendo el parámetro M'_j una constante suficientemente grande para no restringir el conjunto factible del problema y suficientemente pequeña para no generar complejidades algorítmicas innecesarias (se supondra $M'_j = \min\{\bar{g}_j, R\}$). Cabe mencionar que existe un *tradeoff* entre exactitud y rapidez de resolución del algoritmo, ya que para mayor exactitud deberemos disminuir el valor de Δb_j y por tanto aumentar el valor de K , lo que implicaría agregar más variables binarias y aumentar la complejidad del algoritmo. Independientemente de ello, un beneficio a considerar es que si se aumenta la cantidad de

variables binarias no empeora la solución encontrada, generando cotas mínimas de la función objetivo con cada valor de K utilizado. Esto ocurre porque los valores de oferta discreta considerados para $K = K_1$ al estar divididos por una potencia de 2, están incluidos en el conjunto de valores considerados para un valor $K = K_2$, con $K_2 \geq K_1$.

La formulación resultante es un programa MILP que estima el valor de oferta óptima discreta que maximiza el valor esperado de la utilidad de un agente con múltiples generadores y contratos de compraventa de energía.

(MPPDC-MILP)

$$\max_{g,r,\mu,\lambda,\pi,\alpha,\gamma,x,z} EU_A = \sum_{s \in \mathcal{S}} p_s \sum_{t \in \mathcal{T}} \left[\sum_{j \in \mathcal{A}} \left(\bar{g}_j \alpha_{jts} + \Delta b \sum_{k \in \mathcal{K}} 2^k \gamma_{jtsk} \right) - \sum_{n \in \mathcal{N}} (c q_n d_{nt} \pi_{nts}) \right] \quad (4.46)$$

s.t.

$$0 \leq r_{jts} - \gamma_{jtsk} \leq M'_j (1 - x_{jtsk}) \quad \forall k \in \mathcal{K}, \forall j \in \mathcal{A}, \forall t \in \mathcal{T}, \forall s \in \mathcal{S} \quad (4.47)$$

$$0 \leq \gamma_{jtsk} \leq M'_j x_{jtsk} \quad \forall k \in \mathcal{K}, \forall j \in \mathcal{A}, \forall t \in \mathcal{T}, \forall s \in \mathcal{S} \quad (4.48)$$

$$0 \leq \alpha_{jts} - (\pi_{nts} - c_i) \leq M_j (1 - z_{jts}) \quad \forall j \in \mathcal{A}, \forall t \in \mathcal{T}, \forall s \in \mathcal{S} \quad (4.49)$$

$$0 \leq \alpha_{jts} \leq M_j z_{jts} \quad \forall j \in \mathcal{A}, \forall t \in \mathcal{T}, \forall s \in \mathcal{S} \quad (4.50)$$

$$\pi_{Rts} + \lambda_{jts} \leq b_j^s \quad \forall j \in \mathcal{B}_{ax}, \forall t \in \mathcal{T}, \forall s \in \mathcal{S} \quad (4.51)$$

$$\pi_{Rts} + \lambda_{jts} \leq \Delta b \sum_{k \in \mathcal{K}} 2^k x_{jks} \quad \forall j \in \mathcal{A}, \forall t \in \mathcal{T}, \forall s \in \mathcal{S} \quad (4.52)$$

$$\Delta b \sum_{k \in \mathcal{K}} 2^k \gamma_{jtsk} \leq \bar{b}_j \quad \forall j \in \mathcal{A}, \forall t \in \mathcal{T}, \forall s \in \mathcal{S} \quad (4.53)$$

$$\pi_{nts} = \pi_{Dts} + \sum_{l \in \mathcal{L}} \beta_{ln} (\mu_{lts}^+ + \mu_{lts}^-) \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T}, \forall s \in \mathcal{S} \quad (4.54)$$

$$\begin{aligned} & \pi_{Dts} \sum_{n \in \mathcal{N}} d_{nt} + \pi_{Rts} R + \sum_{j \in \mathcal{G}} \bar{g}_j \lambda_{jt}^s \\ & - \sum_{j \in \mathcal{G}} c_j g_{jts} - \sum_{j \in \mathcal{B}_{ax}} b_j^s r_{jts} - \sum_{j \in \mathcal{A}} \Delta b \sum_{k \in \mathcal{K}} 2^k \gamma_{jtsk} \\ & + \sum_{l \in \mathcal{L}} \left((\mu_{lts}^+ - \mu_{lts}^-) \bar{f}_l + (\mu_{lts}^+ + \mu_{lts}^-) \sum_{n \in \mathcal{N}} \beta_{ln} d_{nt} \right) = 0 \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall s \in \mathcal{S} \quad (4.55) \end{aligned}$$

$$g, r, \alpha, \gamma, \mu^+ \geq 0 \quad (4.56)$$

$$\lambda, \mu^- \leq 0 \quad (4.57)$$

$$x, z, u \in \{0, 1\} \quad (4.58)$$

$$(4.21) - (4.27)$$

Con respecto a la correcta formulación del problema (ver Sección 3.2.1), como la decisión del líder solo afecta a la función objetivo del seguidor, es suficiente exigir que el problema de nivel inferior sea factible y acotado para que el problema **(MPPDC-MILP)** este bien formulado.

Capítulo 5

Experimentos

En el presente capítulo se analiza el desempeño del algoritmo en función del aumento de la utilidad con respecto a un caso base. Además, se estudia cómo afectan los contratos, el valor de la energía y los escenarios de oferta al comportamiento de la oferta óptima.

Los casos de estudio tienen objetivos y enfoques específicos:

1. El primer caso de estudio tiene por objetivo analizar la oferta óptima a través de la composición de la utilidad. Para esto se realiza un análisis paramétrico basado en la oferta de la competencia y se trabaja con un sistema simple que permite una fácil comprensión.
2. El segundo caso de estudio se enfoca en cómo impactan los contratos de suministro en la decisión de la oferta óptima. Para esto se estudian los incentivos del agente al momento de ofertar. Además, se estudia el desempeño del algoritmo al modificar el tamaño del problema mediante experimentos de escalabilidad.
3. El tercer caso de estudio busca analizar el comportamiento del algoritmo en un sistema de gran escala.

5.1. Setup experimental

En los experimentos computacionales se utilizó un procesador Intel(R) Core(TM) i7-8550 CPU @ 1.80GHz (8CPUs), una memoria RAM de 8192MB y un sistema operativo Windows 10. Como programa de alto nivel se utilizó AMPL, como solver Gurobi y se consideró una tolerancia relativa de 0,01 %.

5.2. Primer caso de estudio: Sistema de 2 barras

El sistema eléctrico se compone de dos barras (a y b), dos generadores (G_a y G_b) y dos cargas. El agente dueño del generador G_a conectado en la barra a desea maximizar su utilidad por lo que compete en una subasta con el generador G_b ubicado en la barra b . Tal y como se plantea en el modelo MPEC-MILP (Sección 4.2.3) todas las variables del problema son conocidas por el agente excepto la oferta de la competencia.

5.2.1. Datos

El sistema tiene un requerimiento de reserva de 4 MW y en cada barra una demanda de energía de 4 MWh. Las barras están conectadas mediante una línea cuyo límite térmico es de 5 MW, por lo que no es posible que saturate. Los generadores G_a y G_b tienen un costo variable de 5 \$/MWh y 10 \$/MWh respectivamente. Ambos poseen una potencia máxima de 10 MW. Por su parte, la subasta es de bloque único y posee un precio máximo de 10 \$/MWh.

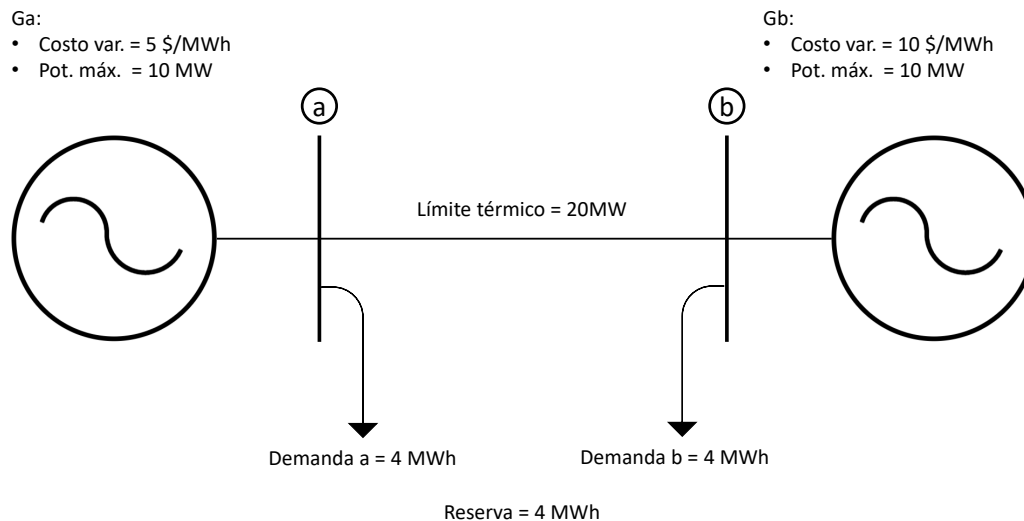


Figura 5.1: Diagrama unilineal del sistema de dos barras.

5.2.2. Análisis del caso

Se aproxima a la solución del problema de oferta óptima del presente caso mediante el estudio de la reacción del ISO ante la oferta de los generadores (b_a y b_b). El ISO debe resolver un problema de minimización de costo que respete las restricciones técnicas de los generadores y el límite térmico de la línea. Esta última restricción nunca estará activada debido al valor numérico de los parámetros del

problema y será omitida en el análisis. El ISO debe resolver el siguiente problema:

$$\min_{g,r \geq 0} Z = c_a g_a + c_b g_b + b_a r_a + b_b r_b \quad (5.1)$$

$$s.t. \quad g_a + g_b = D \quad (\pi_D) \quad (5.2)$$

$$r_a + r_b = R \quad (\pi_R) \quad (5.3)$$

$$g_a + r_a \leq \bar{g}_a \quad (\lambda_a) \quad (5.4)$$

$$g_b + r_b \leq \bar{g}_b \quad (\lambda_b) \quad (5.5)$$

El plano definido por los posibles valores del par (b_a, b_b) se puede dividir en tres áreas cuyo dominio define ofertas que generan el mismo resultado en la asignación de energía y reserva. Las tres áreas de despacho se muestran en la Figura 5.2 y se definen como:

- (a) Área I: El valor de oferta del agente es menor que la oferta de la competencia menos la diferencia de costos variables $(c_b - c_a)$. Esto provoca que sea atractivo para el ISO asignar todo el recurso técnico del agente en reserva. Luego por orden de mérito asigna la energía.
- (b) Área II: El valor de oferta del agente es menor que la oferta de la competencia pero mayor que dicho valor si se le resta la diferencia de costos variables $(c_b - c_a)$. Esto hace que no sea atractivo para el ISO intercambiar recurso técnico del generador G_a por reserva. Por lo que asigna todo en energía. No obstante, debido a que $b_b \geq b_a$ el ISO asigna el resto de la potencia disponible del agente en reserva.
- (c) Área III: El agente oferta a un mayor precio que la competencia por lo que el ISO no le asigna reserva. Luego asigna por orden de mérito la energía.

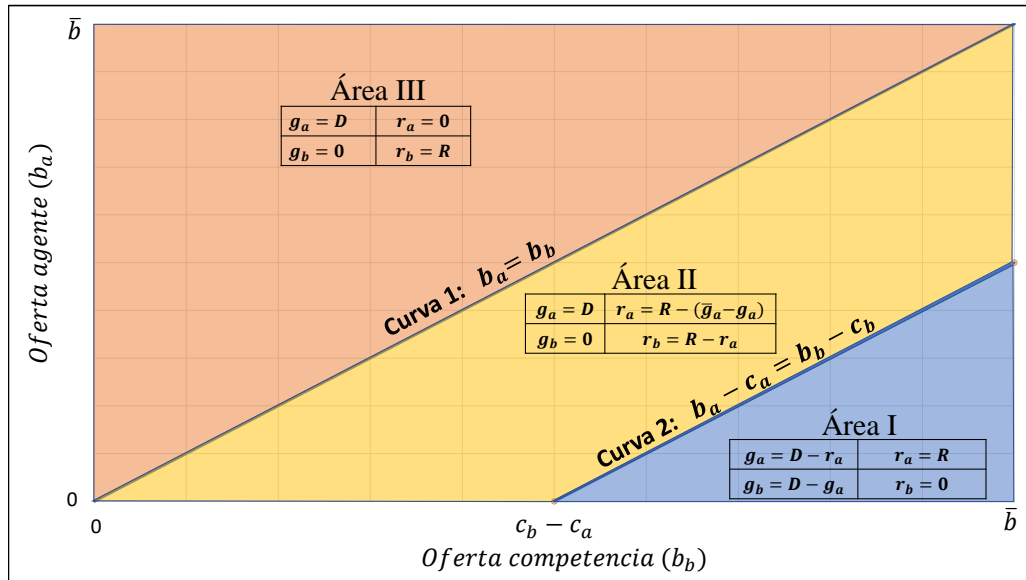


Figura 5.2: Resultados del despacho en función de la oferta de los generadores. Para el desarrollo de este plano se emplearon las relaciones: $D \leq \bar{g}_a \leq D + R \leq \bar{g}_a + \bar{g}_b$ y $c_a \leq c_b$.

Se analiza el control de la utilidad que tiene el agente en cada área. Para esto se emplean las condiciones de holgura complementarias, las cuales deben ser satisfechas por las soluciones óptimas del problema de minimización de costo. Las condiciones son:

$$(\pi_D + \lambda_a - c_a)g_a = 0 \quad (5.6)$$

$$(\pi_D + \lambda_b - c_b)g_b = 0 \quad (5.7)$$

$$(\pi_R + \lambda_a - b_a)r_a = 0 \quad (5.8)$$

$$(\pi_R + \lambda_b - b_b)r_b = 0 \quad (5.9)$$

$$(\bar{g}_a - g_a - r_a)\lambda_a = 0 \quad (5.10)$$

$$(\bar{g}_b - g_b - r_b)\lambda_b = 0 \quad (5.11)$$

Además la utilidad del agente se define como:

$$U = (\pi_D - c_a)g_a + b_a r_a + \text{máx}\{(\pi_D - c_a)(\bar{g}_a - g_a), 0\} \quad (5.12)$$

Debido a que dentro del dominio de oferta definido en cada área se mantienen constantes los niveles de energía y reservas, estas variables se consideran constantes en el análisis. Además por simplicidad al definir el dominio de oferta por área se omiten las restricciones $0 \leq b \leq \bar{b}$.

-Área I: $b_a - c_a \leq b_b - c_b$

Se presenta el siguiente conjunto de condiciones que deben cumplir las soluciones óptimas en el dominio de la oferta del Área I y lo que implica el cumplimiento de ella:

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad g_a \neq 0 \wedge (5.6) & \quad \rightarrow \pi_D + \lambda_a - c_a = 0 \\ \text{(ii)} \quad g_b \neq 0 \wedge (5.7) & \quad \rightarrow \pi_D + \lambda_b - c_b = 0 \\ \text{(iii)} \quad \bar{g}_b - g_b - r_b \geq 0 \wedge (5.11) & \quad \rightarrow \lambda_b = 0 \end{aligned}$$

De las tres condiciones se deduce que:

$$\pi_D = c_b \wedge \lambda_a = c_a - c_b$$

Por lo que en el Área I el costo marginal de la energía (π_D) es constante e igual a c_b . Reemplazando este valor en (5.12) puede ser expresada la utilidad del agente en función de b_a :

$$\begin{aligned} U_I(b_a) &= (c_b - c_a)g_a + b_a r_a + \text{máx}\{(c_b - c_a)(\bar{g}_a - g_a), 0\} \\ &= (c_b - c_a)\bar{g}_a + b_a r_a \end{aligned}$$

Notar que la componente de ingreso debido a la energía se mantiene constante ($[c_b - c_a]\bar{g}_a$) para todo el dominio de la oferta del Área I. Además esta componente corresponde a un 60% ($g_a/\bar{g}_a = 0.6$) por inyección de energía y el resto por pagos *expost*.

-Área II: $b_b - c_b \leq b_a - c_a \wedge b_a \leq b_b$

Se presenta el siguiente conjunto de condiciones que deben cumplir las soluciones óptimas en el dominio de la oferta del Área II y lo que implica el cumplimiento de ella:

$$\begin{aligned}
 \text{(i)} \quad g_a \neq 0 \wedge (5.6) & \quad \rightarrow \pi_D + \lambda_a - c_a = 0 \\
 \text{(ii)} \quad r_a \neq 0 \wedge (5.8) & \quad \rightarrow \pi_R + \lambda_a - b_a = 0 \\
 \text{(iii)} \quad r_b \neq 0 \wedge (5.9) & \quad \rightarrow \pi_R + \lambda_b - b_b = 0 \\
 \text{(iv)} \quad \bar{g}_b - g_b - r_b \geq 0 \wedge (5.11) & \quad \rightarrow \lambda_b = 0
 \end{aligned}$$

De las condiciones (ii), (iii) y (iv) se deduce que $\lambda_a = b_a - b_b$. Luego reemplazando el valor de λ_a en (i) se obtiene que:

$$\pi_D = c_a + b_b - b_a \quad (5.13)$$

Se observa que para el Área II el precio de la energía π_D depende de las ofertas b_a y b_b . Utilizando (5.13) en (5.12) puede ser escrita la utilidad del agente en función de (b_a, b_b) :

$$\begin{aligned}
 U_{II}(b_a, b_b) &= (c_a + b_b - b_a - c_a)g_a + b_a r_a + \text{máx}\{(c_b - c_a)(\bar{g}_a - g_a), 0\} \\
 &= (b_b - b_a)\bar{g}_a + b_a r_a
 \end{aligned}$$

Para el dominio de la oferta del Área II la componente de ingresos proveniente de la energía es proporcional a la diferencia entre los valores ofertados. Además un 80 % ($g_a = 8$) de esta componente corresponde a inyección de energía y el resto a pagos *expost*.

-Área III: $b_b \leq b_a$

Se presenta el siguiente conjunto de condiciones que deben cumplir las soluciones óptimas en el dominio de la oferta del Área III y lo que implica el cumplimiento de ella:

$$\begin{aligned}
 \text{(i)} \quad g_a \neq 0 \wedge (5.6) & \quad \rightarrow \pi_D + \lambda_a - c_a = 0 \\
 \text{(ii)} \quad \bar{g}_a - g_a - r_a \geq 0 \wedge (5.10) & \quad \rightarrow \lambda_a = 0
 \end{aligned}$$

De las condiciones (i) y (ii) se deduce que:

$$\pi_D = c_a$$

Se observa que para el Área III el costo marginal de la energía es igual al costo variable de G_a . Por lo que el agente no recibe ingresos por concepto de energía. Al reemplazar el valor encontrado de π_D por c_a en (5.12) puede ser escrita la utilidad del agente en función de b_a :

$$\begin{aligned}
 U_{III}(b_a) &= (c_a - c_a)g_a + b_a r_a + \text{máx}\{(c_a - c_a)(\bar{g}_a - g_a), 0\} \\
 &= b_a r_a
 \end{aligned}$$

La Tabla 5.1 muestra el dominio de oferta en cada área y el valor de utilidad obtenida en función de las ofertas. En la última columna, se observa la proporción que representan los pagos *expost* de los ingresos por concepto de energía.

Tabla 5.1: Tabla resumen del dominio de la oferta y la utilidad en función de ellas.

Área	Dominio de la oferta	g_a	r_a	Utilidad	Expost[-]
I	$0 \leq b_a \leq \bar{b}$	$D - r_a$	R	$(c_b - c_a) \bar{g}_a + b_a r_a$	$(D - R) / \bar{g}_a$
II	$0 \leq b_b - (c_b - c_a) \leq b_a \leq b_b \leq \bar{b}$	D	$R - (\bar{g}_a - g_a)$	$(b_b - b_a) \bar{g}_a + b_a r_a$	D / \bar{g}_a
III	$0 \leq b_b \leq b_a \leq \bar{b}$	D	0	$b_a r_a$	0

Determinación de la oferta óptima empleando los valores numéricos de los parámetros

Reemplazando el valor de los parámetros de los generadores (c_j, \bar{g}_j), de la subasta (\bar{b}) y los niveles asignados de energía (g_a) y reserva (r_a) en la Tabla 5.1, se genera la siguiente tabla que relaciona el dominio de la oferta y la utilidad del agente:

Area	Dominio de la oferta	Utilidad
I	$0 \leq b_a \leq b_b - 5 \leq 5$	$4b_a + 50$
II	$0 \leq b_b - 5 \leq b_a \leq b_b \leq 10$	$10b_b - 8b_a$
III	$0 \leq b_b \leq b_a \leq 10$	0

Estos resultados se utilizan para determinar numéricamente la oferta óptima para cualquier valor admisible de oferta de la competencia.

-Determinación de la oferta óptima para $b_b \in [0, 5]$

El agente solo puede ofertar en el Área II o en el Área III. Además se sabe que la oferta que pertenece al Área II debe cumplir que:

$$b_a \geq 0 \wedge b_b \geq 0 \wedge b_b - b_a \geq 0 \rightarrow U_{II} = 2b_b + 8(b_b - b_a) \geq 0 = U_{III}$$

Por lo tanto U_{II} es no negativa y por ende nunca peor que U_{III} . Además:

$$\operatorname{argm\acute{a}x}_{b_a} \{U_{II} = 2b_b + 8(b_b - b_a) : b_a \geq 0, b_b \geq 0, b_b - b_a \geq 0\} = 0$$

Por lo que el valor óptimo de b_a para valores de $b_b \in [0, 5]$ es 0.

-Determinación de la oferta óptima para $b_b \in [5, 10]$

Se emplea el criterio del máximo valor para un valor de b_b fijo entre $b_b \in [5, 10]$.

$$\hat{U}_I(b_b) = \left\{ \max_{b_a} U_I = 4b_a + 50 \mid 0 \leq b_a \leq b_b - 5 \leq 5 \right\} = 4b_b + 30$$

$$\hat{U}_{II}(b_b) = \left\{ \max_{b_a} U_{II} = 10b_b - 8b_a \mid 0 \leq b_b - 5 \leq b_a \leq b_b \leq 10 \right\} = 2b_b + 40$$

$$\therefore \hat{U}_I(b_b) \geq \hat{U}_{II}(b_b) \forall b_b \in [5 : 10]$$

Luego el valor óptimo de b_a para $b_b \in [5, 10]$ será:

$$\operatorname{argm\acute{a}x}_{b_a} \{U_I = 4b_a + 5 : 0 \leq b_a \leq b_b - 5 \leq 5\} = b_b - 5$$

5.2.3. Resultados experimentales

Para obtener datos numéricos se analiza paramétricamente las principales variables del problema, en función de la oferta de la competencia (b_b). La Figura 5.3 muestra el análisis realizado para la composición de la utilidad y oferta óptima del agente. En ella se observa que para un rango de:

- $b_b \in [0, 5]$ \$/MWh: la oferta óptima tiene un valor nulo; el agente recibe utilidades por concepto de energía y pagos *expost* a razón de 80 %-20 %; y las utilidades son proporcionales a $b_b - b_a$
- $b_b \in [5, 10]$ \$/MWh: la oferta óptima tiene un valor de $b_b - 5$; por concepto de reserva recibe ingresos proporcionales a b_a ; por concepto de energía y pagos *expost* recibe un monto constante a razón de 60 %-40 %.

En razón de aquello se concluye que el comportamiento de las variables observadas es coherente con el análisis teórico realizado previamente.

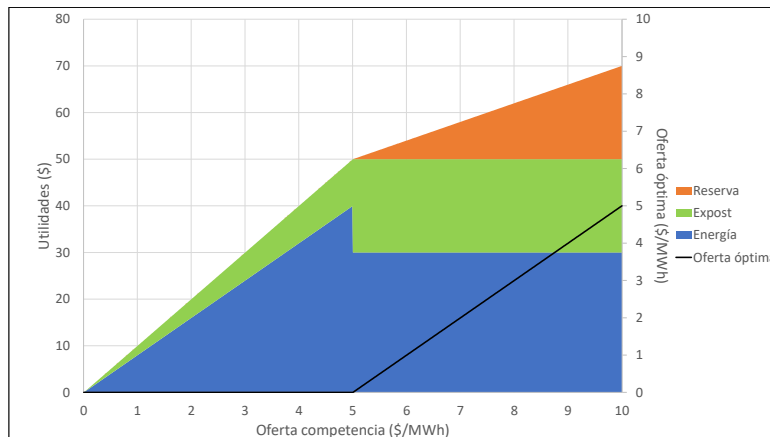


Figura 5.3: Composición de la utilidad y oferta óptima en función de b_b .

En el gráfico de la Figura 5.3 se observa que para $b_b = 5$ \$/MWh las componentes de la utilidad óptima presentan una discontinuidad en su distribución. Esto ocurre porque para el rango de valores $b_b \in [0, 5]$ el agente inyecta 8 MW h, mientras que para el rango $b_b \in [5, 10]$ inyecta tan solo 6 MW h. En comparación este último caso presenta un mayor costo de oportunidad y por ende un mayor pago *expost* asociado. También se puede señalar que para este rango de valores de b_b comienza a ser atractivo adjudicar reserva a un valor no nulo, por lo que el agente recibe ingresos por prestar este servicio.

Considerando contrato de suministro

La Figura 5.4 muestra la composición de la utilidad al considerar que el agente posee un contrato de suministro con la demanda en la barra b , que es por el 100 % del consumo a un precio de 10 \$/MWh. Al comparar la Figura 5.3 con la Figura 5.4 se observa una composición de la utilidad y oferta similar, lo que se produce por la forma en que se relacionan las variables del problema con la utilidad del agente. En este sentido, asumiendo que $\pi_D \geq c_a$ la utilidad del agente se puede expresar como:

$$\begin{aligned}
 U(b_a, r_a, \pi_D) &= (\pi_D - c_a)\bar{g}_a + b_a r_a + (q_b^c - \pi_D)d_b \\
 &= \underbrace{(\bar{g}_a - d_b) \pi_D}_{\text{constante}} + b_a r_a + \underbrace{(q_b^c d_b - c_a \bar{g}_a)}_{\text{constante}}
 \end{aligned}
 \tag{5.14}$$

En esta expresión q_b^c es el precio del contrato y d_b el retiro de energía del cliente contratado. Se observa que si $d_b \leq \bar{g}_a$ entonces π_D esta multiplicado por una constante positiva, por lo que no existen incentivos para ofertar un valor de b_a que disminuya $\pi_D(b_a)$. Es por esto que el agente con este contrato oferta de la misma forma que sin contrato, produciendo un mismo valor de π_D y, por tanto, una misma composición de la utilidad en cuanto a energía, reserva y pagos *expost*.

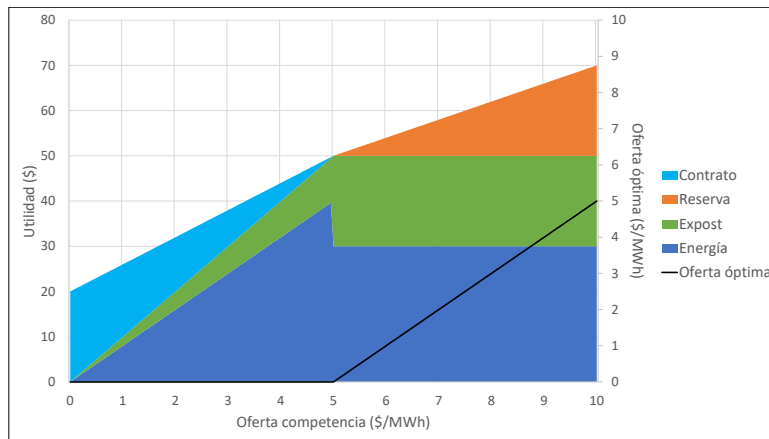


Figura 5.4: Composición de la utilidad y oferta óptima considerando un contrato.

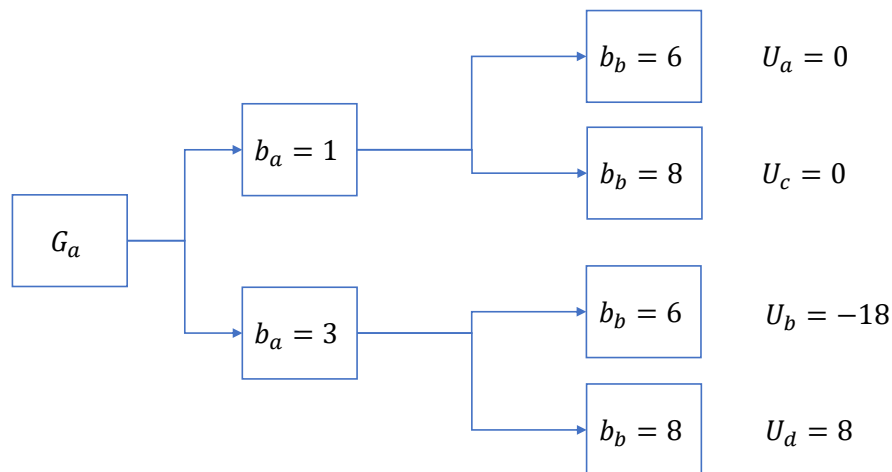
Considerando incertidumbre

En el siguiente análisis se estudia brevemente el problema del agente cuando considera dos escenarios equiprobables. En el Escenario 1 la competencia oferta 6\$/MWh y en el Escenario 2 oferta 8\$/MWh. La oferta óptima del agente en el Escenario 1 es 1\$/MWh mientras que en la del Escenario 2 es 3\$/MWh, por lo que se consideran dos posibles ofertas óptimas del agente y dos posibles ofertas del competidor. La siguiente tabla muestra la utilidad del agente en los cuatro escenarios posibles.

Tabla 5.2: Escenarios posibles de oferta y su consecuente utilidad.

Caso	b_b	b_a (\$/MWh)	Utilidad(\$)
a	Escenario 1	1	54
b	Escenario 1	3	36
c	Escenario 2	1	54
d	Escenario 2	3	62

Es decir que ofertar 1 \$/MWh supone una utilidad segura de 54 \$, mientras que ofertar 3 \$/MWh puede implicar una pérdida relativa de 18 \$ o una recompensa de 8 \$, por lo que el perfil de riesgo del agente determina su acción (ante un agente neutro al riesgo su oferta óptima será de 1 \$/MWh). No obstante, se puede realizar la misma pregunta pero modificando el punto de vista. Para un agente neutro al riesgo ¿Cuán probable debe ser un escenario sobre otro para inducir su oferta óptima? Si se define ϵ como la probabilidad de ocurrencia del Escenario 2 y $(1 - \epsilon)$ la del Escenario 1, se puede representar el problema mediante el siguiente árbol de escenarios:



Empleando el árbol de escenarios la utilidad percibida por cada decisión se puede expresar en términos de ϵ como:

$$\begin{aligned} \text{Ofertar 1: } U_{(b_a=1)} &= (1 - \epsilon) \times 0 + \epsilon \times 0 = 0 \\ \text{Ofertar 3: } U_{(b_a=3)} &= (1 - \epsilon) \times -18 + \epsilon \times 8 = 26\epsilon - 18 \end{aligned}$$

En consecuencia, para que el agente neutro al riesgo prefiera ofertar $b_a = 3$, se debe cumplir:

$$U_{(b_a=3)} = 26\epsilon - 18 \geq 0 = U_{(b_a=1)} \rightarrow \epsilon \geq \frac{18}{26} \approx 0.69$$

El agente ofertará 3 \$/MWh siempre y cuando el Escenario 2 tenga como mínimo un 69% de probabilidad de ocurrencia, un resultado esperable, ya que su recompensa por el riesgo es menor a la posible pérdida.

Experimentalmente se estudia el problema de oferta óptima considerando los mismos dos escenarios posibles de oferta de la competencia. Se realiza un análisis paramétrico de la utilidad esperada y la oferta óptima considerando distintos valores discretos de ϵ , utilizando un paso de 0.01 en el intervalo $[0, 1]$.

La Figura 5.5 muestra los resultados del experimento. Se observa que el agente prefiere ofertar 1 \$/MWh asegurando una utilidad de 54 \$. Mientras que para valores $\epsilon \geq 0.69$ el agente modifica su oferta a 3 \$/MWh. Donde la utilidad esperada supera los 54 \$ hasta llegar al límite de los 62 \$ cuando la probabilidad de ocurrencia del Escenario 2 es del 100 %.

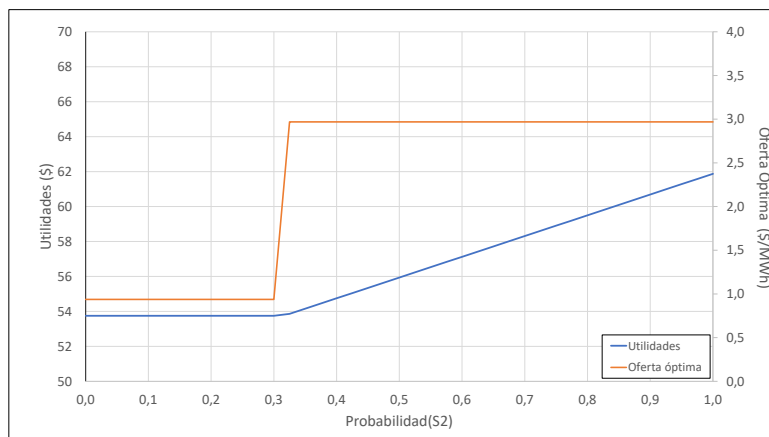


Figura 5.5: Oferta óptima y utilidad esperada en función de la probabilidad de ocurrencia del Escenario 2.

5.3. Segundo caso de estudio: Sistema de 39 barras

En el segundo caso de estudio se emplea el modelo *Case 39 New England System* [36], sistema compuesto por 39 barras, 10 generadores y 21 consumidores. Se analiza el problema de oferta óptima que enfrenta un agente dueño de tres generadores: g01, g02 y g03, el cual desea maximizar su utilidad esperada, considerando contratos de suministro en una subasta que comprende seis periodos. Dicho agente conoce todas las variables del problema excepto el valor de oferta de la competencia.

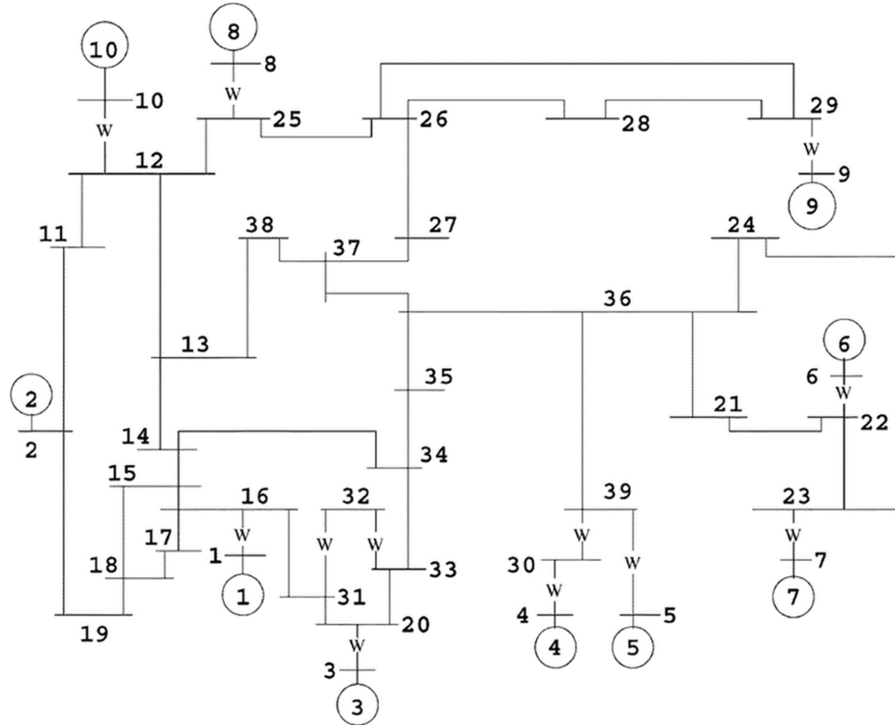


Figura 5.6: Diagrama unilineal correspondiente al Case 39 New England system. Fuente: Researchgate [8].

5.3.1. Datos

Las características técnicas y topológicas del sistema de transmisión corresponden a las del modelo oficial de Matpower¹, esto incluye la ubicación de los generadores y cargas. Los valores de los parámetros técnicos de los generadores se muestran en la Tabla 5.3.

La oferta de la competencia se genera a partir de variables aleatorias que distribuyen normalmente, con media y desviación estándar equivalente al 60 % y 12 % del precio máximo de subasta. El valor numérico de la oferta de la competencia se muestra en el Anexo 7.5. La cantidad de escenarios de oferta considerados es de 10.

¹Base de datos disponible en Matpower.org.

Con respecto a la oferta del agente, se utilizan 12 variables en la expansión binaria por lo que la diferencia mínima entre dos valores discretos tiene un valor de $\Delta b \approx 0.005$ \$/MWh. Dicho valor se escoge debido a que la regulación nacional permite una resolución máxima de 2 decimales en la oferta.

Tabla 5.3: Parámetros de los generadores del segundo caso de estudio.

Nombre	Barra	Potencia máxima (MW)	Costo variable (\$/MWh)	Precio máximo (\$/MWh)
g01*	30	1040	85	10
g02*	31	646	70	10
g03*	32	725	40	5
g04	33	652	60	10
g05	34	508	25	5
g06	35	687	35	5
g07	36	580	100	10
g08	37	1100	20	5
g09	38	865	80	10
g10	39	564	90	10

*: generador perteneciente al agente.

La Figura 5.7 muestra la curva de demanda del sistema, la cual es desagregada por barra en el Anexo 7.4. El requerimiento de reserva del sistema es de 600 MW, por lo tanto, en promedio se utiliza el 80 % de la potencia instalada total en provisión de recurso (energía y reserva). Así mismo, el agente contrata el 91 % del consumo de la demanda d21 (equivalente al 40 % de la potencia instalada del agente) a un precio de 65 \$/MWh.

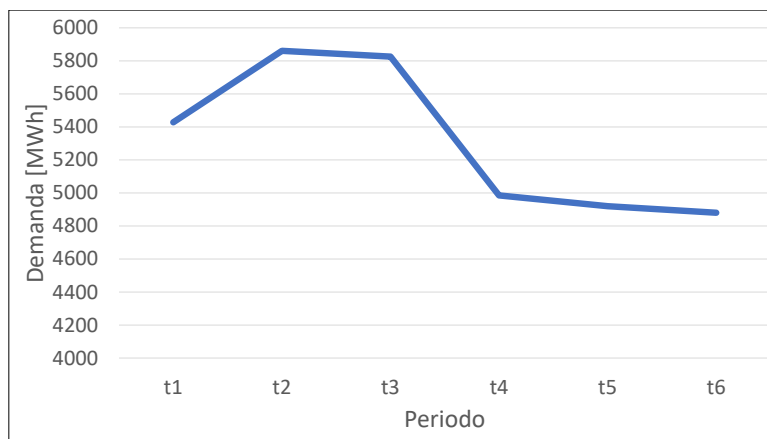


Figura 5.7: Curva de demanda del sistema de 39 barras.

5.3.2. Resultados

Por motivos didácticos, la utilidad del agente se divide solamente en dos conceptos: reserva y energía. El primero refiere al ingreso por reserva, es decir reserva asignada al valor adjudicado; mientras que el segundo representa el resto de la utilidad². Los resultados se presentan como el aumento porcentual de la utilidad obtenido por el agente al ofertar óptimamente, en comparación a un caso base en donde el agente oferta el precio máximo de la subasta. La siguiente figura muestra la composición de dicho aumento porcentual por escenario de oferta.

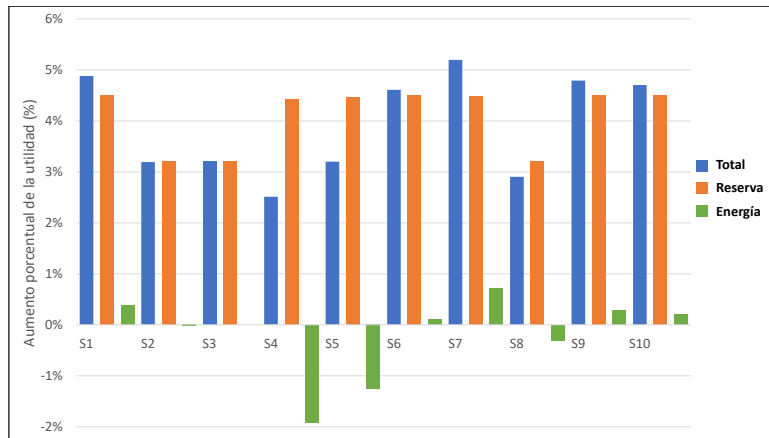


Figura 5.8: Aumento porcentual total de la utilidad por escenario desglosado en conceptos de energía y reserva.

En la Figura 5.8 se observa que, dependiendo del escenario, el concepto de energía y reserva tiene distinto peso en el aumento de la utilidad, ocurriendo en algunos casos una disminución del ingreso por energía en contraste al caso base. Esto se debe principalmente a que la oferta óptima en algunos escenarios provoca una disminución del costo marginal, afectando los pagos por inyección de energía y pagos *expost*, los que sin embargo son compensados por los ingresos recibidos por reserva. En cuanto al *output* del algoritmo, el valor de oferta óptima del agente y el valor ofertado en el caso base se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 5.4: Oferta óptima y oferta de precio máximo por generador.

Generador	Oferta óptima (\$/MWh)	Caso Base (\$/MWh)
g01	2.997	10.000
g02	5.000	10.000
g03	0.000	5.000

²Concepto energía: ingreso neto por contratos más ingreso neto por inyección de energía más pagos *expost*.

La Figura 5.9 muestra el aumento porcentual total de la utilidad por escenario. En ella se observa: i) baja variabilidad en los resultados y ii) para todos los escenarios se obtiene un aumento de la utilidad. Esto permite decir que la solución posee un bajo riesgo. De estos datos también se concluye que al ofertar de manera óptima el agente espera un aumento en su utilidad de 3.92 %.

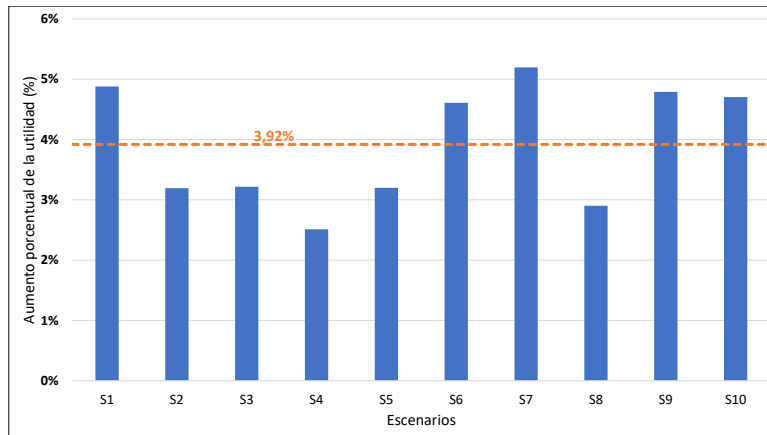


Figura 5.9: Aumento porcentual de la utilidad por escenario y esperado.

La utilidad esperada desglosada por concepto de energía y reserva se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 5.5: Resultados del algoritmo sistema de 39 barras.

Estrategia	Concepto	Valor
Oferta óptima	Energía (k\$)	224.4
	Reserva (k\$)	9.2
	total, Utilidad (k\$)	233.7
Caso Base	Energía (k\$)	224.9
	Reserva (k\$)	0.0
	total, Utilidad (k\$)	224.9
Aumento de la utilidad con respecto a Caso Base (%)		3.92

Cabe mencionar que los ingresos por contratos son constantes conocidas del problema, ya que tanto el precio del contrato como la demanda contratada son parámetros del problema que no afectan en la decisión del agente. Caso distinto es el de los egresos por contratos, que varían según el valor de la energía en la barra de retiro, variable del problema que depende de la oferta del agente.

5.3.3. Modificación del nivel de potencia contratada

Cuando el agente posee un contrato de suministro debe reconocer el retiro de sus clientes. Esto hace que la utilidad sea sensible al costo marginal de las barras de retiro y que afecte al valor óptimo de la oferta. Para mostrar dicho comportamiento se repite el experimento anterior (iguales escenarios de oferta) con distintos niveles de energía contratada. La potencia contratada del agente y el porcentaje de suministro que debe reconocer por cliente se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 5.6: Porcentaje de suministro contratado para cada nivel de potencia contratada considerado.

Potencia instalada contratada [%]		Demanda contratada				
		d21	d11	d5	d3	d9
0 %	(0MW)	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
20 %	(480MW)	46 %	0 %	0 %	0 %	0 %
40 %	(960MW)	91 %	0 %	0 %	0 %	0 %
60 %	(1450MW)	100 %	72 %	0 %	0 %	0 %
80 %	(1930MW)	100 %	100 %	78 %	0 %	0 %
100 %	(2410MW)	100 %	100 %	100 %	100 %	11 %

La Figura 5.10 muestra el aumento de utilidad esperado por concepto de energía y reserva. Se observa que para niveles bajos de potencia contratada prima el aumento por reserva. Quiere decir que el agente privilegia adjudicar reserva al precio más alto posible. Mientras que para niveles de contrato del 60 %, 80 % y 100 % el agente se enfoca solo en el concepto de energía. Quiere decir que utiliza la oferta como medio de control del costo marginal y no para aumentar sus ingresos por reserva³.

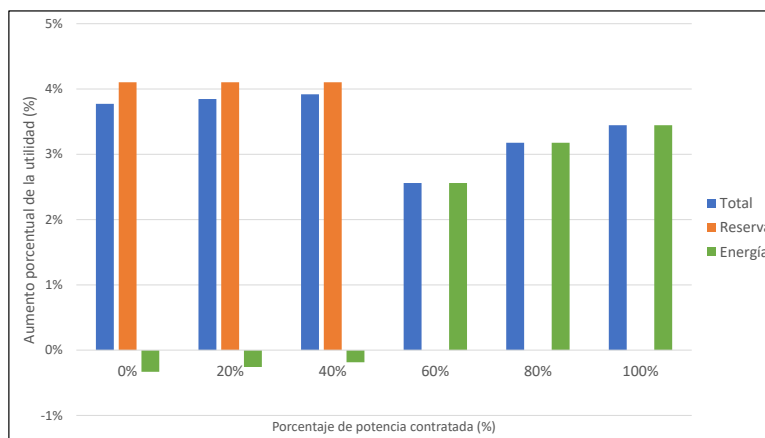


Figura 5.10: Aumento porcentual de la utilidad para distintos niveles de potencia contratada.

³Para que no afecte el precio del contrato en este análisis se emplea como base (100 %) a la utilidad esperada del caso base de la Sección 5.3.2 (nivel de energía contratada de 40 %.) en todos los experimentos.

5.3.4. Considerando distintos números de escenarios

En los experimentos se selecciona y fija el vector de oferta de la competencia b_s para los S escenarios considerados, con el fin de resolver de manera determinista un problema de optimización que presenta incertidumbre en sus parámetros, esperando que la solución encontrada sea un buen optimizador del problema real. Una forma de evaluar la calidad de la solución es estudiar la convergencia del algoritmo mediante análisis estadístico de las soluciones encontradas al emplear distintos conjuntos de muestras.

Se realizan tres experimentos en los cuales se repite el proceso de optimización 100 veces, considerando distinto número de escenarios de oferta. Para generar la oferta de la competencia se emplea la misma distribución que en la Sección 5.3.2. La Figura 5.11 muestra los resultados obtenidos para la oferta del generador g01, debido a que se identifica que el agente realiza el control de su utilidad principalmente con esta variable de decisión.

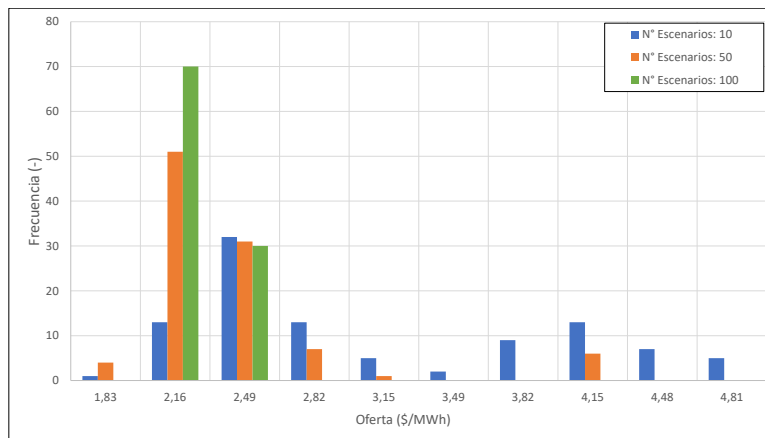


Figura 5.11: Histograma de la oferta óptima del generador g01 al considerar distinto número de escenarios.

En la Figura 5.11 se observa que a medida que aumenta el número de escenarios considerados, la varianza de las soluciones obtenidas disminuye convergiendo a un valor dentro del intervalo $[2.16, 2.49]$. Se concluye que considerar 10 escenarios no es recomendable, debido a que sus soluciones presenta un factor de desviación 5 veces mayor que los experimentos que utilizan 100 escenarios. Esto se debe principalmente a un comportamiento bimodal de las soluciones, que se atenúa al aumentar el número de escenarios.

Tabla 5.7: Valores estadísticos del histograma de la Figura 5.11.

Métrica	10 Escenarios	50 Escenarios	100 Escenarios
Valor esperado (\$/MWh)	3.12	2.42	2.25
Des. estándar (\$/MWh)	0.89	0.49	0.11

5.3.5. Pruebas de escalabilidad

Se realizan pruebas de escalabilidad para observar el crecimiento del tiempo de resolución del algoritmo, número de iteraciones de simplex y número de *branch and bound nodes*, en función de Δb^4 y el número de escenarios de ofertas considerado.

El tamaño del problema se define como la cantidad de variables continuas, binarias y restricciones que contiene el problema de optimización implementando en AMPL. Estas se obtienen de manera directa del modelo matemático, las cuales tienen la siguiente dependencia con la cardinalidad de los conjuntos:

- Número de variables continuas = $\mathcal{T} \times \mathcal{S} \times (2 + 2\mathcal{L} + \mathcal{G} + \mathcal{G}_B + \mathcal{N} + \mathcal{G}_A \times (1 + \mathcal{K}))$
- Número de variables binarias = $\mathcal{T} \times \mathcal{S} \times \mathcal{G}_A \times (1 + \mathcal{K}) + \mathcal{G}_A$
- Número de restricciones = $\mathcal{T} \times \mathcal{S} \times (3 + 2\mathcal{G}_A + 2\mathcal{L} + \mathcal{G}_B + \mathcal{N} + \mathcal{G}_A \times (3 + 2\mathcal{K}))$

De estas expresiones se observa que la masa de variables y restricciones crece linealmente con el número de periodos \mathcal{T} y escenarios considerados \mathcal{S} . Además el número de variables binarias crece linealmente con el número de generadores pertenecientes al agente \mathcal{G}_A .

La Figura 5.12 muestra los resultados experimentales. Se gráfica el tiempo de resolución del algoritmo en función de la cardinalidad de \mathcal{K}^5 para distinta cantidad de escenarios. Los experimentos sugieren que el algoritmo tiene un comportamiento estable y que no presenta problemas de escalabilidad dentro del tamaño estudiado. Los datos numéricos obtenidos se muestran en el Anexo 7.7.

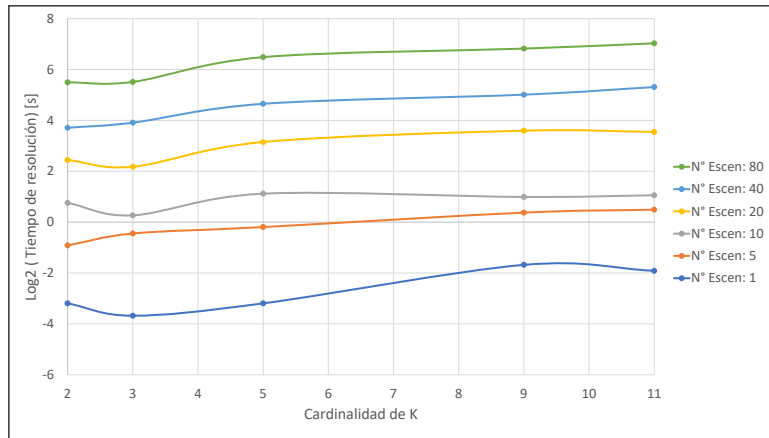


Figura 5.12: Experimento de escalabilidad

⁴ Δb : Mínimo valor posible entre dos valores discretos de oferta.

⁵Recordar que $\Delta b = 10/2^{K-1}$. Por ejemplo: $K = 2 \rightarrow \Delta b = 5\$/MWh$.

5.4. Tercer caso de estudio: Sistema de 118 barras

En el tercer caso de estudio se emplea el modelo *Power flow data for IEEE 118 bus test case* [9], sistema compuesto por 118 barras, 54 generadores y 99 consumidores. El problema de oferta óptima se analiza desde el punto de vista de un agente dueño de 10 generadores, que desea maximizar su utilidad esperada considerando contratos, escenarios de oferta y multiperiodos.

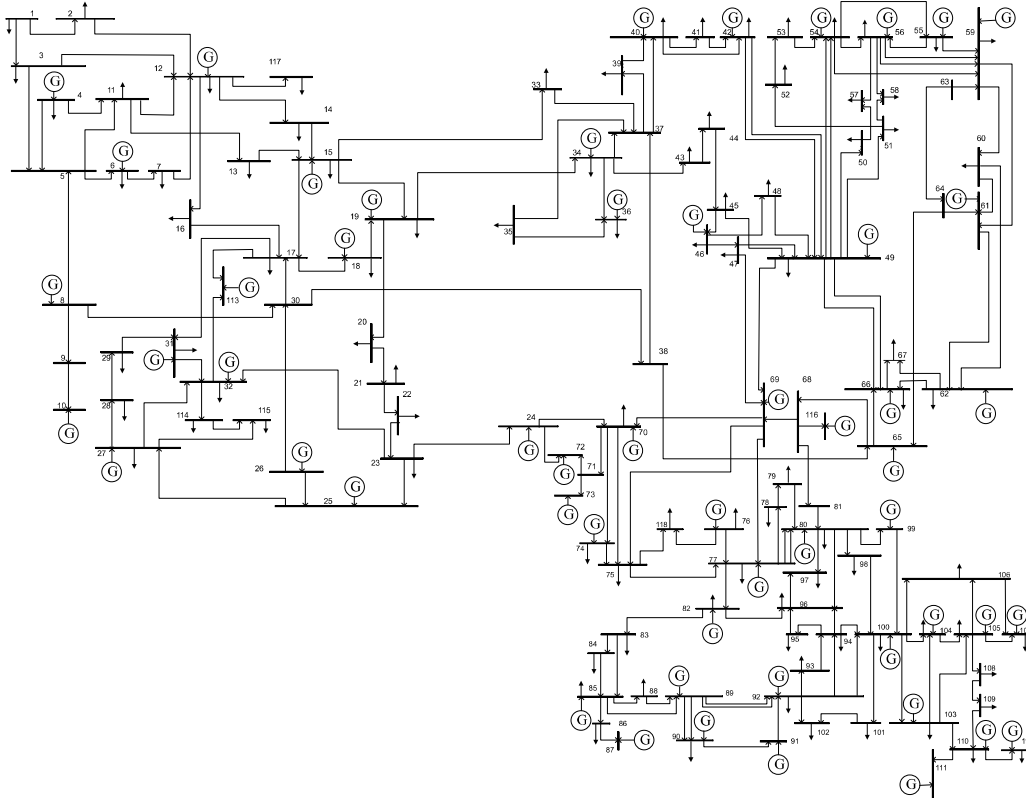


Figura 5.13: Sistema eléctrico de 118 barras. Fuente: [9]

5.4.1. Datos

Las características técnicas y topológicas del sistema de transmisión corresponden a las del modelo oficial de Matpower⁶, lo que también incluye la ubicación de los generadores y cargas. En cuanto a los parámetros técnicos de los generadores, sus valores se muestran en el Anexo 7.8.

La subasta comprende seis periodos, donde el precio máximo de la subasta es obtenido de la columna derecha de la Tabla 5.8. Para modelar la incertidumbre en la oferta de la competencia se consideran 10 escenarios equiprobables, cuyos valores de oferta se determinan mediante muestro aleatorio de una distribución normal, la cual tiene un promedio y desviación estándar equivalente al 60 % y 12 % del precio máximo por tecnología. El valor de las ofertas se muestra en el Anexo 7.9. Para la expansión

⁶Datos disponibles en Matpower.org.

binaria se emplean 13 variables de tal forma que el mínimo valor entre valores discretos de la oferta del agente es $\Delta b = 20/10^{13-1} \approx 0.005 \text{ \$/MWh}$.

La Tabla 5.8 muestra el valor de los parámetros técnicos de los generadores pertenecientes al agente. En total representan una potencia instalada de 4336 MW o el 43 % de la potencia instalada total del sistema.

Tabla 5.8: Parámetros técnicos de los generadores pertenecientes al agente.

Nombre	Barra	Potencia máxima (MW)	Costo variable (\$/MWh)	Precio máximo (\$/MWh)
g01	69	805	97	20
g02	89	707	92	20
g03	80	577	77	15
g04	10	550	40	10
g05	66	492	62	15
g06	65	491	58	15
g07	26	414	32	10
g08	56	100	87	20
g09	62	100	42	10
g10	70	100	28	5

La Figura 5.14 muestra la curva de demanda del sistema, la cual es desagregada por barra en el Anexo 7.8. En promedio se utiliza el 80 % de la potencia instalada del sistema en provisión de energía y reserva. La demanda sistémica de reserva es de 700 MW y la de energía en promedio es de 7300 MW h. Por otra parte, la potencia contratada del agente y el porcentaje de suministro que debe reconocer por cliente se muestra en la Tabla 7.7, expuesta en el Anexo 7.8.

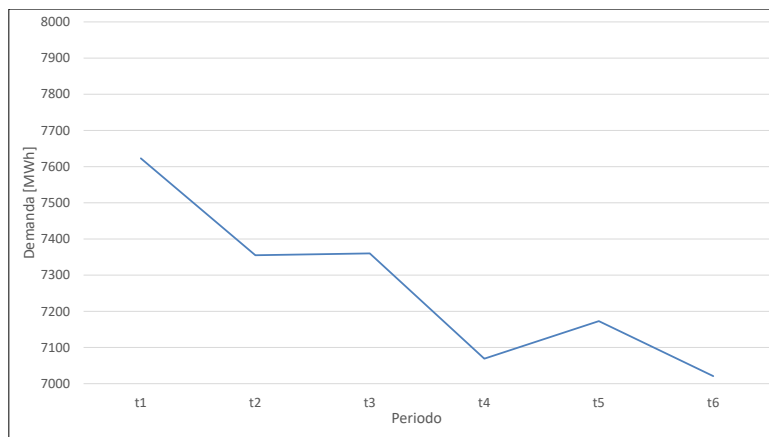


Figura 5.14: Curva de demanda del sistema.

5.4.2. Resultados

Los resultados se presentan como aumento porcentual de la utilidad por ofertar de manera óptima, en comparación al caso base donde el agente oferta a precio máximo de subasta (por tecnología). Para que el precio del contrato no afecte entre experimentos, se emplea como base (100 %) la utilidad obtenida en el caso base sin contrato.

La Figura 5.15 muestra los resultados experimentales obtenidos para distintos niveles de potencia contratada. En ella se observa que el aumento de la utilidad no varía de forma significativa aunque si lo hace su composición. Sin embargo, en todos los casos el ingreso neto por energía y pagos *expost* se iguala. En la misma línea, no existe diferencia entre los ingresos netos por contrato al ofertar de manera óptima o a precio máximo, por lo que el único aumento de la utilidad del agente es por concepto de reserva.

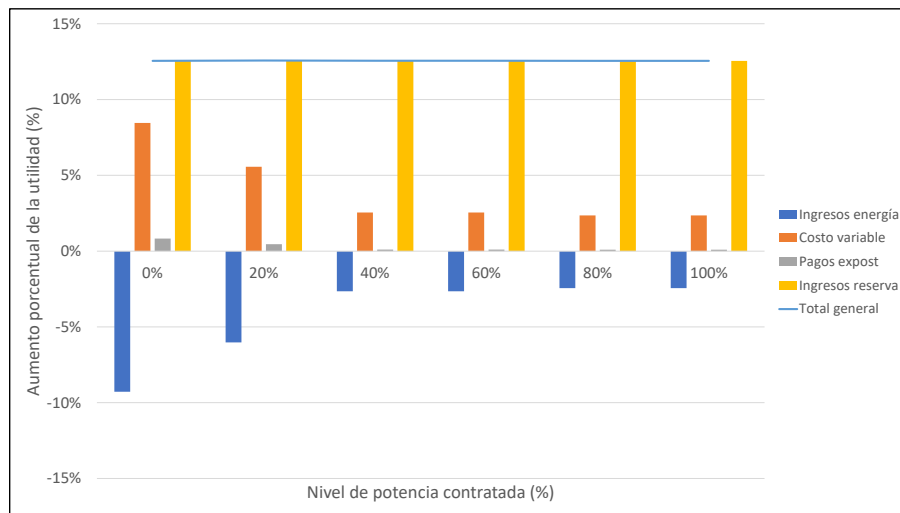


Figura 5.15: Composición del aumento porcentual de la utilidad por nivel de potencia contratada.

La Tabla 5.10 muestra los resultados numéricos, donde se observa que el aumento total de la utilidad es aproximadamente 12.55 %, con una variación del 0.02 %, lo que en valores absolutos equivale a 25 \$.

Tabla 5.9: Composición del aumento porcentual de la utilidad por nivel de potencia contratada.

Componentes de la utilidad	Porcentaje de suministro contratado [%]					
	0 %	20 %	40 %	60 %	80 %	100 %
Ingresos neto por energía	-0.83 %	-0.45 %	-0.10 %	-0.10 %	-0.09 %	-0.09 %
Pagos expost	0.83 %	0.45 %	0.10 %	0.10 %	0.09 %	0.09 %
Ingresos por reserva	12.55 %	12.57 %	12.56 %	12.56 %	12.55 %	12.55 %
Ingresos neto por contrato	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %
Total general	12.55 %	12.57 %	12.56 %	12.56 %	12.55 %	12.55 %

La Figura 5.9 muestra el aumento porcentual total de la utilidad por escenario para un nivel de potencia contratada del 0 %. En ella se observa: i) baja variabilidad en los resultados y ii) para todos los escenarios se obtiene un aumento de la utilidad, lo que permite decir que la solución posee un bajo riesgo. De estos datos también se concluye que al ofertar de manera óptima el agente espera un aumento en su utilidad de 12.6 %.

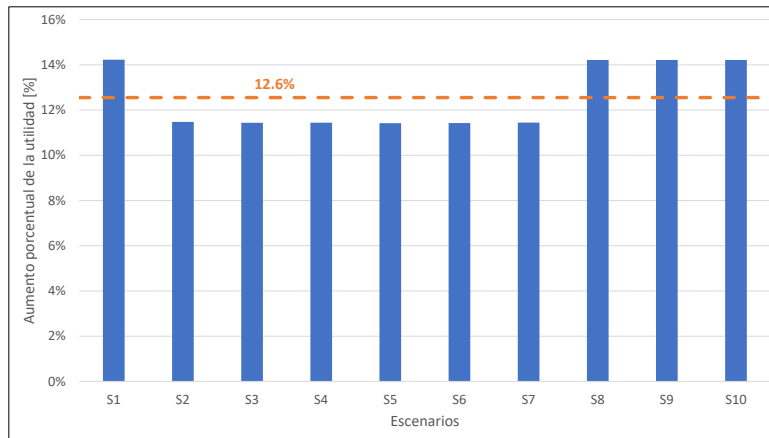


Figura 5.16: Aumento porcentual de la utilidad total por escenario

La Tabla 5.10 muestra en los resultados experimentales obtenidos, la última columna corresponde a la utilidad total sin considerar ingresos por contrato. Esto se debe a que los ingresos no dependen de la oferta e introducen distorsiones al comparar distintos niveles de potencia contratada.

Tabla 5.10: Resultados experimentales para el tercer caso de estudio.

Tipo de oferta	Nivel contrato [%]	Ingreso neto de energía (\$)	Pagos expost (\$)	Ingreso neto por contrato (\$)	Ingreso por reserva (\$)	Total (\$)
Caso Base	0 %	102574	3050	0	1800	107423
	20 %	102353	3065	885152	1800	107218
	40 %	100667	3061	1772973	1800	105527
	60 %	100667	3061	2650277	1800	105527
	80 %	100660	3061	3535723	1800	105521
	100 %	100660	3061	4420429	1800	105521
Oferta óptima	0 %	101686	3937	0	15284	120908
	20 %	101865	3554	885152	15306	120724
	40 %	100555	3172	1772973	15294	119022
	60 %	100555	3172	2650277	15294	119022
	80 %	100561	3160	3535723	15280	119002
	100 %	100561	3160	4420429	15280	119002
Diferencia	0 %	-887	887	0	13484	13484
	20 %	-489	489	0	13506	13506
	40 %	-112	112	0	13494	13494
	60 %	-112	112	0	13494	13494
	80 %	-100	100	0	13480	13480
	100 %	-100	100	0	13480	13480

Capítulo 6

Conclusiones

La operación del mercado eléctrico puede ser modelada fielmente, debido a que es coordinada mediante programas matemáticos públicos, posibilitando a los agentes entender cómo sus decisiones impactan su utilidad. Esta característica abre oportunidades para elaborar estrategias eficientes que se adapten a los mercados competitivos. En esta línea, en el presente trabajo se desarrolló una herramienta capaz de estimar la oferta óptima de un agente que se desenvuelve en el mercado de subastas de Chile.

La modelación binivel optimista permitió el planteamiento de diversas configuraciones del sistema eléctrico, debido a que el nivel superior no restringe al nivel inferior, permitiendo el estudio de diferentes situaciones a las cuales el agente se puede enfrentar; por ejemplo, diversos niveles de contratos, tamaños del sistema de transmisión y escenarios de oferta de la competencia. No obstante, para ello fue necesario modelar el problema del ISO como un problema lineal, limitando el uso de variables binarias empleadas en el problema de despacho real.

El algoritmo mostró un comportamiento estable al aumentar la resolución de la oferta. El tiempo CPU creció menos de diez veces al emplear 11 variables binarias en vez de 2, mientras la resolución se incrementó 500 veces. Esto fue corroborado en los experimentos de escalabilidad para distintos números de escenarios. Cabe mencionar que en los experimentos se utilizaron expansiones binarias de 11 variables, debido a que las subastas en Chile poseen una resolución máxima de dos decimales y un valor máximo de 10 \$/MWh, por lo que todos los valores posibles son considerados en esta expansión.

Así mismo, al ser comparada la solución obtenida con un caso base donde el agente oferta el precio máximo de subasta, la solución óptima obtuvo una mayor utilidad para todos los escenarios considerados, además de una baja variabilidad. Por lo que se considera una solución de bajo riesgo.

El presente trabajo de memoria tiene el potencial de incidir en el mercado de subastas, incentivando la competencia entre los agentes, al ofrecer una herramienta de estimación de oferta óptima.

Referencias

- [1] Coordinador Eléctrico Nacional, “Minuta técnica efecto en remuneración de ssc por aplicación de la resolución exenta n° 442 de 2020,” Julio 2021.
- [2] —, “Informe de servicios complementarios 2021,” Santiago, Chile, Tech. Rep., Junio 2020.
- [3] F. Teng, Y. Mu, H. Jia, J. Wu, P. Zeng, and G. Strbac, “Challenges on primary frequency control and potential solution from evs in the future gb electricity system,” *Applied Energy*, vol. 194, pp. 353–362, 2017. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0306261916307280>
- [4] J. P. Avalos, “Taller: Reapertura de subastas ssc, nuevo proceso subastas.” Coordinador Eléctrico Nacional, 2020.
- [5] Comisión Nacional de Energía, “Resolución exenta n°443,” Noviembre 2020.
- [6] D. Watts and R. Pérez, *Las Energías Renovables No Convencionales en el Mercado Energético Chileno*, 1st ed. Santiago, Chile: GIZ GmbH, 2018.
- [7] A. White, “Are highly competitive power markets sustainable?” Head of Research, Climate Change Capital, 2004.
- [8] Researchgate, “Ieee new england 39 bus test system single-line diagram,” Disponible en https://www.researchgate.net/figure/IEEE-New-England-39-Bus-test-system-single-line-diagram-13_fig1_259741047 (06/01/2022).
- [9] —, “Sistema IEEE 118 barras,” https://www.researchgate.net/figure/Sistema-IEEE-118-barras_fig1_323587909, 2017, acceso: 07-02-2022.
- [10] Systep, “Reporte mensual del sector eléctrico junio 2021,” Santiago, Chile, Tech. Rep., 2020.
- [11] A. Galatovic, “El futuro de la regulación eléctrica: hacia una matriz renovable y eficiente.” APEMEC, 2022.
- [12] J. V. Kumar and D. M. V. Kumar, “Optimal bidding strategy in a competitive electricity market using differential evolution,” pp. 1–5, 2011.
- [13] E. Castronuovo and J. Lopes, “On the optimization of the daily operation of a wind-hydro power plant,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 19, no. 3, pp. 1599–1606, 2004.

- [14] Y. Jie, L. Lili, L. Yu, L. Junqi, L. Peng, and Z. Wenhuan, “Monthly power market bidding optimal strategy considering carbon trading risks,” pp. 2766–2770, 2018.
- [15] E. Kostarelou and G. Kozanidis, “Bilevel programming solution algorithms for optimal price-bidding of energy producers in multi-period day-ahead electricity markets with non-convexities,” *Optimization and Engineering*, vol. 22, 03 2021.
- [16] Y. Liu and F. F. Wu, “Generator bidding in oligopolistic electricity markets using optimal control: Fundamentals and application,” pp. 1–12, 2012.
- [17] L. Barroso, R. Carneiro, S. Granville, M. Pereira, and M. Fampa, “Nash equilibrium in strategic bidding: A binary expansion approach,” *Power Systems, IEEE Transactions on*, vol. 21, pp. 629 – 638, 06 2006.
- [18] R. Ferrero, S. Shahidehpour, and V. Ramesh, “Transaction analysis in deregulated power systems using game theory,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 12, no. 3, pp. 1340–1347, 1997.
- [19] Departamento de Estudios Eléctricos CEN, “Estudio de control de frecuencia y determinación de reservas,” Coordinador Eléctrico Nacional, 2021.
- [20] A. Cárdenas, *Aspectos Económicos y Financieros de los Proyectos Renovables*. Escuela Iberoamericana de Regulación Eléctrica, Pontificia Universidad Católica de Chile, 2021.
- [21] S. Boyd, *Convex Optimization*. Stanford University: Department of Electrical Engineering, 2009.
- [22] S. Dempe, *Foundations of Bilevel Programming*, 4th ed. Freiberg, Alemania: Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [23] Massachusetts Institute of Technology, “Duality in linear programming,” Disponible en <http://www.blowinglotsofweirdstuffup.com/guide.html> (05/01/2022).
- [24] D. Bertsimas and J. Tsitsiklis, *Introduction to linear optimization*. Belmont, Massachusetts: Athena Scientific, 1997.
- [25] Mauro Passacantando, “Existence of optimal solutions and optimality conditions,” Department of Computer Science, University of Pisa, 2017.
- [26] S. Dempe, V. Kalashnikov, G. Perez-Valdes, and N. Kalashnykova, *Bilevel Programming Problems*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2015.
- [27] v. Stackelberg, Heinrich, *The Theory of the Market Economy*. Oxford: Oxford University Press, 1952.
- [28] J. Bard, *Practical Bilevel Optimization: Algorithms and Applications*. Austin, Texas, U.S.A.: Springer-Science+Business Media, B.V., 1998.

- [29] P. Hansen, B. Jaumard, and G. Savard, “New branch-and-bound rules for bilevel linear programming,” *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, vol. 13, pp. 273–, 09 1992.
- [30] D. P. Gianni and F. Giannessi, *Nonlinear Optimization and Related Topics*, 01 2000.
- [31] M. Fampa, L. Barroso, D. Candal, and L. Simonetti, “Bilevel optimization applied to strategic pricing in competitive electricity markets,” *Computational Optimization and Applications*, vol. 39, pp. 121–142, 03 2008.
- [32] M. Pereira, S. Granville, M. Fampa, R. Dix, and L. Barroso, “Strategic bidding under uncertainty: a binary expansion approach,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, no. 1, pp. 180–188, 2005.
- [33] T. Basar and R. Srikant, *Iterative computation of nash equilibria in M-player games with partial weak coupling*. Berlin, Heiderlberg: Springer, 2006.
- [34] S. Chong, P. Chang, Y. Minhan, and J. Gilsoo, “Implementation of ptdfs and lodfs for power system security,” *Journal of International Council on Electrical Engineering*, vol. 1, no. 1, pp. 49–53, 2011. [Online]. Available: <https://doi.org/10.5370/JICEE.2011.1.1.049>
- [35] “The big m method to solve a linear programming problem.” Disponible en <http://businessmanagementcourses.org/Lesson09TheBigMMMethod.pdf> (20/01/2022).
- [36] MathPower, “Case39 power flow data for 39 bus new england system,” Disponible en <https://matpower.org/docs/ref/matpower5.0/case39.html> (06/01/2022).
- [37] C. Muñoz, “Subastas de ssc de reserva,” Breves de Energía, Santiago, Chile, Tech. Rep., 2020.

Capítulo 7

Anexos

7.1. Contexto histórico del mercado de subastas

Antes de 2020, la prestación de servicios complementarios (SSCC) era instruida directamente por el CEN. A partir del 1 de enero de ese año, este proceso fue modificado tras la aplicación del Decreto Supremo N°113 del Ministerio de Energía, que establece a la subasta como mecanismo de materialización para los servicios, cuyo mercado sea declarado competitivo y su requerimiento de cortísimo plazo.

Las subastas fueron el mecanismo de materialización de los servicios de control secundario y terciario de frecuencia. Sin embargo, tras siete meses de operación son suspendidas por el CEN, luego de la publicación de un nuevo análisis de competencia [2] que descartaba la existencia de condiciones de competencia en la prestación de control secundario de frecuencia. Análisis desarrollado en un contexto donde los costos asociados a servicios complementarios se incrementaban rápidamente. En la Figura 7.1 se puede apreciar un incremento sostenido a partir de marzo de 2020, considerando que el precio promedio mensual de los pagos de SSCC pasó de 11.4 MMUS\$ en 2020 a 18.8 MMUS\$ durante el primer semestre de 2021 (como referencia, el monto promedio en 2019 fue de 2.8 MMUS\$) [10].

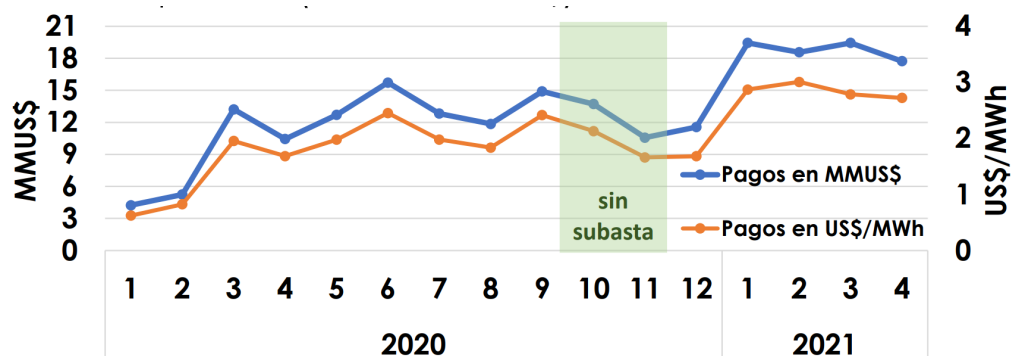


Figura 7.1: Pagos por SSCC a partir de 2020 en MMUS\$ y US\$/MWh. Fuente: Systepl [10]

La suspensión de las subastas derivó en una discrepancia ante el panel de expertos, el cual en su fallo (Dictamen N° 6-2020) instruye al CEN a corregir su informe de SSCC, manteniendo el sistema de subastas para la prestación del servicio de reserva secundaria [37]. En este contexto, el 14 de diciembre de 2020 fueron reanudadas las subastas con nuevas medidas implementadas por la Comisión Nacional de Energía (CNE) y el CEN. Dichas medidas son resumidas en la Figura 7.2.

La modificación más importante fue el cambio de concepto del valor ofertado a través de la Resolución Exenta N° 442 de la CNE. En ella se estipula que los sobre-costos y costos de oportunidad producidos por la prestación de los SSCC deberán ser remunerados de acuerdo con la operación efectiva. Esto elimina las incertidumbres asociadas al costo marginal real y la probabilidad de activación del servicio. Adicionalmente deja como único componente de la oferta el valor de desgaste de la unidad asemejando el esquema de ofertas a un mercado de costos como el de la energía. Además, se limita el valor de oferta de los grupos empresariales pivótales (Enel, Grupo Matte, Engie y Aes Corporation) utilizando como precio máximo la componente de desgaste asociada a cada tecnología.

	Proceso anterior (hasta septiembre 2020)	Proceso nuevo (desde diciembre 2020)
Horario de apertura y cierre Subastas	<ul style="list-style-type: none"> Apertura: 18:00hrs día N-2 Cierre: 11:00hrs día N-1 	<ul style="list-style-type: none"> Apertura: 09:00hrs día N-2 Cierre: 09:00hrs día N-1
Publicación Valor Máximo	<ul style="list-style-type: none"> Público, desde las 18:00hrs día N-2 	<ul style="list-style-type: none"> Oculto
Estructura Oferta	<ul style="list-style-type: none"> Precio (incluye costos de oportunidad y costos directos) Cantidad 	<ul style="list-style-type: none"> Sólo Precio (incluye costos directos) Costos de Oportunidad y Sobrecostos son determinados por el Coordinador
Cantidad bloques horarios	<ul style="list-style-type: none"> 3 por día 	<ul style="list-style-type: none"> 5 por día
Determinación Valores Máximos	<ul style="list-style-type: none"> Exante de la apertura subasta. Basado en simulaciones de co-optimización 	<ul style="list-style-type: none"> Expost al cierre de la subasta No requiere simulaciones de co-optimización
Resultados subastas SSCC	<ul style="list-style-type: none"> Precio adjudicado, publicado día N-1 Cantidad adjudicada, publicado día N-1 Valor Adjudicado., publicado día N-1 	<ul style="list-style-type: none"> Precio adjudicado, publicado día N-1 Cantidad adjudicada, publicado día N-1 Valor Adjudicado, publicado con Balance lyR

Figura 7.2: Principales modificaciones al proceso de subasta. Fuente: Coordinador Eléctrico Nacional [4].

El principal efecto en los costos de servicios complementarios fue que el valor ofertado pasó de representar un 41 % del total de los pagos por SSCC a 1.88 % promedio entre diciembre 2020 y abril 2021, es decir, una parte menor de la remuneración de SSCC por subasta. Sin embargo, el pago *expost* aumentó de un 59 % a 98 % del total de los pagos por SSCC.

7.2. Componentes de remuneración del servicio de control de frecuencia

- a) Costo de oportunidad real: Se entenderá como el costo en que incurre una instalación adjudicada por la pérdida de ventas de energía en el mercado de corto plazo, debido a la utilización limitada o nula de la capacidad de producción de la instalación por estar prestando un servicio complementario. Este costo será calculado por el CEN con ocasión de la realización de los balances de remuneración de servicios complementarios.
- b) Costos por operación a un costo variable mayor al costo marginal real: Se entenderá como el costo en que incurre una instalación adjudicada por la prestación de un servicio complementario cuando el costo variable de la instalación resulta ser mayor al costo marginal del sistema en el mercado de corto plazo. Este costo será calculado por el CEN, cuando corresponda, con ocasión de la realización de los balances de remuneración de servicios complementarios.
- c) Costo de operación adicional real: Se entenderá como el costo en que incurre una instalación adjudicada por la prestación de un servicio complementario cuando ésta opera en un punto de operación en que su rendimiento es menor, o su consumo específico de combustible es mayor, al considerado por el CEN en el proceso de programación de operación para dicha instalación, considerando una operación en que sólo vendería energía sin prestar el servicio complementario. Este costo será calculado por el CEN con ocasión de la realización de los balances de remuneración de servicios complementarios.
- d) Valor ofertado: Es el valor ofertado por el Coordinado titular de la instalación adjudicada para la prestación de un servicio complementario. En este valor el Coordinado deberá incluir todos aquellos costos no considerados en los puntos anteriores.

7.3. Costos de desgaste considerados para la prestación del servicio de control de frecuencia secundario

Tabla 7.1: Costos de desgaste representativos por tecnología. Fuente: [5]

Tecnología	Costo de desgaste θ_t [USD\$/MWh]
Carbón	10
Central térmica en ciclo combinado	6
Grupo motor generador	6
Turbina a vapor con biomasa	5
Turbina a gas o dual en ciclo abierto	4
Turbina a biogás	4
Concentración solar de potencia de tipo torre central	4
Hidráulica de pasada	2
Hidráulica de embalse	2
Fotovoltaica	2
Eólica	2
Sistema de almacenamiento en base a baterías (BESS)	2
Eólica + BESS	2
Fotovoltaica + BESS	2
Hidráulica de pasada + BESS	2
hidráulica de embalse + BESS	2
Geotermia	2

7.4. Segundo caso de estudio: Demanda por barra y periodo.

Tabla 7.2: Valores de demanda de energía en cada barra y periodo.

Demanda	Barra	Demanda por periodo [MWh]					
		t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
d1	1	87	93	87	64	68	76
d2	3	289	310	301	274	286	277
d3	4	450	459	489	423	446	365
d4	7	209	216	225	148	166	192
d5	8	469	484	480	463	372	386
d6	9	5	5	5	50	50	50
d7	12	7	7	7	45	45	45
d8	15	288	289	313	273	270	282
d9	16	296	318	303	277	243	263
d10	18	142	151	145	103	131	129
d11	20	612	644	623	436	595	485
d12	21	246	247	248	213	208	209
d13	23	222	238	233	164	218	209
d14	24	277	286	286	271	194	234
d15	25	201	208	211	170	160	142
d16	26	125	126	128	93	95	104
d17	27	252	260	258	192	226	250
d18	28	185	198	203	144	150	133
d19	29	254	256	270	199	196	220
d20	31	8	8	8	7	5	7
d21	39	993	1058	1003	976	796	840

7.5. Segundo caso de estudio: Escenarios de oferta.

Tabla 7.3: Valor de oferta de la competencia. Segundo caso de estudio.

Generador	Oferta de la competencia por escenario [USD/MWh]									
	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
g04	7.17	6.84	5.17	5.83	4.72	3.88	7.97	7.77	6.44	5.54
g05	2.70	3.30	2.16	3.28	2.85	2.43	3.02	2.20	4.15	2.49
g06	3.10	3.34	3.68	2.53	3.44	3.23	2.20	2.65	2.65	2.59
g07	6.55	5.01	7.01	6.45	6.39	5.16	5.95	4.69	4.86	6.52
g08	3.62	2.34	3.00	3.09	3.28	4.16	1.83	3.49	3.40	2.49
g09	7.12	6.25	6.74	6.39	5.59	5.78	3.90	4.58	4.42	6.22
g10	6.85	5.52	4.46	4.83	6.06	7.68	6.47	6.56	4.75	6.38

La información expuesta en la Tabla 7.3 se gráfica en la siguiente figura.

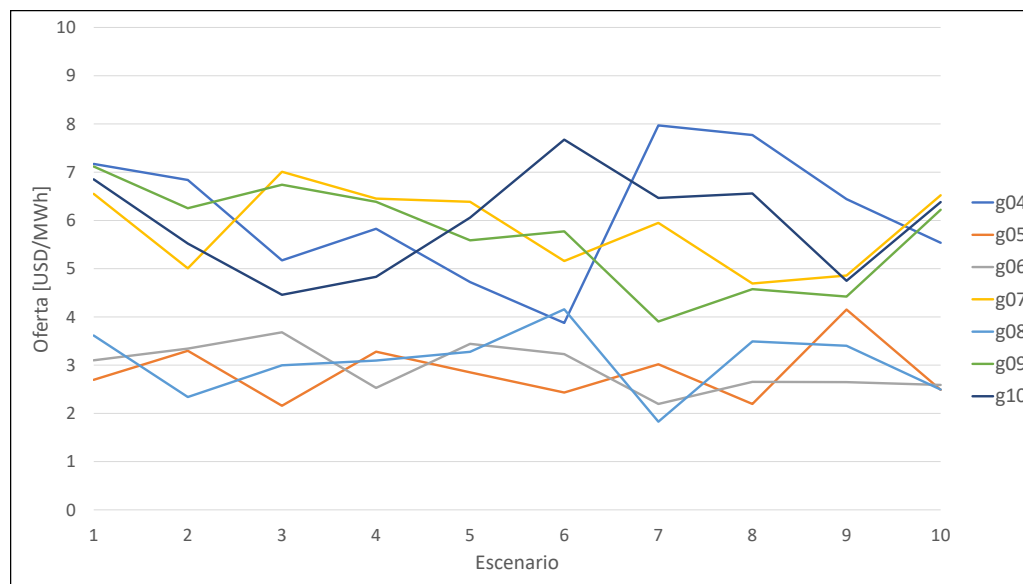


Figura 7.3: Valor de oferta de la competencia por escenario.

7.6. Segundo caso de estudio: Utilidades para distintos niveles de contrato

Escenario	Concepto	Oferta óptima	Oferta por costo	Aumento %
Esperado	Totales	233663	224851	3.9 %
	Reserva	9228	0	4.1 %
	Energía	224435	224851	-0.2 %
S1	Totales	235459	224501	4.9 %
	Reserva	10100	0	4.5 %
	Energía	225360	224501	0.4 %
S2	Totales	230723	223584	3.2 %
	Reserva	7192	0	3.2 %
	Energía	223530	223584	0.0 %
S3	Totales	230723	223530	3.2 %
	Reserva	7192	0	3.2 %
	Energía	223530	223530	0.0 %
S4	Totales	233634	227909	2.5 %
	Reserva	10100	0	4.4 %
	Energía	223534	227909	-1.9 %
S5	Totales	233918	226666	3.2 %
	Reserva	10100	0	4.5 %
	Energía	223818	226666	-1.3 %
S6	Totales	234459	224128	4.6 %
	Reserva	10100	0	4.5 %
	Energía	224359	224128	0.1 %
S7	Totales	237066	225354	5.2 %
	Reserva	10100	0	4.5 %
	Energía	226966	225354	0.7 %
S8	Totales	230723	224213	2.9 %
	Reserva	7192	0	3.2 %
	Energía	223530	224213	-0.3 %
S9	Totales	235098	224349	4.8 %
	Reserva	10100	0	4.5 %
	Energía	224999	224349	0.3 %
S10	Totales	234826	224275	4.7 %
	Reserva	10100	0	4.5 %
	Energía	224726	224275	0.2 %

7.7. Segundo caso de estudio: Datos numéricos del experimento de escalabilidad

Tabla 7.4: Experimentos de escalabilidad del algoritmo en función del número de escenarios y variables binarias consideradas para modelar la oferta de cada generador perteneciente al agente.

N° Escenarios	Δbid (\$/MWh)	N° Variables binarias	N° Variables continuas	N° Restricciones	Branch and bound nodes	Simplex iteration	Tiempo CPU (s)
1	5.00	57	972	1110	1	705	0.1
	2.50	75	990	1146	1	724	0.1
	0.63	111	1026	1218	1	1046	0.1
	0.04	183	1098	1362	60	2028	0.3
	0.01	219	1134	1434	82	2572	0.3
5	5.00	273	4860	5550	1	3408	0.5
	2.50	363	4950	5730	123	5257	0.7
	0.63	543	5130	6090	201	7541	0.9
	0.04	903	5490	6810	335	14672	1.3
	0.01	1083	5670	7170	351	15064	1.4
10	5.00	543	9720	11100	565	8818	1.7
	2.50	723	9900	11460	49	8641	1.2
	0.63	1083	10260	12180	533	14534	2.2
	0.04	1803	10980	13620	655	21309	2.0
	0.01	2163	11340	14340	1452	28747	2.1
20	5.00	1083	19440	22200	1077	29970	5.4
	2.50	1443	19800	22920	1138	20301	4.5
	0.63	2163	20520	24360	1069	51673	8.9
	0.04	3603	21960	27240	1114	66140	12.1
	0.01	4323	22680	28680	1123	70443	11.7
40	5.00	2163	38880	44400	1059	52500	13.1
	2.50	2883	39600	45840	1080	64682	15.0
	0.63	4323	41040	48720	1460	83291	25.1
	0.04	7203	43920	54480	1067	127525	32.2
	0.01	8643	45360	57360	1127	161788	39.6
80	5.00	4323	77760	88800	3361	106676	45.1
	2.50	5763	79200	91680	4180	124505	45.7
	0.63	8643	82080	97440	5267	166283	89.7
	0.04	14403	87840	108960	4945	265643	113.1
	0.01	17283	90720	114720	4790	339162	130.6

7.8. Tercer caso de estudio: Datos numéricos del experimento

Tabla 7.5: Parámetros técnicos de los generadores empleados en el tercer caso de estudio.

Nombre	Barra	Potencia máxima [MW]	Costo variable [USD/MWh]	Precio máximo [USD/MWh]
g01*	69	805	97	20
g02*	89	707	92	20
g03*	80	577	77	15
g04*	10	550	40	10
g05*	66	492	62	15
g06*	65	491	58	15
g07*	26	414	32	10
g08*	56	100	87	20
g09*	62	100	42	10
g10*	70	100	28	5
g11	100	352	76	15
g12	25	320	99	20
g13	49	304	37	10
g14	61	260		10
g15	59	255	29	10
g16	12	185	88	20
g17	54	148	65	15
g18	103	140	51	10
g19	111	136	30	10
g20	46	119	57	15
g21	31	107	52	10
g22	87	104	62	15
g23	1	100	68	15
g24	4	100	106	20
g25	6	100	103	20
g26	8	100	75	15
g27	15	100	51	10
g28	18	100	55	10
g29	19	100	71	15
g30	24	100	67	15
g31	27	100	86	20
g32	32	100	80	15
g33	34	100	3	5
g34	36	100	85	20
g35	40	100	1	5
g36	42	100	10	5
g37	55	100	83	15
g38	72	100	112	20
g39	73	100	94	20
g40	74	100	112	20
g41	76	100	86	20
g42	77	100	55	10
g43	85	100	80	15
g44	90	100	17	5
g45	91	100	99	20
g46	92	100	86	20
g47	99	100	45	10
g48	104	100	112	20
g49	105	100	105	20
g50	107	100	88	20
g51	110	100	111	20
g52	112	100	36	10
g53	113	100	73	15
g54	116	100	81	15

*: generador perteneciente al agente.

Tabla 7.6: Demanda horaria en barra.

Demanda	Barra	Demanda por periodo [MWh]					
		t1	t2	t3	t4	t5	t6
d01	1	122	107	47	66	103	73
d02	2	13	21	24	31	23	16
d03	3	71	51	79	75	32	32
d04	4	61	61	75	69	49	68
d05	6	109	83	72	68	85	59
d06	7	34	34	38	59	40	40
d07	8	38	44	47	40	24	24
d08	11	104	114	114	138	95	147
d09	12	95	86	75	95	93	86
d10	13	71	52	65	44	38	72
d11	14	14	17	34	8	32	7
d12	15	161	171	162	141	130	151
d13	16	61	68	47	51	34	45
d14	17	3	10	17	24	7	10
d15	18	119	113	103	109	124	96
d16	19	97	90	62	77	103	73
d17	20	49	32	27	4	13	14
d18	21	32	52	23	7	66	24
d19	22	37	25	16	23	7	13
d20	23	8	1	27	10	20	4
d21	24	16	24	21	0	24	23
d22	27	116	141	122	125	130	83
d23	28	20	7	58	24	38	44
d24	29	24	27	38	28	66	23
d25	31	68	85	86	62	86	85
d26	32	119	73	101	103	96	100
d27	33	52	51	27	34	25	49
d28	34	125	95	100	100	103	93
d29	35	31	49	55	47	44	61
d30	36	52	69	66	96	69	47
d31	39	55	25	69	69	48	37
d32	40	135	110	100	109	125	110
d33	41	65	75	56	37	66	32
d34	42	175	179	143	161	155	137
d35	43	45	31	37	4	17	48
d36	44	38	32	28	48	23	49
d37	45	107	109	95	83	79	93
d38	46	24	75	32	42	44	34
d39	47	35	48	59	66	31	61
d40	48	44	37	52	47	40	35
d41	49	152	155	107	148	149	165
d42	50	45	47	40	0	40	28
d43	51	44	38	32	24	31	44
d44	52	31	25	45	20	28	21
d45	53	17	25	44	32	55	55
d46	54	227	161	186	220	186	186
d47	55	95	90	97	128	68	109
d48	56	131	110	157	147	119	113
d49	57	13	14	25	13	20	10
d50	58	28	31	21	31	35	7
d51	59	459	505	499	491	481	457
d52	60	119	144	119	131	114	143
d53	62	140	127	140	103	109	119
d54	66	90	80	55	55	77	48
d55	67	48	35	27	40	38	52
d56	70	106	103	135	120	90	96
d57	72	1	61	24	35	32	31
d58	73	35	10	23	3	13	28
d59	74	90	130	130	117	147	120
d60	75	69	89	79	83	104	82
d61	76	125	125	109	124	100	114
d62	77	120	116	106	93	147	97
d63	78	106	128	147	101	122	164
d64	79	107	45	51	93	71	72
d65	80	219	185	213	206	217	192
d66	82	96	107	103	96	110	113
d67	83	32	24	27	24	11	27
d68	84	32	27	40	20	13	35
d69	85	48	52	40	20	51	48
d70	86	17	17	28	24	51	47
d71	88	89	65	79	61	96	92
d72	90	272	258	271	264	261	241
d73	91	17	27	31	10	0	8
d74	92	114	86	89	97	86	85
d75	93	34	27	38	28	4	27
d76	94	86	59	66	72	47	83
d77	95	122	86	103	96	110	100
d78	96	58	77	59	55	73	79
d79	97	34	13	10	16	24	56
d80	98	47	37	68	49	35	61
d81	99	86	52	96	73	35	55
d82	100	77	71	58	59	52	65
d83	101	58	31	34	40	37	34
d84	102	25	27	14	11	11	16
d85	103	44	71	59	45	48	32
d86	104	71	69	68	66	51	55
d87	105	71	80	68	85	95	56
d88	106	58	80	68	68	62	65
d89	107	75	72	61	66	106	92
d90	108	11	11	13	1	35	4
d91	109	28	21	32	1	32	11
d92	110	62	83	68	55	85	71
d93	112	85	95	128	106	128	101
d94	113	40	38	14	35	1	1
d95	114	14	8	25	8	10	14
d96	115	56	58	40	51	44	24
d97	116	289	296	261	291	295	279
d98	117	51	35	32	32	17	44
d99	118	62	42	59	62	37	49

Tabla 7.7: Porcentaje de suministro contratado para cada nivel de potencia contratada considerado.

Demanda	Porcentaje de suministro contratado [%]					
	0 %	20 %	40 %	60 %	80 %	100 %
d51	0 %	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %
d97	0 %	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %
d72	0 %	38 %	100 %	100 %	100 %	100 %
d65	0 %	0 %	100 %	100 %	100 %	100 %
d46	0 %	0 %	100 %	100 %	100 %	100 %
d34	0 %	0 %	100 %	100 %	100 %	100 %
d12	0 %	0 %	100 %	100 %	100 %	100 %
d41	0 %	0 %	0 %	100 %	100 %	100 %
d48	0 %	0 %	0 %	100 %	100 %	100 %
d52	0 %	0 %	0 %	100 %	100 %	100 %
d63	0 %	0 %	0 %	100 %	100 %	100 %
d53	0 %	0 %	0 %	100 %	100 %	100 %
d59	0 %	0 %	0 %	100 %	100 %	100 %
d22	0 %	0 %	0 %	71 %	100 %	100 %
d8	0 %	0 %	0 %	0 %	100 %	100 %
d61	0 %	0 %	0 %	0 %	100 %	100 %
d32	0 %	0 %	0 %	0 %	100 %	100 %
d62	0 %	0 %	0 %	0 %	100 %	100 %
d15	0 %	0 %	0 %	0 %	100 %	100 %
d56	0 %	0 %	0 %	0 %	100 %	100 %
d93	0 %	0 %	0 %	0 %	100 %	100 %
d66	0 %	0 %	0 %	0 %	42 %	100 %
d77	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	100 %
d28	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	100 %
d26	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	100 %
d47	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	100 %
d37	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	100 %
d74	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	100 %
d9	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	100 %
d1	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	100 %
d60	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	51 %

7.9. Tercer caso de estudio: Escenarios de oferta

Tabla 7.8: Escenarios de ofertas considerados para el tercer caso de estudio.

Generador	Oferta de la competencia por escenario [USD/MWh]									
	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
g11	12.67	12.67	16.19	9.53	10.57	12.03	13.53	12.39	9.06	12.01
g12	6.65	6.65	6.14	7.25	5.64	6.55	4.25	5.53	7.01	6.32
g13	10.67	10.67	14.54	15.89	9.71	11.25	16.81	12.04	14.93	13.82
g14	5.39	5.39	5.77	7.44	4.68	5.08	6.70	6.49	4.08	7.41
g15	10.38	10.38	10.09	8.84	9.89	12.22	7.02	10.28	9.05	10.96
g16	3.30	3.30	2.10	2.28	2.71	3.74	4.68	2.75	2.26	4.20
g17	8.83	8.83	12.34	7.13	14.27	11.86	12.01	12.90	12.58	10.73
g18	3.51	3.51	2.59	2.44	3.59	4.50	3.59	2.61	1.18	1.99
g19	2.78	2.78	2.89	2.44	3.96	3.45	2.84	3.80	2.70	2.89
g20	7.31	7.31	11.02	11.22	9.40	7.32	6.34	11.30	9.18	11.46
g21	4.52	4.52	6.70	5.55	4.75	6.02	6.83	4.40	8.19	4.90
g22	8.94	8.94	6.63	8.80	6.48	10.40	6.73	9.51	10.71	9.95
g23	9.78	9.78	10.97	9.12	8.36	9.15	8.58	8.16	11.14	10.55
g24	16.27	16.27	12.58	14.58	9.94	13.12	14.07	15.68	11.35	9.64
g25	5.94	5.94	6.77	6.28	5.17	6.29	5.89	6.98	8.44	4.88
g26	7.53	7.53	5.23	5.64	6.29	7.66	5.59	7.33	4.72	4.88
g27	5.67	5.67	7.07	6.88	5.72	5.43	5.63	6.92	4.12	4.89
g28	7.25	7.25	9.68	8.60	9.81	8.88	9.29	9.23	9.65	9.32
g29	7.44	7.44	7.26	7.46	9.36	7.89	11.67	10.16	10.45	8.62
g30	12.47	12.47	10.26	11.72	14.05	14.82	11.49	6.63	7.95	11.30
g31	3.14	3.14	2.88	2.27	3.38	3.93	3.73	3.10	3.09	2.50
g32	14.27	14.27	15.10	12.64	12.00	13.56	17.01	12.94	10.21	9.10
g33	10.53	10.53	16.39	10.87	7.11	11.62	10.41	13.85	11.40	9.16
g34	12.46	12.46	8.37	10.67	13.40	14.01	12.55	11.14	11.38	11.94
g35	12.35	12.35	12.00	15.05	9.38	8.65	8.95	12.72	11.75	16.32
g36	7.05	7.05	6.85	4.44	7.82	4.60	4.77	7.21	5.00	6.34
g37	10.66	10.66	10.20	10.18	6.94	7.05	10.22	8.67	9.20	10.67
g38	12.51	12.51	9.53	13.21	7.85	8.19	9.10	6.57	8.03	10.53
g39	9.87	9.87	7.57	7.74	9.31	8.64	6.96	9.64	7.44	9.14
g40	8.58	8.58	12.87	11.93	16.08	11.71	13.45	11.02	14.21	6.96
g41	2.65	2.65	2.60	3.14	3.15	2.55	3.76	3.36	2.63	3.16
g42	8.47	8.47	14.16	15.02	13.62	13.84	9.88	8.08	15.73	9.43
g43	11.34	11.34	14.05	14.99	12.37	6.63	14.14	9.76	13.46	11.14
g44	5.84	5.84	6.01	4.69	7.49	6.29	7.00	5.60	6.91	2.86
g45	9.77	9.77	11.64	9.68	4.17	10.78	10.68	11.51	12.26	6.08
g46	7.27	7.27	7.50	6.66	4.66	4.78	2.01	5.66	6.53	5.86
g47	9.00	9.00	12.80	14.08	13.21	8.23	12.66	10.22	13.75	9.39
g48	13.93	13.93	7.49	13.36	12.81	7.71	8.54	14.21	10.37	9.95
g49	12.63	12.63	9.29	12.51	17.71	12.33	16.18	12.64	13.85	9.80
g50	12.97	12.97	13.27	11.22	11.20	14.54	15.27	12.94	9.87	9.34
g51	3.91	3.91	5.60	5.14	7.05	8.00	4.57	4.42	6.49	8.03
g52	6.41	6.41	6.57	7.98	8.96	5.40	7.11	5.18	5.88	6.57
g53	7.19	7.19	5.77	8.76	8.30	7.34	6.06	7.97	9.36	8.35
g54	7.85	7.85	10.52	9.15	9.50	9.16	9.07	6.11	7.70	11.73