UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTA MARIA

Repositorio Digital USM **https://repositorio.usm.cl**

Tesis USM TESIS de Postgrado de acceso ABIERTO

2017

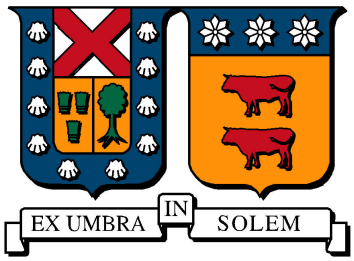
MODELAMIENTO Y CALIBRACIÓN DE UN MANIPULADOR ROBÓTICO CONTINUO, MEDIANTE LOCALIZACIÓN 3D UTILIZANDOSENSORES MAGNÉTICOS

AHUMADA GONZÁLEZ, GABRIEL ANDRÉS

http://hdl.handle.net/11673/23714

Repositorio Digital USM, UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTA MARIA

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA
VALPARAÍSO - CHILE



"MODELAMIENTO Y CALIBRACIÓN DE UN MANIPULADOR ROBÓTICO CONTINUO, MEDIANTE LOCALIZACIÓN 3D UTILIZANDO SENSORES MAGNÉTICOS "

GABRIEL ANDRÉS AHUMADA GONZÁLEZ

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGISTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA ELECTRÓNICA MENCIÓN CONTROL AUTOMÁTICO

PROFESOR GUÍA: DR. MANUEL OLIVARES SALINAS

ENERO - 2017

RESUMEN

El presente trabajo de Tesis aborda un problema de modelado de un Manipulador Robótico Continuo (MRC), dispositivo de reciente generación alternativo a los tradicionales manipuladores robóticos articulados rígidos. Los MRC presentan un espacio de trabajo complejo de determinar a partir de la cinemática directa de sus componentes debido a que se basa en la deformación de compartimientos flexibles provocada por un fluido, y más complejo aún es determinar la deformación necesaria de cada compartimiento para conseguir una posición y/o trayectoria determinada del elemento final del brazo robótico, aplicando cinemática inversa. Por esto, en la actualidad este tipo de manipuladores se utiliza en modo asistido por operador, lo cual motiva el desarrollo de un modelo cinemático que haga posible la teleoperación y/o la automatización de la manipulación de objetos con mayor precisión y/o repetibilidad que la que es posible obtener por operación manual.

El aporte de esta Tesis, consiste en la calibración y validación experimental de un modelo cinemático del manipulador MRC disponible en el Laboratorio de Sistemas Mecatrónicos, ajustando sus parámetros mediante cuadrados mínimos no lineales. Para este fin, se construye un sistema de medición magnética externo de carácter no invasivo para medir la posición del elemento final sin alterar la posición del brazo robótico, otorgando una medición confiable para una adecuada calibración del modelo cinemático. Una vez calibrado el modelo, se aplica una estrategia de control en lazo cerrado, que requiere definir la elongación de cada compartimiento a partir de la posición deseada del elemento final del manipulador, que se obtienen mediante un modelo cinemático inverso aproximado por una red neuronal artificial.

El MRC disponible es un robot móvil RobotinoXT, equipado con sensores para monitorear la presión y la elongación en cada una de sus seis cámaras deformables por aire comprimido.

ABSTRACT

The present work of Thesis approach a modelling problem of a Continuous Robotic Manipulator (MRC), a device of recent generation alternative to traditional rigid robotic manipulators. The MRC presents a complex work space to determine from the direct kinematics of its components because it's based on the deformation of flexible compartments caused by a fluid, and more complex still is to determine the necessary deformation of each compartment to obtain a Position and/or determined trajectory of the final element of the robotic arm, applying inverse kinematics. Therefore, these types of manipulators are currently used in operator-assisted mode, which motivates the development of a kinematic model that enables teleoperation and/or automation of object manipulation with greater precision and/or repeatability than which is possible by manual operation.

The contribution of this thesis consists on calibration and validation of a kinematic model of the MRC manipulator available in the Mechatronic Systems Laboratory, adjusting its parameters through nonlinear least squares. For this purpose, an external magnetic measurement system of non-invasive character is constructed to measure the position of the final element without altering the position of the robotic arm, providing a reliable measurement for an appropriate calibration of the kinematic model. Once the model is calibrated, a closed-loop control strategy is applied, which requires defining the elongation of each compartment from the desired position of the manipulator's final element, through an inverse kinematic model approximated by an artificial neural network.

The available MRC is a mobile robot RobotinoXT, equipped with sensors to monitor pressure and elongation in each of its six deformable chambers by compressed air.

GLOSARIO

PID: Proporcional Integral Derivativo. Tipo de Control que minimiza el error ajustando la entrada.

SMM: Sistema de Medición Magnético. Estructura para medición magnética fabricada para la calibración del modelo cinemático.

CBHA: Compact Bionic Handling Assistant. Manipulador montado en la plataforma RobotinoXT

MRC: Manipulador Robótico Continuo.

Índice general

Resumen II

Abstract IV

Glosario V

Lista de Figuras XI

Lista de Tablas XV

1. Introducción y Objetivos **1**

1.1. Motivación 2

1.2. Objetivos 4

1.3. Estructura del Documento 5

2. Antecedentes del Modelo Cinemático **7**

2.1. Relaciones Geométricas del Modelo 8

2.2. Modelo Cinemático de las Secciones Deformables 13

2.3. Experimentación Sensores de Elongación 17

3. Sistema Medición Magnética **21**

3.1. Dipolo Magnético 22

3.2. Modelo Campo Magnético 24

3.2.1. Sistema de Refencia en Sistema de Medición Magnética . . 25

3.3. Sensores Magnéticos y Calibración 28
3.3.1. Alternativa 1: Calibración Individual Directa 30
3.3.2. Alternativa 2: Calibración Conjunta Proporcional 35
3.3.3. Alternativa 3: Calibración Conjunta Lineal 37
3.4. Validación Sistema de Medición 40
3.4.1. Validación de Calibración en Alternativa 1 40
3.4.2. Validación de Calibración en Alternativa 2 41
3.4.3. Validación de Calibración en Alternativa 3 42
3.5. Observaciones Generales 43

4. Algoritmo de Localización 47
4.1. Definición del Problema de Localización 48
4.2. Validación de Algoritmo de Localización 49
4.2.1. Validación de Algoritmo para Alternativa 1 49
4.2.2. Validación de Algoritmo para Alternativa 2 51
4.2.3. Validación de Algoritmo para Alternativa 3 52
4.3. Observaciones Generales 53

5. Calibración del Modelo Cinemático 55
5.1. Definición Problema de Optimización 56
5.2. Trayectoria SMM y Modelo Cinemático 58
5.3. Resolución al Problema de Ajuste 60

6. Comportamiento y Espacio de Operación CBHA 63

7. Control PID sobre la Posición del CBHA 69
7.1. Inversa de Modelo Cinemático 71
7.1.1. Pruebas Modelos Cinemáticos Inversos 75
7.2. Simulación Control de Manipulador CBHA 77
7.3. Experimentación Control Punto a Punto del Manipulador CBHA 81

7.4. Experimentación Control de Trayectoria del Manipulador CBHA . 87

8. Conclusiones y trabajos futuros 91

8.1. Conclusiones 92

8.2. Trabajos Futuros 94

Bibliografía 95

Anexos 97

A. Obtención parámetros en Toroide 99

Índice de figuras

1.1. RobotinoXT®- Festo 2

2.1. Marcos de Referencias 9
2.2. Detalle Parámetros 10
2.3. Segmento Toroide Completo 14
2.4. Aproximación de cámaras en una sección 14
2.5. Simulación: Trayectoria Circular - Parámetros Iniciales 19
2.6. Simulación: Vista Frontal de Trayectoria Circular con Joystick . . 19

3.1. Dipolo: Ejemplo espira 22
3.2. Dipolo Magnético 22
3.3. Posición y Orientación para un Imán 25
3.4. Posición y Orientación Respecto a Sensor n 26
3.5. Esquema Diseñado para Distribución de Sensores 27
3.6. Esquema Elaborado para Distribución de Sensores 27
3.7. Esquema de conexión Sistema de Medición 29
3.8. Procedimiento de Calibración 30
3.9. Estructura de Calibración 36

5.1. Offset en Punto obtenido de SMM respecto a Punto final del Manipulador 58
5.2. Trayectoría de Calibración según Modelo con parámetros iniciales 59
5.3. Trayectoría de Calibración según Sistema Medición Magnética . . 59

5.4. Trayectoría de Calibración según ambos Modelos 60
5.5. Trayectoría de Calibración - Comparación Resultados 61

6.1. Secuencia Ascendente Presiones CBHA 64
6.2. Secuencia Descendente Presiones CBHA 65
6.3. Posiciones en secuencias de presion, con secuencia descendente invertida 65
6.4. Error Trayectoria secuencias 66
6.5. Posiciones en el Espacio 66

7.1. Esquema de Control sobre Manipulador 70
7.2. Sistema de Control 71
7.3. Red Neuronal Artificial para Modelo Cinemático Inverso 72
7.4. Espacio de trabajo CBHA 73
7.5. Espacio de trabajo CBHA - Plano $Y - Z$ 74
7.6. Esquema de Entrenamiento de ANN 75
7.7. Largos de cada sección de CBHA 78
7.8. Presiones de cada sección de CBHA 78
7.9. Errores de cada sección de CBHA 79
7.10. Posiciones en Plano $\{Y - Z\}$ 79
7.11. Largos de cada sección de CBHA 81
7.12. Presiones de cada sección de CBHA 82
7.13. Errores de cada sección de CBHA 82
7.14. Posiciones en el Espacio 83
7.15. Largos de cada sección de CBHA 84
7.16. Presiones de cada sección de CBHA 85
7.17. Errores de cada sección de CBHA 85
7.18. Posiciones en el Espacio 86
7.19. Largos de cada sección de CBHA 88
7.20. Presiones de cada sección de CBHA 88

7.21. Errores de cada sección de CBHA 89
7.22. Posiciones en el Espacio 89

A.1. Detalle Parámetros 100

Índice de tablas

2.1. Radio de cada sección 15
2.2. Ejemplo de transformación para elongaciones de igual magnitud . 16
2.3. Datos Sensor 1 17
2.4. Datos Sensor 2 17
2.5. Datos Sensor 3 17
2.6. Datos Sensor 4 17
2.7. Datos Sensor 5 18
2.8. Datos Sensor 6 18
2.9. Ajuste Polinomial de cada Sensor 18

3.1. Configuración Sensores 28
3.2. Ubicación de sensores, respecto al punto de origen 29
3.3. Datos para Calibración Sensor 1 32
3.4. Datos para Calibración Sensor 2 32
3.5. Datos para Calibración Sensor 3 33
3.6. Datos para Calibración Sensor 4 33
3.7. Constantes y Error respectivo, mediante promedio directo 34
3.8. Constantes y Error respectivo, mediante mínimos cuadrados . . . 34
3.9. Puntos para Calibración 35
3.10. Datos para Calibración Sensor 1 36
3.11. Datos para Calibración Sensor 2 37
3.12. Datos para Calibración Sensor 3 37

3.13. Datos para Calibración Sensor 4 37
3.14. Parámetros mediante Calibración 38
3.15. Parámetros mediante Calibración Mínimos Cuadrados, Lineal . . 39
3.16. Posiciones para Validación 40
3.17. Mediciones de Campo Magnético para Validación Sensor 1 41
3.18. Mediciones de Campo Magnético para Validación Sensor 2 41
3.19. Mediciones de Campo Magnético para Validación Sensor 3 42
3.20. Mediciones de Campo Magnético para Validación Sensor 4 42
3.21. Errores para Puntos de Validación Alternativa 1 43
3.22. Posiciones para Validación 43
3.23. Mediciones de Campo Magnético para Validación Sensor 1 44
3.24. Mediciones de Campo Magnético para Validación Sensor 2 44
3.25. Mediciones de Campo Magnético para Validación Sensor 3 44
3.26. Mediciones de Campo Magnético para Validación Sensor 4 44
3.27. Errores para Puntos de Validación Alternativa 2 45
3.28. Errores para Puntos de Validación Alternativa 3 45

4.1. Posiciones obtenidas sin Ajuste 50
4.2. Posiciones obtenidas para Promedio de Alternativa 1 50
4.3. Posiciones obtenidas para Mínimos Cuadrados de Alternativa 1 . 50
4.4. Errores Alternativa 1 51
4.5. Posiciones para Promedio de Alternativa 2 51
4.6. Posiciones para Mínimos Cuadrados de Alternativa 2 52
4.7. Tabla Errores Alternativa 2 52
4.8. Posiciones para Mínimos Cuadrados de Alternativa 3 53
4.9. Errores Alternativa 3 53

7.1. Rangos de operacion para los sensores de elongación 72
7.2. Puntos de Prueba 75
7.3. Errores para cada alternativa 76

7.4. Resultado a Puntos de Prueba 77
7.5. Puntos obtenidos mediante control Simulado 80
7.6. Puntos obtenidos mediante Control Experimental 83
7.7. Puntos de Referencia 2da Experimentación 84
7.8. Puntos obtenidos mediante Control 2do Experimento 86

Capítulo 1

Introducción y Objetivos

1.1. Motivación

La empresa internacional Festo posee una gran variedad de equipos robóticos inspirados en sistemas biológicos, los cuales han sido fabricados imitando el comportamiento del ser viviente utilizado como inspiración, sin tener un modelo matemático específico del sistema, lo cual constituye un desafío por desarrollar. El manipulador robótico continuo que se encuentra disponible en el Laboratorio de Sistemas Mecatrónicos es conocido como "Compact Bionic Handling Assistant"(CBHA), el que se encuentra montado sobre una plataforma móvil omnidireccional RobotinoXT, como se muestra en la Figura 1.1. Existen diversos trabajos previos, en donde inicialmente se busca el modelo general para la imitación de una trompa de elefante [1] como brazo, y que posteriormente se incluye una pinza al final del manipulador. El manipulador consta de 2 secciones con 3 cámaras paralelas deformables cada una, lo que aumenta el alcance y complejidad [2]. Posteriormente, se analiza la versión compacta [3] y equipada en el sistema móvil RobotinoXT.

Figura 1.1: RobotinoXT®- Festo

A dicha versión de manipulador, se le obtiene un modelo cinemático aproximado a través del cálculo geométrico generado por la curvatura producida por la deformación total [2] [3] [4], aproximando ésta como una curva constante, es decir, con una forma circular, parabólica, u otra. A este modelo se le han desarro-

llado pequeñas variaciones enfocadas cada vez a una mayor precisión del ajuste y a la mejora de estos modelos, corrigiendo indefiniciones para ciertas posiciones complejas o parámetros mal estimados, los cuales han sido calibrados experimentalmente con métodos invasivos que degradan la validez del experimento [5] al ejercer fuerzas de tensión sobre el manipulador. El modelo obtenido inicialmente a partir de la cinemática posee errores en la posición, debido a aproximaciones en la forma del manipulador considerando un radio constante entre las cámaras de la misma sección, siendo realmente que este radio decrece a medida que se acerca al punto final del manipulador. Dentro de cualquier proceso de modelado, existen parámetros reales que son difíciles de medir e incluso estimar, los que generan una desviación en el modelo y la necesidad de calibración del mismo.

Lo que se propone innovar en este trabajo de Tesis, es una alternativa para la calibración del modelo mediante un sistema no invasivo de medición. La alternativa propuesta utiliza principios de electromagnetismo para localización espacial, similares a los utilizados en las referencias [6] y [7], con lo que se pretende tener un sistema confiable e inalámbrico de medición. Al disponer de una medición confiable que no afecte el movimiento del manipulador, se puede calibrar el modelo cinemático ajustando parámetros asociados directamente a la estructura física del manipulador, permitiendo contar con un modelo cinemático calibrado que entregue la posición del elemento final en tiempo real, cuya inversa habilite el control bajo lazo cerrado del manipulador, sin necesidad de algún sensor externo.

1.2. Objetivos

El objetivo general de este trabajo de Tesis consiste en la obtención de un modelo cinemático calibrado, capaz de entregar una posición en el espacio del elemento final y que a su vez permita ejercer algún grado de control sobre el mismo. Para ello, es necesario:

- Disponer de un sistema de medición inalámbrico para la posición mediante sensores de campo magnéticos, el cual debe estar correctamente calibrado para la detección de un imán en el espacio de medición.
- Calibrar el modelo cinemático del manipulador robótico continuo (MRC), tal que, al entregarle mediciones de elongación, se obtenga la posición actual del elemento final del manipulador.
- Implementar un sistema de control sobre la posición actual del elemento final del manipulador, llevando el manipulador a nuevas posiciones de referencia, obtenidos mediante un modelo cinemático inverso aproximado mediante redes neuronales artificiales.

1.3. Estructura del Documento

A continuación se explica brevemente la manera en la que el presente documento está organizado, realizando un comentario conciso sobre el contenido de cada uno de los capítulos que lo componen.

- **Capítulo 1: Introducción y Objetivos**
  Se presenta la problemática y necesidad del modelado para manipuladores robóticos continuos. Posteriormente se plantean los resultados esperados.

- **Capítulo 2: Antecedentes del Modelo Cinemático**
  Se relata todo lo investigado referente al modelado cinemático del manipulador robótico continuo equipado en el RobotinoXT.

- **Capítulo 3: Sistema de Medición Magnética**
  Detalle del sistema propuesto para disponer de mediciones magnéticas en presencia de un imán, los sensores utilizados y su calibración.

- **Capítulo 4: Algoritmo de Localización**
  Utilizando la información del sistema de medición magnético, se explica el algoritmo de localización para obtener la posición espacial del imán presente, en el espacio de medición.

- **Capítulo 5: Calibración del Modelo Cinemático**
  Se explica el procedimiento de calibración del modelo cinemático, mediante el uso de las posiciones otorgadas gracias al sistema de medición magnética.

- **Capítulo 6: Comportamiento y Espacio de Operación CBHA**
  Se presentan las anomalías existentes en el CBHA que dificultan el control directo, usando alguna inversa del modelo cinemático.

- **Capítulo 7: Control PID sobre la Posición del CBHA**
  Se muestra la estrategia de control que se implementa sobre el manipulador, y que permite llevar el elemento final a cualquier nuevo punto.

- **Capítulo 8: Conclusiones y trabajos futuros**

  Se presentan las conclusiones del trabajo realizado y se plantean los trabajos futuros que se pueden desprender del actualmente realizado.

- **Anexos**

  Se adjuntan anexos que explican algunos detalles de los cálculos realizados.

Capítulo 2

Antecedentes del Modelo Cinemático

En este capítulo se presenta el análisis desarrollado en el estado del arte para abordar el modelado del manipulador robótico continuo "Compac Bionic Handling Assistant", y el modelo resultante que permitiría conocer la localización del elemento final de este manipulador.

2.1. Relaciones Geométricas del Modelo

Dentro del Estado del Arte, se encuentra una expresión genérica para describir el modelo cinemático del CBHA [4] que se presenta a continuación:

$$\begin{bmatrix} x_f \\ y_f \\ z_f \end{bmatrix} = FKM(\quad \vec{L}_m \quad ; \quad \Psi \quad) \tag{2.1}$$

$$\vec{L}_m = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 & l_3 & l_4 & l_5 & l_6 \end{bmatrix}^T \tag{2.2}$$

$$\Psi = \{\delta, dl, t, p\} \quad \text{(Parámetros)} \tag{2.3}$$

En donde las coordenadas $\{x_f, y_f, z_f\}$ corresponden a la posición espacial del elemento final, cuyo origen de coordenadas se encuentra en la parte baja del manipulador, tal como se muestra en la Figura 2.1. Luego, las variables $\{l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, l_6\}$ corresponden a las longitudes de cada cámara deformable, cuya medición se logra mediante los sensores de desplazamiento equipados abordo del manipulador CBHA. Por último, los parámetros $\Psi = \{\delta, dl, t, p\}$ corresponden a las características físicas propias de la construcción del manipulador mostrados en la Figura 2.2, detallados a continuación:

- δ: Ángulo de inclinación en el eje de coordenadas para el inicio del Manipulador CBHA.

- t: Traslación del punto de origen en el eje Z, asociado a la altura del inicio

del manipulador.

- *dl*: Traslación en el eje rotado por δ, siendo esta distancia asociada a un pequeño desplazamiento en la base del manipulador, hasta el comienzo de la primera sección del manipulador.

- *p*: Corresponde al desplazamiento final del manipulador dado por el espesor de la muñeca (actuador que da giro a la garra), medido desde el final de la segunda sección del manipulador.

Estos parámetros son esquematizados en la Figura 2.2, asociados a los marcos de referencias indicados en la Figura 2.1 [4].

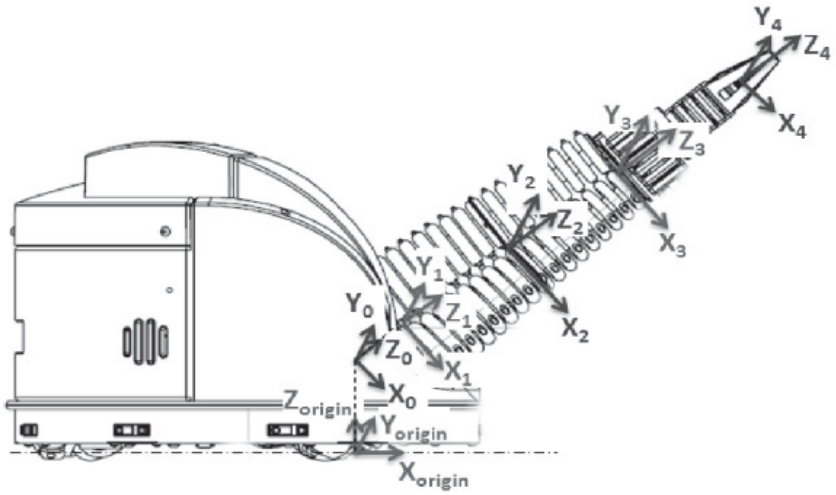


Figura 2.1: Marcos de Referencias

La intención detrás de este modelo cinemático, es encontrar la posición de origen para el sistema de coordenadas (X_4, Y_4, Z_4), pero referenciado desde el sistema de coordenadas $(X_{origin}, Y_{origin}, Z_{origin})$. Para ello, solo es necesario conocer las traslaciones y rotaciones que existen entre los distintos sistemas de coordenadas.

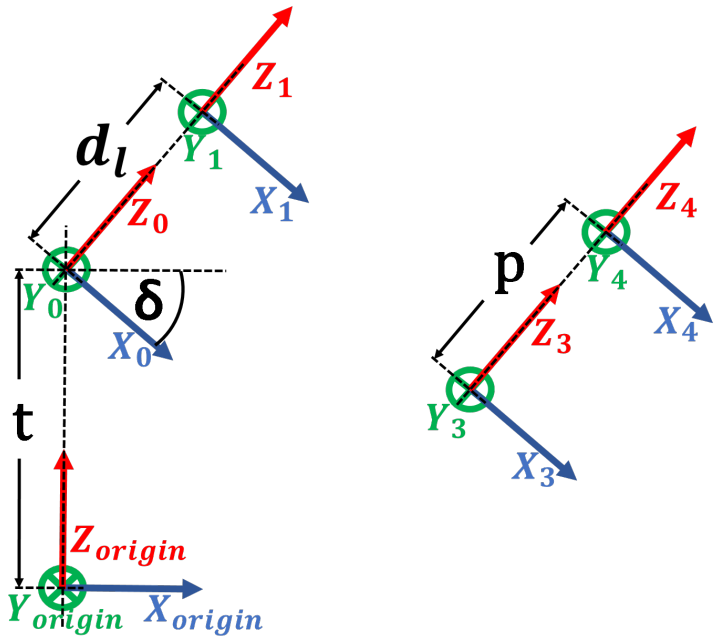


Figura 2.2: Detalle Parámetros

Para representar las transformaciones en el plano de coordenadas, se utiliza la expresión de traslación y rotación de vectores, siendo de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} {}^{i-1}\vec{p} \\ 1 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|c} & {}^{i-1}\mathbf{R}_i & & {}^{i-1}\mathbf{d}_i \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{bmatrix} {}^{i}\vec{p} \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

En donde,

- ${}^{i}\vec{p}$, corresponde al punto inicial, en la referencia i, al cual se le aplicará el cambio de coordenadas.
- ${}^{i-1}\mathbf{R}_i$, corresponde a la matriz de rotación para pasar desde la referencia i hacia la referencia $i-1$.
- ${}^{i-1}\mathbf{d}_i$, corresponde al vector de traslación para moverse desde la referencia i hacia la referencia $i-1$.
- ${}^{i-1}\vec{p}$, corresponde al punto, pero en la referencia $i-1$.

De esta forma, se puede desplazar la referencia del punto del elemento final del manipulador, el cual corresponde al origen en el marco de referencia **4**, y que implicaría ${}^4\vec{p} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$, hacia el sistema de coordenadas **3**, empleando sólo una traslación en el eje Z de distancia **p**, ya que se refiere a una parte rígida del manipulador, según Figura 2.2. Considerando que la matriz de rotación para esta situación corresponde a una matriz identidad de dimensión 3 ($I_{3\times3}$), y una traslación representada como:

$$ {}^3\mathbf{d}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ p \end{bmatrix} \tag{2.5} $$

Quedando esa transformación como:

$$ \begin{bmatrix} {}^3\vec{p} \\ 1 \end{bmatrix} = {}^3\mathbf{T}_4 \begin{bmatrix} {}^4\vec{p} \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2.6} $$

$$ \begin{bmatrix} {}^3\vec{p} \\ 1 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|c} & {}^3\mathbf{R}_4 & & {}^3\mathbf{d}_4 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{bmatrix} {}^4\vec{p} \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2.7} $$

$$ \begin{bmatrix} {}^3\vec{p} \\ 1 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & p \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2.8} $$

$$ \begin{bmatrix} {}^3\vec{p} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ p \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2.9} $$

$$ {}^3\vec{p} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & p \end{bmatrix}^T \tag{2.10} $$

Con la transformación de la ecuación (2.6), se puede llevar el punto de interés

al sistema de referencia **3** y, repitiendo el mismo procedimiento para el resto de los sistemas de coordenadas, se desea llevar al sistema de referencia global *origin*, con lo cual se logra conocer la posición del elemento final desde el punto de vista global.

Las transformaciones entre las referencias ($\mathbf{3} \mapsto \mathbf{2}$) y ($\mathbf{2} \mapsto \mathbf{1}$) dependen netamente de la deformación existente entre las cámaras que conforman cada segmento del manipulador correspondientemente, siendo estas transformaciones analizadas detalladamente en la siguiente sección.

Considerando la disponiblidad del punto ${}^{1}\vec{p}$, quedan las últimas transformaciones asociadas a la inclinación y desplazamiento de la base del manipulador, respecto de la base de la plataforma móvil del RobotinoXT. Para esas transformaciones se utiliza el mismo procedimiento, considerando para este caso:

$$ {}^{origin}\mathbf{R}_1 = R_y(\delta) = \begin{bmatrix} \cos(\delta) & 0 & \sin(\delta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\delta) & 0 & \cos(\delta) \end{bmatrix} \tag{2.11} $$

$$ {}^{origin}\mathbf{d}_1 = \begin{bmatrix} dl\sin(\delta) \\ 0 \\ dl\cos(\delta) + t \end{bmatrix} \tag{2.12} $$

$$ \begin{bmatrix} {}^{origen}\vec{p} \\ 1 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|c} & {}^{origin}\mathbf{R}_1 & & {}^{origin}\mathbf{d}_1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{bmatrix} {}^{1}\vec{p} \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2.13} $$

Quedando finalmente, ${}^{origin}\vec{p}$ como el valor representativo de la posición del elemento final del manipulador, referente al sistema de coordenadas globales.

2.2. Modelo Cinemático de las Secciones Deformables

Para simplificar el desarrollo de esta sección, se trabaja considerando la base del manipulador situado en el origen del plano $X_1 - Y_1$, proyectado hacia el eje $+Z_1$. De esta forma, se podrán utilizar las mismas expresiones para la transformación de coordenadas entre las secciones del manipulador. Debiendo encontrar, a continuación, las matrices de rotación y traslación según las distancias obtenidas por los sensores l_1, l_2 y l_3 para la primera sección del manipulador y los sensores l_4, l_5 y l_6 para la segunda sección.

Para ello, se plantea la aproximación de la deformación generada por una sección del manipulador a un segmento de toroide, cuyo radio de sección circular $\mathbf{b_k}$ es igual al radio de la base de la sección del manipulador. El resto de las características son dadas por los desplazamientos en los sensores de elongación, como lo son el radio de curvatura $\mathbf{R_k}$ y los ángulos de orientación del toroide en el plano de coordenadas definido por $\theta_\mathbf{k}$ y $\phi_\mathbf{k}$. Para explicar gráficamente esta aproximación, se presenta la Figura 2.3. Para esta aproximación sólo se considera la ubicación de los sensores de longitud en el contorno de la sección, tomando como longitud central $_\mathbf{1}\bar{\mathbf{l}}$ el promedio directo de las 3 distancias de la primera sección y $_\mathbf{2}\bar{\mathbf{l}}$ el promedio de las 3 distancias de la segunda sección.

$$ {}_1\bar{l} = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{3} \tag{2.14} $$

$$ {}_2\bar{l} = \frac{l_4 + l_5 + l_6}{3} \tag{2.15} $$

Luego, es necesario conocer la inclinación final del segmento, teniendo que calcular los ángulos $\theta_\mathbf{k}$ y $\phi_\mathbf{k}$, según las Figuras 2.3 y 2.4 .

- θ_k: Ángulo de curvatura, en la sección k.

- ϕ_k: Ángulo de orientación, en la sección k.

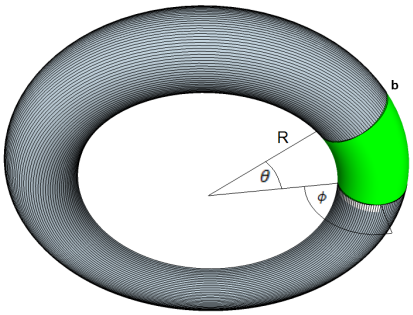


Figura 2.3: Segmento Toroide Completo

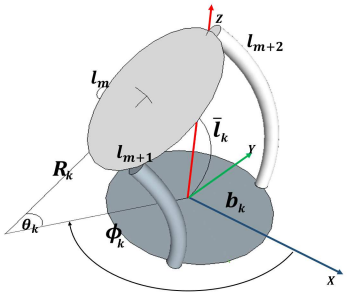


Figura 2.4: Aproximación de cámaras en una sección

Los parámetros de los toroides asociados a cada segmento, se describen como:

Sección 1:

$$\phi_1 = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}(l_3 - l_2)}{l_2 + l_3 - 2l_1}\right) \tag{2.16}$$

$$\theta_1 = \frac{2g_1}{3b_1} \tag{2.17}$$

$$g_1 = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 - (l_1 l_2 + l_1 l_3 + l_2 l_3)} \tag{2.18}$$

$$\tag{2.19}$$

Sección 2:

$$\phi_2 = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}(l_6 - l_5)}{l_5 + l_6 - 2l_4}\right) \tag{2.20}$$

$$\theta_2 = \frac{2g_2}{3b_2} \tag{2.21}$$

$$g_2 = \sqrt{l_4^2 + l_5^2 + l_6^2 - (l_4 l_5 + l_4 l_6 + l_5 l_6)} \tag{2.22}$$

$$\tag{2.23}$$

En donde, $\mathbf{b_k}$ corresponde al radio de la base circular de cada sección, detallados en la tabla 2.1.

Ver más detalle para la obtención de los parámetros de un toroide en el Anexo A.

Tabla 2.1: Radio de cada sección

Sección	Radio [cm]
b_1	6.3
b_2	5.2

Con estos parámetros, ya es posible obtener las matrices de rotación y traslación [2], las cuales estan dadas por los ángulos de rotación de Euler, en el orden **ZYZ**:

$$ {}^{1}\mathbf{R}_2 = R_z(\phi)R_y(-\theta)R_z(-\phi) \tag{2.24} $$

$$ {}^{1}\mathbf{d}_2 = \begin{bmatrix} {}_1\bar{l} \cdot sinc(\frac{\theta_1}{2}) \cdot \cos(\frac{\pi-\theta_1}{2}) \cdot \sin(\phi_1 - \frac{\pi}{2}) \\ -{}_1\bar{l} \cdot sinc(\frac{\theta_1}{2}) \cdot \cos(\frac{\pi-\theta_1}{2}) \cdot \cos(\phi_1 - \frac{\pi}{2}) \\ {}_1\bar{l} \cdot sinc(\frac{\theta_1}{2}) \cdot \sin(\frac{\pi-\theta_1}{2}) \end{bmatrix} \tag{2.25} $$

$$ {}^{2}\mathbf{R}_3 = R_z(\phi)R_y(-\theta)R_z(-\phi) \tag{2.26} $$

$$ {}^{2}\mathbf{d}_3 = \begin{bmatrix} {}_2\bar{l} \cdot sinc(\frac{\theta_2}{2}) \cdot \cos(\frac{\pi-\theta_2}{2}) \cdot \sin(\phi_1 - \frac{\pi}{2}) \\ -{}_2\bar{l} \cdot sinc(\frac{\theta_2}{2}) \cdot \cos(\frac{\pi-\theta_2}{2}) \cdot \cos(\phi_2 - \frac{\pi}{2}) \\ {}_2\bar{l} \cdot sinc(\frac{\theta_2}{2}) \cdot \sin(\frac{\pi-\theta_2}{2}) \end{bmatrix} \tag{2.27} $$

Considerando la función “sinc”, según ecuación (2.28).

$$ sinc(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\theta} \tag{2.28} $$

En donde, $R_z(\alpha)$ y $R_y(\alpha)$ corresponden a matrices de rotación estándar en los ejes que se indiquen:

$$ R_z(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_y(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & 0 & \sin(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \tag{2.29} $$

Uniendo todas las secciones y marcos de referencias, se pueden expresar todas las rotaciones y traslaciones como:

$$ {}^{i-1}\mathbf{T}_i = \left[\begin{array}{ccc|c} & {}^{i-1}\mathbf{R}_i & & {}^{i-1}\mathbf{d}_i \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \tag{2.30} $$

$$ {}^{origin}\mathbf{T}_4 = {}^{origin}\ \mathbf{T}_0 \cdot^0 \mathbf{T}_1 \cdot^1 \mathbf{T}_2 \cdot^2 \mathbf{T}_3 \cdot^3 \mathbf{T}_4 \tag{2.31} $$

$$ \left.\begin{array}{r} \left[\begin{array}{c} {}^{origin}\vec{p} \\ \hline 1 \end{array}\right] = {}^{origin}\ \mathbf{T}_4 \left[\begin{array}{c} {}^4\vec{p} \\ \hline 1 \end{array}\right] \\ \mathbf{O} = {}^{origin}\ \mathbf{R}_4 \cdot \left[\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 1 \end{array}\right]^T \\ \mathbf{P} = {}^{origin}\ \mathbf{d}_4 \end{array}\right\} \tag{2.32} $$

De esta forma, es posible repetir la transformación de coordenadas para cada segmento del manipulador, aún para casos en donde se tengan más de 2 segmentos, llevando el punto de origen del sistema de referencia **4** (${}^4\vec{p} = [0, 0, 0]^T$), equivalente al punto final del manipulador, hasta el sistema de referencia global ${}^{origin}\vec{p} = \mathbf{P}$.

Por ejemplo, una posición recta para el manipulador podría entregar valores para los sensores de l_1=l_2=l_3=l_4=l_5=l_6 = 0,08[m] y considerando parámetros de fabricación inicial p =0.02, t =0.074, dl =0.022 y δ =0.8727 [5]. Aplicando la transformación descrita, se obtienen los siguientes resultados:

Tabla 2.2: Ejemplo de transformación para elongaciones de igual magnitud

Sistema Referencia	Punto
(X_4,Y_4,Z_4)	(0.0, 0.0, 0.0)
(X_3,Y_3,Z_3)	(0.0, 0.0, 0.02)
(X_2,Y_2,Z_2)	(0.0, 0.0, 0.10)
(X_1,Y_1,Z_1)	(0.0, 0.0, 0.18)
(X_0,Y_0,Z_0)	(0.0, 0.0, 0.2020)
(X_{origen},Y_{origen},Z_{origen})	(0.1547, 0.0, 0.2038)

Para este caso particular las matrices de rotación corresponden a identidades,

dejando solo la traslación en la orientación que corresponde el sistema de referencia. Obteniendo que el punto final del manipulador se encuentra en el punto {(0.1547),(0.0),(0.2038)} de la posición global.

2.3. Experimentación Sensores de Elongación

Teniendo el modelo inicial, resta comprobar su rendimiento mediante datos reales del manipulador provenientes de los 6 sensores de elongación análogos, situados alrededor de las cámaras deformables. Estos datos vienen dados como voltaje, por lo que es necesario realizar una conversión para obtener el desplazamiento sensado. Para ello, se obtienen mediciones relacionando el voltaje medido versus el desplazamiento ocasionado, de ello se obtienen las siguientes tablas de valores:

Tabla 2.3: Datos Sensor 1

Distancia [m]	Sensor [V]
0.105	0.5865
0.112	0.6304
0.118	0.6402
0.122	0.6500
0.125	0.6598
0.130	0.6793
0.137	0.6842
0.141	0.7087

Tabla 2.4: Datos Sensor 2

Distancia [m]	Sensor [V]
0.095	0.5718
0.100	0.5865
0.105	0.5962
0.110	0.6207
0.115	0.6402
0.120	0.6549
0.125	0.6647
0.130	0.6744

Tabla 2.5: Datos Sensor 3

Distancia [m]	Sensor [V]
0.085	0.4887
0.090	0.5034
0.095	0.5180
0.100	0.5376
0.105	0.5474
0.112	0.5669
0.118	0.5865
0.122	0.6011

Tabla 2.6: Datos Sensor 4

Distancia [m]	Sensor [V]
0.205	0.8797
0.210	0.8944
0.215	0.9090
0.220	0.9286
0.225	0.9433
0.230	0.9530
0.235	0.9628
0.240	0.9872

Tabla 2.7: Datos Sensor 5

Distancia [m]	Sensor [V]
0.160	0.7478
0.165	0.7575
0.170	0.7722
0.175	0.7869
0.180	0.7966
0.185	0.8162
0.190	0.8308
0.195	0.8406

Tabla 2.8: Datos Sensor 6

Distancia [m]	Sensor [V]
0.165	0.7966
0.170	0.8113
0.175	0.8211
0.180	0.8406
0.185	0.8553
0.190	0.8651
0.195	0.8797
0.200	0.8895

De estos datos se obtienen los parámetros de un ajuste polinomial de primer grado, ya que la distribución de los datos obtenidos se asimilan a una recta, ajustando los datos de la siguiente manera:

$$l_i = m_i \cdot lr_i + b_i \tag{2.33}$$

En donde, lr_i corresponde al valor bruto entregado por el sensor i-ésimo, y l_i a la elongación medida en unidades de metros a procesar del sensor i-ésimo.

Se obtienen los siguientes parámetros de ajuste para cada sensor:

Tabla 2.9: Ajuste Polinomial de cada Sensor

	Sensor 1	Sensor 2	Sensor 3	Sensor 4	Sensor 5	Sensor 6
Pendiente (m_i)	31.7289	32.5587	33.4376	33.5333	36.1077	36.6796
Intersección (b_i)	-8.4039	-9.0499	-7.8425	-9.0114	-10.9042	-12.7406

Con estos datos, es posible transformar los valores de los sensores en las distancias que estos representan, permitiendo en este punto lograr introducir los valores de distancia obtenidos, al modelo presentado en la sección previa.

Para obtener una primera impresión del rendimiento que posee el modelo estudiado, se adquieren datos del manipulador al realizar un desplazamiento circular

controlado por joystick, obteniendo la trayectoria que se muestra en las Figuras 2.5 y 2.6.

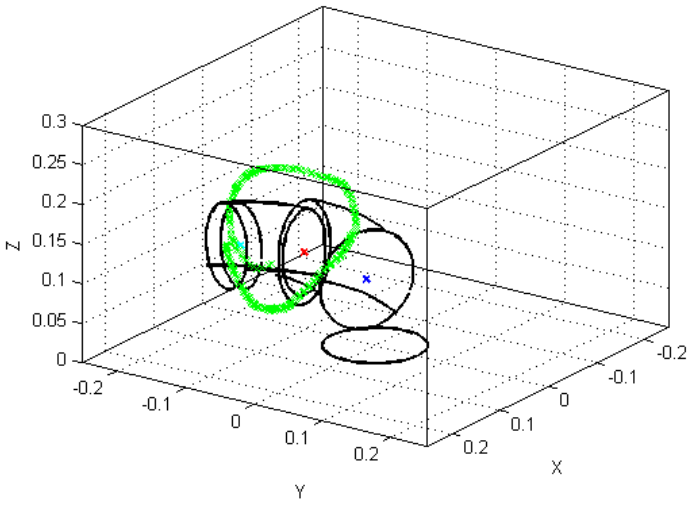


Figura 2.5: Simulación: Trayectoria Circular - Parámetros Iniciales

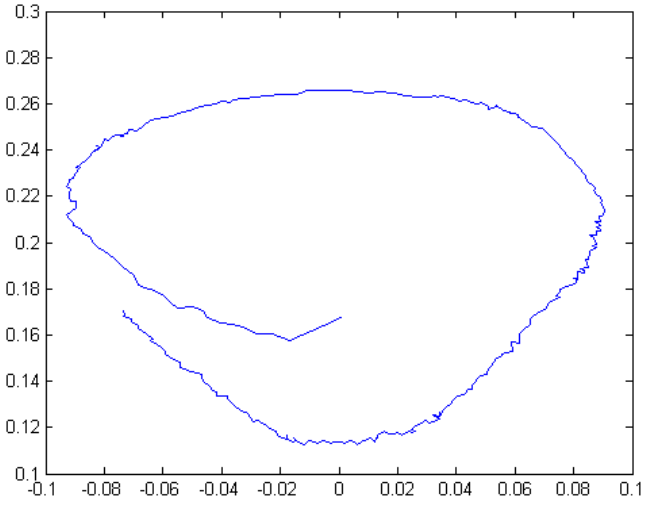


Figura 2.6: Simulación: Vista Frontal de Trayectoria Circular con Joystick

Capítulo 3

Sistema Medición Magnética

En este capítulo se explica el fundamento para la medición magnética y la relación que existe entre la ubicación y los campos magnéticos generados por un imán.

3.1. Dipolo Magnético

Con la intención de obtener un modelo matemático que describa la posición y orientación de un imán en el espacio, se utilizan las características físicas de un dipolo magnético, en donde el campo magnético generado corresponde a:

$$B = \nabla \times A \tag{3.1}$$

En donde,
- A: Potencial vector magnético en un punto P.

De las referencias [7] y [8], se sabe que el potencial vector magnético se puede calcular realizando un desarrollo multipolar, considerando una corriente estacionaria de intensidad I que circula por una espira cerrada en un punto P, que se encuentra ubicado a una distancia mucho mayor que el máximo r' de la espira, como se puede observar en la Figura 3.1.

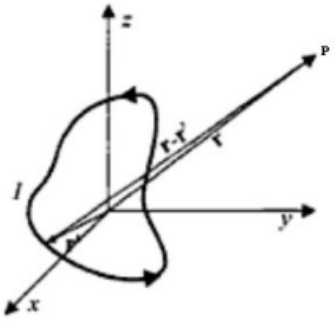


Figura 3.1: Dipolo: Ejemplo espira

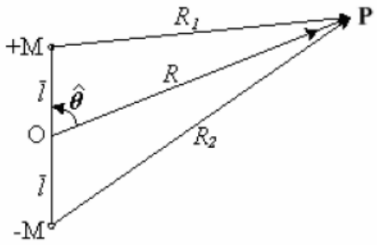


Figura 3.2: Dipolo Magnético

Por lo que un potencial para $|r'| << r$, corresponde a:

$$A(r) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{dr'}{|r - r'|} \tag{3.2}$$

Luego, se considera el campo que generán 2 cargas magnéticas muy próximas entre sí, de cargas $+M$ y $-M$ separadas por una distancia L y un vector P en el espacio cuya distancia es mucho mayor que L.

La intensidad del campo magnético en P, según Figura 3.2, se puede expresar como:

$$F(R, \theta) = M(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R2}) \tag{3.3}$$

Mediante la ley del coseno y la aproximación mediante Series de Taylor [7] se puede lograr una relación:

$$\frac{1}{R1} = \frac{1}{R} + \frac{\bar{l}}{R^2}\cos\theta + \frac{1}{2}\frac{\bar{l}^2}{R^3}(3\cos^2\theta - 1) \tag{3.4}$$

$$\frac{1}{R2} = \frac{1}{R} - \frac{\bar{l}}{R^2}\cos\theta + \frac{1}{2}\frac{\bar{l}^2}{R^3}(3\cos^2\theta - 1) \tag{3.5}$$

Por lo que el potencial magnético aproximado se define como:

$$F(R, \theta) = M\left(\frac{1}{R1} - \frac{1}{R2}\right) = 2M\bar{l}\left(\frac{\cos\theta}{R^2}\right) \tag{3.6}$$

Definiendo el momento magnético del dipolo como:

$$\bar{m} = 2M\bar{l}\mathbf{O} = LM\mathbf{O} \tag{3.7}$$

Con $\mathbf{O}$ como un vector unitario con la dirección del vector de momento del

dipolo, orientada desde la magnetización negativa hacia la positiva.

El campo magnético se puede obtener mediante el producto punto entre el potencial y el momento magnético, resultando finalmente:

$$B = B_{cte}\left(\frac{3[O \cdot P]P}{R^5} - \frac{O}{R^3}\right) \tag{3.8}$$

En donde la constante B_{cte} depende directamente de las dimensiones, de la magnetización del imán utilizado, y la permeabilidad magnética relativa del medio en el que se trabaja.

3.2. Modelo Campo Magnético

La expresión para el campo magnético puede ser descompuesto según sus componentes cartesianas, como se muestra a continuación:

$$B = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k} \tag{3.9}$$

Utilizando la expresión final de la sección anterior, la separación por componentes, el vector de orientación $O = (I_o, J_o, K_o)$ y la Posición de interés $P = (X_p, Y_p, Z_p)$, se llega a:

$$B_x = B_{cte}\left(\frac{3[I_o \cdot X_p + J_o \cdot Y_p + K_o \cdot Z_p] \cdot X_p}{R^5} - \frac{I_o}{R^3}\right) \tag{3.10}$$

$$B_y = B_{cte}\left(\frac{3[I_o \cdot X_p + J_o \cdot Y_p + K_o \cdot Z_p] \cdot Y_p}{R^5} - \frac{J_o}{R^3}\right) \tag{3.11}$$

$$B_z = B_{cte}\left(\frac{3[I_o \cdot X_p + J_o \cdot Y_p + K_o \cdot Z_p] \cdot Z_p}{R^5} - \frac{K_o}{R^3}\right) \tag{3.12}$$

En donde,

$R = \sqrt{X_p^2 + Y_p^2 + Z_p^2}$ y $|\mathbf{O}| = \sqrt{I_o^2 + J_o^2 + K_o^2} = 1$

En la Figura 3.3, se muestra una posible posición $P(X_p, Y_p, Z_p)$ y orientación $O(I_o, J_o, K_o)$, utilizando como referencia el origen del sistema coordenado.

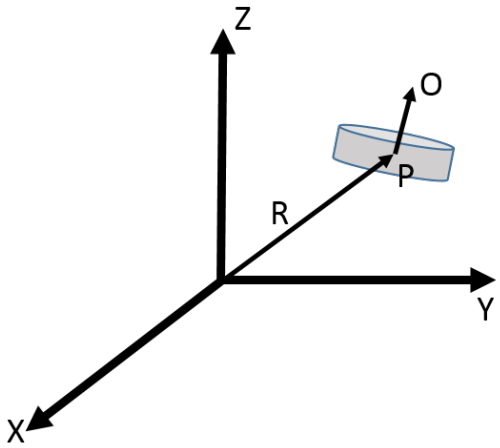


Figura 3.3: Posición y Orientación para un Imán

3.2.1. Sistema de Refencia en Sistema de Medición Magnética

Para determinar la posición de un imán en el espacio de trabajo, es necesario situar los sensores magnéticos en ubicaciones conocidas y de conveniencia para la detección, teniendo que definir correctamente el eje de coordenadas a utilizar y compatibilizarlo con el sistema de referencias utilizado en el modelo cinemático del manipulador. Por lo que para evitar cualquier conflicto entre los sistemas de referencia, se define como origen el mismo utilizado en el modelado del manipulador robótico continuo, correspondiente al punto frontal de la base de la plataforma móvil.

En la Figura 3.4, se presenta un esquema ejemplificador para el posicionamiento del imán respecto de uno de los sensores, y aplicable a cada sensor que se necesite utilizar.

Con la referenciación de la Figura 3.4, basta con utilizar como punto de interés el vector generado al restar, el punto con la posición del sensor n-esimo y la

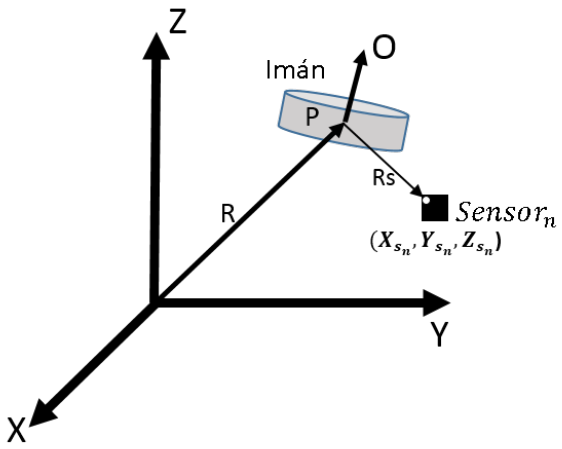


Figura 3.4: Posición y Orientación Respecto a Sensor n

posición del imán, quedando el campo magnético expresado como:

$$B_{nx} = B_{cte}\left(\frac{3[I_o(x_{s_n} - X_p) + J_o(y_{s_n} - Y_p) + K_o(z_{s_n} - Z_p)](x_{s_n} - X_p)}{R_{s_n}^5} - \frac{I_o}{R_{s_n}^3}\right) \tag{3.13}$$

$$B_{ny} = B_{cte}\left(\frac{3[I_o(x_{s_n} - X_p) + J_o(y_{s_n} - Y_p) + K_o(z_{s_n} - Z_p)](y_{s_n} - Y_p)}{R_{s_n}^5} - \frac{J_o}{R_{s_n}^3}\right) \tag{3.14}$$

$$B_{nz} = B_{cte}\left(\frac{3[I_o(x_{s_n} - X_p) + J_o(y_{s_n} - Y_p) + K_o(z_{s_n} - Z_p)](z_{s_n} - Z_p)}{R_{s_n}^5} - \frac{K_o}{R_{s_n}^3}\right) \tag{3.15}$$

$$R_{s_n} = \sqrt{(x_{s_n} - X_p)^2 + (y_{s_n} - Y_p)^2 + (z_{s_n} - Z_p)^2} \tag{3.16}$$

En donde se tienen la posición $P(X_p, Y_p, Z_p)$ y la orientación $O(I_o, J_o, K_o)$ del imán, y las posiciones de los sensores $s_n(x_{s_n}, y_{s_n}, z_{s_n})$, para dar origen al campo magnético en cada eje para el n-ésimo sensor.

En el espacio de trabajo establecido, se utiliza como punto de origen, la posición frontal bajo el manipulador montado sobre el RobotinoXT, en las Figuras 3.5 y 3.6 se presenta un esquema con la distribución entre los sensores y el punto de origen.

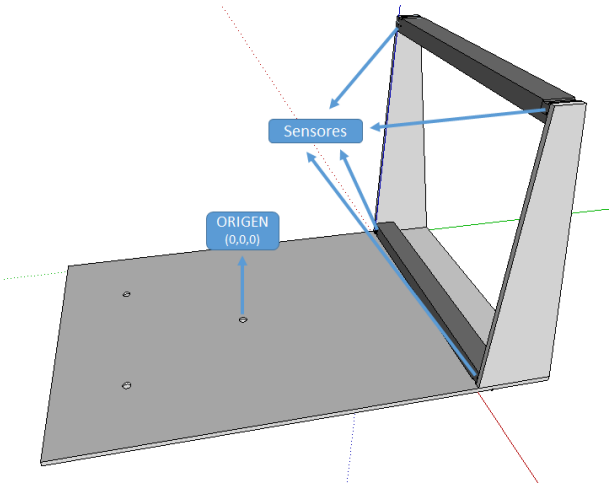


Figura 3.5: Esquema Diseñado para Distribución de Sensores

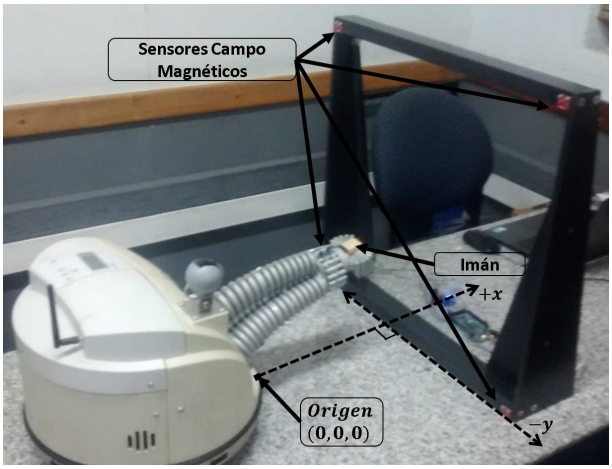


Figura 3.6: Esquema Elaborado para Distribución de Sensores

La justificación de utilizar 4 sensores magnéticos en total, proviene de la necesidad de contar con cierta cantidad de ecuaciones, para resolver un problema de optimización no lineal, detallado en el Capítulo 4.

3.3. Sensores Magnéticos y Calibración

Para la detección del campo magnético generado por el imán disponible, se utiliza el sensor de brújula digital de 3 ejes HMC5883L, el cual tiene un ADC de 12-bit y una resolución de hasta 0.73[mG], con una transmisión de datos mediante protocolo de comunicación I2C.

Este sensor posee diversas configuraciones, y para este trabajo en particular, se ha de utilizar la configuración señalada en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1: Configuración Sensores

Sensor	Posición
Rango	8.1G (0.81[mT])
Modo Medición	CONTINUOS
Velocidad de Datos	75Hz
Promedio ded Muestras	8

Para obtener los valores de los sensores, producto del campo magnético generado por el imán, se utiliza como primer acercamiento un microcontrolador “Arduino DUE”, el cual posee 2 puertos dedicados para comunicación I2C, con el cual se realizan las pruebas iniciales de funcionamiento individual en cada sensor.

Los dispositivos con protocolo de comunicación I2C necesitan, especificamente, de una dirección física para ser identificados, las cuales son otorgadas al momento de su fabricación, y sólo en algunos casos, son seleccionables o configurable. Para el caso del sensor HMC5883L, cada dispositivo posee exactamente la misma dirección física para el protocolo, por lo que requiere la incorporación de un multiplexor con la cantidad de canales necesarios para la utilización de varios sensores magnéticos de manera simultánea. En la Figura 3.7, se presenta un esquema para la conexión de los sensores, y así lograr la lectura de datos en cada sensor, de forma simultánea.

Los sensores serán colocados sobre una estructura, tal como se muestra en la Figura 3.6 con las posiciones conocidas, respecto del punto de origen escogido, detallados en la Tabla 3.2.

Dado que existe un campo magnético permanente en el planeta, pero gracias a que corresponde a un campo magnético constante para una determinada localización, antes

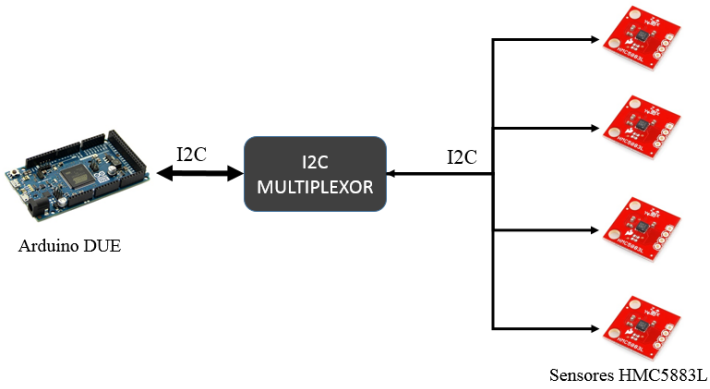


Figura 3.7: Esquema de conexión Sistema de Medición

Tabla 3.2: Ubicación de sensores, respecto al punto de origen

Sensor	Posición
1	(0.398 , -0.271 , 0.545)
2	(0.398 , 0.271 , 0.545)
3	(0.398 , 0.271 , 0.010)
4	(0.398 , -0.271 , 0.010)

de comenzar cualquier experimento de medición, se realiza una lectura de campo sin exponer el imán al espacio de medición, con la intención de capturar el campo magnético terrestre y obtener un valor promedio para cada eje de cada sensor, estos valores son almacenados para posteriormente restarselo a los valores sensados. De esta forma, es posible conseguir un diferencial de campo mágnetico que corresponde, netamente, al imán incorporado al espacio de medicón durante los experimentos, permitiendo aplicar las ecuaciones descritas hasta el momento.

Para obtener resultados coherentes entre los 4 sensores a utilizar, éstos deben ser calibrados, por lo que se les debe realizar un ajuste a cada uno. Este procedimiento se realiza por cada eje y de manera individual, midiendo el campo magnético que genera el imán en ciertas posiciones del sensor.

Se consideran 3 alternativas para la calibración del Sistema de Medición Magnética:

- Individual Directa: Considera las mediciones magnéticas independientes, buscando una estimación para la constante B_{cte} de cada eje por separado, de cada sensor.

- Conjunta Proporcional: Esta alternativa considera, la medición de los ejes de forma conjunta, variando las posiciones y obteniendo los valores de cada eje. Obteniendo un ajuste proporcional respecto al valor que deben entregar los ejes de cada sensor, incorporando la constante B_{cte} y cualquier tipo de escala de dimensiones, entre otros factores adicionales.

- Conjunta Lineal: En este caso, se tiene el mismo procedimiento anterior, con la diferencia que ahora el ajuste corresponde a una linealización del tipo $y = mx + b$, para considerar un factor proporcional, para incorporar la constante B_{cte}, entre otros, y algún offset que pudiera presentar la medición del sensor.

3.3.1. Alternativa 1: Calibración Individual Directa

La primera forma de calibración consiste en la ubicación del imán desde una posición de 0.4[m] del sensor en la orientación del eje a ajustar, es decir, si se desea calibrar el eje Y, el imán debe tener su norte apuntando en la misma dirección del eje. La posición se va variando de 0.02[m] de diferencia hasta llegar a los 0.2[m] de distancia hacia el sensor, sin modificar la orientación. En la Figura 3.8 se muestra una ejemplificación para el procedimiento de calibración.

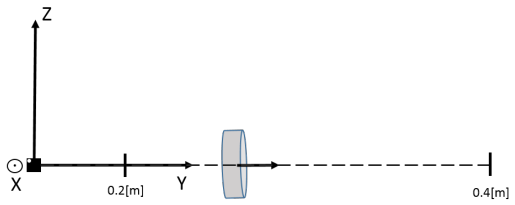


Figura 3.8: Procedimiento de Calibración

Utilizando la ecuación resultante de campo magnético (3.11), considerando la orientación $\mathbf{O}(0, 1, 0)$ como vector unitario en la dirección del eje en calibración y la posición

$\mathbf{P}(0, Y(k), 0)$, por lo que la expresión queda reducida a:

$$R = \sqrt{\cancel{X_p^2}^{0} + Y(k)^2 + \cancel{Z_p^2}^{0}} \tag{3.17}$$

$$R = Y(k) \tag{3.18}$$

$$B_y = B_{cte}\left(\frac{3[I_o X_p + J_o Y(k) + K_o Z_p]Y(k)}{R^5} - \frac{J_o}{R^3}\right) \tag{3.19}$$

$$B_y = B_{cte}\left(\frac{3[\cancel{I_o X_p}^{0} + \cancel{J_o}^{1} Y(k) + \cancel{K_o Z_p}^{0} Y(k)}{R^5} - \frac{\cancel{J_o}^{1}}{R^3}\right) \tag{3.20}$$

$$\Rightarrow B_y = B_{cte}\left(\frac{3\cancel{Y^2(k)}}{\cancel{Y^3}^{3}(k)} - \frac{1}{Y^3(k)}\right) \tag{3.21}$$

$$B_y = B_{cte}\left(\frac{3}{Y^3(k)} - \frac{1}{Y^3(k)}\right) \tag{3.22}$$

$$B_y = B_{cte}\frac{2}{Y^3(k)} \tag{3.23}$$

$$\tilde{B}_y = \frac{2}{Y^3(k)} \tag{3.24}$$

$$\Rightarrow B_y = B_{cte}\tilde{B}_y \Leftrightarrow \tilde{B}_y = m_y B_y \tag{3.25}$$

$$m_y = \frac{1}{B_{cte}} \tag{3.26}$$

Con la expresión (3.23) y la posibilidad de obtener un valor teórico para $\tilde{B}_y = \frac{2}{Y^3(k)}$, se permite calcular un valor aproximado para la constante B_{cte}, a través de los valores recibidos, por el sensor en calibración B_{m_y}.

En las Tablas 3.3, 3.4, 3.5 y 3.6 se muestran los valores calculados téoricamente $\tilde{B}_{x,y,z}$ y sus valores experimentales de calibración $B_{m_{x,y,z}}$,respectivos, para cada uno de los 4 sensores a implementar en el sistema de medición.

Tabla 3.3: Datos para Calibración Sensor 1

	Sensor 1								
	Eje X			Eje Y			Eje Z		
k	X(k)[m]	$\tilde{B}_{x,1}$	$Bm_{x,1}$	Y(k)[m]	$\tilde{B}_{y,1}$	$Bm_{y,1}$	Z(k)[m]	$\tilde{B}_{z,1}$	$Bm_{z,1}$
0	0.40	31.250	38	0.40	31.250	34	0.40	31.250	35
1	0.38	36.448	43	0.38	36.448	40	0.38	36.448	41
2	0.36	42.867	51	0.36	42.867	47	0.36	42.867	48
3	0.34	50.885	60	0.34	50.885	57	0.34	50.885	58
4	0.32	61.035	72	0.32	61.035	68	0.32	61.035	69
5	0.30	74.074	88	0.30	74.074	82	0.30	74.074	84
6	0.28	91.108	107	0.28	91.108	101	0.28	91.108	104
7	0.26	113.791	134	0.26	113.791	126	0.26	113.791	130
8	0.24	144.676	169	0.24	144.676	159	0.24	144.676	164
9	0.22	187.828	219	0.22	187.828	208	0.22	187.828	214
10	0.20	250.000	289	0.20	250.000	274	0.20	250.000	286

Tabla 3.4: Datos para Calibración Sensor 2

	Sensor 2								
	Eje X			Eje Y			Eje Z		
k	X(k)[m]	$\tilde{B}_{x,2}$	$Bm_{x,2}$	Y(k)[m]	$\tilde{B}_{y,2}$	$Bm_{y,2}$	Z(k)[m]	$\tilde{B}_{z,2}$	$Bm_{z,2}$
0	0.40	31.250	35	0.40	31.250	35	0.40	31.250	34
1	0.38	36.448	41	0.38	36.448	41	0.38	36.448	40
2	0.36	42.867	48	0.36	42.867	48	0.36	42.867	46
3	0.34	50.885	57	0.34	50.885	57	0.34	50.885	55
4	0.32	61.035	68	0.32	61.035	68	0.32	61.035	66
5	0.30	74.074	82	0.30	74.074	83	0.30	74.074	80
6	0.28	91.108	101	0.28	91.108	102	0.28	91.108	98
7	0.26	113.791	128	0.26	113.791	126	0.26	113.791	124
8	0.24	144.676	160	0.24	144.676	160	0.24	144.676	157
9	0.22	187.828	208	0.22	187.828	212	0.22	187.828	202
10	0.20	250.000	275	0.20	250.000	281	0.20	250.000	260

Con los datos recolectados para cada sensor y cada eje, se plantean 2 posibles aproximaciones para obtener el valor estimado de la constante $m_{\{i,j\}} = \frac{1}{B_{cte}^{i,j}}$:

- **Promedio**: Consiste en un promedio de cada constante obtenida al dividir ambos valores de cada muestra, según ecuación (3.27).

$$m_{\{i,j\}} = \frac{\sum_{k=0}^{10} \tilde{B}_{\{i,j\}}(k)/Bm_{\{i,j\}}(k)}{11} \quad i \in \{x,y,z\} \quad j \in \{1,2,3,4\} \tag{3.27}$$

- **Cuadrados mínimos**: Usando los datos recolectados como vector, según la ecuación (3.30).

$$Bm_{\{i,j\}}(k) = \tilde{B}(k) \cdot B_{cte} \Leftrightarrow \tilde{B}(k) = Bm_{\{i,j\}}(k) \cdot m_{\{i,j\}} \tag{3.28}$$

$$\vec{\tilde{B}}_{\{i,j\}} = \vec{Bm}_{\{i,j\}} \cdot m_{\{i,j\}} \tag{3.29}$$

$$\Rightarrow m_{\{i,j\}} = \left(\left(\vec{Bm}_{\{i,j\}} \right)^T \vec{Bm}_{\{i,j\}} \right)^{-1} \left(\vec{Bm}_{\{i,j\}} \right)^T \vec{\tilde{B}}_{\{i,j\}} \tag{3.30}$$

Tabla 3.5: Datos para Calibración Sensor 3

	Sensor 3								
	Eje X			Eje Y			Eje Z		
k	X(k)[m]	$\tilde{B}_{x,3}$	$Bm_{x,3}$	Y(k)[m]	$\tilde{B}_{y,3}$	$Bm_{y,3}$	Z(k)[m]	$\tilde{B}_{z,3}$	$Bm_{z,3}$
0	0.40	31.250	35	0.40	31.250	33	0.40	31.250	29
1	0.38	36.448	40	0.38	36.448	39	0.38	36.448	34
2	0.36	42.867	48	0.36	42.867	45	0.36	42.867	40
3	0.34	50.885	57	0.34	50.885	53	0.34	50.885	47
4	0.32	61.035	69	0.32	61.035	64	0.32	61.035	57
5	0.30	74.074	83	0.30	74.074	77	0.30	74.074	68
6	0.28	91.108	101	0.28	91.108	95	0.28	91.108	84
7	0.26	113.791	128	0.26	113.791	117	0.26	113.791	105
8	0.24	144.676	161	0.24	144.676	150	0.24	144.676	136
9	0.22	187.828	210	0.22	187.828	194	0.22	187.828	174
10	0.20	250.000	280	0.20	250.000	254	0.20	250.000	234

Tabla 3.6: Datos para Calibración Sensor 4

	Sensor 4								
	Eje X			Eje Y			Eje Z		
k	X(k)[m]	$\tilde{B}_{x,4}$	$Bm_{x,4}$	Y(k)[m]	$\tilde{B}_{y,4}$	$Bm_{y,4}$	Z(k)[m]	$\tilde{B}_{z,4}$	$Bm_{z,4}$
0	0.40	31.250	34	0.40	31.250	34	0.40	31.250	35
1	0.38	36.448	40	0.38	36.448	41	0.38	36.448	41
2	0.36	42.867	48	0.36	42.867	46	0.36	42.867	48
3	0.34	50.885	57	0.34	50.885	56	0.34	50.885	58
4	0.32	61.035	68	0.32	61.035	68	0.32	61.035	69
5	0.30	74.074	83	0.30	74.074	83	0.30	74.074	85
6	0.28	91.108	101	0.28	91.108	100	0.28	91.108	103
7	0.26	113.791	128	0.26	113.791	125	0.26	113.791	127
8	0.24	144.676	160	0.24	144.676	156	0.24	144.676	164
9	0.22	187.828	207	0.22	187.828	204	0.22	187.828	213
10	0.20	250.000	279	0.20	250.000	269	0.20	250.000	287

En donde,

- $Bm_{\{i,j\}}(k)$: Campo Magnético sensado en la muestra k.

- $\tilde{B}_{\{i,j\}}(k)$: Campo Magnético, sin el acondicionamiento de la constante B_{cte}, para la muestra k.

- B_{cte}: Constante magnética dependiente del medio de propagación y materiales magnéticos, desconocida.

- $\vec{Bm}_{\{i,j\}}$: Vector de mediciones magnéticas $Bm_{\{i,j\}}(k)$, con $k = 1, .., N$.

- $\vec{\tilde{B}}_{\{i,j\}}$: Vector de Campos sin acondicionamiento teórico, según ecs. (3.10),(3.11),(3.12), con $k = 1, .., N$.

- $m_{\{i,j\}}$: Parámetro de ajuste a estimar.

En las Tablas 3.7 y 3.8 se presentan los resultados obtenidos correspondientes a las

constantes y su respectivo error cuadrático, expresado como:

$$Q = \sum_{k=0}^{10} e_k^2 \tag{3.31}$$

$$= \sum_{k=0}^{10} (\tilde{B}_{\{i,j\}}(k) - Bm_{\{i,j\}}(k) \cdot m_{\{i,j\}})^2 \quad i \in \{x, y, z\} \quad j \in \{1, 2, 3, 4\} \tag{3.32}$$

Para los ajustes mediante promedio directo y cuadrados mínimos.

Tabla 3.7: Constantes y Error respectivo, mediante promedio directo

	Sensor 1		Sensor 2		Sensor 3		Sensor 4	
	$m_{\{i,1\}}$	Q	$m_{\{i,2\}}$	Q	$m_{\{i,3\}}$	Q	$m_{\{i,4\}}$	Q
X	0.8478	45.7869	0.8977	17.2638	0.8949	3.4629	0.9003	9.1963
Y	0.9060	6.6057	0.8940	10.5873	0.9597	49.7647	0.9123	7.8256
Z	0.8821	10.1902	0.9270	97.5798	1.0767	7.8256	0.8839	22.7987

Tabla 3.8: Constantes y Error respectivo, mediante mínimos cuadrados

	Sensor 1		Sensor 2		Sensor 3		Sensor 4	
	$m_{\{i,1\}}$	Q	$m_{\{i,2\}}$	Q	$m_{\{i,3\}}$	Q	$m_{\{i,4\}}$	Q
X	0.8579	16.1840	0.9038	8.7278	0.8941	3.2190	0.8995	9.0225
Y	0.9076	5.9908	0.8925	10.0271	0.9726	20.0051	0.9217	22.8072
Z	0.8773	3.9596	0.9395	65.1434	1.0735	6.6610	0.8787	15.7807

Como es de esperarse, los resultados fueron mejores para los ajustes realizando mínimos cuadrados, por lo que se utilizan, en primera instancia, los valores para las constantes descritos en la Tabla 3.8. Quedando el sistema de mediciones con una primera calibración para cada eje en los sensores magnéticos, quedando pendiente la validación de ésta y la comparación con el resto de las alternativas.

3.3.2. Alternativa 2: Calibración Conjunta Proporcional

Es posible notar que las mediciones de campo magnético no son totalmente independientes entre cada eje coordenado, vale decir, que el campo en el eje X afecta al campo de los otros dos ejes, por lo que en vez de intentar calibrar cada eje de cada sensor por separado, se plantea la estrategia de calibrar cada sensor con mediciones de puntos conocidos utilizando las mediciones de los tres ejes del mismo punto, y calibrando por sobre el valor teórico que debiesen entregar cada eje a partir de la posición conocida.

Para ello, se utiliza un total de 36 puntos, correspondientes a una combinación de las 6 orientaciones (3 positivas y 3 negativas) para 6 posiciones (X,Y,Z) distintas. Estas posiciones se detallan en la Tabla 3.9

Tabla 3.9: Puntos para Calibración

k	X[m]	Y[m]	Z[m]	I	J	K
1	0.1985	0.0735	0.1780	0	0	1
2	0.1985	-0.1425	0.1780	0	0	1
3	0.1985	0.0735	0.3010	0	0	1
4	0.1985	0.0735	0.1780	0	0	-1
5	0.1985	-1.425	0.1780	0	0	-1
6	0.1985	0.0735	0.3010	0	0	-1
7	0.1985	0.0810	0.1855	0	1	0
8	0.1985	-0.150	0.1855	0	1	0
9	0.1985	0.0810	0.3085	0	1	0
10	0.1985	0.0810	0.1855	0	-1	0
11	0.1985	-0.150	0.1855	0	-1	0
12	0.1985	0.0810	0.3085	0	-1	0
13	0.1910	0.0735	0.1855	1	0	0
14	0.1910	-0.1425	0.1855	1	0	0
15	0.1910	0.0735	0.3085	1	0	0
16	0.1910	0.0735	0.1855	-1	0	0
17	0.1910	-0.1425	0.1855	-1	0	0
18	0.1910	0.0735	0.3085	-1	0	0
19	0.1385	0.0735	0.1780	0	0	1
20	0.1385	-0.1425	0.1780	0	0	1
21	0.1385	0.0735	0.3010	0	0	1
22	0.1385	0.0735	0.1780	0	0	-1
23	0.1385	-1.425	0.1780	0	0	-1
24	0.1385	0.0735	0.3010	0	0	-1
25	0.1385	0.0810	0.1855	0	1	0
26	0.1385	-0.150	0.1855	0	1	0
27	0.1385	0.0810	0.3085	0	1	0
28	0.1385	0.0810	0.1855	0	-1	0
29	0.1385	-0.150	0.1855	0	-1	0
30	0.1385	0.0810	0.3085	0	-1	0
31	0.1310	0.0735	0.1855	1	0	0
32	0.1310	-0.1425	0.1855	1	0	0
33	0.1310	0.0735	0.3085	1	0	0
34	0.1310	0.0735	0.1855	-1	0	0
35	0.1310	-0.1425	0.1855	-1	0	0
36	0.1310	0.0735	0.3085	-1	0	0

A partir de estos 36 puntos, correspondientes a posiciones en la estructura indicada en la Figura 3.9, se obtienen los valores teóricos para los campos magnéticos de cada eje en cada sensor mediante las ecuaciones (3.10), (3.11) y (3.12), obteniendo 12 datos de campo magnético por cada una de las posiciones (siendo 3 por cada sensor).

De los puntos señalados se obtienen las mediciones de campos magnéticos correspondientes, los cuales se detallan en las Tablas 3.10, 3.11, 3.12 y 3.13.

Figura 3.9: Estructura de Calibración

Tabla 3.10: Datos para Calibración Sensor 1

k	$\tilde{B}_{\{x,1\}}$	$Bm_{\{x,1\}}$	$\tilde{B}_{\{y,1\}}$	$Bm_{\{y,1\}}$	$\tilde{B}_{\{z,1\}}$	$Bm_{\{z,1\}}$
1	4.6571	5.5455	-8.1293	-10.3640	2.3422	3.5455
2	13.6859	15.000	-8.9975	-11.000	13.3350	17.5450
3	6.4738	8.1818	-11.3006	-14.6360	-1.7996	-1.000
4	-4.6571	-5.0000	8.1293	10.0910	-2.3422	-3.2727
5	-13.6859	-14.7270	8.9975	11.0000	-13.3350	-17.1820
6	-6.4738	-7.2727	11.3006	14.4550	1.7996	1.9091
7	-4.4996	-5.0909	1.7500	1.3636	-8.1491	-9.4545
8	-5.0593	-4.4545	-9.5586	-12.0000	-9.1628	-11.0000
9	-9.2177	-10.9090	6.7905	9.0000	-10.9823	-13.3640
10	4.4996	4.9091	-1.7500	-2.1818	8.1491	10.0000
11	5.0593	4.9091	9.5586	11.5450	9.1628	11.9090
12	9.2177	10.2730	-6.7905	-8.9091	10.9823	14.0910
13	-3.5768	-4.0000	-4.6581	-5.7273	4.8328	4.8182
14	-3.9691	-5.0000	-5.2135	-6.0000	14.3622	16.1820
15	-4.0864	-4.3636	-9.6030	-11.9090	6.5545	7.1818
16	3.5768	5.0000	4.6581	5.2727	-4.8328	-5.5455
17	3.9691	6.0000	5.2135	5.7273	-14.3622	-16.6360
18	4.0864	5.0000	9.6030	11.5450	-6.5545	-7.8182

k	$\tilde{B}_{\{x,4\}}$	$Bm_{\{x,4\}}$	$\tilde{B}_{\{y,4\}}$	$Bm_{\{y,4\}}$	$\tilde{B}_{\{z,4\}}$	$Bm_{\{z,4\}}$
19	6.2774	7.9091	-8.4144	-10.9090	-2.2497	-1.8182
20	12.7471	14.0910	-6.4352	-8.0000	8.3094	11.8180
21	24.3045	28.0000	-12.2698	-16.0000	4.5237	7.5455
22	-6.2774	-7.0000	8.4144	10.6360	2.2497	2.5455
23	-12.7471	-13.9090	6.4352	7.5455	-8.3094	-11.0000
24	-24.3045	-28.0000	12.2698	15.5450	-4.5237	-7.2727
25	-8.9567	-10.1820	4.1721	5.5455	-8.1944	-10.6360
26	-4.6537	-3.0000	-8.0892	-10.5450	-6.4719	-7.6364
27	-13.5116	-12.0910	-13.1022	-17.4550	-12.3617	-15.8180
28	8.9567	10.0000	-4.1721	-5.2727	8.1944	10.8180
29	4.6537	4.8182	8.0892	9.7273	6.4719	8.8182
30	13.5116	15.0000	13.1022	15.8180	12.3617	17.0000
31	-1.1401	-1.1818	-9.1424	-11.6360	6.2401	7.5455
32	-0.2169	-0.6364	-4.7460	-5.6364	13.0743	15.4550
33	8.7543	9.5455	-13.2994	-16.2730	24.1020	30.2730
34	1.1401	2.0000	9.1424	11.0000	-6.2401	-7.5455
35	0.2169	2.0909	4.7460	4.7273	-13.0743	-14.4550
36	-8.7543	-7.0909	13.2994	15.0910	-24.1020	-28.6360

Se aplica la misma estrategia de calibración anterior, en donde por un lado se obtiene para cada eje un promedio del cuociente entre el valor teorico y el valor medido, como en la ecuación (3.27). Y por otro lado, se aplica la ecuación de cuadrados mínimos (3.30) para obtener el parámetro multiplicador que minimice el error cuadrático. Los parámetros obtenidos se presentan en la Tabla 3.14.

Como es de esperar, los ajuste obtenidos mediante mínimos cuadrados, logran un mejor desempeño para el error entre las mediciones de campo magnético y sus valores teoricos correspondientes.

Tabla 3.11: Datos para Calibración Sensor 2

k	$\tilde{B}_{\{x,2\}}$	$Bm_{\{x,2\}}$	$\tilde{B}_{\{y,2\}}$	$Bm_{\{y,2\}}$	$\tilde{B}_{\{z,2\}}$	$Bm_{\{z,2\}}$
1	10.3291	10.7270	10.3812	12.0910	8.9882	11.2730
2	3.0872	2.0000	6.4621	7.2727	0.8099	1.0909
3	20.2665	20.0000	20.3686	24.0000	5.5609	7.0909
4	-10.3291	-9.7273	-10.3812	-12.4550	-8.9882	-11.2730
5	-3.0872	-2.0000	-6.4621	-7.6364	-0.8099	-1.3636
6	-20.2665	-21.0910	-20.3686	-24.0000	-5.5609	-8.0000
7	5.9720	6.4545	-4.9576	-4.3636	10.8158	13.6360
8	3.5368	3.8182	2.6567	4.0909	6.4055	7.4545
9	17.9935	19.0000	-3.4003	-3.4545	21.4382	26.0000
10	-5.9720	-6.0000	4.9576	5.7273	-10.8158	-12.9090
11	-3.5368	-3.7273	-2.6567	-3.0000	-6.4055	-7.7273
12	-17.9935	-19.0000	3.4003	4.2727	-21.4382	-26.0000
13	-4.0926	-6.0000	5.9948	6.9091	10.8027	10.8180
14	-3.1195	-4.6364	3.6912	4.0909	3.1937	2.5455
15	-1.5305	-4.0909	17.3744	20.2730	20.5967	22.2730
16	4.0926	6.4545	-5.9948	-6.9091	-10.8027	-11.0000
17	3.1195	4.6364	-3.6912	-4.3636	-3.1937	-2.6364
18	1.5305	4.6364	-17.3744	-19.2730	-20.5967	-22.7270

k	$\tilde{B}_{\{x,4\}}$	$Bm_{\{x,4\}}$	$\tilde{B}_{\{y,4\}}$	$Bm_{\{y,4\}}$	$\tilde{B}_{\{z,4\}}$	$Bm_{\{z,4\}}$
19	16.8138	18.0000	12.9762	15.4550	1.1062	2.6364
20	3.3238	3.4545	5.3424	6.2727	0.3494	0.8182
21	3.8708	4.2727	6.2217	7.3636	-2.4627	-2.2727
22	-16.8138	-18.0000	-12.9762	-15.4550	-1.1062	-2.3636
23	-3.3238	-3.4545	-5.3424	-6.6364	-0.3494	-0.4546
24	-3.8708	-4.2727	-6.2217	-7.4545	2.4627	2.1818
25	14.6277	16.4550	-4.8164	-4.3636	13.3828	16.4550
26	3.8095	4.0909	1.8789	3.2727	5.2979	6.0909
27	6.5621	7.0000	4.7031	6.6364	6.0036	7.0000
28	-14.6277	-15.9090	4.8164	5.2727	-13.3828	-16.9090
29	-3.8095	-3.8182	-1.8789	-2.0000	-5.2979	-6.0000
30	-6.5621	-6.8182	-4.7031	-5.4545	-6.0036	-7.2727
31	4.0477	2.9091	14.0762	16.3640	16.6868	19.7270
32	-1.8919	-3.0000	3.9117	4.4545	3.3845	2.9091
33	-1.7760	-2.0909	6.7640	7.6364	3.8500	4.3636
34	-4.0477	-2.1818	-14.0762	-16.4550	-16.6868	-19.0910
35	1.8919	3.2727	-3.9117	-3.3636	-3.3845	-2.8182
36	1.7760	3.1818	-6.7640	-6.6364	-3.8500	-3.6364

Tabla 3.12: Datos para Calibración Sensor 3

k	$\tilde{B}_{\{x,3\}}$	$Bm_{\{x,3\}}$	$\tilde{B}_{\{y,3\}}$	$Bm_{\{y,3\}}$	$\tilde{B}_{\{z,3\}}$	$Bm_{\{z,3\}}$
1	-26.4492	-27.8180	-26.5824	-29.5450	-6.0157	-8.0909
2	-3.5356	-4.0000	-7.4006	-8.6364	-5.4987	-6.1818
3	-15.9381	-17.9090	-16.0184	-18.6360	8.2923	9.8182
4	26.4492	27.2730	26.5824	29.3640	6.0157	7.6364
5	3.5356	4.0909	7.4006	8.5455	5.4987	6.3636
6	15.9381	17.0000	16.0184	18.2730	-8.2923	-9.2727
7	30.4824	32.0910	0.9399	3.0909	-26.9504	-30.8180
8	8.1311	8.0000	9.2854	10.7270	-7.1890	-7.4545
9	10.2814	11.0000	-4.9256	-4.8182	-15.4609	-17.0000
10	-30.4824	-32.3640	-0.9399	-2.7273	26.9504	29.8180
11	-8.1311	-8.4545	-9.2854	-11.6360	7.1890	7.9091
12	-10.2814	-11.0000	4.9256	4.0000	15.4609	18.0910
13	3.3222	0.8182	28.7002	32.2730	-25.2475	-26.5450
14	-3.9553	-6.2727	8.5658	9.5455	-3.6180	-3.8182
15	-3.6234	-6.0000	10.1460	11.9090	-15.1808	-16.0910
16	-3.3222	-2.2727	-28.7002	-33.0910	25.2475	26.6360
17	3.9553	5.0000	-8.5658	-9.7273	3.6180	3.4545
18	3.6234	4.9091	-10.1460	-12.1820	15.1808	16.6360

k	$\tilde{B}_{\{x,4\}}$	$Bm_{\{x,4\}}$	$\tilde{B}_{\{y,4\}}$	$Bm_{\{y,4\}}$	$\tilde{B}_{\{z,4\}}$	$Bm_{\{z,4\}}$
19	-14.0983	-15.0910	-10.8805	-12.2730	3.9195	4.2727
20	-3.5142	-4.0000	-5.6485	-6.2727	-4.9365	-5.6364
21	-3.7725	-4.0000	-6.0638	-6.8182	-1.1719	-1.4545
22	14.0983	15.4550	10.8805	12.7270	-3.9195	-3.8182
23	3.5142	3.1818	5.6485	6.8182	4.9365	5.8182
24	3.7725	3.0000	6.0638	7.0000	1.1719	1.9091
25	9.1239	9.0909	-5.0368	-6.0000	-10.5357	-12.0000
26	8.1561	8.0909	6.4703	8.0000	-5.5373	-6.3636
27	5.0557	5.0000	3.1122	4.0909	-5.8381	-6.7273
28	-9.1239	-9.4545	5.0368	4.2727	10.5357	12.0000
29	-8.1561	-8.1818	-6.4703	-8.7273	5.5373	5.3636
30	-5.0557	-5.0000	-3.1122	-4.6364	5.8381	6.1818
31	0.7079	-1.0000	8.9377	10.1820	-13.3730	-14.9090
32	-1.5730	-3.1818	8.4221	9.5455	-3.5573	-3.8182
33	-1.8860	-2.0909	5.2012	5.6364	-3.7366	-3.8182
34	-0.7079	0	-8.9377	-10.0000	13.3730	15.0000
35	1.5730	3.0000	-8.4221	-9.0909	3.5573	3.2727
36	1.8860	3.0000	-5.2012	-5.5455	3.7366	4.4545

Tabla 3.13: Datos para Calibración Sensor 4

k	$\tilde{B}_{\{x,4\}}$	$Bm_{\{x,4\}}$	$\tilde{B}_{\{y,4\}}$	$Bm_{\{y,4\}}$	$\tilde{B}_{\{z,4\}}$	$Bm_{\{z,4\}}$
1	-6.5554	-6.6364	11.4430	12.8180	-6.7501	-6.4545
2	-47.9778	-49.0000	31.5421	34.9090	0.0074	-0.7273
3	-5.8837	-6.0000	10.2706	11.5450	0.3360	1.2727
4	6.5554	7.0000	-11.4430	-12.9090	6.7501	7.0909
5	47.9778	49.1820	-31.5421	-35.0000	-0.0074	0.2727
6	5.8837	6.8182	-10.2706	-11.6360	-0.3360	-1.0909
7	-12.4714	-13.3640	10.6743	11.7270	11.0264	12.2730
8	-34.4361	-35.8180	-18.7795	-20.0000	30.4460	34.2730
9	-6.4948	-6.1818	3.7627	4.0000	9.7668	11.0000
10	12.4714	12.1820	-10.6743	-12.0000	-11.0264	-13.7270
11	34.4361	32.0000	18.7795	23.0000	-30.4460	-34.8180
12	6.4948	6.0000	-3.7627	-3.9091	-9.7668	-11.8180
13	-4.0171	-3.0000	-13.0353	-15.0000	-6.6023	-9.1818
14	15.1312	18.0000	-32.9445	-36.0000	-44.3046	-54.1820
15	-3.9144	-3.9091	-6.7439	-6.5455	-5.8097	-7.6364
16	4.0171	3.9091	13.0353	15.1820	6.6023	8.2727
17	-15.1312	-18.4550	32.9445	36.8180	44.3046	52.7270
18	3.9144	3.2727	6.7439	7.7273	5.8097	8.0000

k	$\tilde{B}_{\{x,4\}}$	$Bm_{\{x,4\}}$	$\tilde{B}_{\{y,4\}}$	$Bm_{\{y,4\}}$	$\tilde{B}_{\{z,4\}}$	$Bm_{\{z,4\}}$
19	-5.8720	-6.0000	7.8710	8.6364	-0.4559	0.2727
20	-30.9817	-31.7270	15.6406	17.3640	-6.5168	-7.9091
21	-19.3535	-20.0910	9.7703	10.1820	7.3333	9.5455
22	5.8720	6.1818	-7.8710	-8.9091	0.4559	-0.1818
23	30.9817	31.1820	-15.6406	-17.8180	6.5168	7.9091
24	19.3535	19.9090	-9.7703	-10.4550	-7.3333	-9.1818
25	-6.5447	-6.9091	2.2578	3.8182	7.5574	8.4545
26	-22.3450	-24.0000	-15.7807	-16.6360	15.1704	16.5450
27	-7.8824	-8.0000	-10.3846	-11.8180	9.1021	10.0000
28	6.5447	6.8182	-2.2578	-2.3636	-7.5574	-9.0000
29	22.3450	21.0000	15.7807	19.1820	-15.1704	-17.2730
30	7.8824	6.9091	10.3846	12.3640	-9.1021	-10.0000
31	-1.6319	-2.0000	-6.6699	-7.3636	-5.7459	-7.0909
32	19.3449	19.8180	-21.5043	-23.4550	-28.9196	-35.3640
33	2.6885	3.4545	-7.9134	-8.4545	-18.1008	-21.4550
34	1.6319	2.0000	6.6699	6.8182	5.7459	6.9091
35	-19.3449	-23.0000	21.5043	24.0910	28.9196	34.6360
36	-2.6885	-3.9091	7.9134	9.2727	18.1008	21.4550

3.3.3. Alternativa 3: Calibración Conjunta Lineal

De manera similar a lo trabajado en la Subseccion 3.3.2, se calibra utilizando los mismos puntos de la Tabla 3.9 y las mismas mediciones obtenidas en las Tablas 3.10,

Tabla 3.14: Parámetros mediante Calibración

Sen	Eje	$Q_{sinAjuste}$	$\|e_{raw}\|_\infty$	$m_{\{i,j\}}$ Promedio	Q_{prom}	$\|e_{prom}\|_\infty$	$m_{\{i,j\}}$ LS	Q_{LS}	$\|e_{LS}\|_\infty$
1	X	1.9866	3.6955	0.8981	0.7946	0.8410	0.8952	0.7937	0.7620
1	Y	4.6992	4.3528	0.8142	0.1962	1.1090	0.8031	0.1820	1.1792
1	Z	6.5875	4.5340	0.7998	0.5761	1.4199	0.8059	0.5702	1.3373
2	X	1.5141	2.5604	0.8870	1.3324	2.5257	0.9351	1.1103	2.2951
2	Y	2.5111	3.6314	0.8721	0.2747	0.5611	0.8586	0.2543	0.3557
2	Z	3.6051	4.5618	0.8902	0.8014	1.7078	0.8534	0.6130	1.5887
3	X	1.3826	2.5040	0.9102	0.9713	2.5775	0.9405	0.8270	2.5527
3	Y	3.1850	4.3908	0.8532	0.5513	1.5276	0.8780	0.4377	1.4548
3	Z	1.7981	3.8676	0.9104	0.2955	1.3500	0.9048	0.2903	1.3047
4	X	1.5722	3.6551	0.9771	1.2931	3.1698	0.9722	1.2844	3.3242
4	Y	3.6321	3.4579	0.8956	0.3424	0.6512	0.8954	0.3424	0.6532
4	Z	10.0135	9.8774	0.8462	0.5149	1.5419	0.8424	0.5093	1.4292

3.11, 3.12 y 3.13. Con la diferencia que en esta ocación, al modelo se le incorpora un parámetro constante para representar cualquier offset que pueda presentar alguno de los sensores. El modelo planteado correspondería a:

$$\tilde{B}_{\{i,j\}}(k) = Bm_{\{i,j\}}(k) \cdot m_{\{i,j\}} + b_{\{i,j\}} \tag{3.33}$$

$$= \begin{bmatrix} Bm_{\{i,j\}}(k) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{\{i,j\}} \\ b_{\{i,j\}} \end{bmatrix} \tag{3.34}$$

En donde,

- $\tilde{B}_{\{i,j\}}(k)$: Valor de campo teórico, sin considerar constante B_{cte}, para eje $i \in \{x, y, z\}$, del sensor $j \in \{1, 2, 3, 4\}$, en el instante k.

- $Bm_{\{i,j\}}$: Medición de campo magnético, para eje $i \in \{x, y, z\}$, del sensor $j \in \{1, 2, 3, 4\}$, en el instante k.

Por lo que ahora las matrices para la resolución mediante mínimos cuadrados pasan a ser:

$$Bm2_{\{i,j\}} = \begin{bmatrix} Bm_{\{i,j\}}(0) & 1 \\ Bm_{\{i,j\}}(1) & 1 \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix} \tag{3.35}$$

$$\vec{\tilde{B}}_{\{i,j\}} = \begin{bmatrix} \tilde{B}_{\{i,j\}}(0) \\ \tilde{B}_{\{i,j\}}(1) \\ \vdots \end{bmatrix} \tag{3.36}$$

$$\begin{bmatrix} m_{\{i,j\}} \\ b_{\{i,j\}} \end{bmatrix} = \left(\left(Bm2_{\{i,j\}} \right)^T Bm2_{\{i,j\}} \right)^{-1} \left(Bm2_{\{i,j\}} \right)^T \vec{\tilde{B}}_{\{i,j\}} \tag{3.37}$$

Los resultados obtenidos para esta calibración se presentan en la Tabla 3.15, en este caso no es posible obtener un resultado mediante la promediación debido a la forma del modelo, por lo que solo se presenta la solución de mínimos cuadrados

Tabla 3.15: Parámetros mediante Calibración Mínimos Cuadrados, Lineal

Sensor	Eje	$Q_{sinAjuste}$	$m_{i,j}$	$b_{i,j}$	Error Q_{LS}	$\|e\|_\infty$
1	X	1.9866	0.8965	-0.3577	0.6659	1.1565
1	Y	4.6992	0.8036	0.1969	0.1433	0.9761
1	Z	6.5875	0.8062	-0.1995	0.5304	1.5391
2	X	1.5141	0.9353	-0.1181	1.0964	2.4138
2	Y	2.5111	0.8590	-0.1952	0.2162	0.5535
2	Z	3.6051	0.8534	0.0021	0.6130	1.5865
3	X	1.3826	0.9408	0.2114	0.7823	2.3410
3	Y	3.1850	0.8781	0.1064	0.4264	1.3486
3	Z	1.7981	0.9048	-0.0206	0.2899	1.3253
4	X	1.5722	0.9726	-0.3340	1.1728	2.9803
4	Y	3.6321	0.8956	-0.2284	0.2902	0.8797
4	Z	10.0135	0.8424	-0.1447	0.4884	1.4292

3.4. Validación Sistema de Medición

Todo sistema sometido a una calibración debe ser expuesto a una validación para corroborar que los datos entregados cumplen con lo esperado y tengan el ajuste adecuado para el posterior procesamiento. Para ello, en este caso, se emplea la misma estructura de acrílico utilizada para la calibración, presentada en la Figura 3.9, pero con 8 nuevas posiciones (X, Y, Z), con la idea de realizar la medición de los campos magnéticos aplicando el ajuste obtenido anteriormente para cada sensor y eje, con el fin de compararlo con el valor teórico que debiese medir y obtener los errores correspondientes, para poder comparar de alguna forma las distintas calibraciones realizadas.

3.4.1. Validación de Calibración en Alternativa 1

En la Tabla 3.16, se muestran las coordenadas de cada uno de los nuevos puntos medidos y usados para esta validación. Además, en las Tablas 3.17, 3.18, 3.19 y 3.20 se presentan los valores de campo magnético medidos por cada sensor respectivamente, junto con los valores teóricos de cada dato.

Tabla 3.16: Posiciones para Validación

Punto	X	Y	Z	I	J	K
1	0.1990	0.0710	0.1480	0.0000	0.0000	1.0000
2	0.1990	-0.143	0.1480	0.0000	0.0000	1.0000
3	0.1990	0.0710	0.2080	0.0000	0.0000	1.0000
4	0.1990	-0.143	0.2080	0.0000	0.0000	1.0000
5	0.1990	0.0710	0.2680	0.0000	0.0000	1.0000
6	0.1990	-0.143	0.2680	0.0000	0.0000	1.0000
7	0.1990	0.0710	0.3580	0.0000	0.0000	1.0000
8	0.1990	-0.143	0.3580	0.0000	0.0000	1.0000

Como mediciones, se consideran, el valor bruto de los sensores, el valor ajustado mediante promedio, y el valor ajustado mediante cuadrados mínimos. A los cuales, se les obtendrá el error cuadrático para realizar comparativas correspondientes. Los errores obtenidos se presentan en la Tabla 3.21.

En la mayoría de los casos el error máximo obtenido rodea la unidad de medición (alrededor de 1.0 de error), lo cual puede llegar a ser tolerable, ya que el ruido de los

Tabla 3.17: Mediciones de Campo Magnético para Validación Sensor 1

	$\tilde{B}_{\{x,1\}}$	$Bm_{\{x,1\}}$	$\tilde{B}_{\{y,1\}}$	$Bm_{\{y,1\}}$	$\tilde{B}_{\{z,1\}}$	$Bm_{\{z,1\}}$
1	4.2759	4.0909	-7.3856	-9.3636	2.8839	3.5455
2	11.2363	11.1818	-7.2639	-8.5455	12.3709	15.1818
3	5.2974	5.5455	-9.1501	-11.1818	1.8781	2.5455
4	17.0095	18.0000	-10.996	-13.2727	14.5769	17.7273
5	6.2857	6.8182	-10.8572	-13.0909	-0.1035	-0.0909
6	25.8361	28.3636	-16.7021	-20.2727	15.3678	18.8182
7	6.9545	8.1818	-12.0123	-14.5455	-5.3988	-7.0000
8	45.0114	51.0000	-29.0983	-37.3636	5.815	8.0000

Tabla 3.18: Mediciones de Campo Magnético para Validación Sensor 2

	$\tilde{B}_{\{x,2\}}$	$Bm_{\{x,2\}}$	$\tilde{B}_{\{y,2\}}$	$Bm_{\{y,2\}}$	$\tilde{B}_{\{z,2\}}$	$Bm_{\{z,2\}}$
1	8.641	8.0909	8.7283	9.5455	8.6482	10.9091
2	2.8664	2.8182	5.9934	6.1818	1.2717	1.3636
3	12.2688	12.4545	12.3927	13.6364	9.0668	11.4545
4	3.3457	3.1818	6.9956	7.4545	0.2764	1.3636
5	17.1365	18	17.3096	19.1818	7.7335	8.9091
6	3.7181	4	7.7741	8.2727	-1.2912	-1.6364
7	25.2185	27	25.4732	29.2727	-2.1037	-1.1818
8	3.717	4	7.7719	8.7273	-4.707	-5

sensores es de esa magnitud, sin embargo, existen puntos en los cuales el error máximo rodea las 3 unidades de medición, lo que podría llegar a complicar las mediciones.

3.4.2. Validación de Calibración en Alternativa 2

Para dar respaldo a los parámetros obtenidos en el proceso de calibración, y que en este caso, se logré una mejora en las mediciones respecto del valor teorico que debiese entregar cada sensor, se utilizan nuevos puntos a los cuales se les obtiene el error con el valor bruto, valor ajustado mediante promedio y el valor ajustado mediante cuadrados mínimos.

A partir de los puntos en la Tabla 3.22, los cuales no fueron incluidos en el proceso de calibración, se obtienen las mediciones de campo magnético y sus respectivos valores teóricos, mostrados en las Tablas 3.23, 3.24, 3.25 y 3.26, para obtener el error cuadrático medio y comprobar que el ajuste realizado con cuadrados mínimos logra una mejor correción a los valores entregados por los sensores magnéticos. Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 3.27.

A partir de los resultados, se nota una mejora considerable en el desempeño del

Tabla 3.19: Mediciones de Campo Magnético para Validación Sensor 3

	$\tilde{B}_{\{x,3\}}$	$Bm_{\{x,3\}}$	$\tilde{B}_{\{y,3\}}$	$Bm_{\{y,3\}}$	$\tilde{B}_{\{z,3\}}$	$Bm_{\{z,3\}}$
1	-27.0929	-28.9091	-27.3666	-31.8182	-13.5894	-15.2727
2	-3.2436	-3.9091	-6.7821	-7.8182	-6.8262	-7.1818
3	-24.3781	-25	-24.6243	-28.6364	-0.165	0.6364
4	-3.771	-4	-7.8848	-9.0909	-4.2384	-4.2727
5	-18.8908	-19.0909	-19.0816	-21.1818	6.647	8.1818
6	-3.7893	-4	-7.9232	-9.3636	-1.9156	-1.6364
7	-11.5112	-11.9091	-11.6275	-13.7273	9.0772	9.6364
8	-3.262	-3.2727	-6.8206	-8	0.4988	1

Tabla 3.20: Mediciones de Campo Magnético para Validación Sensor 4

	$\tilde{B}_{\{x,4\}}$	$Bm_{\{x,4\}}$	$\tilde{B}_{\{y,4\}}$	$Bm_{\{y,4\}}$	$\tilde{B}_{\{z,4\}}$	$Bm_{\{z,4\}}$
1	-6.379	-6	11.0184	12.5455	-9.189	-9.4545
2	-53.8707	-54	34.8255	39.3636	-11.5007	-12.7273
3	-6.971	-6.9091	12.0408	13.3636	-4.6089	-3.8182
4	-42.5131	-43.7273	27.4832	30.3636	8.2487	12
5	-6.5456	-6.7273	11.306	12.5455	-0.9841	0.5455
6	-29.387	-29.3636	18.9976	20.7273	14.8687	18.4545
7	-5.1062	-5.3636	8.8199	10.0909	2.1254	3.6364
8	-15.7516	-15.7273	10.1828	10	14.2205	16.5455

ajuste mediante mínimos cuadrados, a excepción del eje Y en el sensor 1 y el eje Z en el sensor 4, en donde se logra un error mayor al obtenido mediante ajuste por promedio, aún así, el resultado es satisfactorio ya que el máximo error producido es menor en todos los casos, a 2 unidades de medición, quedando la prueba correspondiente a la respuesta del algoritmo de optimización para cada ajuste en las mediciones, esta vez comparando directamente la posición estimada y la posición real en la que se encontraba el imán, lo cual será visto en el capítulo siguiente.

3.4.3. Validación de Calibración en Alternativa 3

Finalmente se procede a la validación para el modelo incorporando un factor constante en la medición. Se utilizan los mismos puntos de validación presentados en la Tabla 3.22. En este caso, los resultados para los errores obtenidos se muestran en la Tabla 3.28.

Se puede notar que los errores obtenidos son muy cercanos, e incluso en algunos casos, mejores a los obtenidos anteriormente lo que no deja muy claro la mejor forma de ajuste para el sistema de medición. Quedando ésta, como opción válida para ser

Tabla 3.21: Errores para Puntos de Validación Alternativa 1

Sensor	Eje	$Q_{sinAjuste}$	Error Q_{prom}	$\|e_{prom}\|_\infty$	Error Q_{LS}	$\|e_{LS}\|_\infty$
1	X	1.7610	0.5391	1.2097	0.5321	1.1903
1	Y	3.5754	0.2773	0.9216	0.3410	1.0002
1	Z	4.2927	1.2658	1.5858	1.3012	1.6112
2	X	0.9081	0.6855	1.3048	0.6764	1.3538
2	Y	2.2207	0.3290	1.1760	0.3823	1.1989
2	Z	2.3841	0.4154	1.3784	0.4036	1.3551
3	X	1.0351	3.0173	3.6940	2.9084	3.6343
3	Y	3.0046	0.2601	0.7958	0.2547	0.7959
3	Z	2.0149	0.9617	1.7346	1.2513	1.9722
4	X	0.3817	1.1926	1.8010	1.1937	1.8016
4	Y	2.5721	0.1947	0.8771	0.1897	0.8771
4	Z	3.7034	1.1815	1.8207	1.3491	2.0054

Tabla 3.22: Posiciones para Validación

Punto	X	Y	Z	I	J	K
1	0.1685	-0.05	0.2390	0.0000	0.0000	1.0000
2	0.1685	0.05	0.2390	0.0000	0.0000	-1.0000
3	0.1685	-0.05	0.2465	0.0000	1.0000	0.0000
4	0.1685	0.05	0.2465	0.0000	-1.0000	0.0000
5	0.1610	-0.05	0.2465	1.0000	0.0000	0.0000
6	0.1610	0.05	0.2465	-1.0000	0.0000	0.0000
7	0.1685	0.00	0.2390	0.0000	0.0000	1.0000
8	0.1610	0.00	0.2465	-1.0000	0.0000	0.0000

implementada.

3.5. Observaciones Generales

Debido a que cada sensor es totalmente independiente es posible optar por ajustar de manera mixta cada sensor, es decir, tomar las mejores aproximaciones para cada sensor, ya sea considerando o no, el valor de offset según los resultados generales obtenidos. Sin embargo, se abre la opción de obtener mayor claridad en la diferenciación de cada alternativa analizada, observando los resultados obtenidos en el algoritmo de localización, ya que podría compensar errores producidos por el ruido, dejando en evidencia algún error producto del mal ajuste.

Tabla 3.23: Mediciones de Campo Magnético para Validación Sensor 1

	$\tilde{B}_{\{x,1\}}$	$Bm_{\{x,1\}}$	$\tilde{B}_{\{y,1\}}$	$Bm_{\{y,1\}}$	$\tilde{B}_{\{z,1\}}$	$Bm_{\{z,1\}}$
1	12.4003	14.0000	-12.1018	-15.2730	5.0444	6.9091
2	-6.7005	-8.0000	9.4717	11.4550	-0.9816	-2.0000
3	-9.5826	-10.0000	-2.6238	-4.1818	-12.5181	-15.5450
4	7.4037	7.9091	-2.2518	-2.6364	9.6717	12.0910
5	-1.6441	-3.0000	-9.4599	-11.3640	12.6627	15.7270
6	2.6483	4.0000	7.3821	8.3636	-6.8222	-7.8182
7	9.2005	10.9090	-10.9923	-13.5450	2.6550	4.0000
8	2.3188	4.0000	8.5795	9.5455	-9.3809	-11.0000

Tabla 3.24: Mediciones de Campo Magnético para Validación Sensor 2

	$\tilde{B}_{\{x,2\}}$	$Bm_{\{x,2\}}$	$\tilde{B}_{\{y,2\}}$	$Bm_{\{y,2\}}$	$\tilde{B}_{\{z,2\}}$	$Bm_{\{z,2\}}$
1	6.7005	6.5455	9.4717	10.9090	0.9816	2.0000
2	-12.4003	-13.0000	-12.1018	-14.3640	-5.0444	-6.1818
3	7.4037	8.0909	2.2518	3.8182	9.6717	11.4550
4	-9.5826	-10.0000	2.6238	2.9091	-12.5181	-15.5450
5	-2.6483	-4.0000	7.3821	8.5455	6.8222	7.7273
6	1.6441	3.0000	-9.4599	-11.1820	-12.6627	-14.0000
7	9.2005	9.0000	10.9923	12.5450	2.6550	3.4545
8	2.3188	3.9091	-8.5795	-9.7273	-9.3809	-10.4550

Tabla 3.25: Mediciones de Campo Magnético para Validación Sensor 3

	$\tilde{B}_{\{x,3\}}$	$Bm_{\{x,3\}}$	$\tilde{B}_{\{y,3\}}$	$Bm_{\{y,3\}}$	$\tilde{B}_{\{z,3\}}$	$Bm_{\{z,3\}}$
1	-7.8627	-7.7273	-11.1144	-12.5450	-2.5875	-3.6364
2	16.7629	19.0000	16.3594	19.0910	-0.3140	-0.4546
3	10.6402	10.6360	4.8302	5.3636	-11.0127	-12.2730
4	-15.4362	-16.3640	0.8771	0.0909	15.9766	18.4550
5	-2.2548	-3.0909	10.5516	11.1820	-7.7258	-8.0909
6	-0.5479	0.3636	-15.0962	-17.0910	16.0101	18.0910
7	-11.5506	-12.0000	-13.8001	-16.1820	-1.6084	-1.1818
8	1.2754	2.0909	-12.9269	-14.8180	11.1986	12.8180

Tabla 3.26: Mediciones de Campo Magnético para Validación Sensor 4

	$\tilde{B}_{\{x,4\}}$	$Bm_{\{x,4\}}$	$\tilde{B}_{\{y,4\}}$	$Bm_{\{y,4\}}$	$\tilde{B}_{\{z,4\}}$	$Bm_{\{z,4\}}$
1	-16.7629	-18.0000	16.3594	18.6360	0.3140	2.2727
2	7.8627	8.0000	-11.1144	-12.4550	2.5875	2.3636
3	-15.4362	-16.0000	-0.8771	0	15.9766	17.6360
4	10.6402	10.0000	-4.8302	-5.2727	-11.0127	-12.7270
5	0.5479	1.2727	-15.0962	-16.8180	-16.0101	-19.5450
6	2.2548	2.4545	10.5516	11.9090	7.7258	9.1818
7	-11.5506	-11.1820	13.8001	15.4550	-1.6084	-0.5454
8	1.2754	1.0000	12.9269	15.1820	11.1986	13.2730

Tabla 3.27: Errores para Puntos de Validación Alternativa 2

Sensor	Eje	$Q_{sinAjuste}$	$\|e_{raw}\|_\infty$	Error Q_{prom}	$\|e_{prom}\|_\infty$	Error Q_{LS}	$\|e_{LS}\|_\infty$
1	X	1.7610	1.3559	0.5859	1.0501	0.5750	1.0416
1	Y	3.5754	3.1712	0.2223	0.8080	0.2573	0.9132
1	Z	4.2927	3.0269	0.1985	0.6180	0.1923	0.6301
2	X	0.9081	1.3517	0.8448	1.2171	0.6773	1.0923
2	Y	2.2207	2.2622	0.1817	0.4246	0.1571	0.2313
2	Z	2.3841	3.0269	0.3864	1.3199	0.2511	0.7481
3	X	1.0351	0.9278	0.5071	0.9594	0.4690	0.6522
3	Y	3.0046	2.3819	0.2803	1.0105	0.1928	0.7973
3	Z	2.0149	1.2603	0.2605	0.7230	0.2217	0.7027
4	X	0.3817	1.2371	0.3076	0.8695	0.3066	0.9177
4	Y	2.5721	1.7218	0.1697	0.0405	0.1688	0.0380
4	Z	3.7034	3.5349	0.7126	1.0538	0.7231	1.1209

Tabla 3.28: Errores para Puntos de Validación Alternativa 3

Sensor	Eje	$Q_{sinAjuste}$	$\|e_{raw}\|_\infty$	Error Q_{LS}	$\|e_{LS}\|_\infty$
1	X	1.7610	1.3559	0.5538	1.4033
1	Y	3.5754	3.1712	0.1873	0.7124
1	Z	4.2927	3.0269	0.1535	0.8303
2	X	0.9081	1.3517	0.6711	1.2110
2	Y	2.2207	2.2622	0.1766	0.4321
2	Z	2.3841	3.0269	0.2517	0.7460
3	X	1.0351	0.9278	0.6361	0.4417
3	Y	3.0046	2.3819	0.1629	0.6909
3	Z	2.0149	1.2603	0.2143	0.7232
4	X	0.3817	1.2371	0.3622	0.5806
4	Y	2.5721	1.7218	0.0999	0.2688
4	Z	3.7034	3.5349	0.7750	0.9751

Capítulo 4

Algoritmo de Localización

En este Capítulo, se analiza el algoritmo para encontrar la posición del imán a través del Sistema de Medición Magnética, calibrado según las alternativas presentadas previamente.

4.1. Definición del Problema de Localización

En el capítulo anterior, se logra obtener los valores de campo magnético mediante los sensores disponibles. Por lo que, el paso siguiente corresponde a utilizar estas mediciones para conseguir la posición aproximada del imán que generó los campos magnéticos sensados . Para ello es necesario retomar la ecuación de campo magnético presentadas anteriormente (3.10), (3.11), (3.12). Idealmente, si estas ecuaciones pudiesen ser facilmente invertidas, la obtención de la posición sería directa, pero al ser altamente no lineales, se convierte en una tarea muy dificil de resolver.

El problema se reduce básicamente a encontrar las posiciones X_p, Y_p, Z_p y orientaciones (I_0,J_0,K_0) para el imán, tales que se obtengan los campos magnéticos medidos, según las ecuaciones (3.10), (3.11), (3.12). Como alternativa para resolver este problema no lineal, se pretende utilizar el algoritmo "Levenberg-Marquardt".

$$\min_{(X_p,Y_p,Z_p,I_0,J_0,K_0)} J = E_x + E_y + E_z \tag{4.1}$$

$$E_x = \sum_{n=1}^{N} \left[\tilde{B}_{m_{nx}} - \left(\frac{3\left[I_0\left(x_{s_n} - X_p\right) + J_0(y_{s_n} - Y_p) + K_0(z_{s_n} - Z_p)\right]\left(x_{s_n} - X_p\right)}{R_{s_n}^5} - \frac{I_0}{R_{s_n}^3} \right) \right]^2 \tag{4.2}$$

$$E_y = \sum_{n=1}^{N} \left[\tilde{B}_{m_{ny}} - \left(\frac{3\left[I_0\left(x_{s_n} - X_p\right) + J_0(y_{s_n} - Y_p) + K_0(z_{s_n} - Z_p)\right]\left(y_{s_n} - Y_p\right)}{R_{s_n}^5} - \frac{J_0}{R_{s_n}^3} \right) \right]^2 \tag{4.3}$$

$$E_z = \sum_{n=1}^{N} \left[\tilde{B}_{m_{nz}} - \left(\frac{3\left[I_0\left(x_{s_n} - X_p\right) + J_0(y_{s_n} - Y_p) + K_0(z_{s_n} - Z_p)\right]\left(z_{s_n} - Z_p\right)}{R_{s_n}^5} - \frac{K_0}{R_{s_n}^3} \right) \right]^2 \tag{4.4}$$

En donde,

- x_{s_n}, y_{s_n}, z_{s_n}: Posición del sensor n-ésimo, en las coordenadas x,y,z.
- N: Número total de Sensores.
- $\tilde{B}_{m_{nx}}$, $\tilde{B}_{m_{ny}}$, $\tilde{B}_{m_{nz}}$: Valor ajustado del campo magnético entregado por el sensor n-ésimo.

Para la resolución del problema planteado en (4.1), se utiliza la herramienta "lsqnonlin"de MATLAB, escogiendo el algoritmo "Levenberg-Marquardt". El cual no utiliza limitaciones para las soluciones, y se considera como posición inicial el origen.

Para asegurar una solución única, basta con igualar o superar la cantidad de ecuaciones empleadas sobre el número de incógnitas o variables a optimizar. En este caso, se tienen como incógnitas 6 variables correspondientes a las 3 coordenadas X, Y, Z, y a las 3 orientaciones I, J, K. Por lo que, como mínimo, se necesitaría de 6 ecuaciones independientes para lograr una solución única, de las cuales se tienen 3 ecuaciones para 1 sensor, siendo una por cada eje. Por lo tanto, bastaría con utilizar sólo 2 sensores magnéticos para obtener una solución única, pero, sin lugar a duda, al aumentar el número de sensores a 4, permite una mejor seguridad y la posibilidad de distribuir más facilmente los sensores, con esto es posible lograr el espacio de medición necesario para la aplicación, lo cual fue experimentado y validado en [7].

4.2. Validación de Algoritmo de Localización

4.2.1. Validación de Algoritmo para Alternativa 1

A partir de los puntos utilizados para la validación de la calibración del dispositivo de medición magnético, presentados en la Tabla (3.16), se pueden obtener las posiciones a partir de los valores de campo magnéticos capturados y ajustados en dichas posiciones.

Los valores obtenidos para cada punto de prueba se presentan en las Tablas 4.1, 4.2, 4.3, y los respectivos errores de cada posición en la Tabla 4.4.

Tabla 4.1: Posiciones obtenidas sin Ajuste

Pto	X	Y	Z	I	J	K
1	0.2229	0.0701	0.1501	0.0545	0.0168	1.0137
2	0.2152	-0.1379	0.1542	0.0712	-0.0392	1.0194
3	0.2203	0.0696	0.2106	0.0227	0.0207	1.0216
4	0.2151	-0.1414	0.2160	0.0371	-0.0034	1.0208
5	0.2127	0.0666	0.2719	-0.0107	0.0087	1.0505
6	0.2152	-0.1427	0.2753	0.0014	-0.0050	1.0230
7	0.2108	0.0608	0.3573	-0.0103	0.0401	1.1055
8	0.2149	-0.1442	0.3633	0.0067	0.0267	1.0313

Tabla 4.2: Posiciones obtenidas para Promedio de Alternativa 1

Pto	X	Y	Z	I	J	K
1	0.2080	0.0805	0.1477	0.0455	-0.0108	0.9902
2	0.2162	-0.1366	0.1543	0.0668	-0.0404	0.9116
3	0.2071	0.0794	0.2065	0.0186	-0.0086	0.9808
4	0.2167	-0.1421	0.2158	0.0308	-0.0074	0.8986
5	0.2012	0.0762	0.2672	-0.0075	-0.0204	0.9977
6	0.2165	-0.144	0.2739	-0.0074	-0.0161	0.8976
7	0.2016	0.0686	0.3539	-0.0041	0.0148	1.0369
8	0.2138	-0.1447	0.3609	-0.0086	0.0140	0.9186

Tabla 4.3: Posiciones obtenidas para Mínimos Cuadrados de Alternativa 1

Pto	X	Y	Z	I	J	K
1	0.2075	0.0801	0.1474	0.0454	-0.0104	0.9955
2	0.2167	-0.1355	0.1544	0.0697	-0.0386	0.9121
3	0.2068	0.0792	0.2071	0.0192	-0.0084	0.9845
4	0.2176	-0.1413	0.2163	0.0331	-0.0045	0.8957
5	0.2012	0.0764	0.2682	-0.0075	-0.0203	1.0007
6	0.2174	-0.1437	0.2739	-0.0059	-0.0106	0.8959
7	0.2019	0.0691	0.3544	-0.0041	0.0156	1.0401
8	0.2154	-0.1442	0.3608	-0.0108	0.0188	0.9136

El promedio de los errores obtenidos para cada resolución de las posiciones de prueba del imán, separados por cada eje, se muestran en la Tabla 4.4.

Tabla 4.4: Errores Alternativa 1

Pto	X	Y	Z	I	J	K
$Q_{raw}10^{-3}$	2.38873	0.15627	0.21069	10.19882	4.68052	16.65244
$\|e_{raw}\|_\infty 10^{-3}$	23.9	10.2	8.0	71.2	40.1	105.5
$Q_{prom}10^{-3}$	1.29263	0.23927	0.16354	8.02887	2.96793	37.03982
$\|e_{prom}\|_\infty 10^{-3}$	17.7	9.5	7.8	66.8	40.4	102.4
$Q_{ls}10^{-3}$	1.41311	0.24389	0.16667	8.60801	2.81018	38.77567
$\|e_{ls}\|_\infty 10^{-3}$	18.6	9.1	8.3	69.7	38.6	104.3

Un detalle importante a destacar, es que sólo para la determinación de la orientación J, el error es menor para la medición sin ajustar, en todos los demás casos, el ajuste mediante cuadrados mínimos efectivamente ayuda en la determinación de la posición. Este detalle no es de gran relevancia, debido a que el interés primordial recae sobre la posición (X, Y, Z) del imán, dejando las orientaciones para unas posibles mejoras a futuro.

4.2.2. Validación de Algoritmo para Alternativa 2

En esta sección, se analizan los resultados de posición que se logran ajustando las mediciones de campo magnético con la segunda alternativa de ajuste, presentado en la sección 3.3.2.

Las posiciones obtenidas para cada punto de prueba se muestran en las Tablas 4.5 y 4.6.

Tabla 4.5: Posiciones para Promedio de Alternativa 2

Pto	X	Y	Z	I	J	K
1	0.1808	-0.0563	0.2402	0.0163	0.0319	0.9409
2	0.1765	0.0480	0.2381	-0.0168	0.0156	-0.9696
3	0.1788	-0.0477	0.2506	0.0365	0.9446	0.0534
4	0.1851	0.0524	0.2498	-0.0301	-0.9275	0.0100
5	0.1703	-0.0520	0.2531	0.9650	-0.0209	-0.0460
6	0.1752	0.0505	0.2511	-0.9600	0.0023	0.0247
7	0.1843	-0.0044	0.2427	-0.0028	-0.0119	0.9167
8	0.1745	0.0017	0.2500	-0.9662	0.0079	0.0504

Tabla 4.6: Posiciones para Mínimos Cuadrados de Alternativa 2

Pto	X	Y	Z	I	J	K
1	0.1795	-0.0549	0.2396	0.0081	0.0286	0.9499
2	0.1718	0.0508	0.2368	0.00001	0.0142	-0.9973
3	0.1752	-0.0475	0.2501	0.0270	0.9581	0.0497
4	0.1814	0.0520	0.2485	-0.0234	-0.9433	0.0119
5	0.1717	-0.0493	0.2531	0.9625	-0.0369	-0.0507
6	0.1760	0.0508	0.2477	-0.9519	0.0072	0.0226
7	0.1816	-0.0022	0.2415	-0.0093	-0.0132	0.9330
8	0.1758	0.0035	0.2481	-0.9602	0.0211	0.0518

El promedio de los errores obtenidos para cada resolución de las posiciones de prueba del imán, separados por cada eje, se muestran en la Tabla 4.7.

Tabla 4.7: Tabla Errores Alternativa 2

Pto	X	Y	Z	I	J	K
$Q_{raw}10^{-3}$	0.35576	0.00930	0.06528	5.98144	0.43889	2.21055
$\|e_{raw}\|_\infty 10^{-2}$	2.5491	0.6800	1.3484	12.8243	2.4736	7.0287
$Q_{prom}10^{-3}$	0.16455	0.01015	0.01520	0.84578	1.2790	2.44478
$\|e_{prom}\|_\infty 10^{-2}$	1.6555	0.6296	0.6636	4.0003	7.2517	8.3259
$Q_{ls}10^{-3}$	0.13376	0.00662	0.00942	0.84109	1.00314	1.92154
$\|e_{ls}\|_\infty 10^{-2}$	1.496	0.4872	0.6583	4.8071	5.6659	6.6964

Viendo los resultados, se puede notar que las posiciones obtenidas mediante el ajuste de las mediciones magnéticas con mínimos cuadrados, logran un mejor resultado tanto en el error cuadratico medio como en el máximo error obtenido, con respecto al resultado mediante promedio, lo que entrega un indicio de la mejor forma de ajuste para las mediciones.

4.2.3. Validación de Algoritmo para Alternativa 3

Por último, se toman los ajustes obtenidos mediante mínimos cuadrado incorporando un parámetro de offset obtenidos en la Tabla 3.15 y utilizando las posiciones de prueba usadas anteriormente de la Tabla 3.22.

Se presentan las posiciones y los errores obtenidos para esta validación en las Tablas 4.8 y 4.9, respectivamente.

Tabla 4.8: Posiciones para Mínimos Cuadrados de Alternativa 3

Pto	X	Y	Z	I	J	K
1	0.1807	-0.0544	0.2395	0.0051	0.0330	0.9280
2	0.1708	0.0489	0.2371	-0.0023	0.0207	-1.0220
3	0.1752	-0.0476	0.2506	0.0226	0.9629	0.0316
4	0.1809	0.0520	0.2466	-0.0273	-0.9394	-0.0067
5	0.1715	-0.0501	0.2542	0.9586	-0.0293	-0.0746
6	0.1757	0.0507	0.2462	-0.9552	0.0110	0.0009
7	0.1831	-0.0010	0.2413	-0.0123	-0.0077	0.9100
8	0.1757	0.0039	0.2468	-0.9637	0.0268	0.0282

Tabla 4.9: Errores Alternativa 3

Pto	X	Y	Z	I	J	K
$Q_{raw}10^{-3}$	0.35576	0.00930	0.06528	5.98144	0.43889	2.21055
$\|e_{raw}\|_\infty 10^{-2}$	2.5491	0.6800	1.3484	12.8243	2.4736	7.0287
$Q_{ls}10^{-3}$	0.13854	0.00586	0.01077	0.80961	1.04139	2.64710
$\|e_{ls}\|_\infty 10^{-2}$	1.47361	0.43841	0.77324	4.47969	6.06286	9.00419

4.3. Observaciones Generales

De las 3 alternativas de ajuste para las mediciones de campo magnético, se han presentado todos los errores, tanto para las captura de los sensores magnéticos, como para las posiciones obtenidas al resolver el problema de optimización.

La primera observación corresponde al efecto de los ajustes, en gran mayoría, los errores obtenidos a partir de los datos sin ajustar corresponden a los más altos, lo que evidencia inmediatamente la necesidad de aplicar una estimación a las mediciones obtenidas de los sensores magnéticos.

De todas las alternativas de ajuste, los que entregaron los mejores resultados en la mayoría de los casos correspondieron, como era de esperar, a los obtenidos mediante mínimos cuadrados. De todas maneras, para los ajustes basados en mediciones independientes (alternativa 1) a pesar de ser un ajuste con mínimos cuadrados, los resultados obtenidos no son los mejores, por lo que esa forma de ajuste es totalmente descartada. Los resultados obtenidos entre la alternativa 2 y la alternativa 3, para mínimos cuadrados, son muy estrechos y similares, ambos

tienen un error máximo, un poco menor a 1.5 [cm] para el eje X, y alrededor de 0.5 [cm] para los ejes Y y Z. Siendo como mejor opción la obtenida en la alternativa 2, lo que significa que el ajuste se realizará según los parámetros presentados en la Tabla 3.14.

Capítulo 5

Calibración del Modelo Cinemático

En este capítulo se presenta la estratégia utilizada para lograr la calibración del modelo cinemático, ajustando los parámetros físicos Ψ (2.3) que éste posee. Para ello, se considera la ejecución conjunta entre el manipulador robótico, almacenando las mediciones de elongación, y el Sistema de Medición Magnética (SMM), almacenando las mediciones de campo magnético producidos por el imán posicionado en la punta del elemento final del manipulador. Y de esta forma, encontrar la mejor estimación de los parámetros que logren coincidir los puntos obtenidos por el SMM, con los entregados por el modelo cinemático.

5.1. Definición Problema de Optimización

El modelo cinemático presentado en la sección (2.2), es capaz de entregar la posición del punto final del manipulador a partir de las mediciones de los sensores de elongación, sin embargo, es necesario que dicha capacidad sea corregida según posiciones confiables obtenidas mediante el Sistema de Medición Magnética.

Se presenta un problema de optimización para lograr un ajuste mediante resolución de problemas no lineales, que consiste en minimizar una función de coste J, ajustando los parámetros físicos Ψ.

$$\min_{\Psi} J = \sum_{i=1}^{N} E_x^i + E_y^i + E_z^i \tag{5.1}$$

$$E_x^i = \left[X_{ssm}^i - X_{mc}^i(\Psi)\right]^2 \tag{5.2}$$

$$E_y^i = \left[Y_{ssm}^i - Y_{mc}^i(\Psi)\right]^2 \tag{5.3}$$

$$E_z^i = \left[Z_{ssm}^i - Z_{mc}^i(\Psi)\right]^2 \tag{5.4}$$

En donde,

- $\{X_{ssm}^i, Y_{ssm}^i, Z_{ssm}^i\}$: Posición (X,Y,Z) del i-esimo punto obtenido mediante Sistema de Medición Magnética.
- $\{X_{mc}^i(\Psi), Y_{mc}^i(\Psi), Z_{mc}^i(\Psi)\}$: Posición (X,Y,Z) del i-esimo punto obtenido me-

diante Modelo Cinemático con parámetros $\Psi = \{\delta, dl, t, p\}$.

Para resolver el problema de optimización presentado, se obtienen 950 mediciones de campo magnético (SMM) con sus respectivas mediciones de elongación, manipulando el brazo manualmente formando un círculo frontal. Las mediciones del SMM entregan las posiciones (X^i_{ssm},Y^i_{ssm}, Z^i_{ssm}) y las de elongación son utilizadas como entrada al modelo cinemático. Para resolver 5.1, se ocupa la herramienta disponible en MATLAB, "lsqnonlin", resolviendo mediante el algoritmo "Levenberg-Marquardt". Sin embargo, los valores de posición deben coincidir en el sistema de referencia, y poseer el mismo punto de origen para que representen la misma medición y puedan ser comparables.

El sistema de referencias utilizado para el modelo cinemático tiene como origen el punto definido en la Figura 2.1, el cual se encuentra en una posición distinta a la establecida en el SMM definida en la Figura 3.5, por lo que es necesario realizar una traslación para que estos origenes coincidan. Dicha distancia se aproxima a un valor de $t_{origen} = -0{,}07$ que es aplicado al modelo cinemático, dejando como origen global el punto de origen definido para el SMM, representado por el punto frontal en la base del Robotino. Del mismo modo, las posiciones entregadas con el SMM adoptan la posición central del imán, el cual es ubicado sobre la garra del manipulador, lo que aplica un desplazamiento respecto a la posición central de la garra. Este desplazamiento se corrige sobre el punto resultante en la resolución de la posición del imán, quitando una distancia en el eje Norte del imán t_{iman} y en la dirección de la posición del imán desde el origen d_{iman}, que asociado al marco de referencia **4** podría definirse con un punto ${}^4\vec{p} = [\ -t_{iman} \quad 0 \quad d_{iman}\ ]^T$. En la Figura 5.1 se puede ver una ilustración de estos desplazamientos, donde sus valores corresponden a t_{iman}=0.02[m] y d_{iman}=0.0125[m].

Con las correcciones presentadas, es posible obtener correctamente las posiciones $(X_{ssm}, Y_{ssm}, Z_{ssm})$ y (X_{mc}, Y_{mc}, Z_{mc}) para poder resolver el problema de optimización presentado.

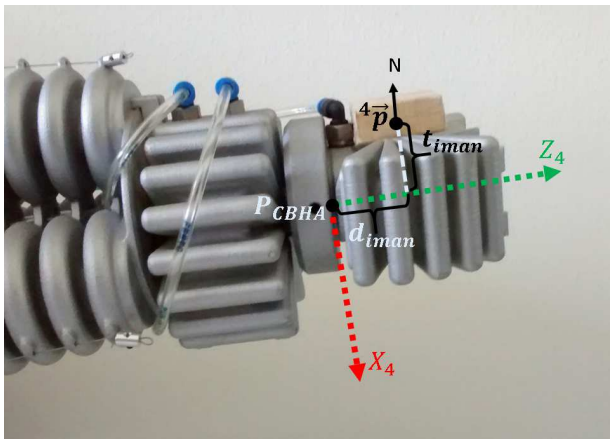


Figura 5.1: Offset en Punto obtenido de SMM respecto a Punto final del Manipulador

5.2. Trayectoria SMM y Modelo Cinemático

De los datos obtenidos mediante la trayectoría descrita anteriormente, se toman los valores de elongación que son procesados mediante el ajuste descrito en la Tabla 2.9 para cada uno de los seis sensores. Estos valores son ingresados al modelo cinemático del manipulador, lo que entrega las posiciones estimadas del punto final del brazo robótico utilizando $\Psi = \{0{,}8727; 0{,}022; 0{,}074; 0{,}02\}$ [5] como parámetros iniciales. El resultado de estas posiciones se presentan en la Figura 5.2.

De manera paralela, los datos del SMM son procesados para obtener la posición del imán, los cuales según los datos capturados durante la trayectoría, logran el resultado presentado en la Figura 5.3

Las diferencias entre los resultados obtenidos se muestran en la Figura 5.4, en donde se nota una clara diferencia entre las trayectorias resultantes, lo que indica la necesidad de ajustar los parámetros del modelo, ya que estos corresponden a parámetros de construcción del manipulador.

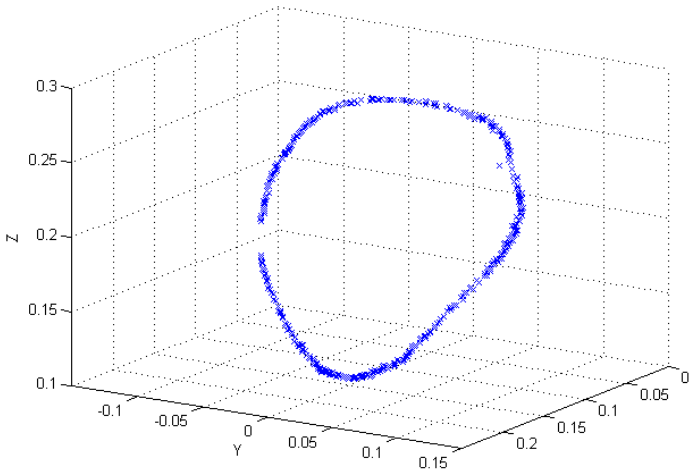


Figura 5.2: Trayectoría de Calibración según Modelo con parámetros iniciales

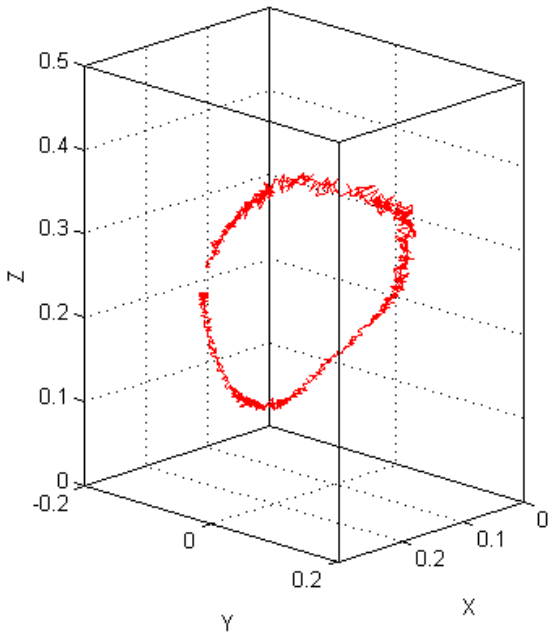


Figura 5.3: Trayectoría de Calibración según Sistema Medición Magnética

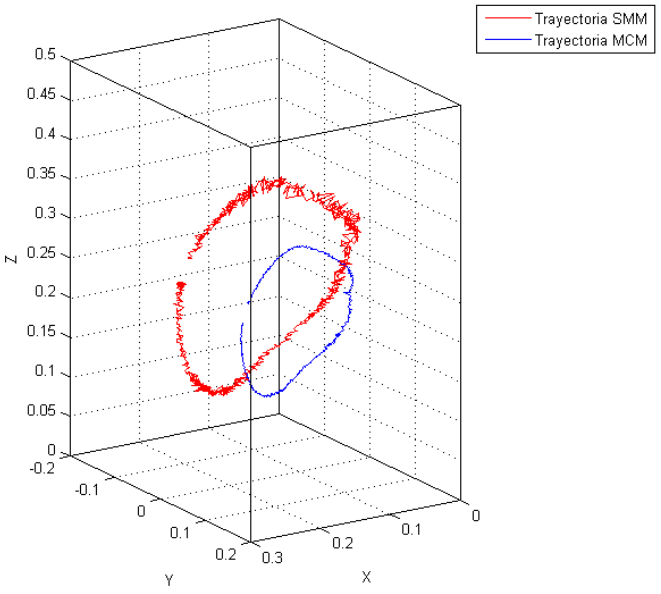


Figura 5.4: Trayectoría de Calibración según ambos Modelos

5.3. Resolución al Problema de Ajuste

Para ajustar los parámetros físicos del Modelo Cinemático del Manipulador, se debe resolver el problema de optimización presentado en la ecuación (5.1), utilizando $N = 950$ puntos para la trayectoria circular para la resolución. Los parámetros iniciales corresponden a $\Psi = \{0{,}8727; 0{,}022; 0{,}074; 0{,}02\}$ [5].

La resolución, utilizando el algoritmo "Levenberg-Marquardt", sin limitaciones en los valores de la solución, entrega como resultado los parámetros $\Psi^* = \{0{,}8554; 0{,}0317; 0{,}0753; 0{,}0794\}$, con un error residual de $e = 5{,}5219e^{-5}$. Lo que refleja un posible buen ajuste del modelo, ya que algunos parámetros se encuentran muy cercanos.

Utilizando los parámetros resultantes Ψ^* en el modelo cinemático del manipulador, se obtiene la trayectoría presentada en la Figura 5.5, en donde se compara con el modelo de parámetros iniciales y la trayectoría del sistema de medición magnética.

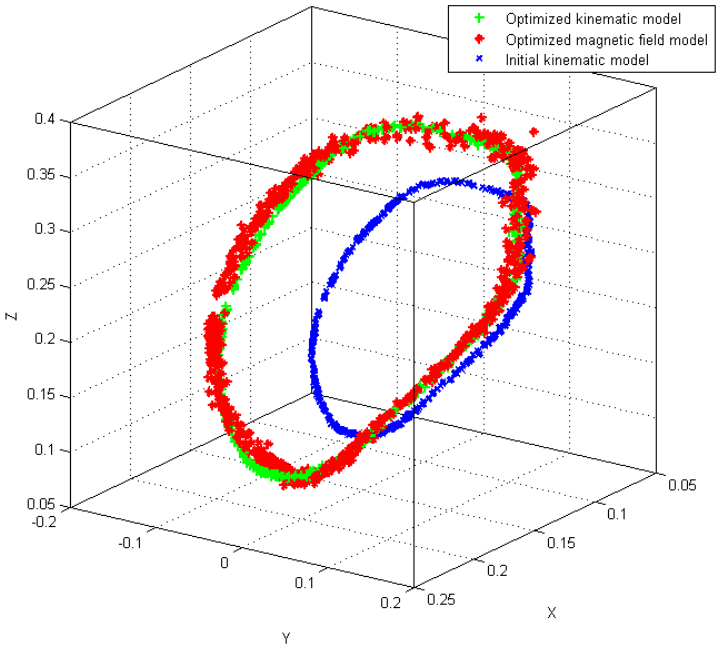


Figura 5.5: Trayectoría de Calibración - Comparación Resultados

Como se puede apreciar, el ajuste se acerca bastante a lo entregado por el sistema de medición magnética logrando un ajuste correcto y que se asimila con lo esperado. Por lo que se presume como satisfactorio, quedando pendiente la explotación del modelo cinemático ajustado en una aplicación para la demostración del control sobre el manipulador y poder mover el elemento final del manipulador, de un punto conocido a otro.

Capítulo 6

Comportamiento y Espacio de Operación CBHA

Bajo la intención de encontrar características que compliquen la determinación de un modelo dinámico para el manipulador CBHA, se pretende aplicar señales de entrada conocidas, es decir, presiones en las cámaras del manipulador, para posteriormente analizar el comportamiento de la posición del punto final del manipulador correspondiendo a su salida. Para esto, se aplica en la entrada, dos secuencias con las mismas presiones, pero en un orden inverso. Para así ver la existencia de un efecto sobre el manipulador, producto de alguna memoria en el material debido a presiones anteriormente aplicadas.

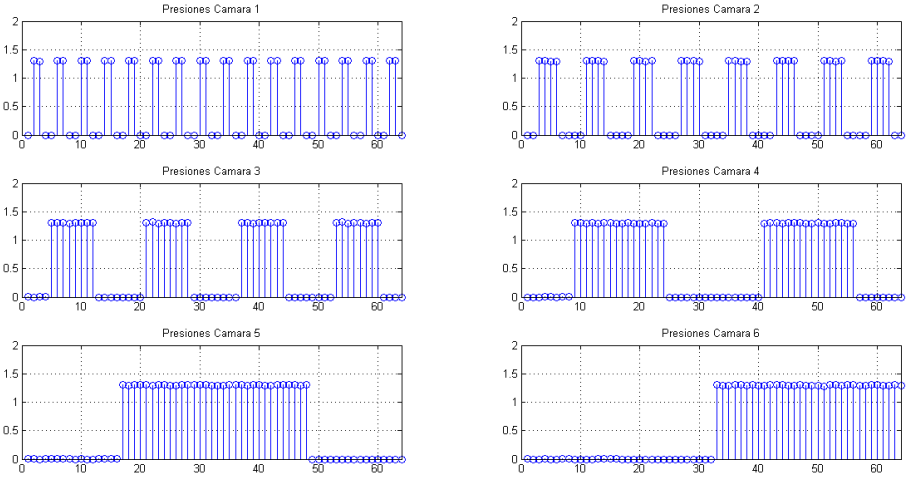


Figura 6.1: Secuencia Ascendente Presiones CBHA

Para la secuencia de presiones se considera que cada cámara deformable tiene 2 estados, presión mínima o presión máxima, y que para no sobrecargar el manipulador se considera como máximo 1.0[bar] (en vez de 1.5[bar]), y la secuencia consiste en ir aumentando la combinación entre las cámara activas usando como mejor alternativa una secuencia de contador en "Código Gray", para que sólo sea una cámara la que cambie de estado y disminuir el esfuerzo del compresor y manipulador. Se considera que el control PID de presión interno demora cerca de 5 segundos como máximo para alcanzar la presión deseada.

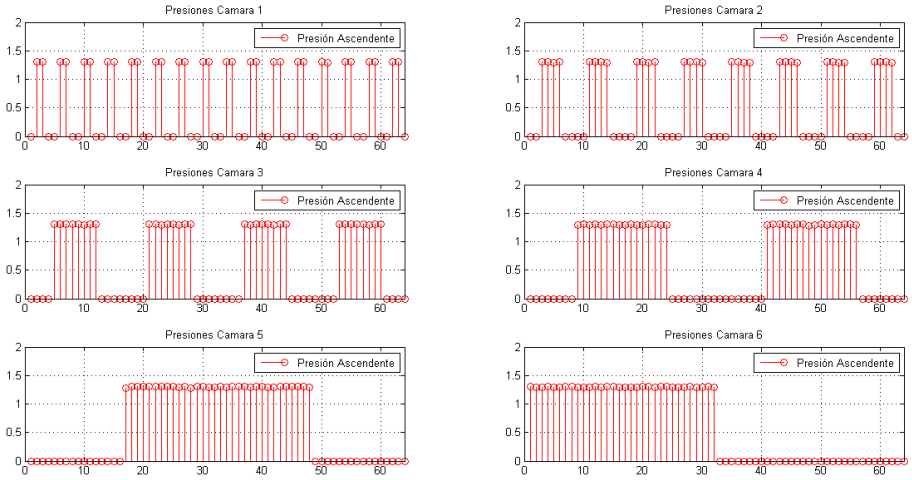


Figura 6.2: Secuencia Descendente Presiones CBHA

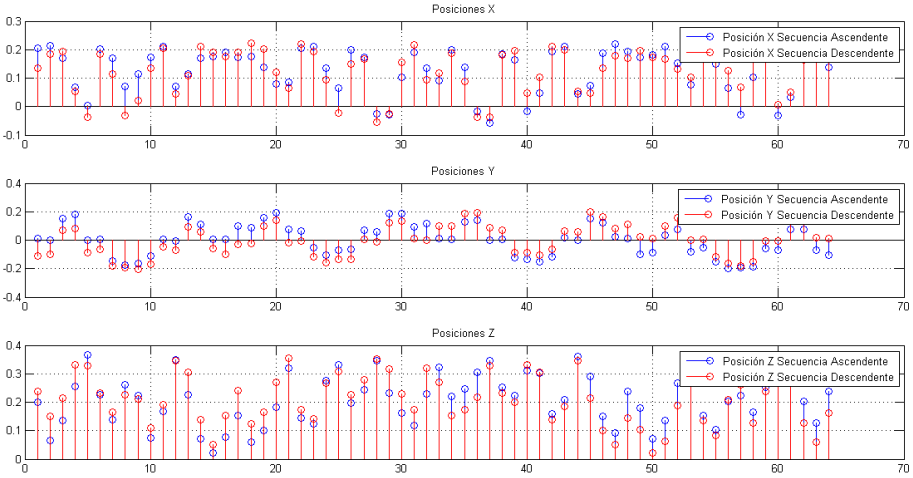


Figura 6.3: Posiciones en secuencias de presion, con secuencia descendente invertida

Se presentan los valores de presión aplicados y las posiciones obtenidas para esas presiones, en ambos sentido de secuencia, en las Figuras 6.1, 6.2 y 6.3.

En el gráfico de la Figura 6.3 es posible notar pequeñas diferencias en las posiciones, las cuales son reflejadas como error en la Figura 6.4. La secuencia descendente fue invertida para que los puntos utilizados concuerden con la muestra equivalente en la secuencia ascendente, por lo que al poseer la misma tendencia en

la trayectoría se valida que los movimientos son correctos y presentan diferencias a pesar de tener la misma presión de entrada.

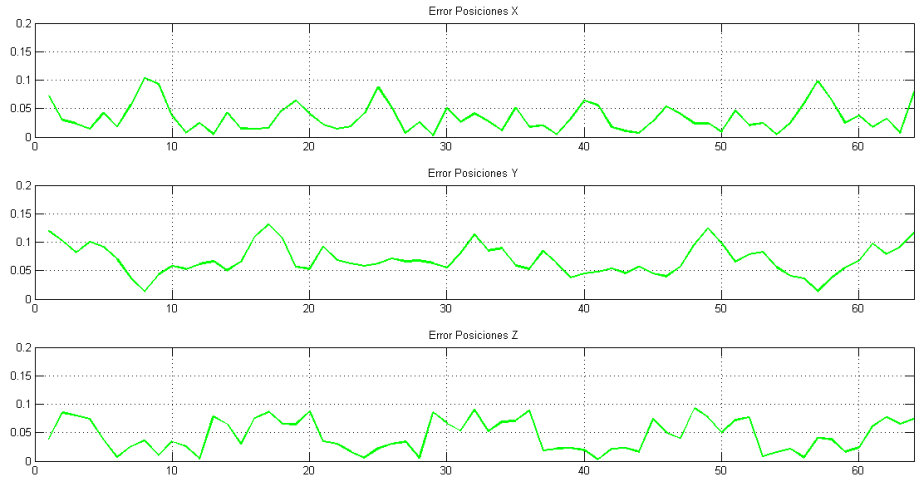


Figura 6.4: Error Trayectoria secuencias

La visualización en el espacio, para las posiciones resultantes de ambas secuencias de presiones, se muestran en la Figura 6.5.

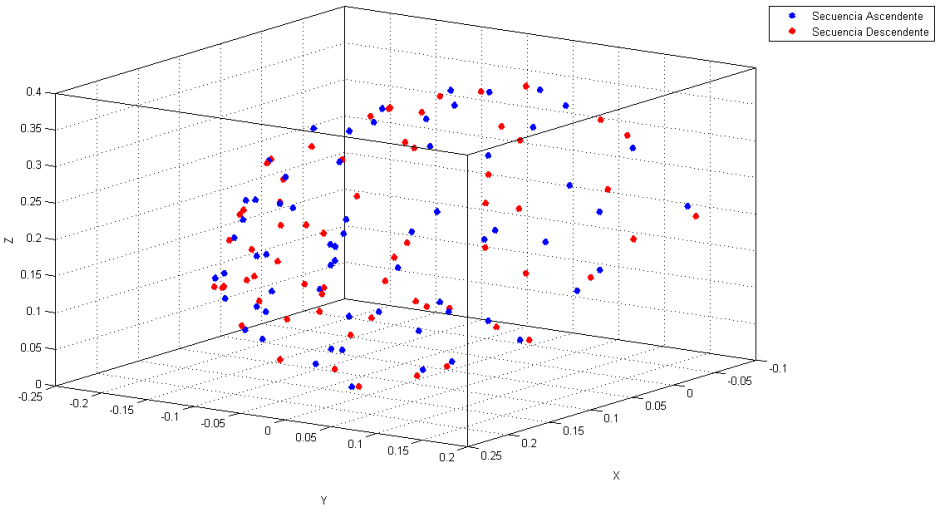


Figura 6.5: Posiciones en el Espacio

De la misma Figura 6.5, se puede notar la forma y los límites que conforman el espacio de operación del manipulador robótico continuo CBHA, dando una pista para la complicación en el control, ya que no es posible alcanzar cualquier punto que no se encuentre en el manto de puntos que se pueden generar.

Capítulo 7

Control PID sobre la Posición del CBHA

Para lograr un sistema de control sobre el manipulador CBHA, se plantea la capacidad de control sobre las elongaciones en los bordes del manipulador por donde pasan los sensores de desplazamiento, cuya medida se obtiene de manera directa, y totalmente independiente. Esta implementación limita a controlar solo las cámaras que presenten un error positivo, es decir, que deban expandirse para disminuir ese error. Ya que en caso contrario no es posible dar una acción para contraer la sección, sino que se deja la acción de las secciones contrarias para que ésas, al expandirse, contraigan a la sección correspondiente.

En la Figura 7.1 se muestra el esquema de control ha implementar, en donde se ocupa un modelo cinemático inverso (IKM) implementado con Redes Neuronales Artificiales (ANN), para lograr una relación entre una posición en el espacio y alguna combinación de longitudes del manipulador para llegar a dicho punto.

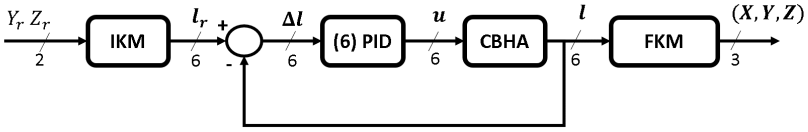


Figura 7.1: Esquema de Control sobre Manipulador

Para la implementación del controlador PID se considera la expresión descrita en ecuación (7.1).

$$u[k] = u[k-1] + K_1 e[k] + K_2 e[k-1] + K_3 e[k-2] \tag{7.1}$$

$$K_1 = K_p + \frac{K_p T}{K_i} + \frac{K_p K_d}{T} \tag{7.2}$$

$$K_2 = -K_p - \frac{2K_p K_d}{T} \tag{7.3}$$

$$K_3 = \frac{K_p K_d}{T} \tag{7.4}$$

$$0 \leq u_i[k] \leq 1.0 \text{ [bar]} \ \forall \ i \ \in \ \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \tag{7.5}$$

En donde,

- $T = 0.2$[s]: corresponde al tiempo de muestreo.

- $K_p = 4$, $K_i = 0.4$ y $K_d = 0.1$: son las constantes proporcional, integrativa y derivativa para los 6 controladores PID.

Para el bloque de la inversa (IKM), se decide entrenar una red neuronal artificial, pero teniendo en cuenta las limitantes que posee el manipulador, ya que la estructura no permite cualquier longitud en cada cámara deformable contando con un estiramiento máximo, además del desplazamiento producto de las combinaciones de presiones.

Figura 7.2: Sistema de Control

El sistema de control es implementado, tal que la plataforma RobotinoXT solo procesa y ejecuta las señales de presión que vaya recibiendo, dejando la implementación de los bloques **IKM**, **PID** y **FKM** (Figura 7.1) en un ordenador externo bajo la herramienta MATLAB. Entre el ordenador externo y el RobotinoXT se establece una conexión TCP/IP inalámbrica mediante Wifi, como se muestra en la Figura 7.2, para el envío y la recepción de señales de presión y elongaciones, según correspondan.

7.1. Inversa de Modelo Cinemático

Para implementar el sistema de control como fue planteado, se requiere de un modelo cinematico inverso (IKM) que relacione los puntos en el espacio (x, y, z) con alguna combinación posible de las 6 elongaciones alrededor del manipulador.

Claramente, no es una relación directa, ni única, ya que para un punto en el espacio pueden existir varias combinaciones de elongación para llegar al punto de interés dependiendo de la orientación con la que se acerca. Se propone trabajar con diferentes tipos de coordenadas para indicar los puntos de referencias para el control, utilizando coordenadas cartesianas, cilíndricas y esféricas.

Para obtener un IKM de manera sencilla se propone una red neuronal artificial, que por las caracteristicas del problema y las diferentes estrategias presentadas posee 3 entradas, y en un sólo caso 2 entradas, las 6 salidas asociadas a las elongaciones, y con una capa escondida de 10, 15 o 20 neuronas. En la Figura 7.3, se muestra un ejemplo específico para 2 señales de entrada, N_h neuronas en capa escondida y 6 salidas de elongación. Las redes neuronales a implementar utilizan como función de activación para la capa escondida, la función **tanh** y para la capa de salida, una función lineal. Dejando como cantidad de parámetros, en función del número de neuronas en la capa escondida N_h, un total de $9N_h + 6$, considerando pesos y "bias" para cada conexión neuronal.

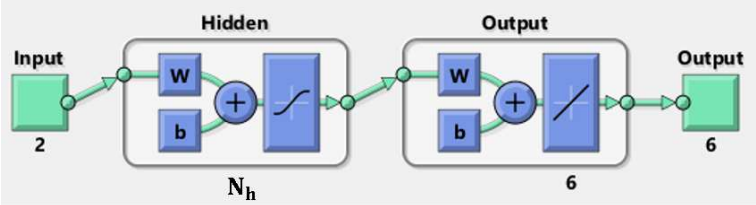


Figura 7.3: Red Neuronal Artificial para Modelo Cinemático Inverso

Tabla 7.1: Rangos de operacion para los sensores de elongación

	l_{min} [m]	l_{max}[m]
l_1	0.0583	0.1878
l_2	0.0600	0.1695
l_3	0.0537	0.1725
l_4	0.0426	0.1634
l_5	0.0439	0.1433
l_6	0.0389	0.1590

La información de entrenamiento deben representar lo mejor posible todo el

espacio de trabajo alcanzable por el manipulador, por lo que se realiza un barrido en las presiones para abarcar la mayor cantidad de combinaciones en la entrada, y capturar las elongaciones de salida. Esto permite que al momento de buscar las elongaciones para un punto determinado, estas sean viables, y a su vez, el manipulador pueda alcanzarlas. Como la finalidad de la red es asociar posiciones con elongaciones, es necesario utilizar el modelo trabajado para relacionar de forma directa (FKM) las elongaciones con la posición respectiva.

Los datos de entrenamiento corresponden al espacio de trabajo del manipulador, conformado por los puntos alcanzables por el elemento final, considerando la plataforma estática. En las Figuras 7.4 y 7.5 se muestra una aproximación al espacio de trabajo posible, utilizando el modelo cinemático calibrado **FKM** aplicando un total de **108.000** combinaciones de longitudes generadas de manera aleatoria, considerando los rangos posibles para cada elongación indicados en la tabla 7.1, y sus respectivas posiciones según el modelo cinemático. Permitiendo la captura de los pares de datos, los cuales son la elongación y posicionamiento en el espacio del elemento final, con el fin de poder entrenar la inversa del modelo cinemático, y posteriormente en el sistema de control, obtener las elongaciones a partir de posiciones de referencia.

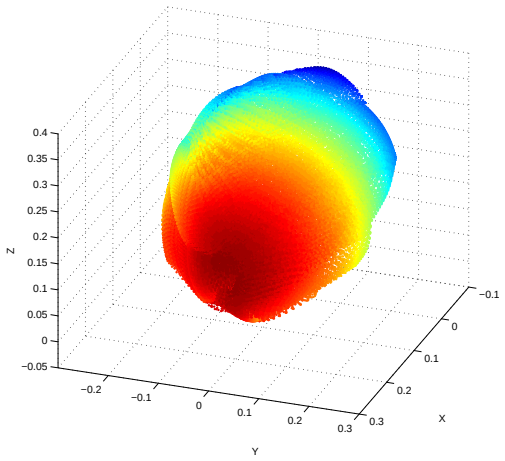


Figura 7.4: Espacio de trabajo CBHA

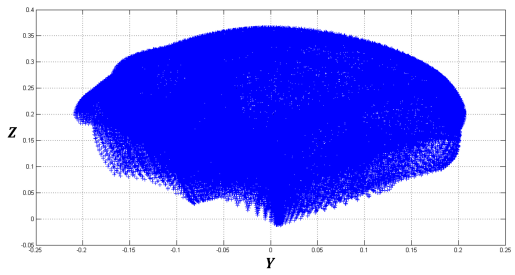


Figura 7.5: Espacio de trabajo CBHA - Plano $Y - Z$

Posibilidades para las entradas de la red neuronal artificial, que aproxime la inversa del modelo cinemático:

- Coordenadas Cartesianas: Por las limitaciones en el espacio de operación anteriormente mencionadas, solo se utilizan las coordenadas $\{y, z\}$ para la obtención de la inversa para dar flexibilidad en la coordenada $\{X\}$, y utilizar un punto que se encuentre dentro del espacio de puntos alcanzables por el manipulador. Relacionando finalmente la posición $\{y, z\}$ con las 6 elongaciones, dejando el ajuste en la coordenada X mediante algún movimiento externo como el desplazamiento de la plataforma móvil. De igual forma, se analiza ocupando las 3 coordenadas dentro del modelo, para evidenciar una mejora al permitir dicha flexibilidad en la coordenada X.

- Coordenadas Esféricas y Cilindricas: De manera similar a lo planteado para el uso directo de las posiciones en coordeandas cartesianas, se utilizan para el caso del sistema esférico, un radio ρ y los 2 ángulos de inclinacion: el ángulo polar θ y el ángulo azimut φ. Mientras que en el sistema cilindrico se utiliza el radio ρ, el ángulo polar θ y la altura directamente como coordenada Z.

Para todos los casos, se utiliza un set de entrenamiento de 108.000 puntos y se entrena mediante el método de "back-propagation" optimizado con un algoritmo de "Levenberg-Marquardt", utilizando el esquema de entrenamiento que se muestra en la Figura 7.6.

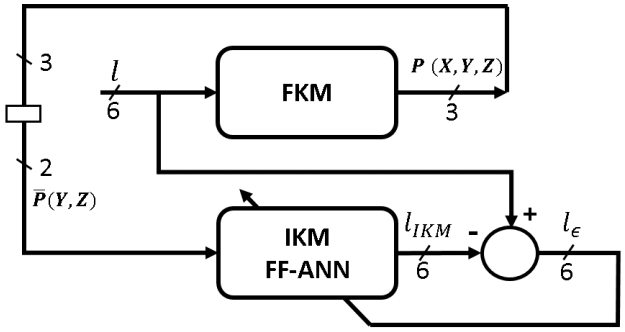


Figura 7.6: Esquema de Entrenamiento de ANN

7.1.1. Pruebas Modelos Cinemáticos Inversos

Para probar los modelos cinemáticos inversos (IKM), se utilizan los puntos de prueba mostrados en la Tabla 7.2. A los cuales se les obtuvieron sus transformaciones de coordenadas correspondientes.

Tabla 7.2: Puntos de Prueba

	Cartesianas (X, Y, Z)	Cilindricas (ρ, θ, Z)	Esféricas (ρ, φ, θ)
P_1	(0.175 , -0.12, 0.23)	(0.2122, -0.6011 , 0.23)	(0.3129, 0.7451, -0.6011)
P_2	(0.175 , -0.12, 0.18)	(0.2122, -0.6011 , 0.18)	(0.2783, 0.8673, -0.6011)
P_3	(0.175 , 0.12, 0.18)	(0.2122, 0.6011, 0.18)	(0.2783, 0.8673, 0.6011)
P_4	(0.175 , 0.12, 0.23)	(0.2122, 0.6011, 0.23)	(0.3129, 0.7451, 0.6011)

Para determinar el mejor modelo inverso que se pueda obtener, se calcula el error cuadrático medio como se define en la ecuación (7.6).

$$e = \frac{1}{M \cdot N} \sqrt{\sum_{i}^{N} e_{x_i}^2 + e_{y_i}^2 + e_{z_i}^2} \tag{7.6}$$

En donde:

- N: corresponde al número de puntos de prueba, en este caso $N = 4$.

- M: corresponde a la cantidad de coordenadas en consideración para la obtención del error. En el sistema de coordenadas cartesianas del plano (Y, Z) queda $M = 2$, y para el resto de las opciones $M = 3$.

Quedando para cada caso, como se describe en las ecuaciones (7.7) y (7.8).

$$e = \frac{1}{12}\sqrt{\sum_{i=1}^{4} e_{x_i}^2 + e_{y_i}^2 + e_{z_i}^2} \tag{7.7}$$

$$e = \frac{1}{8}\sqrt{\sum_{i=1}^{4} e_{y_i}^2 + e_{z_i}^2} \tag{7.8}$$

Los errores se obtienen comparando las posiciones cartesianas de la Tabla 7.2, con las posiciones resultantes al pasar por el modelo cinemático inverso, se adquieren las elongaciones, y luego esas mismas, al modelo cinemático como se expresa en la ecuación (7.9).

$$\left.\begin{aligned} l_r &= IKM(P_r) \\ \hat{P}_r &= FKM(l_r; \Psi^*) \\ e_x &= P_r^x - \hat{P}_r^x \\ e_y &= P_r^y - \hat{P}_r^y \\ e_z &= P_r^z - \hat{P}_r^z \end{aligned}\right\} \tag{7.9}$$

Utilizando la medida de error presentada, se obtienen los errores correspondientes para cada alternativa presentada en la Tabla 7.3.

Tabla 7.3: Errores para cada alternativa

Errores	Cartesianas	Cartesiana ($\{y, z\}$)	Cilindricas	Esféricas
10 Neuronas	0.0015	0.0015	0.0015	0.0028
15 Neuronas	0.0018	0.0008	0.0014	0.0022
20 Neuronas	0.0024	0.0029	0.0015	0.0031

De los errores obtenidos, se aprecia que el de menor magnitud corresponde al modelo con 15 neuronas en la capa escondida y utilizando el plano cartesiano (Y, Z). Siendo el escogido para ser implementado en el sistema de control del

manipulador.

Los puntos de referencia obtenidos a partir de los largos entregados por el modelo inverso se muestran en la Tabla 7.4.

Tabla 7.4: Resultado a Puntos de Prueba

	Cartesiana ($\{y, z\}$)	$\|$ Error $\|$ [mm]
$(\hat{X}_1, \hat{Y}_1, \hat{Z}_1)$	(0.1592,-0.1245, 0.2286)	(15.8, 4.5 , 1.4)
$(\hat{X}_2, \hat{Y}_2, \hat{Z}_2)$	(0.1823,-0.1204, 0.1778)	(7.3, 0.4, 2.2)
$(\hat{X}_3, \hat{Y}_3, \hat{Z}_3)$	(0.1747, 0.1230, 0.1801)	(0.3, 3.0, 0.1)
$(\hat{X}_4, \hat{Y}_4, \hat{Z}_4)$	(0.1605, 0.1185, 0.2288)	(14.5, 1.5, 1.2)

7.2. Simulación Control de Manipulador CBHA

Para pruebas de simulación del control sobre el CBHA, se utiliza un modelo del CBHA también implementado con ANN para representar el comportamiento del manipulador, entrenada con datos obtenidos al mover el manipulador de manera manual mediante joystick, intentado capturar la mayor cantidad de movimientos.

Se usan como puntos de referencia para el control, los mismos 4 puntos presentados en la Tabla 7.2, y que generan los puntos de referencia efectivos mostrados en la Tabla 7.4. Se muestran los resultados del sistema de control para los 4 puntos de referencia en las Figuras 7.7, 7.8, 7.9 y 7.10, en donde se muestran las elongaciones de cada cámara, las presiones aplicadas a cada cámara, el error entre las elongaciones medidas y las de referencia, todas a lo largo del tiempo. Y por último, la trayectoria y puntos relevantes en el control de los 4 puntos de interés, respectivamente.

Todas las mediciones constan de 500 muestras en total, en donde los puntos de referencia van cambiando cada 100 muestras. Siendo el primer recorrido (muestra 0 a la 100) la trayectoría desde el punto de reposo inicial hacia el primer punto, y el último periodo (muestra 400 a 500) corresponde a una devolución desde el cuarto punto hacia el primer punto, cerrando el recorrido.

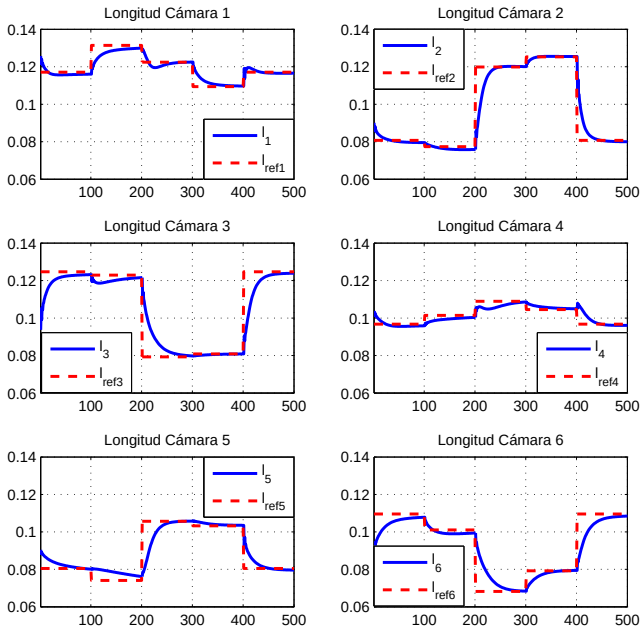


Figura 7.7: Largos de cada sección de CBHA

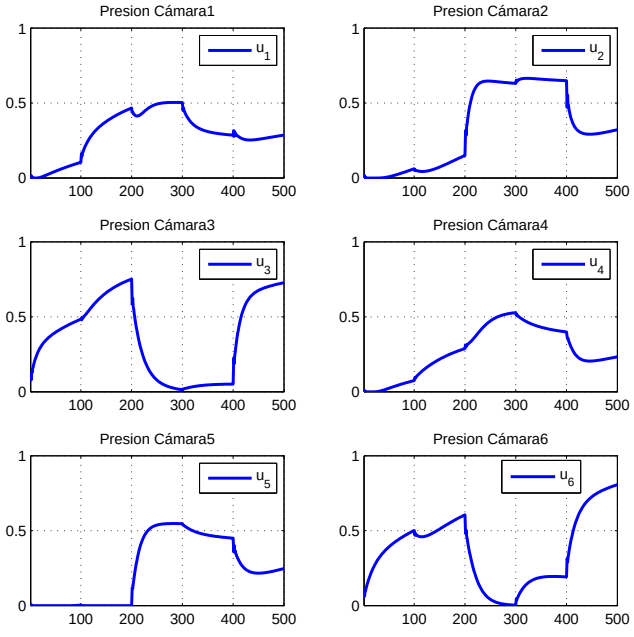


Figura 7.8: Presiones de cada sección de CBHA

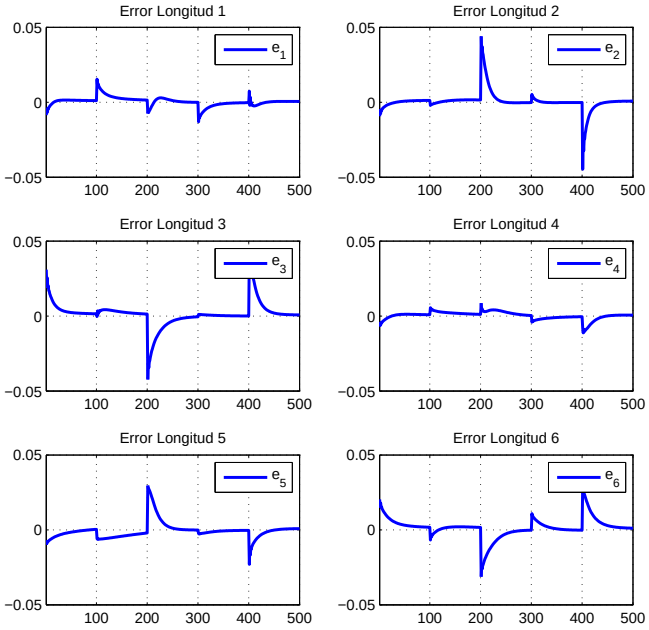


Figura 7.9: Errores de cada sección de CBHA

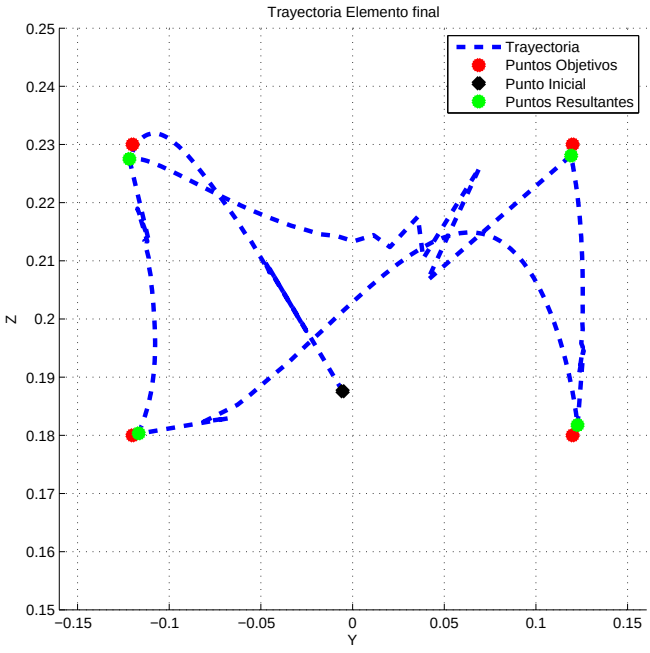


Figura 7.10: Posiciones en Plano $\{Y - Z\}$

Los puntos efectivamente alcanzados, se presentan en la Tabla 7.5. Como fue comentado anteriormente, la posición en la coordenada X no es relevante para este control, quedando una arista abierta para ser abordada en algún trabajo siguiente, compensando el error en el eje X mediante movimiento externo, como la plataforma móvil.

Tabla 7.5: Puntos obtenidos mediante control Simulado

	Posición [m]	‖ Error Total‖ [mm]
$(x_{f_1}, y_{f_1}, z_{f_1})$	(0.1591, -0.1217, 0.2275)	(15.9, 1.7, 2.5)
$(x_{f_2}, y_{f_2}, z_{f_2})$	(0.1830, -0.1166, 0.1803)	(8.0, 3.4 , 0.3)
$(x_{f_3}, y_{f_3}, z_{f_3})$	(0.1748, 0.1227, 0.1818)	(0.2 , 2.7, 1.8)
$(x_{f_4}, y_{f_4}, z_{f_4})$	(0.1610, 0.1192, 0.2281)	(14.0, 0.8, 1.9)

Cabe reiterar que en caso de tener un error negativo en las elongaciones, no es posible dar una acción para compensar, ya que los controladores son totalmente independientes, lo que puede generar un error estacionario distinto de cero. A pesar de lo anterior, es posible acercar el manipulador al punto deseado con un nivel aceptable de error en la posición final del plano $Y - Z$.

El siguiente paso es la implementación del sistema de control sobre el manipulador CBHA disponible en el Laboratorio de Sistemas Mecatrónicos, y realizar la comparación con los resultados obtenidos para estos puntos de referencia.

7.3. Experimentación Control Punto a Punto del Manipulador CBHA

En esta sección experimental, se implementa el esquema de control de la Figura 7.1. Utilizando en este caso el manipulador CBHA equipado en el RobotinoXT, presentando los resultados obtenidos para los mismos 4 puntos de referencia usados anteriormente y mostrados en la Tabla 7.2.

Se presentan los resultados obtenidos en el sistema de control para 4 puntos de referencia en las Figuras 7.11, 7.12, 7.13 y 7.14. En donde se muestran las elongaciones de cada cámara, las presiones aplicadas a cada cámara, el error entre las elongaciones medidas y las de referencia en el tiempo, y por último, la trayectoria y puntos relevantes en el control de los 4 puntos de interés respectivamente.

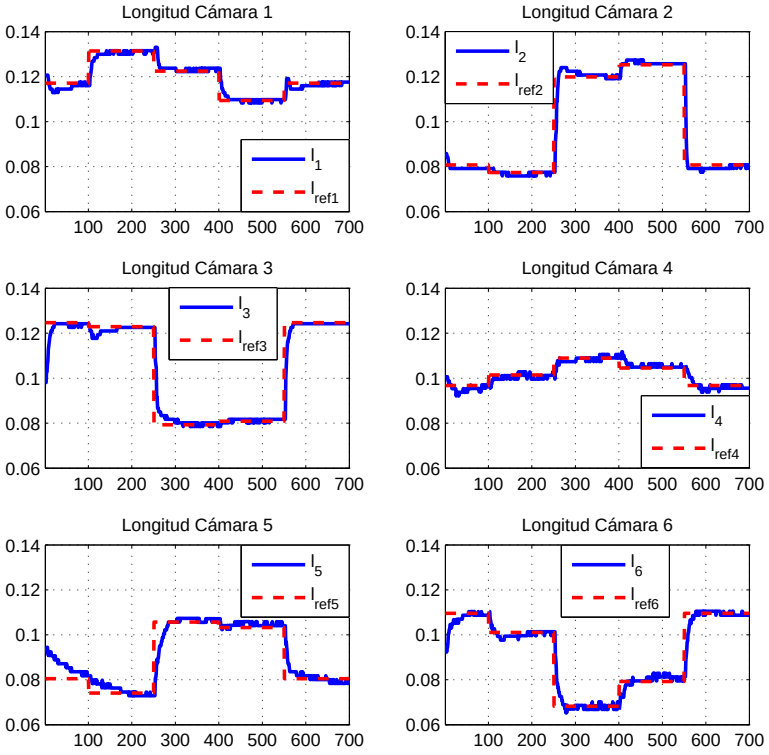


Figura 7.11: Largos de cada sección de CBHA

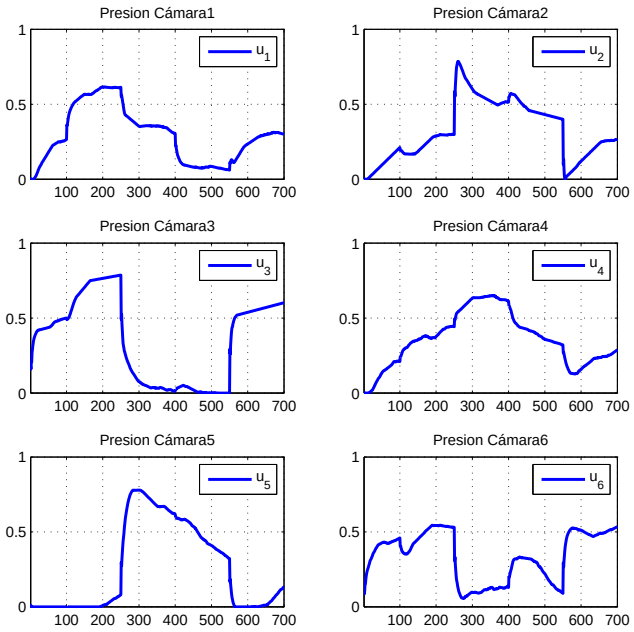


Figura 7.12: Presiones de cada sección de CBHA

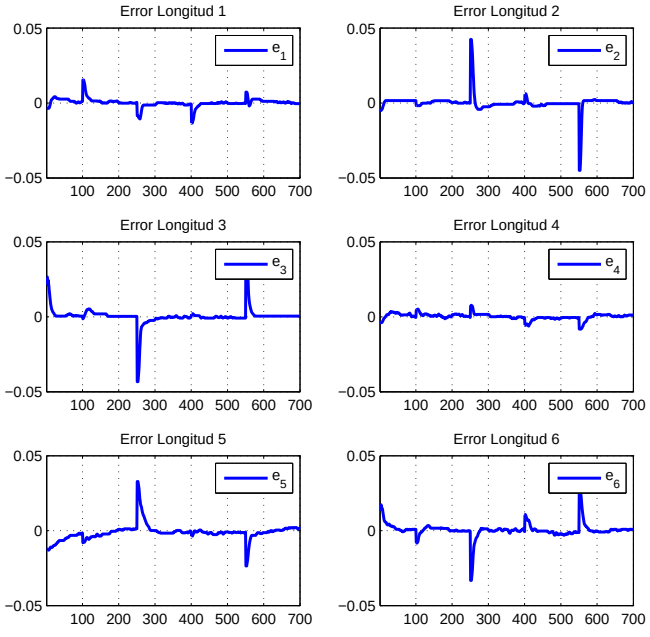


Figura 7.13: Errores de cada sección de CBHA

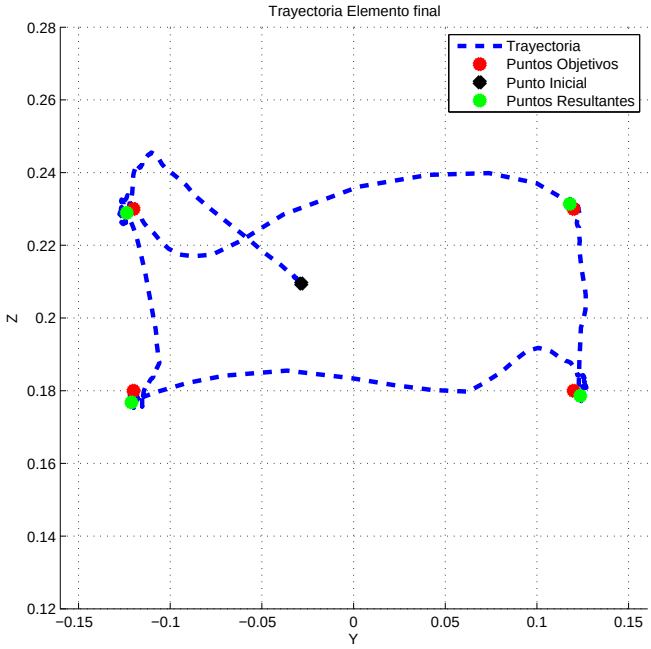


Figura 7.14: Posiciones en el Espacio

A simple vista se aprecia que el sistema de control logra alcanzar las elongaciones deseadas, considerando el error que existe entre la posición estimada de referencia y la posición real de referencia. En la Tabla 7.6, se muestran los puntos alcanzados y sus respectivos errores sobre los puntos reales de referencia.

Tabla 7.6: Puntos obtenidos mediante Control Experimental

	Posición [m]	‖ Error Total‖ [mm]
$(x_{f_1}, y_{f_1}, z_{f_1})$	(0.1593, -0.1237, 0.2289)	(15.7, 3.7, 1.1)
$(x_{f_2}, y_{f_2}, z_{f_2})$	(0.1812, -0.1211, 0.1768)	(6.2, 1.1, 3.2)
$(x_{f_3}, y_{f_3}, z_{f_3})$	(0.1758, 0.1236, 0.1786)	(0.8, 3.6, 1.4)
$(x_{f_4}, y_{f_4}, z_{f_4})$	(0.1614, 0.1179, 0.2314)	(13.6, 2.1, 1.4)

Los errores obtenidos quedan dentro de un margen de 4[mm] aproximadamente, de las posiciones deseadas en el plano $Y - Z$, logrando el objetivo del sistema de control.

Adicionalemente, como nueva prueba, se utiliza una trayectoria similar ampliando un poco más en el eje Z para darle una mayor movilidad. Los nuevos

puntos de referencia se encuentran en la Tabla 7.7.

Tabla 7.7: Puntos de Referencia 2da Experimentación

	(X, Y, Z)
P_1	(0.175 , -0.12, 0.25)
P_2	(0.175 , -0.12, 0.15)
P_3	(0.175 , 0.12, 0.15)
P_4	(0.175 , 0.12, 0.25)

Los resultados obtenidos para estos nuevos 4 puntos de referencia se presentan en las Figuras 7.15, 7.16 y 7.17, en donde se aprecian las elongaciones y presiones correspondientes en cada una de las cámaras, y el error de elongación en el tiempo. Finalmente, la trayectoria con sus respectivos puntos, tanto de referencia como los alcanzados por el sistema de control, se muestran en la Figura 7.18.

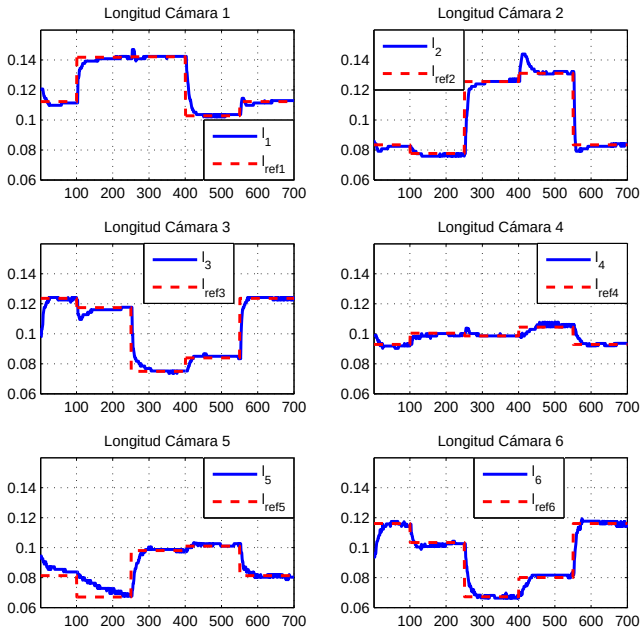


Figura 7.15: Largos de cada sección de CBHA

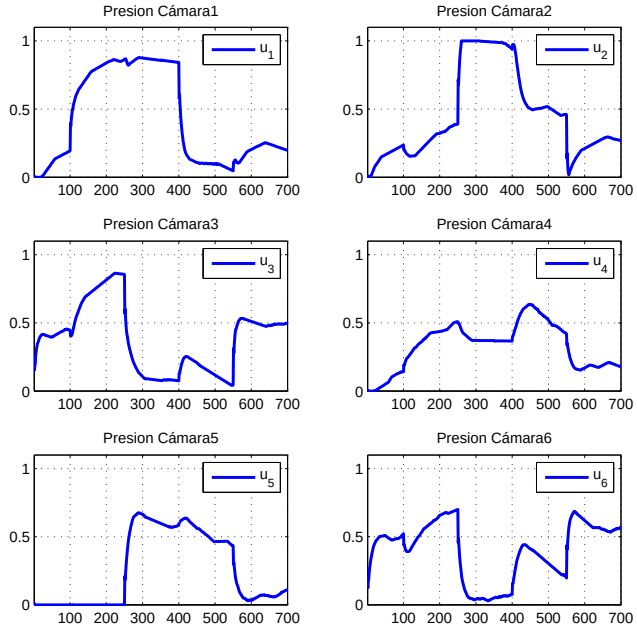


Figura 7.16: Presiones de cada sección de CBHA

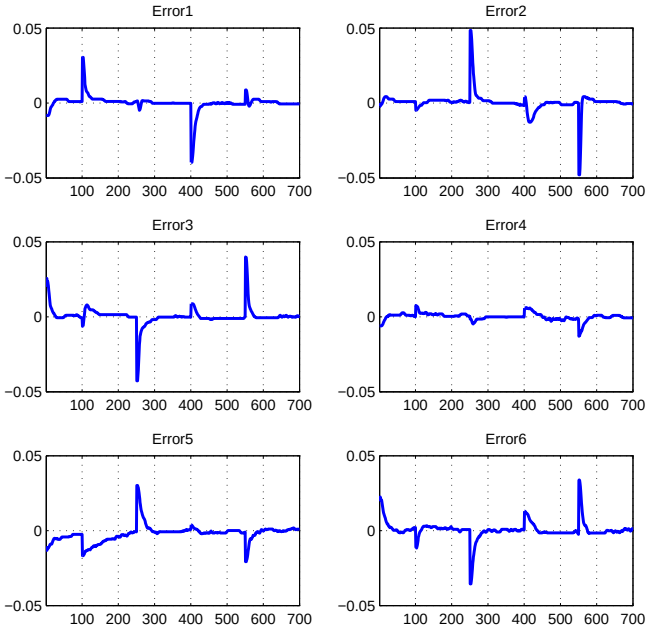


Figura 7.17: Errores de cada sección de CBHA

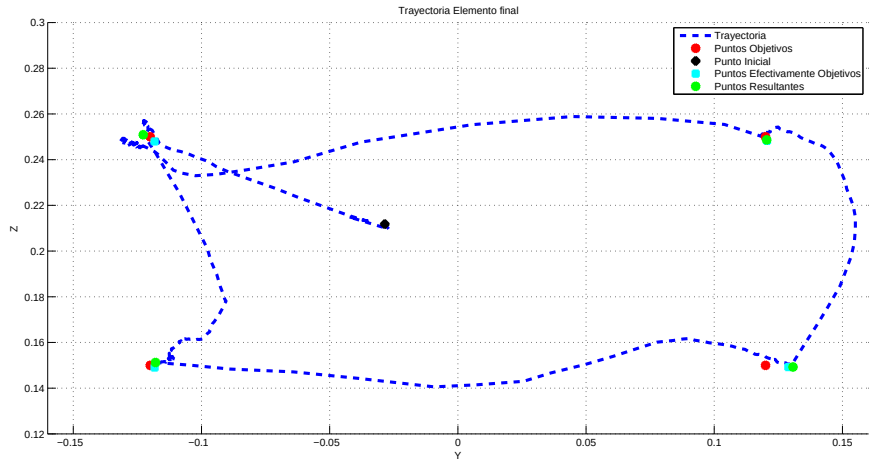


Figura 7.18: Posiciones en el Espacio

Se puede apreciar que el sistema de control intenta alcanzar las elongaciones de referencia saturando la entrada de la cámara 2, en el máximo estipulado por diseño, con el fin de evitar cualquier desgaste o sobrecarga en la plataforma RobotinoXT. En la Tabla 7.8, se muestran los puntos alcanzados y sus respectivos errores sobre los puntos de referencia.

Tabla 7.8: Puntos obtenidos mediante Control 2do Experimento

	Posición [m]	‖ Error Total‖ [mm]
$(x_{f_1}, y_{f_1}, z_{f_1})$	(0.1443, -0.1227, 0.2509)	(30.7, 2.7, 0.9)
$(x_{f_2}, y_{f_2}, z_{f_2})$	(0.1865, -0.1179, 0.1512)	(11.5, 2.1, 1.2)
$(x_{f_3}, y_{f_3}, z_{f_3})$	(0.1792, 0.1307, 0.1493)	(4.2, 10.7, 0.7)
$(x_{f_4}, y_{f_4}, z_{f_4})$	(0.1497, 0.1204, 0.2487)	(25.3, 0.4, 1.3)

Los errores obtenidos quedan dentro de un margen de 11[mm] aproximadamente, de las posiciones deseadas en el plano $Y - Z$, siendo un error mayor al que resultó en el experimento anterior, pero específicamente para la coordenada Y del tercer punto de prueba. Sin embargo, este error no es producto de un mal control, sino mas bien, de una mala aproximación en el modelo cinemático inverso que entrega elongaciones no adecuadas para el punto originalmente deseado, viendose reflejado en la Figura 7.18.

7.4. Experimentación Control de Trayectoria del Manipulador CBHA

Como nueva experimentación se plantea un control para la trayectoria del elemento final del manipulador, con la intención de decidir el desplazamiento que debe tomar para llegar a algún determinado punto, según el espacio disponible para el movimiento. Para lograr esta tarea se basa el mismo control punto a punto anterior, pero actualizando el punto de referencia de la trayectoria cada 5 muestras, tiempo suficiente para alcanzar el punto siguiente de la trayectoria definido a una distancia de no más de 1.5[mm].

Para la experimentación se consideran los puntos mostrados en la Tabla 7.6, definiendo como trayectoria de referencia, el rectángulo generado al unir los cuatro puntos mencionados. La trayectoria se distribuye en un total de 2200 muestras, en donde las primeras 200, son empleadas para llevar el manipulador desde la posición inicial hacia el punto 1, luego las siguientes 200 muestras para mover desde el punto 1 hacia el punto 2. Las 800 muestras que siguen, se usan para llevar el manipulador del punto 2 al punto 3. Luego, las 200 muestras siguientes para trasladar desde el punto 3 hacia el punto 4. Y finalmente, las últimas 800 muestras se emplean para devolver el manipulador desde el punto 4 hacia el punto 1, cerrando el recorrido.

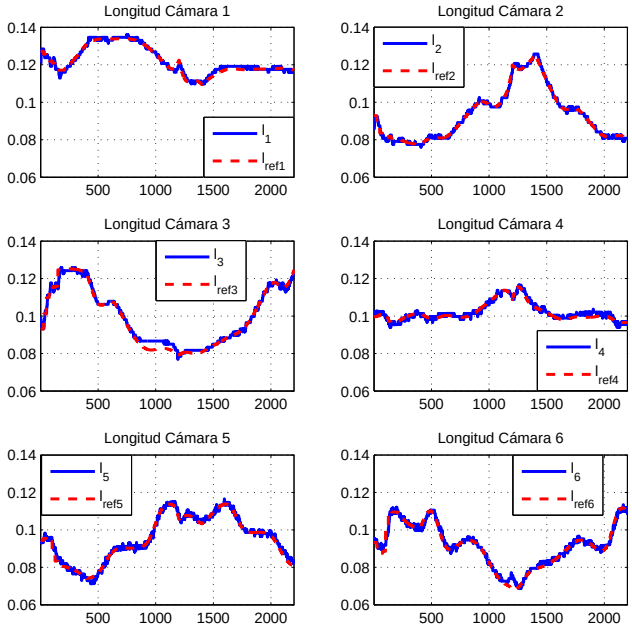


Figura 7.19: Largos de cada sección de CBHA

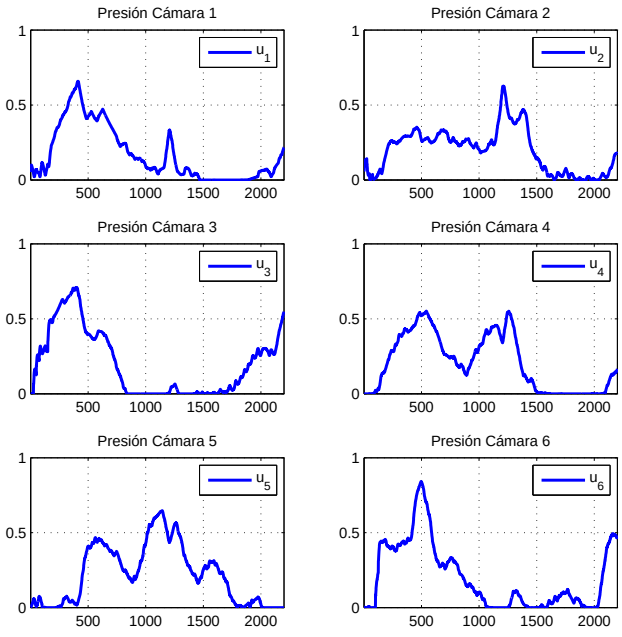


Figura 7.20: Presiones de cada sección de CBHA

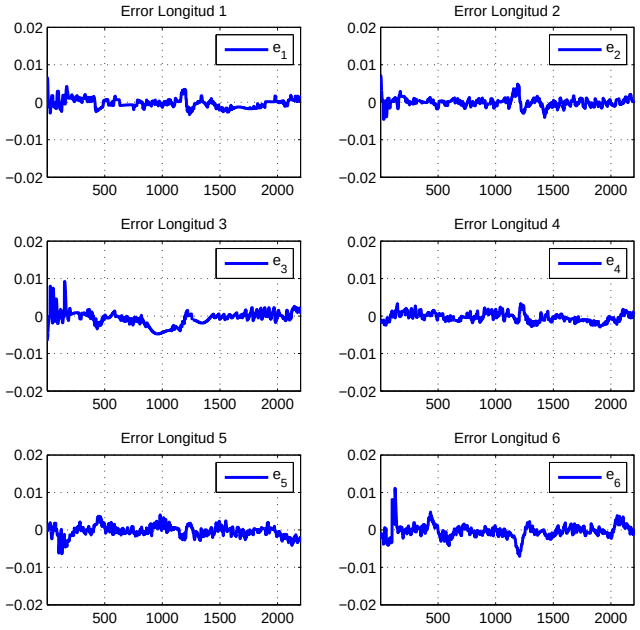


Figura 7.21: Errores de cada sección de CBHA

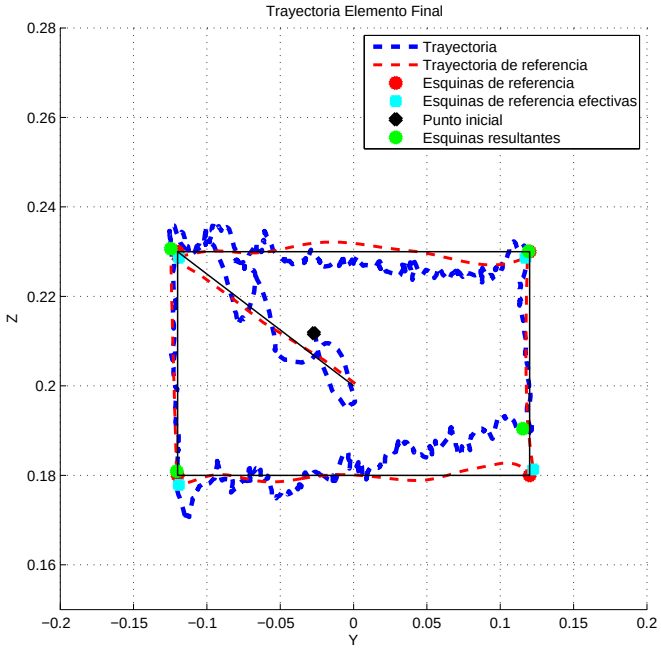


Figura 7.22: Posiciones en el Espacio

Los resultados obtenidos para la trayectoria se presentan en las Figuras 7.19, 7.20 y 7.21, en donde se aprecian las longitudes, las presiones correspondientes en cada una de las cámaras y el error de elongación. Finalmente, la trayectoria realizada por el manipulador, como también la trayectoria de referencia se muestran en la Figura 7.22.

Se puede apreciar que la trayectoria resultante se acerca bastante a lo deseado, a excepción del tercer punto en donde se aleja un poco de la referencia. Observando la Figura 7.19 se logra notar que para las muestras cercanas a la número 1000, la elongación obtenida supera a la de referencia para la cámara de aire 3, dando explicación al error presente en el posicionamiento del tercer punto.

Este error se produce debido a la definición de los controladores, los cuales solo pueden aplicar una acción en caso de necesitar una expansión en la cámara en cuestión, ya que en caso contrario, la acción mínima admitida corresponde a una presión de 0[bar], dejando la contracción de la cámara dependiente de la presión presente en las cámaras contiguas.

Capítulo 8

Conclusiones y trabajos futuros

En este captulo se presentan las conclusiones del trabajo realizado, también se presentan posibles trabajos futuros que se pueden realizar a partir del presente desarrollo.

8.1. Conclusiones

El manipulador "Compact Bionic Handling Assistant"(CBHA) propone un desafío muy interesante para su modelo cinemático, ya que no posee puntos de articulación claros, y por tanto, rotaciones de fácil identificación. Lo que motiva a investigar a las posibilidades de modelaje que posee este manipulador, teniendo que emplear aproximaciones para identificar su cinemática, a partir de la sensórica equipada en la plataforma, y lograr tener una posición estimada de la punta del brazo robótico, permitiendo cerrar un lazo de control que ayude a mover el manipulador según las tareas que se puedan requerir.

Por otro lado, para cualquier modelo cinemático, es importante asegurar la correcta operación del mismo, teniendo un grado de certeza en que la posición estimada por el modelo corresponda, con una pequeña dimensión de error, a la posición efectiva del elemento final del manipulador. Para ello, es necesario un sistema de medición externo que entregue una estimación de la posición y que a su vez pueda ser calibrado y validado, según mediciones conocidas y confiables.

Por lo que se propone el uso del Sistema de Medición Magnética (SMM) no invasivo, el cual es calibrado con posiciones diseñadas bajo una estructura de medición, para reducir cualquier error de medición humana. Este sistema permite conocer la posición del imán con un error máximo de 1.5[cm], y una desviación estándar media de 1.4[mm], debido a la presencia de error en los sensores. Estos valores son aceptables, dado a que permiten aproximar la posición de buena manera. La principal característica de este sistema de medición, sin lugar a duda, es poder conocer la posición de un imán, sin importar el desplazamiento que realice, y sin ningún tipo de intervención. Ya que basta con adherir el imán, que posee un

peso ligero, al objeto que se le quiera seguir la trayectoria, como en este caso fue el elemento final del manipulador robótico.

En el modelo cinemático, se adapta según las dimensiones posibles de las cámaras deformables que conforman el brazo robótico, lo que permite exportar a cualquier manipulador de la misma naturaleza. Sin embargo, hay partes del manipulador que dependen exclusivamente de la estructura en donde está montada, y de la inclinación con la que queda respecto del frente. Por lo que es necesaria una calibración de parámetros, para que quede acorde a la plataforma física disponible en el laboratorio, y lograr posiciones entregadas por el modelo, coherentes respecto a la realidad experimental. Lo cual es logrado gracias al SMM, sin necesidad de intervenir el manipulador, permitiendo obtener los parámetros asociados al RobotinoXT, concordando las posiciones del modelo cinemático con las entregadas por el SMM.

Debido a la compleja dinámica del brazo robótico continuo, producida por la acumulación de aire, su memoria en la deformación de las cámaras, entre otras, llega a ser muy inexacto y complicado realizar un control en lazo abierto, en especial considerando la presencia de histéresis en el comportamiento del manipulador. Lo que obliga a buscar una alternativa para implementar un sistema de control en lazo cerrado. Lo que se consigue fácilmente, gracias a la disposición de la posición del elemento final del manipulador robótico, mediante el modelo cinemático, calibrado.

Dado el limitado espacio de desplazamiento del manipulador, se implementa un sistema de control sobre dos de los ejes, que conforman el plano frontal al Robotino, dejando en libertad el eje asociado a la profundidad. El control se desarrolla de buena forma, obteniendo un error máximo en el posicionamiento de 3.7[mm], respecto a la posición de referencia. Permitiendo llevar el elemento final a alguna posición dentro del plano de trabajo que se entregue como referencia, el cual corresponde al objetivo final de este trabajo y que fue logrado satisfactoriamente.

8.2. Trabajos Futuros

Como principal trabajo futuro se propone la integración de la plataforma móvil omnidireccional al sistema de control de posición del manipulador, para completar el control sobre los 3 ejes, ajustando la diferencia en el eje de profundidad mediante el desplazamiento de la plataforma móvil utilizando la odometría que dispone el RobotinoXT. Con esto sería posible llevar el manipulador a una posición en sus 3 ejes, habilitando la posibilidad de asignar tareas automatizadas para la manipulación de objetos en posiciones conocidas. Permitiendo implementar ahora, el control sobre la trayectoria que lleva el elemento final del manipulador, dando la posibilidad de llevar objetos por caminos permitidos, y evitar choques con objetos del ambiente.

Por otra parte, se considera como futuro trabajo, la tarea de obtener un sistema de reconocimiento de objetos en el espacio, con la coincidencia entre los espacios de trabajo del manipulador y el reconocedor, para así lograr la manipulación de objetos en posiciones desconocidas.

También existe como arista de este trabajo, la mejora en el sistema de medición magnética, cambiando los sensores magnéticos por unos de mayor resolución y tolerancia al ruido, para lograr disminuir el error de medición presentado. Lo que permitiría extrapolar el sistema de posicionamiento no invasivo, a alguna otra aplicación que necesite una medición de posición más ajustada.

Bibliografía

[1] Ian D. Walker. Continuous Backbone "Continuum" Robot Manipulators. *ISRN Robotics*, 2013:1–19, 2013.

[2] Matthias Rolf and Jochen J. Steil. Constant curvature continuum kinematics as fast approximate model for the Bionic Handling Assistant. In *2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IRoS)*, pages 3440–3446, Oct 2012.

[3] Coralie Escande, Pushparaj Mani Pathak, Rochdi Merzouki, and Vincent Coelen. Modelling of multisection bionic manipulator: Application to RobotinoXT. In *2011 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*, pages 92–97, Dec 2011.

[4] Coralie Escande, Rochdi Merzouki, Pushparaj Mani Pathak, and Vincent Coelen. Geometric modelling of multisection bionic manipulator: Experimental validation on RobotinoXT. In *2012 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*, Dec 2012.

[5] Coralie Escande, Taha Chettibi, Rochdi Merzouki, Vincent Coelen, and Pushparaj Mani Pathak. Kinematic Calibration of a Multisection Bionic Manipulator. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 20(2):663–674, Apr 2015.

[6] Xiaona Wang, Max Q.-H. Meng, and Chao Hu. A Localization Method Using 3-axis Magnetoresistive Sensors for Tracking of Capsule Endoscope. In *2006*

International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBS), pages 2522–2525, Aug 2006.

[7] Sebastían L'huissier. *Diseño de un sistema inalámbrico de medición de posición espacial de una bola al interior de un molino.* Universidad Técnica Federico Santa María, Chile, 2001.

[8] Joan Costa Quintana and Fernando López Aguilar. *Interacción electromagnética. Teoría clásica.* Reverté, 2007.

ANEXOS

Anexo A

Obtención parámetros en Toroide

Obtención Parámetros en Toroide

En este anexo se explica cómo se obtienen los parámetros característicos de la figura toroidal, considerando las 3 elongaciones de una sección.

Para lograr calcular estos parámetros, es necesario analizar todas las relaciones existentes entre los ángulos internos y los ángulos de rotación. Para ello se consideran los ángulos detallados en la Figura A.1. El ángulo ϕ corresponde al mismo ángulo descrito en la Figura 2.3 en la Sección 2.1 y el radio $\mathbf{b_j}$ del segmento de toroide.

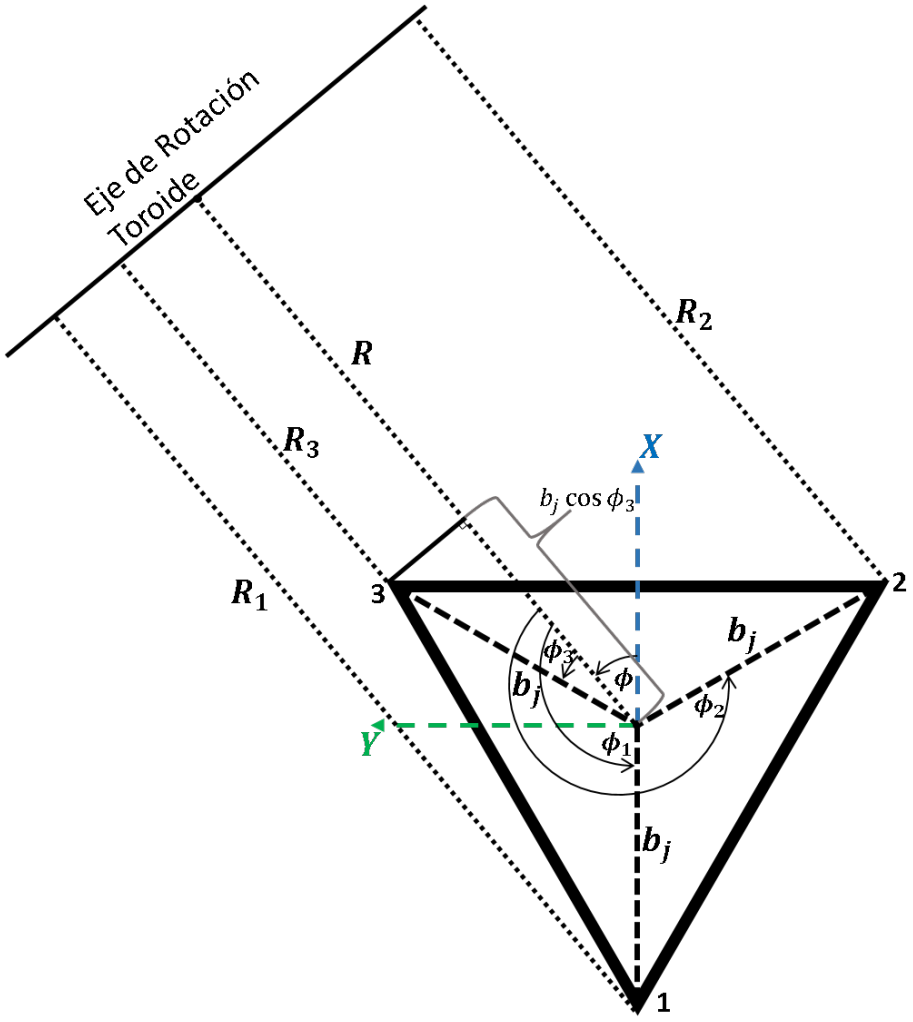


Figura A.1: Detalle Parámetros

La primera relación relevante corresponde a la longitud de arco, que se produce con el centro basal del toroide y con cada esquina formada por la union de los puntos de todos los sensores de elongación, quedando como:

$$\bar{l} = R \cdot \theta \Leftrightarrow \theta = \bar{l} \cdot \frac{1}{R} = \bar{l} \cdot K \tag{A.1}$$

$$l_1 = R_1 \cdot \theta \tag{A.2}$$

$$l_2 = R_2 \cdot \theta \tag{A.3}$$

$$l_3 = R_3 \cdot \theta \tag{A.4}$$

Luego, de la misma Figura A.1, se obtienen las relaciones para sus radios de rotación respectivos:

$$R_1 = R - b_j \cos(\phi_1) \quad \phi_1 = 180^{\circ} - \phi \tag{A.5}$$

$$R_2 = R - b_j \cos(\phi_2) \quad \phi_2 = 300^{\circ} - \phi \tag{A.6}$$

$$R_3 = R - b_j \cos(\phi_3) \quad \phi_3 = 60^{\circ} - \phi \tag{A.7}$$

Cada evaluación de los cosenos, se basan en la relación trigonométrica para la suma de ángulos en una función coseno:

$$\cos(180^{\circ} - \phi) = \cos(180^{\circ})\cos(\phi) + \sin(180^{\circ})\sin(\phi) \tag{A.8}$$

$$= -\cos(\phi) \tag{A.9}$$

$$\cos(300^{\circ} - \phi) = \cos(300^{\circ})\cos(\phi) + \sin(300^{\circ})\sin(\phi) \tag{A.10}$$

$$= \frac{\cos(\phi)}{2} - \frac{\sqrt{3}\sin(\phi)}{2} \tag{A.11}$$

$$\cos(60^{\circ} - \phi) = \cos(60^{\circ})\cos(\phi) + \sin(60^{\circ})\sin(\phi) \tag{A.12}$$

$$= \frac{\cos(\phi)}{2} + \frac{\sqrt{3}\sin(\phi)}{2} \tag{A.13}$$

Es posible combinar las ecuaciones (A.1), (A.2) y (A.5), para luego despejar cada longitud de arco:

$$l_1 = \bar{l} - b_j\theta\cos\phi_1 \quad \bar{l} = l_1 + b_j\theta\cos\phi_1 \tag{A.14}$$

$$l_2 = \bar{l} - b_j\theta\cos\phi_2 \quad \bar{l} = l_2 + b_j\theta\cos\phi_2 \tag{A.15}$$

$$l_3 = \bar{l} - b_j\theta\cos\phi_3 \quad \bar{l} = l_3 + b_j\theta\cos\phi_3 \tag{A.16}$$

Al sumar las ecuaciones (A.14), (A.15) y (A.16) se logra:

$$3\bar{l} = l_1 + l_2 + l_3 + b_j\theta\left(\cos\phi_1 + \cos\phi_2 + \cos\phi_3\right) \tag{A.17}$$

$$\Rightarrow \left(\cos\phi_1 + \cos\phi_2 + \cos\phi_3\right) = -\cos\left(\phi\right) + \frac{\cos\left(\phi\right)}{2} + \frac{\sqrt{3}\sin\left(\phi\right)}{2} + \frac{\cos\left(\phi\right)}{2} - \frac{\sqrt{3}\sin\left(\phi\right)}{2} \tag{A.18}$$

$$= 0 \tag{A.19}$$

$$\Rightarrow \bar{l} = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{3} \tag{A.20}$$

Se logra el primer parámetro relevante correspondiente al promedio de las elongaciones, asociado a la longitud de arco promedio.

Continuando, se igualan las ecuaciones para la longitud promedio (A.14), (A.15) y (A.16), y se realizan relaciones según:

$$l_1 + b_j\theta\cos\phi_1 = l_2 + b_j\theta\cos\phi_2 = l_3 + b_j\theta\cos\phi_3 \tag{A.21}$$

$$\Rightarrow l_2 - l_1 = b_j\theta\left(\cos\phi_1 - \cos\phi_2\right) \tag{A.22}$$

$$\Rightarrow l_3 - l_2 = b_j\theta\left(\cos\phi_2 - \cos\phi_3\right) \tag{A.23}$$

$$\Rightarrow b_j\theta = \frac{l_2 - l_1}{\cos\phi_1 - \cos\phi_2} = \frac{l_3 - l_2}{\cos\phi_2 - \cos\phi_3} \tag{A.24}$$

$$\Rightarrow \frac{l_2 - l_1}{l_3 - l_2} = \frac{-\cos\left(\phi\right) - \frac{\cos(\phi)}{2} + \frac{\sqrt{3}\sin(\phi)}{2}}{\frac{\cos(\phi)}{2} - \frac{\sqrt{3}\sin(\phi)}{2} - \frac{\cos(\phi)}{2} - \frac{\sqrt{3}\sin(\phi)}{2}} \tag{A.25}$$

$$= \frac{\frac{-3\cos(\phi)}{2} + \frac{\sqrt{3}\sin(\phi)}{2}}{-\sqrt{3}\sin\left(\phi\right)} \tag{A.26}$$

$$= \frac{3\cos\left(\phi\right)}{2\sqrt{3}\sin\left(\phi\right)} - \frac{1}{2} \tag{A.27}$$

$$\Rightarrow \frac{l_2 - l_1}{l_3 - l_2} + \frac{1}{2} = \frac{3\cos\left(\phi\right)}{2\sqrt{3}\sin\left(\phi\right)} \tag{A.28}$$

$$\frac{2l_2 - 2l_1 + l_3 - l_2}{l_3 - l_2} = \frac{3\cos\left(\phi\right)}{\sqrt{3}\sin\left(\phi\right)} \tag{A.29}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin\left(\phi\right)}{\cos\left(\phi\right)} = \frac{\sqrt{3}\left(l_3 - l_2\right)}{l_2 + l_3 - 2l_1} \tag{A.30}$$

$$\Rightarrow \tan\left(\phi\right) = \frac{\sqrt{3}\left(l_3 - l_2\right)}{l_2 + l_3 - 2l_1} \tag{A.31}$$

$$\Rightarrow \phi = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}\left(l_3 - l_2\right)}{l_2 + l_3 - 2l_1}\right) \tag{A.32}$$

Lograndose la ecuación descrita en (2.16).

Utilizando nuevamente las ecuaciones (A.14) y (A.1), se logra despejar de la siguiente forma:

$$\bar{l} - l_1 = b_j \theta \cos\phi_1 \tag{A.33}$$

$$\bar{l} - l_1 = b_j \bar{l} K \cos\phi_1 \tag{A.34}$$

$$\Rightarrow K = \frac{\bar{l} - l_1}{b_j \bar{l} \cos\phi_1} \tag{A.35}$$

$$= \frac{\frac{l_1+l_2+l_3}{3} - l_1}{b_j \frac{l_1+l_2+l_3}{3} \cos\phi_1} \tag{A.36}$$

$$= \frac{\frac{l_1+l_2+l_3-3l_1}{\not{3}}}{b_j \frac{l_1+l_2+l_3}{\not{3}} \cos\phi_1} \tag{A.37}$$

$$= \frac{-2l_1 + l_2 + l_3}{b_j \left(l_1 + l_2 + l_3\right)\left(-\cos\phi\right)} \tag{A.38}$$

$$= \frac{2l_1 - l_2 - l_3}{b_j \left(l_1 + l_2 + l_3\right)\cos\phi} \tag{A.39}$$

Luego se obtiene el valor para $\cos(\phi)$, En donde se utiliza la siguiente propiedad trigonométrica:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 / \cdot \frac{1}{\cos x} \tag{A.40}$$

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} \tag{A.41}$$

$$\tan^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x} \tag{A.42}$$

$$\Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{\tan^2 x + 1} \tag{A.43}$$

$$\Rightarrow \cos^2\left(\tan^{-1}(y)\right) = \frac{1}{\tan^2\left(\tan^{-1}(y)\right) + 1} \tag{A.44}$$

$$= \frac{1}{y^2 + 1} \tag{A.45}$$

$$\Rightarrow \cos\left(\tan^{-1}(y)\right) = \frac{1}{\sqrt{y^2 + 1}} \tag{A.46}$$

Utilizando la ecuación (A.46) recién obtenida, para el cálculo de $\cos(\phi)$, utili-

zando la ecuación (2.20) se logra:

$$\cos(\phi) = \cos\left(\tan^{-1}(y)\right) = \frac{1}{\sqrt{y^2+1}} \tag{A.47}$$

$$y = \frac{\sqrt{3}\,(l_3 - l_2)}{l_2 + l_3 - 2l_1} \tag{A.48}$$

$$\Leftrightarrow y^2 + 1 = \frac{3\,(l_3 - l_2)^2}{(l_2 + l_3 - 2l_1)^2} + 1 \tag{A.49}$$

$$= \frac{3\,(l_3 - l_2)^2 + (l_2 + l_3 - 2l_1)^2}{(l_2 + l_3 - 2l_1)^2} \tag{A.50}$$

$$= \frac{3l_3^2 - 6l_2l_3 + 3l_2^2 + 4l_1^2 - 4l_1l_2 - 4l_1l_3 + l_2^2 + 2l_2l_3 + l_3^2}{(l_2 + l_3 - 2l_1)^2} \tag{A.51}$$

$$= \frac{4l_1^2 + 4l_2^2 + 4l_3^2 - 4l_1l_2 - 4l_1l_3 - 4l_2l_3}{(l_2 + l_3 - 2l_1)^2} \tag{A.52}$$

$$= \frac{4(l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 - l_1l_2 - l_1l_3 - l_2l_3)}{(l_2 + l_3 - 2l_1)^2} \tag{A.53}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{y^2+1}} = \sqrt{\frac{(l_2 + l_3 - 2l_1)^2}{4(l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 - l_1l_2 - l_1l_3 - l_2l_3)}} \tag{A.54}$$

$$= \frac{(l_2 + l_3 - 2l_1)}{2\sqrt{l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 - l_1l_2 - l_1l_3 - l_2l_3}} \tag{A.55}$$

$$\Rightarrow \cos(\phi) = \frac{(l_2 + l_3 - 2l_1)}{2\sqrt{l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 - l_1l_2 - l_1l_3 - l_2l_3}} \tag{A.56}$$

Reemplazando ahora en la ecuación (A.39):

$$K = \frac{l_2 + l_3 - 2l_1}{b_j\,(l_1 + l_2 + l_3)\left(\frac{(l_2+l_3-2l_1)}{2\sqrt{l_1^2+l_2^2+l_3^2-l_1l_2-l_1l_3-l_2l_3}}\right)} \tag{A.57}$$

$$= \frac{\cancel{(l_2 + l_3 - 2l_1)}}{b_j\,(l_1 + l_2 + l_3)\left(\frac{\cancel{(l_2+l_3-2l_1)}}{2\sqrt{l_1^2+l_2^2+l_3^2-l_1l_2-l_1l_3-l_2l_3}}\right)} \tag{A.58}$$

$$= \frac{2\sqrt{l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 - l_1l_2 - l_1l_3 - l_2l_3}}{b_j\,(l_1 + l_2 + l_3)} \tag{A.59}$$

$$= \frac{2g}{b_j(l_1 + l_2 + l_3)} \cdot \frac{3}{3} \tag{A.60}$$

$$= \frac{2g}{3b_j\bar{l}} \tag{A.61}$$

$$\Rightarrow g = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 - l_1l_2 - l_1l_3 - l_2l_3} \tag{A.62}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{2g}{3b_j} \tag{A.63}$$

Obteniendose las ecuaciones presentadas en (2.17) y (2.18).