UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTA MARIA

Repositorio Digital USM **https://repositorio.usm.cl**

Tesis USM TESIS de Pregrado de acceso ABIERTO

2021-03

CARACTERIZACIÓN DE ELIPSOIDES DE EXTRACCIÓN CON MATERIAL COHESIVO EN BLOCK/PANEL CAVING UTILIZANDO ROCKY DEM

REYES VIDAL, BASTIÁN ANDRÉS

https://hdl.handle.net/11673/50580

Repositorio Digital USM, UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTA MARIA

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA METALÚRGICA Y DE MATERIALES

SANTIAGO – CHILE

"CARACTERIZACIÓN DE ELIPSOIDES DE EXTRACCIÓN CON MATERIAL COHESIVO EN BLOCK/PANEL CAVING UTILIZANDO ROCKY DEM"

MEMORIA DE TITULACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE

INGENIERO CIVIL DE MINAS

Presentado por

BASTIÁN ANDRÉS REYES VIDAL

Profesor Guía

Dr. Sergio Palma

Profesor Co-Referente

Mg. Kenji Basaure

MARZO 2021

"No he dejado de soñar,

solamente estoy haciendo realidad

lo que algún día soñé."

Gran Rah - 2017

AGRADECIMIENTOS

Primero agradecer a mi familia: mis viejos que siempre han luchado por darme todas las herramientas para triunfar. Mi hermana y cuñado siempre alentándome y dándome palabras de apoyo. Mis tíos de San Vicente y Curicó por darme innumerables espacios de relajo. A mi abuelita, me hubiera encantado darte esta gran noticia. Espero que descanses en paz y me hayas visto desde algún otro lado. Y, obviamente, a mi polola Catalina. Fuiste en quien me refugié en los momentos más difíciles y quien me tranquilizó cuando más dudas tuve. Gracias también a toda tu familia que me ha acogido como uno más. Esto también va dedicado a tu lela, que siempre me hizo sentir cómodo en su casa.

Amigos de la básica: probablemente donde se me hace más fácil reconocer a los que realmente han marcado mi vida. Felipe, Pipe, Esteban y Cristóbal, gracias por todo cabros. Ahora tendré un par de semanas para carrearlos.

Amigos de la media: aquí ya hay más gente y es más complicado incluirlos a todos. Por lo mismo, quiero dar las gracias en general a todos mis compañeros de curso. Fue una etapa increíble. Adicionalmente, agradecer puntualmente a mi gran amigo de la vida Gonzalo Muñoz. Te quiero mucho hermano. Gracias a ti pude madurar y crecer como persona. Siempre he estado atento a tus logros y se los cuento al mundo casi como si fueran míos. Eres de las personas más importantes que tengo y tendré por siempre. Espero que, en esta ocasión, pueda ser yo el que te de una alegría.

Amigos de la u: aquí también hay muchos. Pero bueno, haré lo posible. Gera y Ale, son parte de mi mejor etapa en la universidad. Tanto en términos de notas como en experiencias. Espero que pronto se pueda juntar el tridente y celebrar todos nuestros logros. Carla, Nico, Chelo, Nacha, Cossio, Toche, Benja, Crispy, Segura, Ricky, Julio, Mati, JP, Ansaldo, Pancho y probablemente hay más. Qué manera de pasarlo bien, sin duda lo que más extraño de la vida sin pandemia son esas tardes en el cerro echando la talla y tomando chelas con ustedes. Ya habrá tiempo para ponerse al día.

Mención honrosa a Emilio Osorio, compañero de carrera que lamentablemente falleció hace un par de años. No tengo duda de que hoy te estarías titulando y siendo un gran profesional.

RESUMEN

Las técnicas de hundimiento, como block/panel caving, son metodologías que se basan en la extracción de material fracturado que ha descendido a una batea por acción de la fuerza de gravedad. Dentro de la literatura, existe un consenso respecto a que su aplicación genera la formación de dos zonas de principal interés: la zona de extracción (IEZ), que define el material que ha sido extraído, y la zona de movimiento (IMZ), que corresponde al conjunto de partículas que han sido desplazadas desde su posición original. Comprender las variables que caracterizan el desarrollo de ambas zonas es la base para definir las etapas de diseño, planificación y ejecución que garanticen la rentabilidad del negocio minero.

Dentro del presente trabajo de título, se realiza un análisis respecto al desarrollo de la IEZ en función de parámetros como: tamaño de partícula, tamaño de abertura, grado de cohesión, técnica de extracción (simultánea o alternada) y distancia entre aberturas. Adicionalmente, se evalúa el comportamiento de un conjunto de partículas que, por su grado de movilidad, representan un material sería potencial detonante de bombeos de barro. El cual es un evento de descarga descontrolada de material, con altos índices de humedad.

Para el análisis se hace uso de herramientas DEM, específicamente Rocky 4.3.2, donde se evalúa una geometría que simula contener el material que desemboca sobre uno o dos puntos de extracción. La cual permite, a medida que se va desarrollando la extracción de partículas, visualizar la tasa de crecimiento vertical y horizontal de la IEZ.

Los resultados indican que el desarrollo de la IEZ es independiente de los tamaños de partícula y abertura. Respecto a su extensión horizontal, esta se ve reducida a medida que se incrementa el grado de cohesión, y aumentada cuando la movilidad del material es excesiva. Por otro lado, la extensión vertical se incrementa cuando se produce la interacción entre dos flujos simultáneos que se encuentran a una distancia inferior al ancho de la IEZ de cada flujo. Finalmente, se observa que la masa removida desde la zona superior de un punto de extracción es menor cuando la distancia entre aberturas se incrementa y, asimismo, decrece en función del grado de movilidad de las partículas.

PALABRAS CLAVE: block caving, panel caving, zona de extracción, cohesión, extracción simultánea, extracción alternada.

ABSTRACT

Caving techniques, such as block / panel, are methodologies that are based on the extraction of fractured material that has descended into a drawpoint by the force of gravity. Within the literature, there is a consensus that its application generates the formation of two zones of main interest: the extraction zone (IEZ), which defines the material that has been extracted, and the movement zone (IMZ), which corresponds to the set of particles that have been displaced from their original position. Understanding the variables that characterize the development of both zones is the basis for defining the design, planning and execution stages that guarantee the profitability of the mining business.

Within the present thesis, an analysis is carried out regarding the development of the IEZ based on parameters such as: particle size, drawpoint width, degree of cohesion, extraction technique (simultaneous or consecutive) and distance between drawpoints. Additionally, the behavior of a set of particles is evaluated which, due to their degree of mobility, represent a material that would be a potential detonating mudrush. Which is an event of uncontrolled material discharge, with high humidity levels.

For the analysis, DEM tools are used, specifically Rocky 4.3.2, where a geometry that simulates containing the material that flows into one or two drawpionts is evaluated. Which allows, as the extraction of particles develops, to visualize the vertical and horizontal growth rate of the IEZ.

The results indicate that the development of the IEZ is independent of the particle size and drawpoint width. Regarding its horizontal extension, this is reduced as the degree of cohesion increases, and increased when the mobility of the material is excessive. On the other hand, the vertical extension increases when the interaction occurs between two simultaneous flows that are at a distance less than the width of the IEZ of each flow. Finally, it is observed that the mass removed from the upper zone of an extraction point is less when the distance between drawpoint increases and, likewise, decreases as a function of the degree of mobility of the particles.

KEY WORDS: block caving, panel caving, extraction zone, cohesion, simultaneous extraction, consecutive extraction.

NOMENCLATURA

n	Porosidad $(-)$
e	Relación de vacíos $(-)$
S	Saturación $(-)$
w	Humedad $(-)$
V_v	Volumen de vacíos (cm^3)
V_t	Volumen total (cm^3)
V_s	Volumen de sólidos (cm^3)
W_w	Peso del agua (kg)
W_s	Peso de sólidos (kg)
d_P	Diámetro de partícula (cm)
C_u	Coeficiente de uniformidad $(-)$
C_c	Coeficiente de curvatura $(-)$
D_i	Tamaño de partícula ubicado bajo el $i\%$ de la muestra total $(-)$
c	Cohesión (kg/cm^3)
τ	Esfuerzo de corte (Pa)
G	Módulo de rigidez $(-)$
γ	Deformación $(-)$
$\dot{\gamma}$	Tasa de deformación (s^{-1})
I	Número inercial $(-)$
P	Presión (Pa)
σ_v	Esfuerzo vertical (Pa)
ρ_p	Densidad de partícula (kg/cm^3)
H_{IEZ}	Altura de zona de extracción (cm)

H_{IMZ}	Altura de zona de movimiento (cm)
W_{IEZ}	Ancho de zona de extracción (cm)
W_{IMZ}	Ancho de zona de movimiento (cm)
D_P	Coeficiente de difusión (cm)
$\overrightarrow{\mathrm{v_F}}$	Propagación de frente de dilatación (m/s)
$\overrightarrow{\mathrm{v_P}}$	Velocidad de descenso de partículas (m/s)
S	Área extraída (cm^2)
V	Volumen extraído (cm^3)
M	Masa extraída (kg)
ρ	Densidad aparente (kg/cm^3)
$\Delta\rho$	Variación de densidad (kg/cm^3)
w_d	Tamaño de abertura (cm)
f_{adh}	Fuerza normal adhesiva de contacto (N)
$D_{crítica}$	Distancia crítica para adhesión entre partículas (μm)
D_{pp}	Distancia entre partículas (μm)
g	Aceleración de gravedad (m/s^2)
RR	Resistencia a rodadura ($-$)

ABREVIATURAS

DEM	Método de elementos discretos
IEZ	Zona de extracción
IMZ	Zona de movimiento
2D	Dos dimenciones
3D	Tres dimenciones

ÍNDICE GENERAL

1. INTRODUCCIÓN 1
1.1 Motivación 2
1.2 Objetivos 3
1.2.1 Objetivo general 3
1.2.2 Objetivos específicos 3
1.3 Alcances 3
1.4 Metodología 4
2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA 6
2.1 Suelos 6
2.1.1 Definición de suelo y su naturaleza 6
2.1.2 Relación entre las fases de un suelo 7
2.1.3 Tamaño de partículas 8
2.1.4 Permeabilidad 8
2.1.5 Distribución de tamaño 9
2.1.6 Fuerzas cohesivas en medios granulares 10
2.2 Reología 13
2.2.1 Número inercial 14
2.2.2 Régimen de flujo 14
2.2.3 Tipos de fluidos reológicos 15
2.2.4 Reología de suspensiones 16
2.3 Flujos gravitacionales 17
2.3.1 Zonas de extracción y movimiento 17

2.3.2 Interacción de flujos 24

2.3.3 Colgaduras 30

2.4 Barro 36

3. METODOLOGÍA COMPUTACIONAL 37

3.1 Calibración de parámetros físicos 37

3.1.1 Suelo seco 37

3.1.2 Suelo cohesivo 38

3.1.3 Suelo sobresaturado 39

3.2 Calibración de geometría de trabajo 40

3.2.1 Velocidad de descarga 40

3.2.2 Evaluación de colgaduras y condición de flujo 42

3.3 Flujo gravitacional desde un punto de extracción 43

3.4 Flujo gravitacional desde dos puntos de extracción 44

3.4.1 Extracción simultánea 44

3.4.2 Extracción alternada 45

4. RESULTADOS Y ANÁLISIS 46

4.1 Evaluación de colgaduras y condición de flujo 46

4.1.1 IEZ vs tamaño de abertura 48

4.1.2 IEZ vs diámetro de partícula 49

4.1.3 Elipsoide de extracción vs grado de cohesión 51

4.2 Flujo gravitacional desde un punto de extracción 53

4.2.1 Altura de IEZ 53

4.2.2 Ancho de elipsoide de extracción 55

4.2.3 Volumen de IEZ 57

4.2.4 Masa de IEZ 58

4.3 Flujo gravitacional desde dos puntos de extracción 59

4.3.1 Extracción simultánea 59

4.3.2 Extracción alternada 62

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES 67

6. REFERENCIAS 71

7. ANEXOS 75

ANEXO A 75

ANEXO B 90

ANEXO C 91

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Modelo para análisis de formación de elipsoide de extracción. 4

Figura 2: Modelos utilizados para analizar interacción entre elipsoides. 5

Figura 3: Fases presentes en un suelo. 6

Figura 4: Grado de cohesión vs contenido de humedad. 10

Figura 5: Puente líquido entre dos partículas. 11

Figura 6: Debilitamiento de puente líquido por distanciamiento entre partículas. 12

Figura 7: Flujo cuasi estático (a), denso (b) y diluido (c). 14

Figura 8: Efecto de la concentración de partículas en viscosidad de una suspensión. 16

Figura 9: Elipsoides de extracción y movimiento. 17

Figura 10: Altura de IMZ en función de masa extraída. 18

Figura 11: Ancho de IEZ e IMZ en función de masa extraída. 19

Figura 12: Representación de propagación de frente de dilatación y descenso de partículas por extracción de IEZ. 20

Figura 13: Sección vertical de IEZ en función de masa extraída (Jin et al., 2017). 22

Figura 14: Altura (izquierda) y ancho (derecha) de IEZ en función de masa extraída, para diferentes porcentajes de humedad (Sanchez et al. 2019). 23

Figura 15: Interacción de IMZ's en función de distanciamiento. La unidad de medida de cada eje es en cm. (Vivanco et al. 2011) 25

Figura 16:Interacción entre IMZ’s en función de distanciamiento. Extracción derecha equivale a un 20% de la izquierda. (Vivanco et al., 2013) 26

Figura 17: Interacción entre IMZ’s en función de distanciamiento. Extracción derecha equivale a un 80% de la izquierda. (Vivanco et al., 2013) 27

Figura 18: IEZ's formados por extracción simultánea, para distanciamientos entre aberturas de 12 cm (izquierda) y 16 cm (derecha) (Jin et al., 2016). 28

Figura 19: IEZ's formados por extracción alternada, para distanciamientos entre aberturas de 12 cm (izquierda) y 16 cm (derecha) (Jin et al., 2016). 29

Figura 20: Arco continuo (a) y mecánico (b) 30

Figura 21:Clasificación de flujos según esfuerzo vertical y razón entre abertura de extracción y $d50$ (Castro et al., 2014). 32

Figura 22: Frecuencia de colgadura en función de esfuerzo vertical, para valores de $d50$ = 6 y 12 mm (Castro et al., 2014). 33

Figura 23: Frecuencia de colgadura en función de esfuerzo vertical, para $d50$ de 8,6 mm (Castro et al., 2016). 34

Figura 24: Frecuencia de colgadura en función de esfuerzo vertical, para un $d50$ de 10,8 mm (Castro et al., 2016). 35

Figura 25: Estados de suelo: cohesivo (izquierda), seco (medio) y sobresaturado (derecha). 39

Figura 26: Modelo para análisis de velocidad de flujo en función de abertura de punto de extracción. 40

Figura 27: Geometrías para análisis de colgaduras. 42

Figura 28: Modelo para análisis de flujo gravitacional desde un punto de extracción. Suelo seco. 43

Figura 29: Modelos para análisis de flujo gravitacional desde dos puntos de extracción. 44

Figura 30:Primera IEZ obtenida de extracción alternada, para diferentes casos de distanciamiento entre aberturas. 45

Figura 31: Segunda IEZ obtenida de extracción alternada, para diferentes casos de distanciamiento entre aberturas. 45

Figura 32: Relación de altura y ancho de IEZ vs área, para diferentes aberturas de extracción. 48

Figura 33: Relación de altura de IEZ vs área, para diferentes diámetros de partículas.....49

Figura 34: Relación de ancho de IEZ vs área, para diferentes diámetros de partículas. 50

Figura 35: Relación de altura y ancho de IEZ vs área extraída, para diferentes grados de adhesión. 51

Figura 36: Altura de IEZ vs volumen extraído, para diferentes estados de saturación. 57

Figura 38: Interacción entre elipsoides de extracción, para diferentes casos de distanciamiento entre aberturas. 59

Figura 39:Masa y altura requerida por cada IEZ para que se produzca su interacción, para diferentes estados de saturación y grados de cohesión. 61

Figura 40:Desarrollo de flujo gravitacional alternado. 62

Figura 41: Estado de flujo al finalizar la primera etapa de extracción, para diferentes estados de saturación. 63

Figura 42: Criterio de falla de Mohr-Coulomb.....75

Figura 43: Estados de consistencia de suelos y límites de transición. 76

Figura 44: Clasificación reológica de fluidos. 78

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Altura de IEZ vs área extraída, para diferentes estados de saturación. 53

Gráfico 2: Ancho de IEZ vs masa extraída, para diferentes estados de saturación. 55

Gráfico 3: Altura de IEZ vs masa extraída. Se comparan resultados experimentales con modelos de Melo (2009) y Castro (2007). 58

Gráfico 4: Altura de IEZ vs masa extraída, para diferentes casos de separación entre centros de abertura. 60

Gráfico 5: Reducción de altura de IEZ, en función de separación entre aberturas. Para diferentes estados de saturación. 64

Gráfico 6: Reducción de ancho de IEZ, en función de separación entre aberturas. Para diferentes estados de saturación. 65

Gráfico 7: Reducción de masa de IEZ, en función de separación entre aberturas. Para diferentes estados de saturación. 66

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Clasificación de suelos según diámetro de partícula (ISO 14688-1, 2017). 8

Tabla 2: Propiedades físicas definidas por Rocky-DEM para representar un suelo en estado seco. 37

Tabla 3: Velocidad de extracción en función de tamaño de abertura y grado de cohesión..41

Tabla 4: Tamaños de partículas utilizados para determinar probabilidad de colgadura.....42

Tabla 5: Fracciones de fuerza adhesiva utilizadas para determinar probabilidad de colgadura. 42

Tabla 6: Estado final de flujo granulométrico para cada condición simulada.....46

Tabla 7: Distribución de tamaño de partícula utilizado para modelar flujo granular. 47

Tabla 8: Masa requerida para extraer elipsoide con altura de 50 cm, para cada estado de saturación. 54

Tabla 9: Ancho Máximo alcanzada por IEZ, para cada estado de saturación. 56

Tabla 10: Velocidad de extracción alcanzada para cada condición simulada. 91

Tabla 11: Masa de elipsoide extraída para cada condición simulada. 91

Tabla 12: Ancho máximo de elipsoide para cada condición simulada. 92

Tabla 13: Carga viva para cada condición simulada. 92

Tabla 14: Carga muerta para cada condición simulada. 93

Tabla 15:Valores de $h0$, $m0$ y c para reemplazar en modelo de Castro et al. (2007). 94

1. INTRODUCCIÓN

Métodos de extracción subterránea como block/panel caving se caracterizan por ser técnicas que permiten alcanzar altos valores de producción y recuperación, a cambio de costos operativos que se podrían considerar bajos al ser comparados con otras metodologías (Brown, 2007). Su aplicación es ideal para yacimientos tipo pórfido, con alto tonelaje y bajas leyes, y consiste en provocar el descenso controlado del mineral que colapsa bajo su propio peso luego de ser socavado. El material fracturado se almacena en estructuras denominadas bateas, desde donde es extraído y posteriormente transportado a superficie para ser procesado (CODELCO, 2019).

Se ha demostrado que a medida que el material fracturado va siendo extraído, este va formando lo que se conoce como zonas de extracción (IEZ) y movimiento (IMZ). Cuya propagación y geometría determinarán las condiciones de trabajo bajo las cuales se operará dentro de la obra subterránea (Jin et al., 2017). Por lo tanto, comprender y anticipar el comportamiento del flujo granular es de suma importancia si se desea trabajar bajo correctos índices de producción y seguridad.

Dentro de los principales riesgos que implican estas labores, se encuentran los eventos de bombeos de barro. Los cuales consisten en una descarga violenta de material saturado, cuya ocurrencia ha implicado la pérdida de vidas humanas en distintas faenas a lo largo de la historia (Brown, 2007). Para que estos eventos sucedan, es necesario que exista un porcentaje mínimo de humedad almacenado en el medio granular. Cuya presencia se debe, principalmente, a infiltraciones de agua a través del fondo de las excavaciones o a lo largo de contactos geológicos en las minas a cielo abierto y subterráneas (Cuéllar, 2011).

El presente trabajo de título se desarrollará bajo un análisis de elementos discretos (DEM), por lo que será imposible modelar eventos de bombeos de barro. Dado que esto requiere de un acople entre un método DEM, para el modelamiento de sólidos, y un método continuo, para el modelamiento de agua. Sin embargo, sabiendo que una hipotética cantidad de agua tendría un impacto en la magnitud de las fuerzas de adhesión entre partículas, se realizará un análisis respecto al desarrollo de flujos gravitacionales en función de su grado de cohesión.

1.1 MOTIVACIÓN

Los métodos de caving son cada vez más utilizados en minería subterránea. La característica principal de este método es que el material valioso se extrae desde puntos definidos previamente, los cuales se encuentran rodeados de material que no es de interés. Esto genera que tanto las pérdidas de minerales como las tasas de dilución sean sumamente elevadas (Jin et al, 2017).

Lo anterior ha generado que una gran cantidad de estudios se hayan centrado en caracterizar la forma del flujo asociado a las técnicas de hundimiento, definiendo los límites de su zona de extracción y de movimiento. Un ejemplo de esto es la publicación desarrollada por Jin et al. (2017), quien ilustra una relación no lineal entre la altura y ancho del IEZ en función de la masa extraída. Siendo un resultado que concuerda con lo concluido por Castro et al. (2007), cuando este realizó un modelamiento físico en 3D con el objetivo de visualizar las zonas de extracción aisladas en minas de caving.

Pese a que existe documentación que define cómo se desarrolla la evolución de la zona de extracción en minería subterránea, no hay información respecto a cómo se ve afectada su forma al incorporar diferentes grados de cohesión. En consecuencia, objetivo principal de este trabajo es incorporar esta última variable a los estudios que relacionan la geometría del flujo en función del tonelaje extraído.

Adicionalmente, se pretende visualizar como afecta la presencia de fuerzas cohesivas en la interacción entre elipsoides de extracción. De forma tal que sea posible establecer en qué condiciones se presentará una interacción más temprana o tardía, considerando la distancia entre los puntos de extracción y el grado de cohesión presente.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo general

Caracterizar el comportamiento de un flujo gravitacional en función de su grado de cohesión.

1.2.2 Objetivos específicos

- Caracterizar condiciones de fluencia de un material granular seco.
- Caracterizar condiciones de fluencia de un material granular sobresaturado.
- Determinar la influencia en el flujo debido a extracciones simultáneas desde dos puntos de extracción.
- Determinar la influencia en el flujo debido a extracciones alternadas desde dos puntos de extracción.

1.3 ALCANCES

Los alcances para el siguiente trabajo son:

- Se planteará un modelo computacional sobre el cual se realizará un análisis basado en el método de elementos discretos (DEM).
- Se utilizará como base de trabajo una geometría que simulará una columna de mineral que desemboca en uno y dos puntos de extracción.
- Las dimensiones del modelo y partículas, que son establecidas en función de la capacidad de procesamiento, permitirán obtener una visualización y análisis en 2D del flujo granulométrico.
- Las partículas utilizadas poseen una geometría esférica perfecta.
- Para incorporar cohesión a las partículas no se utilizará la presencia de agua. En su lugar, se trabajará con un mecanismo de adhesión constante que depende de la masa de las partículas en interacción.

1.4 METODOLOGÍA

Se llevarán a cabo simulaciones mediante *Rocky-DEM*, con diferentes grados de cohesión entre partículas. El objetivo de esto es incorporar esta variable a los estudios que relacionan la geometría de la IEZ (altura y ancho), con la masa extraída.

Se utilizarán geometrías, diseñadas en "*Discovery SpaceClaim"*, que simularán ser columnas de mineral que contengan el material que desemboca sobre uno o dos puntos de extracción. Esto último dependerá si se analiza el crecimiento de la IEZ en función de la masa extraída, para lo que se requerirá de solo un punto, o si se desea ver la interacción entre IEZ's, cuyas aberturas se encuentren separadas por una distancia dada.

Para analizar la evolución de la zona de extracción, se utilizará una serie de geometrías como la que se ilustra en la Figura 1. La cual representa una columna de mineral que desemboca sobre un único punto de extracción, que cuenta con una abertura variable entre 3 y 4 cm. Sus dimensiones de altura y profundidad son de 60 y 2 cm respectivamente.

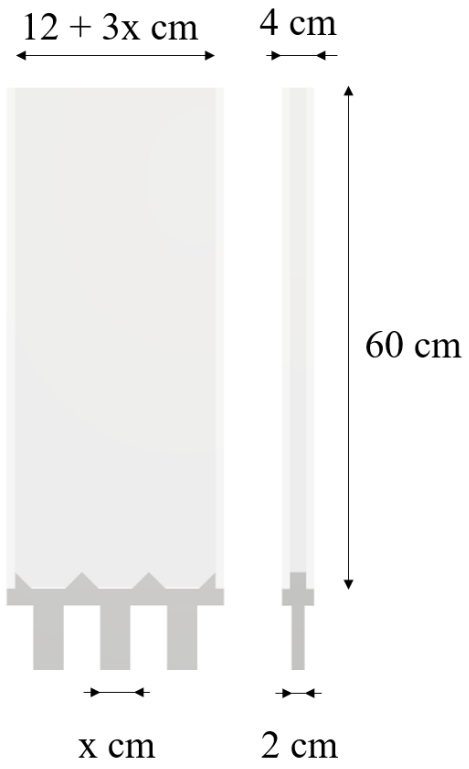

Figura 1: Modelo para análisis de formación de elipsoide de extracción.

Para analizar la interacción entre IEZ's se tomarán dos posibles casos: extracción simultánea y extracción alternada.

En el primer caso, para desarrollar una extracción simultánea, se liberarán ambos puntos en el mismo instante. A partir de esto, ambos flujos se desarrollarán de manera interrumpida durante toda la simulación.

Para el caso de la extracción alternada se liberará en primera instancia un solo punto, mientras que el segundo no iniciará su extracción hasta que el primero haya sido cerrado. Esto último ocurrirá una vez que el primer elipsoide de extracción alcance una altura deseada, cuyo instante de tiempo será obtenido a partir de la información obtenida de las simulaciones descritas por la Figura 1.

Para ambos casos, se utilizarán 5 geometrías que se diferencian entre sí por la distancia configurada entre sus puntos de extracción (ver Figura 2).

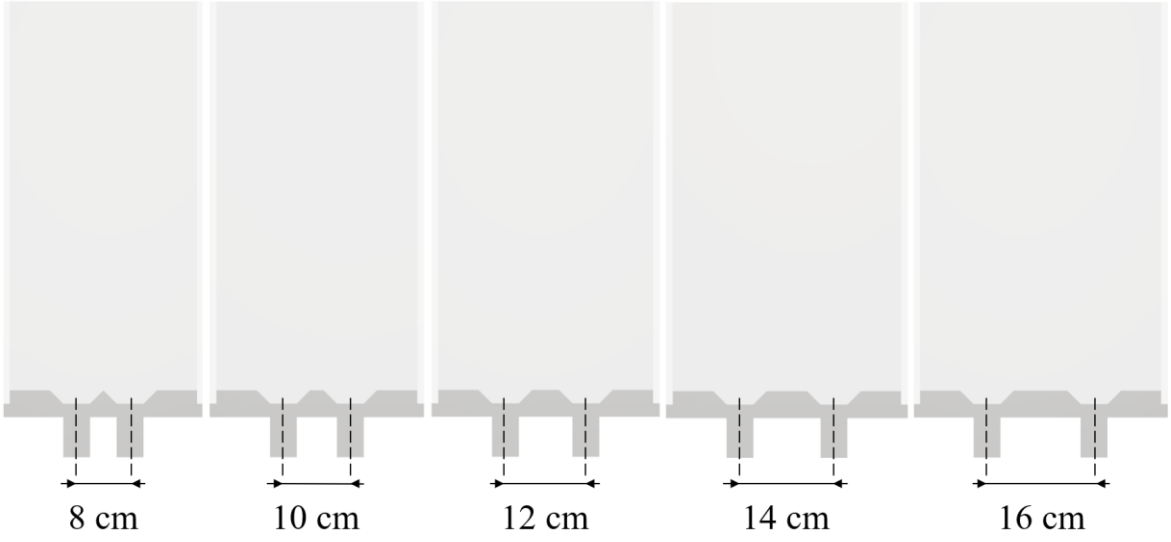

Figura 2: Modelos utilizados para analizar interacción entre elipsoides.

Al igual que en el primer análisis, se desarrollarán simulaciones donde se varíe el grado de cohesión entre partículas. Esto con el objetivo de cuantificar su influencia en los instantes de interacción entre los elipsoides de extracción.

2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

2.1 SUELOS

El presente capítulo tiene por objetivo incorporar y definir conceptos básicos que serán utilizados en capítulos posteriores para referirse a los suelos y sus propiedades. Asimismo, se incluyen aquellos fundamentos físicos directamente relacionados con el caso de estudio.

2.1.1 Definición de suelo y su naturaleza

Se puede definir al suelo como un sistema de partículas que pueden moverse con relativa libertad, unas respecto a otras. Estas partículas no están unidas tan fuertemente como los cristales de un metal, ni se pueden mover con la misma libertad que los elementos de un fluido. Por lo tanto, adquiere un comportamiento que requiere de un análisis discreto que se diferencia de lo estudiado por la mecánica de sólidos y fluidos. Dado esto, la ciencia que trata de explicar el comportamiento del suelo es definida en ocasiones como mecánica de sistemas de partículas, o sistemas discontinuos (Lambe, 2004).

Por tratarse de un sistema discontinuo de partículas, un elemento de suelo constituye un sistema compuesto por tres fases diferenciables: sólida (partículas minerales), líquida (generalmente agua) y gaseosa (aire). Un ejemplo de esto es lo que se ilustra en la Figura 3, donde las fases mencionadas se representan por elementos de color café, azul y blanco respectivamente (Lambe, 2004).

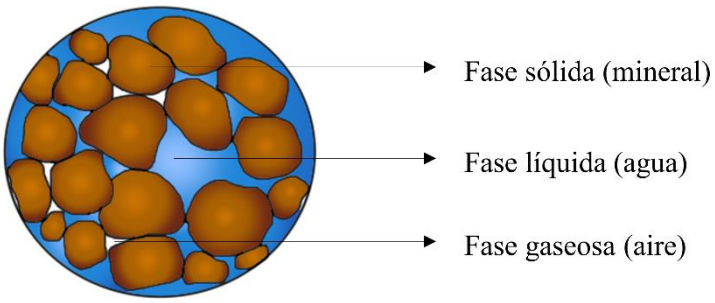

Figura 3: Fases presentes en un suelo.

2.1.2 Relación entre las fases de un suelo

A partir de las fases mencionadas en el punto anterior, es posible obtener relaciones físicas que ayudan a interpretar propiedades específicas de los suelos. Estas se diferencian entre sí, dependiendo de si son formuladas a partir de unidades de peso o volumen.

Existen tres importantes relaciones que se pueden obtener en función del volumen: porosidad, relación de vacíos y grado de saturación. La **porosidad ($\boldsymbol{n}$)** es la relación entre el volumen de vacíos (V_v) y el volumen total (V_t), mientras que la **relación de vacíos ($\boldsymbol{e}$)** es el cociente entre el volumen de vacíos y el volumen de partículas sólidas (V_s) (Lambe, 2004). Las relaciones anteriores se describen a continuación:

$$n = \frac{V_v}{V_t}$$
$$e = \frac{V_v}{V_s}$$
$$n = \frac{e}{1+e} \qquad (2.1)$$
$$e = \frac{n}{1-n}$$

El **grado de saturación ($\boldsymbol{S}$)** indica el volumen de agua (V_w) contenido dentro de los espacios vacíos. Mientras que la **humedad ($\boldsymbol{w}$)** define la relación entre el peso de agua versus el peso de partículas sólidas.

$$S = \frac{V_w}{V_v}$$
$$w = \frac{W_w}{W_s} \qquad (2.2)$$

2.1.3 Tamaño de partículas

Las propiedades de un suelo dependen netamente de las partículas que lo componen, las cuales son clasificadas en función de su tamaño respectivo. Este tamaño, se define como diámetro de partícula (d_P) (Lambe, 2004). En función de su magnitud, existe una clasificación de tamaño definida en cuatro categorías: grava, arena, limo y arcilla. Cada una de estas se encuentra dentro de un rango de tamaño, tal como se ilustra en la Tabla 1.

Tabla 1: Clasificación de suelos según diámetro de partícula (ISO 14688-1, 2017).

Clasificación		**Diámetro mm**
Grava	Gruesa	20 - 63
	Media	6.3 - 20
	Fina	2 – 6.3
Arena	Gruesa	0.63 - 2
	Media	0.20 – 0.63
	Fina	0.063 - 0,2
Limo	Grueso	0.02 – 0.063
	Medio	0.0063 – 0.02
	Fino	0.002 – 0.0063
Arcilla		<0.002

2.1.4 Permeabilidad

La permeabilidad es la capacidad que tiene un material de que un fluido pase a través de él, sin que este altere su estructura interna. En el caso de los suelos, el agua fluye a través de los espacios vacíos. Por lo tanto, los menores valores de permeabilidad se atribuyen a los suelos menor tamaño (arcillas). Dado que estos presentan un mayor grado de compactación y, por lo tanto, un menor grado de porosidad (Lambe, 2004).

2.1.5 Distribución de tamaño

La distribución de tamaños de partículas se expresa mediante un gráfico que indica el porcentaje de estas que se encuentra bajo un determinado tamiz. Dependiendo de cómo se encuentren distribuidos los tamaños, es posible obtener un coeficiente de uniformidad (C_u), que indica que tan bien graduada se encuentra una muestra, y un coeficiente de curvatura (C_c), que mide el grado de curvatura de la distribución granulométrica (Lambe, 2004).

$$C_u = \frac{D_{60}}{D_{10}}$$
$$C_c = \frac{{D_{30}}^2}{D_{10}D_{60}} \tag{2.3}$$

Los coeficientes D_{60}, D_{30} y D_{10}, corresponden al tamaño por debajo del cual queda el $60, 30$ y 10% de la muestra, respectivamente. Asimismo, dentro del presente documento, cualquier simbología del tipo D_x hará referencia al tamaño de partícula ubicado bajo el x % de la muestra total. Para curvas con $C_u \gg 10$ y C_c entre 1 y 3, se habla de una muestra muy bien graduada. Si $C_u \approx 1$, se dice que las partículas del suelo son mono-tamaño. Finalmente, valores de $C_u < 3$ representan una muestra uniforme.

2.1.6 Fuerzas cohesivas en medios granulares

La **cohesión (*c*)** es una medida de adherencia entre las partículas de un medio granular, originada por las fuerzas moleculares y las películas de agua. Su unidad de medida es en kg/cm^2 y su magnitud depende del contenido de humedad presente (Andreotti, 2013*)*. En mecánica de suelos, es utilizada para representar la resistencia a esfuerzos cortantes (ANEXO A). Donde los medios de mayor cohesión son los que presentan una mayor estabilidad (Coulomb 1776) (Mohr 1914).

Considerando que es una propiedad que depende de la interacción entre partículas, sus mayores índices de magnitud se encuentran asociados a limos finos o arcillas. Dado que son granos de bajo tamaño cuya superficie de contacto es mucho mayor (Lambe, 2006).

La relación entre la cohesión y el contenido de humedad, se puede explicar según los experimentos desarrollados por Campbell et al. (1980). Quien puso a prueba el grado de cohesión de una muestra de arcilla, en función de su porcentaje de humedad (ver Figura 4).

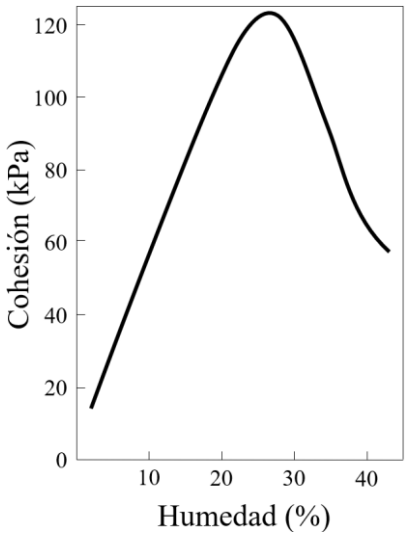

Figura 4: Grado de cohesión vs contenido de humedad.

Según los resultados de Campbell, al aumentar el porcentaje de humedad, el grado de cohesión de una muestra tiende a crecer hasta alcanzar una magnitud máxima. Posteriormente, esta empieza a decrecer a medida que la humedad se sigue incrementando.

Esto sugiere que, en función del porcentaje de humedad, un suelo puede exhibir diferentes comportamientos. Lo cual tiene relación con los denominados *Límites de Attemberg*. Que corresponden a un concepto que plantea que un suelo únicamente puede existir en cuatro estados posibles: sólido, semisólido, plástico y líquido (ver ANEXO A) (Lambe, 2006).

Para casos en donde el porcentaje de humedad no supere el umbral de cohesión máxima, la presencia de agua en un medio granular condiciona a la formación de películas líquidas alrededor de las partículas sólidas. A distancias milimétricamente pequeñas, se produce la formación de puentes líquidos entre granos que incrementa la cohesión del medio (Figura 5). Esta fuerza de adherencia es conocida como fuerza de capilaridad (Bocquet et al., 2002).

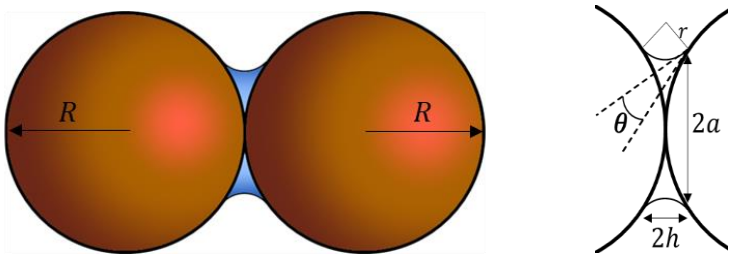

Figura 5: Puente líquido entre dos partículas.

Para calcular la magnitud de la fuerza de capilaridad, se toma en consideración la ecuación de Young-Laplace que impone que la diferencia de presión entre el interior y exterior de un menisco está dada por *(Andreotti, 2013)*:

$$\Delta P = \gamma_{LV}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{r}\right) \tag{2.4}$$

Donde γ_{LV} corresponde a la tensión superficial del líquido, r al radio de curvatura y a al ancho del menisco que aporta cada partícula *(Andreotti, 2013)*.

En términos de fuerza, se obtiene que la fuerza de capilaridad entre dos partículas se expresa como *(Andreotti, 2013)*:

$$F_{cap} = 2\pi\gamma_{LV}Rcos(\theta) \tag{2.5}$$

Donde θ corresponde al ángulo de contacto entre la sustancia líquida con el sólido.

La fuerza de capilaridad es máxima cuando las partículas están en contacto y decrece a medida que la distancia entre las partículas aumenta *(Andreotti, 2013)*. Una forma de ver esto es según lo ilustrado en la Figura 6, donde se observa que a medida que la distancia s entre las partículas se incrementa, disminuye su superficie de contacto con el puente líquido.

Según las investigaciones realizadas (Lian et al., 1993; Willett et al., 2000) el puente líquido será efectivo para valores de s menores a un tercio del volumen total del puente líquido. Para distancias mayores, este ya no sería estable y su rotura sería inminente.

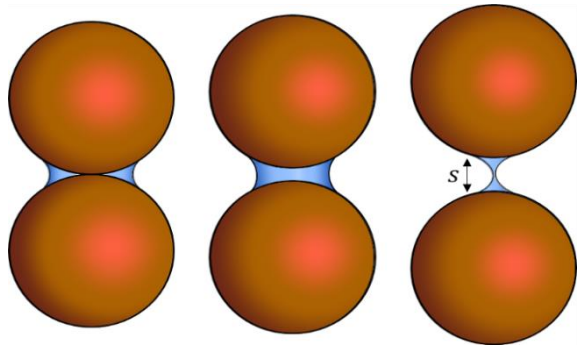

Figura 6: Debilitamiento de puente líquido por distanciamiento entre partículas.

Cabe detallar que, aún sin la presencia de agua, existen otros fenómenos que físicos que también aportan a la magnitud de las fuerzas cohesivas. Entre estos se encuentran las fuerzas electrostáticas y adhesivas, siendo ambos explicados en detalle en el ANEXO A *(Andreotti, 2013)*.

2.2 REOLOGÍA

La reología se define como la ciencia estudia la deformación y flujo de la materia, evaluando la relación entre el **esfuerzo de corte (τ),** que hace referencia al esfuerzo interno resultante de las tensiones paralelas a la sección transversal del cuerpo (ver ANEXO A), y la **tasa de deformación ($\dot{\gamma}$),** cuya magnitud indica el cambio de forma de un cuerpo respecto al tiempo. Las relaciones matemáticas de ambos parámetros se basan en lo propuesto por las leyes de Hook y Newton respectivamente (Rojas, 2012).

$$\tau = G\gamma$$
$$\dot{\gamma} = \frac{dv}{dy} \tag{2.6}$$

Donde G corresponde al módulo de rigidez, γ hace referencia al grado de deformación alcanzado y dv/dy corresponde al gradiente de velocidad de deformación de un material en dirección y (Rojas, 2012).

Como se puede interpretar, este campo se extiende desde la elasticidad de Hook, hasta la mecánica de los fluidos Newtonianos. Esto implica que se debe tomar en consideración tanto las propiedades mecánicas de los sólidos elásticos, cuya deformación es directamente proporcional al esfuerzo aplicado (ley de Hooke), así como la teoría hidrodinámica para líquidos viscosos, donde el esfuerzo aplicado es directamente proporcional a la velocidad de deformación, pero independiente de la deformación misma (ley de Newton) (Rojas, 2012).

Si bien ambas teorías se basan en materiales ideales, se puede interpretar que tanto la viscosidad como la elasticidad son propiedades con gran influencia en el comportamiento de un fluido. La viscosidad (η) se define como la resistencia a fluir de un material, mientras que la elasticidad (E) se refiere a la capacidad de un cuerpo de recuperar su forma una vez que cesa la fuerza que lo altera (Rojas, 2012).

2.2.1 Número inercial

Los principales factores que influyen en la reología de un medio granular son el tamaño de partícula (d), su densidad (ρ_p), la velocidad de deformación ($\dot{\gamma}$) y la presión de confinamiento (P). Estos cuatro parámetros involucran, en conjunto, unidades de longitud, masa y tiempo. Sin embargo, existe un parámetro adimensional que representa por sí solo el estado de un fluido. Este se denomina número inercial (I) y se expresa como *(Andreotti, 2013)*:

$$I = \frac{\dot{\gamma} d}{\sqrt{P/\rho_p}} \tag{2.7}$$

2.2.2 Régimen de flujo

A partir del número de inercia es posible obtener una clasificación más precisa sobre los regímenes de flujo, siendo estos clasificados en cuasi estáticos, densos y diluidos. En la Figura 7 se puede apreciar la diferencia sobre la afinidad a fluir de cada estado. El caso (a) representa un flujo cuasi estático, el cual tiene un valor de I cercano a cero y posee un flujo muy limitado. Para el caso (b) se observa un flujo que posee una menor cohesión entre sus partículas, este estaría representando un flujo denso con un valor de I mayor al caso anterior y, asimismo, una mayor velocidad de flujo. Finalmente, en (c) se observa un flujo compuesto por partículas con un alto grado de dispersión, siendo este un estado diluido que involucra mayores índices de I y una altísima velocidad de flujo *(Andreotti, 2013)*.

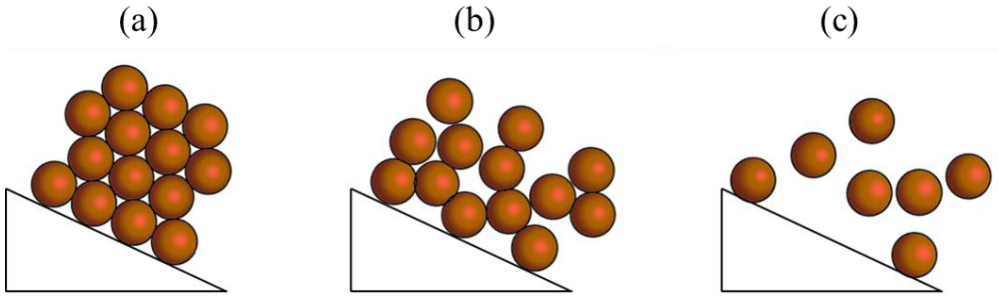

Figura 7: Flujo cuasi estático (a), denso (b) y diluido (c).

2.2.3 Tipos de fluidos reológicos

A partir de un análisis de los esfuerzos de corte internos de un flujo, es posible clasificar los fluidos en tres diferentes tipos: Newtonianos, no Newtonianos y Viscoelásticos (Moncayo, 2009). A continuación, se presenta un respecto a las características generales de cada flujo. El detalle de cada tipo de fluido se puede observar en el ANEXO A.

- Newtonianos: Fluidos con una relación directamente proporcional entre el esfuerzo cortante y la velocidad de deformación.
- No Newtonianos: Fluidos sin una relación proporcional entre el esfuerzo cortante y la velocidad de deformación.
- Viscoelásticos: Fluidos capaces de comportarse como líquidos y sólidos, dependiendo de las condiciones de esfuerzos a las que se encuentren sometidos.

La mayoría de los fluidos poseen características reológicas que los catalogan como fluidos no Newtonianos. Esto dado que, por efecto de su viscosidad (η), no exhiben una relación lineal entre el esfuerzo de corte (τ) y su velocidad de deformación ($\dot{\gamma}$) (Moncayo, 2009).

Dado lo anterior, se han descrito una gran cantidad de modelos que pretenden representar el comportamiento de diferentes tipos de flujos en función de sus características reológicas. Dentro de los cuales, existe uno denominado fluido plástico o de Bingham. El cual indica que, desde el reposo, es necesario de un esfuerzo de corte inicial, conocido como esfuerzo de fluencia, para que exista deformación (Rocafort, 2019).

Cabe detallar que este último modelo es de particular interés, dada su típica utilización al trabajar con pulpas mineras. En cuanto a su relación matemática, y la de otros modelos, se encuentra adjunta en el ANEXO A.

2.2.4 Reología de suspensiones

Una suspensión se define como una mezcla compuesta por una fase sólida y otra líquida, donde el material particulado se encuentra disperso dentro de la fase acuosa (Crovetto, 2019). La reología de suspensiones es la ciencia que estudia la tendencia a fluir de estos compuestos, donde la modelación de la viscosidad ha sido imprescindible (Bustamante, 1999).

En función del grado de concentración de partículas ($\% \, P/P$), una suspensión puede comportarse como diferentes tipos de fluidos (Mueller and Mader, 2009) (Figura 8).

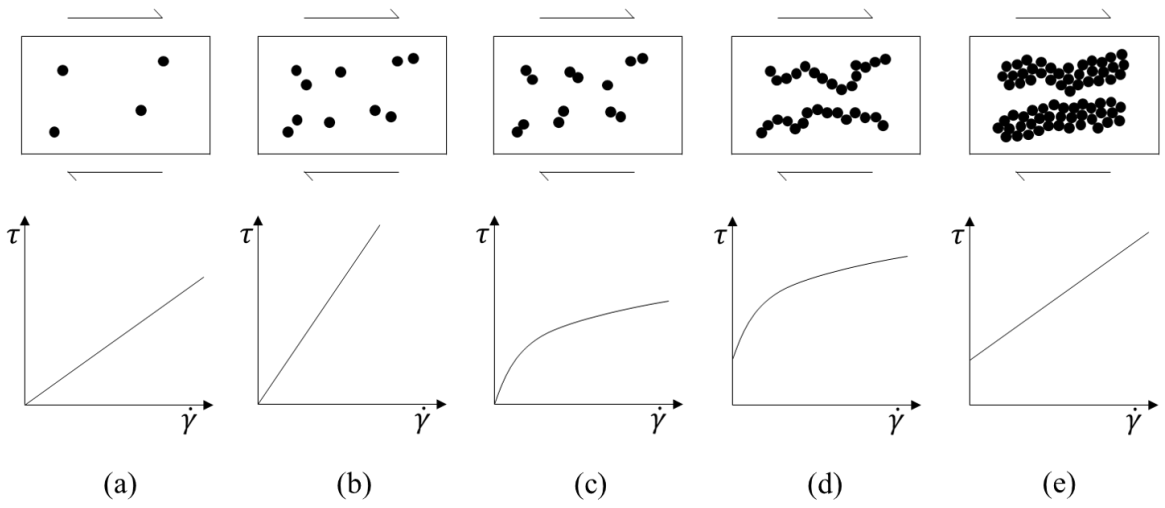

Figura 8: Efecto de la concentración de partículas en viscosidad de una suspensión.

- En (a), donde $\% \, P/P < 0{,}15$, la viscosidad aumenta de forma lineal.
- En (b), con $0{,}15 < \% \, P/P < 0{,}5$, un aumento en la interacción entre partículas genera que la viscosidad se incremente de manera más pronunciada.
- En (c), con $0{,}5 < \% \, P/P < 0{,}8$, el efecto de que las partículas colisionen entre sí genera un aumento en la temperatura local, disminuyendo su viscosidad.
- En (d), con $0{,}8 < \% \, P/P$, las partículas son capaces de unirse y formar cadenas elásticas que requieren de un esfuerzo de fluencia para iniciar su movimiento.
- Finalmente, en (e), las partículas se mueven en grupos simulando el comportamiento de un plástico ideal.

2.3 FLUJOS GRAVITACIONALES

Por flujo gravitacional, se entiende al descenso de material granular por acción de la fuerza de gravedad (Kvapil, 1965). En el presente capítulo, se pretende explicar cuáles son las principales componentes y variables asociadas al desarrollo de este fenómeno.

2.3.1 Zonas de extracción y movimiento

Existe un consenso en la literatura sobre que el flujo gravitacional de un medio granular genera dos zonas definidas: una zona de extracción, formada por el material removido, y una zona de movimiento, formada por el material desplazado. Sin embargo, se ha formado un debate respecto a su respectiva forma específica (Castro, 2006). A continuación, se presenta lo descrito por un conjunto de publicaciones dedicadas al estudio de flujos granulares.

Kvapil, R. (1965)

Kvapil estudió el desarrollo de flujos granulares con material de arena, proponiendo que cada zona dentro del flujo granular viene representada por una geometría elipsoidal. Las cuales define como elipsoide de extracción (IEZ) y de movimiento (IMZ) (Figura 9).

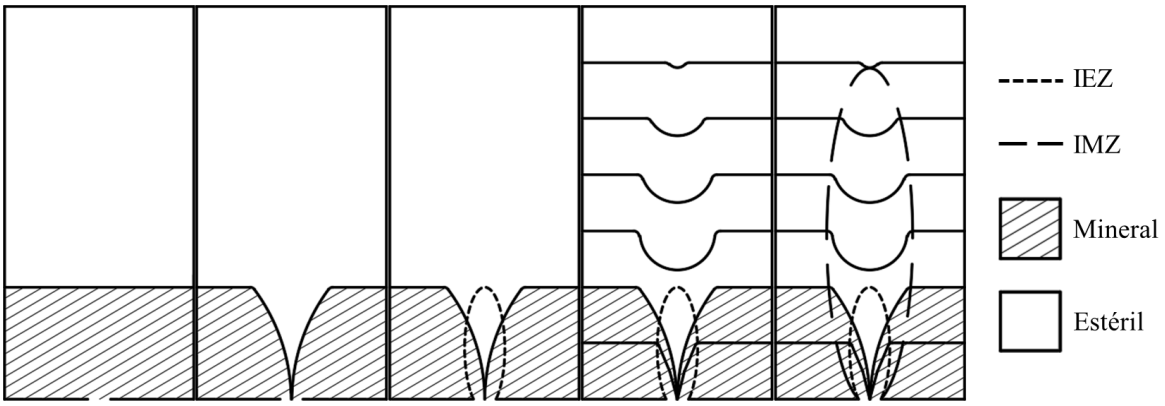

Figura 9: Elipsoides de extracción y movimiento.

Adicionalmente, Kvapil menciona que el IMZ debería tener una altura 2,5 veces mayor a la del IEZ. Lo que implicaría que, por efectos geométricos, este cuente con un volumen equivalente al de 15 elipsoides de extracción (Kvapil, 1965).

Castro, R., Trueman, R. y Halim, A. (2007)

Castro et al. desarrollaron un nuevo modelo 3D (el más grandes hasta la fecha), donde extrajeron material no cohesivo desde un único punto de extracción.

Entre los principales puntos que se desarrollaron, se presentaron los siguientes resultados:

- El IMZ siempre es más alto y ancho que el IEZ. Además, la geometría de ambos cuerpos podría ajustarse, razonablemente bien, al contorno de un elipsoide.
- Modificar el tamaño de partícula tiene un efecto apenas significativo para la altura y ancho del IEZ, e insignificante para las mismas dimensiones del IMZ.
- Modificar el tamaño de abertura no influyó en las dimensiones finales de cada flujo.

Por otro lado, establecen que la tasa de crecimiento de la altura del cada elipsoide, en función de la masa extraída (m), inicia con un crecimiento exponencial hasta que alcanza una evolución constante (ver Figura 10). Tal como indica la siguiente ecuación:

$$h(m) = h_0(1 - e^{-m/m_h}) + cm \tag{2.9}$$

Donde h_0 y m_h representan la altura y masa del respectivo elipsoide durante su crecimiento exponencial, mientras que c es la tasa de crecimiento lineal.

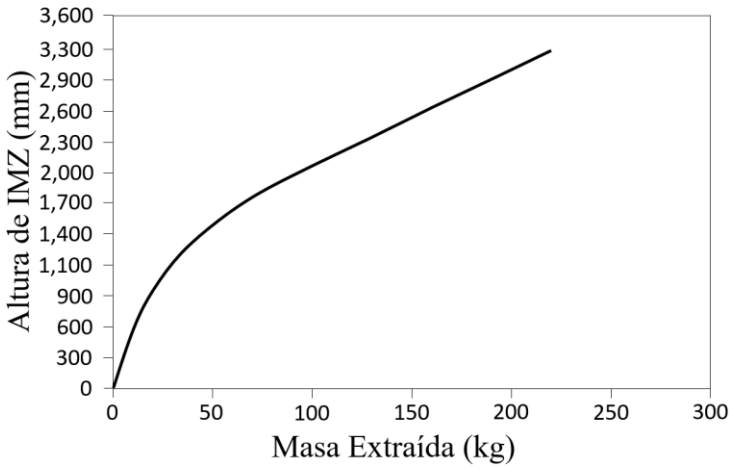

Figura 10: Altura de IMZ en función de masa extraída.

Al evaluar la evolución del ancho de los elipsoides, Castro propone que su crecimiento horizontal se desarrolla en dos etapas. Donde la primera ocurre cuando el IMZ está completamente contenido dentro de la geometría de trabajo, mientras que la segunda ocurre después de que el IMZ alcanza la superficie. En consecuencia, establece que el crecimiento de ambos casos se representa mediante la siguiente ecuación:

$$w(m) = w_0(1 - \beta e^{-m/m_1} - (1 - \beta)e^{-m/m_2}) \tag{2.10}$$

Donde w_0 es el ancho máximo después de que el IMZ alcanzó la superficie, β es una constante de ajuste (adimensional) y m_1 y m_2 son las masas que identifican las dos etapas en la expansión del ancho del IMZ.

El fenómeno descrito se puede apreciar en la Figura 11, donde se observa que el incremento del ancho de ambos elipsoides se desarrolla con mucha mayor velocidad durante los primeros instantes de extracción. Sin embargo, posteriormente, su tasa de crecimiento disminuye notablemente a medida que la extracción continúa.

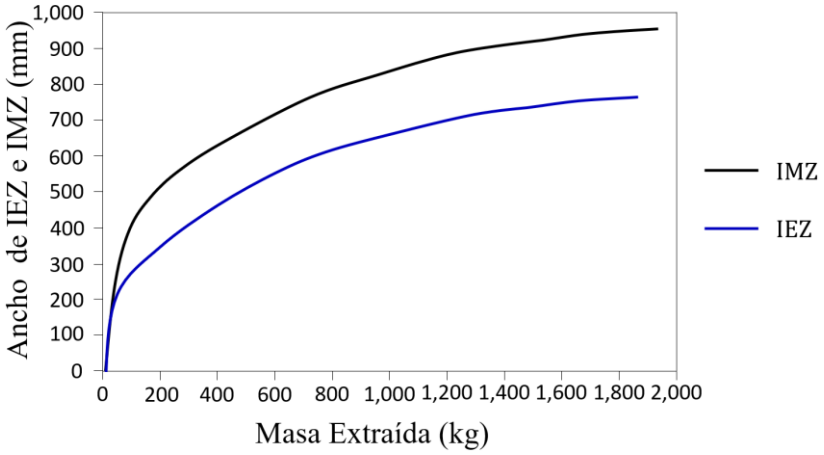

Figura 11: Ancho de IEZ e IMZ en función de masa extraída.

Melo, Vivanco y Fuentes. (2009)

Melo et al. presentan tanto modelos 2D como 3D para definir el crecimiento de la altura y ancho de ambos cuerpos geométricos. Haciendo énfasis en el aporte de los modelos de dilatancia y cinemáticos al considerar la alteración en la densidad del medio granular dentro de la zona de movimiento.

El fenómeno descrito se conoce como frente de dilatación, el cual resulta como consecuencia de la extracción del IEZ. Propagando ascendentemente un incremento en la porosidad del material ubicado en zonas superiores, lo que libera espacios vacíos que generan un desplazamiento de material en dirección descendente (ver Figura 12).

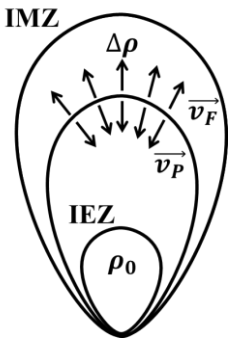

Figura 12: Representación de propagación de frente de dilatación y descenso de partículas por extracción de IEZ.

La relación entre la velocidad del frente de dilatación y la velocidad de descenso de partículas se describe como:

$$\overrightarrow{\mathrm{v_F}} = \frac{\rho}{\Delta\rho}\overrightarrow{\mathrm{v_P}} \tag{2.11}$$

Donde $\overrightarrow{\mathrm{v_F}}$ es la propagación del frente de dilatación, $\overrightarrow{\mathrm{v_P}}$ es la velocidad de las partículas, $\Delta\rho = \rho_0 - \rho$ es el cambio de densidad ocasionado por el desplazamiento de mineral, ρ_0 es la densidad fuera del IMZ y ρ es la densidad dentro del IMZ.

Las ecuaciones mediante las cuales representan la altura y ancho del IEZ son:

$$H_{IEZ\ (2D)} = \left[\frac{3S}{4\sqrt{\pi D_P}}\right]^{2/3}$$

$$H_{IEZ\ (3D)} = \left[\frac{V}{2\pi D_P}\right]^{1/2}$$

$$W_{IEZ\ (2D)} = 2\left(\frac{6D_P}{e}\right)^{1/2}\left[\frac{3S}{4\sqrt{\pi D_P}}\right]^{1/3} \tag{2.12}$$

$$W_{IEZ\ (3D)} = 2\left(\frac{8D_P}{e}\right)^{1/2}\left[\frac{V}{2\pi D_P}\right]^{1/4}$$

Donde D_p es el coeficiente de difusión del material, cuyo valor se asocia a 1/8 del diámetro medio de partícula, S corresponde al área extraída (caso 2D), e es el número de Euler y V representa al volumen extraído (caso 3D).

Por otro lado, las ecuaciones mediante las cuales representan la altura y ancho del IMZ son:

$$H_{IMZ\ (2D)} = \left(\frac{\rho}{\Delta\rho}\right)^{2/3}\left[\frac{3S}{4\sqrt{\pi D_P}}\right]^{2/3}$$

$$H_{IMZ\ (3D)} = \left(\frac{\rho}{\Delta\rho}\right)^{1/2}\left[\frac{V}{2\pi D_P}\right]^{1/2}$$

$$W_{IMZ\ (2D)} = 2\left(\frac{\rho}{\Delta\rho}\right)^{1/3}\left(\frac{6D_P}{e}\right)^{1/2}\left[\frac{3S}{4\sqrt{\pi D_P}}\right]^{1/3} \tag{2.13}$$

$$W_{IMZ\ (3D)} = 2\left(\frac{\rho}{\Delta\rho}\right)^{1/4}\left(\frac{8D_P}{e}\right)^{1/2}\left[\frac{V}{2\pi D_P}\right]^{1/4}$$

Jin, Sun, Wu y Gao. (2017)

Basándose en la teoría planteada por Fröström (1970), que propone que el ancho máximo del IEZ e IME se producen por encima de la mitad superior del cuerpo y adquiere la forma de una gota invertida, Jin et al. desarrolla pruebas de extracción aislada con el objetivo de confirmar tal proposición.

Utilizando como base una geometría 3D, cuya abertura fue situada en el centro inferior, Jin fue pesando la masa extraída y registrándola según su código de marcador con posición original conocida. Posteriormente, fue interpolando valores con el objetivo de determinar una relación entre la altura y ancho de la geometría que se estuviera desarrollando.

Al graficar las dimensiones medidas del IEZ en función de la masa extraída, Jin obtiene como resultado una relación entre altura, ancho y masa como la que se observa en la Figura 13. Donde, según lo que describe, puede verse claramente que la IEZ no posee una simetría longitudinal respecto al centro del cuerpo geométrico. Por lo cual, considera necesario plantear una ecuación que describa su forma de una manera más precisa. Siendo esta detallada en ANEXO A.

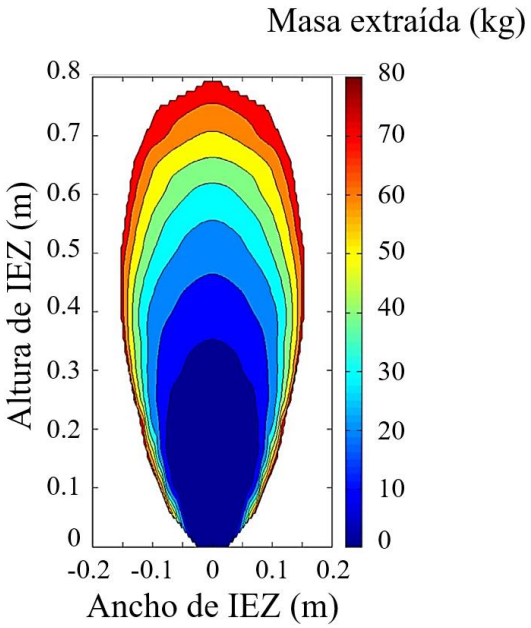

Figura 13: Sección vertical de IEZ en función de masa extraída (Jin et al., 2017).

Sánchez, Castro y Palma. (2019)

Dada la escasez de información respecto a la influencia del contenido de agua en flujos granulares, Sánchez et al. analiza el desarrollo del IEZ en función del porcentaje de humedad. Para esto, utiliza una serie de muestras, de material granular fino, cuyo porcentaje de humedad varió entre 0 y 8%. Los resultados obtenidos se observan en la Figura 14.

Al evaluar el desarrollo del IEZ en función de la masa extraída, observa que la altura de extracción aumenta con la masa para todos los ensayos en los que el contenido de humedad fue inferior al 6%. Para el 6%, la altura del IEZ alcanzó un máximo de 36,10 cm hasta que se colgó. Para una humedad del 8%, se extrajeron 4,17 kg de mineral antes de que ocurriera un arco cohesivo con una altura de 13,6 cm.

De manera similar que con la altura, el diámetro del IEZ aumenta con la masa extraída para todos los ensayos. Sin embargo, en este caso, la tasa de crecimiento depende del contenido de humedad presente. Para muestras con un contenido de humedad del 2% o superior, la zona de extracción aumenta rápidamente y alcanza un máximo. Para muestras secas, en cambio, la zona de extracción aumenta a una velocidad menor pero no parece alcanzar un máximo.

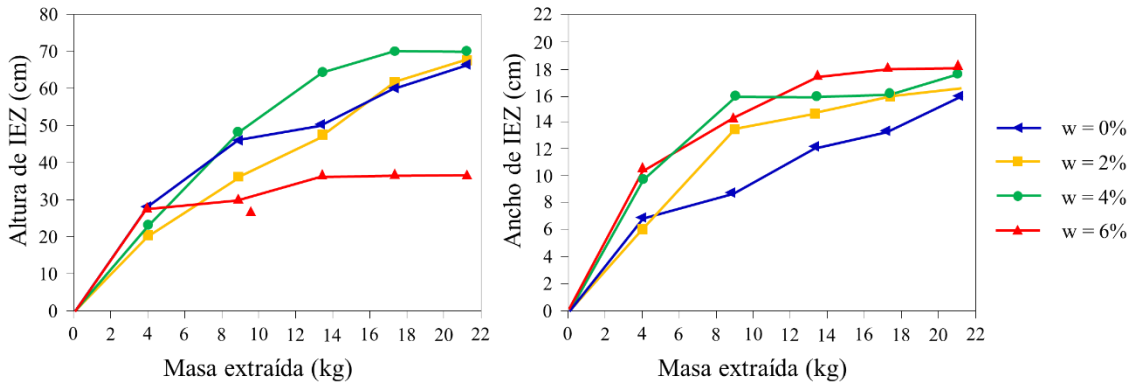

Figura 14: Altura (izquierda) y ancho (derecha) de IEZ en función de masa extraída, para diferentes porcentajes de humedad (Sanchez et al. 2019).

2.3.2 Interacción de flujos

En función del espaciamiento entre puntos de extracción, se establecerá el nivel de interacción entre sus respectivos flujos. Si los puntos están lo suficientemente cerca, como para que los flujos interactúen entre sí, se habla de un tiraje interactivo. En cambio, si los puntos están demasiado alejados se trata de un tiraje aislado (Kvapil, 2008).

Laubsher. (1994)

Laubsher desarrolla una de las primeras teorías respecto a las condiciones de interacción entre flujos granulares. Esto en base a los resultados observados en modelos de arena tridimensionales, donde propone que los puntos de extracción se pueden separar hasta 1,5 veces el ancho del IMZ para conseguir una extracción aislada. Para distancias menores, los IMZ se deberían traslapar y se debería producir un flujo interactivo. Lo cual tendría como consecuencias el desplazamiento del material ubicado entre los puntos de extracción.

Trueman, Castro y Halim. (2008)

Con el objetivo de comprobar esta teoría en material particulado de mayor tamaño, Trueman et al. realizan experimentos de flujo interactivo con grava. Observando que no se presentó interacción entre flujos separados a distancias de 1,2 veces el ancho de su IMZ, contrastando con lo propuesto por Laubsher. Estos fundamentan que las diferencias entre ambos casos se deben a la cargas verticales y horizontales inducidas en el material inmóvil entre los puntos de extracción. Explicando que las tensiones máximas percibidas en el modelo de arena fueron 1,9 veces la carga inicial, mientras que en el modelo de grava solo fueron de 1,3 veces. Lo cual, acompañado del menor esfuerzo requerido para producir cizallamiento en la arena, probablemente facilitó el colapso de una mayor cantidad de material entre los IMZ.

Vivanco, Watt y Melo. (2011)

Vivanco et al., proponen un modelo de plasticidad que representa la velocidad de propagación del IMZ en función del frente de dilatación del material almacenado (ver ANEXO A). Fundamentando que una extracción de material implica el desplazamiento de las partículas ubicadas en cotas superiores, generando que el índice de poros del medio granular se incremente. Lo que trae como consecuencia una alteración en la densidad del conjunto de partículas ubicadas dentro del IMZ.

Con el objetivo de evaluar diferentes grados de interacción en una **extracción simultánea**, Vivanco aplica este modelo para distanciamientos variables entre puntos de extracción. Con lo cual observa que, la evolución de cada IMZ se desarrolla como si fuera un tiraje aislado cuando las aberturas están muy separadas. Sin embargo, a medida que esta distancia decrece, se inicia una deformación por parte de cada flujo. Generando que la altura alcanzada por los IMZ aumenta a medida que la distancia entre las aberturas disminuye (ver Figura 15).

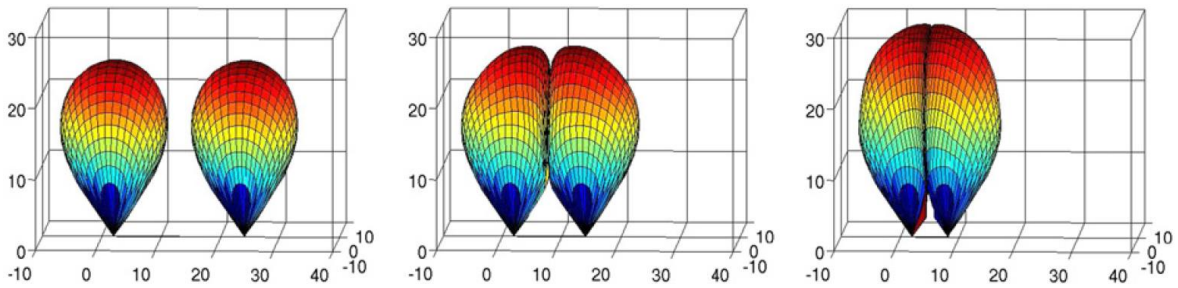

Figura 15: Interacción de IMZ's en función de distanciamiento. La unidad de medida de cada eje es en cm. (Vivanco et al. 2011)

Vivanco y Melo. (2013)

Con el objetivo de caracterizar la interacción entre flujos granulares alternados, Vivanco et al. desarrollan un modelo cinemático que pretende describir el desplazamiento del material contendido dentro del IMZ. Para esto, toman el supuesto de que se inicia la extracción desde una primera apertura "a", que posteriormente es cerrada e inicia la extracción desde una segunda apertura "b". Las ecuaciones planteadas permiten describir el flujo de las partículas tanto en el caso de sean afectadas tanto por uno o los dos flujos (ver ANEXO A).

Una vez definido el modelo cinemático, evalúan como se desarrollaría la interacción entre los IMZ en función de su distanciamiento. Esto lo hacen bajo el supuesto de que se desarrollan dos extracciones alternadas, donde la segunda remueve solo un 20% del total de la primera (ver Figura 16). Con lo que observan que, para las cantidades extraídas, las líneas de flujo sobre cada abertura no se ven alteradas salvo que la distancia entre los IMZ sea lo suficientemente pequeña para que estos interactúen.

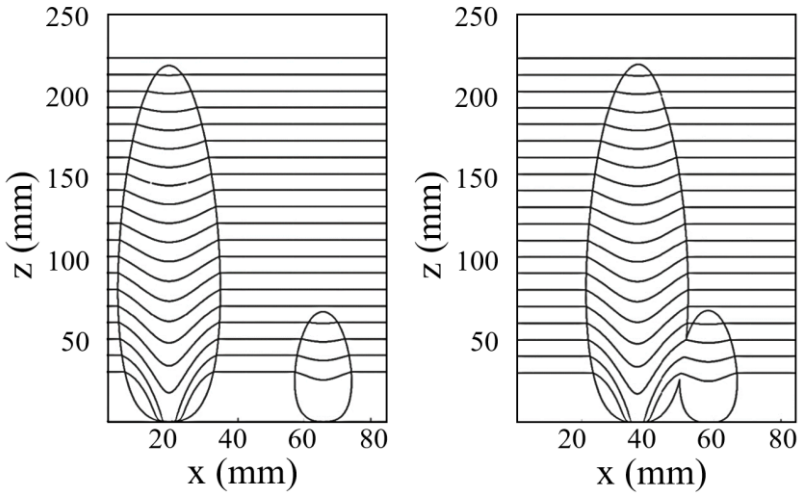

Figura 16:Interacción entre IMZ's en función de distanciamiento. Extracción derecha equivale a un 20% de la izquierda. (Vivanco et al., 2013)

En una nueva iteración, se incrementa la cantidad de material removido desde la segunda abertura. Incrementando su porcentaje de extracción hasta un 80%, respecto a la inicial. Con lo cual se observa que, en caso de que las IMZ interactúen, se evidencia una mayor distorsión

en las líneas de flujo asociadas a la primera extracción. Alterando la altura máxima de su respectivo IMZ (ver Figura 17).

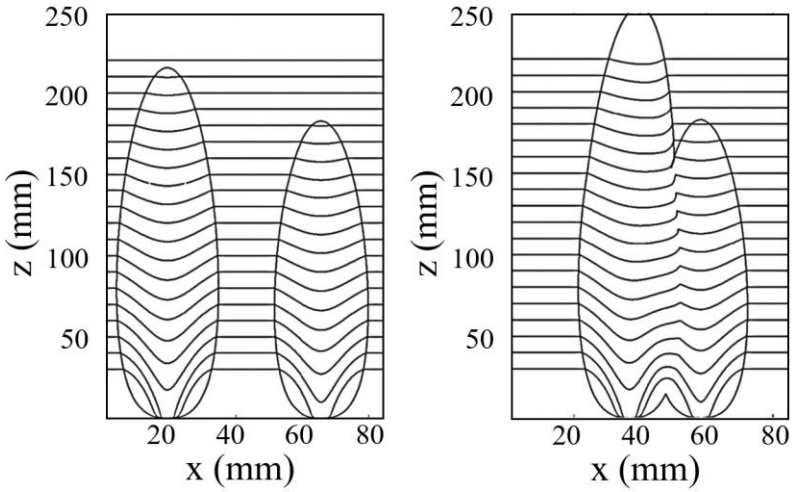

Figura 17: Interacción entre IMZ's en función de distanciamiento. Extracción derecha equivale a un 80% de la izquierda. (Vivanco et al., 2013)

Los efectos descritos pueden tener consecuencias negativas o positivas según el tipo de material afectado. Dado que la interacción entre los puntos de extracción vecinos podría contribuir negativamente al redistribuir una dilución inesperada cerca de los puntos de extracción operativos. O, por el contrario, esto podría ser beneficioso si es que la interacción reubica el mineral más cerca de los puntos de extracción activos.

Jin, Sun, Ma, Gao, Wu y Meng. (2016)

Jin et al. analizan las principales características del IEZ, a partir de experimentos de extracción física con un modelo 3D. A partir de esto, realizan un análisis de sensibilidad para variables como: tamaño de partícula, tamaño de abertura de punto de extracción y altura de columna. Frente a lo cual, concluyen que no tienen un efecto significativo en las dimensiones finales del IEZ.

Adicionalmente, utilizan herramientas DEM para evaluar el efecto del distanciamiento entre los puntos de extracción. Utilizando, en primera instancia, un sistema de extracción simultánea (ver Figura 18). Con el cual observan que para una distancia en la que no se produzca interacción entre IEZ's, cada uno de estos se desarrolla de manera independiente. En cambio, cuando esta distancia decrece, y por ende se produce interacción, se observa una distorsión en los costados de los IEZ's.

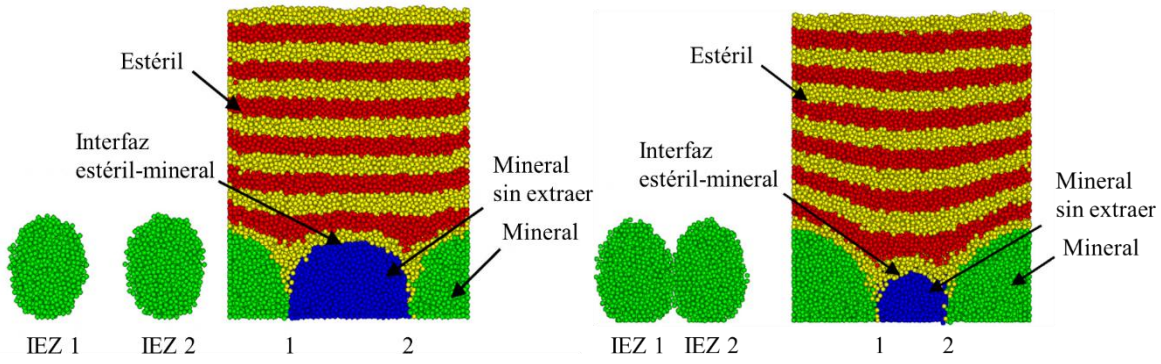

Figura 18: IEZ's formados por extracción simultánea, para distanciamientos entre aberturas de 12 cm (izquierda) y 16 cm (derecha) (Jin et al., 2016).

Posteriormente, simulan una secuencia de extracción alternada (ver Figura 19). Con la cual observan que, al igual que para una extracción simultánea, la evolución de cada IEZ no presenta alteraciones para distancias en que no se produzca interacción. Sin embargo, esto sí se evidencia cuando el distanciamiento entre los puntos decrece lo suficiente. Dado que se observa una clara deformación en el IEZ formado por la segunda extracción, el cual adquiere un volumen evidentemente menor respecto al primero.

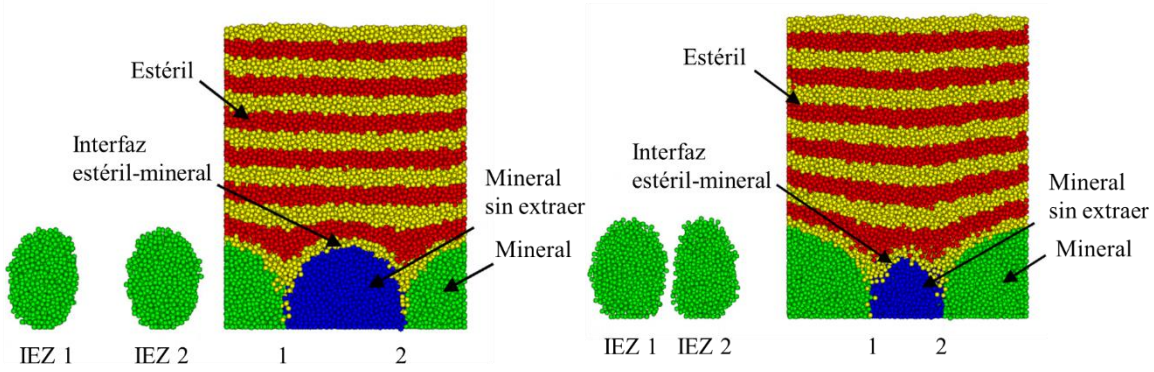

Figura 19: IEZ's formados por extracción alternada, para distanciamientos entre aberturas de 12 cm (izquierda) y 16 cm (derecha) (Jin et al., 2016).

Las conclusiones principales que los autores sostienen son:

- Independiente de si los minerales se removieron con extracción simultánea o alternada, la altura de la interfaz estéril-mineral es aproximadamente la misma cuando no hay interacción entre IEZ's. En cambio, cuando estos sí se interceptan, la altura de la interfaz es siempre menor que en el caso aislado.
- La secuencia de extracción simultánea implicó una menor cantidad de pérdidas de mineral que la secuencia alternada.
- El estudio de herramientas DEM puede remediar algunas de las deficiencias que poseen las pruebas físicas, como tiempos de experimentación extenuantes o dificultad de replicar condiciones entre diferentes testeos. Y, con la calibración adecuada, puede usarse como una herramienta eficaz para estudiar las características de flujo y los mecanismos de migración de minerales.

2.3.3 Colgaduras

Como ya se señaló en el punto 2.1.6, el porcentaje de humedad de una muestra tiene un impacto directo en la cohesión que esta exhiba. De esta forma, entre otras consecuencias, un mayor contenido de agua implica una mayor cohesión y, por ende, un flujo con menor movilidad. Dentro de los principales riesgos que esto implica, se encuentra la posible formación de colgaduras. Las cuales son arcos estables de rocas que obstruyen un punto de extracción, impidiendo el libre flujo gravitacional (Gómez, 2014). Según su naturaleza de formación, se pueden clasificar como arco continuo y arco mecánico.

Arco continuo

Son el resultado del incremento de la compresión de material cohesivo en la zona de concentración de esfuerzos y la relajación bajo el arco. El material se separa debido a los esfuerzos de corte de la zona inferior (Kvapil, 2008).

Arco mecánico

Formado por efecto del entrabamiento del material grueso en cualquier sector sobre el punto de extracción. Su ocurrencia es mucho más común que la del arco continuo. La altura de su parábola aumenta con un incremento de la inclinación de los muros de la batea (Kvapil, 2008).

En la Figura 20, se puede observar una ilustración que amplifica cada tipo de arco.

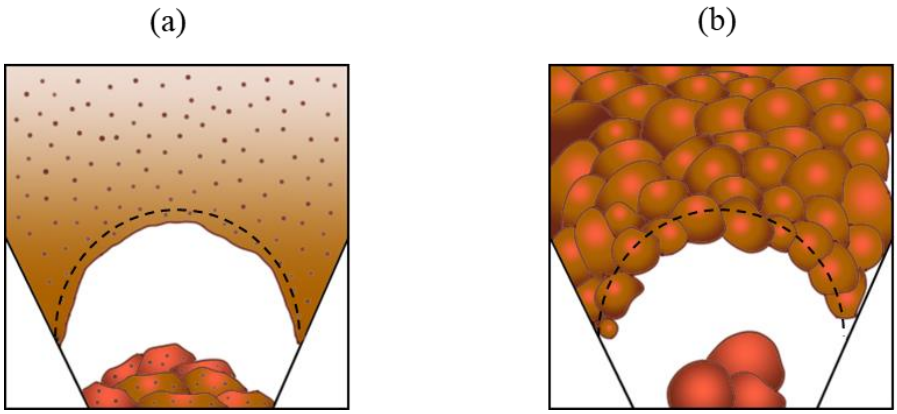

Figura 20: Arco continuo (a) y mecánico (b)

La ocurrencia de cualquiera de estos arcos afecta directamente la continuidad del flujo granular, lo que ralentiza los ritmos de producción y pone en riesgo la seguridad del personal de operación (Kvapil, 2008). Motivo por el cual, se han desarrollado investigaciones a escala que pretenden comprender y teorizar sobre los mecanismos de ocurrencia de este fenómeno.

Dentro de las documentaciones que se han publicado, se encuentran las experimentaciones lideradas por Castro (2014 y 2016). Quien, en conjunto con sus respectivos equipos de trabajo, desarrolló un detallado estudio respecto a cómo se ve afectada la frecuencia de colgadura en función de variables como: presión vertical, tamaño de partícula, estrategias de extracción y porcentaje de humedad.

Castro, Fuenzalida y Lund (2014)

En primera instancia, Castro et al. ejecutó pruebas de flujo bajo diferentes tensiones verticales (entre 2 y 12 MPa) y tamaños de partícula variables (entre 6 y 12 mm).

Dependiendo de la frecuencia de formación de colgaduras, definió cuatro tipos de flujo:

- Flujo libre: el material fluye libremente a través del punto de extracción sin interrupción.
- Flujo intermitente: el material fluye con interrupciones intermitentes debido a arcos formados por la compactación mecánica. Se rompen sin intervención manual.
- Flujo asistido: para que el material fluya, es necesaria la intervención manual para interrumpir los arcos mecánicos.
- Sin flujo: el material está completamente estancado, incluso cuando se perturba manualmente.

Bajo estos conceptos, y relacionando sus resultados con los publicados por Hustrulid (2005), Castro diseñó un gráfico de fluidez como el que se ilustra en la Figura 21. En este, ubica los diferentes estados de flujo de un suelo en función de su esfuerzo vertical (σ_v) y la razón entre su abertura de extracción y el tamaño de grano por debajo del 50% del material pasante (d_{50}).

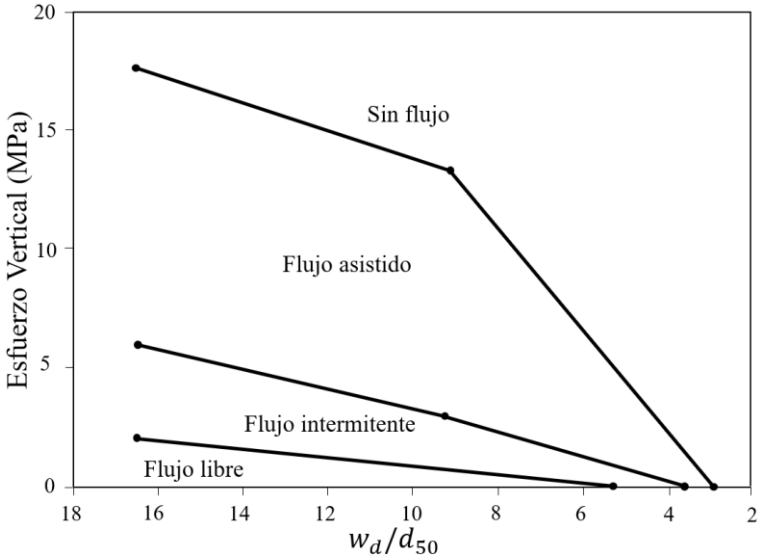

Figura 21:Clasificación de flujos según esfuerzo vertical y razón entre abertura de extracción y d_{50} (Castro et al., 2014).

Adicionalmente, en esta investigación, Castro concluye que las muestras con partículas de menor tamaño tienden a presentar una menor cantidad de eventos de colgaduras. Lo que expresa desarrollando una comparativa como la que se observa en la Figura 22. Donde se observa como este extrae mayores cantidades de material entre colgaduras con suelos con un menor d_{50}. La ecuación de esta curva se encuentra en el ANEXO A.

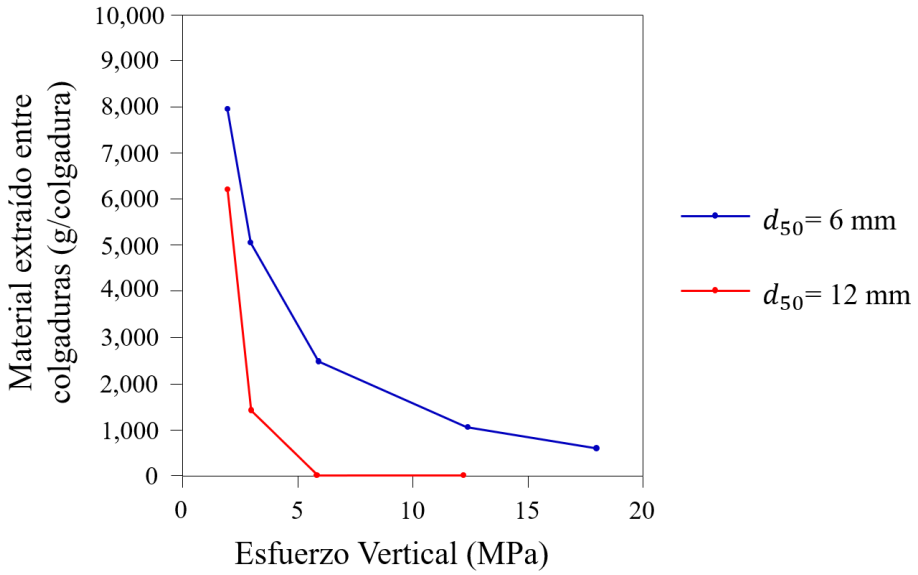

Figura 22: Frecuencia de colgadura en función de esfuerzo vertical, para valores de d_{50} = 6 y 12 mm (Castro et al., 2014).

Castro, Gómez y Hekmat (2016)

Posteriormente, en 2016, Castro et al. exhibe una nueva publicación donde incorporó nuevas variables para analizar su relación respecto a la formación de colgaduras. Lo cual implicó:

- Comparar diferentes mecanismos de extracción: sacando desde una y dos aberturas. Donde esta última se realiza manera alternada.
- Comparar muestras con diferentes contenidos de humedad: utilizando una muestra seca y otra con un 1.6 % de humedad.

Cabe detallar que, pese a las nuevas modificaciones, el análisis nuevamente lo realizó para diferentes casos de carga vertical, entre 0 y 3 MPa, y valores de d_{50}, entre 8.6 y 10.8 mm. Con el objetivo de diferenciar cada experimento, Castro desarrolla las siguientes etiquetas:

- 1D: Material seco extraído desde una abertura
- 1Dw: Material húmedo extraído desde una abertura.
- 2D: Material seco extraído desde dos aberturas.

Los resultados obtenidos se observan en la Figura 23. Donde se aprecia que al extraer desde dos aberturas se obtiene un flujo más continuo que al sacar material solo desde un punto de extracción. Además, observa que la muestra húmeda presenta una mayor cantidad de colgaduras que la muestra seca. Cuyo efecto es relacionado al aumento de la cohesión generada por las fuerzas capilares.

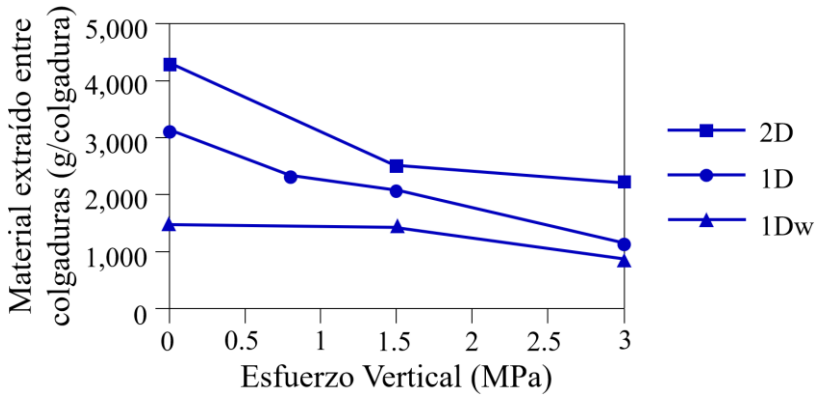

Figura 23: Frecuencia de colgadura en función de esfuerzo vertical, para d_{50} de 8,6 mm (Castro et al., 2016).

Al replicar el análisis anterior para un conjunto de partículas de mayor tamaño, se observa que el material extraído entre colgaduras disminuye notablemente (ver Figura 24). Dando a entender que un incremento en el tamaño de partículas conduce a una mayor probabilidad de formación de arcos mecánicos.

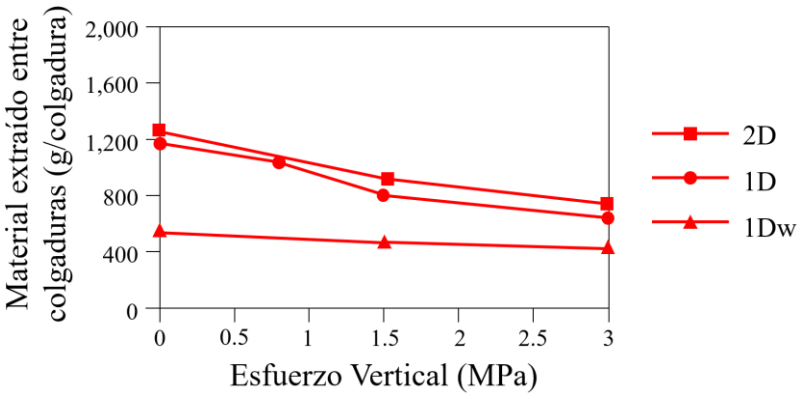

Figura 24: Frecuencia de colgadura en función de esfuerzo vertical, para un d_{50} de 10,8 mm (Castro et al., 2016).

2.4 BARRO

Definido como un conjunto de material granular fino con presencia de humedad (Kvapil, 1992). Este tiene el potencial de provocar una descarga repentina desde el punto de extracción, u otra excavación subterránea, en donde se encuentre contenido previamente (Samosir, 2008). Los elementos que deben estar presente para su formación son: material de granulometría fina, agua, una perturbación y un punto de descarga (Butcher, 2000).

Según la literatura estudiada, es posible clasificar un barro en función de su porcentaje de humedad (fluido o viscoso), según su mecanismo de ocurrencia (interno o externo) o según su grado de impacto (bombeo, escurrimiento o deslizamiento). El detalle de cada definición se encuentra adjunta en el ANEXO A.

Dado su nivel de criticidad, el evento de bombeo de barro es aquel que mayor interés ha despertado en la literatura de los últimos años. Esto, dado que es el fenómeno que requiere de mayor análisis experimental e investigaciones que aporten medidas para su control.

Cabe detallar que, dado que el presente trabajo de título se basa en un análisis con herramientas DEM, será imposible modelar un evento bombeo de barro (o similares). Dado que esto requeriría de un acople con un método de elementos continuos que pudieran simular el contenido de agua, lo cual se escapa de los alcances del proyecto. Sin embargo, se emularán diferentes contenidos de humedad mediante alteraciones en las fuerzas cohesivas.

3. METODOLOGÍA COMPUTACIONAL

3.1 CALIBRACIÓN DE PARÁMETROS FÍSICOS

Dentro de la interfaz de Rocky-DEM existe una gran cantidad de herramientas que, de definirse correctamente, podrían permitir analizar un medio granular desde prácticamente cualquier perspectiva física.

Con el objetivo de simular un flujo granular que actúa sobre un punto de extracción, se realizó un paso previo que consistió en definir los parámetros que harían que este represente a tres estados posibles: seco, cohesivo (en diferentes grados) y sobresaturado.

3.1.1 SUELO SECO

Gran parte de los parámetros configurados por defecto en Rocky-DEM asumen valores que representan un medio granular seco. Estas son tanto características propias de cada partícula (índices de dureza, elasticidad o densidades), así como propiedades físicas que definen su comportamiento al interactuar entre ellas o con otro elemento (coeficientes de fricción, restitución, entre otros). En la Tabla 2, se detalla la magnitud asignada a cada propiedad:

Tabla 2: Propiedades físicas definidas por Rocky-DEM para representar un suelo en estado seco.

Parámetro	Magnitud
Densidad de Partícula kg/m^3	2,667
Densidad Aparente kg/m^3	1,600
Módulo de Young N/m^2	10^8
Índice de Poisson	0.3
Coeficiente de Fricción Estático	0.7
Coeficiente de Fricción Dinámico	0.7
Índice de Tención Tangencial	1
Coeficiente de Restitución	0.3

Adicionalmente, a cada partícula se le asignó una resistencia a rodadura de 0.28. Cuyo valor, recomendado por el equipo de *"Engiereering Simulation and Scientific Software"*, limita la capacidad de rodar de las partículas y permite que estas se aglomeren en forma de pila al ser liberadas desde un punto fijo (ver ANEXO B).

3.1.2 SUELO COHESIVO

Se estableció un modelo físico capaz de capturar el fenómeno de adhesión que presentan los medios granulares al contener diferentes grados de cohesión. Para esto, se habilitó la función de *"Constant adhesive force model"*. Esta consiste en un modelo de fuerza constante, cuya magnitud depende de la fuerza de gravedad percibida por cada partícula presente en la simulación. Con la calibración adecuada, este modelo de fuerza adhesiva permite simular el comportamiento de materiales adhesivos que no exhiben efectos de consolidación por tensión, por ejemplo, cuando la adhesión se debe a fuerzas de un puente líquido.

La ecuación bajo la cual se rige este mecanismo de adhesión en la siguiente (ROCKY, 2020):

$$F_{n,\,adh} = \begin{cases} 0, & si\ D_{pp} \geq D_{crítica} \\ f_{adh} \min(m_1, m_2)\, g, & si\ D_{pp} < D_{crítica} \end{cases} \tag{3.1}$$

Donde:

- $F_{n,\,adh}$ es la fuerza normal adhesiva de contacto.
- D_{pp} es la distancia real entre partículas.
- m_1 y m_2 son la masa de las partículas en contacto.
- g es la aceleración de la gravedad.
- $D_{crítica}$ es la distancia mínima entre partículas para que se presente el fenómeno de atracción.
- f_{adh} es un parámetro adimensional denominado como fracción de fuerza adhesiva, con magnitud entre 0 y 1.

Por efectos de capacidad de procesamiento, el mínimo tamaño que se puede incorporar a la simulación es de 2 [mm]. Bajo este tamaño, se determinó que el valor de $D_{crítica}$ máximo a utilizar corresponde a 1.5 [mm]. Esto dado que para magnitudes mayores no se genera ningún tipo de flujo.

3.1.3 SUELO SOBRESATURADO

Finalmente, se establecieron las condiciones para modelar un suelo que, por contar con un exceso de agua, redujera drásticamente su resistencia al movimiento. De forma tal que este se asemejara a un barro que fuera capaz de escurrir libremente. Para esto, se definió un estado "sobresaturado" con una resistencia a la rodadura equivalente a cero (ver ANEXO B).

Adicionalmente, la fracción de fuerza adhesiva asociada a este estado se estableció nula. Impidiendo que desarrollara cualquier tipo de comportamiento cohesivo al interactuar con otras partículas. Esto se hizo con el objetivo de emular el fenómeno físico descrito en la Figura 4, donde se observa que, dado un porcentaje de humedad, el material granular reduce drásticamente su grado de cohesión hasta alcanzar un valor nulo.

Cabe detallar que, independiente de la configuración que se le asigne a este estado, será imposible modelar perfectamente un medio que represente altos contenidos de humedad. Dado que esto requiere de herramientas capaces de modelar elementos continuos, lo cual es imposible de recrear con herramientas DEM.

En la Figura 25, se puede apreciar la diferencia de consistencia entre los tres estados definidos. El caso cohesivo ilustrado es el asociado a un valor de f_{adh} equivalente a 1, siendo este, con diferencia, el estado de suelo con menor capacidad de flujo.

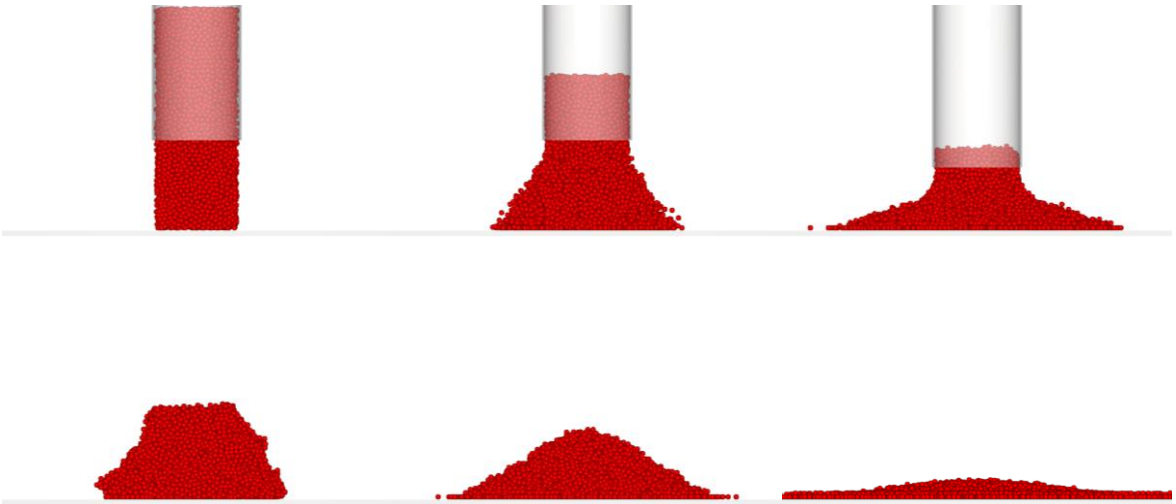

Figura 25: Estados de suelo: cohesivo (izquierda), seco (medio) y sobresaturado (derecha).

3.2 CALIBRACIÓN DE GEOMETRÍA DE TRABAJO

Una vez definidas las características que representan los diferentes estados de un medio granular, se procedió a confeccionar la geometría que permitiera analizar las principales características de cada flujo granulométrico.

3.2.1 VELOCIDAD DE DESCARGA

En primera instancia, se diseñó un modelo para cuantificar la variación en la velocidad de descarga en función del tamaño de abertura del punto de extracción y el grado de cohesión entre partículas. Esto con el objetivo de verificar que se produzca un efecto significativo en el flujo gravitacional y, de ser así, tener una primera noción sobre las condiciones bajo las cuales se obtenga un flujo continuo (sin colgaduras).

Como se observa en la Figura 26, esta geometría presenta cuatro aberturas diferentes y sus dimensiones van desde los 2 cm hasta los 3.5 cm. Esto implica un modelo con un ancho total de 23 cm, además de una altura y profundidad de 35 cm y 2 cm respectivamente.

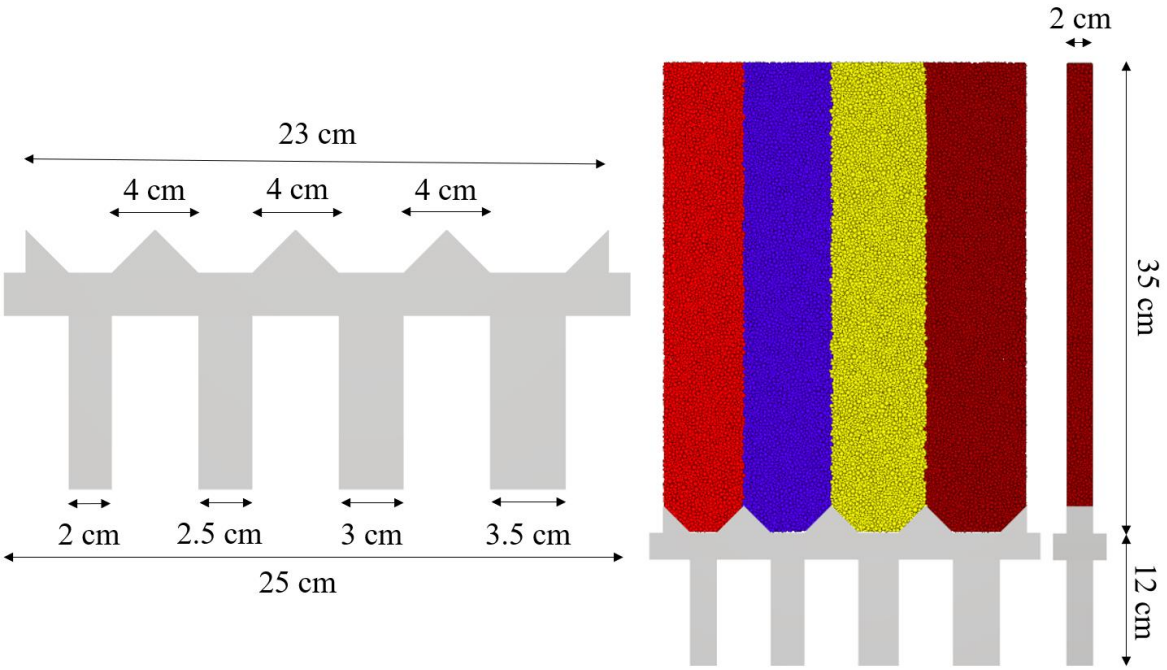

Figura 26: Modelo para análisis de velocidad de flujo en función de abertura de punto de extracción.

Con este modelo se realizaron seis simulaciones. Entre las cuales se evaluó la condición del flujo en estado seco, cohesivo (en diferentes grados) y sobresaturado. Cada caso se modeló con partículas esféricas de 3 mm de diámetro (ver Tabla 3).

Tabla 3: Velocidad de extracción en función de tamaño de abertura y grado de cohesión.

Punto	**Abertura cm**	**Velocidad de Extracción kg/s**					
		Seco	**Saturado**				**Sobresaturado**
		$f_{adh} = 0$	$f_{adh} = 0.25$	$f_{adh} = 0.5$	$f_{adh} = 0.75$	$f_{adh} = 1$	$\mathrm{RR} = 0$
1	2	0.12	0.12	0.09	-	-	0.17
2	2.5	0.20	0.18	0.17	0.13	-	0.25
3	3	0.26	0.26	0.23	0.21	0.17	0.34
4	3.5	0.34	0.33	0.31	0.29	0.24	0.43

Se observa que, efectivamente, el flujo granulométrico se ve alterado en función de su grado de cohesión y el tamaño de abertura.

Como era de esperarse, las condiciones de suelo que presentan mayor velocidad de extracción son en estado seco y sobresaturado (dada su mayor movilidad). Asimismo, esta velocidad disminuye a medida que crece la cohesión entre partículas.

Por otro lado, se evidencia un aumento en la velocidad de descarga a medida que la abertura de extracción se incrementa. Lo cual tiene sentido, considerando que esto implica un aumento en el caudal del flujo.

Se interpreta que, para flujos cohesivos con una gran cantidad de partículas de 3 mm de diámetro, se requerirá de aberturas iguales o superiores a 3 cm. En caso contrario, se producirá el efecto de colgadura y el flujo no será continuo.

3.2.2 EVALUACIÓN DE COLGADURAS Y CONDICIÓN DE FLUJO

Para concretar la selección del tamaño de partícula, se analizaron flujos granulares en diferentes condiciones de simulación. Esto, con el objetivo de conocer las condiciones de d_p y f_{adh} con mayor probabilidad de formación de colgadura. Para realizar esta caracterización, se utilizaron los valores detallados en las Tabla 4 y Tabla 5 respectivamente.

Tabla 4: Tamaños de partículas utilizados para determinar probabilidad de colgadura.

Tamaño de Partícula mm			
4.5	4	3.5	3

Tabla 5: Fracciones de fuerza adhesiva utilizadas para determinar probabilidad de colgadura.

Fracción Fuerza Adhesiva										
0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0

Estos valores se asignaron a medios granulares que fluyeron sobre diferentes geometrías, las cuales se fueron diseñando a medida que se requería extender el ancho de abertura para permitir el flujo de material. Finalmente, se diseñaron tres (ver Figura 27).

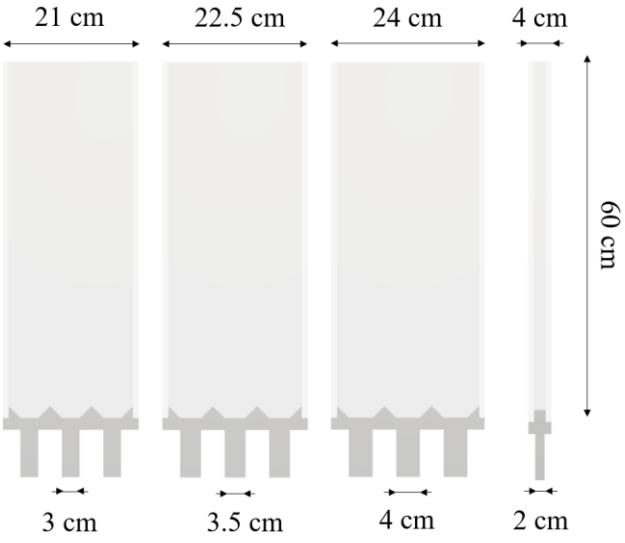

Figura 27: Geometrías para análisis de colgaduras.

3.3 FLUJO GRAVITACIONAL DESDE UN PUNTO DE EXTRACCIÓN

Una vez definido el tamaño de abertura, se procedió a analizar el flujo gravitacional desde un punto de extracción. Para esto, se desarrolló una serie de simulaciones donde únicamente se habilitó el flujo granular desde el punto central. Esto se hizo generando un "*Motion Frame*" sobre el paralelepípedo que bloqueaba el punto mencionado, asignando sobre este un desplazamiento vertical, en dirección $-\hat{y}$, con una velocidad de $0{,}1\ \mathrm{m/s}$.

Para visualizar el IEZ se utilizó la herramienta "*Divisions Tagging*", que permite categorizar un conjunto de elementos según la posición en que se encuentren en un determinado instante. Con esto fue posible diferenciar aquellas partículas que aún se encontraban contenidas dentro del modelo, respecto de aquellas que ya habían sido extraídas de este (ver Figura 28).

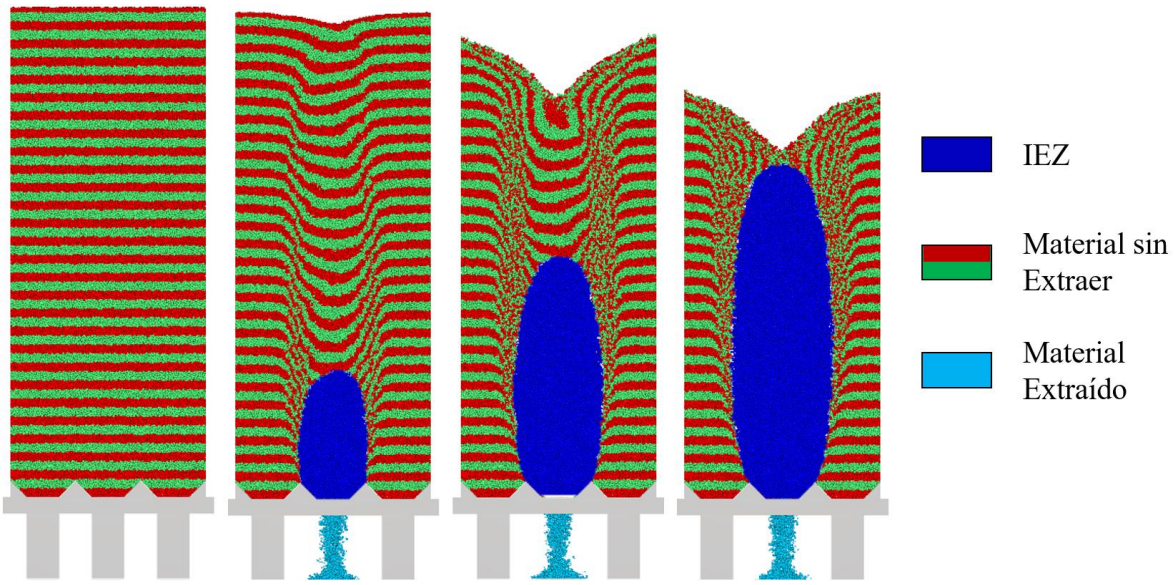

Figura 28: Modelo para análisis de flujo gravitacional desde un punto de extracción. Suelo seco.

Este proceso se ejecutó para un total de 12 simulaciones, las cuales representaron la condición flujo de un suelo es sus tres estados (seco, cohesivo y sobresaturado). De esta forma, se pudo analizar la evolución de la altura y ancho del elipsoide en función de la masa extraída y el grado de cohesión.

3.4 FLUJO GRAVITACIONAL DESDE DOS PUNTOS DE EXTRACCIÓN

La siguiente serie de simulaciones se realizaron en base a la extracción simultanea de material desde dos aberturas. Para lo cual se creó un "*Motion Frame*" con las mismas especificaciones de dirección y velocidad que para el caso anterior, salvo que ahora se configuró que esta orden aplicara a los dos paralelepípedos que bloqueaban los puntos de descarga. De esta forma, se consiguió que se desarrollaran dos tipos de extracción: simultánea y alternada.

3.4.1 EXTRACCIÓN SIMULTÁNEA

Para desarrollar la extracción simultánea, se indicó al software que ambas aberturas fueran liberadas en el mismo instante. Con lo cual se desarrollaron dos flujos paralelos. Este ejercicio se replicó para cinco geometrías con diferentes distanciamientos entre sus centros de abertura, lo que permitió estudiar el impacto de la separación entre puntos de extracción sobre el desarrollo de cada flujo (ver Figura 29).

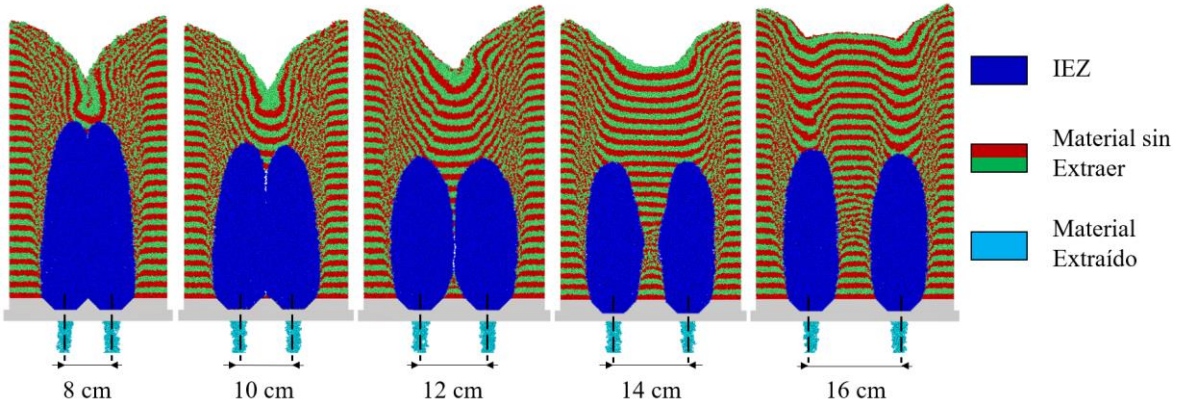

Figura 29: Modelos para análisis de flujo gravitacional desde dos puntos de extracción.

El interés de este análisis se centró en el desarrollo de cada EZ en función de la masa extraída. Adicionalmente, al igual que para el análisis desde un solo punto de extracción, se realizaron simulaciones que contemplaran los diferentes estados de saturación. De esta forma, con este modelo fue posible relacionar la interacción entre las zonas de extracción en función de su distanciamiento, estado de saturación y masa extraída.

3.4.2 EXTRACCIÓN ALTERNADA

Para desarrollar la extracción alternada, se indicó al software que liberara cada abertura durante un instante de tiempo diferente. Con lo cual se pudo observar la formación de dos IEZ's "independientes".

La primera IEZ se desarrolla hasta alcanzar una altura que se asemeje a la que limita la geometría. Para esto, se configuró que el punto de extracción estuviera liberado durante los primeros 5 segundos (ver Figura 30). El segundo flujo inició su desarrollo una vez que la primera abertura se inhabilitó, y continuó hasta finalizar la extracción (ver Figura 30).

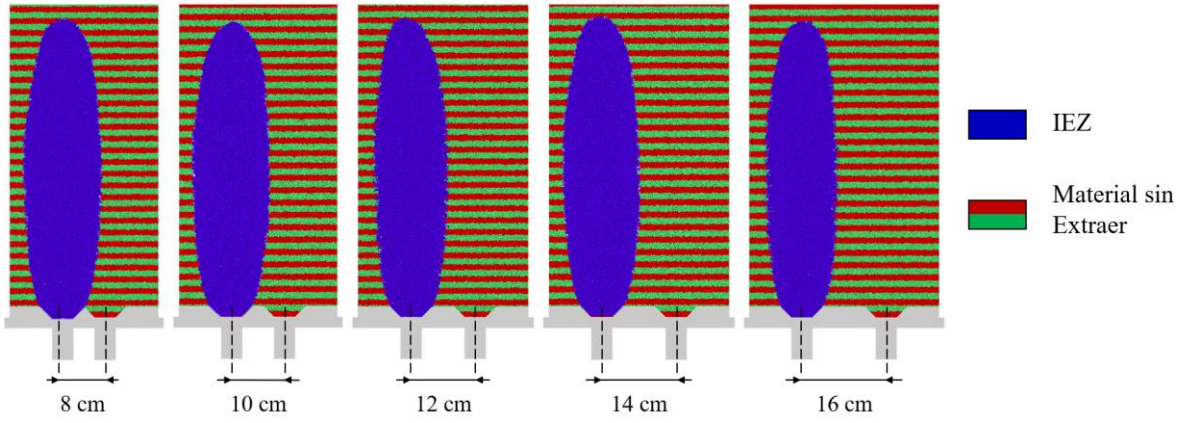

Figura 30:Primera IEZ obtenida de extracción alternada, para diferentes casos de distanciamiento entre aberturas.

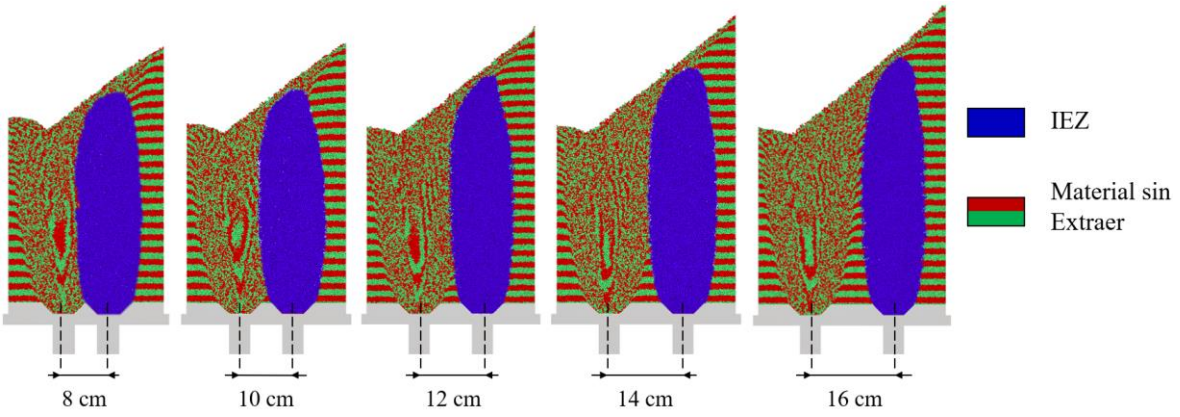

Figura 31: Segunda IEZ obtenida de extracción alternada, para diferentes casos de distanciamiento entre aberturas.

4. RESULTADOS Y ANÁLISIS

4.1 EVALUACIÓN DE COLGADURAS Y CONDICIÓN DE FLUJO

Tal como se indicó en el apartado 3.2.2, se simularon flujos gravitacionales, con variedad de tamaño de partículas y grados de cohesión, sobre puntos de extracción con diferentes tamaños de abertura. Esto con el objetivo de encontrar las condiciones bajo las cuales, eventualmente, se deberían desarrollar flujos granulares continuos y sin presencia de colgaduras. Como resultado se obtuvo lo indicado en la Tabla 6, donde se observaron 15 casos colgados.

Tabla 6: Estado final de flujo granulométrico para cada condición simulada.

Abertura (mm)	Tamaño de partícula (mm)	Fracción de fuerza										
		0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
30	3	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC
30	3.5	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	C
30	4	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	C	C
30	4.5	NC	NC	NC	C	NC	C	NC	NC	C	C	C
35	3.5	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC
35	4	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	C
35	4.5	NC	NC	NC	NC	NC	C	NC	C	C	C	C
40	3.5	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC
40	4	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC
40	4.5	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC	C

De estos datos se puede obtener que:

- 8 de los 15 de los eventos de colgadura están vinculados a la abertura de 3.0 cm. De los cuales 5 se presentaron con partículas de 4.5 mm de diámetro.
- Para la abertura de 3.5 cm, se presentaron 6 casos de colgadura (equivalente a un 40% de los casos totales). Al igual que en el caso anterior, la mayor parte de los casos fueron atribuidos a partículas cohesivas de 4.5 cm.
- Con la abertura de 4.0 cm únicamente se presentó un caso de colgadura. Siendo este el caso más extremo: 4.5 mm de diámetro y $f_{adh} = 1$.

Los resultados coinciden con lo obtenido en las investigaciones de Castro (2014 y 2016), donde este concluyó que al aumentar el tamaño de partícula y el grado de cohesión, esta última mediante la adhesión de humedad, se produce un aumento en la probabilidad de colgadura.

En consecuencia, se optó por utilizar modelos geométricos con una abertura de 4.0 mm. Sobre estos, se desarrollaron flujos gravitacionales con partículas con un rango de tamaño entre 2.0 mm a 4.5 mm. Cada caso fue puesto a prueba para diferentes grados de cohesión, cuya magnitud de fuerza adhesiva varió entre 0 y 1.

Los tamaños seleccionados fueron establecidos en función de la capacidad de procesamiento y la probabilidad de un flujo continuo que estos podían garantizar. Por otro lado, los porcentajes distribución se seleccionaron en función de lo publicado por Castro et al. (2017), cuando este realizó una caracterización geotécnica del material de agua-barro almacenado en un punto de extracción del sector Diablo Regimiento de Minera El Teniente. Como resultado, se tiene la distribución granulométrica indicada en la Tabla 7.

Tabla 7: Distribución de tamaño de partícula utilizado para modelar flujo granular.

Tamaño Modelo (mm)	Porcentaje Pasante (%)
4,5	100
4	94
3,5	74
3	40
2,5	19
2	13,5

Cabe destacar que, con el objetivo de complementar las investigaciones descritas en el capítulo 2.3, se realizó un análisis de sensibilidad en cada uno de los casos en que no se presentó colgadura. Para lo cual se estudió la formación de la IEZ y su desarrollo en función de: tamaño de abertura, diámetro de partícula y grado de cohesión. Adicionalmente, los resultados obtenidos se compararon con el modelo 2D propuesto por Melo en 2009 (ver Capítulo 2.3.1). El cual determina la altura y ancho de la IEZ en función del área extraída.

4.1.1 IEZ VS TAMAÑO DE ABERTURA

Con el objetivo de determinar la influencia del tamaño de abertura (w_d) en el desarrollo de la IEZ, se evaluó la evolución de su ancho y altura a medida que se extrajo material desde puntos de extracción con ancho variable (3, 3.5 y 4 cm). Esto, para flujos granulares no cohesivos y con un diámetro de partícula de 3.5 mm.

Según los resultados obtenidos, modificar el tamaño de abertura no produce un efecto significativo en el desarrollo de la IEZ. Esto se puede apreciar en la Figura 32, donde se observa que tanto la altura como el ancho de la zona de extracción presentan prácticamente la misma tasa de crecimiento en función del área extraída. Demostrando independencia respecto al tamaño de abertura. Este resultado coincide con lo propuesto por Castro et al. (2007), quien manifiesta la independencia del flujo granular respecto a esta variable.

Al comparar los resultados obtenidos con el modelo de Melo, se observa que ambos casos demuestran una tendencia bastante similar. Especialmente para la relación entre la altura y el área de extracción, la cual posee con una diferencia del 3.54% respecto a los datos teóricos. Para el caso del ancho del IEZ, en cambio, se observa una sobreestimación del modelo teórico respecto a los resultados obtenidos, lo cual se traduce en una diferencia del 8.85% respecto a los datos experimentales.

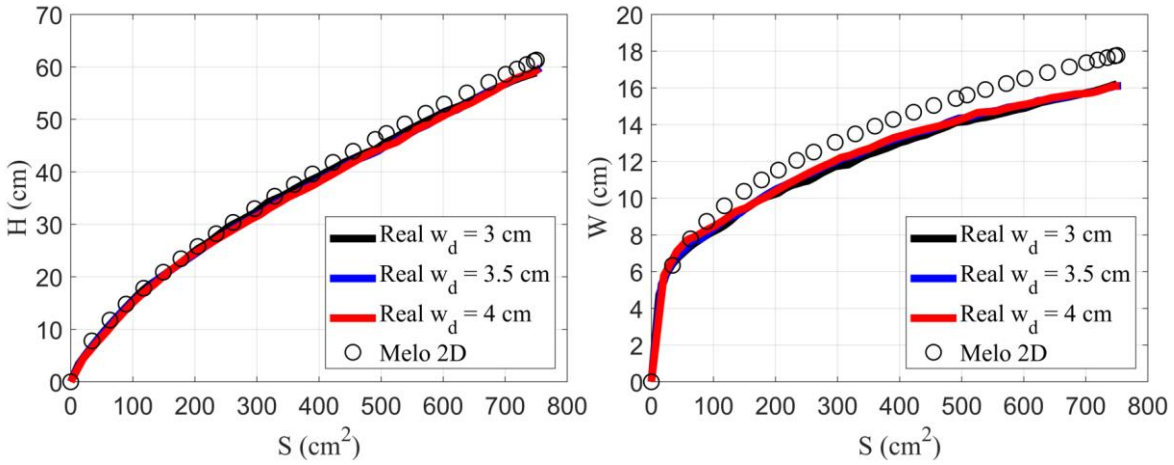

Figura 32: Relación de altura y ancho de IEZ vs área, para diferentes aberturas de extracción.

4.1.2 IEZ VS DIÁMETRO DE PARTÍCULA

Con el objetivo de evaluar la influencia del tamaño de partícula (d_P) en la formación del IEZ, se desarrollaron flujos granulares no cohesivos con diferente diámetro (3.5, 4 y 4.5 mm). Cada uno de estos fue liberado desde una abertura de 3.5 cm.

En la Figura 33, se observa la altura de la IEZ en base a lo planteado por Melo (2009) y según los resultados experimentales. La mayor diferencia percibida entre ambos casos, es respecto a la variación que ambos presentan en función del tamaño de partícula. Dado que, según Melo, la tasa de crecimiento vertical de la IEZ debería ser levemente mayor al disminuir d_p. Sin embargo, los resultados obtenidos dan a entender el tamaño de partícula tiene un efecto despreciable en el crecimiento de la IEZ.

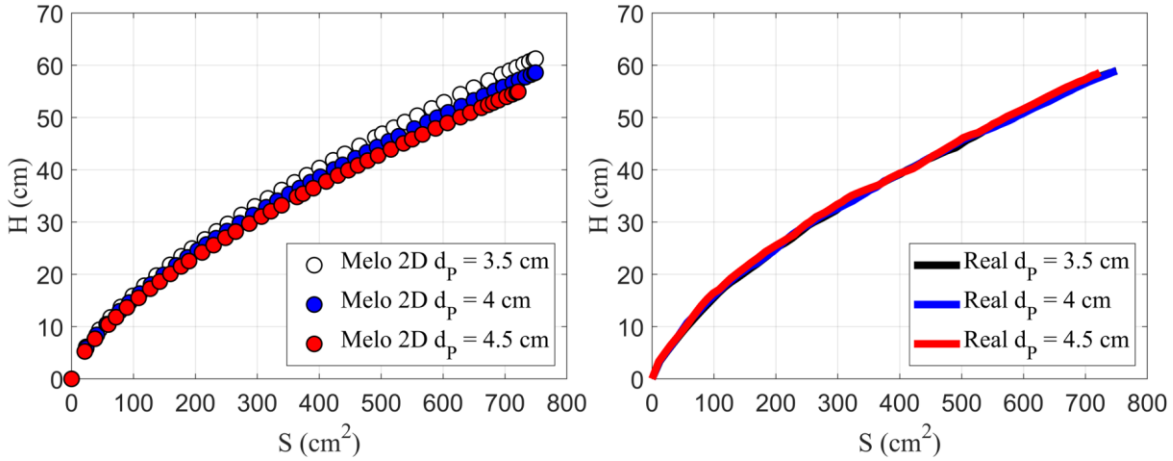

Figura 33: Relación de altura de IEZ vs área, para diferentes diámetros de partículas.

La mayor diferencia es para un d_p de 3.5 mm con un 4.69%. En segundo lugar, el d_p de 4.5 mm posee una diferencia del 4.34%. Y, finalmente, el d_P de 4 mm posee una diferencia mínima del 0.65% respecto a los valores teóricos.

Al evaluar el ancho de la IEZ en función del área extraída, se observa un resultado similar al caso de la altura. Dado que, al modificar el tamaño de partícula, no se aprecia la variación esperada según el modelo de Melo. Sin embargo, en este caso se observa una mayor diferencia al comparar los resultados experimentales con los teóricos. Lo cual se debe, al igual que en el punto anterior, a la sobreestimación respecto al ancho de la IEZ asociada al modelo de Melo.

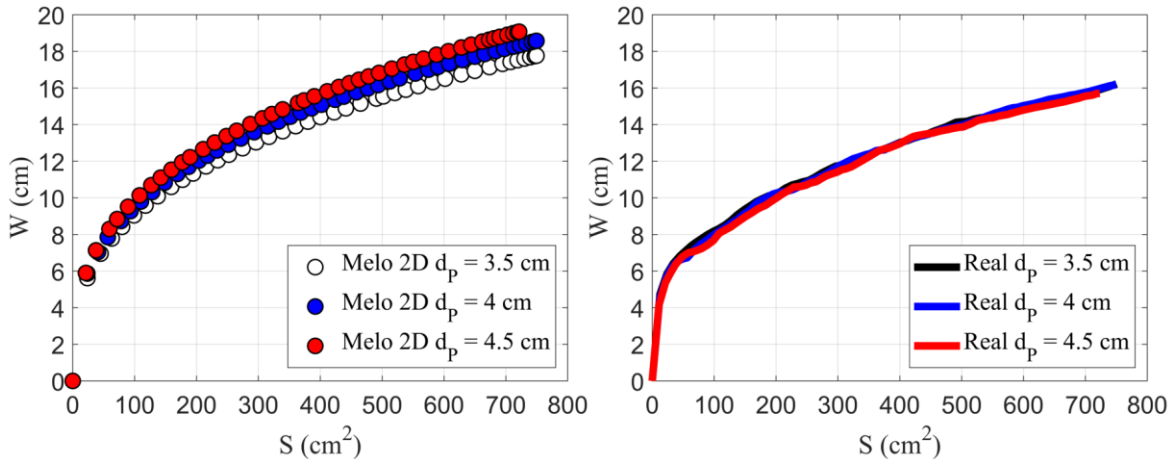

Figura 34: Relación de ancho de IEZ vs área, para diferentes diámetros de partículas.

La menor diferencia es para un d_p de 3.5 mm con un 7.71%. En segundo lugar, el d_p de 4 mm posee una diferencia del 11.51%. Y, finalmente, el d_P de 4.5 mm posee una diferencia máxima del 15.71% respecto a los valores teóricos.

En base a estos porcentajes, se puede interpretar que las mayores diferencias se encuentran asociadas a las partículas de mayor tamaño. Lo que se debe a que, según el modelo de Melo, a medida que aumenta el tamaño de partícula, la zona de extracción debería ser cada vez más ancha. Siendo este un fenómeno que no se presenta en los resultados experimentales, que mantienen un valor fijo, generando que la brecha entre ambos casos se incremente a medida que se evalúen partículas de mayor tamaño.

4.1.3 ELIPSOIDE DE EXTRACCIÓN VS GRADO DE COHESIÓN

Para analizar el efecto del grado de cohesión en la formación de la IEZ, se ejecutaron simulaciones donde, utilizando los valores descritos en la

Tabla 5, se alteró únicamente la magnitud de fuerza adhesiva entre las partículas. Por lo tanto, se realizó bajo condiciones donde su tamaño y el ancho de abertura se mantuvieron constantes.

Los resultados obtenidos se pueden observar en la Figura 35, donde se ilustra el efecto del grado de cohesión en la formación de la IEZ. Cabe detallar que se ilustran los resultados asociados a tamaños de partícula de 4 mm, dado que este fue el caso que mayor similitud obtuvo al ser comparado con los modelos de Melo.

Se observa que, al añadir cohesión a las partículas, se incrementa levemente la tasa de crecimiento vertical de la IEZ y disminuye su crecimiento horizontal. Siendo un fenómeno que no se ve reflejado en el modelo de Melo, el cual solo considera el área de extracción de la IEZ.

El efecto descrito podría tener un impacto directo en operaciones subterráneas que trabajen con técnicas de hundimiento, dado que esto alteraría los tonelajes totales a extraer propuestos durante el proceso de planificación. Asimismo, la distribución de bateas se vería alterada considerando que el ancho de los elipsoides de extracción cambiaría en función del grado de cohesión presente en el medio granular.

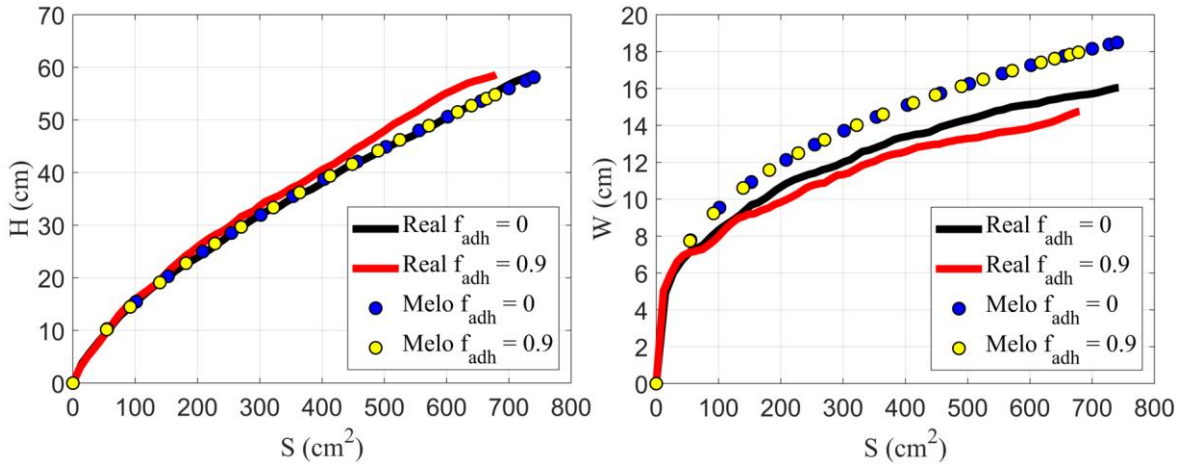

Figura 35: Relación de altura y ancho de IEZ vs área extraída, para diferentes grados de adhesión.

De las tres variables que fueron analizadas en este capítulo (abertura, diámetro de partícula y cohesión), se concluye que aquella que mayor influencia tiene respecto a la geometría final de la IEZ es efectivamente la cohesión presente en el medio granular.

En el ANEXO C,ANEXO A se encuentran adjuntos los resultados que no fueron ilustrados dentro de este análisis. Esto incorpora una serie de tablas en donde se observa la velocidad de extracción, masa de elipsoide, carga viva y carga muerta en función de las tres variables modificadas durante el proceso de simulación.

Las conclusiones a las que llevan las tablas son equivalentes a lo interpretado durante el análisis descrito en los puntos anteriores, obteniendo que:

- La velocidad de extracción decrece a medida que: aumenta el grado de cohesión, aumenta el tamaño de partículas y disminuye el ancho de abertura. Siendo esta última la variable que mayor influencia tiene respecto a la velocidad del flujo.
- La masa requerida para extraer la totalidad del elipsoide de extracción disminuye a medida que se incrementa el grado de cohesión. Mientras que el tamaño de partícula y el ancho de abertura son variables que no aparentan tener una influencia clara respecto a la masa total requerida para su extracción.
- El ancho máximo del elipsoide de extracción disminuye a medida que se incrementa el grado de cohesión. Por otro lado, no aparenta verse alterado en función del tamaño de partícula o el ancho de abertura.
- La carga viva disminuye a medida que el grado de cohesión y tamaño de partículas se incrementan. Por otro lado, esta únicamente presencia un incremento en función del tamaño de abertura dado que su alteración implicó modificar las dimensiones totales del modelo geométrico.
- De manera contraria al punto anterior, la carga muerta se incrementa a medida que aumentan el grado de cohesión y el tamaño de partículas.

4.2 FLUJO GRAVITACIONAL DESDE UN PUNTO DE EXTRACCIÓN

Tal como se indicó en el capítulo anterior, el grado de cohesión entre partículas resultó ser la variable estudiada que mayor influencia tuvo respecto a la formación de la IEZ. Por lo tanto, en el presente capítulo se pretende analizar su influencia dentro de un medio granular con una distribución granulométrica no homogénea. Asimismo, se realizará el análisis respecto al flujo de un suelo en estado seco y sobresaturado.

4.2.1 ALTURA DE IEZ

En el Gráfico 1, se ilustra como se ve alterada la relación entre la altura de la IEZ y el área extraída en función del estado de saturación del medio granular. El suelo "cohesivo" exhibido en el gráfico representa el mayor grado de adhesión entre partículas simulado ($f_{adh} = 1$), mientras que los estados "seco" y "sobresaturado" se configuraron según los parámetros descritos en los puntos 3.1.1 y 3.1.3 respectivamente. Adicionalmente, los resultados obtenidos son comparados a lo obtenido utilizando el modelo 2D de Melo.

Al incorporar una mayor variedad de partículas, se observa una menor diferencia entre la tasa de crecimiento de un suelo seco con uno cohesivo. Siendo ambos casos similares a la curva que representa el modelo de Melo. Por otro lado, el crecimiento vertical del suelo sobresaturado es evidente menor al resto. Lo cual da a entender que, cuando las partículas tienen un exceso de movilidad, su crecimiento vertical se ve más limitado.

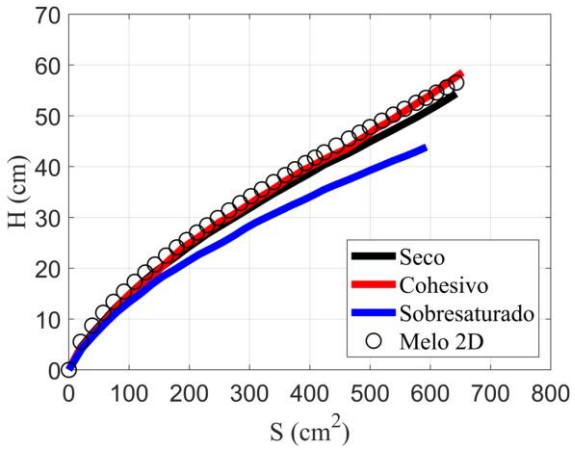

Gráfico 1: Altura de IEZ vs área extraída, para diferentes estados de saturación.

Otra manera de visualizar el efecto del estado de saturación del suelo respecto al desarrollo de la IEZ, es determinando la masa aproximada que se requirió en cada caso para que el elipsoide alcanzara una altura determinada. Para esto, en la Tabla 8, se presentan los datos asociados a la medición de la masa extraída en cada caso para alcanzar una altura de 50 cm.

Tabla 8: Masa requerida para extraer elipsoide con altura de 50 cm, para cada estado de saturación.

Estado de Saturación	**Masa Requerida kg**
Seco	1.41
Cohesivo ($f_{adh} = 0.1$)	1.40
Cohesivo ($f_{adh} = 0.2$)	1.39
Cohesivo ($f_{adh} = 0.3$)	1.39
Cohesivo ($f_{adh} = 0.4$)	1.33
Cohesivo ($f_{adh} = 0.5$)	1.33
Cohesivo ($f_{adh} = 0.6$)	1.31
Cohesivo ($f_{adh} = 0.7$)	1.31
Cohesivo ($f_{adh} = 0.8$)	1.32
Cohesivo ($f_{adh} = 0.9$)	1.27
Cohesivo ($f_{adh} = 1$)	1.29
Sobresaturado	2.05

Como ya se mencionó anteriormente, el caso sobresaturado es aquel que demuestra mayor dificultad para desarrollar el crecimiento vertical del elipsoide de extracción en función de la masa extraída. Lo que en la práctica podría significar que un exceso de humedad, además de implicar un riesgo como potencial generador de un bombeo de agua-barro, podría condicionar a que se presenten diferencias importantes respecto a la altura de columna real extraída versus a la esperada.

El caso que simula ser un suelo seco requiere de un 31% menos de material que un suelo sobresaturado para alcanzar una altura equivalente. Sin embargo, necesita que se extraiga una mayor cantidad de masa que para cualquier caso que incluya cohesión entre sus partículas. Dando a entender que, en función del porcentaje de agua presente, un suelo puede aumentar o disminuir su capacidad de flujo vertical y, por lo tanto, modificar la forma del tiraje bajo el cual este se desarrolla.

4.2.2 ANCHO DE ELIPSOIDE DE EXTRACCIÓN

Para el presente análisis se tomaron los mismos casos ilustrados en el Gráfico 1, salvo que ahora la toma de datos se centró en el ancho máximo alcanzado por las IEZ's asociadas a cada estado de saturación (ver Gráfico 2).

Los resultados indican que el flujo gravitacional de un suelo sobresaturado tiende a formar elipsoides de extracción cuyo ancho alcanza valores de hasta casi 20 cm. Lo que lo convierte en el estado de saturación que presenta mayor propagación horizontal. Un suelo seco, por su parte, se encuentra en un punto intermedio, en el que su IEZ se extiende hasta valores que por poco superan los 15 cm. Y, finalmente, un suelo cohesivo presenta mayores dificultades para propagarse en esta dirección y el ancho máximo de su elipsoide de extracción redondea los 14 cm.

Al comparar los resultados obtenidos con el modelo propuesto por Melo, se observa que, si bien este sobreestima el ancho alcanzado por la IEZ para suelos cohesivos y secos, el caso sobresaturado se expande horizontalmente con un crecimiento claramente mayor. Dando a entender que un altísimo incremento en la movilidad de las partículas, a causa de un exceso de agua, podría generar una extensión en el ancho de la zona de extracción que no se podría cuantificar bajo este modelo.

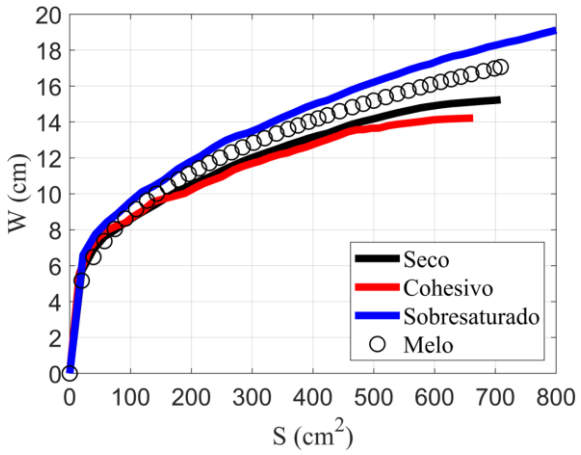

Gráfico 2: Ancho de IEZ vs masa extraída, para diferentes estados de saturación.

En la Tabla 9, se detalla el ancho máximo alcanzado para cada uno de los casos simulados. Además de lo ya descrito en el párrafo anterior, en esta se observa que, dentro de un estado cohesivo, la extensión horizontal del elipsoide de extracción tiende a disminuir a medida que se incrementa la fracción de fuerza adhesiva entre las partículas.

Los resultados permiten concluir que las condiciones de saturación pueden afectar las dimensiones del IEZ durante su etapa final y desarrollo. Además, el efecto se exhibe principalmente influyente en casos donde la movilidad de las partículas se ve fuertemente incrementada por un exceso de humedad.

Tabla 9: Ancho Máximo alcanzada por IEZ, para cada estado de saturación.

Estado de Saturación	**Ancho Máximo cm**
Seco	15.35
Cohesivo ($f_{adh} = 0.1$)	15.32
Cohesivo ($f_{adh} = 0.2$)	15.41
Cohesivo ($f_{adh} = 0.3$)	14.99
Cohesivo ($f_{adh} = 0.4$)	15.04
Cohesivo ($f_{adh} = 0.5$)	14.86
Cohesivo ($f_{adh} = 0.6$)	14.78
Cohesivo ($f_{adh} = 0.7$)	14.70
Cohesivo ($f_{adh} = 0.8$)	14.58
Cohesivo ($f_{adh} = 0.9$)	14.45
Cohesivo ($f_{adh} = 1$)	14.41
Sobresaturado	20.09

4.2.3 VOLUMEN DE IEZ

Considerando las ecuaciones de Melo exhibidas en el Capítulo 2.3.1, es posible hacer una conversión de unidades que permita visualizar como sería la evolución de la IEZ en 3 dimensiones. Para esto, se establece una igualdad entre las ecuaciones 2D y 3D propuestas por Melo (ver ANEXO C). De esta forma, se obtiene el volumen que, bajo esta lógica, tendría la zona de extracción.

El resultado obtenido se observa en la Figura 36, donde se aprecia que la altura de cada estado de saturación inicia con un crecimiento exponencial y, posteriormente, finaliza con una tasa de crecimiento lineal. En el caso del ancho, este tiende a converger, para los casos seco y cohesivo, hacia un valor dado en función de su grado de saturación. Lo cual se coincide con lo descrito por Castro (2007) en el Capítulo 2.3.1.

Se observa que el suelo que más se asimila a lo propuesto por Melo es el estado seco, mientras que el cohesivo finaliza con una pendiente de crecimiento un tanto diferente. Por otro lado, el suelo sobresaturado se mantiene bajo una tasa de crecimiento que se diferencia notablemente del resto de los casos. Siendo este último el único estado de saturación que no aparenta haber finalizado su extensión horizontal dentro de la toma de datos realizada.

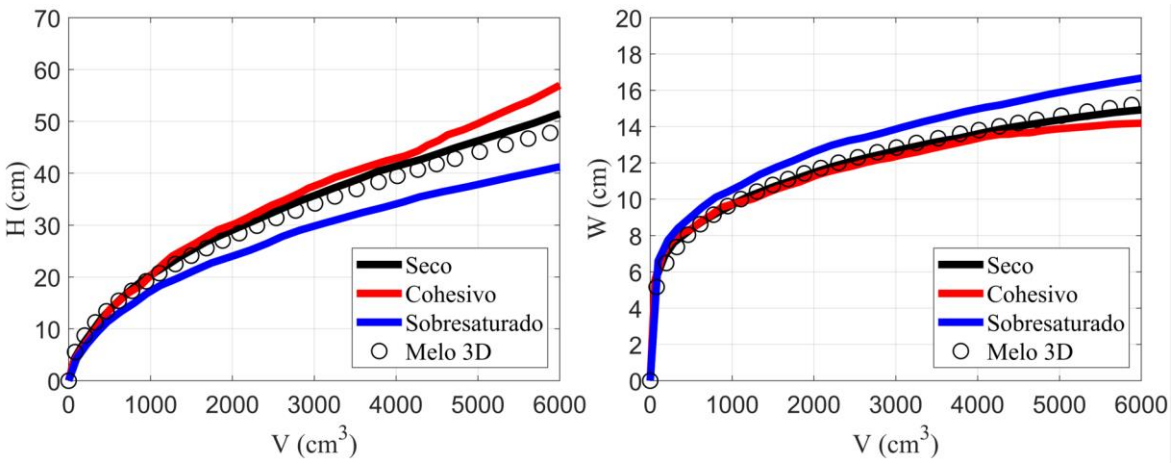

Figura 36: Altura de IEZ vs volumen extraído, para diferentes estados de saturación.

4.2.4 MASA DE IEZ

Utilizando como base el volumen obtenido a partir de las ecuaciones de Melo et al. (2009), se procede a determinar la masa de la IEZ en función de la densidad aparente del material contenido dentro de esta. Considerando que los casos cohesivos y sobresaturado representan porcentajes de humedad desconocidos, cuya presencia alteraría la densidad aparente del suelo, el análisis se limitará únicamente al del suelo en estado seco. Además, únicamente se evaluará la relación entre la altura de la IEZ y la masa extraída. Esto, dado que para determinar el ancho de la zona de extracción se requiere de una toma de mediciones respecto al desarrollo de la IMZ. Lo cual se escapa del análisis del presente trabajo de título.

La densidad aparente es entregada por el software Rocky y tiene un valor de 1.667 ton/m^3. Al multiplicar este valor por el volumen ilustrado en la Figura 36, se obtiene la masa hipotética que tendría la IEZ en un espacio 3D. Graficando la altura de la zona de extracción respecto a la masa calculada, se obtiene la relación exhibida en el Gráfico 3.

Los resultados obtenidos se comparan con el modelo propuesto por Castro et al. en 2007. Donde, se observa que la mayor diferencia entre los resultados experimentales y el modelo teórico se presentan durante el inicio del crecimiento de la IEZ. Sin embargo, ambas curvas se ajustan bastante bien una vez que representan la tasa de crecimiento lineal de la zona de extracción. La diferencia porcentual entre ambas curvas es de un 9.42%.

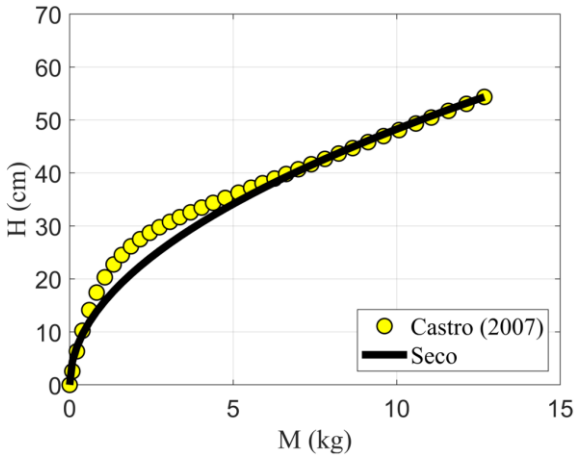

Gráfico 3: Altura de IEZ vs masa extraída. Se comparan resultados experimentales con modelos de Melo (2009) y Castro (2007).

4.3 FLUJO GRAVITACIONAL DESDE DOS PUNTOS DE EXTRACCIÓN

El presente análisis, a diferencia del punto 4.2, se realiza en base a un flujo gravitacional que es liberado desde dos puntos de extracción. Para lo cual, se utilizaron los modelos ilustrados en la Figura 29. Esto con el objetivo se analizar los efectos producidos por de la convergencia entre flujos, así como su variación en función de la distancia entre sus zonas de liberación.

Se desarrolló una serie de simulaciones que permiten estudiar la interacción entre IEZ's a partir de dos tipos de secuencias de extracción: simultánea y alternada.

4.3.1 EXTRACCIÓN SIMULTÁNEA

Para desarrollar este tipo de flujo, se liberó material desde dos puntos de extracción de manera simultánea. De forma tal que fuera posible observar la formación e interacción entre dos EZ's "similares", en función de la masa extraída por cada uno.

En primera instancia, este ejercicio se realizó para un material en estado seco. El comportamiento exhibido por este se presenta en la Figura 37, donde se observa la diferencia entre el crecimiento de cada par de EZ's en función de su masa extraída. Como se puede apreciar, una mayor aproximación entre las EZ's genera que, para una misma cantidad de masa, estos presenten un mayor crecimiento vertical. Asimismo, se observa que previo al contacto entre estos existe una zona de transición (caso de separación de 14 cm). Cuyo efecto se hace menos perceptible a medida que la distancia entre los elipsoides se incrementa.

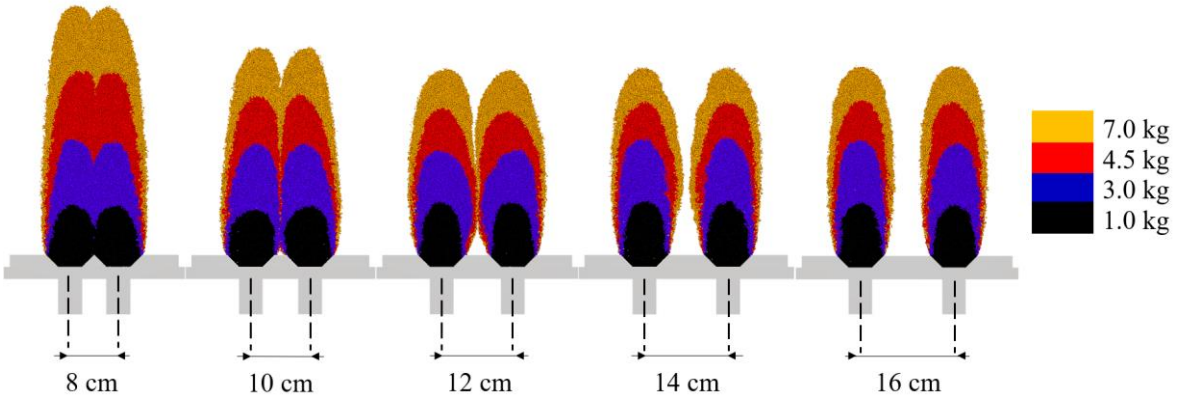

Figura 37: Interacción entre elipsoides de extracción, para diferentes casos de distanciamiento entre aberturas.

Altura de IEZ vs volumen extraído

En el Gráfico 4, se ilustra el crecimiento de cada par de EZ's en función de la distancia entre sus centros de abertura. En este se observa que el mayor índice de crecimiento es para el caso donde la separación entre aberturas es de 8 cm, mientras que el efecto disminuye gradualmente a medida que esta distancia aumenta. Esto, hasta un punto en el que la tasa de crecimiento de cada flujo se asemeja a la de uno aislado (incluido el modelo de Melo).

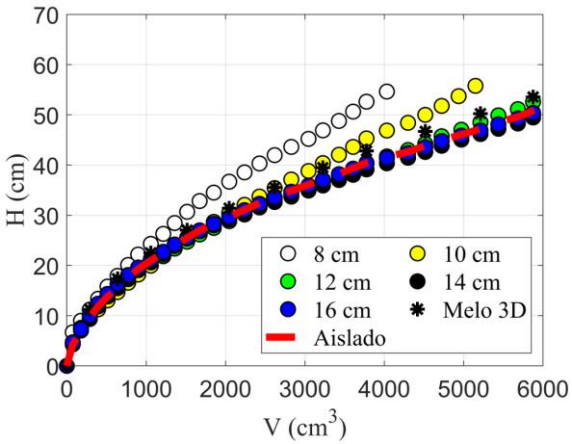

Gráfico 4: Altura de EZ vs masa extraída, para diferentes casos de separación entre centros de abertura.

Sobre este efecto, también hay que tener en cuenta el impacto que podría generar el estado de saturación del medio granular presente en cada flujo. Dado que esto podría incrementar, o disminuir, el crecimiento del elipsoide de extracción en función de la masa extraída, tal como ocurrió en el capítulo 4.1.3. Considerando que este análisis ya se realizó en capítulos previos, únicamente se adjuntan los resultados descritos en el **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**.

Con los resultados obtenidos hasta el momento, se puede interpretar que una alteración en la distancia entre los centros de abertura tiene un impacto en el desarrollo de los elipsoides de extracción. Coincidiendo con lo propuesto por Vivanco et al. (2011) y Jin et al. (2016), quienes, en sus respectivas publicaciones, manifestaron que la interacción entre zonas de flujo implicaba un aumento en su crecimiento vertical. Lo cual generaba que este fuera más acelerado cuando la distancia entre aberturas fuera inferior al ancho máximo de la IMZ.

Altura de interacción entre EZ's

En la Figura 38, se observa la masa y altura requerida para que se produzca una interacción entre dos IEZ's en función de la distancia que los separe. Como se puede apreciar, no se incluye el caso asociado a una separación de 16 cm. Esto dado que, en este último, el par de elipsoides asociados no interactúan en ningún momento.

A medida que la distancia entre elipsoides se incrementa, se requiere extraer una mayor cantidad de masa para que se produzca su interacción. Además, esta cantidad aumenta, levemente, a medida que también lo hace el grado de cohesión entre partículas. Por otro lado, un suelo sobresaturado requiere de menos material para que los elipsoides asociados a su flujo interactúen.

Respecto a la altura requerida para que se produzca interacción, se observa un efecto bastante similar a lo ocurrido con la masa. Dado que a medida que aumenta la distancia entre aberturas, se requiere de una mayor altura de los elipsoides para que estos converjan. Sin embargo, a diferencia del punto anterior, se exhibe una mayor diferencia al comparar la altura requerida en función de los estados de saturación. Más aún para el caso sobresaturado, cuya diferencia de altura respecto al resto se incrementa a medida que también lo hace la distancia entre aberturas.

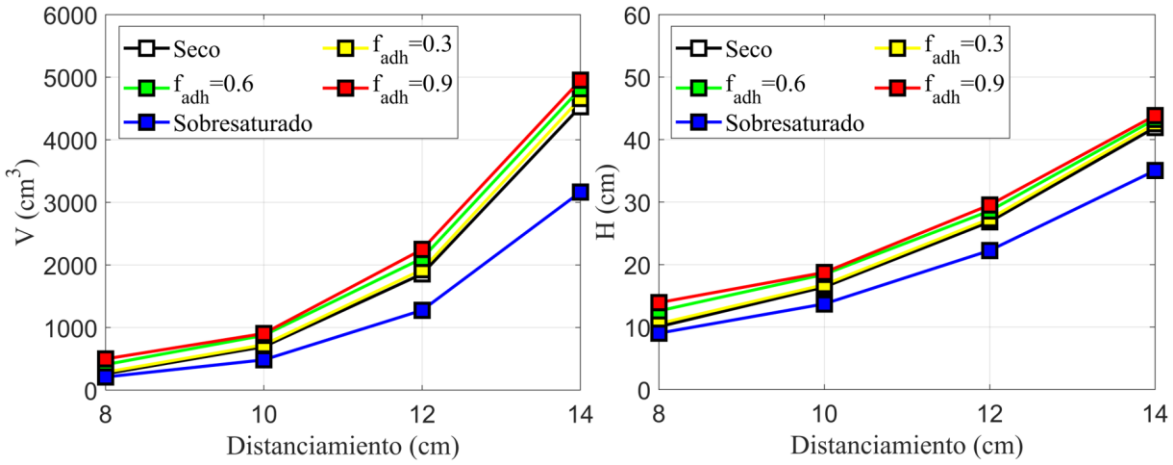

Figura 38:Masa y altura requerida por cada EZ para que se produzca su interacción, para diferentes estados de saturación y grados de cohesión.

4.3.2 EXTRACCIÓN ALTERNADA

Para desarrollar un flujo alternado, se realizó una extracción donde la liberación de material se ejecutó en dos instantes diferentes. La primera se realizó desde el segundo 0, y continuó hasta que la zona de extracción alcanzara, aproximadamente, la altura límite establecida por el modelo. Una vez que esto último ocurrió, el punto fue nuevamente cerrado y se procedió con la extracción del siguiente. A diferencia del primer caso, el flujo del segundo punto se mantuvo continuo hasta que la extracción se desarrollara de manera completa.

Dado que ambos IEZ´s se desarrollan en intervalos de tiempo diferentes, no existe una interacción directa entre ambos. Sin embargo, como se puede observar en la Figura 39, el desarrollar una extracción previa sí implica consecuencias en las características finales de un nuevo flujo gravitacional. Esto, dado el desplazamiento de material originado por la zona de movimiento asociada a la primera extracción (Vivanco et al., 2013).

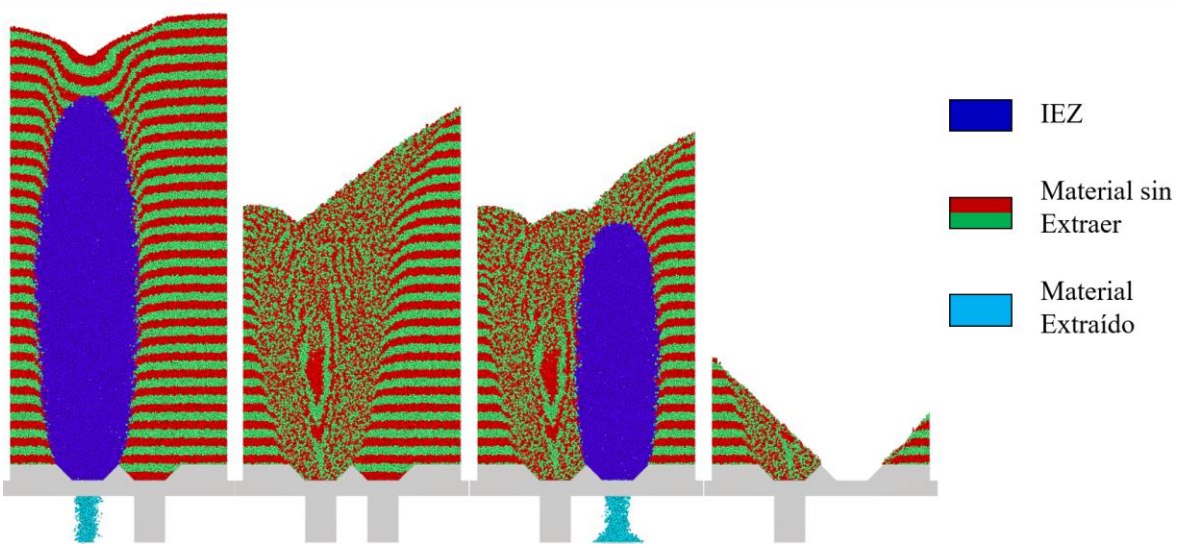

Figura 39:Desarrollo de flujo gravitacional alternado.

Con el objetivo de caracterizar el impacto de una extracción previa sobre un nuevo flujo granular, el principal aspecto a evaluar en esta serie de simulaciones fue la cantidad de material que, por efecto de su desplazamiento, no pudo ser liberado desde su respectivo punto de extracción.

Como se puede observar en la Figura 40, el estado de saturación del suelo juega un rol importante respecto al desplazamiento de las partículas que no son extraídas durante el primer flujo. Se aprecia que los flujos seco y sobresaturado desarrollan una propagación de material mucho más fluida que el material cohesivo, lo que también se ve traducido en el ángulo de subsidencia exhibido en cada caso.

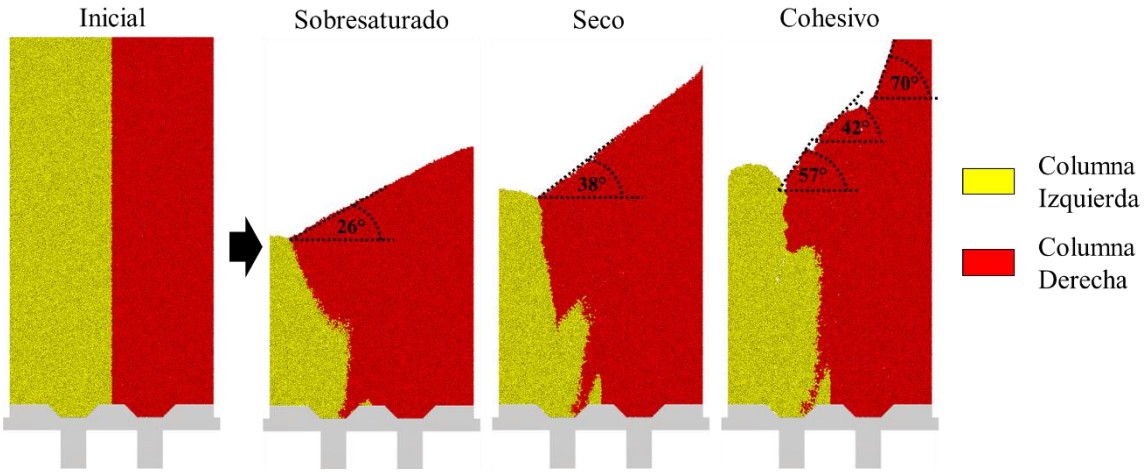

Figura 40: Estado de flujo al finalizar la primera etapa de extracción, para diferentes estados de saturación.

Si la subsidencia desarrollada por el medio granular adquiere un comportamiento como el de los casos seco y sobresaturado, sería relativamente sencillo predecir la altura máxima de columna alcanzada por una segunda extracción. Ya que bastaría con establecer una relación lineal entre la distancia horizontal y la pendiente exhibida por el medio granular. Sin embargo, para un medio cohesivo resulta ser más complicado. Esto dado que, como se observa en la Figura 40, no presenta una forma definida en cuanto al movimiento y depósito de sus partículas para cada instante.

Lo anterior da a entender que, en función del estado de saturación del suelo, se podría interpretar con mayor o menor precisión cómo será el desplazamiento de una columna de mineral que aún no ha sido extraída. En consecuencia, se desarrolló una relación entre a las pérdidas porcentuales de altura, ancho y volumen de la IEZ obtenida desde la segunda extracción, en función del estado de saturación del suelo.

Reducción de altura de IEZ

En el Gráfico 5, se puede observar que la altura de la IEZ tiende a disminuir en menor proporción a medida que se incrementa la distancia entre los centros de abertura. Además, el porcentaje de variación de cada caso se ve alterado según su estado de saturación.

El suelo sobresaturado es aquel que presenta una mayor alteración, alcanzando diferencias de hasta un 40% respecto a su eventual altura máxima. El caso seco, por su parte, presenta una variación menor, pero que no deja de ser significativa para distancias entre aberturas menores. Finalmente, el caso cohesivo tiende a exhibir una menor diferencia, salvo para una distancia entre aberturas de 10 cm, a medida que aumenta la fracción de fuerza adhesiva entre sus partículas.

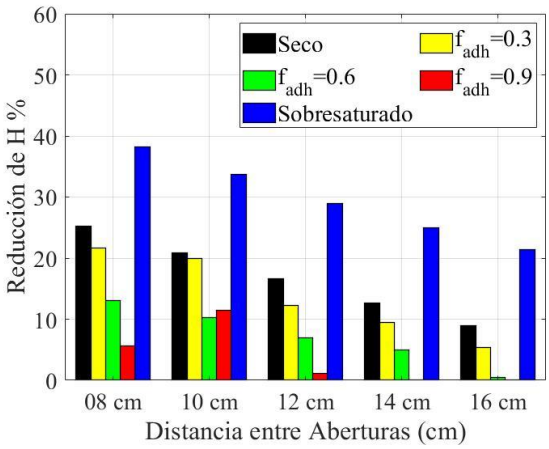

Gráfico 5: Reducción de altura de IEZ, en función de separación entre aberturas. Para diferentes estados de saturación.

Se observa que la reducción porcentual de altura asociada a los suelos seco y sobresaturados disminuye continuamente a medida que se incrementa la separación entre aberturas. Sin embargo, los suelos cohesivos, si bien mantienen una tendencia a la baja, no lo hacen de manera continua. Este efecto se atribuye a lo señalado durante el análisis de la Figura 40, donde se hizo referencia a la incapacidad de un medio cohesivo a generar conjuntos de partículas que se distribuyan bajo una forma definida. Lo cual dificulta predecir el incremento vertical que tendrá una columna de material cohesivo para un determinado avance horizontal.

Reducción de ancho de IEZ

Como se puede observar en el Gráfico 6, los anchos finales de los elipsoides tienden a disminuir en menor medida que las alturas de estos mismos. Tanto así que, para distancias menores, las variaciones tienden a acercarse al 0%.

Por otro lado, se mantiene la misma relación respecto a los estados de saturación que más influenciados se ven al existir una extracción previa. Ubicando, nuevamente, al caso sobresaturado como el estado que presenta una mayor alteración, el cual alcanza variaciones de ancho por sobre un 20%. El caso seco se mantiene como el segundo estado que presenta mayor cantidad de pérdidas respecto a esta dimensión, desarrollando nuevamente una clara tendencia a la baja a medida que se incrementa la distancia entre los centros de abertura. El caso cohesivo, finalmente, es aquel que presenta un menor porcentaje de reducción.

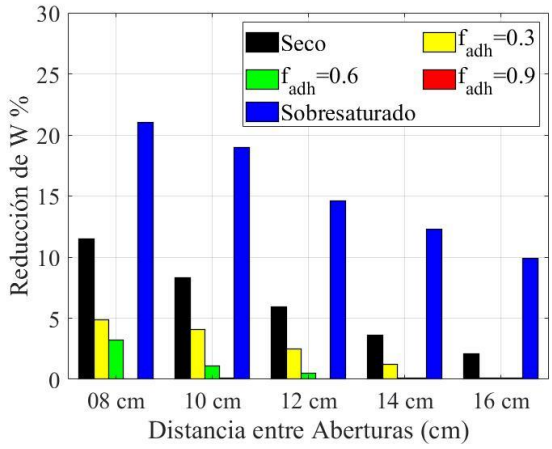

Gráfico 6: Reducción de ancho de IEZ, en función de separación entre aberturas. Para diferentes estados de saturación.

Se observa que para medios cohesivos las variaciones no alcanzan a superar el 5%, respecto a un elipsoide que se extraiga de manera completa. Lo que se fundamenta en el desarrollo que demostraron estos flujos dentro del capítulo 0. Donde se observó su tendencia a desarrollar un crecimiento vertical más acelerado que el resto de los estados de saturación, sacrificando su extensión horizontal. Lo que genera que, pese a que su crecimiento no se desarrolló de manera completa, alcanzó la mayor parte de su extensión horizontal.

Reducción de masa de elipsoide

Al analizar la cantidad de masa que se pierde por desplazamiento de material, se observa que la diferencia porcentual entre estados de saturación es menor a la percibida al comparar sus dimensiones de altura y ancho.

En cuanto a porcentajes, el suelo sobresaturado es aquel que presentó una mayor cantidad de pérdidas al someterse a una extracción previa. Este alcanza valores que sugieren que, bajo circunstancias en que los puntos de extracción se encuentren muy cercanos entre sí, más de un 50% del material contenido en la columna se podría quedar sin extraer. El caso seco, si bien presenta una menor cantidad de pérdidas, exhibe resultados que no se alejan de la interpretación anterior. Esto dado que, aún para distancias entre aberturas altas, sugiere que se podrían presentar pérdidas de mineral cercanas a un 30%. Finalmente, el suelo cohesivo demuestra una menor reducción respecto a la masa extraída. Cuyo efecto se acrecienta a medida que la fracción de fuerza adhesiva entre partículas se incrementa.

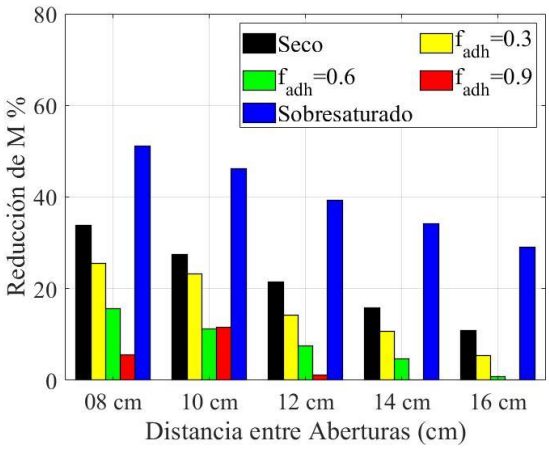

Gráfico 7: Reducción de masa de IEZ, en función de separación entre aberturas. Para diferentes estados de saturación.

Cabe detallar que todos estos porcentajes de pérdidas se verán modificados en función del grado de dilución que cada centro de operación se permita. Dado que, en función de este último valor, se podría continuar con la extracción de material hasta que los índices de beneficio económico lo estimen conveniente.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Dentro del análisis de sensibilidad se repasaron tres parámetros principales: diámetro de partícula, tamaño de abertura y grado de cohesión.

Diámetro de partícula vs IEZ

El diámetro de partícula presentó efectos despreciables respecto a las dimensiones finales del elipsoide de extracción, dado que no se obtuvieron resultados concluyentes al modificar su magnitud. Sin embargo, demostró que la velocidad de flujo se incrementa a medida que el diámetro de partícula disminuye (y viceversa).

En este sentido, se discrepa de los resultados obtenidos por Kvapil (1965) y Melo et al. (2009). Quienes, sobre todo Kvapil, interpretaron que una modificación en el tamaño de partícula tiene consecuencias sobre la zona de extracción. Sin embargo, hay que tener en cuenta que el rango de tamaño utilizado para el presente trabajo de título fue bastante acotado. Por lo cual sería útil realizar futuros análisis, donde se incremente la variedad y magnitud de tamaños de partículas para el desarrollo de flujos gravitacionales.

Tamaño de abertura vs IEZ

El tamaño de abertura tampoco demostró influir en la formación y desarrollo del elipsoide de extracción, dado que, al igual que con el diámetro de partícula, su variación no generó un impacto visible. En cambio, sí lo hizo respecto a la velocidad de extracción del flujo. Donde se observó que los mayores índices de extracción fueron asociados a los mayores rangos de abertura.

Respecto a este punto, se coincide con la totalidad de publicaciones exhibidas en el Capítulo 2.3.1. Dado que ninguno de los autores, incluidos en la revisión bibliográfica manifestó alguna dependencia de las dimensiones de la IEZ (o IMZ) respecto al tamaño de abertura.

Cohesión vs IEZ

Al incrementar el grado de cohesión se observó una tendencia por parte de los elipsoides a alcanzar una mayor altura, y un menor ancho, que el resto de los casos con mayor grado de movilidad. Asimismo, se vio reducida la velocidad de extracción de los flujos que

incorporaron esta condición. Por lo tanto, dentro de las variables estudiadas, esta fue la que exhibió causar un mayor impacto para el caso de estudio.

Esta resultó ser la variable con la que se causó mayor discrepancia. Más aun considerando que la única fuente de información que se tenía al respecto (publicación de Sánchez et al. en 2019), presentó resultados contradictorios respecto a las dimensiones de la IEZ en función del grado de cohesión. Dado que, cuando los autores evaluaron el ancho del IEZ en función del grado de humedad, llegaron a la conclusión de que a medida que se incrementaba el grado de cohesión aumentaban las dimensiones horizontales de la zona de extracción. Mientras que en los resultados del presente trabajo de título sucede precisamente lo contrario.

En consecuencia, será de gran utilidad que existan trabajos futuros donde se evalúen las dimensiones de las zonas de flujo en función de la cohesión, y por ende humedad, presente. Asimismo, se recomienda utilizar de manera paralela experimentos físicos, herramientas DEM o de elementos continuos que permitan analizar desde diferentes perspectivas el desarrollo de flujos gravitacionales.

Al analizar el flujo gravitacional desde un punto de extracción, se plantearon flujos granulares que representaron tres estados de saturación diferentes: sobresaturado, cohesivo y seco.

Suelo Sobresaturado

El caso sobresaturado resultó ser el estado con mayor grado de movilidad, lo que implicó que la formación de su IEZ tuviera un mayor alcance horizontal al desarrollar la extracción de material. Esto generó que el ancho de elipsoide asociado a este estado tuviera una mayor magnitud que el resto de los casos. Sin embargo, demostró mayores dificultades para evolucionar verticalmente en función de la masa extraída.

Suelo Cohesivo

El caso cohesivo resultó ser la contraparte del estado anterior. Dado que, producto de su menor capacidad de flujo, su alcance horizontal se vio mucho más limitado. Sin embargo, desarrolló un crecimiento vertical mucho más acelerado en términos de la masa requerida para su formación.

Suelo Seco

Al ser comparado con el resto de los casos, el estado seco se ubicó en un punto intermedio. Dado que este exhibió un grado de movilidad inferior al caso sobresaturado, pero mayor al del suelo cohesivo. Lo que se vio traducido en el desarrollo de elipsoides de extracción más altos que un medio demasiado diluido, y con un mayor ancho que un conjunto de partículas con un gran grado de adhesión entre sí.

Finalmente, el análisis se centró en caracterizar el flujo gravitacional liberado desde dos aberturas (separadas por diferentes distancias). Para esto, su extracción se realizó en base a dos secuencias: simultánea y alternada.

Extracción Simultánea

La extracción simultánea demostró que el crecimiento vertical de la IEZ se desarrolla con mayor facilidad a medida que la distancia entre los centros de abertura disminuye. Lo que permite que se requiera de una menor cantidad de masa extraída para alcanzar una determinada altura de columna. Por otro lado, este efecto se ve disminuido a medida que crece la distancia entre los puntos de extracción. Hasta el punto en el que cada flujo se comporta como un flujo aislado. Este resultado coincide con las conclusiones de Vivanco et al. (2013) y Jin et al. (2016), cuyos resultados pudieron concluir que: cuando la distancia entre los centros de aberturas es inferior al ancho de la IMZ se produce una interacción entre flujos que acelera su crecimiento vertical. Cabe detallar que, si bien para efectos del presente trabajo de título no se estudió la evolución de la IMZ ni sus dimensiones, los flujos que interactuaron lo hicieron cuando estuvieron ubicados a distancias inferiores a la extensión horizontal de la IEZ. La cual por definición es inferior a la de la zona de movimiento.

Por otro lado, la masa requerida para que se produzca interacción entre los elipsoides se vio influenciada por el estado de saturación del medio granular, disminuyendo su valor a medida que se incrementaba el grado de movilidad del suelo. Esto implicó que un suelo sobresaturado requiriera de una menor cantidad de masa extraída para que sus elipsoides interactuaran. Así como un medio cohesivo se vio más exigido en términos de la masa requerida.

Extracción Alternada

La extracción alternada demostró que una extracción previa en un punto vecino implica un desplazamiento del material ubicado en la zona superior de una columna de mineral. Siendo un efecto que se acrecienta a medida que la distancia entre los centros de abertura disminuye. Esto coincide con los resultados de Vivanco et al. (2013), donde se concluye que, en función de las cantidades extraídas por cada flujo, el material de zonas superiores es desplazado por efecto de las líneas de flujo definidas desde cada abertura.

Por otro lado, se observó que a medida que disminuye el grado de movilidad del medio granular, la reducción de altura, ancho y masa de IEZ asociada a la segunda extracción es menor.

6. REFERENCIAS

1. Andreotti, B., Forterre, Y. and Pöuliquen, O. Granular media between fluid and solid. United States of America, Cambridge University Press, 2013. 471 p.
2. Barnes, H. A handbook of elementary rheology. Gales, Cardiff. University of Wales, 2000. 204 p.
3. Bocquet, L., Charlaix, E. and Restagno, F. Physics of humid granular media. France, C. R. Physique 3, 2002. pp 207–215.
4. Brown, E. Block caving geomechanics. 2a ed. Australia, Julius Kruttschnitt Minerals Research Centre, the University of Queensland: Brisbane, 2007. 696 p.
5. Bustamante, M. Viscosidad de suspensiones minerales bajo una aproximación termomecánica. Colombia, Universidad Nacional de Colombia, 1999. 86 p.
6. Butcher, R., Joughin, W. and Stacey, T. Methods of combating mudrushes on diamond and base metal mines. South Africa, The Safety in Mines Research Advisory Committee, 2000. 40 p.
7. Campbell, D.J., Stafford, J.V. and Blackwell, P.S., 1980. The plastic limit, as determined by the drop cone test, in relation to the mechanical behaviour of soil. J. Soil Sci., 31: 11--24.
8. Castro, R. Study of the mechanism of gravity flow for block caving. Ph. D. tesis. Australia, The University of Queensland, 2006. 314 p.
9. Castro, R., Trueman, R. and Halim, A. A study of isolated draw zones in block caving mines by means of a large 3D physical model. International Journal of Rock Mechanics & Mining Siences, 44, pp 860-870, abril, 2007.
10. Castro, R., Basaure, K., Palma, S. and Vallejos, J. Geotechnical characterization of ore related to mudrushes in block caving mining. The Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy, 117(3), pp 275-284, marzo, 2017.
11. Castro, R., Fuenzalida, M. and Lund, F. Experimental study of gravity flow under confined conditions. International Journal of Rock Mechanics & Mining Siences, 67, pp 164-169, marzo, 2014.
12. Codelco. ¿Cómo funciona Chuquicamata Subterránea? [Vídeo]. Chile. ChileCodelco. 2019. 3 min., sonido, color.

13. Coulomb, C. Essai sur une application des regles des maximis et minimis a queles problemes de statique relatifs a architecture. 1776.
14. Crovetto, B. Modelación de la sedimentación en la reología de suspensiones de partículas finas. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil de Minas. Chile, Universidad de Chile, 2019. 81 p.
15. Cuéllar, A. Análisis numérico del impacto físico en las aguas subterráneas debido al drenaje de minas a cielo abierto. Tesis para optar al grado de magister en recursos humanos y medio ambiente hídrico. Chile, Universidad de Chile, 2011. 187 p.
16. Fröström, J. Examination of equivalent model materials for development and design of sublevel caving. Master of Science thesis, Stockholm: Royal Institute of Technology; 1970, pp 26.
17. Gómez, R. Modelo de fragmentación secundaria y colgaduras en minería de caving. Memoria de Ingeniero Civil de Minas. Universidad de Chile, 2014. 81 p.
18. Greenwood, J. Adhesion of elastic sphere. Proceedings of the Royal Society A. 453, pp 1277–1297, junio, 1997.
19. Hustrulid, W. and Sun, C. Some remarks on ore pass design guide lines. In: Karzulovic A, Alfaro, M, editors, Proceedings of MassMin Santiago, Chile; 2005. P. 301-8
20. Jakubec, J., Clayton, R. and Guest, A. Mudrush Risk Evaluation. En: International conference and exhibition on mass mining (6°, 2012, Canda), Gran Sudbury, Mass Min, 2012.
21. Jin, A., Sun H., Ma, G., Gao, Y., Wu, S. and Meng, Xi. A study on the draw laws of caved ore and rock using the discrete element method. International Journal of Rock Mechanics & Mining Siences, 80, pp 59-70, junio, 2016.
22. Jin, A., Sun H., Wu, S. and Gao, Y. Confirmation of the upside-down drop shape theory in gravity flow and development of a new empirical equation to calculate the shape. International Journal of Rock Mechanics & Mining Siences, 92, pp 91-98, febrero, 2017.
23. Johnson, K. and Greenwood, J. An adhesion map for the contact of elastic spheres. J. Colloid Interface Sci., 192(2), pp 326–333, agosto, 1997.
24. Kvapil, R. Gravity flow of granular material in hoppers and bins Part 1. Int J Rock Mech Min Sci 2, pp 35–41, julio, 1964

25. Kvapil, R. Gravity flow of granular material in hoppers and bins Part 2. Int J Rock Mech Min Sci 2, pp 277–304, febrero, 1965
26. Kvapil, R. Sublevel caving. SME Mining Engineering Handbook (2nd edn). Society for Mining, Metallurgy and Exploration, Littleton, CO, 1992. Chapter 20.2.
27. Kvapil, R. Gravity flow in Sublevel and panel caving – A common sense approach. Sweden, Luleå University of Technology, 2008. 152 p.
28. Lambe, W. Mecánica de suelos. México, Balderas 95. Limusa, 2004. 582 p.
29. Laubscher D. Cave mining—the state of the art. J South Afr Inst Min Metall, 1994, 94, 279–93.
30. Lian, G., Thornton, C. and Adams, M. A theoretical study of the liquid bridge forces between two rigid spherical bodies. Journal of Colloid and Interface Science 161, pp 138–147, noviembre, 1993.
31. Melo, F., Vivanco, F. and Fuentes, C. Calculated isolated extracted and movement zones compared to scaled models for block caving. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences 46, pp 731-737, junio, 2009
32. Organización Internacional de Normalización. (2017). Identificación y clasificación de suelos. (ISO 14688-1). https://www.iso.org/standard/66345.html
33. Mohr, O. Abhandlungen aus dem Gebiete der Technischen Mechanik. 2nd ed. Berlin, 1914.
34. Moncayo, I. Caracterización reológica de una suspensión en un circuito de molienda cerrado para producción de cemento por vía húmeda. Trabajo de Grado presentado para optar al título de Ingeniero Químico. Universidad Nacional de Colombia, 2009. 52 p.
35. Mueller, S., and Mader, H. The rheology of suspensions of solid particles. Proceedings of the Royal Society, 466(2116):1201-1228, febrero, 2009.
36. Rocafort, S. Modelación de flujos de pulpas mineras en superficie libre con fluidodinámica computacional (CFD). Memoria de titulación como requisito para optar al título de Ingeniero Civil. Universidad Técnica Federico Santa María. 2019. 135 p.
37. Rocky. (2020). DEM Technical Manual (3). ESSS.
38. Sánchez, V., Castro, R. and Palma, S. Gravity flow characterization of fine granular material for Block Caving. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences 114, pp 24-32, febrero, 2013

39. Serway, Raymond A.; Jewett, John W. (2004). Physics for Scientists and Engineers (en inglés) (6ª edición). Brooks/Cole.
40. SGC-GRL-DET. Procedimiento General para el control del riesgo de Bombeo de agua-barro en la Mina. Codelco. Chile, Santiago, 2017.
41. SGP-DET. Definición de matriz de criticidad para el control de agua-barro. Codelco. Chile, Santiago, 2010.
42. Sun, H., Jin, A., Elmo, D., Gao, Y. and Wu, S. A Numerical Based Approach to Calculate Ore Dilution Rates Using Rolling Resistance Model and!Upside-Down Drop Shape Theory. Rock Mechanics and Rock Engineering 53, pp 4639-4652, 2020
43. Tabor, D. Surface forces and surface interactions. J. Colloid Interfare Sci., 58(1):2-13, enero, 1977.
44. Trueman, R., Castro, R. and Halim, A. Study of multiple draw-zone interaction in block caving mines by meas of a large 3D physical model. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences 45, pp 1044-1051, february, 2008.
45. Vivanco, F. and Melo, F. The effect of rock decompaction on the interaction of movement zones in underground mining. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences 60, pp 381-388, marzo, 2013.
46. Vivanco, F., Watt, T. and Melo, F. The 3D shape of the loosening zone above multiple draw points in block caving through plasticity model with a dilation front. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences 48, pp 406-411, abril, 2011.
47. Willett, C. D., Adams, M. J., Johnson, S. A. and Seville, J. Capillary bridges between two spherical bodies. Langmuir, 16(24), pp 9396–9405, octubre, 2000.
48. Yao, H., Ciavarella, M. and Gao, H. Adhesion maps of spheres corrected for strengthlimit. J. Colloid Interface Sci., 315, pp 786–790, julio, 2007.

7. ANEXOS

ANEXO A

Criterio de falla Mohr-Coulomb

El criterio de falla de Mohr-Coulomb establece una relación lineal entre el esfuerzo cortante y el esfuerzo normal a un plano durante la fractura. La expresión matemática para este mecanismo se describe a continuación (Coulomb, 1776) (Mohr, 1914):

$$\tau = c + \sigma_n \tan(\phi) \tag{7.1}$$

Donde c corresponde a la cohesión, τ al esfuerzo de corte, σ_n al esfuerzo normal y ϕ al ángulo de fricción interna del material.

El empleo de este criterio se puede observar en la Figura 41, en cuyo caso la recta presentada define los puntos críticos de fractura. Por debajo de esta, se define una zona de estabilidad en un dominio elástico. Mientras que por encima de la recta se definen una zona de inestabilidad dentro de un dominio plástico. El punto de tangencia entre el círculo de Mohr y la recta que delimita ambas zonas define un estado donde la rotura del suelo es inminente.

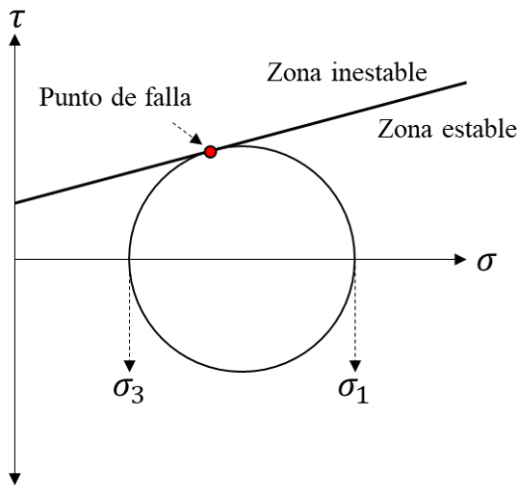

Figura 41: Criterio de falla de Mohr-Coulomb.

Límites de Attemberg

Se basan en el concepto de que un suelo con granulometría fina únicamente puede existir en cuatro posibles estados de consistencia según su humedad: **sólido**, **semisólido**, **plástico** y **líquido**, ordenados de menor a mayor contenido de agua (Atterberg, 1948). Dictaminando su menor o mayor tendencia a fluir. Los puntos de transición entre los cuatro estados son denominados **límite de retracción (w_S)**, **límite plástico (w_P)**, y **límite líquido (w_L)**. Una representación esquemática de esto se observa en la Figura 42 (Lambe, 2004).

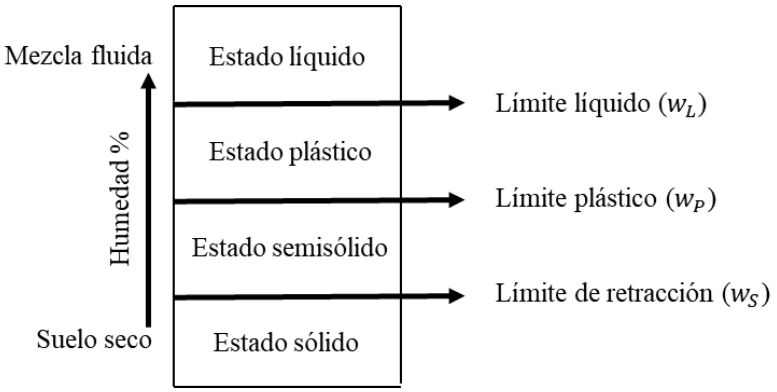

Figura 42: Estados de consistencia de suelos y límites de transición.

El contenido de agua con el que se produce el cambio de un estado a otro varía para cada suelo. En la mecánica de suelos existe un interés particular por conocer el rango de humedades que mantienen al suelo en un estado plástico, donde este es capaz de aceptar deformaciones sin romperse. Esto último hace referencia al **índice de plasticidad del suelo (I_P)**, cuya expresión matemática se ilustra a continuación. Asimismo, toma importancia conocer la proximidad del suelo a pasar a su estado líquido. Lo cual es posible visualizar a través del **índice de liquidez (I_L)** (Lambe, 2004).

$$I_P = w_L - w_P$$
$$I_L = \frac{w_n - w_P}{w_L - w_P} \tag{7.2}$$

Fuerza electrostática

Cuando un flujo granulométrico fluye, la fricción y las colisiones entre granos puede inducir a la carga electrostática de las partículas. La fuerza que se genera entre dos partículas cargadas está dada por *(Andreotti, 2013)*:

$$F_{elec} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1 q_2}{r^2} \tag{7.3}$$

Donde q_1 y q_2 son las cargas eléctricas de las partículas, r es la distancia entre sus centros y ε_o es la permitividad del aire *(Andreotti, 2013)*.

Fuerza adhesiva

Inclusive en ausencia de carga eléctrica, siempre existe una pequeña atracción entre dos cuerpos macroscópicos debido a las interacciones entre sus componentes moleculares. El requisito es el corto alcance que debe presentarse entre partículas, dado que la atracción es significativa solo cuando las superficies están muy próximas entre sí (o en contacto). Esta fuerza de atracción se denomina fuerza adhesiva y su magnitud es proporcional al radio de las partículas y a la tensión superficial entre los sólidos (Andreotti, 2013).

Según los resultados de algunas investigaciones (Tabor, 1977; Greenwood,1997; Johnson & Greenwood, 1997: Yao et al., 2007), la fuerza adhesiva se encuentra entre dos límites:

$$\frac{3}{2}\pi\gamma_s R < F_{adh} < 2\pi\gamma_s R \tag{7.4}$$

Donde R es el radio de las partículas, y γ_s corresponde a la tención superficial de los sólidos en el vacío *(Andreotti, 2013)*.

Tipos de fluidos reológicos

Al tomar en cuenta factores como: la dependencia del tiempo, la existencia de un umbral de esfuerzo o el comportamiento de la estructura del fluido para diferentes tensiones, es posible desglosar esta clasificación tal como se observa en la Figura 43.

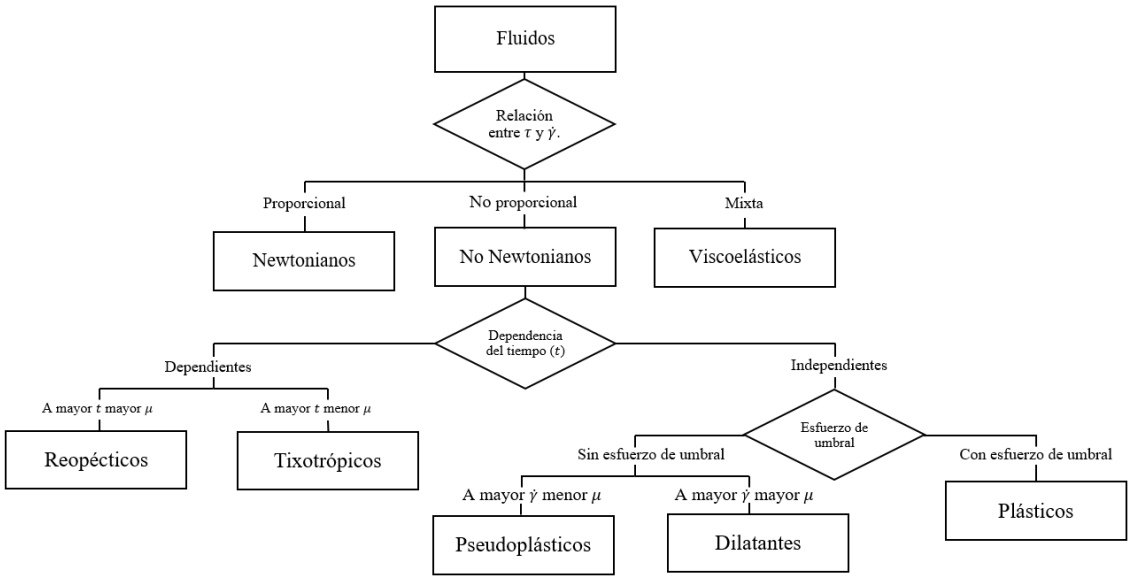

Figura 43: Clasificación reológica de fluidos.

De la Figura 43, se puede observar que el principal desglose se produce para los fluidos no Newtonianos. Esto dado que son aquellos que pueden presentar una mayor variedad de comportamientos dependiendo de las propiedades físicas que estos presenten. En función de esto, se pueden agrupar en dos grandes categorías (Moncayo, 2009):

Fluidos dependientes del tiempo

- Dilatantes: Aquellos que aumentan su viscosidad al aumentar la velocidad de deformación aplicada.
- Pseudoplásticos: Aquellos que disminuyen su viscosidad al aumentar la velocidad de deformación aplicada.
- Plásticos: Aquellos que, luego de superar un umbral de esfuerzo, se comportar como un sólido elástico. Por lo tanto, el esfuerzo cortante tiene una dependencia lineal con la velocidad de deformación.

Fluidos independientes del tiempo

- Tixotrópicos: Aquellos para los cuales la viscosidad disminuye con el tiempo.
- Reopécticos: Aquellos para los cuales la viscosidad aumenta con el tiempo.

Modelos Reológicos

Bingham. (1922)

$$\tau = \tau_0 + \eta_B \dot{\gamma} \tag{7.5}$$

En la ecuación se observa esfuerzo de corte (τ), esfuerzo de fluencia (τ_0), viscosidad de Bingham (η_B) y velocidad deformación ($\dot{\gamma}$).

Otswald-de Waele. (1923)

$$\tau = K\dot{\gamma}^n \tag{7.6}$$

En la ecuación se observa esfuerzo de corte (τ), consistencia material (K), velocidad deformación ($\dot{\gamma}$) e índice de flujo (n).

Herschel y Bulkley. (1926)

$$\tau = \tau_0 + K\dot{\gamma}^n \tag{7.7}$$

En la ecuación se observa esfuerzo de corte (τ), esfuerzo de fluencia (τ_0), consistencia material (K), velocidad deformación ($\dot{\gamma}$) e índice de flujo (n).

Casson. (1959)

$$\sqrt{\tau} = \sqrt{\tau_0} + \sqrt{\mu_C \dot{\gamma}} \tag{7.8}$$

En la ecuación se observa esfuerzo de corte (τ), esfuerzo de fluencia (τ_0), viscosidad de Casson (μ_C) y velocidad deformación ($\dot{\gamma}$)

Modelos reológicos para suspensiones

El comportamiento de una suspensión depende, en gran parte, de la concentración de sólidos que esta tenga. Lo que ha generado un elevado interés sobre representar matemáticamente la relación entre la concentración de partículas y la viscosidad.

Fue Einstein en 1911 quien propone un modelo matemático basado en esferas que no interactúan entre sí. Siendo este bastante certero para predecir el comportamiento de suspensiones con concentraciones menores al 5% (Barnes, 2000). Este propone que la viscosidad de una suspensión se relaciona con la concentración de partículas, tal como se indica a continuación:

$$\eta_0 = 1 + 2{,}5\emptyset \tag{7.9}$$

Con el paso de los años, y tomando esta ecuación como base, diferentes autores han propuesto modelos numéricos que han relacionado la viscosidad de un fluido en función de $\emptyset$.

Maron y Pierce. (1956)

$$\eta_0 = \left(1 - \frac{\emptyset}{\emptyset_m}\right)^{-2} \tag{7.10}$$

En la ecuación se observa viscosidad relativa (η_0), concentración volumétrica ($\emptyset$) y empaquetamiento máximo ($\emptyset_m$)

Krieger y Dougherty. (1959)

$$\eta_0 = \left(1 - \frac{\emptyset}{\emptyset_m}\right)^{-[\eta]\emptyset_m} \tag{7.11}$$

En la ecuación se observa viscosidad relativa (η_0), viscosidad intrínseca (η), concentración volumétrica ($\emptyset$) y empaquetamiento máximo ($\emptyset_m$)

Quemada. (1977)

$$\eta_0 = \left(1 - \frac{\emptyset_{\mathrm{eff}}}{\emptyset_{\mathrm{m}}}\right)^{-q} \tag{7.12}$$

En la ecuación se observa viscosidad relativa (η_0), viscosidad intrínseca (η), concentración volumétrica efectiva ($\emptyset_{\mathrm{eff}}$), Empaquetamiento máx. ($\emptyset_{\mathrm{m}}$) e índice balance de energía (q)

Heymann. (2002)

$$\tau_0 = \tau_0^* \left(\left(1 - \frac{\emptyset}{\emptyset_{\mathrm{m}}}\right)^{-2} - 1\right) \tag{7.13}$$

En la ecuación se observa esfuerzo de fluencia (τ_0), parámetro de ajuste (τ_0^*), concentración volumétrica ($\emptyset$) y empaquetamiento máximo ($\emptyset_{\mathrm{m}}$)

Castro, Fuenzalida y Lund. (2014)

Para formar las curvas ilustradas en la Figura 22, Castro (2014) desarrolló una ecuación exponencial ajustada representada por:

$$H_g = H_{go} \exp\left(-r\sigma_v\right) \tag{7.14}$$

Donde H_g es la cantidad de material extraída antes de que se produzca una colgadura, H_{go} y r son parámetros ajustados que están relacionados con la frecuencia de bloqueo de la roca fragmentada bajo tensión vertical cero y la velocidad a la que se reduce la capacidad de flujo con la carga respectivamente. Por tanto, un valor mayor de r significaría una disminución de la fluidez con el aumento de la tensión vertical.

Finalmente, Castro desarrolla una ecuación que relaciona el crecimiento horizontal del IMZ en función de su altura. La cual se fundamenta en que, según los resultados que este observó, la tasa de crecimiento horizontal del IMZ dependerá del crecimiento vertical que desarrolle este mismo. Dado que esta debería disminuir una vez que el IMZ alcanza la superficie.

$$w_{IMZ}(h_{IMZ}) = a h_{IMZ} - \frac{b}{\alpha}\left(\frac{1 + e^{\alpha(h_{IMZ} - h_0)}}{1 + e^{\alpha h_0}}\right) \tag{7.15}$$

Donde a y b son constantes adimensionales positivas, h_0 es el punto de inflexión en el que disminuye la tasa de expansión horizontal y α es un parámetro de ajuste que define la velocidad a la que se alcanza la segunda etapa de crecimiento.

Vivanco, Watt y Melo. (2011)

El modelo de plasticidad propuesto se describe como:

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \left(\frac{\rho}{\Delta\rho}\right)\sum_{k} v_{0k}\,\vec{x}_{DK}\cdot\vec{x}_{DK}\frac{\vec{x}-\vec{x}_{0k}}{\left((\vec{x}-\vec{x}_{0k})\cdot(\vec{x}-\vec{x}_{0k})\right)^{\frac{3}{2}}} \times \cos\left[\frac{\pi}{2\theta_{GK}}arccos\left(\frac{z}{(\vec{x}-\vec{x}_{0k})\cdot(\vec{x}-\vec{x}_{0k})}\right)\right] \tag{7.16}$$

Donde $d\vec{x}/dt$ es la velocidad de propagación de material, $\Delta\rho = \rho_0 - \rho$ es el cambio de densidad ocasionado por el desplazamiento de mineral, ρ_0 es la densidad fuera del IMZ, ρ es la densidad dentro del IMZ, v_{0k} es la velocidad vertical del material extraído en el centro del punto de extracción k, $\vec{x}_{DK}\cdot\vec{x}_{DK} = r_{DK}^2$, $\vec{x}_{0K}$, es la ubicación del punto de extracción k, θ_{GK} es el ángulo de deslizamiento del material del punto de extracción k y z representa la altura de propagación del IMZ.

Vivanco y Melo. (2013)

Para representar el IMZ, Vivanco et al. proponen la siguiente ecuación:

$$\frac{4}{3}\sqrt{\pi D_P}z^{3/2}\ \exp\left(\frac{[x-x_0]^2}{4D_P z}\right)=\frac{\rho}{\Delta\rho}Q_0 t \tag{7.17}$$

Donde D_P corresponde al coeficiente de difusión, x y z son al conjunto solución que define los límites del IMZ, x_0 representa al centro del punto de extracción, $\Delta\rho=\rho_0-\rho$ es el cambio de densidad ocasionado por el desplazamiento de mineral, ρ_0 es la densidad fuera del IMZ, ρ es la densidad dentro del IMZ, Q_0 es la tasa de flujo seccional y t representa el tiempo de extracción.

Según lo propuesto por Vivanco, al extraer una determinada cantidad de material, cualquier partícula que se encuentre dentro de los límites definidos por esta ecuación debería sufrir un cambio de posición. Cuyo desplazamiento horizontal y vertical los describe como:

$$\begin{aligned} x &= x_0+\left[\left(1+\frac{\rho}{\Delta\rho}\right)-\frac{3}{4}\frac{1}{\sqrt{4\pi D_P z_S^3}}\exp\left(-\frac{[x_S-x_0]^2}{4D_P z_S}\right)Q_0 T\right]^{1/3}(x_S-x_0) \\ z &= \left[\left(1+\frac{\rho}{\Delta\rho}\right)z_S^{3/2}-\frac{3}{4}\frac{1}{\sqrt{4\pi D_P}}\exp\left(-\frac{[x_S-x_0]^2}{4D_P z_S}\right)Q_0 T\right]^{2/3} \end{aligned} \tag{7.18}$$

Donde x_S y z_S representan las posiciones originales de las partículas en cuestión.

Teniendo claro cómo se desarrolla cada IMZ, Vivanco establece que el siguiente paso es conocer las condiciones bajo las cuales se debería producir la interacción entre diferentes flujos. Para esto, plantea un escenario en que de desarrolla una extracción alternada. La cual inicia desde una abertura a y, una vez que esta finaliza y se cierra, continúa desde una abertura b. Bajo esta lógica, la interacción entre ambos IMZ, en caso de existir, se debería producir

dado un determinado número de extracciones M_b^*. Siendo el punto de interacción una coordenada (x^*, z^*). Las ecuaciones que este propone para determinar estos parámetros son:

$$M_b^* = \left|\frac{Q_a}{Q_b} M_a \exp\left(\frac{6u^*}{1-u^*}\right)\right|$$

$$x^* = \left(\frac{x_a + x_b}{2}\right) + \left(\frac{x_b - x_a}{2}\right)\left(\sqrt{9 + C^2} - 3\right) \tag{7.19}$$

$$z^* = \frac{1}{6D_P}\left(\frac{x_b - x_a}{2}\right)^2 \frac{1}{C^2}\left(\sqrt{9 + C^2} - 3\right)^2$$

Donde u^* y C son soluciones de:

$$(1 - u^2)\exp\left(\frac{1+u}{1-u}\right) = 6D_P z^{\frac{3}{2}} \exp\left(\frac{[x - x_a]^2}{4D_P z}\right)$$

$$u^* = \frac{\left(\sqrt{9 + C^2} - 3\right)}{C} \tag{7.20}$$

Por otro lado, en caso de que se produzca interacción, el material removido por el punto a sufriría un nuevo desplazamiento descrito por:

$$x = x_b - (x_b - x_s)\left[1 + \frac{\rho}{\Delta\rho}\frac{3}{4\sqrt{\pi D_P z_S^3}}\exp\left(-\frac{[x_b - x_S]^2}{4D_P z_S}\right)(Q_0 M_b - Q_b M_b^*)\right]^{1/3}$$

$$z = \left[z_S^3 + \frac{\rho}{\Delta\rho}\frac{3}{4\sqrt{\pi D_P}}\exp\left(-\frac{[x_b - x_S]}{4D_P z_S}\right)(Q_0 M_b - Q_b M_b^*)\right]^{1/3} \tag{7.21}$$

Jin, Sun, Wu y Gao. (2017)

Las ecuaciones propuestas por Jin permiten definir una región para el IEZ tanto en 2D como en 3D, y se describen como:

$$y^2 = \frac{k_1 k_2^2}{\gamma\pi} z^{k_2-1} \ln\left(\frac{H}{z}\right)$$
$$y^2 + x^2 = \frac{k_1 k_2^2}{\gamma\pi} z^{k_2-1} \ln\left(\frac{H}{z}\right) \tag{7.22}$$

Donde x, y y z corresponden a las coordenadas cartesianas que definen las dimensiones de ancho, profundidad y altura del IEZ respectivamente, k_1 y k_2 son componentes de ajuste, γ es la densidad específica y H es la altura máxima del IEZ.

Las constantes k_1 y k_2 se obtienen al obtener la relación potencial entre la altura del IEZ y la masa extraída. De forma tal que:

$$H = k_1 m^{k_2} \tag{7.23}$$

Tipos de barro según porcentaje de humedad

Barro fluido

Se caracteriza por tener un alto contenido de agua (hasta un 50%), con una capacidad de fluir distancias horizontales de hasta 500 m. Corresponde a un medio granular que se clasifica como uniforme e incluye rocas de hasta 3 m de tamaño (Jakubec, 2012).

Barro viscoso

El barro viscoso tiene un contenido de humedad menor al del caso anterior (bajo un 23%). Este no suele fluir libremente bajo la gravedad, pero si lo puede hacer bajo condiciones de esfuerzo específicas. (Jakubec, 2012).

Tipos de barro según mecanismo de ocurrencia

Barro externo

Producido desde un ambiente externo a la operación subterránea. Su origen está vinculado a tres posibles fuentes: deposición de relaves, relleno de caserones y fallas de taludes (Butcher, 2000).

Barro interno

Aquel producido por la conminución del material arcilloso presente en la columna de mineral quebrado. Según la condición que lo origine, la ocurrencia del barro interno se puede atribuir a acumulación de material fino y/o drenaje deficiente (Butcher, 2000).

Tipos de barro según grado de impacto

Bombeo

Descarga violenta de barro que se produce desde algún punto de la infraestructura subterránea, como zanjas o puntos de extracción. El desplazamiento que alcanza el barro es considerable (sobre 20 m), con lo que es capaz de interrumpir el proceso operacional y generar daños a equipos o personal de trabajo (SGC-GRL-DET, 2017).

Escurrimiento

Desplazamiento lento y acotado de barro, desde algún punto de la infraestructura subterránea, como zanjas, puntos de extracción, chimeneas u otras labores. La distancia alcanzada es inferior a 20 m, con lo que no se ve significativamente afectado el proceso operacional ni la infraestructura del sector (SGC-GRL-DET, 2017).

Deslizamiento

Desplazamiento del material almacenado en el talud del punto de extracción, sin implicar un movimiento adicional en la columna de mineral a extraer. Este puede o no proyectarse a la galería, en función del grado de saturación que posea, sin provocar interferencias significativas en el proceso operacional (SGC-GRL-DET, 2017).

ANEXO B

Resistencia a la rodadura (Serway, 2004)

$$F \geq \frac{\mu_t N}{R} \tag{7.24}$$

Donde F es la fuerza requerida para desplazar el cuerpo, μ_t es la resistencia a la rodadura, N es la fuerza normal al plano de aplicación de fuerza y R corresponde al radio de la partícula.

ANEXO C

Velocidad de Extracción (kg/s)

Tabla 10: Velocidad de extracción alcanzada para cada condición simulada.

Abertura (mm)	Tamaño de partícula (mm)	Fracción de fuerza										
		0	**0.1**	**0.2**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.6**	**0.7**	**0.8**	**0.9**	**1**
30	3	0.27	0.27	0.26	0.25	0.25	0.24	0.23	0.21	0.20	0.19	0.17
30	3.5	0.25	0.25	0.24	0.23	0.22	0.21	0.21	0.19	0.18	0.16	-
30	4	0.23	0.23	0.22	0.22	0.21	0.19	0.18	0.17	0.15	-	-
30	4.5	0.22	0.21	0.20	-	0.16	-	0.16	0.15	-	-	-
35	3.5	0.35	0.34	0.33	0.32	0.31	0.29	0.28	0.27	0.26	0.24	0.22
35	4	0.32	0.31	0.30	0.29	0.29	0.26	0.25	0.24	0.23	0.21	-
35	4.5	0.29	0.29	0.27	0.26	0.26	-	0.24	-	-	-	-
40	3.5	0.45	0.43	0.42	0.41	0.40	0.38	0.37	0.36	0.35	0.32	0.32
40	4	0.40	0.39	0.38	0.38	0.37	0.36	0.34	0.32	0.32	0.29	0.28
40	4.5	0.37	0.37	0.36	0.35	0.34	0.32	0.31	0.29	0.27	0.27	-

Masa Requerida para Extraer IEZ (kg)

Tabla 11: Masa de elipsoide extraída para cada condición simulada.

Abertura (mm)	Tamaño de partícula (mm)	Fracción de fuerza										
		0	**0.1**	**0.2**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.6**	**0.7**	**0.8**	**0.9**	**1**
30	3	15.91	15.26	14.71	14.74	14.86	14.64	14.51	14.63	14.3	14.15	14.23
30	3.5	15.52	15.34	14.95	14.88	14.36	14.55	14.73	14.2	14.28	14.33	-
30	4	15.61	15.09	15.01	15.05	15.03	14.79	14.36	14.45	14.49	-	-
30	4.5	15.17	15.35	14.58	-	14.53	-	14.6	14.18	-	-	-
35	3.5	15.61	15.31	15.25	15.1	14.9	14.89	14.24	14.56	14.36	14.19	14.29
35	4	15.63	15.18	14.98	15.05	14.6	14.87	14.17	14.49	14.39	13.95	-
35	4.5	15.7	15.55	15.15	14.93	14.52	-	14.94	-	-	-	-
40	3.5	15.65	15.23	14.93	15.09	14.8	14.16	14.68	14.52	14.8	14.46	14.83
40	4	15.66	15.55	14.88	14.73	14.55	15.04	14.66	14.57	14.76	15.21	14.61
40	4.5	15.14	15.25	14.76	15.26	14.55	14.41	14.47	14.69	15.01	14.27	-

Ancho IEZ (cm)

Tabla 12: Ancho máximo de elipsoide para cada condición simulada.

Abertura (mm)	Tamaño de partícula (mm)	Fracción de fuerza										
		0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
30	3	15.91	15.26	14.71	14.74	14.86	14.64	14.51	14.63	14.3	14.15	14.23
30	3.5	15.52	15.34	14.95	14.88	14.36	14.55	14.73	14.2	14.28	14.33	-
30	4	15.61	15.09	15.01	15.05	15.03	14.79	14.36	14.45	14.49	-	-
30	4.5	15.17	15.35	14.58	-	14.53	-	14.6	14.18	-	-	-
35	3.5	15.61	15.31	15.25	15.1	14.9	14.89	14.24	14.56	14.36	14.19	14.29
35	4	15.63	15.18	14.98	15.05	14.6	14.87	14.17	14.49	14.39	13.95	-
35	4.5	15.7	15.55	15.15	14.93	14.52	-	14.94	-	-	-	-
40	3.5	15.65	15.23	14.93	15.09	14.8	14.16	14.68	14.52	14.8	14.46	14.83
40	4	15.66	15.55	14.88	14.73	14.55	15.04	14.66	14.57	14.76	15.21	14.61
40	4.5	15.14	15.25	14.76	15.26	14.55	14.41	14.47	14.69	15.01	14.27	-

Carga Viva (kg)

Tabla 13: Carga viva para cada condición simulada.

Abertura (mm)	Tamaño de partícula (mm)	Fracción de fuerza										
		0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
30	3	3.36	3.34	3.32	3.29	3.29	3.27	3.25	3.14	3.12	3.12	3.15
30	3.5	3.29	3.26	3.23	3.22	3.21	3.21	3.13	3.09	3.09	3.06	-
30	4	3.22	3.19	3.18	3.13	3.12	3.07	3.1	3.06	2.99	-	-
30	4.5	3.12	3.09	3.06	-	2.98	-	2.79	2.5	-	-	-
35	3.5	3.52	3.48	3.46	3.44	3.4	3.36	3.38	3.31	3.3	3.2	3.15
35	4	3.41	3.39	3.35	3.31	3.33	3.26	3.26	3.23	3.2	3.16	-
35	4.5	3.37	3.34	3.24	3.26	3.28	-	3.18	-	-	-	-
40	3.5	3.74	3.71	3.69	3.68	3.63	3.58	3.53	3.54	3.52	3.38	3.5
40	4	3.64	3.61	3.6	3.58	3.51	3.5	3.41	3.47	3.41	3.31	3.37
40	4.5	3.55	3.56	3.53	3.48	3.43	3.45	3.41	3.39	3.33	3.23	-

Carga Muerta (kg)

Tabla 14: Carga muerta para cada condición simulada.

Abertura (mm)	Tamaño de partícula (mm)	Fracción de fuerza										
		0	**0.1**	**0.2**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.6**	**0.7**	**0.8**	**0.9**	**1**
30	3	0.22	0.24	0.26	0.29	0.29	0.31	0.33	0.41	0.43	0.42	0.4
30	3.5	0.23	0.25	0.29	0.3	0.3	0.31	0.38	0.42	0.42	0.35	-
30	4	0.23	0.26	0.27	0.32	0.33	0.35	0.35	0.39	0.44	-	-
30	4.5	0.24	0.27	0.3	-	0.37	-	0.41	0.46	-	-	-
35	3.5	0.24	0.29	0.31	0.33	0.37	0.41	0.39	0.46	0.47	0.54	0.59
35	4	0.24	0.29	0.31	0.33	0.37	0.41	0.39	0.46	0.47	0.54	-
35	4.5	0.26	0.29	0.39	0.37	0.35	-	0.45	-	-	-	-
40	3.5	0.28	0.31	0.33	0.35	0.39	0.45	0.5	0.48	0.51	0.63	0.51
40	4	0.3	0.33	0.34	0.37	0.43	0.45	0.54	0.48	0.53	0.64	0.57
40	4.5	0.3	0.32	0.35	0.4	0.44	0.43	0.46	0.49	0.54	0.64	-

Conversión 2D a 3D

Para realizar la conversión se utiliza como base las ecuaciones de Melo (2009), asumiendo que la altura del elipsoide en 2D y 3D hace referencia al mismo cuerpo geométrico. Por lo tanto, se establece una igualdad que se desarrolla de la siguiente manera:

$$H_{2D} = \left[\frac{3S}{4\sqrt{\pi D_P}}\right]^{\frac{2}{3}}$$

$$H_{3D} = \left[\frac{V}{2\pi D_P}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{7.25}$$

$$H_{2D} = H_{3D} = \left[\frac{V}{2\pi D_P}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$V = 2\pi D_P (H_{2D})^2$$

Parámetros Modelo de Castro (2007)

En la Tabla 15, se adjuntan los valores obtenidos para reemplazar en la ecuación propuesta por Castro et al. (2007). Esta se obtuvo definiendo un valor de c, la cual se obtiene desde la tasa de crecimiento lineal de la IEZ respecto a la masa extraída, y encontrando las constantes h_0 y m_0 que mejor se ajustaran al modelo. Para el caso del presente proyecto, se utilizó la herramienta *"Solver"* de Excel.

Tabla 15:Valores de h_0, m_0 y c para reemplazar en modelo de Castro et al. (2007).

h_0 (mm)	m_0 (kg)	c(mm/kg)
241.031	2.45	24

Con estas magnitudes, la ecuación propuesta por Castro se define como:

$$h(m) = 241.031\left(1 - \exp\left(-\frac{m}{2.45}\right)\right) + 24c \tag{7.26}$$